SWorld – 17-26 December 2013
http://www.sworld.com.ua/index.php/ru/conference/the-content-of-conferences/archives-of-individual-conferences/dec-2013
PERSPECTIVE INNOVATIONS IN SCIENCE, EDUCATION, PRODUCTION AND TRANSPORT '2013
Физика и Математика – Математика

УДК 514.115

Дениченко С.Н.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ АНТИЧНОЙ МАТЕМАТИКИ КВАДРАТУРА КРУГА

Независимый исследователь

UDC 514.115

Denichenko S.N.

STUDY OF THE POSSIBILITY OF SOLUTION OF THE TASK OF ANCIENT MATHEMATICS, SQUARING OF THE CIRCLE

Independent researcher

Аннотация. В данном исследовании показана возможность построение круга, равновеликого по площади квадрату, т. е. решена «кругатура квадрата», что дало возможность решить «квадратуру круга» с точностью на восемь знаков общепринятого числа π, и выразить длину окружности прямым отрезком.

Ключевые слова: кругатура квадрата, квадратуру круга, число π.

Abstract. In the decision of a task the opportunity of construction of a circle, equal on the area is shown a square, that is «the quadrature of a circle» that has enabled to solve «a quadrature of a circle» with accuracy on eight signs on standard number π is solved, and to express length of a circle a direct piece

Key words: the quadrature of a circle, number π.

Часть I

Около круга произвольного радиуса *OR* (**рис.1**), опишем правильную восьмиконечную звезду *Q*. Звезда *Q* в (**рис.1)** не выделена, но графически присутствует, и образована из двух равных квадратов, один из которых квадрат *ABCD*.

Формула для пояснения:

$$S_Q = S_{ABCD} + 4S_{PCP.}$$

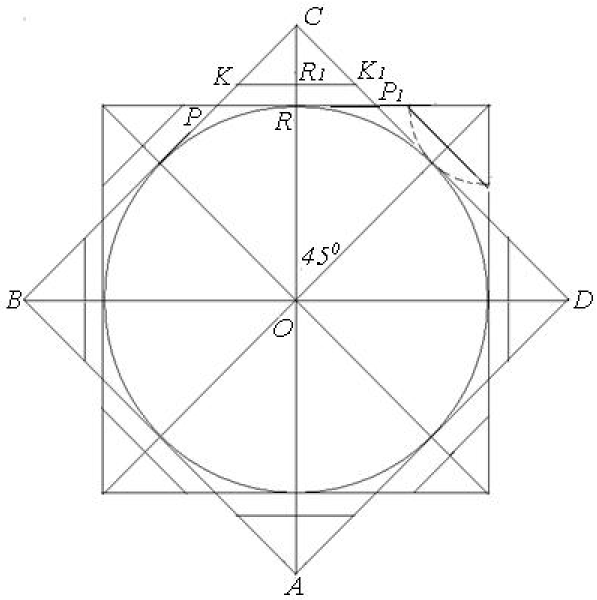

Рис.1. Равновеликость квадрата и шестерёнки

Каждая сторона одного квадрата отсечёт от каждой прямоугольной вершины, другого квадрата по треугольнику, один из которых, треугольник PCP_1, Отсюда:

$$S_Q = S_{ABCD} + 4S_{PCP1}$$

Радиусом CR из каждой прямоугольной вершины фигуры Q опишем дуги на её стороны, а точки пересечения сторон и дуг соединим прямыми. В треугольнике PCP_1 такой прямой будет KK_1. Пересекаясь с диагональю квадрата, прямая KK_1 образует точку R_1.В фигуре Q каждый выступающий прямоугольный треугольник, равный треугольник PCP_1, будет делиться на две равновеликие фигуры, треугольник и трапецию, какими являются треугольник KCK_1 и трапеция PKK_1P_1. Если удалить в фигуре Q все восемь одинаковых треугольников, один из которых треугольник KCK_1, то получим фигуру T – «шестерёнку» с выступающими трапециями, по площади равной площади квадрата $ABCD$.Фигура T в (**рис.1**) не выделена, но графически присутствует. Выразим это через формулу:

$$S_T = S_Q - 8S_{KCK1} = (S_{ABCD} + 4S_{PCP1}) - 8\times ½\, S_{PCP1} = S_{ABCD}$$

Часть II

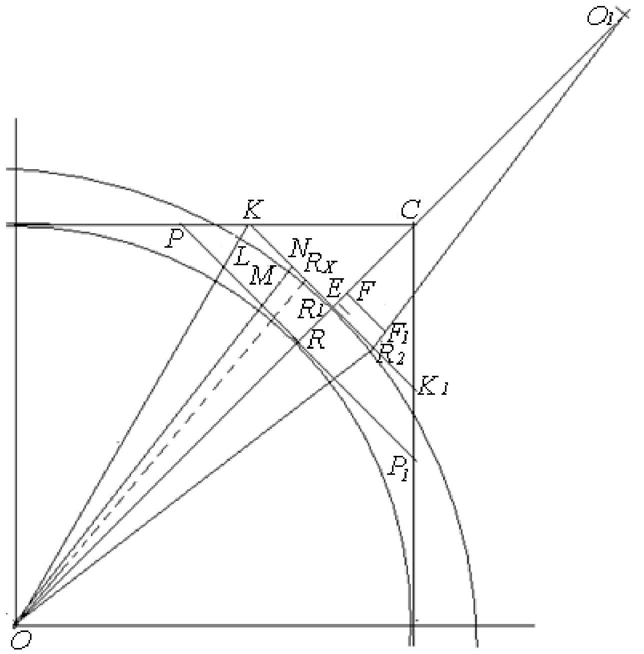

Рис.2. Кругатура квадрата

На (**рис.2**), который представляет фрагмент (**рис.1**), центр *O* соединим с точкой *K*. Получим треугольник OKR_1, в нём проведём медиану *ON*. Радиусом OR_1, проведём дугу, которая отсечёт от медианы *ON* отрезок *MN*, а от гипотенузы *OK*, отрезок *LK*.

Приводим расчёт полученных отрезков:

OR = 1 (произвольный радиус, принимаем за 1)

OC = OR× √2 = 1 × 1,4142135…

RC = OC – OR = 1,4142135… - 1 = 0,4142135…

KK_1 = RC × √2 = 0,4142135…× 1,4142135…= 0,5857863…

RR_1 = RC – (KK_1/2) = 0,4142135…- 0,2928931…= 0,1213204…

OR_1 = OR + RR_1 = 1 + 0,1213204…= 1,1213204…

$$OK = \sqrt{OR_1^2 + \frac{1}{2}KK_1^2} = \sqrt{1{,}1213204\ldots^2 + 0{,}2928931\ldots^2} = 1{,}1589416\ldots$$

LK = OK – OR_1 = 1,1589416… - 1,1213204… = 0,0376212…

$$ON = \sqrt{OR_1^2 + \frac{1}{4}KK_1^2} = \sqrt{1{,}1213204^2 + 0{,}1464465^2} = 1{,}130843\ldots$$

MN = ON – OR_1 = 1,130843… 1,1213204… = 0,0095226…

Радиус круга, равновеликого квадрату *ABCD*, примем условно за OR_X. Находим его арифметическую величину из равенства площадей условного круга с радиусом OR_X и квадрата *ABCD*:

$$S = \pi \times OR_X^{\,2} = (2OR)^2;$$

$$S = 3{,}1415926\ldots \times OR_X^{\,2} = 4;$$

$$OR_X = 1{,}1283791\ldots \text{ (при } S = 4\text{)}.$$

Условную точку R_X расположим произвольно на отрезке KK_1, и соединим её пунктирной прямой с центром *O*. Получим условный прямоугольный треугольник OR_1R_X. Арифметическую величину условного катета R_1R_X получим из решения:

$$R_1R_X^{\,2} = OR_X^{\,2} - OR_1^{\,2} = 1{,}1283791\ldots^2 - 1{,}1213204\ldots^2 = 0{,}1260164\ldots^2$$

Эту же величину мы получим из пропорции составленную из величин отрезков, ранее полученных геометрически:

$$\frac{(OR + MN) - LK}{OR + MN} = \frac{RR_1}{R_1R_X}$$

$$R_X = \frac{(OR + MN)R_1 \times RR_1}{(OR + MN) - LK} = 0{,}1260164\ldots$$

Арифметическую величину R_1R_X выразим отрезком. Для этого, отрезки *MN* и *LK* перенесём на диагональ *OC* радиусами *ON* и *OK*. Отрезок *MN* отложится от точки R_1 до точки *E*, а отрезок *LK* от точки R_1 до точки *F*. Отрезок *OR* положим на продолжение диагонали *OC* так, чтобы началом отрезка *OR* была точка *E*, а концом, точка O_1. Из точки *F* построим перпендикуляр к OO_1, на котором отложим величину отрезка RR_1, от точки *F* до точки F_1. Через точки O_1 и F_1 проведём прямую до пересечения с прямой KK_1. Получим точку R_2.Таким образом, условная величина R_1R_X выразилась геометрическим отрезком R_1R_2. Полученную точку R_2 соединим прямой, с центром O. Получим радиус OR_2 круга равновеликого по $\boldsymbol{S}$, квадрату *ABCD*:

$$OR_2^{\,2} = OR_1^{\,2} + R_1R_2^{\,2} = 1{,}1213204\ldots^2 + 0{,}1260164\ldots^2 = 1{,}1283791\ldots^2$$

Часть III

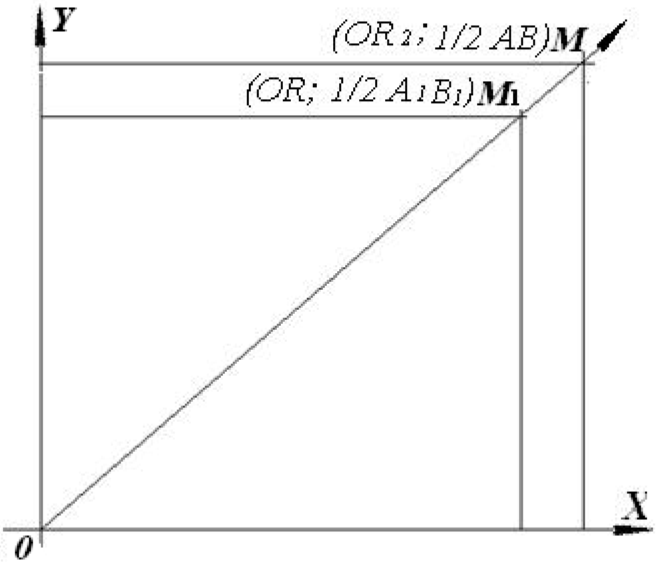

Рис.3. Квадратура круга

Примем квадрат равновеликий по площади кругу с радиусом OR за условный квадрат $A_XB_XC_XD_X$, и составим пропорцию:

$$\frac{OR}{OR_2} = \frac{\frac{1}{2}A_XB_X}{\frac{1}{2}AB}$$

Решим пропорцию, геометрически чтобы выразить условную величину ½ A_XB_X геометрическим отрезком, (рис. 3).

Левую часть пропорции положим на ось абсцисс, правую, на ось ординат. Точки $\boldsymbol{M}$ (OR_2; ½ AB) и 0,дают луч, на котором абсциссой OR отразится новая точка $\boldsymbol{M_1}$,проекция которой на ось ординат, геометрически отразит ½ стороны искомого квадрата $A_1B_1C_1D_1$, равновеликого по площади, кругу с радиусом OR

$$\frac{1}{2}A_1B_1 = \frac{OR \times \frac{1}{2}AB}{OR_2}$$

$$\frac{1}{2}A_1B_1 = \frac{1}{1{,}1283791\ldots} = 0{,}8862269\ldots$$

$$A_1B_1 = 0{,}8862269\ldots \times 2 = 1{,}7724538\ldots$$

Часть IV

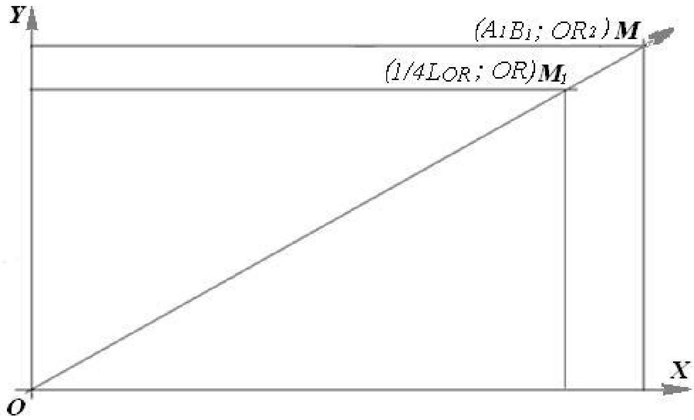

Рис.4. Длина окружности

Нахождение стороны квадрата $A_1B_1C_1D_1$ даёт возможность выразить L_{OR} – длину окружности, круга радиуса OR, отрезком. Составим пропорцию:

$$\frac{1/4L_{OR}}{A_1B_1} = \frac{OR}{OR_2}$$

Пропорцию решим через систему координат (рис.4). Левую часть пропорции, положим на ось абсцисс, правую, на ось ординат. Точки $\boldsymbol{M}$ (A_1B_1; OR_2) и $\boldsymbol{O}$ дают луч, на котором ординатой OR образуется новая точка $\boldsymbol{M_1}$, проекция которой на ось абсцисс, геометрически отразит прямым отрезком ¼ L_{OR}.

$$\frac{1}{4}L_{OR} = \frac{OR \times A_1B_1}{OR_2}$$

$$\frac{1}{4}L_{OR} = \frac{1{,}7724538\ldots}{1{,}1283791..} = 1{,}5707963\ldots$$

$$½\, L_{OR} = 1{,}5707963\ldots \times 2 = 3{,}1415926\ldots$$

$$L_{OR} = 1{,}5707963\ldots \times 4 = 6{,}2831852\ldots$$

В свою очередь, ¼ длины окружности круга, радиуса OR_2, тоже выражена прямым отрезком A_1B_1, что видно на (рис.4), - точка $\boldsymbol{M}$.

Если расчёт задачи вести на большее количество знаков, то результат величины стороны квадрата будет равен - 1,7724538968686925718887244115238… , площадь квадрата при этом равна 3,1415928165250138836954861078059…

Часть V

Представленное решение, позволяет вывести формулы для π и $\sqrt{\pi}$. Для этого, необходимо, произвести расчет отрезков вышеприведенного решение, в простых дробях. В результате математических манипуляций, придём к следующим формулам:

$\sqrt{\pi}$ =

$$2 \div \sqrt{\frac{11-6\sqrt{2}}{2} + \frac{\frac{1423-1006\sqrt{2}}{16} + \frac{577-408\sqrt{2}}{4} - \frac{99\sqrt{2}-140}{2} \times \sqrt{\frac{47-26\sqrt{2}}{8}}}{\frac{111-58\sqrt{2}}{8} + 2 \times \left(\sqrt{\frac{47-26\sqrt{2}}{8}}\right) - 2 \times \left(\sqrt{7-4\sqrt{2}} \times \sqrt{\frac{47-26\sqrt{2}}{8}}\right) - 2 \times \left(\sqrt{7-4\sqrt{2}}\right)}} =$$

$$= 1{,}7724538968686925718887244115253 8\ldots$$

$\pi = 4 \times$

$$\times \frac{2 \div \sqrt{\frac{11-6\sqrt{2}}{2} + \frac{\frac{1423-1006\sqrt{2}}{16} + \frac{577-408\sqrt{2}}{4} - \frac{99\sqrt{2}-140}{2} \times \sqrt{\frac{47-26\sqrt{2}}{8}}}{\frac{111-58\sqrt{2}}{8} + 2 \times \left(\sqrt{\frac{47-26\sqrt{2}}{8}}\right) - 2 \times \left(\sqrt{7-4\sqrt{2}} \times \sqrt{\frac{47-26\sqrt{2}}{8}}\right) - 2 \times \left(\sqrt{7-4\sqrt{2}}\right)}}}{\sqrt{\frac{11-6\sqrt{2}}{2} + \frac{\frac{1423-1006\sqrt{2}}{16} + \frac{577-408\sqrt{2}}{4} - \frac{99\sqrt{2}-140}{2} \times \sqrt{\frac{47-26\sqrt{2}}{8}}}{\frac{111-58\sqrt{2}}{8} + 2 \times \left(\sqrt{\frac{47-26\sqrt{2}}{8}}\right) - 2 \times \left(\sqrt{7-4\sqrt{2}} \times \sqrt{\frac{47-26\sqrt{2}}{8}}\right) - 2 \times \left(\sqrt{7-4\sqrt{2}}\right)}}}$$

$$= 3{,}1415928165250138836954861078045\ldots$$

ВЫВОД

Выбранный подход к решению задачи античной математики, позволил, кроме основной цели, решения «Квадратуры круга», выйти на решение «Кругатуры квадрата», «Выражение длины окружности прямым отрезком». Также, интересен факт, что длина окружности, круга OR_2, получилась равной периметру квадрата $A_1B_1C_1D_1$, произвольно, - без специальных на то построений. Длина полученных при геометрических построениях отрезков, совпадает на восемь знаков с числом π. Геометрические построения, позволили вывести формулы для чисел $\sqrt{\pi}$ и π. Формулы данных чисел конечны, а иррациональность чисел $\sqrt{\pi}$ и π определяет число $\sqrt{2}$, на котором зиждется геометрическое построение Квадратуры круга.

Уместен вопрос: - «Автор утверждает, что данное решение позволяет решить «квадратуру круга» с точностью на восемь знаков общепринятого числа π, но в результате указано число, которое совпадает с числом Лудольфа, на семь знаков?»

Автор отвечает: - «Условием решения указывает найти сторону квадрата, равновеликого по площади произвольной окружности. А в этом случае результат, совпадает на восемь знаков: . 1,7724538968686925718887244115238… . Много это, или мало? Для наглядности, возьмем радиус равным 1 км. Тогда сторона найденного квадрата, будет составлять: 1км, 772м, 4дм, 5см, 3мм, 0,8мм, 0,09мм, против квадратного корня из числа Лудольфа: 1,7724538509055160272981674833411..., - 1км, 772м, 4дм, 5см, 3мм, 0,8мм, 0,05мм».

Литература:

1. Дениченко С.Н., Дениченко Л.В. Исследование возможности решения задачи античной математики Квадратура круга от обратного. (с. 97 – 100). /Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов № 12 декабрь, 2011, — Курск: 2011,— 114 с. ISSN: 1991- 3087

2. Дениченко С.Н., Задача Квадратура круга. Два взгляда на проблему. (с.79 - 84) // Saarbrücken: «LAP LAMBTRT Academic Publishing», 2012. – 96 с. ISBN: 978 -3- 659 - 27696 – 5

Статья отправлена: 03.12.2013 г.

© Дениченко С.Н.