SWorld – 17-28 June 2014
http://www.sworld.com.ua/index.php/ru/conference/the-content-of-conferences/archives-of-individual-conferences/june-2014
MODERN PROBLEMS AND WAYS OF THEIR SOLUTION IN SCIENCE, TRANSPORT, PRODUCTION AND EDUCATION' 2014
Физика и Математика – Математика

Дениченко С.Н.

КВАДРАТУРА КРУГА ОТ ПАПИРУСА РИНДА ДО КНИГИ ПЕРЕЛЬМАНА

Независимый исследователь

Denichenko S.N.

THE QUADRATURE OF THE CIRCLE FROM PAPYRUS RYND TO BOOK PERELMAN

Аннотация. Статья, представляет обзор материала о задаче античной математики, «Квадратура круга». Через квадратуру круга, можно проследить историю математики, - через историю математики, увидеть историю науки, а через историю науки, глубже, понять историю человеческого общества.

Ключевые слова: квадратура круга, история математики, история науки.

Abstract. The article presents an overview of the material about the task of ancient mathematics, "squaring the circle". Through the quadrature of the circle, you can trace the history of mathematics, through the history of mathematics, to see the history of science, and through the history of science, deeper understanding of the history of human society.

Key words: the quadrature of a circle, history of mathematics, history of science

Письменным первоисточником квадратуры круга, является папирус Ринда. В папирусе Ринда, собрано много математических задач, среди которых обратили внимание на задачу, в которой увидели “квадратуру круга”. Исследуя вступительную часть папируса Ринда, было определено, что папирус Ринда, был составлен в 1700 годах до Р.Х., по образцу более древних математических сочинений, написанных в 2221 – 2179 годах до Р.Х.

При этом, Мир увидел египетскую квадратуру круга, (с результатом 3,16) в 1877 году, когда появляется работа Эйзенлора, с расшифровкой папируса Ринда. Это сочинение является драгоценным вкладом в литературу египтоведения, и историю математики.

Нужно понимать, что Квадратура круга, не была для математиков древнего Египта, - развлечением, это необходимый математический прием, по определения площади круга. Иной способ определения площади круга, древнеегипетским математикам был неведом.

Задача «Квадратура круга», и обратная ей задача «Кругатура квадрата», т.е. построение круга, равновеликого квадрату, была известна и в Древней Индии. Решение этих задач, приведены, в древнеиндийской книге “Сульвасутра”, посвященной построению алтарей. Разные части этой книги, датируются 7 – 2 вв. до н. э.. Решение интересующих нас задач, содержится в наиболее древней части “Сульвасутры”. Кругатура квадрата математиков древней Индии, имела результат 3,088.... Геометрического решения Квадратуры круга, математики древней Индии, - не имели, - ее решали алгебраически.

Последними, упомянутые историей, классическими квадратуристами, были древние Греки, Антифон и Бризон. Многое у них перенял Архимед при вычислении числа, определяющего отношения длины окружности к диаметру, использовал как идею Антифона (переход от вписанного n - угольника к вписанному 2n – угольнику), так и идею Бризона (применение не только вписанных, но и описанных многоугольников).

В своем сочинении “Измерение круга” Архимед доказывает следующие три положения:

1. Каждый круг равновелик прямоугольному треугольнику, которого один катет равен радиусу, а другой – равен выпрямленной окружности круга.

2. Площадь круга относится к квадрату его диаметра (приблизительно) как 11 к 14

3. Длина окружности превышает тройной диаметр меньше чем на $\frac{1}{7,}$ но больше чем на $\frac{10}{71}$ частей диаметра.

Работа Архимеда об измерении круга, долгие века удовлетворяла общество, и все последующие работы, по определению длины окружности, не выходили за рамки учения Архимеда. И только Эпоха Возрождения (XV – XVI века), подвигло возрождение наук, в том число на это время пришелся расцвет математики, что подвинуло вперед решение задачи квадратура круга. Первый математик, которому удалось найти, для отношения окружности к диаметру, значение, далеко превосходящее по точности, все ранее известные значения, был голландский инженер Адриан Меций Найденное им значение

$\pi = \frac{355}{113} = 3{,}1415929 \ldots.$ Меций, пользуясь методом Архимеда, нашел для π границы: $\frac{377}{120}$ и $\frac{333}{106}$. Взяв среднеарифметическое числителей и знаменателей, - закон сложения дробей нарушен (не уравнены доли, или иначе, - дроби, не приведены к общему знаменателю). Если уровнять размер долей, в дробях $\frac{377}{120}$ и $\frac{333}{106}$, то получим $3{,}141588 \ldots$.

Затем появилась работа, по исследованию Квадратуры круга, французского математика Вьета, который в результате своих исследований пришел к формуле: *круг, которого диаметр равен единице, имеет площадь*

$$\frac{1}{\sqrt[2]{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}} \times \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} \ldots + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}} \ldots in\ inf}$$

Так как эта площадь, с другой стороны, равна $\pi/4$, то получается интересная формула:

$$\frac{\pi}{2} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}} \times \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}} \ldots in\ inf.}$$

Это первый пример выражения числа в виде бесконечного произведения. Но кроме этой формулы, Вьета, с помощью вписанных и описанных многоугольников, определил границы числа π, между $314159\frac{26536}{100\,000}$ и $314159\frac{26537}{100\,00}$, при диаметре круга равном 100000.

Точность, достигнутая Вьетом, была скоро превзойдена голландским математиком Адрианом Романским, который при помощи 2^{30} – угольника вычисляет π с 17 десятичными знаками.

Но еще гораздо большее терпение, выдержки и искусства в вычислениях, обнаружил Лудольф ван – Цейлен. В сочинении "Van der Circkel". (Delft 1596) Лудольф излагает свои вычисления, начатые в 1586 году; Он дошел до $60*2^{29}$ – угольника с целью вычисления π с 20 десятичными знаками, и заканчивает свое произведение: "Die lust heeft, can naerder comen" (У кого есть охота, пусть пойдет дальше). Но охота пойти дальше явилась позднее у него самого. В сочинении "Die Arithmetische en Geometrische fondamenten" вместо верхней и нижней границ числа π:

$$3{,}141\,592\,653\,589\,793\,238\,46 < \pi < 3{,}141\,592\,653\,589\,793\,238\,47\ ,$$

данных им ранее, он вычислил приближенное значение π с 32 десятичными знаками: $3,141\,592\,653\,589\,793\,238\,462\,643\,383\,279\,5$

и $3{,}141\,592\,653\,589\,793\,238\,462\,643\,383\,279\,51$

По позднейшим сведениям, Лудольф и этим не удовлетворился и дал 35 десятичных знаков для приближения π, которые согласно его последнему предсмертному желанию должны были быть вырезаны на его надгробном камне. Последний, не сохранился.

Рудио, в книге "О квадратуре круга с приложением истории вопроса", ставит в упрек Лудольфу, факт увековечения числа π, именем Лудольфа, уводя тем самым в тень *истинного творца теории измерения круга, Архимеда*. При этом делает заявление, что Лудольф проявил мало оригинальности при определении числа π.

Но общество имеет свойство саморегулирования, и отсеивает ненужное, оставляя то, без чего обойтись нельзя. Это видно на примере: При изложении истории числа π, с первых же страниц, мы пользуемся обозначением π для выражения отношения длины окружности к ее диаметру, но обозначение этого отношения буквой π, равно как и обозначение основания натуральных логарифмов, буквою e, введено Эйлером. Эйлер употребил букву π в указанном значении впервые в 1737г. в статье “Variae observations circa series infinitas”. Как бы то ни было, и чего бы ни происходило, но общество определилось в именах, и названиях: «число Лудольфа», в обществе не прижилось, хотя все знают, что число π рассчитано Лудольфом, “π” принято обществом, но мало кто знает, что родителем знака “π”, которое обозначает величину отношение длины окружности к диаметру круга, является Эйлер.

Если в работе Лудольфа ван – Цейлена, не было составляющей, научного исследования, то два голландских математика, - Виллеборд Снелий и Христиан Гюйгенс, обогатили теорию измерения круга. Снелия и Гюйгенса нужно считать первыми математиками, которые внесли новые идеи и существенные добавления в созданный Архимедом метод численного спрямления окружности. Снелий показал, что для приближенного вычисления длины дуги окружности с весьма большой точностью нет необходимости, брать многоугольники с большим числом сторон. Беря 96 - угольники, Снелий получал с помощью своих теорем, приближения: 3,1415926272 и 3,1415928320 . Гюйгенс, развил тему Виллеборда Снелия. Для получения архимедовых приближений ему достаточно было пользоваться правильным треугольником. 60 - угольник уже дает ему значение 3,1415926533 и 3,1415926538 , между тем, как по методу Снелия, даже с помощью 96 – угольника получается лишь 6 десятичных знаков, по методу же Архимеда только два знака.

После вышеперечисленных работ по квадратуре круга, когда число π, было получено, начался период изучения самого числа, в том числе определение π как иррационального, и трансцендентного числа, а следовательно, возможности геометрического построения квадратуры круга. Ответ на данный вопрос, берет начало с теорем Ламберта:

1.Если x есть отличное от нуля рациональное число, то e^x *не может быть рациональным числом*: Отсюда само собой вытекает, что натуральный логарифм рационального числа, отличного от единицы, не может быть числом рациональным.

2. Если x есть отличное от нуля рациональное число, то $tg\ x$ *не может быть рациональным числом*. Из равенства $\mathrm{tg}\frac{\pi}{4} = 1$, очевидно, таким образом, что π иррационально.

Надо заметить, что выражение $\frac{\pi}{4}$ это не $\frac{3{,}1415926\ldots}{4}$, в данном случае знак π выступает в роли радианной меры угла, значение которого переведенное в градусную меру будет равно: $\frac{\pi}{4} = 45^0$.

То есть $\mathrm{tg}\frac{\pi}{4} = \mathrm{tg}45^0 = 1,$ но при этом делается вывод об иррациональности числа π, - как величина отношения длины окружности к диаметру. Лиха беда начало! Это передергивание символа «π», найдет продолжение в доказательстве Линдеманом, трансцендентности числа π.

Для доказательства трансцендентности числа π, Линдеманом, была взята первая из выше приведенных теорем Ламберта:

1.Если x есть отличное от нуля рациональное число, то e^x *не может быть рациональным числом*.

И дана новая трактовка: *Если z есть корень, какого – нибудь неприводимого алгебраического уравнения с целыми вещественными или комплексными коэффициентами, то* e^z *не может быть рациональным числом.* Но по формуле Эйлера $e^{\pi i} = -1$, т. е. равно рациональному числу. Поэтому πi, а, следовательно, и само π не может быть корнем алгебраического уравнения указанного вида. Доказательство трансцендентности числа π, скрыто в формуле Эйлера. Развернутая формула Эйлера, представляет выражение: e^{iz}=cos *z* +i sin *z*, где *z* любое вещественное число. А где тригонометрическая функция, там угол, следовательно, *z*, такое, любое вещественное число, которое определяет угол. И тогда, формула Линдемана, должна бы, выглядеть так:

$$e^{i\pi \text{рад}} = \cos 180^0 + i\sin 180^0 = -1 + i * 0 = -1 \text{ [3, с. 62]}$$

В формуле $e^{\pi i} = -1$, присутствует знак π, - который определяет угол, в радианной мере угла, но отсутствует число определяющее отношение длины окружности к диаметру, при этом, вывод из полученного по данной формуле результата, переносится на отсутствующий в формуле элемент.

Для большей убедительности невозможности решения квадратуры круга, появились разъяснения. Эти разъяснения, не столько разъясняли, сколько запрещали, используя метод уничижения людей занимающихся решением квадратуры круга. Примером, может служить книга популяризатора науки, Якова Исидоровича Перельмана - “Квадратура круга”.

«Чем, однако, объясняется чрезвычайная популярность задачи о квадратуре круга среди нематематиков и их настойчивые попытки отыскать ее решение?»[1, с. 7]. – Поднимает вопрос, Яков Исидорович Перельман.

«Причиной является, прежде всего, кажущая простота содержания задачи. Даже не изучавшие геометрию знают, что такое квадрат и круг. Каждому представляется также известным, что надо разуметь под площадью фигуры. Отсюда возникает уверенность, что задача о квадратуре круга под силу и не присяжному математику. А то, что в продолжении ряда веков ее не могли разрешить подлинные математики, только подзадоривало самонадеянных искателей славы. Но не одно честолюбие побуждало <u>профанов</u> браться за эту задачу» [1, с. 7].

Далее, Перельман, для большей убедительности своего изложения, притягивает цитату из статьи Иогана - Генриха Ламберта, - “Предварительные сведения для ищущих квадратуру и спрямление круга”: – «“Таких искателей – писал еще в 18-м столетии математик Ламберт – всегда будет достаточно, и если судить о будущих по их предшественникам, то это будут по большей части люди, мало смыслящие в геометрии и лишенные возможности правильно оценивать свои силы. Там где им не хватает знания и понимания, где они не могут ничего сделать с помощью правильных последовательных выводов, там жажда славы и денег создает софизмы, которые чаще всего не отличаются ни особой тонкостью, ни особой замысловатостью"»[1, с. 16].

Приведенной цитатой, Перельман исказил суть статьи Ламберта.

Для объективности, лучше было бы, кратко изложить суть всей статьи Лаберта:

"Предварительные сведения для ищущих квадратуру и спрямление круга"

«Я имею некоторое основание сомневаться, что настоящая статья будет прочитана и понятна теми, кому это было бы особенно полезно, именно теми, которые затрачивают столько времени и труда для отыскания квадратуры круга. Таких искателей всегда будет достаточно, и если судить о будущих по их предшественникам, то это будут по большей части люди, мало смыслящие в геометрии и лишенные возможности правильно оценивать свои силы. Там, где им не хватает знания и понимания, где они не могут ничего сделать с помощью правильных последовательных выводов, там жажда славы и денег создает софизмы*, которые чаще всего не отличаются ни особенной тонкостью, ни особенной замысловатостью. Были также случаи, когда эти люди твердо верили, что их мнимые доказательства не встречали одобрения только от зависти и недоброжелательства» [2, с. 169]. – Так начинается статья Ламберта. Далее, статья, содержит следующие мысли, – «Открытие вещей, которые долго напрасно искали, либо вовсе невозможно, либо зависит от счастливой случайности. Пусть пример разъяснит это. Не подлежит сомнению, что древние финикийские мореплаватели, а за ними греческие и римские стремились найти средство, столь же хорошо определяющее путь судна в непогоду, как это позволяет сделать положение звезд при ясном небе. Как могло прийти им в голову, что это средство следует искать в магнитной руде? Бесспорно, что это открытие произошло благодаря просто непредвиденному стечению многих обстоятельств, которое нельзя было осуществить, не зная его раньше, и которое должно было, поэтому само представиться. Подобным образом можно полагать, что если когда-либо квадратура круга окажется возможной, то на нее натолкнется, быть может, какой-нибудь землемер, который менее всего будет думать об открытии. Но столь, же возможно, что таким случайным путем получится и ложная квадратура» [2, с. 170 – 171]. – Ламберт, дает пояснение, понятию ложности квадратуры круга: «Подходящий пример в этом отношении представляют числа 1 225 и 961. Они имеют двойное свойство. Во-первых, они являются соответственно квадратами чисел 35 и 31. С другой стороны, отношение между ними равно приблизительно отношению квадрата диаметра и площади круга. Отсюда получается, что диаметр круга относится к стороне равновеликого с ним квадрата приблизительно, как 35 и 31. Кроме того, умножая 961 на четыре, получаем 3 844, тоже квадратное число, и диаметр относится к окружности приблизительно, как 1 225 к 3 844. Но это приблизительно не в очень строгом смысле. Действительно, деля 3 844 на 1 225, получаем 3,138…»[2, с. 171].

Из выше изложенного, а так же, из того что Ламберт пишет ниже, можно понять, что квадратура круга, стала алгебраической задачей, и поиск решения, сводился к нахождению, через пары чисел, отношения, которое, соответствовало бы числу π. – «Я не буду останавливаться здесь на доказательстве этого, но предпочитаю показать, как при помощи некоторого общего правила можно находить эти квадратные числа, которые дают с тем большею точностью отношение квадрата диаметра к площади круга, чем они сами больше. Это, между прочим, может послужить для того, чтобы в будущем не попадать на эти квадратные числа случайно и не выдавать их за точное решение квадратуры круга» [2, с. 174]. - Даёт разъяснение Ламберт, и переходит к разъяснению, разложения числа в цепную дробь.

К сожалению, Перельману, не нужна была истина, - своей книгой, – «Квадратура круга», Перельман, преследовал цель, - наложить табу на квадратуру круга, - «А то, что в продолжении ряда веков, ее не могли разрешить подлинные математики, только подзадоривало самонадеянных искателей славы. Но не одно честолюбие, побуждало профанов браться за эту задачу…» иначе, не нужно, было бы, искажать смысл статьи Ламберта.

Объективным материалом по «Квадратуре круга», является книга Фердинанда Рудио, - “О квадратуре круга с приложением истории вопроса”: «Хотелось бы, чтобы этот труд был встречен благосклонно; в особенности, чтоб он содействовал пробуждению и развитию интереса к истории математики. С этой целью я написал его и с этим пожеланием выпускаю его в свет. Цюрих, апрель 1892. F. Rudio.» [2, с. 14].

Книга Фердинанда Рудио, была переведена, и издана в Одессе, в 1911г. Книга была переиздана, - Москва – Ленинград. 1936г.

В 1941г., выходит в свет, книга Перельмана: - “Квадратура круга”, с искажением истины.

Литература:

1. Перельман Я.И., Квадратура круга. — Ленинград 1941. — 25 с.

2. Рудио Ф., перевод Бернштейн С.Н., О квадратуре круга с приложением истории вопроса. — Москва, Ленинград: Объединенное научно - техническое издательство ОНТИ НКТП СССР, издание третье, 1936. — 237 с. (Классики естествознания Архимед, Гюйгенс, Ламберт, Лежандр)

3. Дениченко С.Н., Задача Квадратура круга. Два взгляда на проблему. SaarbrÜcken, Deutschland, 2012. – 96 с., ISBN 978-3-659-27696-5

Статья отправлена: 06.6.2014г.