

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра Высшей Математики

Цветков Андрей Леонидович
Выпускная квалификационная работа бакалавра

**Моделирование демографических процессов
в Санкт-Петербурге**

Направление 010400

Прикладная математика, фундаментальная информатика
и основы программирования

Научный руководитель:

к.ф.-м.н.,

доцент

Евстафьева В.В.

Санкт-Петербург

2016

Содержание

Введение	3
Постановка задачи.....	5
Основные показатели численности.....	5
Глава 1. Анализ основных показателей численности населения в Санкт-Петербурге.....	6
1.1 Общая численность.....	6
1.2 Миграция.....	7
1.3 ЕДН.....	8
Глава 2 Выбор модели прогнозирования.....	11
2.1 Выбор линии тренда по коэффициенту детерминации.....	13
2.2 Дисперсия остатков.....	17
2.3 Критерий Акаике и критерий Шварца.....	18
2.4 Проверка точности оценкой MAPE.....	20
Глава 3 Выбор модели для прогнозирования.....	21
3.1 Проверка модели на реальных данных.....	21
3.1 Прогноз на 2017 год.....	22
Заключение.....	23
Список литературы.....	24

Введение

Данная работа посвящена исследованию демографических процессов в Санкт-Петербурге. Эта задача представляет огромный интерес. Ведь именно решение этой проблемы позволит составлять верные стратегии, для получения наиболее полезного и точного итогового значения желаемого и создания последующих действий. Актуальность решения этой задачи достаточно высока, она выявляется во многих поднятых темах документа «О Стратегии экономического и социального развития Санкт-Петербурга на период до 2030 года» [10]. Повышение точности прогнозирования демографической ситуации в городе крайне важно и позволит облегчить устранение таких проблем как: установление соответствия планировки количества мест в образовательных учреждениях, в первую очередь дошкольных, повышение жилищных условий, трудоустройство населения и планирование объема расходов городского бюджета.

Демография, как наука, образовалась уже более 300 лет назад, первая перепись населения на территории России была проведена в 1897 году, но до сих пор наука остается еще малоизученной. Главной проблемой прогнозирования является человеческий фактор. Создать даже краткосрочный достаточно точный прогноз очень сложно. Основой анализа демографии является выявление демографических тенденций в целом.

В первой главе рассмотрены и проанализированы основные показатели демографических процессов в Санкт-Петербурге.

В последние 10 лет в демографии России наблюдается положительные изменения. На задний план отошли такие проблемы, как высокий уровень смертности и повысился уровень рождаемости. В начале 1990 годов эти явления носили за собой катастрофический характер, так как из-за этого общий уровень численности населения значительно снижался, ожидаемая продолжительность жизни падала, что говорило о существовании в стране на то время серьезного демографического кризиса [4]. Спустя 10 лет ситуация в Санкт-Петербурге изменилась, начала стабилизироваться, и в итоге

естественный прирост снова стал положительным. Однако, несмотря на это, в государстве все равно численность населения продолжает сокращаться, что ставит эту проблему с высоким приоритетом.

За последние 10 лет в Санкт-Петербурге демографические показатели стали явно улучшаться [10]. Количество численности постоянного населения в 2004 году составило 4 686 500 человек, а уже в 2012 составило 5 028 000 человек. К наиболее проблематичным аспектам демографического развития города относится стабильная тенденция старения населения и разбалансированность его половозрастной структуры. Например, число людей старше трудоспособного возраста повысилось с 1 106 300 человек в 2005 году и до 1 294 900 человек в 2012. Происходит рост численности людей пенсионного возраста. Если в 2000 году в Санкт-Петербурге насчитывалось 1 253 700 пенсионеров, то в 2011 году уже 1 359 900, а в 2012 году — 1 375 000 человек. Наиболее многочисленной возрастной группой населения Санкт-Петербурга являются люди, чей возраст выше 70 лет. В начале 2013 года их доля составляла 11%. Так же проблема демографии города является немаловажное усиление негативного влияния миграционных процессов. Основное количество международных мигрантов прибывает в город из стран СНГ. В 2012 году их доля составляла 84,6%. Из прибывающих из СНГ огромное представительство имеют граждане Узбекистана (34,6%), Белоруссии (14,7%), Таджикистана (12,1%), Украины (11,1%) и Казахстана (8%).

Во второй главе проведен анализ методов исследования и трендовых моделей. При составлении модели для прогнозирования демографических показателей очень важно учесть ряд дополнительных факторов, отличных от абсолютных характеристик¹. В дальнейшем будут проанализированы статистические таблицы и зависимость показателей в них, на основе которых будет строиться конкретная модель. Так же рассмотрены модели,

¹Абсолютная характеристика – численность населения и отдельных его групп по стране в целом и отдельным регионам, числа демографических событий во всем населении и отдельных его группах, также в разрезе регионов [9].

используемые на практике в Санкт-Петербурге отделами занимающиеся статистикой и численностью населения для прогнозирования общей численности.

В третьей главе построена модель прогнозирования численности населения в Санкт-Петербурге, а также протестирована на данных показателей предыдущих лет.

Постановка задачи

Рассматриваются временные ряды, состоящие из 70 значений показателя численности населения города Санкт-Петербурга за период с января 1970 г. по январь 2015 г. С шагом 1 год. (значения добавляются каждый год на 1 января, за отчетный год)

Цель работы:

- провести анализ временного ряда, составленного из значений показателя численности;
- построить несколько моделей, описывающих динамику показателя численности, и провести их исследование на адекватность;
- рассчитать точность аппроксимации и точность прогноза;
- выбрать наилучшую модель для построения краткосрочного прогноза;
- построить прогноз на 2017 г..

В данной работе построение графиков и основные расчеты были выполнены в MS Excel (Приложение).

Основные показатели численности

1. общая численность;
2. миграция;
3. естественное движение населения (далее ЕДН).

Глава 1. Анализ основных показателей численности населения в Санкт-Петербурге

Проведем анализ основных показателей численности Санкт-Петербурга. Данные были предоставлены из базы данных территориального органа Федеральной службы государственной статистики по городу Санкт-Петербургу и Ленинградской области за последние 47 лет с ежегодным интервалом. Численность рассчитывается каждый год и приходится на отчетный месяц, точнее на январь следующего каждого года.

1.1 Общая численность

Рассмотрим графически динамику изменения численности города.

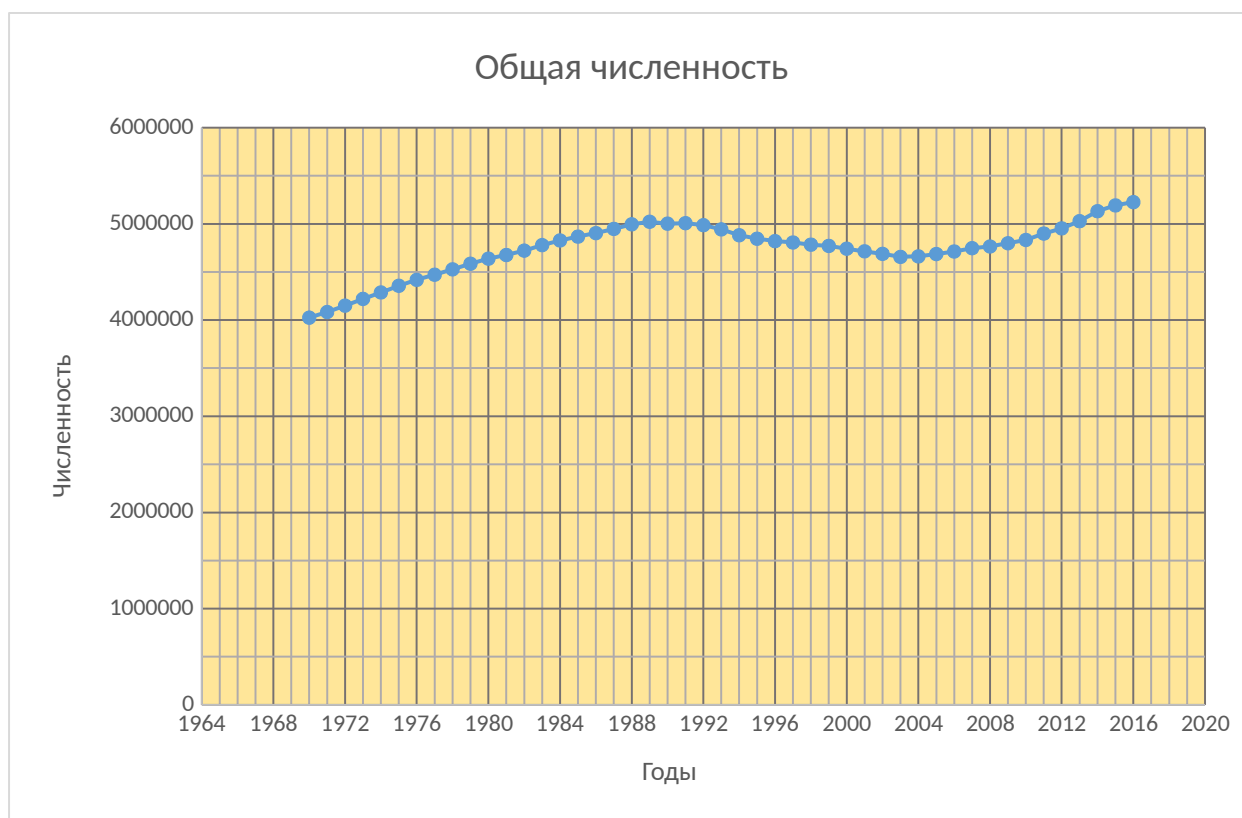


Рис. 1. График динамики численности населения

Анализируя график легко заметить, что в 1990 году численность прекратила расти, а после 1992 года и вовсе начала уменьшаться. Подобные спады могут быть обусловлены множеством внешних факторов. Как было описано во введении общая численность населения складывается из двух

основных параметров, это ЕДН и миграция, в свою очередь эти параметры, при разложении на первостепенные показатели, зачастую бывают нестабильны и могут изменяться в связи с абсолютно разными причинами или процессами, происходящих на той или иной территории. Подробный анализ показал, что в это время оба показателя (ЕДН и миграция) значительно ухудшились. Впервые за долгое время рождаемость начала падать, а показатель смертности расти, в итоге к 1990 году показатель естественного прироста стал отрицательным. Так же в динамике миграционного прироста начался спад, и к 1991 году он тоже стал отрицательным, вследствие чего начала значительно падать численность населения.

1.2 Миграция

Спад в миграции можно увидеть на графике динамики миграционного прироста.



Рис. 2. Динамика миграционного прироста (убыли)

Одним из основных факторов падения динамики миграционного прироста стал ряд нововведений в миграционный процесс:

- «О праве граждан Российской Федерации на свободу передвижения, выбор места пребывания и жительства в пределах Российской Федерации» (от 25 июня 1993 г. № 5242-1);
- «О беженцах» (от 19 февраля 1993 г. № 4529-1);
- «О вынужденных переселенцах» (от 19 февраля 1993 г. № 4531-1);
- Постановление Верховного Совета Российской Федерации (от 22 декабря 1992 г. № 4183-1) объявило вступившим в силу на территории Российской Федерации Закон СССР «О порядке выезда из Союза Советских Социалистических Республик и въезда в Союз Советских Социалистических Республик граждан СССР» (от 20 мая 1991 г. № 2177-1).

В это же время Указом Президента Российской Федерации (от 14 июня 1992 г. № 626) была создана Федеральная миграционная служба (ФМС) России. Такое ведомство впервые образовано в системе федеральных органов исполнительной власти. На ФМС России возлагалось обеспечение формирования и реализации политики Российской Федерации в области миграции населения и координация этой работы в стране[9]. Подобные изменения в тенденции миграции из-за нововведений регистрации граждан можно встретить во многих других городах и странах. Так, например, в США упал миграционный прирост мигрантов из Мексики, при нововведениях в визовый режим страны, что вызвало падение показателя тенденции числа мигрантов [11].

1.3 ЕДН

Можно сделать вывод, что количество миграций резко начало снижаться по причинам, напрямую связанных с нововведениями. Но и не только миграция могла повлиять на подобный спад, ведь общая численность населения складывается не только из миграционного прироста (убыли), но и ЕДН. Для более детального анализа явления спада динамики численности населения, нужно обратить внимание на основные показатели ЕДН, а точнее

на рождаемость и смертность. Стоит отметить, что рождение делится на два пункта: живорождение и мертворождение. В базу рождаемости записываются исключительно живорожденные плоды. "Живорождением является полное изгнание или извлечение продукта зачатия из организма матери вне зависимости от продолжительности беременности, причем плод после такого отделения дышит или проявляет другие признаки жизни, такие, как сердцебиение, пульсация пуповины или произвольные движения мускулатуры, независимо от того, перерезана пуповина и отделилась ли плацента. Каждый продукт такого рождения рассматривается как живорожденный" [9].

Проведем графический анализ таблицу динамики рождений и смертей.

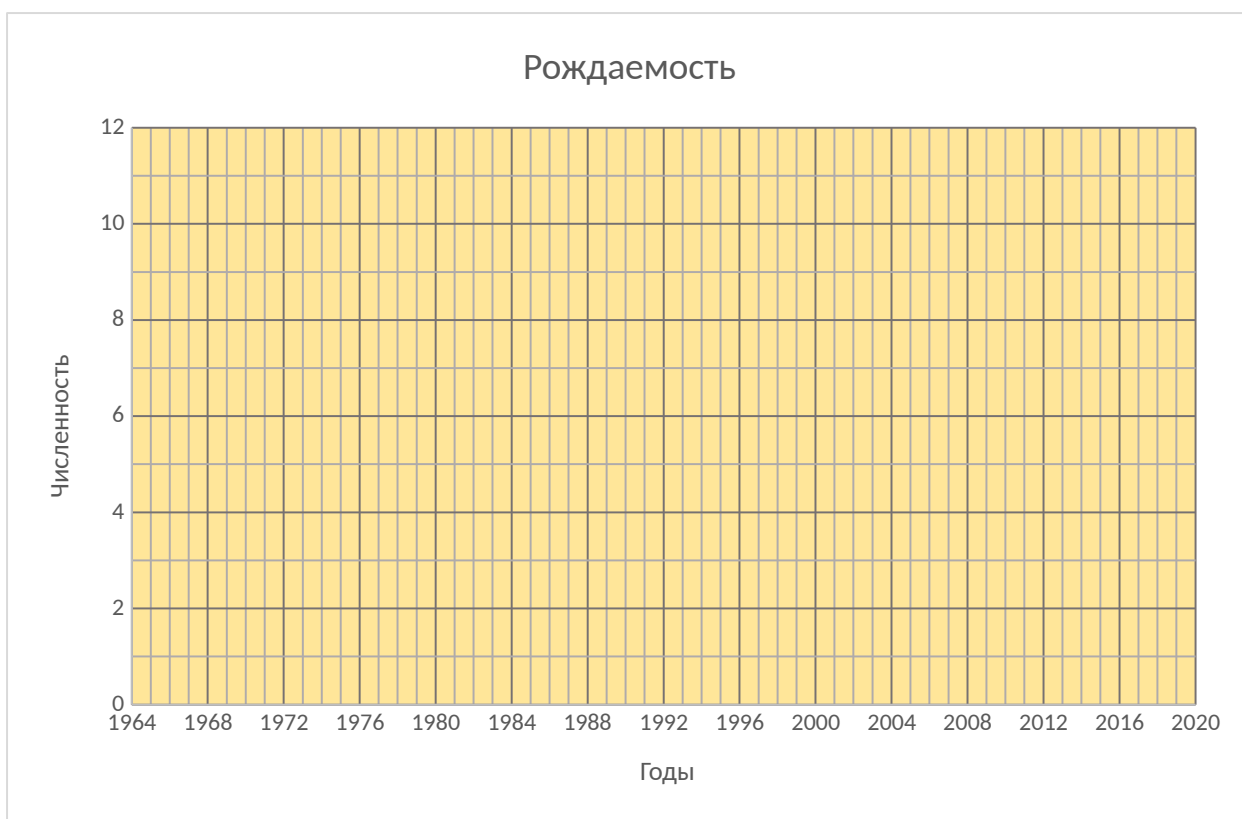


Рис. 3. Динамика рождаемости

В динамике рождаемости так же наблюдается резкий спад с 1987 года, что является не маловажным критерием, для падения общей численности населения. Одновременно с этим спадом наблюдается возрастание уровня смертности (Рис. 4.), что только усиливает спад общей численности

населения. Это связано с изменениями во внутренней политике государства. Самым основным критерием подобного спада многие относят пенсионные изменения [1].

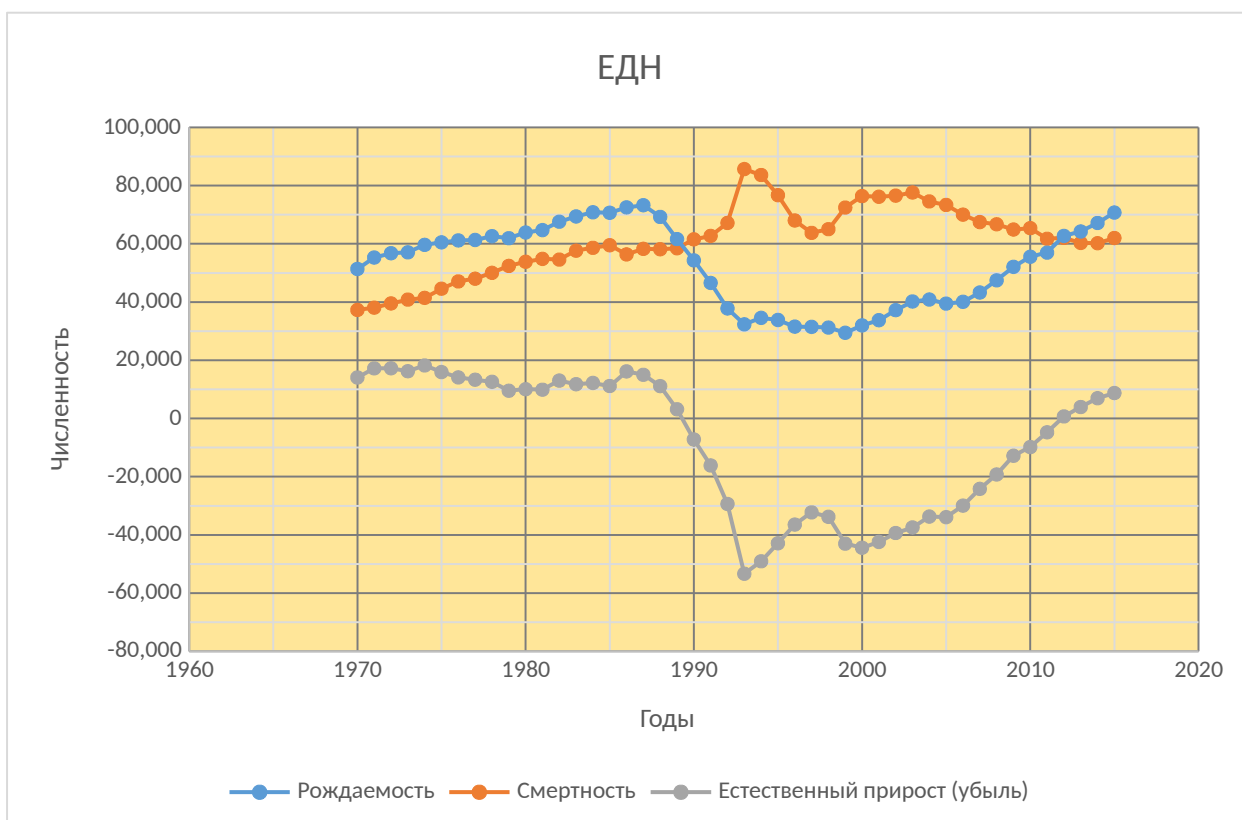


Рис. 4. Динамика ЕДН

На Рис. 4. Можно увидеть динамику ЕДН, которая рассчитывается напрямую разницей между количеством рождений и смертей. Но через некоторый промежуток времени заметно «торможение» демографической ямы, а после и вновь рост численности, рождаемости и спад смертности. Это объясняется снова же политикой государства. Масштабы подобного спада принуждают к кардинальному корректированию сложившейся ситуации [1]. Правительство начинает разрабатывать и реализовывать меры по устранению спада численности. В подобные меры вошли такие как: увеличение пособий на детей, выплаты за рождение второго ребенка, улучшение системы здравоохранения, образования и урегулирование миграционных потоков из стран ближнего зарубежья.

Здравоохранение стало одной из многих наиболее успешных отраслей экономики Петербурга [2]. Эта отрасль обеспечивает Петербургу лидерство в

России. В городе усиливается развитие медицинского туризма и государственно-частного партнерства. Еще в 2012 году петербургские врачи освоили выхаживание младенцев, начиная с 22 недель беременности. С того момента в Санкт-Петербурге вдвое увеличилось количество мест для малышей с экстремально низкой массой тела. После открытия дополнительного отделения по реанимации новорожденных в 2015 году, 1-я городская детская больница стала самым крупным центром по выхаживанию в Европе.

В последние пять лет, как видно по графику, Санкт-Петербург выходит из затяжного кризиса демографии, численность населения растет [2]. Показатель смертности за последние годы снизился на 8,5%. В прошлом родилось рекордное число малышей – 70 725. Ожидаемая продолжительность жизни составила 78 лет у женщин и 69 лет у мужчин. Исходя из этих данных, Петербург входит в четверку лучших в России. «Поколение петербуржцев, появившееся на свет в 2011-2015 годах, будет более многочисленным, чем предыдущие и это самая объективная оценка нашей работы, без статистических загадок и политических ярлыков» отметил Полтавченко.

Учитывая подобные процессы в динамиках, будет сделан краткосрочный прогноз на год, чтобы ориентировочно предположить, как дальше будет вести себя показатель численности населения и тенденция.

Глава 2 Выбор модели прогнозирования

Построение функций для анализируемого временного ряда, характеризующий зависимость значений - это одна из разновидностей моделей для прогнозирования.

Рассмотрим простую модель численности населения на определенной территории [9]. Это модель представлена в практическом пособии, используемом руководством отдела статистики населения Росстата. Так как перепись населения требует больших финансовых затрат, особенно на обширных территориях с огромным количеством населения, а данных

получаемых из источников, таких как, например, ЗАГС или миграционная служба, не хватает для точного составления информации, то сведения о населении в период между переписями получают расчетным путем, основываясь на данных переписи и текущего учета движения населения.

$$S(t+1) = S(t) + B(t) - M(t) + U(t) - V(t),$$

Где $S(t)$ - численность на начало года t ,

$B(t)$ - число родившихся в году t ,

$M(t)$ - число умерших,

$U(t)$ - число прибывших,

$V(t)$ - выбывших из нее в году t .

Подобная модель далека от истины. В ней не учитывается множество факторов. Главной ее проблемой является то, что данные приходят из разных источников, следовательно, могут быть не совсем сопоставимы. Для целостного прогнозирования будут использованы основные общие параметры динамики населения, такие как численность, ЕДН и миграция населения².

Для проверки метода прогнозирования временных рядов проведен пример модели с показателями предыдущих лет. На значениях с 1970 г. по 2013 г. строится модель, проверяется ее точность и пригодность для прогноза.

²Миграция населения – перемещение людей из одного региона (страны) в другой, в ряде случаев большими группами и на большие расстояния [7].

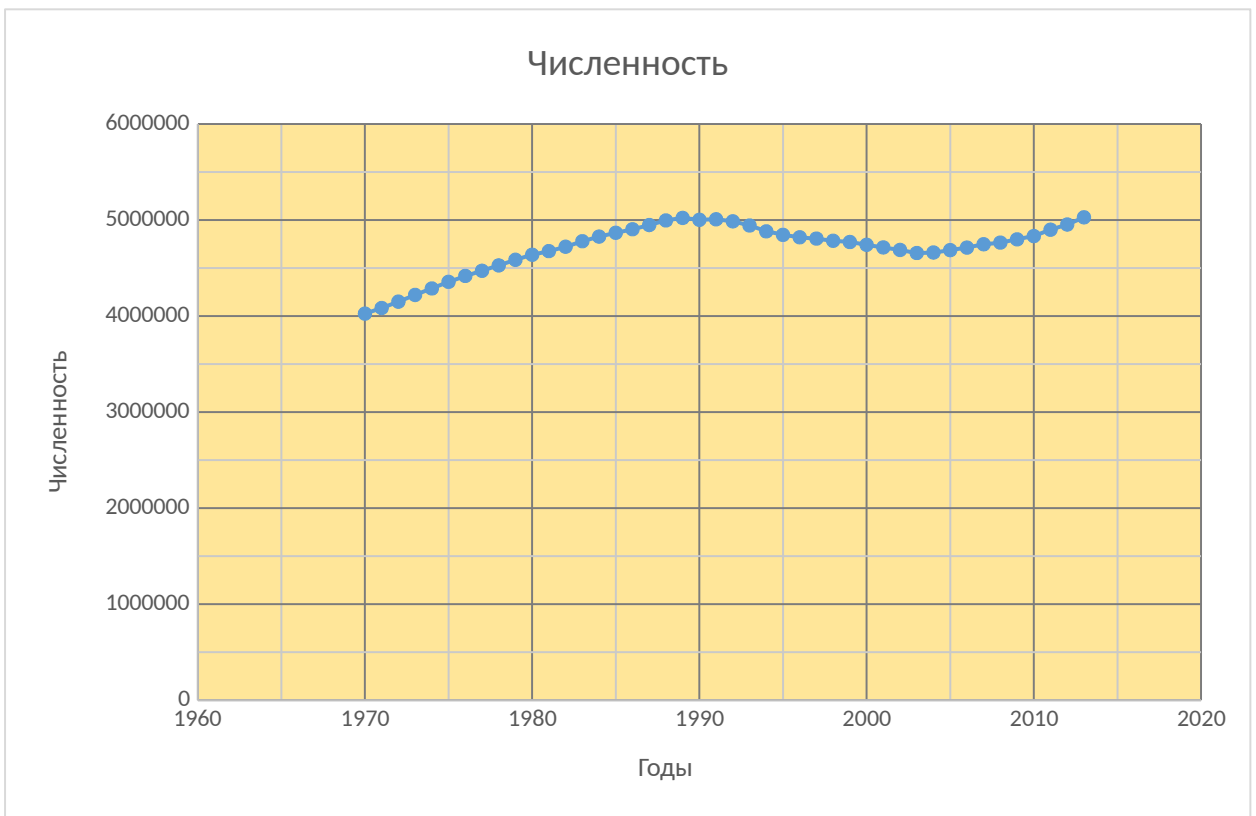


Рис. 5. Численность населения (1970 - 2013 гг.)

2.1 Выбор линии тренда по коэффициенту детерминации

Первым шагом находится наиболее подходящая линия тренда. Линия тренда используется в техническом анализе, для выявления тенденции временного ряда, и представляет собой среднее значение заданных показателей.

Рассмотрим линейную и полиномиальную линию тренда (Рис. 6, Рис. 7.).

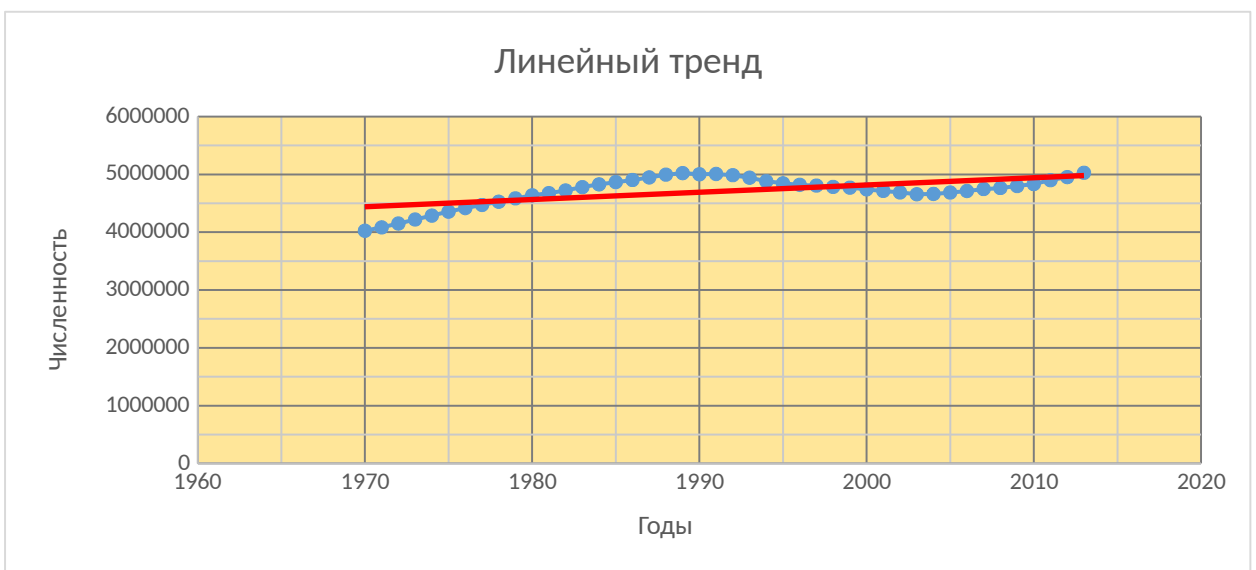


Рис. 6. Линейный тренд для общей численности населения

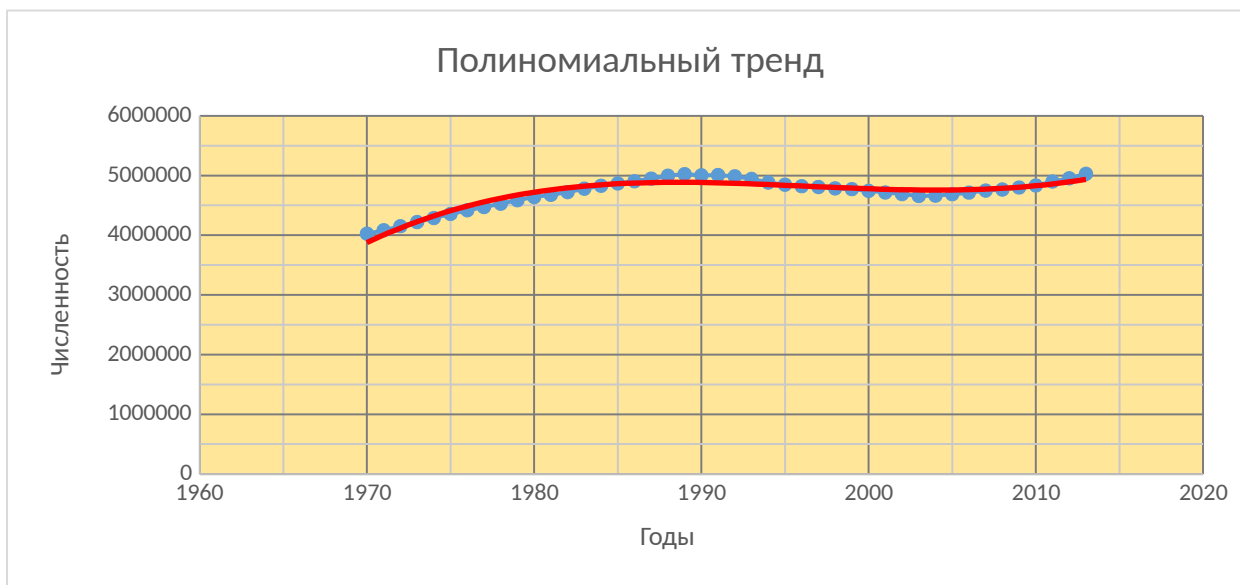


Рис. 7. Полиномиальный тренд для общей численности населения

Для более точного описания тенденции подходит полиномиальная линия тренда. Для оценки качества модели используют коэффициент детерминации R^2 . Коэффициент детерминации определяет долю дисперсии зависимой переменной, объясненную уравнением регрессии [6].

Сначала находится ее коэффициент детерминации [5].

$$R^2 = \frac{Q_R}{Q_R + Q_\varepsilon} \quad (1)$$

где $Q_R = \sum_{t=1}^n (\hat{Y}_t - \hat{Y}_t)^2$ – сумма квадратов, которой обусловлена регрессия,

$Q_\varepsilon = \sum_{t=1}^n \varepsilon_t^2 = \sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t)^2$ – остаточная сумма квадратов, которая характеризует отклонение от регрессии.

Коэффициент детерминации лежит в значениях от -1 до +1. Чем ближе значение коэффициента по модулю к 1, тем теснее связь результативного значения с анализируемыми факторами. Если коэффициент детерминации $R^2 = 0.9$, следовательно, уравнением регрессии объясняется 90% дисперсии результативного значения. Значение коэффициента детерминации является основным критерием оценки качества модели. Чем больше доля объясненной вариации, тем слабее роль остальных факторов, значит модель регрессии хорошо аппроксимирует исходный временной ряд, следовательно,

данной регрессионной моделью можно воспользоваться для построения дальнейших значений результативного показателя.

При подборе разных степеней полинома коэффициент детерминации выше 0,9 становился после 2-й степени полинома. Подставляя в формулу (1) значения, вычисляем. Коэффициент детерминации у линейной трендовой модели равен 0,43.

Степень полинома	R^2
2	0,73
3	0,92
4	0,98
5	0,99

Следовательно, полиномы 3-й, 4-й и 5-й степени лучше аппроксимируют исходные данные.

Анализируемый временной ряд лучше всего описывает полиномиальная трендовая модель.

Полиномиальные линии тренда имеют вид:

Полином 3-ей степени	$y = 69,82x^3 - 5\,725,17x^2 + 143\,975,61x + 3\,736\,754,88$
Полином 4-ей степени	$y = 3,61x^4 - 254,65x^3 + 3\,733,53x^2 + 46\,864,95x + 3\,977\,274,12$
Полином 5-ей степени	$y = -0,08x^5 + 12,22x^4 - 601,21x^3 + 9\,684,98x^2 + 6\,826,31x + 4\,046\,792,12$

Приведены графики реальных значений и модельных на примере 4-ой и 5-ой степени.

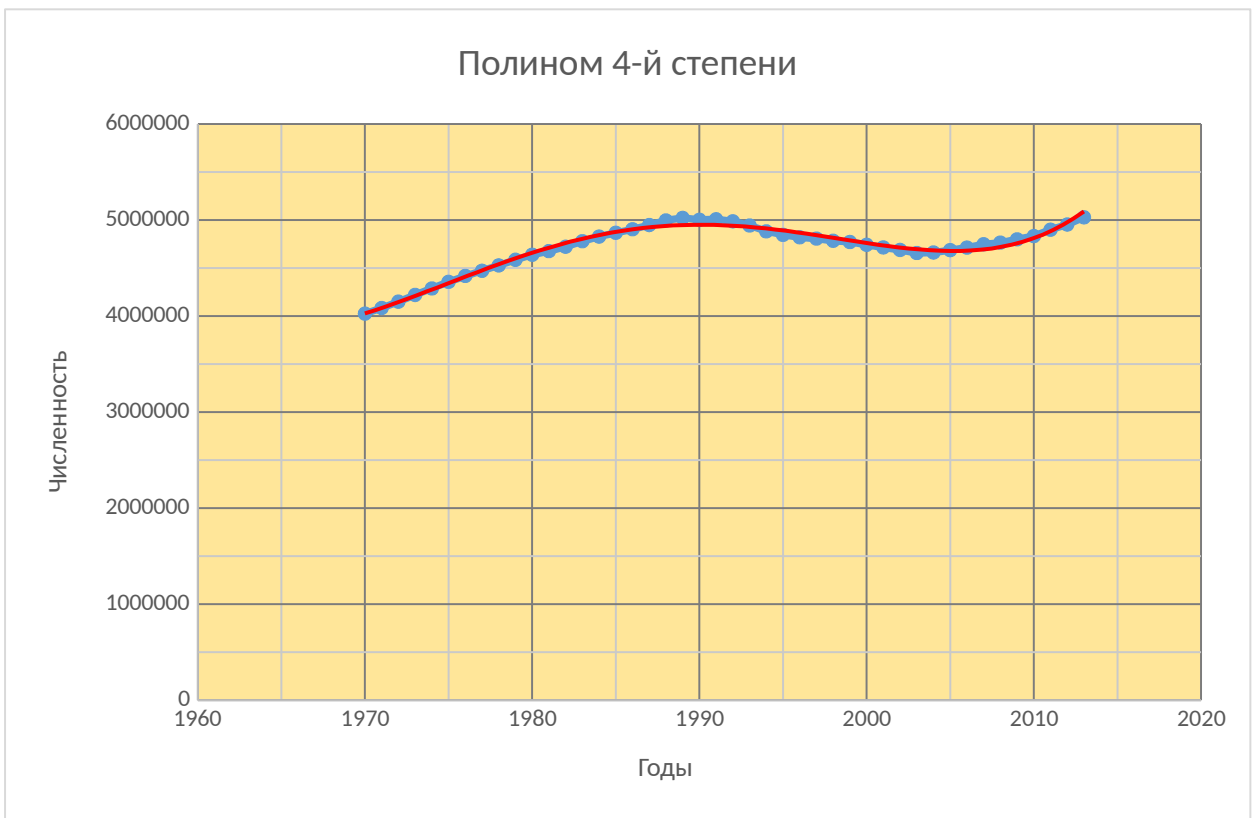


Рис. 8. Полиномиальная линия тренда 4-й степени

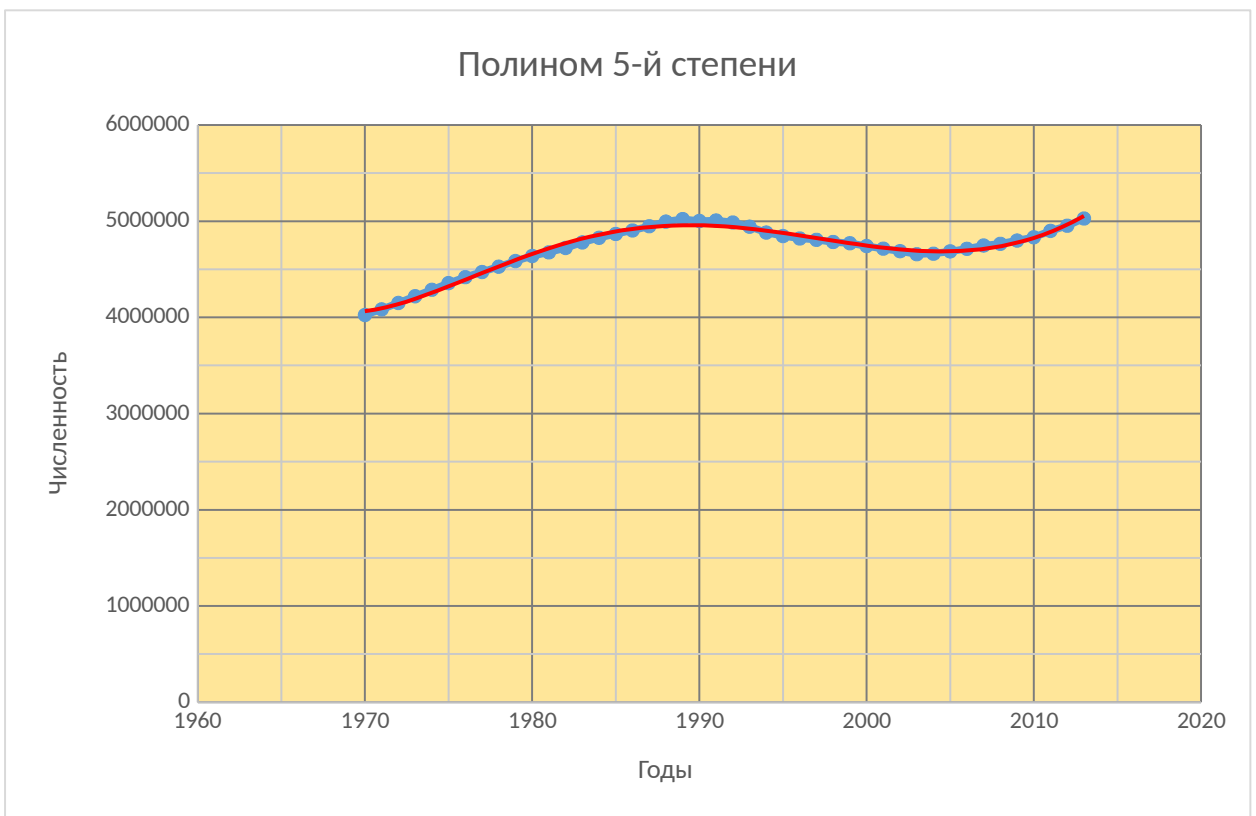


Рис. 9. Полиномиальная линия тренда 5-й степени

2.2 Дисперсия остатков

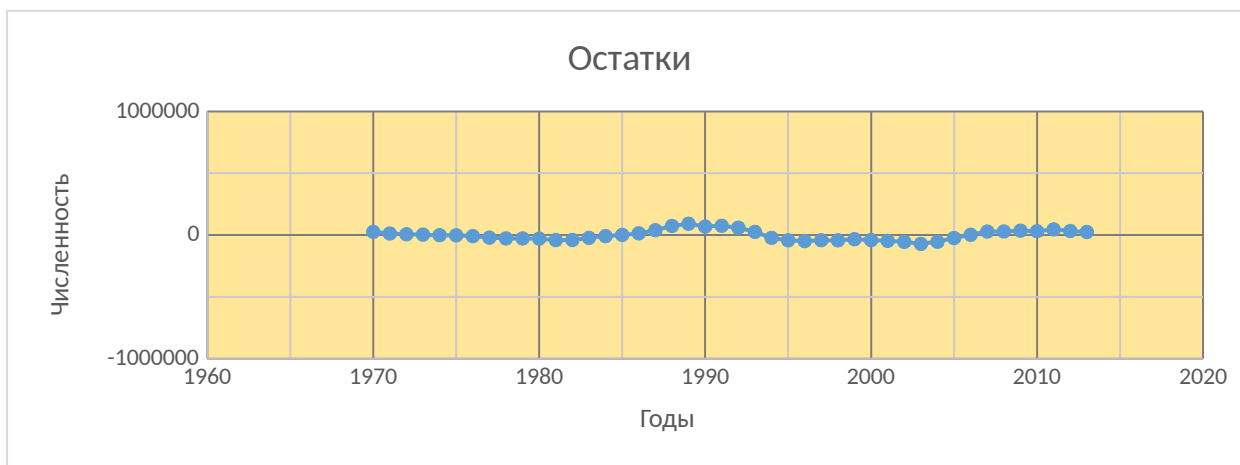


Рис. 10. Остатки

По графику остатков (Рис. 10.), видно, что значения колеблются вокруг нуля.

Еще критерием на адекватность модели, является среднее остатков и дисперсия остатков.

Принято считать, что чем меньше показатель среднего и дисперсии остатков, тем выше качество модели.

Дисперсия остатков [3]

$$S^2 = \frac{\sum_{t=1}^n \varepsilon_i^2}{n} \quad (2)$$

где ε_i^2 — квадрат остатков,

n — число наблюдений.

Среднее остатков[3]

$$M = \frac{\sum_{t=1}^n \varepsilon_i}{n} \quad (3)$$

где ε_i — остатки,

n — число наблюдений.

При подстановке данных в формулу (3) получаем значения:

Среднее остатков	
Полином степени	Значение
3	0,05937860
4	0,02700597864
5	0,1122873959

При подстановке данных в формулу (2) получаем значения:

Дисперсия остатков	
Степень полинома	Значение
3	0,005144185248243 51
4	0,001106904136503 22
5	0,033073693993618 00

Вывод: Графический анализ остатков, на котором видно, что значения колеблются вокруг нуля, и значения среднего и дисперсии остатков, близкие к 0, говорят о том, что модели хорошо описывают реальные данные.

2.3 Критерий Акаике и критерий Шварца

Для выбора наиболее простой модели, но с высокой точностью аппроксимации, используем критерии Акаике (AIC) и Шварца (SC) [3].

Информационный критерий является мерой качества моделей, учитывающей степень приближения модели и ее простоту. Принято считать лучшей по качеству модель, значение критерия для которой меньше [3].

Рассмотрим два информационных критерия. Они широко используются для анализа временных рядов.

1. Критерий Акаике (AIC)

$$AIC = \ln \left(\frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{n} \right) + \frac{2 \cdot k}{n} \quad (4)$$

где n - число наблюдений,

ε_i^2 - квадрат остатков,

k - число степеней свободы.

Особенности критерия:

- «Штрафование» числа параметров ограничивает рост сложности модели;
- Может сравнивать модели только одинаковыми выборками.

2. Критерий Шварца (SC)

$$SC = \ln \left(\frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{n} \right) + \frac{k \cdot \ln n}{n} \quad (5)$$

где n - число наблюдений,

ε_i^2 - квадрат остатков,

k - число степеней свободы.

Байесовский информационный критерий (Schwarz Criterion - SC) используется для выбора модели из класса параметризованных моделей, которые зависят от разного числа параметров. Основное отличие от критерия Акаике заключается в том, что данный критерий налагает штраф на увеличение количества параметров, так как $\ln n$ больше двух уже при восьми наблюдениях.

Особенности критерия:

- Критерий Шварца является возрастающей функцией от числа значений в модели и от остаточной суммы квадратов ошибок модели;
- Используется при длинных выборках данных.

Вычисления по формулам (4) и (5) дали следующий результат:

Критерий Акаике	AIC
Полином 3-й степени	2,30
Полином 4-й степени	2,23
Полином 5-й степени	2,26
Критерий Шварца	SC
Полином 3-й степени	4,0493
Полином 4-й степени	3,930567
Полином 5-й степени	3,921467

Вывод: по критерию Шварца полином 5-й степени выше, а по критерию Акаике 4-й. Для анализа лучше использовать более простую модель, поэтому выберем полином 4-ой степени, следовательно, на основании его будет производиться построение дальнейших значений.

2.4 Проверка точности оценкой MAPE

Для определения точности аппроксимации временных рядов выбрана наиболее популярная оценка MAPE [8].

Показатель MAPE выявляет на сколько велики ошибки по сравнению со значениями ряда.

Принято считать, что при показателях меньше 10%, точность является высокой, если показатель выше 10% и ниже 20%, то точность хорошая, до 50% - удовлетворительная.

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{|Z(t) - \hat{Z}(t)|}{Z(t)} \cdot 100\% \quad (6)$$

где $Z(t)$ – фактическое значение временного ряда,

$\hat{Z}(t)$ – прогнозное значение временного ряда,

N – количество наблюдений.

Вычисления выбранной модели показали следующие результаты оценки на точность аппроксимации общей численности населения в городе. Подставляя значения в формулу (6) получаем:

$$\text{МАРЕ} = 0,005611237 \text{ или } \text{МАРЕ} = 0,5611237 \%$$

Вывод: точность построенной модели дала очень высокий результат.

Глава 3 Выбор модели для прогнозирования

3.1 Проверка модели на реальных данных

Основываясь на выбранном полиноме и зная его коэффициенты, можно выполнить построение дальнейших значений. Вычисления выполняется подстановкой нужных значений, в данном случае используется дата, на которую надо сделать расчет, в переменные с заранее вычисленными коэффициентами выбранного полинома.

Учитывая то, что временной ряд составлен из данных, слабо зависящих друг от друга долгосрочный точный прогноз выполнить достаточно сложно, для того, чтобы минимизировать погрешность отклонения полученных значений от реальных данных, выполним краткосрочный прогноз на год.

На выходе получены значения с 2014 г. по 2016 г.. Сравним их с фактическими.

Год	Численность	
	Полученные значения	Фактические значения
2014	5 244 870	5 131 900
2015	5 410 215	5 191 700
2016	5 604 416	5 225 700

Теперь определим точность полученных значений так же по формуле (6)

$$\text{МАРЕ} = 0,045525 \text{ или } \text{МАРЕ} = 4,5525 \%$$

Вывод: вычисленные значения точности полученных данных меньше 10%, а значит точность является достаточно высокой, следовательно, основываясь на этой модели, можно выполнить прогноз.

3.1 Прогноз на 2017 год

Теперь, узнав достаточно точную модель прогнозирования, построим прогноз на 2017 год, используя модель $y = 69,82x^3 - 5\,725,17x^2 + 143\,975,61x + 3\,736\,754,88$.

Согласно выбранной и построенной модели прогноза, значение численности населения города Санкт-Петербурга на январь 2017 года будет равно 5 829 974 человек.

Заключение

Цели и задачи, поставленные в данной работе, были выполнены. Проведен анализ временного ряда, составленного из значений показателя численности населения города Санкт-Петербурга за период 1970 г. по 2016 г. Построены пять полиномиальных моделей, описывающих динамику показателя численности за период с 1970 г. по 2013 г. Произведен анализ коэффициентов детерминации. Чем выше степень полинома, тем лучше показатель коэффициента детерминации. Более высокий коэффициент детерминации говорит о хорошем качестве аппроксимации модели. По коэффициенту детерминации определены три модели, наилучшим образом аппроксимирующие данные - полиномиальные модели 3-й, 4-й и 5-й степени. Для этих моделей проведен анализ остатков по графикам, значениям среднего и дисперсии. Графический анализ остатков, на котором видно, что значения колеблются вокруг нуля, и значения среднего и дисперсии остатков, близкие к 0, говорят о том, что модели хорошо описывают реальные данные. Выбор лучшей модели для прогнозирования осуществлен по критериям Акайке и Шварца. Чем меньше значения критерия, тем лучше модель. Из вычислений следует, что лучше для прогноза подходит полином 4-й степени, следовательно, на основании его будут производиться вычисления. Рассчитана точность аппроксимации модели за период с 1970 г. по 2013 г. и точность модели на проверочной выборке за период с 2014 г. по 2016 г. Оценка точности аппроксимации временного ряда составила менее 1%, что говорит о хорошем выборе модели. Оценка точности модельных значений составила меньше 5 %, следовательно, прогнозные данные будут иметь хорошую точность.

На основе этого метода был выполнен прогноз на 2017 год. В итоге, согласно прогнозу, численность населения в Санкт-Петербурге на январь 2017 года составит 5 829 974 человек, а тенденция останется положительной и возрастающей.

Список литературы

1. Бессчетнова О. В. Социология // Вестник ЧелГУ, 2011, Вып. 44, С 126-132.
2. Губернатор Петербурга: В городе всем хватает льготных лекарств и врачей. <http://doctorpiter.ru/articles/14117/>
3. И. И. Елисеева, С. В. Курышева, Т. В. Костеева и др. Эконометрика. Под ред. И. И. Елисеевой. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.; Финансы и статистика, 2005. – 576с.: ил
4. Короленко А. В. Основные черты современного демографического кризиса в России и пути его преодоления // Проблемы развития теории, 2014., Вып. 2 (70). С. 79-83.
5. Коэффициент детерминации <http://univer-nn.ru/ekonometrika/koefficient-determinacii/>
6. Мельников Р. М. Эконометрика. Учебное пособие. 2014. 288с.
7. Миграция, диаспоры и проблемы этнических меньшинств. http://nicbar.ru/etnopolitologia_10.htm
8. Основные оценки точности прогнозирования временных рядов <http://www.mbureau.ru/blog/osnovnye-ocenki-tochnosti-prognozirovaniya-vremennyh-ryadov>
9. Практическое инструктивно-методологическое пособие по демографической статистике утвержденное заместителем руководителя Росстата, А.Е. Суринов, от 7 января 2007
10. Стратегия экономического и социального развития Санкт-Петербурга на период до 2030 года. http://spbstrategy2030.ru/?page_id=102
11. Harriett D. Romo, Olivia Mogollon-Lopez. Mexican Migration to the United States: Perspectives from Both Sides of the Border. University of Texas Press. First edition. 2016.

Приложение

Таблица 1. Численность населения с 1970 г. по 2016 г..

Годы	Численность
1970	4025000
1971	4083400
1972	4149900
1973	4219800
1974	4287000
1975	4356200
1976	4417900
1977	4471300
1978	4527200
1979	4585800
1980	4638300
1981	4676000
1982	4721900
1983	4779200
1984	4827400
1985	4867200
1986	4903800
1987	4947800
1988	4995600
1989	5022000
1990	5002400
1991	5007500
1992	4986400
1993	4942900
1994	4881600
1995	4845400
1996	4820200
1997	4806600
1998	4784000
1999	4770900
2000	4741900
2001	4714800
2002	4688400
2003	4656500
2004	4662000
2005	4686500
2006	4712900
2007	4747500
2008	4764900
2009	4798700
2010	4832800
2011	4899300
2012	4953200
2013	5028000
2014	5131900

2015	5191700
2016	5225700

Таблица 2. Значения тренда

Годы	значения тренда (степень полинома)		
	3	4	5
1970	3858087,49	3998882,89	4074157
1971	3991229,97	4070810,03	4096992
1972	4112934,01	4112934,01	4143542
1973	4223664,97	4223664,97	4216246
1974	4323888,21	4323888,21	4288149
1975	4414069,09	4414069,09	4358540
1976	4494672,97	4494672,97	4426767
1977	4566165,21	4566165,21	4492239
1978	4629011,17	4629011,17	4554426
1979	4683676,21	4683676,21	4612857
1980	4730625,69	4730625,69	4667122
1981	4770324,97	4770324,97	4716874
1982	4803239,41	4803239,41	4761823
1983	4829834,37	4829834,37	4801741
1984	4850575,21	4850575,21	4836461
1985	4865927,29	4865927,29	4865875
1986	4876355,97	4876355,97	4889936
1987	4882326,61	4882326,61	4908659
1988	4884304,57	4884304,57	4922118
1989	4882755,21	4882755,21	4930447
1990	4878143,89	4878143,89	4933842
1991	4870935,97	4870935,97	4932558
1992	4861596,81	4861596,81	492691

			2
1993	4850591,77	4850591,77	491728 1
1994	4838386,21	4838386,21	490410 0
1995	4825445,49	4825445,49	488786 9
1996	4812234,97	4812234,97	486914 6
1997	4799220,01	4799220,01	484854 8
1998	4786865,97	4786865,97	482675 4
1999	4775638,21	4775638,21	480450 6
2000	4766002,09	4766002,09	478260 2
2001	4758422,97	4758422,97	476190 3
2002	4753366,21	4753366,21	474333 0
2003	4751297,17	4751297,17	472786 4
2004	4752681,21	4752681,21	471654 8
2005	4757983,69	4757983,69	471048 4
2006	4767669,97	4767669,97	471083 5
2007	4782205,41	4782205,41	471882 4
2008	4802055,37	4802055,37	473573 5
2009	4827685,21	4827685,21	476291 2
2010	4859560,29	4859560,29	480176 1
2011	4898145,97	4898145,97	485374 7
2012	4943907,61	4943907,61	492039 5
2013	4997310,57	4997310,57	500329 2
2014	5058820,21	5058820,21	510408 4
2015	5128901,89	5128901,89	522447 9
2016	5208020,97	5208020,97	536624 4

Таблица 3. Степени своды и число наблюдений

Степени свободы		
3	4	5
41	40	39
Число наблюдений		
44		

Таблица 4. Остатки

Годы	остатки		
	3	4	5
1970	166912,51	26117,11	-49156,83
1971	92170,03	12589,97	-13591,96
1972	36965,99	6357,99	13996,41
1973	-3864,97	3554,09	32520,46
1974	-36888,21	-1149,29	39143,17
1975	-57869,09	-2340,19	41492,72
1976	-76772,97	-8867,13	32676,89
1977	-94865,21	-20939,11	14197,46
1978	-101811,17	-27225,61	-1135,39
1979	-97876,21	-27056,59	-11388,68
1980	-92325,69	-28822,49	-23892,23
1981	-94324,97	-40874,23	-46124,26
1982	-81339,41	-39923,21	-54096,99
1983	-50634,37	-22541,31	-43842,24
1984	-23175,21	-9060,89	-35297,03
1985	1272,71	1325,21	-27389,18
1986	27444,03	13863,67	-14722,91
1987	65473,39	39140,69	13335,56
1988	111295,43	73481,99	53072,41
1989	139244,79	91552,81	79040,62
1990	124256,11	68557,91	66274,37
1991	136564,03	74941,57	85003,44
1992	124803,19	59487,59	83767,61
1993	92308,23	25619,29	65731,06
1994	43213,79	-22500,49	34796,77
1995	19954,51	-42469,39	33120,92
1996	7965,03	-48945,53	45827,29
1997	7379,99	-41947,51	72721,66
1998	-2865,97	-42754,41	92406,21
1999	-4738,21	-33605,79	122593,92
2000	-24102,09	-40701,69	137122,97
2001	-43622,97	-47102,63	153071,14
2002	-64966,21	-54929,61	168570,21
2003	-94797,17	-71364,11	176820,36
2004	-90681,21	-54548,09	220204,57
2005	-71483,69	-23983,99	279903,02
2006	-54769,97	2065,27	338507,49

2007	-34705,41	28676,29	402135,76
2008	-37155,37	29165,19	445346,01
2009	-28985,21	35787,61	501851,22
2010	-26760,29	31038,71	555833,57
2011	1154,03	45553,17	639858,84
2012	9292,39	32805,19	709590,81
2013	30689,43	24708,49	799405,66
2014	73079,79	27816,31	918606,37
2015	62798,11	-32778,59	995337,12
2016	17679,03	-140543,93	1049497,69

Таблица 5. Квадрат остатков

Годы	квадрат остатков		
	3	4	5
1970	27859785994,5 0	682103434,75	2416393935,65
1971	8495314430,20	158507344,60	184741376,64
1972	1366484416,68	1366484416,68	40424036,84
1973	14937993,10	14937993,10	12631555,73
1974	1360740037,00	1360740037,00	1320867,50
1975	3348831577,43	3348831577,43	5476489,24
1976	5894088922,62	5894088922,62	78625994,44
1977	8999408068,34	8999408068,34	438446327,59
1978	10365514336,7 7	10365514336,77	741233839,87
1979	9579752483,96	9579752483,96	732059062,43
1980	8524033033,98	8524033033,98	830735929,80
1981	8897199965,50	8897199965,50	1670702678,09
1982	6616099619,15	6616099619,15	1593862696,70
1983	2563839425,30	2563839425,30	508110656,52
1984	537090358,54	537090358,54	82099727,59
1985	1619790,74	1619790,74	1756181,54
1986	753174782,64	753174782,64	192201345,87
1987	4286764798,09	4286764798,09	1531993613,68
1988	12386672738,8 8	12386672738,88	5399602854,36
1989	19389111542,1 4	19389111542,14	8381917018,90
1990	15439580872,3 3	15439580872,33	4700187023,57
1991	18649734289,8 4	18649734289,84	5616238914,06
1992	15575836234,1 8	15575836234,18	3538773364,01
1993	8520809325,73	8520809325,73	656348020,10
1994	1867431646,16	1867431646,16	506272050,24

1995	398182469,34	398182469,34	1803649086,97
1996	63441702,90	63441702,90	2395664906,98
1997	54464252,40	54464252,40	1759593595,20
1998	8213784,04	8213784,04	1827939574,45
1999	22450634,00	22450634,00	1129349121,52
2000	580910742,37	580910742,37	1656627568,86
2001	1902963511,62	1902963511,62	2218657752,92
2002	4220608441,76	4220608441,76	3017262054,75
2003	8986503440,01	8986503440,01	5092836196,09
2004	8223081847,06	8223081847,06	2975494122,65
2005	5109917936,02	5109917936,02	575231776,32
2006	2999749613,80	2999749613,80	4265340,17
2007	1204465483,27	1204465483,27	822329608,16
2008	1380521519,84	1380521519,84	850608307,74
2009	840142398,74	840142398,74	1280753029,51
2010	716113120,88	716113120,88	963401518,46
2011	1331785,24	1331785,24	2075091297,05
2012	86348511,91	86348511,91	1076180490,94
2013	941841113,72	941841113,72	610509478,08
2014	5340655706,44	5340655706,44	773747102,02
2015	3943602619,57	3943602619,57	1074435962,39
2016	312548101,74	312548101,74	19752596259,8 4

Таблица 6. Промежуточные вычисления для MAPE в период с 1970 г. по 2013 г.

$ Z(t) - \hat{Z}(t) $	$\frac{ Z(t) - \hat{Z}(t) }{Z(t)}$	SUM
2621,56	0,000651	0,246894
558,7	0,000137	
5012,4	0,001208	
10703,04	0,002536	
11637,88	0,002715	
13654,94	0,003135	
8305,6	0,00188	
4245,4	0,000949	
12319,96	0,002721	
14926,62	0,003255	
20160,56	0,004347	
36103,6	0,007721	
39224,2	0,008307	
25877,46	0,005415	
16205,12	0,003357	
9235,56	0,001898	
416,2	8,49E-05	

23448,5	0,004739
56273,04	0,011265
73614,88	0,014658
50712,44	0,010138
58017,5	0,011586
44295,2	0,008883
12924,04	0,002615
32004,12	0,006556
48184,06	0,009944
50397,2	0,010455
38811,6	0,008075
34881,96	0,007291
21049,62	0,004412
23742,56	0,005007
26275,4	0,005573
31049,4	0,006623
45552,46	0,009783
28259,12	0,006062
969,44	0,000207
23485,4	0,004983
43954,3	0,009258
35255,04	0,007399
29179,88	0,006081
7734,44	0,0016
1037,7	0,000212
37978	0,007667
77966,96	0,015507

Таблица 7. Промежуточные вычисления для MAPE в период с 2014 г. по 2016 г..

$ Z(t) - \hat{Z}(t) $	$\frac{ Z(t) - \hat{Z}(t) }{Z(t)}$	SUM
112970,1	0,022013	0,136574443
218515,1	0,042089	
378716	0,072472	