

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ – ПРОЦЕССОВ УПРАВЛЕНИЯ
КАФЕДРА МОДЕЛИРОВАНИЯ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Выпускная квалификационная работа специалиста
Петрова Алексея Николаевича

**Оптимизационная модель реализации
геополитического проекта с учетом
коррупционного фактора**

Специальность 010501

Прикладная математика и информатика

Заведующий кафедрой,
доктор физ.-мат. наук,
профессор

Малафеев О.А.

Научный руководитель,
доктор физ.-мат. наук,
профессор

Малафеев О.А.

Рецензент,
доктор физ.-мат. наук,
доцент

Пичугин Ю.А.

Санкт-Петербург

2016

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
Глава 1. Построение оптимизационной модели расчета оптимального управления для задачи распределения ресурсов между двумя подпроектами геополитического проекта с участием одного геополитического актора.....	5
1.1 Постановка задачи распределения ресурсов между двумя подпроектами геополитического проекта	5
1.2 Схема решения задачи распределения ресурсов между двумя подпроектами геополитического проекта методом динамического программирования	8
1.3 Численный пример расчета оптимального управления для задачи распределения ресурсов между двумя подразделениями геополитического проекта с одним геополитическим актором и учетом коррупционных убытков	12
Глава 2. Компромиссное решение задачи распределения ресурсов с участием 4-х геополитических акторов.....	15
2.1 Постановка задачи распределения ресурсов с участием 4-х геополитических акторов	15
2.2 Алгоритм нахождения компромиссного решения в задаче распределения ресурсов	16
2.3 Оптимальный план распределения ресурсов для каждого из геополитических акторов на первом этапе.....	18
2.4 Оптимальный план распределения ресурсов для каждого из геополитических акторов на втором этапе.....	21
2.5 Оптимальный план распределения ресурсов для каждого из геополитических акторов на третьем этапе.....	23

2.6	Расчет разности доходов геополитических акторов на оптимальной траектории и всеми допустимыми траекториями.....	25
2.7	Расчет компромиссного решения в задаче распределения ресурсов с участием 4-х геополитических акторов.....	54
	Заключение.....	55
	Список литературы.....	56

ВВЕДЕНИЕ

Геополитическая структура, состоящая из нескольких геополитических акторов, планирует реализовать геополитический проект, например, постройки газового и нефтяного трубопровода с минимальными издержками, при этом получаемый на промежуточных этапах доход будет инвестироваться опять же в данный проект, с перераспределением в два подпроекта. Для этого доход и основные ресурсы следует привести к одному эквиваленту (например, к деньгам).

В выпускной квалификационной работе построена оптимизационная модель, в рамках которой ресурсы, вложенные в геополитический проект, распределяются между двумя подпроектами в течение конечного времени, которое предполагается дискретным. Первый подпроект геополитического проекта отвечает за постройку нефтяного трубопровода, а второй подпроект геополитического проекта за постройку газового трубопровода соответственно. Геополитический проект выполняется в течение конечного числа этапов, каждый из которых соответствует проведению нефтяного и газового трубопровода через очередной политически и экономически самостоятельный регион. После этого подпроекты начинают приносить доход. По завершении каждого этапа происходит перераспределение ресурсов между подпроектами. Возникает альтернатива: какое количество ресурсов вложить в постройку нефтяного трубопровода, а какое в постройку газового трубопровода. В зависимости от выбора получается определенный доход и возникает некоторое значение коррупционного фактора. Весь доход от продажи нефти и газа странам, подключенным к трубопроводам, вкладывается на каждом этапе в дальнейшую реализацию геополитического проекта.

Ставится задача максимизации дохода от реализации геополитического проекта.

Глава 1. Построение оптимизационной модели расчета оптимального управления для задачи распределения ресурсов между двумя подпроектами геополитического проекта с участием одного геополитического актора

1.1 Постановка задачи распределения ресурсов между двумя подпроектами геополитического проекта

Имеется начальное количество ресурсов Z_0 , которое распределяется между двумя подпроектами геополитического проекта (постройки газового и нефтяного трубопровода). Данные ресурсы при вложении в подпроекты I и II приносят определенный доход. Количество ресурсов, которое вкладывается в подпроект I, за один этап приносит доход $f(x)$, при этом оно частично тратится, так что к концу этапа от него остается остаток, равный $\varphi(x)$:

$$\varphi(x) \leq x$$

Аналогично, количество ресурсов, которое вкладывается в подпроект II, приносит за один этап доход $g(y)$ и уменьшается до $\psi(y)$:

$$\psi(y) \leq y$$

Количество ресурсов, вкладываемое в подпроекты неотрицательно:

$$x \geq 0; y \geq 0$$

Пусть W -доход геополитического актора от обоих подпроектов I и II за весь период. Данная задача делится на m этапов, каждый из которых соответствует проведению нефтяного и газового трубопровода через очередной политически и экономически самостоятельный регион.

В зависимости от целей, данная задача может ставиться различным образом, с разными критериями W . В данной квалификационной работе рассматривается случай, когда доход вкладывается в геополитический проект постройки нефтяного и газового трубопровода полностью, причем максимизируется доход геополитического актора после m -го этапа.

Вводим две функции

$$F_i(x), G_i(y) \quad (1)$$

показывающие, какое количество ресурсов будет получено в конце i -го этапа, после вложения в начале данного этапа количество ресурсов x в первый подпроект геополитического проекта (постройку нефтяного трубопровода) и y во второй подпроект (постройку газового трубопровода). Назовем функции $F_i(x), G_i(y)$ “функциями изменения ресурсов” на i -м этапе. Заметим, что возможно любое из соотношений:

$$F_i(x) < x; F_i(x) = x; F_i(x) > x$$

(аналогично для $G_i(x)$).

На графе оптимизационной модели задается функция K , соответствующая величине убытка от коррупции в каждой вершине (на i -м этапе).

$$\text{При этом } K_i(x, y) < \frac{1}{2}(F_i(x) + G_i(y))$$

Рассматривается плоскость, соответствующая данной задаче (рис.1). По оси абсцисс откладывается количество ресурсов, вкладываемое в подпроект I; по оси ординат Oy – количество ресурсов, вкладываемое в подпроект II. Плоскостью будет весь первый квадрант xOy (ресурсы могут не только уменьшаться, но и расти). Траектория

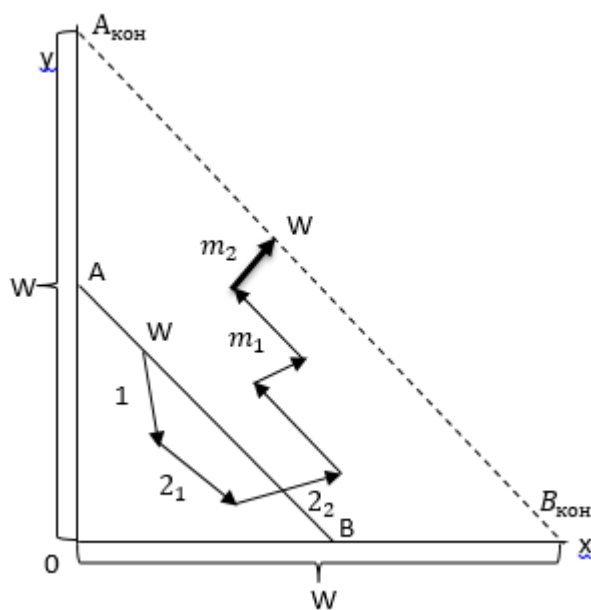


Рис.1

состоит из ряда звеньев; каждому этапу (кроме первого) соответствует пара звеньев: первое – “перераспределение ресурсов”, когда точка S перемещается параллельно AB ; второе – “трата и приобретение ресурсов”, на котором точка S может двигаться в любом направлении. Получение “окончательного дохода” W связано только с одним, самым последним, звеном m_2 , которое на рис.1 выделено жирной стрелкой.

В данном случае значение критерия W непосредственно видно на чертеже- это сумма абсциссы и ординаты точки $S_{\text{кон}}$, соответствующей конечному состоянию системы. Таким образом, задача оптимального управления формулируется так: необходимо выбрать такую траекторию точки в плоскости, чтобы она в результате m -го шага оказалась на прямой $A_{\text{кон}}B_{\text{кон}}$, параллельной AB и была от начала координат как можно дальше. Значение критерия W изображается отрезком, отсекаемым на каждой из осей прямой $A_{\text{кон}}B_{\text{кон}}$.

1.2 Схема решения задачи распределения ресурсов между двумя подпроектами геополитического проекта методом динамического программирования

На функции $F_i(x), G_i(x)$ пока не накладывается никаких ограничений.

1. Фиксируется доход, полученный в результате выбора управления на $(m-1)$ -м шаге Z_{m-1} . Оптимальное управление $x_m^*(Z_{m-1})$ -то, при котором доход геополитического актора будет максимальным, после m -го шага

$$w_m(Z_{m-1}) = Z_m(Z_{m-1})$$

Но, учитывая формулы (1), записывается

$$w_m(Z_{m-1}) = F_m(x_m) + G_m(Z_{m-1} - x_m) \quad (2)$$

Учитывая коррупционные убытки

$$w_m(Z_{m-1}) = F_m(x_m) + G_m(Z_{m-1} - x_m) - K_m(x_m, (Z_{m-1} - x_m))$$

Оптимальное управление на m -м шаге $x_m^*(Z_{m-1})$ найдется из условия

$$W_m^*(Z_{m-1}) = \max_{0 \leq x_m \leq Z_{m-1}} \{F_m(x_m) + G_m(Z_{m-1} - x_m) - K_m(x_m, (Z_{m-1} - x_m))\} \quad (3)$$

2. Фиксируется доход $(m-2)$ -го шага Z_{m-2} . Оптимальное управление $x_{m-1}^*(Z_{m-2})$ находится из условия

$$W_{m-1,m}^*(Z_{m-2}) = \max_{0 \leq x_{m-1} \leq Z_{m-2}} \{W_m^*(F_{m-1}(x_{m-1}) + G_{m-1}(Z_{m-2} - x_{m-1}) - K_{m-1}(x_{m-1}, (Z_{m-2} - x_{m-1})))\} \quad (4)$$

и т.д.

3. Фиксируется Z_{i-1} . Оптимальное управление $x_i^*(Z_{i-1})$ находится из условия

$$W_{i,i+1,\dots,m}^*(Z_{i-1}) = \max_{0 \leq x_i \leq Z_{i-1}} \{W_{i+1,\dots,m}^*(F_i(x_i) + G_i(Z_{i-1} - x_i) - K_i(x_i, (Z_{i-1} - x_i)))\} \quad (5)$$

и т.д.

4. Оптимальное управление на первом шаге x_1^* и максимальное значение дохода W^* находится из условия

$$W^* = W_{1,2,\dots,m}^*(Z_{i-1}) = \max_{0 \leq x_1 \leq Z_0} \{W_{2,\dots,m}^*(F_1(x_1) + G_1(Z_0 - x_1) - K_1(x_1, (Z_0 - x_1)))\}.$$

5. Доход первого шага при оптимальном управлении:

$$Z_1^* = F_1(x_1^*) + G_1(Z_0 - x_1^*) - K_1(x_1, (Z_0 - x_1))$$

Оптимальное управление на втором шаге:

$$x_2^* = x_2^*(Z_1^*)$$

В результате второго шага при оптимальном управлении:

$$Z_2^* = F_2(x_2^*) + G_2(Z_1^* - x_2^*) - K_2(x_2^*, (Z_1^* - x_2^*))$$

и т.д. до последнего шага.

Такова схема решения задачи методом динамического программирования при любом виде функций изменения ресурсов $F_i(x), G_i(y)$. Однако, если на эти функции наложить некоторые ограничения, эта схема может быть сильно упрощена.

Предполагается, что все функции

$$F_i(x), G_i(y) (i=1, \dots, m)$$

представляют собой неубывающие функции своих аргументов (т.е. что при увеличении количества вложенных ресурсов доход не может уменьшиться).

При этих условиях максимальный выигрыш на последнем шаге есть неубывающая функция от исхода каждого шага.

Рассматривается максимальный доход при условии, что доход в конце $(i-1)$ -го этапа равен Z_{i-1} . Доход от реализации геополитического проекта выплачивается только на последнем этапе. Обозначается он таким образом:

$$W_{i,i+1,\dots,m}^*(Z_{i-1})$$

Нужно доказать, что эта функция неубывающая. Доказательство ведется методом полной индукции, но не от i к $i+1$, как это делается обычно, а наоборот, от $i+1$ к i (в соответствии с “обратным” ходом процесса динамического программирования).

Предполагается, что доказываемое свойство справедливо для $i+1$, т.е. функция

$$W_{i+1,\dots,m}^*(Z_i)$$

есть неубывающая функция своего аргумента Z_i . Это означает, что чем больше доход к исходу i -го шага, тем больше будет доход в конце. Доказывается, что тогда неубывающей функцией будет и

$$W_{i,i+1,\dots,m}^*(Z_{i-1})$$

Действительно, согласно формуле (5), $W_{i,i+1,\dots,m}^*(Z_{i-1})$ представляет собой максимум выражения

$$W_{i,i+1,\dots,m}^*(F_i(x_i) + G_i(Z_{i-1} - x_i) - K_i(x_i, (Z_{i-1} - x_i))) \quad (6)$$

Теперь рассмотрим выражение (6). Нужно показать, что оно является неубывающей функцией Z_{i-1} . Тогда будет ясно, что и ее максимальное значение $W_{i,i+1,\dots,m}^*(Z_{i-1})$ с увеличением Z_{i-1} убывать не может.

Фиксируется какое-то значение Z_{i-1} . Пусть для этого значения Z_{i-1} выражение (6) достигает максимума по x_i , равного $W_{i,i+1,\dots,m}^*(Z_{i-1})$ при определенном управлении (распределении ресурсов) x_i^* . Теперь величине Z_{i-1} придается некоторое положительное приращение ΔZ_i . Образуется некоторый избыток ресурсов, который можно распределить между подпроектами I и II, увеличив количество ресурсов, вложенных либо в один, либо в другой подпроект геополитического проекта, либо в тот и другой сразу. Так как функции $F_i(x), G_i(y)$ неубывающие, а функция коррупционных убытков K_i не может превышать половины суммы $F_i(x_i) + G_i(Z_{i-1} - x_i)$, то от такого “добавления” ресурсов каждое из слагаемых под знаком функции (6) может только увеличиться, значит, и их сумма может только увеличиться, а не стать меньше.

Рассмотрим что будет с функцией (6). Согласно допущению это неубывающая функция, значит, и при увеличении Z_{i-1} она уменьшаться не может. Значит, переход от $i+1$ к i доказан.

Теперь доказывается, что данное свойство справедливо для $i+1=m$, т.е. для последнего шага. Доход на последнем шаге при оптимальном управлении представляет собой максимум выражения

$$F_m(x_m) + G_m(Z_{m-1} - x_m) - K_m(x_m, (Z_{m-1} - x_m))$$

и есть неубывающая функция от Z_{m-1} (это только что было показано для любого значения i , а значит, и для $i=m$). Таким образом, $W_{i,i+1,\dots,m}^*(Z_{i-1})$ -неубывающая функция, что и нужно было доказать.

Из доказанного вытекают рекомендации по оптимальному управлению. Если окончательный доход W_m^* представляет собой неубывающую функцию от общей суммы ресурсов, реализуемой на исходе каждого шага, то оптимальное управление состоит в том, чтобы на исходе каждого шага в отдельности получать максимальное значение этой суммы ресурсов.

Это значит, что в данном частном случае “интересы” задачи в целом совпадают с “интересами” каждого отдельного шага. Рациональное планирование всей задачи сводится к тому, чтобы оптимизировать каждый шаг в отдельности, не заботясь об остальных.

Эта особенность приводит к тому, что процесс выработки оптимального управления распределения ресурсов между двумя подпроектами геополитического проекта сильно упрощается. Больше не нужно фиксировать результаты каждого предыдущего шага и тянуть всю цепочку оптимальных управлений от последнего шага к первому. Можно непосредственно оптимизировать шаг за шагом от начала к концу. На первом шаге берется такое управление $x_1 = x_1^*$, при котором обращается в максимум сумма ресурсов Z_1 :

$$Z_1^* = \max_{0 \leq x_1 \leq Z_0} \{F_1(x_1) + G_1(Z_0 - x_1) - K_1(x_1, (Z_0 - x_1))\}$$

на втором-то управление $x_2 = x_2^*$, при котором обращается в максимум Z_2 :

$$Z_2^* = \max_{0 \leq x_2 \leq Z_1^*} \{F_2(x_2) + G_2(Z_1^* - x_1) - K_2(x_2, (Z_1^* - x_1))\}$$

и т.д. до конца.

Таким образом, при неубывающих функциях $F_i(x), G_i(y)$ поставленная задача только по внешности имеет вид задачи динамического программирования, а по существу - гораздо проще ее.

1.3 Численный пример расчета оптимального управления для задачи распределения ресурсов между двумя подразделениями геополитического проекта с одним геополитическим актором и учетом коррупционных убытков

В данном примере рассматриваются 3 этапа реализации геополитического проекта. После каждого этапа все ресурсы, полученные геополитическим актором от обоих подпроектов, будут перераспределяться между подпроектами, для нахождения оптимального управления на каждом этапе. Нужно максимизировать доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба, после каждого этапа, не заботясь об остальных.

Подбираются неубывающие функции изменения ресурсов $F_i(x)$ и $G_i(y)$, к примеру:

$$F_i(x) = 2 * x_i$$
$$G_i(y) = 3 * y_i - 5^{-y_i}$$

Приведем доход и основные ресурсы к одному эквиваленту, например, условным единицам. Допускается, что количество ресурсов, вкладываемое в оба подпроекта, есть целочисленное значение. Берется начальное количество условных единиц $Z_0 = 6$.

Функция убытка от коррупции, к примеру, выбирается логистической кривой, из-за того, что коррупционный ущерб не должен превышать половину суммы доходов от обоих подпроектов геополитического проекта и является возрастающей функцией, к примеру:

$$K_i(x, y) = \frac{\frac{1}{2}(F_i(x) + G_i(y))}{(1 + 10 * e^{-(F_i(x) + G_i(y))})}$$

Все расчеты приводятся в таблице 1:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
1	5	2	14,99968	16,99968	8,229901523	8,769778477
2	4	4	11,9984	15,9984	7,647861882	8,350538118
3	3	6	8,992	14,992	7,042109333	7,949890667
4	2	8	5,96	13,96	6,396556431	7,563443569
5	1	10	2,8	12,8	5,639958893	7,160041107

Далее выбирается оптимальное управление распределения ресурсов между подпроектами, в данном случае выделенный желтым цветом. Так как мы предполагаем, что ресурсы являются целочисленными значениями, округлим полученный доход $Z_1 = 9$. Теперь эти ресурсы вновь распределяются между подпроектами и рассчитывается доход.

Таблица 2.

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
1	8	2	23,99999744	25,99999744	12,97939594	13,0206015
2	7	4	20,9999872	24,9999872	12,47227657	12,52771063
3	6	6	17,999936	23,999936	11,96274876	12,03718724
4	5	8	14,99968	22,99968	11,44996235	11,54971765
5	4	10	11,9984	21,9984	10,93249837	11,06590163
6	3	12	8,992	20,992	10,40691547	10,58508453
7	2	14	5,96	19,96	9,860550165	10,09944984
8	1	16	2,8	18,8	9,234721362	9,565278638

Вновь выбирается оптимальное управление, округляется полученный доход $Z_2 = 13$, строится таблица 3:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
1	12	2	36	38	18,99946804	19,00053195
2	11	4	32,99999998	36,99999998	18,49927486	18,50072512
3	10	6	29,99999999	35,99999999	17,99901222	18,00098768
4	9	8	26,99999949	34,99999949	17,49865536	17,50134413
5	8	10	23,99999744	33,99999744	16,99817041	17,00182703
6	7	12	20,9999872	32,9999872	16,49750935	16,50247785
7	6	14	17,999936	31,999936	15,99659559	16,00334041
8	5	16	14,99968	30,99968	15,4952662	15,5044138
9	4	18	11,9984	29,9984	14,99300158	15,00539842
10	3	20	8,992	28,992	14,48759665	14,50440335
11	2	22	5,96	27,96	13,96853403	13,99146597
12	1	24	2,8	26,8	13,38376893	13,41623107

Выбирается оптимальное управление и получается что доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного фактора за 3 этапа равен $W = 19$.

Глава 2. Компромиссное решение задачи распределения ресурсов с участием 4-х геополитических акторов

2.1 Постановка задачи распределения ресурсов с участием 4-х геополитических акторов

В данной главе переходим от решения задачи с одним геополитическим актором, к решению задачи с четырьмя геополитическими акторами.

Четыре геополитических актора вкладывают ресурсы (которые мы привели к условным единицам) в динамический процесс (получение прибыли). Например, капитал, который они вкладывают складывается из разнородных фондов. У одного постоянный фонд (земля и здания), у второго оборотный капитал, рабочая сила у третьего, оборудование у четвертого. При этом возникает некоторый конфликт интересов- каждый из них думает, что вкладывает в развитие геополитического проекта больше, чем остальные. Поэтому функции дохода от динамического процесса у геополитических акторов разные. Будем считать, что в рассматриваемой модели таких процессов конечное число.

В качестве принципа оптимальности в данной модели принимаем компромиссное решение.

2.2 Алгоритм нахождения компромиссного решения в задаче распределения ресурсов

Для начала вводится общее определение компромиссного решения:

пусть X - компактное метрическое пространство, $H_i: X \rightarrow R, i \in I = \{1, \dots, n\}$ - суть непрерывные функции, $M_i = \max\{H_i(x)|x \in X\}$. Компромиссное множество C_H определяется следующим образом:

$$C_H = \{x \in X | \max_i (M_i - H_i(x')) \forall x' \in X\} .$$

Алгоритм нахождения компромиссного решения для нашей конкретной задачи может быть расписан следующим образом.

Выделяется конечное число допустимых траекторий развития геополитического проекта (распределения ресурсов между подпроектами). Пусть множество допустимых траекторий это -

$$X = \{x_{1.1.1}, x_{1.1.2} \dots x_{i,j,k} \dots x_{i',j',k'}\},$$

где i' - количество вариантов развития допустимой траектории на 1-ом этапе

j' - количество вариантов развития допустимой траектории на 2-ом этапе

k' - количество вариантов развития допустимой траектории на 3-м этапе

На первом шаге алгоритма вычисляется идеальный вектор

$$W_{max} = (W_1, W_2, W_3, W_4)$$

где W_1 -максимальный доход 1-го геополитического актора,

W_2 -максимальный доход 2-го геополитического актора,

W_3 -максимальный доход 3-го геополитического актора,

W_4 -максимальный доход 4-го геополитического актора.

Далее вычисляются вектора доходов геополитических акторов на всех допустимых траекториях.

Пусть $W = \{W_{1.1.1}, W_{1.1.2} \dots W_{i,j,k}\}$ - множество векторов дохода геополитических акторов от развития геополитического проекта на 3-х этапах.

$$W_{max,n} = \max_{x \in X} W_{i,j,k}(x), N = \{n\} |N|=4$$

На втором шаге вычисляются разности доходов геополитических акторов между оптимальной траекторией и всеми допустимыми траекториями.

$$W_{max,n} - W_{i,j,k}(x)$$

На третьем шаге выбирается максимальных компонент вектора данной разности

$$\max_{n \in N} \{W_{max,n} - W_{i,j,k}(x)\}$$

На четвертом шаге вычисляется компромиссное решение

$$C_W^X = \min_{x \in X} \max_{n \in N} \{W_{max,n} - W_{i,j,k}(x)\}$$

2.3 Оптимальный план распределения ресурсов для каждого из геополитических акторов на первом этапе

Подбираются неубывающие функции изменения ресурсов $F_i(x)$ и $G_i(y)$ для каждого геополитического актора, к примеру:

Для первого геополитического актора:

$$F_i^1(x) = 0,3 * x_i$$

$$G_i^1(y) = 0,4 * y_i - 5^{-y_i}$$

Для второго геополитического актора:

$$F_i^2(x) = 0,35 * x_i - 6^{-x_i}$$

$$G_i^2(y) = 0,25 * y_i$$

Для третьего геополитического актора:

$$F_i^3(x) = 0,1 * x_i$$

$$G_i^3(y) = 0,6 * y_i$$

Для четвертого геополитического актора:

$$F_i^4(x) = 0,25 * x_i$$

$$G_i^4(y) = 0,3 * y_i$$

Функция убытка от коррупции, к примеру

$$K_i(x, y) = \frac{\frac{1}{2}(F_i(x) + G_i(y))}{(1 + 10 * e^{-(F_i(x)+G_i(y))})}$$

При начальном количестве ресурсов $Z_0 = 6$

Доход I геополитического актора описывается таблицей 1:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
1	5	0,3	1,99968	2,29968	0,204865105	2,094814895
2	4	0,6	1,5984	2,1984	0,190417852	2,007982148
3	3	0,9	1,192	2,092	0,175901071	1,916098929
4	2	1,2	0,76	1,96	0,158802878	1,801197122
5	1	1,5	0,2	1,7	0,127936147	1,572063853

$$W_{11} = 2,09$$

Доход II геополитического актора описывается таблицей 2:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
1	5	0,183333333	1,25	1,433333333	0,099901107	1,333432227
2	4	0,672222222	1	1,672222222	0,124849772	1,547372451
3	3	1,04537037	0,75	1,79537037	0,13883798	1,656532391
4	2	1,399228395	0,5	1,899228395	0,151260595	1,7479678
5	1	1,749871399	0,25	1,999871399	0,163863133	1,836008267

$$W_{21} = 1,84$$

Доход III геополитического актора описывается таблицей 3:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
1	5	0,1	3	3,1	0,342637316	2,757362684
2	4	0,2	2,4	2,6	0,251482877	2,348517123
3	3	0,3	1,8	2,1	0,176969455	1,923030545
4	2	0,4	1,2	1,6	0,117009131	1,482990869
5	1	0,5	0,6	1,1	0,069562858	1,030437142

$$W_{31} = 2,76$$

Доход IV геополитического актора описывается таблицей 4:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
1	5	0,25	1,5	1,75	0,133592229	1,616407771
2	4	0,5	1,2	1,7	0,127936147	1,572063853
3	3	0,75	0,9	1,65	0,122409118	1,527590882
4	2	1	0,6	1,6	0,117009131	1,482990869
5	1	1,25	0,3	1,55	0,111734186	1,438265814

$$W_{41} = 1,62$$

Далее складываются максимальные доходы всех четырех геополитических акторов на первом этапе и вкладываются на втором этапе.

$$W^1 = W_{11} + W_{21} + W_{31} + W_{41} = 2,09 + 1,84 + 2,76 + 1,62 = 8,31$$

Но ранее, для удобства расчетов, ресурсы, вкладываемые в развитие геополитического проекта, договорились считать целочисленной величиной, следовательно, округляем:

$$W^1 = Z_1 = 8$$

2.4 Оптимальный план распределения ресурсов для каждого из геополитических акторов на втором этапе

Доход I геополитического актора описывается таблицей 5:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
1	7	0,3	2,7999872	3,0999872	0,342634752	2,757352448
2	6	0,6	2,399936	2,999936	0,32296317	2,67697283
3	5	0,9	1,99968	2,89968	0,303986135	2,595693865
4	4	1,2	1,5984	2,7984	0,285545422	2,512854578
5	3	1,5	1,192	2,692	0,266944243	2,425055757
6	2	1,8	0,76	2,56	0,244937074	2,315062926
7	1	2,1	0,2	2,3	0,204911744	2,095088256

$$W_{12} = 2,76$$

Доход II геополитического актора описывается таблицей 6:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
1	7	0,1833333333	1,75	1,9333333333	0,155468126	1,777865208
2	6	0,6722222222	1,5	2,1722222222	0,186784207	1,985438015
3	5	1,04537037	1,25	2,29537037	0,204237616	2,091132754
4	4	1,399228395	1	2,399228395	0,219680383	2,179548012
5	3	1,749871399	0,75	2,499871399	0,235295386	2,264576013
6	2	2,099978567	0,5	2,599978567	0,251479341	2,348499226
7	1	2,449996428	0,25	2,699996428	0,268315155	2,431681273

$$W_{22} = 2,43$$

Доход III геополитического актора описывается таблицей 7:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
1	7	0,1	4,2	4,3	0,641188308	3,658811692
2	6	0,2	3,6	3,8	0,50207654	3,29792346
3	5	0,3	3	3,3	0,384220529	2,915779471
4	4	0,4	2,4	2,8	0,285831127	2,514168873
5	3	0,5	1,8	2,3	0,204911744	2,095088256
6	2	0,6	1,2	1,8	0,139379388	1,660620612
7	1	0,7	0,6	1,3	0,08716594	1,21283406

$$W_{32} = 3,66$$

Доход IV геополитического актора описывается таблицей 8:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
1	7	0,25	2,1	2,35	0,212276716	2,137723284
2	6	0,5	1,8	2,3	0,204911744	2,095088256
3	5	0,75	1,5	2,25	0,197700627	2,052299373
4	4	1	1,2	2,2	0,190641269	2,009358731
5	3	1,25	0,9	2,15	0,183731575	1,966268425
6	2	1,5	0,6	2,1	0,176969455	1,923030545
7	1	1,75	0,3	2,05	0,170352823	1,879647177

$$W_{42} = 2,14$$

Далее складываются максимальные доходы всех четырех геополитических акторов на втором этапе и вкладываются на третьем этапе.

$$W^2 = W_{13} + W_{22} + W_{32} + W_{42} = 2,76 + 2,43 + 3,66 + 2,14 = 10,99$$

Данное значение округляется: $W^2 = Z_2 = 11$

2.5 Оптимальный план распределения ресурсов для каждого из геополитических акторов на третьем этапе

Доход I геополитического актора описывается таблицей 9:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
1	10	0,3	3,999999898	4,299999898	0,641188277	3,658811621
2	9	0,6	3,599999488	4,199999488	0,611589804	3,588409684
3	8	0,9	3,19999744	4,09999744	0,582890255	3,517107185
4	7	1,2	2,7999872	3,9999872	0,555076834	3,444910366
5	6	1,5	2,399936	3,899936	0,528129349	3,371806651
6	5	1,8	1,99968	3,79968	0,50199449	3,29768551
7	4	2,1	1,5984	3,6984	0,476461441	3,221938559
8	3	2,4	1,192	3,592	0,450562803	3,141437197
9	2	2,7	0,76	3,46	0,419725454	3,040274546
10	1	3	0,2	3,2	0,363047039	2,836952961

$$W_{13} = 3,66$$

Доход II геополитического актора описывается таблицей 10:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
1	10	0,1833333333	2,5	2,6833333333	0,265463342	2,417869991
2	9	0,6722222222	2,25	2,9222222222	0,308189799	2,614032423
3	8	1,04537037	2	3,04537037	0,331804482	2,713565888
4	7	1,399228395	1,75	3,149228395	0,352590236	2,796638159
5	6	1,749871399	1,5	3,249871399	0,373510106	2,876361293
6	5	2,099978567	1,25	3,349978567	0,395093855	2,954884711
7	4	2,449996428	1	3,449996428	0,417445954	3,032550473
8	3	2,799999405	0,75	3,549999405	0,44059686	3,109402544
9	2	3,149999901	0,5	3,649999901	0,464563891	3,18543601
10	1	3,499999983	0,25	3,749999983	0,489361726	3,260638257

$$W_{23} = 3,26$$

Доход III геополитического актора описывается таблицей 11:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
1	10	0,1	6	6,1	1,335283262	4,764716738
2	9	0,2	5,4	5,6	1,111358936	4,488641064
3	8	0,3	4,8	5,1	0,911422801	4,188577199
4	7	0,4	4,2	4,6	0,735479097	3,864520903
5	6	0,5	3,6	4,1	0,582890979	3,517109021
6	5	0,6	3	3,6	0,452477473	3,147522527
7	4	0,7	2,4	3,1	0,342637316	2,757362684
8	3	0,8	1,8	2,6	0,251482877	2,348517123
9	2	0,9	1,2	2,1	0,176969455	1,923030545
10	1	1	0,6	1,6	0,117009131	1,482990869

$$W_{33} = 4,76$$

Доход IV геополитического актора описывается таблицей 12:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
1	10	0,25	3	3,25	0,373537334	2,876462666
2	9	0,5	2,7	3,2	0,363047039	2,836952961
3	8	0,75	2,4	3,15	0,35274769	2,79725231
4	7	1	2,1	3,1	0,342637316	2,757362684
5	6	1,25	1,8	3,05	0,332713927	2,717286073
6	5	1,5	1,5	3	0,322975518	2,677024482
7	4	1,75	1,2	2,95	0,313420071	2,636579929
8	3	2	0,9	2,9	0,304045554	2,595954446
9	2	2,25	0,6	2,85	0,294849924	2,555150076
10	1	2,5	0,3	2,8	0,285831127	2,514168873

$$W_{43} = 2,88$$

Далее определяется идеальный вектор максимального дохода 4-х геополитических акторов на 3 этапах вложения ресурсов в развитие геополитического проекта.

$$W_{max} = \{W_1, W_2, W_3, W_4\}$$

$$W_{max} = \{3,66; 3,26; 4,76; 2,88\}$$

2.6 Расчет разности доходов геополитических акторов на оптимальной траектории и всеми допустимыми траекториями

Далее предполагается, что каждый подпроект геополитического проекта не сможет развиваться в полной мере, если в него не будет вложено более 25 процентов ресурсов, вкладываемых в геополитический проект.

Рассмотрим множество всех допустимых траекторий.

На первом шаге возникают 3 возможные альтернативы для выбора дальнейшего развития геополитического проекта.

1-в первый подпроект вкладываются 2 условные единицы ресурсов, а во второй 4 условные единицы.

2-в первый подпроект вкладываются 3 условные единицы ресурсов, а во второй 3 условные единицы.

3-в первый подпроект вкладываются 4 условные единицы ресурсов, а во второй 2 условные единицы.

1. На первом этапе в первый подпроект вкладывается 2 условные единицы, а во второй 4 условные единицы.

Доход I геополитического актора описывается таблицей 13:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
2	4	0,6	1,5984	2,1984	0,190417852	2,007982148

$$W_{11} = 2,01$$

Доход II геополитического актора описывается таблицей 14:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
2	4	0,672222222	1	1,672222222	0,124849772	1,547372451

$$W_{21} = 1,55$$

Доход III геополитического актора описывается таблицей 15:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
2	4	0,2	2,4	2,6	0,251482877	2,348517123

$$W_{31} = 2,35$$

Доход IV геополитического актора описывается таблицей 16:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
2	4	0,5	1,2	1,7	0,127936147	1,572063853

$$W_{41} = 1,57$$

Общий доход 4-х геополитических акторов на первом этапе равен

$$W_1 = W_{11} + W_{21} + W_{31} + W_{41} = 2,01 + 1,55 + 2,35 + 1,57 = 7,48$$

Округляем:

$$W_1 = Z_1 = 7$$

На втором этапе на первом пути развития геополитического проекта возможны 4 альтернативы развития допустимой траектории:

1.1-в первый подпроект вкладывается 2 условные единицы, во второй подпроект 5 условных единиц

1.2-в первый подпроект вкладывается 3 условные единицы, во второй подпроект 4 условные единицы

1.3-в первый подпроект вкладывается 4 условные единицы, во второй подпроект 3 условные единицы

1.4-в первый подпроект вкладывается 5 условных единиц, во второй подпроект 2 условные единицы

1.1. На втором этапе в первый подпроект вкладывается 2 условные единицы, а во второй подпроект 5 условных единиц.

Доход I геополитического актора описывается таблицей 17:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
2	5	0,6	1,99968	2,59968	0,251430089	2,348249911

$$W_{12} = 2,35$$

Доход II геополитического актора описывается таблицей 18:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
2	5	0,672222222	1,25	1,922222222	0,154090297	1,768131925

$$W_{22} = 1,77$$

Доход III геополитического актора описывается таблицей 19:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
2	5	0,2	3	3,2	0,363047039	2,836952961

$$W_{32} = 2,84$$

Доход IV геополитического актора описывается таблицей 20:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
2	5	0,5	1,5	2	0,163879599	1,836120401

$$W_{42} = 1,84$$

Общий доход 4-х геополитических акторов на втором этапе равен

$$W_2 = W_{12} + W_{22} + W_{32} + W_{42} = 2,35 + 1,77 + 2,84 + 1,84 = 8,80$$

Округляем:

$$W_2 = Z_2 = 9$$

На третьем этапе на пути 1.1. развития геополитического проекта возможны 4 альтернативы развития допустимой траектории:

1.1.1-в первый подпроект вкладывается 3 условные единицы, во второй подпроект 6 условных единиц

1.1.2-в первый подпроект вкладывается 4 условные единицы, во второй подпроект 5 условных единиц

1.1.3-в первый подпроект вкладывается 5 условных единиц, во второй подпроект 4 условные единицы

1.1.4-в первый подпроект вкладывается 6 условных единиц, во второй подпроект 3 условные единицы.

1.1.1. На третьем этапе в первый подпроект вкладывается 3 условные единицы, а во второй подпроект 6 условных единиц.

Доход I геополитического актора описывается таблицей 21:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
3	6	0,9	2,399936	3,299936	0,38420673	2,91572927

$$W_{13} = 2,92$$

Доход II геополитического актора описывается таблицей 22:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
3	6	1,04537037	1,5	2,54537037	0,2425694	2,30280097

$$W_{23} = 2,30$$

Доход III геополитического актора описывается таблицей 23:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
3	6	0,3	3,6	3,9	0,528146309	3,371853691

$$W_{33} = 3,37$$

Доход IV геополитического актора описывается таблицей 24:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
3	6	0,75	1,8	2,55	0,243317142	2,306682858

$$W_{43} = 2,31$$

Вектор дохода допустимой траектории 1.1.1 имеет следующий вид:

$$W_{1.1.1} = \{2,92; 2,30; 3,37; 2,31\}$$

Далее вычисляется разность доходов геополитических акторов между оптимальной и допустимой траекториями и выбирается максимальный компонент вектора данной разности

$$\begin{aligned} \max\{W_{max} - W_{1.1.1}\} = \\ = \max\{3,66 - 2,92; 3,26 - 2,30; 4,76 - 3,37; 2,88 - 2,31\} = 1,39 \end{aligned}$$

1.1.2. На третьем этапе в первый подпроект вкладывается 4 условные единицы, а во второй подпроект 5 условных единиц.

Доход I геополитического актора описывается таблицей 25:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
4	5	1,2	1,99968	3,19968	0,362980518	2,836699482

$$W_{13} = 2,84$$

Доход II геополитического актора описывается таблицей 26:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
4	5	1,399228395	1,25	2,649228395	0,259685198	2,389543197

$$W_{23} = 2,39$$

Доход III геополитического актора описывается таблицей 27:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
4	5	0,4	3	3,4	0,406173342	2,993826658

$$W_{33} = 2,99$$

Доход IV геополитического актора описывается таблицей 28:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
4	5	1	1,5	2,5	0,235315755	2,264684245

$$W_{43} = 2,26$$

Вектор дохода допустимой траектории 1.1.2 имеет следующий вид:

$$W_{1.1.2} = \{2,84; 2,39; 2,99; 2,26\}$$

$$\begin{aligned} \max\{W_{max} - W_{1.1.2}\} = \\ = \max\{3,66 - 2,84; 3,26 - 2,39; 4,76 - 2,99; 2,88 - 2,26\} = 1,77 \end{aligned}$$

1.1.3. На третьем этапе в первый подпроект вкладывается 5 единицы денег, а во второй подпроект 4 единицы.

Доход I геополитического актора описывается таблицей 29:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
5	4	1,5	1,5984	3,0984	0,342316882	2,756083118

$$W_{13} = 2,76$$

Доход II геополитического актора описывается таблицей 30:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
5	4	1,749871399	1	2,749871399	0,276964575	2,472906824

$$W_{23} = 2,47$$

Доход III геополитического актора описывается таблицей 31:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
5	4	0,5	2,4	2,9	0,304045554	2,595954446

$$W_{33} = 2,60$$

Доход IV геополитического актора описывается таблицей 32:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
5	4	1,25	1,2	2,45	0,227476622	2,222523378

$$W_{43} = 2,22$$

Вектор дохода допустимой траектории 1.1.3 имеет следующий вид:

$$W_{1.1.3} = \{2,76; 2,47; 2,60; 2,22\}$$

$$\max\{W_{max} - W_{1.1.3}\} =$$

$$= \max\{3,66 - 2,76; 3,26 - 2,47; 4,76 - 2,60; 2,88 - 2,22\} = 2,16$$

1.1.4. На третьем этапе в первый подпроект вкладывается 6 условных единиц, а во второй подпроект 3 условные единицы.

Доход I геополитического актора описывается таблицей 33:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
6	3	1,8	1,192	2,992	0,321434404	2,670565596

$$W_{13} = 2,67$$

Доход II геополитического актора описывается таблицей 34:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
6	3	2,099978567	0,75	2,849978567	0,29484602	2,555132546

$$W_{23} = 2,56$$

Доход III геополитического актора описывается таблицей 35:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
6	3	0,6	1,8	2,4	0,219797642	2,180202358

$$W_{33} = 2,18$$

Доход IV геополитического актора описывается таблицей 36:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
6	3	1,5	0,9	2,4	0,219797642	2,180202358

$$W_{43} = 2,18$$

Вектор дохода допустимой траектории 1.1.4 имеет следующий вид:

$$W_{1.1.4} = \{2,67; 2,56; 2,18; 2,18\}$$

$$\begin{aligned} & \max\{W_{max} - W_{1.1.4}\} = \\ & = \max\{3,66 - 2,67; 3,26 - 2,56; 4,76 - 2,18; 2,88 - 2,18\} = 2,58 \end{aligned}$$

1.2. На втором этапе в первый подпроект вкладывается 3 условные единицы, а во второй подпроект 4 условные единицы.

Доход I геополитического актора описывается таблицей 37:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
3	4	0,9	1,5984	2,4984	0,235062401	2,263337599

$$W_{12} = 2,26$$

Доход II геополитического актора описывается таблицей 38:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
3	4	1,04537037	1	2,04537037	0,169747458	1,875622912

$$W_{22} = 1,88$$

Доход III геополитического актора описывается таблицей 39:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
3	4	0,3	2,4	2,7	0,268315768	2,431684232

$$W_{32} = 2,43$$

Доход IV геополитического актора описывается таблицей 40:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
3	4	0,75	1,2	1,95	0,157547707	1,792452293

$$W_{42} = 1,79$$

Общий доход 4-х геополитических акторов на втором этапе равен

$$W_2 = W_{12} + W_{22} + W_{32} + W_{42} = 2,26 + 1,88 + 2,43 + 1,79 = 8,36$$

Округляем:

$$W_2 = Z_2 = 8$$

На третьем этапе на пути 1.2. развития геополитического проекта возможны 3 альтернативы развития допустимой траектории:

1.2.1-в первый подпроект вкладывается 3 условные единицы, во второй подпроект 5 условных единиц

1.2.2-в первый подпроект вкладывается 4 условные единицы, во второй подпроект 4 условные единицы

1.2.3-в первый подпроект вкладывается 5 условных единиц, во второй подпроект 3 условные единицы.

1.2.1. На третьем этапе в первый подпроект вкладывается 3 условные единицы, а во второй подпроект 5 условных единиц.

Доход I геополитического актора описывается таблицей 41:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
3	5	0,9	1,99968	2,89968	0,303986135	2,595693865

$$W_{13} = 2,60$$

Доход II геополитического актора описывается таблицей 42:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
3	5	1,04537037	1,25	2,29537037	0,204237616	2,091132754

$$W_{23} = 2,09$$

Доход III геополитического актора описывается таблицей 43:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
3	5	0,3	3	3,3	0,384220529	2,915779471

$$W_{33} = 2,92$$

Доход IV геополитического актора описывается таблицей 44:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
3	5	0,75	1,5	2,25	0,197700627	2,052299373

$$W_{43} = 2,05$$

Вектор дохода допустимой траектории 1.2.1 имеет следующий вид:

$$W_{1.2.1} = \{2,60; 2,09; 2,92; 2,05\}$$

$$\max\{W_{max} - W_{1.2.1}\} =$$

$$= \max\{3,66 - 2,60; 3,26 - 2,09; 4,76 - 2,92; 2,88 - 2,05\} = 1,84$$

1.2.2. На третьем этапе в первый подпроект вкладывается 4 условные единицы, и во второй подпроект 4 условные единицы.

Доход I геополитического актора описывается таблицей 45:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
4	4	1,2	1,5984	2,7984	0,285545422	2,512854578

$$W_{13} = 2,51$$

Доход II геополитического актора описывается таблицей 46:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
4	4	1,399228395	1	2,399228395	0,219680383	2,179548012

$$W_{23} = 2,18$$

Доход III геополитического актора описывается таблицей 47:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
4	4	0,4	2,4	2,8	0,285831127	2,514168873

$$W_{33} = 2,51$$

Доход IV геополитического актора описывается таблицей 48:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
4	4	1	1,2	2,2	0,190641269	2,009358731

$$W_{43} = 2,01$$

Вектор дохода допустимой траектории 1.2.2. имеет следующий вид:

$$W_{1.2.2} = \{2,51; 2,18; 2,51; 2,01\}$$

$$\max\{W_{max} - W_{1.2.2}\} =$$

$$= \max\{3,66 - 2,51; 3,26 - 2,18; 4,76 - 2,51; 2,88 - 2,01\} = 2,25$$

1.2.3. На третьем этапе в первый подпроект вкладывается 5 условных единиц, а во второй подпроект 3 условные единицы.

Доход I геополитического актора описывается таблицей 49:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
5	3	1,5	1,192	2,692	0,266944243	2,425055757

$$W_{13} = 2,43$$

Доход II геополитического актора описывается таблицей 50:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
5	3	1,749871399	0,75	2,499871399	0,235295386	2,264576013

$$W_{23} = 2,26$$

Доход III геополитического актора описывается таблицей 51:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
5	3	0,5	1,8	2,3	0,204911744	2,095088256

$$W_{33} = 2,10$$

Доход IV геополитического актора описывается таблицей 52:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
5	3	1,25	0,9	2,15	0,183731575	1,966268425

$$W_{43} = 1,97$$

Вектор дохода допустимой траектории 1.2.3 имеет следующий вид:

$$W_{1.2.3} = \{2,43; 2,26; 2,10; 1,97\}$$

$$\begin{aligned} & \max\{W_{max} - W_{1.2.3}\} = \\ & = \max\{3,66 - 2,43; 3,26 - 2,26; 4,76 - 2,10; 2,88 - 1,97\} = 2,66 \end{aligned}$$

1.3. На втором этапе в первый подпроект вкладывается 4 условные единицы, а во второй подпроект 3 условные единицы.

Доход I геополитического актора описывается таблицей 53:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
4	3	1,2	1,192	2,392	0,218583727	2,173416273

$$W_{12} = 2,17$$

Доход II геополитического актора описывается таблицей 54:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
4	3	1,399228395	0,75	2,149228395	0,183626105	1,96560229

$$W_{22} = 1,97$$

Доход III геополитического актора описывается таблицей 55:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
4	3	0,4	1,8	2,2	0,190641269	2,009358731

$$W_{32} = 2,01$$

Доход IV геополитического актора описывается таблицей 56:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
4	3	1	0,9	1,9	0,15135508	1,74864492

$$W_{42} = 1,75$$

Общий доход 4-х геополитических акторов на втором этапе равен

$$W_2 = W_{12} + W_{22} + W_{32} + W_{42} = 2,17 + 1,97 + 2,01 + 1,75 = 7,90$$

Округляем:

$$W_2 = Z_2 = 8$$

Далее, можно заметить, что вследствие того, что на допустимой траектории 1.2. и 1.3. к началу третьего этапа количество ресурсов, распределяемых между двумя подпроектами одинаково, значит значения невязок попарно равны.

$$\max\{W_{max} - W_{1.3.1}\} = \max\{W_{max} - W_{1.2.1}\} = 1,84$$

$$\max\{W_{max} - W_{1.3.2}\} = \max\{W_{max} - W_{1.2.2}\} = 2,25$$

$$\max\{W_{max} - W_{1.3.3}\} = \max\{W_{max} - W_{1.2.3}\} = 2,66$$

1.4. На втором этапе в первый подпроект вкладывается 5 условных единиц, а во второй подпроект 2 условные единицы.

Доход I геополитического актора описывается таблицей 57:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
5	2	1,5	0,76	2,26	0,199130642	2,060869358

$$W_{12} = 2,06$$

Доход II геополитического актора описывается таблицей 58:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
5	2	1,749871399	0,5	2,249871399	0,197682276	2,052189123

$$W_{22} = 2,05$$

Доход III геополитического актора описывается таблицей 59:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
5	2	0,5	1,2	1,7	0,127936147	1,572063853

$$W_{32} = 1,57$$

Доход IV геополитического актора описывается таблицей 60:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
5	2	1,25	0,6	1,85	0,145299658	1,704700342

$$W_{42} = 1,70$$

Общий доход 4-х геополитических акторов на втором этапе равен

$$W_2 = W_{12} + W_{22} + W_{32} + W_{42} = 2,06 + 2,05 + 1,57 + 1,70 = 7,38$$

Округляем:

$$W_2 = Z_2 = 7$$

На третьем этапе на пути 1.4. развития геополитического проекта возможны 4 альтернативы развития допустимой траектории:

1.4.1-в первый подпроект вкладывается 2 условные единицы, во второй подпроект 5 условных единиц

1.4.2-в первый подпроект вкладывается 3 условные единицы, во второй подпроект 4 условные единицы

1.4.3-в первый подпроект вкладывается 4 условные единицы, во второй подпроект 3 условные единицы

1.4.4-в первый подпроект вкладывается 5 условных единиц, во второй подпроект 2 условные единицы

1.4.1. На третьем этапе в первый подпроект вкладывается 2 условные единицы, а во второй подпроект 5 условных единиц.

Доход I геополитического актора описывается таблицей 61:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
2	5	0,6	1,99968	2,59968	0,251430089	2,348249911

$$W_{13} = 2,35$$

Доход II геополитического актора описывается таблицей 62:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
2	5	0,672222222	1,25	1,922222222	0,154090297	1,768131925

$$W_{23} = 1,77$$

Доход III геополитического актора описывается таблицей 63:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
2	5	0,2	3	3,2	0,363047039	2,836952961

$$W_{33} = 2,84$$

Доход IV геополитического актора описывается таблицей 64:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
2	5	0,5	1,5	2	0,163879599	1,836120401

$$W_{43} = 1,84$$

Вектор дохода допустимой траектории 1.4.1 имеет следующий вид:

$$W_{1.4.1} = \{2,35; 1,77; 2,84; 1,84\}$$

$$\begin{aligned} \max\{W_{max} - W_{1.4.1}\} &= \\ &= \max\{3,66 - 2,35; 3,26 - 1,77; 4,76 - 2,84; 2,88 - 1,84\} = 1,92 \end{aligned}$$

1.4.2. На третьем этапе в первый подпроект вкладывается 3 условные единицы, а во второй подпроект 4 условные единицы.

Доход I геополитического актора описывается таблицей 65:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
3	4	0,9	1,5984	2,4984	0,235062401	2,263337599

$$W_{13} = 2,26$$

Доход II геополитического актора описывается таблицей 66:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
3	4	1,04537037	1	2,04537037	0,169747458	1,875622912

$$W_{23} = 1,88$$

Доход III геополитического актора описывается таблицей 67:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
3	4	0,3	2,4	2,7	0,268315768	2,431684232

$$W_{33} = 2,43$$

Доход IV геополитического актора описывается таблицей 68:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
3	4	0,75	1,2	1,95	0,157547707	1,792452293

$$W_{43} = 1,79$$

Вектор дохода допустимой траектории 1.2.2 имеет следующий вид:

$$W_{1.4.2} = \{2,26; 1,88; 2,43; 1,79\}$$

$$\begin{aligned} & \max\{W_{max} - W_{1.4.2}\} = \\ & = \max\{3,66 - 2,26; 3,26 - 1,88; 4,76 - 2,43; 2,88 - 1,79\} = 2,33 \end{aligned}$$

1.4.3. На третьем этапе в первый подпроект вкладывается 4 условные единицы, а во второй подпроект 3 условные единицы.

Доход I геополитического актора описывается таблицей 69:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
4	3	1,2	1,192	2,392	0,218583727	2,173416273

$$W_{13} = 2,17$$

Доход II геополитического актора описывается таблицей 70:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
4	3	1,399228395	0,75	2,149228395	0,183626105	1,96560229

$$W_{23} = 1,97$$

Доход III геополитического актора описывается таблицей 71:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
4	3	0,4	1,8	2,2	0,190641269	2,009358731

$$W_{33} = 2,01$$

Доход IV геополитического актора описывается таблицей 72:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
4	3	1	0,9	1,9	0,15135508	1,74864492

$$W_{43} = 1,75$$

Вектор дохода допустимой траектории 1.4.3 имеет следующий вид:

$$W_{1.4.3} = \{2,17; 1,97; 2,01; 1,75\}$$

$$\begin{aligned} \max\{W_{max} - W_{1.4.3}\} &= \\ &= \max\{3,66 - 2,17; 3,26 - 1,97; 4,76 - 2,01; 2,88 - 1,75\} = 2,75 \end{aligned}$$

2. На первом этапе в первый подпроект вкладывается 3 единицы денег, и во второй 3 единицы.

Доход I геополитического актора описывается таблицей 73:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
3	3	0,9	1,192	2,092	0,175901071	1,916098929

$$W_{11} = 1,91$$

Доход II геополитического актора описывается таблицей 74:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
3	3	1,04537037	0,75	1,79537037	0,13883798	1,656532391

$$W_{21} = 1,66$$

Доход III геополитического актора описывается таблицей 75:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
3	3	0,3	1,8	2,1	0,176969455	1,923030545

$$W_{31} = 1,92$$

Доход IV геополитического актора описывается таблицей 76:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
3	3	0,75	0,9	1,65	0,122409118	1,527590882

$$W_{41} = 1,53$$

Общий доход 4-х геополитических акторов на первом этапе равен

$$W_1 = W_{11} + W_{21} + W_{31} + W_{41} = 1,91 + 1,66 + 1,92 + 1,53 = 7,02$$

Округляем:

$$W_1 = Z_1 = 7$$

Далее, на втором этапе, мы будем распределять между подпроектами 7 условных единиц ресурсов. Следовательно, у допустимой траектории 2 будут те же ветви развития, что и у допустимой траектории 1. А, соответственно и невязки попарно равны.

3. На первом этапе в первый подпроект вкладывается 4 единицы денег, а во второй 2 единицы.

Доход I геополитического актора описывается таблицей 77:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
4	2	1,2	0,76	1,96	0,138802878	1,771197122

$$W_{11} = 1,77$$

Доход II геополитического актора описывается таблицей 78:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
4	2	1,399228395	0,5	1,899228395	0,151260595	1,7479678

$$W_{21} = 1,75$$

Доход III геополитического актора описывается таблицей 79:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
4	2	0,4	1,2	1,6	0,117009131	1,482990869

$$W_{31} = 1,48$$

Доход IV геополитического актора описывается таблицей 80:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
4	2	1	0,6	1,6	0,117009131	1,482990869

$$W_{41} = 1,48$$

Общий доход 4-х геополитических акторов на первом этапе равен

$$W_1 = W_{11} + W_{21} + W_{31} + W_{41} = 1,77 + 1,75 + 1,48 + 1,48 = 6,48$$

Округляем:

$$W_1 = Z_1 = 6$$

На втором этапе на третьем пути развития геополитического проекта возможны 3 альтернативы развития допустимой траектории:

3.1-в первый подпроект вкладывается 2 условные единицы, во второй подпроект 4 условные единицы

3.2-в первый подпроект вкладывается 3 условные единицы, во второй подпроект 3 условные единицы

3.3-в первый подпроект вкладывается 4 условные единицы, во второй подпроект 3 условные единицы.

3.1. На втором этапе в первый подпроект вкладывается 2 условные единицы, а во второй подпроект 4 условные единицы.

Доход I геополитического актора описывается таблицей 81:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
2	4	0,6	1,5984	2,1984	0,190417852	2,007982148

$$W_{12} = 2,01$$

Доход II геополитического актора описывается таблицей 82:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
2	4	0,672222222	1	1,672222222	0,124849772	1,547372451

$$W_{22} = 1,55$$

Доход III геополитического актора описывается таблицей 83:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
2	4	0,2	2,4	2,6	0,251482877	2,348517123

$$W_{32} = 2,35$$

Доход IV геополитического актора описывается таблицей 84:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
2	4	0,5	1,2	1,7	0,127936147	1,572063853

$$W_{42} = 1,57$$

Общий доход 4-х геополитических акторов на втором этапе равен

$$W_2 = W_{12} + W_{22} + W_{32} + W_{42} = 2,01 + 1,55 + 2,35 + 1,57 = 7,48$$

Округляем:

$$W_2 = Z_2 = 7$$

На третьем этапе на пути 3.1. развития геополитического проекта возможны 4 альтернативы развития допустимой траектории:

3.1.1-в первый подпроект вкладывается 2 условные единицы, во второй подпроект 5 условных единиц

3.1.2-в первый подпроект вкладывается 3 условные единицы, во второй подпроект 4 условные единицы

3.1.3-в первый подпроект вкладывается 4 условные единицы, во второй подпроект 3 условные единицы

3.1.4-в первый подпроект вкладывается 5 условных единиц, во второй подпроект 2 условные единицы.

3.1.1. На третьем этапе в первый подпроект вкладывается 2 условные единицы, а во второй подпроект 5 условных единиц.

Доход I геополитического актора описывается таблицей 85:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
2	5	0,6	1,99968	2,59968	0,251430089	2,348249911

$$W_{13} = 2,35$$

Доход II геополитического актора описывается таблицей 86:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
2	5	0,672222222	1,25	1,922222222	0,154090297	1,768131925

$$W_{23} = 1,77$$

Доход III геополитического актора описывается таблицей 87:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
2	5	0,2	3	3,2	0,363047039	2,836952961

$$W_{33} = 2,84$$

Доход IV геополитического актора описывается таблицей 88:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
2	5	0,5	1,5	2	0,163879599	1,836120401

$$W_{43} = 1,84$$

Вектор дохода допустимой траектории 3.1.1 имеет следующий вид:

$$W_{3.1.1} = \{2,35; 1,77; 2,84; 1,84\}$$

Далее вычисляется разность доходов геополитических акторов между оптимальной и допустимой траекториями и выбирается максимальный компонент вектора данной разности

$$\begin{aligned} & \max\{W_{max} - W_{3.1.1}\} = \\ & = \max\{3,66 - 2,35; 3,26 - 1,77; 4,76 - 2,84; 2,88 - 1,84\} = 1,92 \end{aligned}$$

3.1.2. На третьем этапе в первый подпроект вкладывается 3условные единицы, а во второй подпроект 4условные единицы.

Доход I геополитического актора описывается таблицей 89:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
3	4	0,9	1,5984	2,4984	0,235062401	2,263337599

$$W_{13} = 2,26$$

Доход II геополитического актора описывается таблицей 90:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
3	4	1,04537037	1	2,04537037	0,169747458	1,875622912

$$W_{23} = 1,88$$

Доход III геополитического актора описывается таблицей 91:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
3	4	0,3	2,4	2,7	0,268315768	2,431684232

$$W_{33} = 2,43$$

Доход IV геополитического актора описывается таблицей 92:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
3	4	0,75	1,2	1,95	0,157547707	1,792452293

$$W_{43} = 1,79$$

Вектор дохода допустимой траектории 3.1.2 имеет следующий вид:

$$W_{3.1.2} = \{2,26; 1,88; 2,43; 1,79\}$$

$$\begin{aligned} & \max\{W_{max} - W_{3.1.2}\} = \\ & = \max\{3,66 - 2,26; 3,26 - 1,88; 4,76 - 2,43; 2,88 - 1,79\} = 2,33 \end{aligned}$$

3.1.3. На третьем этапе в первый подпроект вкладывается 4 условные единицы, а во второй подпроект 3 условные единицы.

Доход I геополитического актора описывается таблицей 93:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
4	3	1,2	1,192	2,392	0,218583727	2,173416273

$$W_{13} = 2,17$$

Доход II геополитического актора описывается таблицей 94:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
4	3	1,399228395	0,75	2,149228395	0,183626105	1,96560229

$$W_{23} = 1,97$$

Доход III геополитического актора описывается таблицей 95:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
4	3	0,4	1,8	2,2	0,190641269	2,009358731

$$W_{33} = 2,01$$

Доход IV геополитического актора описывается таблицей 96:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
4	3	1	0,9	1,9	0,15135508	1,74864492

$$W_{43} = 1,75$$

Вектор дохода допустимой траектории 3.1.3 имеет следующий вид:

$$W_{3.1.3} = \{2,17; 1,97; 2,01; 1,75\}$$

$$\max\{W_{max} - W_{3.1.3}\} =$$

$$= \max\{3,66 - 2,17; 3,26 - 1,97; 4,76 - 2,01; 2,88 - 1,75\} = 2,75$$

3.1.4. На третьем этапе в первый подпроект вкладывается 5 условных единиц, а во второй подпроект 2 условные единицы.

Доход I геополитического актора описывается таблицей 97:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
5	2	1,5	0,76	2,26	0,199130642	2,060869358

$$W_{13} = 2,06$$

Доход II геополитического актора описывается таблицей 98:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
5	2	1,749871399	0,5	2,249871399	0,197682276	2,052189123

$$W_{23} = 2,05$$

Доход III геополитического актора описывается таблицей 99:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
5	2	0,5	1,2	1,7	0,127936147	1,572063853

$$W_{33} = 1,57$$

Доход IV геополитического актора описывается таблицей 100:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
5	2	1,25	0,6	1,85	0,145299658	1,704700342

$$W_{43} = 1,70$$

Вектор дохода допустимой траектории 3.1.4 имеет следующий вид:

$$W_{3.1.4} = \{2,06; 2,05; 1,57; 1,70\}$$

$$\begin{aligned} & \max\{W_{max} - W_{3.1.4}\} = \\ & = \max\{3,66 - 2,06; 3,26 - 2,05; 4,76 - 1,57; 2,88 - 1,70\} = 3,19 \end{aligned}$$

3.2. На втором этапе в первый подпроект вкладывается 3 условные единицы, и во второй подпроект 3 условные единицы.

Доход I геополитического актора описывается таблицей 101:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
3	3	0,9	1,192	2,092	0,175901071	1,916098929

$$W_{12} = 1,92$$

Доход II геополитического актора описывается таблицей 102:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
3	3	1,04537037	0,75	1,79537037	0,13883798	1,656532391

$$W_{22} = 1,66$$

Доход III геополитического актора описывается таблицей 103:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
3	3	0,3	1,8	2,1	0,176969455	1,923030545

$$W_{32} = 1,92$$

Доход IV геополитического актора описывается таблицей 104:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
3	3	0,75	0,9	1,65	0,122409118	1,527590882

$$W_{42} = 1,53$$

Общий доход 4-х геополитических акторов на втором этапе равен

$$W_2 = W_{12} + W_{22} + W_{32} + W_{42} = 1,92 + 1,66 + 1,92 + 1,53 = 7,03$$

Округляем:

$$W_2 = Z_2 = 7$$

Далее, можно заметить, что вследствие того, что на допустимой траектории 3.1 и 3.2 к началу третьего этапа количество ресурсов, распределяемых между двумя подпроектами одинаково, значит значения невязок попарно равны.

$$\max\{W_{max} - W_{3.2.1}\} = \max\{W_{max} - W_{3.1.1}\} = 1,92$$

$$\max\{W_{max} - W_{3.2.2}\} = \max\{W_{max} - W_{3.1.2}\} = 2,33$$

$$\max\{W_{max} - W_{3.2.3}\} = \max\{W_{max} - W_{3.1.3}\} = 2,75$$

$$\max\{W_{max} - W_{3.2.4}\} = \max\{W_{max} - W_{3.1.4}\} = 3,19$$

3.3. На втором этапе в первый подпроект вкладывается 4 условные единицы, а во второй подпроект 2 условные единицы.

Доход I геополитического актора описывается таблицей 105:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
4	2	1,2	0,76	1,96	0,158802878	1,801197122

$$W_{12} = 1,80$$

Доход II геополитического актора описывается таблицей 106:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
4	2	1,399228395	0,5	1,899228395	0,151260595	1,7479678

$$W_{22} = 1,75$$

Доход III геополитического актора описывается таблицей 107:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
4	2	0,4	1,2	1,6	0,117009131	1,482990869

$$W_{32} = 1,48$$

Доход IV геополитического актора описывается таблицей 108:

Количество ресурсов, вкладываемое в I подпроект	Количество ресурсов, вкладываемое во II подпроект	Доход от I подпроекта	Доход от II подпроекта	Сумма доходов двух подпроектов	Ущерб от коррупции	Доход от обоих подпроектов, с учетом коррупционного ущерба
4	2	1	0,6	1,6	0,117009131	1,482990869

$$W_{42} = 1,48$$

Общий доход 4-х геополитических акторов на втором этапе равен

$$W_2 = W_{12} + W_{22} + W_{32} + W_{42} = 1,80 + 1,75 + 1,48 + 1,48 = 6,51$$

Округляем:

$$W_2 = Z_2 = 7$$

Далее, можно заметить, что вследствие того, что на допустимой траектории 3.3 и 3.2 к началу третьего этапа количество ресурсов, распределяемых между двумя подпроектами одинаково, значит значения невязок попарно равны.

$$\max\{W_{max} - W_{3.3.1}\} = \max\{W_{max} - W_{3.2.1}\} = 1,92$$

$$\max\{W_{max} - W_{3.3.2}\} = \max\{W_{max} - W_{3.2.2}\} = 2,33$$

$$\max\{W_{max} - W_{3.3.3}\} = \max\{W_{max} - W_{3.2.3}\} = 2,75$$

$$\max\{W_{max} - W_{3.3.4}\} = \max\{W_{max} - W_{3.2.4}\} = 3,19$$

2.7 Расчет компромиссного решения в задаче распределения ресурсов с участием 4-х геополитических акторов

Найдем компромиссное решение:

$$C_W^X = \min_{x \in X} \max_{n \in N} \{W_{max,n} - W_{i,j,k}(x)\}$$

$$C = 1,39$$

Данное значение достигается на допустимой траектории 1.1.1 развития геополитического проекта, т.е. компромиссным решением в данной задаче будет допустимая траектория, на которой на первом этапе в первый подпроект вкладываются 2 условные единицы ресурсов, во второй 4 условные единицы. На втором этапе в первый подпроект вкладываются 2 условные единицы, во второй подпроект 5 единиц. На третьем этапе в первый подпроект вкладываются 3 условные единицы ресурсов, во второй подпроект 6 условных единиц.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной выпускной квалификационной работе формализована и исследована оптимизационная модель реализации геополитического проекта с учетом коррупционного фактора.

Были приведены расчеты оптимального управления распределения ресурсов между двумя подпроектами геополитического проекта с участием одного и четырех геополитических акторов, учитывая коррупционный фактор. Составлен алгоритм решения данных задач и приведены численные примеры. Для задачи с участием четырех геополитических акторов был составлен алгоритм, найдено компромиссное решение и решен численный пример.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Малафеев О.А., Зубова А.Ф. Математическое и компьютерное моделирование социально-экономических систем на уровне многоагентного взаимодействия. СПб.: ПМ-ПУ, 2006. 1006 с.
2. Колокольцов В.Н., Малафеев О.А. Математическое моделирование многоагентных систем конкуренции и кооперации. Теория игр для всех. СПб.: ПМ-ПУ, 2012. 624 с.
3. Беллман Р.Э. Динамическое программирование. М.: Иностранная литература, 1960. 400 с.
4. Беллман Р.Э., Дрейфус С.Е. Прикладные задачи динамического программирования. М.: Наука, 1965. 460 с.
5. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр. М.: Высшая школа, 1998. 304 с.
6. Вентцель Е.С. Введение в исследование операций. М.: Советское радио, 1964. 390 с.
7. Мазалов В. В. Математическая теория игр и приложения. Санкт-Петербург–Москва–Краснодар: «Лань»: 2010. 448 с.
8. Таха Х.А. Введение в исследование операций. М.: Вильямс, 2005. 912 с.