

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Направление Математика

Специализация Алгебра

Сидоренко Кристина Леонидовна

Системы организаций с перекрестным владением и
цепные банкротства

Дипломная работа

Научный руководитель:

к.ф.-м.н., ст. п. Абрамовская Татьяна Викторовна

Рецензент:

ведущий экономист ОАО «Кировский завод»

Зайцева Любовь Сергеевна

Санкт-Петербург 2016

Saint Petersburg State University

Speciality Mathematics

Specialisation Algebra

Sidorenko Kristina

Cross-holdings and cascades of failures

Graduation Thesis

Scientific Supervisor:

Candidate of Physics and Mathematics,

Senior Lecturer T.V. Abramovskaya

Reviewer:

JSC Kirovsky Zavod, Lead economist Zaiceva L. S.

Saint Petersburg

2016

Содержание

Введение	3
Глава 1. Модель и определение ценности компании с перекрестным владением акций	
1.1. Собственные активы, организации и кросс-холдинги.....	5
1.2. Стоимость организаций.....	10
Глава 2. Неплатежеспособность в системе	
2.1. Падение стоимости и убытки.....	13
2.2. Учет убытков в рыночной оценке.....	17
2.3. Простое микроэкономическое обоснование.....	18
Глава 3. Диверсификация и интеграция	
3.1. Диверсификация кросс-холдингов.....	20
3.2. Интеграция кросс-холдингов.....	21
Глава 4. Численные примеры.....	22
Заключение.....	27
Список литературы.....	28

Введение

В экономике зачастую возникают системы, в которых несколько компаний имеют доли друг в друге. Такие системы называются кросс-холдингами (Cross-holdings).

В данной работе рассматривается математическая модель, которая возникает при изучении кросс-холдингов, и что происходит с такой системой, если одна из компаний становится неплатежеспособной. Также исследуются финансовые взаимозависимости между правительствами, центральными банками, инвестиционными банками и другими учреждениями, которые могут привести к коллапсу, неплатежам и сбоям. В основе теоретических выкладок лежит статья Financial Networks and Contagion [1]. Программируются примеры кросс-холдингов в Excel, делается анализ данных и соответствующие выводы.

Владение компаний акциями друг друга может внешне улучшить финансовый рычаг и повысить рейтинг в глазах кредитора. Конечно, все это будет достигнуто за счет формальных приемов и не будет отражать действительного повышения кредитоспособности потенциальных заемщиков. Но важно не это, а то, что система при этом получает возможность претендовать на больший размер долга, чем сумма ее разрозненных элементов. С точки зрения макроэкономических последствий эффект кросс-холдинга повышает капитализацию на фондовом рынке.

В главе 1 излагаются теоретические основы системы кросс-холдингов, вводятся основные понятия и разбирается математическая модель, используемая для подобных вычислений. Приводятся уравнения для вычисления общей стоимости и рыночной стоимости. Рассматривается пример, приведенный в статье [1].

В главе 2 рассматривается процесс банкротства компании и причины, которые могут к нему привести. Так же изучаются ситуации, когда внедрение

кросс-холдинга и заинтересованность контрагентов позволяют избежать банкротства компании.

В третьей главе формулируются понятия интеграции и диверсификации и рассматриваются примеры их применения в системе кросс-холдингов, как механизм, предотвращающий каскадный крах.

В четвертой главе просчитаны примеры на различные варианты взаимодействий компаний внутри кросс-холдингов и делаются выводы по результатам расчетов.

Глава 1. Модель и определение ценности компании с перекрестным владением акций

1.1. Собственные активы, организации и кросс-холдинги

Для определения основных используемых в данной работе понятий, рассмотрим n организаций (например, страны, банки или фирмы), составляющих множество $N = \{1, \dots, n\}$.

Стоимость (*values*) организаций в конечном счете, исходя из стоимости собственных средств или факторов производства – назовем просто активы (*assets*) – $M = \{1, \dots, m\}$. Для конкретности, собственные средства можно рассматривать, как проект, который приносит чистый доход в течении долгого времени. Чистые активы (собственные средства) могут быть более общими понятиями: цены поставок, стоимость при продаже, качество организационных достижений, инвестиции в человеческие ресурсы. Для простоты изложения их можно представить в виде абстрактных инвестиций и предположить, что в стоимость чистых активов входят только суммы активов, а доля пассивов равна нулю.

Приведенная стоимость (рыночная цена) активов k обозначается p_k . Пусть $D_{ik} \geq 0$ это доля стоимости активов k , принадлежащих организации i и пусть D – матрица с элементами (i,k) обозначается как D_{ik} (аналогичные обозначения используются для всех матриц). Для наших примеров

Эта организация так же может владеть акциями других организаций. Для любого $i, j \in N$ число $C_{ij} \geq 0$ – это доля организации j , которая принадлежит организации i , где $C_{ii} = 0$ для любого i . Возможно допустить, что $C_{ii} > 0$, что приводит к небольшим изменениям в выводах. Из этого следует, что для организации иметь внутренние кросс-холдинги – равносильно эффективному преобразованию в форму частной собственности.

Матрица C рассматривается как сеть, в которой существует прямая связь между i и j , если значение потока направлено из i в j , таким образом, что $C_{ij} > 0$. - т.е. если i имеет положительную долю в j .

После того, как все эти перекрёстные владения акциями учитываются, оставшаяся доля $\hat{C}_{ii} := 1 - \sum_{j \in N} C_{ji}$ организации i не принадлежит никакой организации в системе – доля считается положительной. Эта та часть, которая принадлежит внешним акционерам i , входящим в систему кросс-холдингов. Это предположение гарантирует, что рыночная стоимость организации четко определена. Это немного более строго, чем необходимо. Достаточно было предположить, что для каждой организации i есть некоторая j такая что $\hat{C}_{jj} > 0$ и существует путь из j в i . Организация с $\hat{C}_{ii} = 0$ по сути будет холдинговой компанией. И важно, чтобы была экономика, в которой хотя бы некоторые организации не являлись холдинговыми компаниями, и никакие внешние акционеры не претендовали на них. Недиагональные элементы матрицы \hat{C} определяются равными 0. В данной работе рассматривается система с большим размером дебиторской задолженности и приближенная к порогу неплатежеспособности, т.е. к уровню, когда собственных средств не хватает на погашение задолженности и это приводит к новым и новым долгам.

Определим так же матрицу A — матрицу зависимостей, которая описывает внутрисистемные зависимости. В частности, что будет очень важно для вычислений, элемент A_{ij} описывает долю издержек от неплатежеспособности (failure costs) компании j , которую несет компания i , в то время как компания j становится неплатежеспособной. Матрица A является стохастической по столбцам. Так же матрица A учитывает, как прямые, так и косвенные холдинги. Определим некоторые полезные свойства матрицы зависимостей A и исследуем его отношение к прямым кросс-холдингам C .

Чтобы увидеть, какие матрица зависимостей A и матрица прямого перекрёстного владения акциями C могут принимать значения, рассмотрим следующий пример:

Предположим, что есть две организации, $i = 1, 2$, каждая из которых имеет 50% акций другой организации. Матрица взаимосвязи кросс-холдингов C и матрица зависимостей A выглядят следующим образом: (Напомним, что $\hat{C}_{ii} := 1$ минус сумма значений столбца i в матрице C .)

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0 \end{pmatrix} -$$

фактическая доля владения компании i компанией j

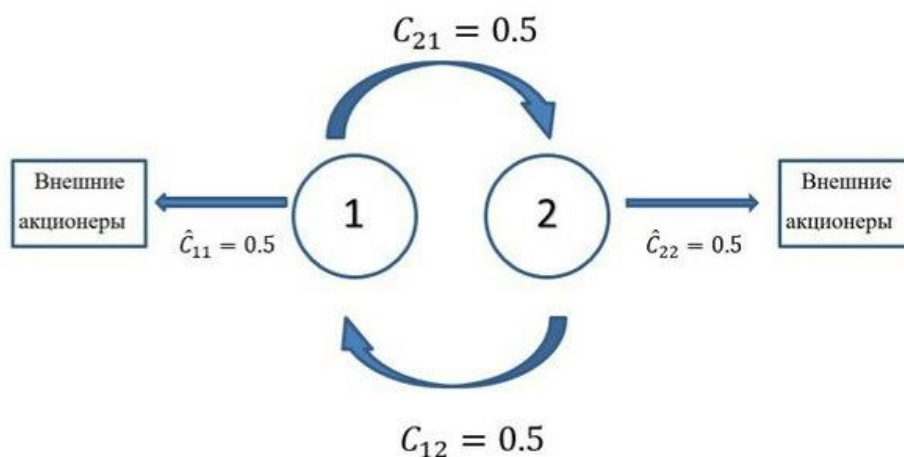
$$\hat{C} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{pmatrix} - \text{доля компании } i, \text{ которая принадлежит внешним}$$

акционерам i и не входит в систему кросс-холдинга.

$$A = \hat{C}(I - C)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

На этом простом примере можно увидеть, что прямые требования, - которые включены в C и \hat{C} - вполне могут существенно отличаться от зависимостей, описанных в матрице A .

Во-первых, даже если акционеры 1-ой организации имеют прямые притязания на 50% от ее стоимости, они в конечном счете, имеют право на большее - так как они также имеют некоторые права на ценность организации 2, которая включает в себя часть стоимости организации 1. Во-вторых, конечная зависимость каждой организации от другой меньше, чем та, которая следует из матрицы C .



На рисунке показан кросс-холдинг на примере двух организаций. Стрелки показывают, как средства прибывают в одну из организаций, распределяются между ее прямыми владельцами и другими организациями. Средства, которые остаются в системе дополнительно делятся. Матрица A описывает, как средства распределяются в конечном итоге.

Таким образом, мы видим, что несмотря на то, что активы каждой компании разделены пополам, при ситуации, когда компания становится неплатежеспособной, наибольшие потери несет она сама. Это связано с тем, что, например, компания i имеет долю в компании j . Когда i становится неплатежеспособной, j терпит убытки, и из-за этого компания i терпит убытки от убытков компании j . То есть компания i терпит убытки как от своей неплатежеспособности, так и от убытков компании j .

Несмотря на это, A может существенно отличаться от зависимостей перекрестного владения в матрице $C + \hat{C}$, можно сделать некоторые общие выводы:

Лемма 1. \hat{C}_{ii} — нижняя граница A_{ii} , но A_{ii} может быть много больше, чем \hat{C}_{ii} .

1. $1 \leq \frac{A_{ii}}{\hat{C}_{ii}}$ для любого i , и равенство выполняется в том и только том случае, когда не существует циклов из кросс-холдингов (т.е. ориентированных циклов в матрице C), включающих в себя i .

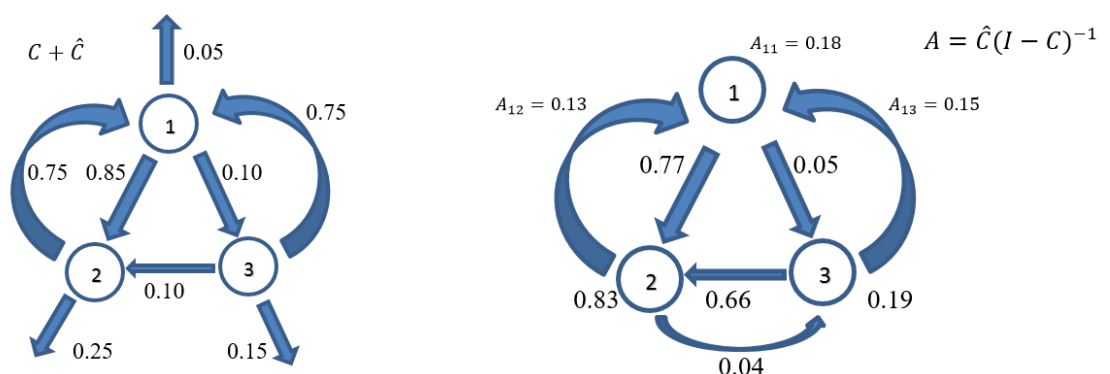
2. $\forall n$ существует последовательность матриц размера $n \times n$ ($C^{(l)}$) таких, что $\frac{A_{ii}^{(l)}}{\hat{C}_{ii}^{(l)}} \rightarrow \infty$.

Более наглядно можно увидеть различия на примере кросс-холдинга с тремя организациями.

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0.75 & 0.75 \\ 0.85 & 0 & 0.10 \\ 0.10 & 0.00 & 0 \end{pmatrix} \quad A = \hat{C}(I - C)^{-1} = \begin{pmatrix} 0.18 & 0.13 & 0.15 \\ 0.77 & 0.83 & 0.66 \\ 0.05 & 0.04 & 0.19 \end{pmatrix}$$

Во-первых, стоит обратить внимание, что организация 1 является практически холдингом: в основном ее капитал принадлежит другим организациям, и поэтому вторые две записи из соответствующей строки в матрице A значительно меньше соответствующих записей в $C + \hat{C}$.

Графики матрицы $C + \hat{C}$ и связанной с ними матрицы A показаны на рисунке, который иллюстрирует соответствующие различия:



На данном рисунке стрелки указывают в направлении потока активов: от организации, из которой активы удерживаются, к их держателю. Исходящие из вершин внешние стрелки на рисунке (а) означают частных акционеров.

Матрица $C + \hat{C}$ может сильно отличаться от матрицы зависимостей A , которая измеряет, как рыночная стоимость каждой организации в конечном счете зависит от активов, принадлежащих каждой организации.

Кроме того, мы видим, что внешние акционеры организации 2 имеют прямые и косвенные претензии на 66% активов организации 3, даже если организация 2 имеет непосредственно в кросс-холдинге только 10% акций организации 3. Поскольку организация 2 напрямую владеет 85% организации 1, ее внешние акционеры косвенно имеют прямые претензии на крупную долю организации 1 и косвенные претензии на доли компаний 2 и 3 в компании 1.

1.2. Стоимость организаций

В условиях перекрестного владения акциями есть свои нюансы в определении справедливой рыночной стоимости организации и ее реальных экономических издержек. Правильное ведение бухгалтерского учета имеет важное значение для анализа последовательных крахов (каскадов). Для начала, рассмотрим основные методы оценки реальной стоимости организации, когда отсутствуют убытки.

Общая стоимость V_i акций компании i , в которую входят стоимости частей, принадлежащих другим организациям, и стоимость частей, которыми владеют внешние акционеры. Это равно стоимости собственных средств организации плюс стоимость долговых обязательств других организаций перед ней.

$$V_i = \sum_k D_{ik} p_k + \sum_j C_{ij} V_j \quad (1)$$

Уравнение (1) можно записать и в матричном виде:

$$V = Dp + CV \quad (2)$$

Предположив, что каждый столбец в C в сумме < 1 (это имеет место, так как мы имеем ненулевые внешние владельцы в каждой организации), получим

$$V = (I - C)^{-1} Dp \quad (3)$$

Организация полностью владеет одним активом $D=I$. Суммирование в уравнении (1) между организациями показывает, что сумма V_i превышает общий суммарный объём собственных средств организации. По сути, каждый доллар чистых активов, непосредственно принадлежащий организации i привносит доллар к стоимости собственного (акционерного) капитала организации i , а после также считается частично на балансе всех организаций, имеющих долю в акционерном капитале i .

Рыночная оценка (*market value*) - v_i - эта стоимость отражает поток реальных активов, который достается конечным инвесторам этой организации.

$$v_i = \hat{C}_{ii}V_i$$

Или в матричном виде

$$v = \hat{C}V \quad (4)$$

Подставим уравнение (3)

$$v = \hat{C}V = \hat{C}(I - C)^{-1}Dp = ADp$$

Где $\hat{C}(I - C)^{-1} = A$ – матрица зависимостей.

Глава 2. Неплатежеспособность в системе

2.1. Падение стоимости и убытки

В модели, приведенной в первой главе, организации могут терять в стоимости из-за нестабильности, если значение стоимости падает ниже определенного критического порога. Этот процесс может привести к каскадным потерям. Существует множество примеров запусков подобных механизмов. Рассмотрим на примере авиакомпании. Из-за того, что авиакомпания не смогла заплатить за топливо поставщику, произошла приостановка поставок, которая вызвала простой самолетов и еще большие потери компании. Что привело еще к большему скачкообразному падению доходов. В конечном итоге, опустившись ниже критического уровня, компания вынуждена будет включить механизм банкротства.

В широком смысле, подобная нестабильность часто вызвана неликвидностью, которая затем приводит к неэффективному использованию активов. Действительно, учитывая, что эффективное производство может включать в себя различные связи и взаимозависимости, любые сбои в способности оплачивать и приобретать некоторые факторы производства могут привести к неоднородному и неэффективному использованию других факторов или инвестиций.

Если значение v_i организации i падает ниже некоторого порогового уровня \underline{v}_i , то i обваливается и несет убытки $\beta_i(p)$. Аргумент p отражает, что эти затраты могут зависеть от значений базовых активов, как это было бы в случае, когда они ликвидируются за часть их прежней стоимости. Эти убытки вычитаются из денежного потока разорившейся организации. Они могут представлять собой денежные средства, направленные на борьбу с недостатком собственных активов. В любом случае это вносит нестабильность в систему.

Таким образом, определим следующие переменные:

v_i - пороговый уровень рыночной стоимости v_i компании i , при достижении которого компания i становится неплатежеспособной.

$\beta_i(p)$ -убытки (failure costs) компании i от неплатежеспособности, вызванные достижением компанией порогового значения стоимости.

Мы основываем убытки на рыночной стоимости организации, v_i , а не балансовой стоимости, V_i . Это отражает идею, что разорение организации происходит из-за трудностей или сбоев в эксплуатации, а также из-за искусственной инфляции в балансовой стоимости, которая сопровождает кросс-холдинг и позволяет избежать приближение к порогу неплатежеспособности. Например, если порог неплатежеспособности был основан на балансовой стоимости, то обе организации перед разорением смогут его избежать путем увеличения кросс-холдинга и раздувания их балансовой стоимости. Тем не менее, эта модель может вместо этого сделать падение зависящим от балансовой стоимости V_i , в тех случаях, когда движение денежных средств относятся к балансовой стоимости.

Контрагенты имеют стимул для спасения организации с финансовыми проблемами (например, путем списания долга), чтобы избежать (косвенно) собственных убытков. Для того, чтобы увеличить свои шансы на получение такой помощи, организация может намеренно увеличить свои расходы, чтобы сделать риск разорения более вероятным. Несмотря на то, что такие расходы могут быть даже больше, чем стоимость активов организации (например, размер недавнего греческого списания долга или очень быстрой продажи активов Lehman Brothers"), они создают эффект снежного кома. Учитывая, что основной спад в экономике, это лишь вопрос об изменении нескольких процентных пунктов в ее темпах роста, в далекой перспективе, любая доля изменения стоимости какой-либо одной организации, не

обязательно должна быть очень большой, чтобы иметь большое влияние на экономику.

Ярким примером спасения фирм контрагентами (в данном случае государством) во избежание каскадного краха в экономике, является спасение во время кризиса ряда американских банков ТВТФ (слишком больших, чтобы обанкротиться) и не всегда это приводит к положительным последствиям. Организация будет считаться «слишком большой», когда имеются ожидания, что правительство будет делать все возможное, чтобы спасти эту организацию от краха. Летом 1991г. кризис случился в «Саломон Бразерс» (Salomon Brothers). «Саломон», глобальный инвестиционный банк, был одним из крупнейших финансовых организаций в США, и крупнейшим дилером государственных ценных бумаг США. Этот банк был на грани краха, и правительство не собиралось его спасать, но крах этой фирмы почти наверняка вызвал бы массовый сбой в функционировании рынков. «Почти банкротство» банка «Саломон» в 1991г. предвосхитило огромный ущерб, нанесенный крахом банка «Леман Бразерс» (Lehman Brothers), также инвестиционного банка, в 2008г. По сути, масштаб проблемы значительно вырос за эти годы. С 1991г. отношение банковских активов в США к ВВП страны более, чем удвоилось, с 55% до 126%. Между тем, доля таких активов во владении трех крупнейших организаций увеличилась с 14 до 32%. В последние годы известны крупномасштабные и многочисленные спасения в результате финансового кризиса.

То, находится ли компания на грани краха, зависит от ее порога неплатежеспособности, а размер влияния ее банкротства на другие компании зависит от ее убытков при банкротстве. Если организации имеют контроль над порогом неплатежеспособности и убытками, то они решат их ограничить. На примере покажем, какие стимулы имеют организации, чтобы увеличить убытки при банкротстве и порог неплатежеспособности.

Пример:

Рассматривается система с двумя активами и двумя организациями. Имущество распределено следующим образом: $D_1 = (1,0), D_2 = (0,1)$. Начальные кросс-холдинги представляют собой $C_1(0) = (0,1/2)$ и $C_2(0) = (1/2,0)$, таким образом, что каждая организация имеет половину доли в другой организации $\hat{C}_{ii}=1/2$

Так же из уравнения (5) определим матрицу зависимостей A :

$$A = \hat{C}(I - C)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

При кросс-холдинге организация 1 получает $2/3$ от стоимости активов 1, в то время как организация 2 получает $1/3$. Обратное верно для актива 2.

Допустим, актив 1 и актив 2 имеют цену $p_1 = p_2 = 10$. Таким образом, без каких-либо затрат на провал, значения организаций будут $v_1 = v_2 = 10$.

Обозначим через $v_1 = 0$ и $v_2 = 11$; пусть убытки организации 2 $\beta_2 = 6$. Это означает, что, если нет никаких изменений в кросс-холдингах, из (5) значения этих двух организаций являются 8 и 6. Предположим теперь, что организация 1 может сделать перевод на организацию 2. Если организация 1 сделает перевод 2 организации, организация 2 не потерпит неудачу, и значения этих двух организаций будет 9 и 11. Таким образом, сделав перевод организации 2, организация 1 способна увеличить свое значение от 8 до 9! Такой платеж может быть прямым переводом денежных средств или осуществляться через торговлю в базовых активах или кросс-холдингах. Например, организация 1 может просто дать Организации 2 увеличение доли в своей компании. Организация 1 заинтересована "сохранить" организацию 2.

2.2. Учет убытков в рыночной оценке

Расходы от неплатежеспособности влияют непосредственно на бухгалтерский баланс организации, и поэтому полная балансовая стоимость организации i с учетом издержек от неплатежеспособности компании будет выглядеть так:

$$V_i = \sum_{j \neq i} C_{ij} V_j + \sum_k D_{ik} p_k - \beta_i I_{v_i < \underline{v}_i}$$

где $\beta_i I_{v_i < \underline{v}_i}$ - индикатор переменной, принимающий значение 1 если $v_i < \underline{v}_i$, и значение 0 в противном случае.

Выведем из этого новый вид уравнения (2):

$$V = (I - C)^{-1}(Dp - b(v, p))$$

где $b_i(v, p) = \beta_i(p) I_{v_i < \underline{v}_i}$.

Число $b_i(v, p)$ отражает реализацию убытков, и равна нулю, если разорения не происходит. Соответственно, (3) можно выразить как

$$v = \hat{C}(I - C)^{-1}(Dp - b(v)) = A(Dp - B(v, p)) \quad (5)$$

Элемент A_{ij} матрицы зависимостей характеризует долю j -ых убытков, которые испытывает i , когда j разоряется, а так же притязания i на собственные средства, которыми непосредственно владеет организация j . Если организация j разоряется, тем самым несет убытки β_j , то стоимость i будет уменьшаться на величину $A_{ij}\beta_j$.

Таким образом, вносимые коррективы в оценку V и подобные изменения ведут за собой цепные дефолты.

2.3. Простое микроэкономическое обоснование

Чтобы разобраться в идее, приведенной в главе 1, рассмотрим одно простое экономическое обоснование. Организации являются находящимися в частной собственности фирмами. Для простоты, пусть каждая фирма имеет единственный собственный актив: инвестиционный проект, который обеспечивает доход. Тогда выполнены $m = n$ и $D = I$. Фирмы имеют обязательства по отношению к друг другу: например, обещанные платежи за ресурсы или другие промежуточные товары. Эти обязательства задают кросс-холдинги. После того, как стоимость фирмы больше не покрывает полную стоимость ее обещанных платежей, все кредиторы организации - которые не имеют друг перед другом преимуществ (одинаково значимы) – распределяют пропорционально V_i с организацией j , устанавливая значение стоимости i , как $C_{ij}V_i$. Таким образом, несмотря на то, что изначально мы можем иметь только долговые обязательства, мы рассматриваем сценарий каскада, в котором обещанные платежи не могут быть возмещены в полном объеме. В таком случае используется режим «упорядоченного списания», в котором кредиторы готовы принять к выплате часть стоимости их долга. Таким образом, значения кросс-холдингов просто линейны по V_i .

Стоимость $v_i = \hat{C}_{ii}V_i$ оставлена на усмотрение собственников и должна покрывать текущие организационные издержки: заработную плату, пособия и пенсионные обязательства для собственников.

Долю \hat{C}_{ii} можно рассматривать, как все акции или собственный капитал фирмы, в то время, как C_{ij} являются платежными обязательствами фирмы перед другими фирмами. Эти \hat{C}_{ii} остаточные акции дают право управления фирмой, в то время как C_{ij} просто представляют собой обязательства перед другими кредиторами. Если значение остатка является достаточно низким для собственника/акционеров (ниже некоторой внешней оценки своего времени или усилий), они могут решить прекратить свою деятельность. Это

может произойти по разным причинам. Например, в случае авиакомпании Spanair, было слишком мало денег, чтобы покрыть зарплату, топливо и другие основные расходы на техническое обслуживание, и авиакомпания была вынуждена прекратить свою деятельность. Также, может быть, что владельцы больше не видят смысла продолжать вкладывать усилия в этот инвестиционный проект.

Действительно, мы выдвигаем предположение, что существует критическое значение \underline{v}_i такое, что если стоимость актива, доступная собственнику, падает ниже этого порога, то он хочет прекратить свою деятельность и ликвидировать актив. Другими словами, как только $v_i < \underline{v}_i$ - актив ликвидирован. Ликвидация является необратимым и всеобъемлющим процессом: фирма не может частично ликвидировать свой собственный актив. Ликвидация является также дорогостоящей: если i ликвидирует свой собственный актив, это влечет за собой потерю λ_i центов на 1 доллар. Эти потери включают время, что актив простаивает, стоимость оценки стоимости и проведение продажи активов, затраты на перемещение активов в другое место производства, а также потерю фирмой специфического капитала и знаний.

С точки зрения нашей модели, $\beta_i(p) = \lambda_i p_i$.

Напомним, что $b_i(v, p) = \beta_i(p) I_{v_i < \underline{v}_i}$, то отсюда следует, что

$$v = A(p - b(v, p)).$$

Решение для стоимости организации в уравнении (5) называется множеством равновесных решений и характеризует систему кросс-холдингов, как сеть в состоянии равновесия, что вытекает из зависимостей в матрице A . Решение всегда существует и может быть не единственным.

Глава 3. Диверсификация и интеграция

3.1. Диверсификация кросс-холдингов

Диверсификация системы (diversification) — увеличение числа владельцев организации, при сохранении количества организаций в системе (дробление организаций) и как следствие – расширение кросс-холдинга, объединение разнородных предприятий, принадлежащих к близким, родственным отраслям. Диверсифицированные хозяйствующие субъекты — многоотраслевые, производящие широкий ассортимент товаров. Самой диверсифицированной компанией мира считается "Дженерал электрик". Она производит широкий круг потребительских электротоваров, моторы, электрооборудование, локомотивы, реактивные моторы, медицинское оборудование, силиконовые и режущие материалы и многое другое.

Доля внешних владельцев остается прежней, а внутри системы происходит перераспределение прав. Доли действующих владельцев не увеличиваются, но хотя бы у одной компании появляется как минимум один новый владелец. Формально система C' более диверсифицированная чем C , тогда и только тогда, когда:

$$1. C'_{ij} \leq C_{ij} \text{ для любых } i, j \text{ где } C_{ij} > 0, i, j \in 1 : n$$

$$2. C'_{ij} > C_{ij} = 0, \text{ для каких то } i, j \in 1 : n$$

Пример: Рассмотрим систему кросс-холдингов C . При процессе диверсификации системы доля внешних владельцев, т.е. матрица \hat{C} , остается неизменной, а доли внутри кросс-холдинга перераспределяются. $C =$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0.55 & 0 \\ 0 & 0 & 0.40 \\ 0.30 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{C} = \begin{pmatrix} 0.70 & 0 & 0 \\ 0 & 0.45 & 0 \\ 0 & 0 & 0.60 \end{pmatrix} \quad C' = \begin{pmatrix} 0 & 0.30 & 0.20 \\ 0.15 & 0 & 0.20 \\ 0.15 & 0.25 & 0 \end{pmatrix}$$

Такой кросс-холдинг C' более диверсифицирован, чем C .

3.2. Интеграция кросс-холдингов

Интеграция системы (integration) — уменьшение долей сторонних владельцев (увеличение независимости системы). Права от внешних владельцев переходят к компаниям из системы, объединяя технологически однородные производства, или производства, образующие одну технологическую цепочку. Формально система C' более интегрирована, чем система C , тогда и только тогда, когда $C'_{ii} \leq \hat{C}_{ii}$ для всех $i \in 1 : n$. Это эквивалентно $\sum_{j:j \neq i} C'_{ji} \geq \sum_{j:j \neq i} C_{ji}$ для всех $i \in 1 : n$

Пример: Рассмотрим систему кросс-холдингов C . При процессе интеграции системы доля внешних владельцев \hat{C} уменьшается, а права от внешних владельцев переходят к компаниям из системы.

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0.30 & 0.20 \\ 0.15 & 0 & 0.20 \\ 0.15 & 0.25 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{C} = \begin{pmatrix} 0.70 & 0 & 0 \\ 0 & 0.45 & 0 \\ 0 & 0 & 0.60 \end{pmatrix}$$
$$C' = \begin{pmatrix} 0 & 0.40 & 0.40 \\ 0.30 & 0 & 0.40 \\ 0.30 & 0.45 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{C}' = \begin{pmatrix} 0.40 & 0 & 0 \\ 0 & 0.15 & 0 \\ 0 & 0 & 0.20 \end{pmatrix}$$

Такой кросс-холдинг C' более интегрирован, чем C .

Таким образом, ключевое отличие между диверсификацией и интеграцией заключается в том, что при диверсификации новые владельцы получают из-за того, что уменьшаются доли компаний системы, а при интеграции уменьшаются доли внешних владельцев. Основной вывод заключается в том, что при очень низких или очень высоких уровнях интеграции и диверсификации снижается риск финансового краха системы (он является самым высоким на промежуточных уровнях интеграции и диверсификации). Наконец, когда диверсификация еще больше увеличивается, и финансовые портфели организаций становятся достаточно диверсифицированы, организации становятся нечувствительными к какой-либо конкретной финансовой неудаче.

Глава 4. Численные примеры

Расчеты производились в системе Excel с использованием (2) и (4) формулы из данной работы.

Пример 1.

Для матрицы 2x2. Для начала находим матрицу зависимостей и отражаем, какая часть акций принадлежит внешним контрагентам.

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{C} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{pmatrix}$$

Далее считаем матрицу зависимостей

$$A = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix} (I - C)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{11}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{11}{3} \end{pmatrix}$$

Проанализируем результаты матрицы A . Первоначальные активы компании разделены пополам, но если компания теряет свою платежеспособность, то эта компания сама и несет большую часть убытков.

Вектор $D = I \cdot p$ – единичный вектор. В матричном виде общая стоимость

$$V = (I - C)^{-1} D p = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0 \end{pmatrix} \right]^{-1} * \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} \frac{11}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{11}{3} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{13}{3} \\ \frac{13}{3} \end{pmatrix}$$

$$v = \hat{C} V = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \frac{13}{3} \\ \frac{13}{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{13}{6} \\ \frac{13}{6} \end{pmatrix}$$

Пример 2:

Для матрицы 3x3.

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0.75 & 0.75 \\ 0.85 & 0 & 0.10 \\ 0.10 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{C} = \begin{pmatrix} 0.05 & 0 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0.15 \end{pmatrix}$$

$$(I - C)^{-1} = \begin{pmatrix} 3.57 & 2.68 & 2.95 \\ 3.07 & 3.30 & 2.63 \\ 0.36 & 0.27 & 1.29 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 0.18 & 0.13 & 0.15 \\ 0.77 & 0.83 & 0.66 \\ 0.05 & 0.04 & 0.19 \end{pmatrix}$$

$$V = (I - C)^{-1} D p = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0.75 & 0.75 \\ 0.85 & 0 & 0.10 \\ 0.10 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right]^{-1} * \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 3.57 & 2.68 & 2.95 \\ 3.07 & 3.30 & 2.63 \\ 0.36 & 0.27 & 1.29 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9.20 \\ 9.01 \\ 1.92 \end{pmatrix}$$

$$v = \hat{C} V = \begin{pmatrix} 0.05 & 0 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0.15 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 9.2 \\ 9.01 \\ 1.92 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.46 \\ 2.25 \\ 1.29 \end{pmatrix}$$

Для матрицы 3x3. 85% акций компании 2 принадлежат компании 1. Найдя матрицу A мы видим, насколько от неплатежеспособности компании 1 пострадают все три компании в кросс-холдинге.

А также сравнив значения векторов V и v по каждой компании, можно увидеть, на сколько система кросс-холдинга завышает величину оценки компании и раздувает ее стоимость. В данном примере компания 1 имеет довольно небольшую реальную оценку v (всего 0.46), при том, что внутри кросс-холдинга с помощью взаимозависимостей с другими компаниями холдинга, оценка V увеличилась в несколько раз. (9.20)

Пример 3:

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0.80 & 0.25 \\ 0.50 & 0 & 0.25 \\ 0.20 & 0.05 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{C} = \begin{pmatrix} 0.30 & 0 & 0 \\ 0 & 0.15 & 0 \\ 0 & 0 & 0.50 \end{pmatrix}$$

$$(I - C)^{-1} = \begin{pmatrix} 2.01 & 1.65 & 0.92 \\ 1.12 & 1.93 & 0.76 \\ 0.46 & 0.43 & 1.22 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 0.60 & 0.50 & 0.27 \\ 0.17 & 0.29 & 0.11 \\ 0.23 & 0.21 & 0.61 \end{pmatrix}$$

$$V = (I - C)^{-1}Dp = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0.80 & 0.25 \\ 0.50 & 0 & 0.25 \\ 0.20 & 0.05 & 0 \end{pmatrix} \right]^{-1} * \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 2.01 & 1.65 & 0.92 \\ 1.12 & 1.93 & 0.76 \\ 0.46 & 0.43 & 1.22 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.58 \\ 3.81 \\ 2.11 \end{pmatrix}$$

$$v = \hat{C}V = \begin{pmatrix} 0.30 & 0 & 0 \\ 0 & 0.15 & 0 \\ 0 & 0 & 0.50 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 4.58 \\ 3.81 \\ 2.11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.37 \\ 0.57 \\ 1.05 \end{pmatrix}$$

На этом примере рассмотрев матрицу A, мы видим что компания 2 на небольшую долю зависит от других компаний в холдинге. И неплатежеспособность любой из них приведет макс к 30% убытков.

Это вызвано большим объемом перекрестного владения акций между компаниями 1 и 2.

Пример 4:

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0.33 & 0.33 \\ 0.33 & 0 & 0.33 \\ 0.33 & 0.33 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{C} = \begin{pmatrix} 0.34 & 0 & 0 \\ 0 & 0.34 & 0 \\ 0 & 0 & 0.34 \end{pmatrix}$$

$$(I - C)^{-1} = \begin{pmatrix} 1.48 & 0.73 & 0.73 \\ 0.73 & 1.48 & 0.73 \\ 0.73 & 0.73 & 1.48 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 0.50 & 0.25 & 0.25 \\ 0.25 & 0.50 & 0.25 \\ 0.25 & 0.25 & 0.50 \end{pmatrix}$$

$$V = (I - C)^{-1}Dp = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0.33 & 0.33 \\ 0.33 & 0 & 0.33 \\ 0.33 & 0.33 & 0 \end{pmatrix} \right]^{-1} * \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1.48 & 0.73 & 0.73 \\ 0.73 & 1.48 & 0.73 \\ 0.73 & 0.73 & 1.48 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.94 \\ 2.94 \\ 2.94 \end{pmatrix}$$

$$v = \hat{C}V = \begin{pmatrix} 0.34 & 0 & 0 \\ 0 & 0.34 & 0 \\ 0 & 0 & 0.34 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 2.94 \\ 2.94 \\ 2.94 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.99 \\ 0.99 \\ 0.99 \end{pmatrix}$$

Пример 5:

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0.55 & 0 \\ 0 & 0 & 0.40 \\ 0.30 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{C} = \begin{pmatrix} 0.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0.45 & 0 \\ 0 & 0 & 0.6 \end{pmatrix}$$

$$(I - C)^{-1} = \begin{pmatrix} 1.07 & 0.59 & 0.24 \\ 0.13 & 1.07 & 0.43 \\ 0.32 & 0.18 & 1.07 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 0.75 & 0.41 & 0.16 \\ 0.06 & 0.48 & 0.19 \\ 0.19 & 0.11 & 0.64 \end{pmatrix}$$

$$V = (I - C)^{-1}Dp = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0.55 & 0 \\ 0 & 0 & 0.40 \\ 0.30 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right]^{-1} * \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1.07 & 0.59 & 0.24 \\ 0.13 & 1.07 & 0.43 \\ 0.32 & 0.18 & 1.07 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.9 \\ 1.63 \\ 1.57 \end{pmatrix}$$

$$v = \hat{C}V = \begin{pmatrix} 0.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0.45 & 0 \\ 0 & 0 & 0.6 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1.9 \\ 1.63 \\ 1.57 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.33 \\ 0.73 \\ 0.94 \end{pmatrix}$$

Заключение

В данной работе мы рассмотрели математическую модель, которая возникает при изучении кросс-холдингов. Так же на примерах просчитали риски системы кросс-холдингов при банкротстве одной из входящих в нее организаций, различные варианты взаимозависимостей в системе, чтобы добиться уменьшения рисков краха всего кросс-холдинга.

Так же рассмотрели те случаи, когда в интересах контрагентов спасти от банкротства входящую в один кросс-холдинг с ними компанию, чтобы избежать еще больших убытков и краха всей системы, выгоднее, чем допустить банкротство.

В работе так же были изучены понятия интеграции и диверсификации, как одни из распространенных методов устранения нестабильности системы и рассмотрели примеры того, как эти методы работают.

Нынешняя экономическая система в условиях кризиса требует разработки механизмов регулирования и достижения более стабильного и устойчивого состояния экономики. И подобные исследования являются базой для разработки новых решений основных проблем нынешней мировой экономики.

Список литературы:

[1] Allen, F. and A. Babus (2009): “Networks in finance,” in *The Network Challenge: Strategy, Profit, and Risk in an Interlinked World*, ed. by P. R. Kleindorfer and Y. Gerry, Wharton School Publishing, 367–382.

[2] Matthew Elliott, Benjamin Golub, Matthew O. Jackson *Financial Networks and Contagion*, 2014.

http://www.its.caltech.edu/~melliott/papers/financial_networks.pdf

[3] Fedenia, M., J. E. Hodder, and A. J. Triantis (1994): “Cross-Holdings: Estimation Issues, Biases, and Distortions,” *The Review of Financial Studies*, 7, 61–96

[4] *Речь члена Совета управляющих ФРС США Джерома Пауэлла на конференции Института Международных Банкиров 2013 года, Вашингтон, округ Колумбия 4 марта 2013г.* <http://www.fedspeak.ru/130304-Powell%20-%20Ending%20TBTF.htm>