

Санкт-Петербургский государственный университет

Барышева Ольга Игоревна

**Использование адаптации аномалий в качестве
инструмента пересмотра убеждений**

09.00.07 – логика

Выпускная квалификационная работа бакалавра

Научный руководитель:
Кандидат философских наук,
доцент. **Ю.В. Нечитайлов**

Санкт-Петербург 2016

Оглавление

Введение	3
Глава 1. Пересмотр убеждений и операции AGM	9
1.1 Расширение	9
1.2 Сокращение	10
1.3 Ревизия	13
Глава 2. Динамическая эпистемическая логика Балтага и Мосса	15
2.1 Модель эпистемических состояний	16
2.2 Модель эпистемических действий	19
2.3 Обновление и произведение обновления	21
Глава 3. Адаптивная логика	26
3.1 Идея адаптивной логики	26
3.2 Стандартный формат адаптивной логики	31
3.3 Динамические доказательства	35
Заключение	35
Список литературы	37

Введение

Проблема, один из возможных подходов к решению которой намечен в настоящей работе, относится к сравнительно молодой и бурно развивающейся области исследований – изучению изменений информации и способов рассуждения о них с формально-логической точки зрения. Значение слова «информация» в его обычном употреблении является нечетким и размытым, и даже в языке науки это понятие фигурирует как весьма многозначный термин. Здесь под информацией подразумевается «нечто, относящееся к субъекту, который имеет определенную перспективу на мир, называемому агентом, и информация, которую мы имеем в виду, имеет значение как целое, а не только как отдельные фрагменты и кусочки». Это все еще довольно расплывчато охарактеризованное понятие охватывает два других – знание и убеждение, которые изучаются и моделируются в эпистемической логике.

Вопрос, что значит знать (и, в меньшей мере, быть убежденным), звучит в философии со времен Античности.¹ В общефилософское рассмотрение этих понятий включаются также и попытки проанализировать их логические свойства. Уже Аристотель в «Аналитиках» и трактате «О софистических опровержениях» отмечает некоторые особенности рассуждений, касающихся знания и убеждения. Интерес к ним не угасает и в эллинистический период, а затем через несколько столетий с новой силой вспыхивает в позднем Средневековье, питая мысль таких философов как Буридан, Оккам и Дунс Скот. И хотя таким образом история изучения логических аспектов знания уходит в глубину веков, а вклад, который внесли в нее упомянутые мыслители, не может не учитываться, все это еще не дает основания говорить о появлении отдельной ветви логических исследований – эпистемической логики. Возникновение последней стало возможным лишь в

¹ От древнегреческих слов ἐπιστήμη (знание) и δόξα (мнение), которые с развитием философской мысли обретают терминологическое значение (в первую очередь, в диалогах Платона), происходят и названия современных направлений логики – эпистемической и доксистической.

середине двадцатого столетия – после того как, благодаря усилиям философов, логиков и математиков начала века, логика в целом приобрела свой современный облик и стала широко использовать математические методы, в частности теорию множеств и математические модели.

Непосредственным предшественником и близким родственником эпистемической логики является современная алетическая модальная логика², которая занимается «исследованием дедуктивного поведения выражений «необходимо, что» и «возможно, что»³. Также намеченная еще в трудах Аристотеля, в середине прошлого века она становится едва ли не центральной сферой исследований в логике. Главным образом это связано с изобретением удобного инструмента для выражения модальных операторов – семантики возможных миров⁴, что позволило наконец адекватно формализовать модальные высказывания и впервые за долгое время серьезно продвинуть изучение их дедуктивных свойств.

Семантика возможных миров оперирует моделями, структурными элементами которых являются множество возможных миров и заданное на этом множестве бинарное отношение достижимости. С каждым миром соотносится множество истинных предложений, описывающих положение дел в этом мире, и если выбрать один из миров в качестве действительного, то остальные миры, связанные с ним отношением достижимости, будут представлять ситуации, альтернативные действительной. Предложения, которые сообщают о необходимом или возможном характере некоторого положения дел, получают значение следующим образом. Предложение «Возможно, что А»⁵ истинно в некотором мире, если само «А» истинно по крайней мере в одном из миров, достижимых для данного. Если же «А»

² Термин снова заимствован из древнегреческого: *αληθεια* означает «истина».

³ Цитата по Стэнфордской энциклопедии, статья *Modal logic*.

⁴ Другое общепринятое название – семантика Крипке, данное по имени американского логика и философа Сола Крипке, который описал ее в своих работах 1950–1960-х годов.

⁵ А также обозначает некоторое предложение, которое, в свою очередь, тоже может содержать в себе модальность.

окажется истинным во всех достижимых мирах, то в исходном мире будет истинным «Необходимо, что А».

Довольно скоро стало ясно, что семантика Крипке является универсальным инструментом, который можно применить к другим модальностям, в том числе и к эпистемическим⁶. Тогда возникает эпистемическая логика⁷, предметом которой является моделирование знания и убеждений сначала одного, а потом и нескольких агентов. Важно, что в мультиагентной эпистемической логике рассматривается знание агентов не только о мире, но и о знании друг друга. Таким образом, в языке этой логики выразимы такие сложные конструкции как например «А знает, что В считает возможным, что», «А не знает, знает ли В, что», «А, В и С знают/полагают возможным, что». Типичной задачей эпистемической логики является анализ ситуации, в которой несколько участников, обладая минимумом информации, находят ответ на поставленный вопрос, размышляя о том, что знает и чего не знает каждый из них.

Знание и убеждения человека не являются чем-то раз и навсегда данным.⁸ С течением времени каждый что-то узнает, а что-то забывает, в отношении каких-то вещей меняет свои взгляды. Часто это происходит в ходе коммуникации с другими людьми. К примеру, когда один человек сообщает другому некий факт, а тот принимает его к сведению, знание обоих увеличивается. Люди постоянно совершают целенаправленные эпистемические действия, которые имеют вполне предсказуемые последствия. Они делятся информацией публично, сообщают ее приватно или даже вводят друг друга в заблуждение. Поэтому неудивительно, что следующим шагом на пути развития логики знания и убеждений явилось

⁶ Эпистемическими модальностями по аналогии с алетическими называются выражения «агент знает, что» и «агент полагает возможным, что».

⁷ Другим фактором, оказавшим большое влияние на развитие эпистемической логики, является изучение теории игр.

⁸ Здесь речь идет об изменении знания и убеждений людей. Эпистемическая логика использует термин «агент» для обозначения обладателя знания и убеждений и не накладывает ограничений на возможную его интерпретацию. В зависимости от контекста и конкретной задачи агентом может оказаться человек, игрок в игре, робот, машина, или просто «процесс»[10,12].

введение в нее динамического аспекта. Здесь следует указать два направления исследований. Одно – это собственно динамическая эпистемическая логика, сосредоточенная на самих эпистемических действиях и на том, как они влияют на эпистемические состояния агентов. Второе направление известно под названием «пересмотр убеждений». В фокусе его внимания находятся операции, посредством которых происходит процесс изменения убеждений, а также отношения между исходным и результирующим множествами убеждений.

В динамической эпистемической логике процесс изменения знания и убеждений агентов представлен как мгновенный переход от одного эпистемического состояния к другому; при этом каждое эпистемическое состояние репрезентировано посредством мультиагентной модели Крипке. Семантика Крипке при всех ее достоинствах в контексте эпистемической логики имеет один серьезный недостаток: она приписывает агентам крайне нереалистические дедуктивные возможности. Каждый агент в силу особенностей семантики располагает не только некоторой информацией о мире и знании других агентов – он также вынужден одновременно знать все логические следствия из нее.⁹ Это обстоятельство существенно ограничивает возможности динамической эпистемической логики в отношении моделирования процесса изменения убеждений.

Что касается логики пересмотра убеждений, то в этой области классическим подходом является так называемый AGM. В нем расширение, сокращение или ревизия убеждений агента описаны в общем виде посредством соответствующих теоретико-множественных операций. Эти операции, разумеется, не принадлежат объектному языку и представляют собой инструмент металингвистического изучения динамики убеждений. Кроме того, множество убеждений является замкнутым по отношению логического следования, а это значит опять-таки, что, когда агент убежден в некотором факте, он также убежден во всех его логических следствиях.

⁹ Эта проблема хорошо известна и даже имеет свое название – «проблема логического всеведения».

Таким образом, проблема пересмотра убеждений и здесь решена не полностью, и создание логических средств, позволяющих более реалистично моделировать их динамику, остается актуальной задачей.

Логикой, которая специально задумывалась, чтобы отразить процессуальный характер рассуждений, является адаптивная логика Д. Бэйтенса (D. Batens). Ее особенностью являются динамические доказательства, позволяющие отменять сделанные ранее выводы ввиду обнаружения новой информации. При этом новая информация не обязательно приходит «извне», расширяя множество посылок, – она может возникнуть «внутри» доказательства в ходе постепенного выведения следствий. Это свойство динамических доказательств, возможно, позволит применить их к проблеме пересмотра убеждений.

Актуальность темы выпускной квалификационной работы обусловлена, во-первых, возросшим за последние десятилетия теоретическим интересом современного научного сообщества к проблемам изменения информации (что позволяет даже говорить о «динамическом повороте» в логике), а во-вторых, обилием приложений, которые логическая теория динамики знания и убеждений может получить в других областях науки. Среди дисциплин, заинтересованных в развитии такой теории, следует отметить, прежде всего, исследование искусственного интеллекта, информатику (computer science) и когнитивные исследования (cognitive science).

Главной *целью* выпускной квалификационной работы является развитие логического подхода к изучению изменения знания и убеждений. В соответствии с целью сформулированы следующие *задачи*:

1. Рассмотреть классический подход к проблеме пересмотра убеждений – AGM;

2. Изучить аппарат динамической эпистемической логики А. Балтага (A. Baltag) и Л. Мосса (L.S. Moss) и выделить его основные элементы;
3. Исследовать и изложить структуру адаптивной логики Д. Бэйтенса;
4. Проанализировать перспективы применения адаптивной логики к проблеме пересмотра убеждений.

В ходе работы использовались такие *методы исследования* как: изучение специальной литературы, анализ и синтез, описание.

В завершение введения приведем общую *структуру* выпускной квалификационной работы. Введение очерчивает проблемное поле, обосновывает актуальность темы, указывает цель и задачи и определяет методы исследования. В первой главе произведен обзор классического способа пересмотра убеждений – AGM. Вторая глава содержит анализ семантических средств динамической эпистемической логики Балтага и Мосса. В третьей главе в центре внимания находится структура адаптивной логики и поднимается вопрос о ее применимости в контексте эпистемических задач. В заключении подводятся итоги работы и формулируются окончательные выводы.

Глава 1. Пересмотр убеждений и операции AGM

Проблема пересмотра убеждений – актуальная проблема, на исследовании которой сосредоточены не только логики, но и ученые многих других специальностей. Особенно большое значение ее решение имеет для развития информационных технологий и изучения искусственного интеллекта.

Один из первых подходов к решению проблемы пересмотра убеждений был предложен в середине 1980-х годов исследователями К. Альчурроном, П. Герденфорсом и Д. Макинсоном и получил название по начальным буквам их фамилий – AGM.

В ряде статей, самой знаменитой и влиятельной из которых оказалась статья 1985 года «О логике изменения теории: функции сокращения и ревизии частичного пересечения»[1] эти авторы представили и изучили три операции, посредством которых исходное множество убеждений изменяется, – расширение, сокращение и ревизию.

В своем «классическом» виде AGM работает с формулами и множествами формул пропозициональной логики. Множество убеждений K , также называемое теорией, есть множество пропозициональных формул, замкнутое по отношению логического следования:

$$K = Cn(K)$$

φ, χ, ψ будут обозначать произвольные пропозициональные формулы, K_{\perp} – противоречивое множество формул.

1.1 Расширение

Самой простой и хорошо изученной (уже на момент написания «О логике изменения теории...» в 1985 году) формой преобразования множества убеждений является его расширение:

$$K \oplus \varphi = Cn(K \cup \{\varphi\})$$

Как видно из приведенного определения, операция представляет собой теоретико-множественное объединение исходного множества с новым высказыванием и последующее замыкание полученного множества по отношению логического следования (стоит отметить, что при этом не предполагается проверять совместимость K и φ , так что в результате вполне может быть получено противоречивое множество K_{\perp}).

1.2 Сокращение

Сокращение заключается в исключении некоторой формулы φ из теории K . Сделать это не так-то просто ввиду того, что множество K замкнуто по отношению логического следования. Это означает, что для успешного выполнения сокращения из K должна быть удалена не только сама формула φ , но также и все те формулы, из которых она выводится. С другой стороны, не следует и слишком обеднять исходную теорию: изменения в ней должны быть минимальны, насколько это возможно. Опираясь на эти интуиции, Герденфорс в работах «Conditionals and changes of belief» и «Rules for rational changes of belief» определяет сокращение в общем виде посредством шести базовых и двух дополнительных постулатов:

Базовые постулаты для сокращения	
(I) Замыкание	$K \ominus \varphi = Cn(K \ominus \varphi)$
(II) Включение	$K \ominus \varphi \subseteq K$
(III) Пустота	Если $\varphi \notin K$, то $K = K \ominus \varphi$
(IV) Успех	Если $\nvdash \varphi$, то $\varphi \notin K \ominus \varphi$
(V) Восстановление	Если $\varphi \in K$, то $K \subseteq (K \ominus \varphi) \oplus \varphi$
(VI) Сохранение	Если $\vdash \varphi \leftrightarrow \psi$, то $K \ominus \varphi = K \ominus \psi$
Дополнительные постулаты для сокращения	

	$((K \ominus \varphi) \cap (K \ominus \psi)) \subseteq K \ominus (\varphi \wedge \psi)$
	Если $\varphi \notin K \ominus (\varphi \wedge \psi)$, то $K \ominus (\varphi \wedge \psi) \subseteq K \ominus \varphi$

В отличие от однозначно определенного расширения, сокращение может быть проведено по-разному и дать на выходе разные множества убеждений. Это легко продемонстрировать на простом примере. Пусть исходная теория содержит три аксиомы: $K = Cn(\{p, q, r\})$. Тогда, чтобы устранить из нее конъюнкцию $p \wedge q$, достаточно убрать только один из конъюнктов, и вопрос состоит в том, какой именно. Очевидно, что результат операции находится в зависимости от решения этого вопроса. За время существования AGM разными исследователями было предложено несколько функций, удовлетворяющих постулатам Герденфорса и подходящих для сокращения; сами авторы в статье 85 года описали сокращение посредством функции частичного пересечения следующим образом.

Пусть $K \perp \varphi$ обозначает множество всех максимальных подмножеств K , из которых не следует φ . Функция выбора γ выбирает некоторые из элементов $K \perp \varphi$ (в случае если $K \perp \varphi = \emptyset$, $\gamma(K \perp \varphi) = K$). Тогда операцию сокращения можно определить как пересечение всех элементов полученного множества:

$$K \ominus \varphi = \cap \gamma(K \perp \varphi)$$

Частными предельными случаями сокращения частичного пересечения являются сокращение максимального выбора и сокращение полного пересечения, в более ранних работах авторов AGM имевшие самостоятельный статус. В случае сокращения максимального выбора функция γ выбирает только один элемент множества $K \perp \varphi$, который и является результатом операции, а в случае сокращения полного пересечения – наоборот, все его элементы.

Сокращение частичного пересечения можно считать наиболее общим вариантом операции сокращения, так как, согласно репрезентационной теореме (representational theorem), всякая функция сокращения, удовлетворяющая основным постулатам Герденфорса, может быть получена из функции сокращения частичного пересечения.¹⁰

За сокращением частичного пересечения стоит представление о том, что γ выбирает «самые важные», или «наиболее правдоподобные», элементы $K \perp \varphi$. Действительно, если, выбирая между двумя какими-то предложениями, как в приведенном выше примере, мы отдаем предпочтение одному и исключаем второе, то за этим решением обычно скрыт некий процесс «взвешивания» их относительной ценности (эта ценность определяется в различных ситуациях разными прагматическими и эпистемическими соображениями – объяснительной силой, простотой, убедительностью и т.д.). Чтобы перенести этот содержательный момент в формальную часть, авторы вводят отношение частичного порядка \leq на множестве 2^K и модифицируют функцию γ таким образом, чтобы она выбирала «лучшие» элементы множества $K \perp \varphi$, ориентируясь на \leq :

$$\gamma(K \perp \varphi) = \{K' \in K \perp \varphi : K'' \leq K' \text{ для всех } K'' \in K \perp \varphi\}$$

Операцию сокращения $K \ominus \varphi$, в которой функция γ соответствует вышеприведенному определению, называют относительной (relational), а если потребовать дополнительно, чтобы отношение порядка обладало свойством транзитивности, то транзитивно относительной (transitively relational).

Описанный способ упорядочения не единственно возможный. Например, Макинсон в статье [Makinson 1985, 355] предлагает ввести отношение полного порядка $<$ уже на самом множестве K и с опорой на это

¹⁰ Теорема. Функция сокращения удовлетворяет базовым постулатам Герденфорса тогда и только тогда, когда она может быть сгенерирована посредством функции сокращения частичного пересечения.

упорядочение определяет «безопасное» сокращение и ревизию (safe contraction and revision), также удовлетворяющие постулатам Герденфорса. Впрочем, ввиду репрезентационной теоремы (representational), безопасное сокращение образует подкласс сокращения частичного пересечения.

Сокращение, основанное на выборе элементов, определенных отношением порядка, не только отражает интуицию о неравноценности убеждений, но к тому же удовлетворяет дополнительным постулатам Герденсфорса.

1.3 Ревизия

Третья операция AGM, ревизия, возможно, вызывает наибольший теоретический интерес. Смысл ее состоит в том, чтобы добавить к данному множеству убеждений K новое предложение, относительно которого неизвестно, согласуется ли оно с уже имеющимися убеждениями или нет, и на выходе тем не менее получить непротиворечивое множество $K \circledast \varphi$. При этом, как и в случае с сокращением, изменения в исходном множестве K должны быть по возможности минимальны.

Строгое описание ревизии также дано Герденфорсом посредством постулатов:

Базовые постулаты для ревизии	
(I) Замыкание	$K \circledast \varphi = Cn(K \circledast \varphi)$
(II) Успех	$\varphi \in K \circledast \varphi$
(III) Пустота	Если $\sim\varphi \notin K$, то $K \oplus \varphi = K \circledast \varphi$
(IV) Непротиворечивость	Если $\nvdash \sim\varphi$, то $K \circledast \varphi$ является непротиворечивым
(V) Сохранение	Если $\vdash \varphi \leftrightarrow \psi$, то $K \circledast \varphi = K \circledast \psi$
(VI) Тождество	$(K \circledast \varphi) \cap K = K \ominus \sim\varphi$

Герденфорса	
Дополнительные постулаты для ревизии	
	$K \circledast (\varphi \wedge \psi) \subseteq ((K \circledast \varphi) \oplus \psi)$
	Если $\sim\psi \notin K \circledast \varphi$, то $(K \circledast \varphi) \oplus \psi \subseteq K \circledast (\varphi \wedge \psi)$

Определенная симметрия, которая наблюдается между постулатами для сокращения и для ревизии, объясняется зависимостью последней от первой. Связь отражена в тождестве Леви:

$$K \circledast \varphi \equiv ((K \ominus \sim\varphi) \oplus \varphi)$$

Как отмечает Макинсон в [Makinson 1985, 360] со ссылкой на шестой постулат (тождество Герденфорса), с формальной точки зрения нет большой разницы в том, определять ли ревизию посредством сокращения или наоборот. В принципе, было бы возможно выбрать ревизию базовым понятием, определить посредством нее сокращение и вывести постулаты для сокращения как производные из постулатов для ревизии. Но это значило бы проанализировать концептуально более простое понятие посредством более сложного, ведь мы естественным образом представляем ревизию как вначале исключение, а затем присоединение.

Ревизия, осуществляемая через сокращение частичного пересечения, рассмотренное выше, удовлетворяет шести базовым постулатам Герденфорса, а при использовании относительного сокращения – также и обоим дополнительным.

Глава 2. Динамическая эпистемическая логика Балтага и Мосса

AGM, являясь одним из краеугольных камней исследования изменения информации, все же сравнительно прост как с концептуальной, так и с технической точек зрения, и в нем нашли отражение только некоторые, очень немногие, аспекты процесса изменения убеждений. Однако с его появлением интерес к изучению динамики знания и убеждений стремительно возрос, результатом чего явилось создание большого количества более сложных систем, способных воплотить те или иные не схваченные в AGM понятия и процессы.

Одним из ведущих стремлений для ученых «поколения пост-AGM» было желание выразить в самом объектном языке металингвистические операции AGM [Leitgeb, Segerberg 2007, 167], а также ввести в него элементы, соотносящиеся с только подразумевавшимися на уровне интерпретации понятиями, такими как, например, эпистемический агент и эпистемическое действие. Это направление исследований привело к появлению динамических эпистемической и доксистической логик, которые имеют дело с репрезентацией знания и, соответственно, убеждений сразу нескольких агентов и позволяют осуществлять на ее основании логический вывод. Рассмотрению и анализу одной из самых полнокровных и выразительных систем динамической эпистемической логики (в дальнейшем для краткости – ДЭЛ)¹¹ и посвящена эта глава.

Данная глава основывается по большей части на статье Балтага и Мосса «Логика для эпистемических программ» [Baltag 2004]. В ней авторы

¹¹ В литературе логика Балтага и Мосса известна именно как динамическая эпистемическая логика, и действительно в работах этих авторов речь практически всегда идет о знании – индивидуальном или общем. Тем не менее это не означает, что убеждения остаются вне поля зрения этой логики. Напротив, они играют в ней существенную роль, позволяя описывать такие эпистемические действия, как, например, приватное анонсирование и обман. Вот как сами Балтаг и Мосс поясняют отношение знания к убеждению: «Неформальное понятие знания, которое ближе всего к тому, что схватывается в традиционной семантике, – это, возможно, обоснованное истинное убеждение. Но в более общем случае можно рассматривать обоснованные убеждения независимо от того, оказываются ли они истинными или нет; во многих контекстах агенты могут быть обмануты с помощью определенных действий, при этом не теряя с необходимостью своей рациональности. Итак, такие убеждения и обоснованные действия, влияющие на эти убеждения, могут быть приняты в качестве собственного предмета логического исследования» [Baltag 2004, 12].

подробным образом описывают предлагаемый ими аппарат, который позволяет ввести в объектный язык эпистемической логики эпистемические действия. Свою итоговую задачу они видят в создании целого семейства логических языков, пригодных для «выражения набора возможных типов изменений, воздействующих на информационные состояния агентов в мультиагентных системах» [Baltag 2004, 1], и посвящают последние два раздела статьи конструированию таких языков, а затем – на их основании – и логических систем. Но так как в задачи настоящей работы не входит детальное изучение и реконструкция последних, то многие элементы, являющиеся важными именно для них, здесь оставлены без внимания. По этой же причине не делается акцент на различии синтаксических и семантических объектов, которое постоянно подчеркивают на протяжении статьи Балтаг и Мосс. Разумеется, это не означает, что граница между синтаксисом и семантикой хоть сколько-нибудь размывается.

2.1 Модель эпистемических состояний

Первый конструктивный элемент семантики ДЭЛ – модель эпистемических состояний (epistemic state model) – унаследован ею от обыкновенной мультиагентной эпистемической логики. Это, ожидаемо, модель Крипке, заданная тройкой элементов:

$$\mathbf{S} = (S, \rightarrow_s^{\mathcal{A}}, \|\cdot\|_s),$$

где S – это множество возможных миров, или «состояний»; $\rightarrow_s^{\mathcal{A}}$ – семейство отношений достижимости $\rightarrow_s^A \subseteq S \times S$, заданных по одному для каждого агента $A \in \mathcal{A}$. Функция означивания $\|\cdot\|_s$ как обычно сопоставляет каждому предложению p из множества атомарных предложений AtSent некоторое подмножество S , понимаемое как множество тех возможных миров, где имеет место факт, выраженный p .

Каждая модель эпистемических состояний дает формальную репрезентацию некоторой, возможно только воображаемой, «социальной

ситуации, в которой задействованы концепты знания, обоснованных убеждений и общепринятого знания внутри группы агентов» [Baltag 2004, 12]. При этом атомарные предложения описывают «объективные» положения дел¹² в тех мирах, которые сопоставлены им функцией означивания, а отношения достижимости демонстрируют, какие миры представляются каждому из агентов альтернативными данному. Например, выражение $s \xrightarrow{A} t: s, t \in S$ означает, что в модели S и состоянии s агент A полагает возможным, что на самом деле имеет место ситуация t . В тех случаях, когда два мира достижимы друг для друга, говорят также об их неразличимости, подразумевая, что агент не в состоянии определить, в каком мире он на самом деле находится.

Чтобы пояснить сказанное и добавить немного лирики в сухие формализмы, приведем следующий пример:

Представим, что A выходит замуж и хочет, чтобы ее подружками на свадьбе были B и C . Конечно, главным моментом в свадебных приготовлениях для невесты является выбор подвенечного платья, и A , потратив много дней на просмотр каталогов и походы по свадебным салонам, в конечном итоге останавливается на двух платьях, к каждому из которых она в другом магазине подбирает подходящие по фасону и цвету наряды для подружек. Однако окончательно определиться она не может вплоть до последнего дня, поэтому бедные B и C за несколько часов до церемонии все еще находятся в магазине, ожидая, когда A сообщит им свое решение по поводу платья.

Теперь изобразим эпистемические состояния B и C во время ожидания. Обозначим утверждение « A выбрала первое платье» как p , а « A выбрала второе платье» как q . Тогда в модели S_I (рис. 1) для обеих B и C неразличимыми являются два мира – s и t , в которых реализовались соответственно p и q .

¹² В данном случае «объективные» означает не эпистемические, т.е. не касающиеся знания и убеждений агентов.

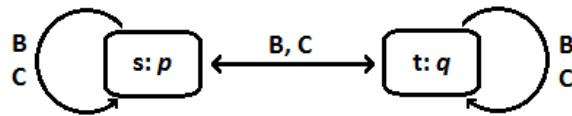


Рисунок 1

Представим далее, что в магазин, где информации о выборе А напряженно ожидают В и С, прибывает D – третья подруга А, которая помогла-таки ей определиться. Она сообщает В и С, что А пойдет к алтарю в первом платье. На рисунке 2 представлена модель S_2 , отражающая эпистемические состояния В и С по приезде D.

Теперь рассмотрим альтернативный вариант развития событий, в котором D была слишком занята другими поручениями А и решила не тратить время, сообщая новости о платье с личным визитом. Вместо этого она звонит по телефону В и информирует ее о выборе А. Как раз в это время С выходит на минутку подышать свежим воздухом и по возвращении ничего не знает ни о разговоре В с D, ни тем более о выбранном А платье. Сложившаяся ситуация соответствует модели S_3 (рисунок 3).

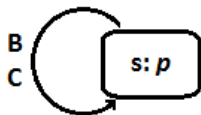


Рисунок 2

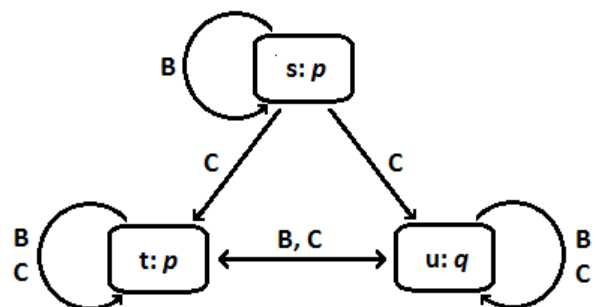


Рисунок 3

В приведенном примере агенты В и С переходят из состояния S_1 в состояние S_2 или S_3 в зависимости от того, каким образом им был сообщен один и тот же факт выбора платья. Напрашиваются два соображения: во-первых, модели S_1 и S_2 (а также S_1 и S_3) связаны, во-вторых, вторая и третья

получается из первой в результате совершения двух разных эпистемических действий. Можно предположить далее, что эпистемические действия имеют самостоятельный статус и о них можно размышлять, отвлекшись от ситуаций, в которых они происходят. Тогда, если и эпистемическим состояниям, и эпистемическим действиям будут сопоставлены отдельные математические модели, может быть, получится отыскать способ «вычисления» результирующего эпистемического состояния на основании данных начального состояния и произведенного действия.

2.2 Модель эпистемических действий

Для того чтобы представить структуру эпистемического действия, Балтог и Мосс снова обращаются к моделям Крипке. Итак, модель эпистемических действий (epistemic action model) Σ есть тройка:

$$\Sigma = (\Sigma, \overset{\mathcal{A}}{\rightarrow}_{\Sigma}, pre_{\Sigma}),$$

где Σ обозначает множество простых действий (его элементы будут обозначаться строчными буквами из середины греческого алфавита: $\sigma, \tau, \rho, \dots$); $\overset{\mathcal{A}}{\rightarrow}_{\Sigma}$ – это семейство отношений достижимости $\overset{A}{\rightarrow}_{\Sigma} \subseteq \Sigma \times \Sigma$ для каждого агента $A \in \mathcal{A}$; pre_{Σ} – функция, отображающая множество Σ во множество всех эпистемических пропозиций Φ ¹³.

Если модель состояний дает представление о том, какие положения дел, по мнению агентов, могут иметь место, то модель действий сообщает о том же в отношении действий. При этом важное концептуальное значение имеет понятие простого действия. Вот как поясняют его сами авторы: «... мы думаем о «простых» действиях как о являющихся детерминистическими действиями, чье эпистемическое воздействие (epistemic impact) одинаково в состояниях (on states). Таким образом, мы понимаем «простые» действия как особенно простые виды детерминистических действий, которые выглядят

¹³ Значение термина «пропозиция» у Балтага и Мосса отлично от привычного для логики значения. Тщательно разделяя элементы синтаксиса и семантики, пропозицией они называют семантический объект, соотнесенный с предложением – синтаксическим объектом.

для агентов одинаково: сомнения агентов, касающиеся данного действия, не зависят от их сомнений, касающихся данного состояния. Это позволяет нам абстрагировать сомнения по поводу действия и представить их как структуру Крипке для действия, в действительности забывая сомнения по поводу состояния» [Baltag 2004,].

Отдельного внимания заслуживает и третий элемент модели – функция pre_{Σ} . Каждому простому действию она сопоставляет некоторое множество пропозиций, понимаемых как условие его осуществления (precondition): действие $\sigma \in \Sigma$ может быть произведено в мире s некоторой модели состояния S тогда и только тогда, когда в s выполнены условия $pre_{\Sigma}(\sigma)$.

Для того чтобы моделировать не простые или недетерминистические действия, требуется ввести еще одну модель, которую Балтаг и Мосс называют *модель эпистемических программ* (epistemic program model):

$$\pi = (\Sigma, \Gamma),$$

где Σ – это модель эпистемических состояний, а $\Gamma \subseteq \Sigma$ – множество выделенных простых действий, которые представляют собой возможные «детерминистические исходы» недетерминистического действия π .

Воспользуемся данной схемой и построим модели для двух эпистемических действий из приведенного в предыдущем параграфе примера.

Вначале рассмотрим, что происходит, когда D сама сообщает обоим подружкам В и С, какой выбор сделала невеста. В этом случае имеет место эпистемическое действие, в отношении которого ни у В, ни у С нет никаких сомнений: оповещение о платье происходит у всех на виду, и обе они слышат и видят одно и то же. Такой вид эпистемических действий, при которых некоторое предложение ϕ сообщается всем агентам публично, в результате чего каждый из них, во-первых, знает ϕ , а во-вторых, знает, что и все остальные знают ϕ , называется публичным анонсированием (public announcement). Модель этого действия Σ_2 , представленная на рисунке 4, чрезвычайно проста:



Рисунок 4

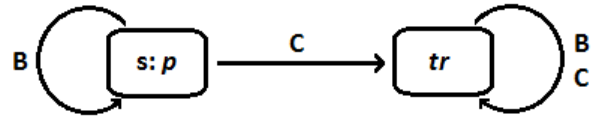


Рисунок 5

Теперь обратимся к чуть более трудному для моделирования случаю, когда только В узнает о решении А, в то время как С остается в полном неведении. Множество простых действий модели Σ_3 состоит из двух элементов: $\Sigma_3 = \{\sigma, \tau\}$. Условием выполнения действия σ является пропозиция p (соотносящаяся с предложением p), то есть оно может произойти только в тех мирах, где истинным является предложение p . Условием выполнения действия τ является пропозиция tr , множество истинности которой совпадает с множеством возможных миров для любой эпистемической модели состояния. Иными словами, τ выполнимо в каждом из возможных миров без каких-либо ограничений. Итак, В знает, что имеет место действие σ : на это указывает отношение достижимости, связывающее σ с самим собой. В то же время С даже не предполагает, что σ могло бы произойти, и оно для нее недостижимо. (Рисунок 5)

2.3 Обновление и произведение обновления

После того как удалось представить и эпистемические состояния, и эпистемические действия в виде определенным образом заданных моделей Крипке, становится возможным определить операцию *произведения обновления*, которая каждой паре моделей состояний и действий будет сопоставлять снова модель эпистемического состояния, возникшего в результате совершения данного действия. Но прежде дадим еще несколько определений.

Отношение перехода (transition relation) между моделями S и T – это отношение между множествами их возможных миров S и T ($r: S \rightarrow T$).

Обновление (update) r – это пара операций:

$$r = (S \mapsto S(r), S \mapsto r_S),$$

где $r_S: S \mapsto S(r)$ – отношение перехода. Операции $S \mapsto S(r)$ и $S \mapsto r_S$ называются соответственно *отображением обновления* (update map) и *отношением обновления* (update relation).

Произведение обновления – эта операция, которая для данных модели эпистемических состояний S и модели эпистемических действий Σ определяет новую эпистемическую модель состояния:

$$S \otimes \Sigma = (S \otimes \Sigma, \xrightarrow{A}, \|\cdot\|),$$

в которой

$$\begin{aligned} S \otimes \Sigma &= \{(s, \sigma) \in S \times \Sigma : s \in pre(\sigma)_S\}, \\ (s, \sigma) \xrightarrow{A} (s', \sigma') &\Leftrightarrow s \xrightarrow{A} s' \wedge \sigma \xrightarrow{A} \sigma' \text{ для всех } A \in \mathcal{A}, \\ \|p\|_{S \otimes \Sigma} &= \{(s, \sigma) \in S \otimes \Sigma : s \in \|p\|_S\}. \end{aligned}$$

Поясним это определение. Множество возможных миров получившейся в результате произведения обновления модели образовано упорядоченными парами, составленными из элементов множества возможных миров s модели S и множества простых действий σ модели Σ . В него входят только те пары (s, σ) , в которых мир s – один из миров, где выполняется условия осуществления $pre(\sigma)_S$. Отношение достижимости \xrightarrow{A} связывает возможные миры новой модели тогда и только тогда, когда в исходных моделях им были связаны и миры, простые действия. Наконец, означивание атомарных предложений просто наследуется от исходной модели.

Чтобы полностью описать процесс изменения эпистемических состояний в результате эпистемических действий, введем понятие *обновления, вызванного моделью программ*.

Если (Σ, Γ) – некоторая модель программ, то обновление (Σ, Γ) определено двумя элементами:

$$S(\Sigma, \Gamma) = S \otimes \Sigma,$$

$$s(\Sigma, \Gamma)_S(t, \sigma) \Leftrightarrow s = t \text{ и } \sigma \in \Gamma.$$

Это означает, что обновление (Σ, Γ) отобразит исходную модель состояний в модель, полученную посредством операции произведения обновления $\mathbf{S} \otimes \Sigma$, а отношение перехода будет связывать миры двух моделей только в том случае, если мир в новой модели в сущности тот же, что и в старой, а простое действие σ является одним из выделенных.

Теперь, когда введен весь необходимый инструментарий, вновь обратимся к примеру. Рассмотрим сразу более сложный случай частного анонсирования (private announcement), в котором С не знает о разговоре В и D и не получает новости о выборе платья. Получится ли «вычислить» модель состояний, показанную на рисунке 3, с помощью операции произведения обновления?

Исходная модель состояний для агентов В и С S_1 описывается следующим образом. Множество возможных миров S_1 включает два элемента: $S_1 = \{s, t\}$; отношения достижимости для каждого из агентов заданы так: $\xrightarrow{B} = \{(s, s), (s, t), (t, s)\}$, $\xrightarrow{C} = \{(s, s), (s, t), (t, s)\}$; предложение p истинно в мире s , а q – в t : $\|p\|_s = \{s\}$, $\|q\|_s = \{t\}$. Модель программы, изображенная на рисунке 5, описывается следующими равенствами: $\Sigma = \{\sigma, \tau\}$, $\xrightarrow{B} = \{(\sigma, \sigma), (\tau, \tau)\}$, $\xrightarrow{C} = \{(\sigma, \tau), (\tau, \tau)\}$, $pre(\sigma) = \mathbf{p}$, $pre(\tau) = \mathbf{tr}$, $\Gamma = \{\sigma\}$.

Результатом произведения обновления будет модель $\mathbf{S}_1 \otimes \Sigma$. В ней множество возможных миров включает три новых элемента: $\mathbf{S}_1 \otimes \Sigma = \{(s, \sigma), (s, \tau), (t, \tau)\}$. Переименуем их для удобства: $(s, \sigma) \rightsquigarrow s$, $(s, \tau) \rightsquigarrow t$, $(t, \tau) \rightsquigarrow u$. Заметим, что пара (t, σ) не входит в новую модель, так как в t ложно предложение p , являющееся условием для действия σ . Калькуляция отношений достижимости приводит к результату:

$$\xrightarrow{B} = \{(s, s), (t, t), (t, u), (u, t), (u, u)\},$$

$$\xrightarrow{C} = \{(s, t), (s, u), (t, t), (t, u), (u, t), (u, u)\}. \text{ Как видно из рисунка 6, модель,}$$

построенная на основании операции произведения обновления полностью идентична модели S_3 , которая мы построили, рассматривая характеристики результирующего эпистемического состояния. Отношение перехода $(\Sigma, \Gamma)_S$, обозначенное на схеме пунктирной стрелкой, связывает миры s и (s, σ) , так как $\sigma \in \Gamma$.

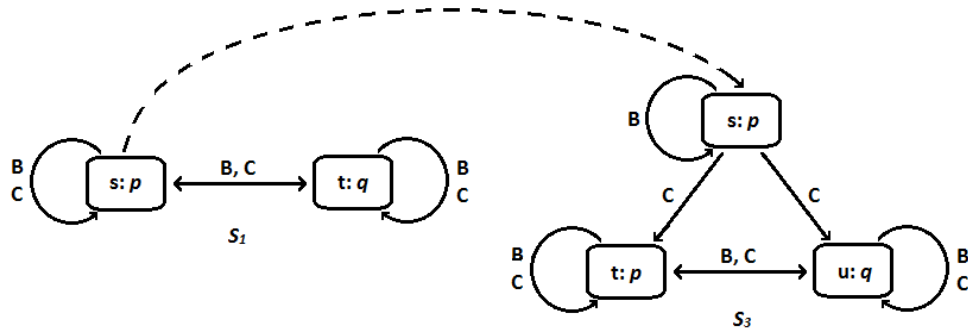


Рисунок 6

Существует большое количество различных эпистемических действий. Даже наш скромный и простой пример позволяет представить себе разные сценарии того, как могли бы разворачиваться события. Например, D могла бы оказаться плохой подружкой и пожелать испортить настроение A, B и C. Если бы она пришла и объявила, что A выбрала второе платье, тогда как на самом деле она сделала выбор в пользу первого, B и C оказались бы в ситуации, схожей с той, которую мы представили на рисунке 3. Но отличие заключается в том, что в случае, когда D убеждает B и C в ложном положении дел, реальный мир оказывается недостижим для обеих подружек невесты.

Если рассматривать эпистемические действия, постепенно варьируя конкретные их элементы и абстрагируя их, то можно получить их чистую «форму». С ориентацией на нее Балтаг и Мосс создают целый класс логик для разных эпистемических действий.

При всех несомненных достоинствах рассмотренной ДЭЛ, она не способна представить подлинную процессуальность изменений знаний и убеждений агентов. Переход между одним и другим эпистемическим

состоянием, смоделированный с помощью обновления, осуществляется скачкообразно. Внутри каждого состояния имеет место логическое всеведение, и агенту не требуется постепенно осваиваться внутри собственного знания и убеждений, постепенно принимая к сведению все новые и новые следствия уже имеющейся информации, как это происходит в действительности. Не может он также и «наткнуться» на противоречие в собственных убеждениях, что делает бессмысленной задачу их пересмотра. Эти соображения подводят нас к теме следующей главы.

Глава 3. Адаптивная логика

Ввиду того, что адаптивная логика – это, по сути, авторский проект Бейтенса и его учеников, литература по рассматриваемой проблеме в основном представлена их статьями. При написании этой работы были использованы статьи [3], [4], [5], [6], [7], а также электронный ресурс Adaptive logics Home Page.

3.1 Идея адаптивной логики

Адаптивная логика – это логика, которая адаптирует себя к конкретной ситуации, имеющей место во время применения правил вывода. Она моделирует динамику наших рассуждений. Иногда некоторые выводы, сделанные ранее, должны быть отменены в свете новой появившейся информации. Это может быть новая информация в собственном смысле слова, т.е. новое множество формул, присоединенное к исходному множеству посылок, обуславливающее отмену ранее сделанного вывода (немонотонность отношения логического следования). Но даже если множество посылок остается неизменным, некоторые заключения, полученные ранее, могут оказаться не выводимыми на более поздней стадии рассуждения. Можно представить себе ситуацию, в которой на некотором шаге рассуждений, применяя какое-то правило вывода, вывели заключение, не ведущее к противоречию. Затем, на каком-то следующем шаге, мы все-таки были вынуждены вывести противоречие. Тогда наши рассуждения должны быть адаптированы к этой ситуации, и применение какого-то из ранее примененных правил вывода и само заключение могут быть отменены. Такие рассуждения имеют внутреннюю динамику, которую и призвана отразить адаптивная логика.

Сам Бейтенс поясняет это следующим образом:

Допустим, внимание ученых было сосредоточено на некоторой теории T , состоящей из множества нелогических аксиом Γ и полученных в результате применения к ним правил классической логики теорем: $T =$

$\{\Gamma, CL\}$. Так как предполагалось, что теория T непротиворечива, то употребление классической логики казалось вполне уместным и естественным, однако спустя какое-то время выяснилось, что T содержит противоречия. В этой неприятной, но отнюдь не невозможной ситуации (история щедро предоставляет примеры такого рода как из математики, так и из естественных наук) ученые стараются найти замену оказавшейся непригодной теории. При этом чаще всего они не отказываются от нее целиком и не начинают дело с чистого листа, а продолжают работать с T и пытаются обнаружить, какие ее положения проблематичны.

Очевидно, что в связи с ЕСQ дальнейшие выводы в T не могут осуществляться в рамках классической логики, однако и неизбежный в такой ситуации переход к паранепротиворечивой логике не решает всех проблем: уйдя от перспективы получить тривиальную теорию, ученые рискуют потерять некоторые важные следствия ввиду ослабления логики.

Проиллюстрируем сказанное простым примером:

Пусть множество аксиом некоторой теории будет $\Gamma = \{ p, q, \neg p \vee r, \neg q \vee s, \neg q \}$. Не составляет труда заметить, что оно противоречиво, т.к. содержит пару высказываний q и $\neg q$, а значит, чтобы не допустить вывода тривиального множества следствий, придется использовать паранепротиворечивую логику. В настоящее время существует довольно много паранепротиворечивых логик, и все они функционируют схожим образом: запрещают применение одного или нескольких правил вывода, легитимных в классической логике. Очень часто «вне закона» оказывается *modus tollendo ponens*, поэтому если воспользоваться одной из таких систем, то среди следствий из Γ не окажется ни r , ни s . И если очевидно, что вывод s действительно проблематичен (т.к. формула $\neg q \vee s$ связана с противоречием $q \wedge \neg q$), то с r , на первый взгляд, все в порядке, и поэтому хотелось бы, чтобы логика позволяла вывести r как следствие Γ .

Эта мысль – о том, что в случае обнаружения противоречия нужно не ослаблять всю логику в целом, а лишь запретить конкретные применения

«опасных» правил к «неблагонадежным» формулам – и легла в основу адаптивной логики. Более того, так как в общем случае невозможно заранее знать, какие именно формулы окажутся «неблагонадежными», в отношении всех формул следует соблюдать «презумпцию невиновности» и полагать, что они ведут себя нормально, пока обратное не будет неоспоримо доказано.

В приведенном примере ситуация, разумеется, предельно проста: множество Γ состоит всего из пяти формул пропозициональной логики, и не составляет труда понять, где именно находится проблема. В случае большого количества данных уяснить это сходу может оказаться гораздо труднее. Впрочем, пока речь идет о пропозициональной логике, не возникает неопределенности и необходимости «полагаться на нормальное поведение некоторых формул». Пропозициональная логика разрешима, а это значит, что для любой формулы, в т.ч. и для противоречия, может быть установлено, входит ли оно в число следствий из Γ . Поэтому в рамках пропозициональной логики суть адаптации сводится к выявлению противоречий и блокированию применения некоторых правил вывода в отношении формул, которые могли быть доказуемы при условии невыводимости данных противоречий.

Задача усложняется при переходе от разрешимой логики к неразрешимой (например, к логике предикатов первого порядка). Рассмотрим отношение логического следования \vdash_L такое, что выводимость $\Gamma \vdash_L A$ зависит от выполнения некоторых условий, среди которых $\Gamma \vdash_{L1} B$ и $\Gamma \not\vdash_{L2} C$. Предположим, что для последних двух формул существует позитивный тест, но отсутствует негативный. Из этого непосредственно следует, что для $\Gamma \vdash_L A$ не существует ни негативного, ни позитивного тестов. В этой ситуации невозможно установить окончательно, следует ли A из Γ , и в практических целях разумно будет предполагать, что $\Gamma \not\vdash_{L2} C$, пока не установлено противное, а в случае появления доказательства $\Gamma \vdash_{L2} C$ – быть готовым отменить вывод $\Gamma \vdash_L A$. Из всего этого следует, что доказательство для A будет обладать внутренней динамикой.

3.2 Стандартный формат адаптивной логики

Адаптивная логика AL определяется тремя составляющими:

- Нижняя предельная логика (LLL);
- Множество аномалий Ω ;
- Адаптивная стратегия.

Нижняя предельная логика – это «фундамент» адаптивной логики, ее устойчивая и неотменяемая часть. Формулы, выведенные по правилам LLL так же надежны, как и формулы, из которых они были получены. В качестве LLL может выступать любая рефлексивная, транзитивная, монотонная и компактная логика. Выбор LLL зависит, разумеется, от того, какую именно адаптивную логику мы в итоге хотим получить и какие задачи с ее помощью решать. Так для построения индуктивной логики в качестве LLL обычно выбирают классическую логику CL (ведь все выводы, полученные по ее правилам, сохраняют значимость и при индуктивных обобщениях), а в случае адаптации противоречивых данных пользуются какой-нибудь из паранепротиворечивых логик. Для того чтобы весь механизм адаптивной логики впоследствии успешно функционировал, необходимо, чтобы в LLL была определена классическая дизъюнкция. Поэтому если выбранная в качестве LLL логика не содержит классической дизъюнкции, то требуется дополнить ее, определив какой-нибудь из логических символов так, чтобы он имел требуемое значение.

Множество аномалий Ω – это множество формул, определенное посредством указания некоторой логической формы, например: $\exists(A \wedge \sim A)$ для паранепротиворечивой логики, $\exists A \wedge \exists \sim A$ для индуктивной логики, где $\exists A$ обозначает замыкание квантором существования всех свободных переменных, входящих в A. (Выбор логической формы формул, принадлежащих Ω , как и в случае с LLL, определен контекстом приложения конкретной адаптивной логики.) В некоторых случаях на Ω налагаются дополнительные ограничения. Например, может быть полезным, чтобы в

него входили только выражения вида $\exists A \wedge \exists \sim A$, в которых в A не встречается ни констант, ни кванторов, ни пропозиций.

Нижняя предельная логика LLL вкупе с требованием, чтобы ни одна аномальная формула из множества Ω не могла быть истинной, дает верхнюю предельную логику ULL. С точки зрения синтаксиса, ULL – это LLL, дополненная некоторым множеством аксиом или правил вывода, которые для всех $A \in \Omega$ и произвольной формулы B санкционируют $A \vdash B$. Таким образом, если какая-то из аномальных формул, входящих в рассматриваемое множество Γ , оказалась, вопреки презумпции о ее ложности, истинной, то ULL сопоставляет Γ тривиальное множество следствий. Интуитивно понятно, в каком смысле LLL и ULL являются нижним и верхним пределом. В зависимости от того количества аномальных формул, которые окажутся истинными при рассмотрении Γ , адаптивная логика выведет больше или меньше следствий Γ , и количество этих следствий будет располагаться между числом следствий из Γ в LLL и в ULL: $Cn_{LLL}(\Gamma) \subseteq Cn_{AL}(\Gamma) \subseteq Cn_{ULL}(\Gamma)$.

С понятиями нижней и верхней предельной логики связано условное деление всех адаптивных логик на корректирующие и развивающие. Если за стандарт дедукции принимается ULL (как в случае с адаптацией противоречий), то логика называется корректирующей, а если LLL (как, например, в индуктивной логике) – развивающей.

Адаптивная стратегия определяет, каким именно образом данная адаптивная логика будет интерпретировать Γ «настолько нормально, насколько возможно». Существует несколько таких стратегий, среди которых выделяются как наиболее эффективные и хорошо изученные стратегия Надежности (R) и стратегия Минимальной аномальности (MA). Чтобы разъяснить, в чем разница, нужно ввести понятие дизъюнкции аномалий.

Все, сказанное выше, предполагало, что в ходе доказательства может быть установлена истинность некоторой формулы, входящей в Ω , и на этом основании отменены уже сделанные выводы. Однако зачастую ситуация

осложняется тем, что в доказательстве появляются не сами аномальные формулы, а их дизъюнкция (Dab-формула).

Символ $Dab(\Delta)$ обозначает дизъюнкцию элементов конечного множества $\Delta \subseteq \Omega$. Dab-формулы, выводимые из множества посылок Γ посредством LLL, называются Dab-следствия Γ . Если $Dab(\Delta)$ является Dab-следствием Γ , то также им является и $Dab(\Delta \cup \Theta)$ для любого конечного множества Θ . В связи с этим замечанием важным представляется понятие минимального Dab-следствия.

Формула $Dab(\Delta)$ является минимальным Dab-следствием Γ тогда и только тогда, когда $\Gamma \vdash_{LLL} Dab(\Delta)$ и не существует $\Theta \subset \Delta$ такого, что $\Gamma \vdash_{LLL} Dab(\Theta)$.

То, что $Dab(\Delta)$ – минимальное Dab-следствие из Γ , это означает, что Γ вынуждает, чтобы некоторые члены Δ вели себя аномально (т.е. были истинными), но не определяет, какие это именно формулы.

То, как будет интерпретировать Δ та или иная адаптивная логика, зависит от выбранной стратегии. Стратегия R предполагает, что нельзя полагаться на ни на один из членов Δ , а стратегия MA последовательно выбирает каждую формулу из Δ и допускает, что именно она ведет себя аномально. Пересечение множеств следствий, полученных в результате этой процедуры, и будет искомым множеством следствий Γ согласно MA.

3.3 Динамические доказательства

В основании динамики теории доказательства адаптивных логик лежит следующая теорема (Derivability Adjustment Theorem):

$\Gamma \vdash_{AL} A$ тогда и только тогда, когда $\Gamma \vdash_{LLL} A \vee Dab(\Delta)$.

Это утверждение означает, что формула A выводима из Γ посредством адаптивной логики тогда и только тогда, когда члены Δ ведут себя нормально (т.е. не выводятся $Dab(\Delta)$).

Динамическое доказательство несколько отличается от обыкновенного, хотя основные элементы в нем те же. Доказательство состоит из

последовательности строк с формулами, каждая из которых включена в доказательство на основании некоторого правила. Формулы, как и в обычных доказательствах, сопровождаются описанием, состоящим из номера данной строки и номера строк и названия правила, на основании которых включена в доказательство данная строка. В динамических доказательствах в описание включается также условие, на котором выведена данная формула.

В общем виде правила динамического доказательства выглядят так:

1. PREM (добавление посылки): Любая формула, принадлежащая Γ , может быть добавлена в доказательство без какого-либо условия.
2. RU (безусловное правило): Если $A_1, \dots, A_n \vdash_{LLL} B$, при условиях $\Delta_1, \dots, \Delta_n$ соответственно, то в доказательство может быть включена строка с формулой B на условии $\Delta_1 \cup \dots \cup \Delta_n$.
3. RC (условное правило): Если $A_1, \dots, A_n \vdash_{LLL} B \vee \text{Dab}(\Theta)$, при условиях $\Delta_1, \dots, \Delta_n$ соответственно, то в доказательство может быть включена строка с формулой B на условии $\Delta_1 \cup \dots \cup \Delta_n \cup \Theta$.

Как видно из приведенных формулировок, только условные правила RC – например *modus tollendo ponens* в случае адаптации противоречий – добавляют новое условие в соответствующий столбец аннотации доказательства. Правило RU говорит о наследовании условий, а PREM позволяет добавлять посылки без всяких условий.

Приведем пример динамического доказательства. Как и прежде множество $\Gamma = \{ p, q, \neg p \vee r, \neg q \vee s, \neg q \}$.

1	p		Prem	\emptyset
2	q		Prem	\emptyset
3	$\neg p \vee r$		Prem	\emptyset
4	$\neg q \vee s$		Prem	\emptyset
5	$\neg q$		Prem	\emptyset
6	r	1, 3	RC	$\{p \wedge \neg p\}$

7	s	2, 4	RC	$\{q \wedge \neg q\}$
8	$q \wedge \neg q$	2, 5	RU	\emptyset

Формулы, которые были выведенными на одном шаге доказательства, могут считаться не выведенными на каком-то следующем шаге, а затем опять стать включенными в доказательство. Этим процессом управляет определение отмечаания (marking definition), связанное с конкретной стратегией. При выборе адаптивной логики со стратегией R, отмечаются и считаются невыведенными на некотором шаге доказательства те формулы, множество условий которых имеет пересечение с объединением всех множеств Δ Dab-формул, полученных на этом же шаге доказательства.

Так как понятия выводимости на некотором шаге недостаточно, чтобы решить, какие формулы входят в число адаптивных следствий Γ , необходимо ввести понятие окончательной выводимости:

Формула A окончательно выведена из Γ в строке i конечного шага доказательства s тогда и только тогда, когда:

- 1) формула A – второй элемент строки i;
- 2) строка i не отмечена на шаге s;
- 3) всякое продолжение доказательства, в котором строка i окажется отмеченной, может быть продолжено дальше так, что i вновь окажется не отмеченной.

Определение окончательной выводимости проблематично с практической точки зрения, поэтому актуальной задачей является разработка критериев для нее. В настоящий момент с этой целью разработано несколько методов анализа доказательства: блочный анализ [7] и метод таблиц [8],[9].

Нужно заметить, что в некоторых случаях ни один из критериев не применим, и окончательно вывести какую-то формулу не представляется возможным (в связи с тем, что невозможно установить, нормально ли ведут

себя формулы, входящие в условие), и вероятностный характер вывода в этом случае сохраняется. Тем не менее, доказательство не является бесполезным даже при отсутствии окончательного вывода для некоторых формул, так как его и в таком виде может оказаться достаточным для решения прикладных задач.

Динамический характер вывода, предложенный Бэйтеном, представляется отличным отправным пунктом для размышления о проблеме изменения знания и убеждений. Тот факт, что формула, выведенная на некотором шаге рассуждений, может быть элиминирована на следующем корреспондирует с идеей пересмотра убеждений.

Заключение

Проблема пересмотра убеждений и, беря шире, проблема изменения информации в настоящее время составляет важную область исследования в логике. На протяжении последних десятилетий одна за другой создаются и совершенствуются логические системы, с помощью которых удается отразить формальным образом тот или иной аспект информационной динамики. В этой связи особенный интерес вызывают два подхода: пересмотр убеждений с помощью операций AGM и моделирование динамики знаний и убеждений в динамической эпистемической логике.

Подход AGM, созданный в середине восьмидесятых годов прошлого столетия совместными усилиями логиков К. Альчуррона, П. Герденфорса и Д. Макинсона, занимает особое место среди всех вариантов решения проблемы. Именно с появлением AGM стало можно говорить о возникновении целого направления логических исследований – «пересмотра убеждений», и до сих пор он считается классическим и парадигмальным.

В первой главе настоящей работы были рассмотрены три операции, составляющие AGM, – расширение, сокращение и ревизия. Их общие определения даны Герденфорсом в виде постулатов, описывающих, как изменяется данное множество убеждений при применении каждой из операций. Дальнейшей задачей разработки AGM являлось нахождение подходящих для воплощения этих операций функций, удовлетворяющих постулатам Герденфорса. Наибольшего внимания заслуживает вариант применения функции сокращения частичного пересечения для операции сокращения (и тем самым и для ревизии, так как она, согласно тождеству Леви, представляет собой комбинацию сокращения и расширения).

Операции AGM являются теоретико-множественными операциями и не принадлежат объектному языку. Отдельным пунктом критики AGM является рассмотрение в качестве множества убеждений множества K , замкнутого по отношению логического следования, что ведет к логическому всеведению.

Альтернативой теоретико-множественному подходу работы с динамикой убеждений является теоретико-модельный. На этом пути возникло несколько логических систем, использующих в качестве семантической теории семантику возможных миров Крипке. Основные семантические средства одной из них, ДЭЛ Балтага и Мосса, стали предметом изучения во второй главе. Структурными единицами семантики ДЭЛ являются модель эпистемических состояний, модель эпистемических действий и модель эпистемических программ. Семантика ДЭЛ позволяет «вычислить» эпистемическое состояние, возникшее из данного в результате совершения некоторого эпистемического действия, с помощью операции произведения обновления.

Подход ДЭЛ имеет широкие возможности и способен описывать, как на эпистемические состояния агентов влияют самые разные эпистемические действия. Однако, в силу особенности семантики возможных миров, именуемой логическим всеведением, в ДЭЛ невозможно отразить процесс рассуждения, ведущий к пересмотру убеждений.

Системой, возможно способной отразить подлинную суть динамики пересмотра убеждений, является адаптивная логика Д. Бэйтенса, представленная нами в третьей главе. Адаптивная логика имеет дело с немонотонным выводом, где при расширении множества посылок не обязательно сохраняются все сделанные ранее следствия. Отличительной особенностью адаптивной логики является ее способность моделировать и внутреннюю динамику рассуждений. Инструментом, с помощью которого удастся воспроизвести внешнюю и внутреннюю динамику, являются особые динамические доказательства. В них формула, выведенная с помощью условного правила на каком-то шаге доказательства, может быть устранена на одном из следующих шагов.

Литература

1. *Alchourron, C., Gardenfors, P., Makinson, D.* On the logic of theory change: Partial meet contraction and revision functions // *The Journal of Symbolic Logic*, Vol.50, 2, 1998. P. 510-530.
2. *Baltag, A., Moss, L.S.* Logic for epistemic programs // *Synthese*, Vol.139, 2, 2004. P. 165-224.
3. *Batens, D.* A general characterization of adaptive logics // *Logique et Analyse*, 2001. P. 173–175.
4. *Batens, D.* The need for adaptive logics in epistemology // *Epistemology and the Unity of Science*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2004. P. 459–485.
5. *Batens, D.* A universal logic approach to adaptive logics // *Logica Universalis*, 1, 2007. P. 221–242.
6. *Batens, D.* On a logic of induction // *Poznan Studies in the Philosophy of the Sciences and the Humanities*, 83 (1), 2005. P. 221-247.
7. *Batens, D.* Blocks. The clue to dynamic aspects of logic // *Logique et Analyse*, 150–152, 1995. P. 285–328.
8. *Batens, D., Meheus, J.* A tableau method for inconsistency-adaptive logics // *Automated Reasoning with Analytic Tableaux and Related Methods*, volume 1847 of *Lecture Notes in Artificial Intelligence*. Springer, 2000. P. 127-142.
9. *Batens, D., Meheus, J.* Shortcuts and dynamic marking in the tableau method for adaptive logics // *Studia Logica*, 69, 2001. P. 221-248.
10. *van Ditmarsch, H., van der Hoek, W., Kooi, B.* *Synthese Library*, 2008.
11. *Ferme, E., Hansson, S.* AGM 25 years^ Twenty-five years of research in belief change // *Journal of Philosophical logic*, 40, 2011. P. 295-331.
12. *Gardenfors, P., Makinson, D.* Revisions of knowledge systems using epistemic entrenchment // *Conference paper*, March 1998.
13. *Leitgeb, H., Segerberg, K.* Dynamic doxastic logic: why, how and where to? // *Synthese*, Vol.155, 2007. P. 167-190.
14. *Makinson, D.* How to give up: A survey of some formal aspects of the logic of

- theory change // Synthese, Vol.62, 1985. P. 347-363.
15. Logic of belief revision [Электронный ресурс] : Stanford Encyclopedia of Philosophy. URL: <http://plato.stanford.edu/entries/logic-belief-revision/#Aca> (дата обращения 20.04.2016).
 16. Epistemic logic [Электронный ресурс] : Stanford Encyclopedia of Philosophy. URL: <http://plato.stanford.edu/entries/logic-epistemic/#4> (дата обращения 23.04.2016).
 17. Adaptive logics Home Page [Электронный ресурс] : URL: <http://logica.ugent.be/adlog/al.html> (дата обращения: 25.05.2015).
 18. Paraconsistent logic [Электронный ресурс] : Stanford Encyclopedia of Philosophy. URL: <http://plato.stanford.edu/entries/logic-paraconsistent/> (дата обращения 25.05.2015).