

Санкт-Петербургский государственный университет
**Кафедра математической теории игр и статистических
решений**

Арасланова Валерия Альбертовна

Выпускная квалификационная работа бакалавра

Применение копула-функций в анализе данных

Направление 010400

Прикладная математика и информатика

Научный руководитель,
доктор технич. наук,
профессор
Буре В.М.

Санкт-Петербург
2016

Содержание

Введение	3
Постановка задачи	4
Обзор литературы	5
1 Математическая теория по копула-функциям	7
1.1. Копула-функция и некоторые ее свойства	7
1.2. Плотность копула-функции	10
1.3. Виды взаимодействия случайных величин	10
2 Методология анализа данных с помощью копула-функции	12
3 Практическое применение копула-функции для анализа временных рядов	14
3.1. Анализ финансового рынка России	14
3.2. Анализ секторов российского финансового рынка	16
3.3. Взаимодействие рядов курсов акций при различных временных лагах	25
Выводы	28
Заключение	29
Список литературы	30
Приложение	35

Введение

В настоящее время все более актуальным становится вопрос о получении, подготовке и анализе данных. Копула-функция представляет собой инструмент для выполнения последнего.

Метод копула-функции определяет характер взаимодействия между случайными величинами, что позволяет сформировать более адекватную модель описания совместного распределения нескольких переменных, чем многомерный нормальный закон [1]. Важным преимуществом функции является то, что при моделировании многомерного распределения, помимо частных распределений она учитывает характер их взаимодействия. Копула-функция может быть применена для описания совместного распределения переменных имеющих разные частные распределения.

Широкое применение метод находит в исследовании финансовых рынков, где важно следить за динамикой курсов акций различных компаний, а также за существующей между ними корреляцией. Копула-функция применима к оценке состояния какого-либо экономического сектора или экономики страны в целом. Помимо этого, с помощью нее возможно исследование на поиск временных лагов.

В данной работе представлены возможные решения перечисленных задач с использованием копула-функции. Областью применения был выбран финансовый рынок России.

Постановка задачи

Основной задачей работы является поиск разнообразных применений копула-функции, а также реализация метода копулы с получением практических результатов.

В связи с поставленной задачей были выделены подзадачи:

1. Проанализировать общее состояние финансового рынка в России.
2. Проанализировать характер взаимодействия компаний внутри отраслей. Сравнить поведение различных секторов на временных промежутках.
3. Применить метод копула-функции к задаче поиска временного лага.

Результатом проделанного исследования является:

1. Характеристика состояния финансового рынка России;
2. Анализ взаимодействия фирм внутри отрасли, поиск компаний и секторов наиболее устойчивых к негативному влиянию со стороны рынка;
3. Выявление временного промежутка, по истечению которого изменение цены на нефть оказывает влияние на стоимость бензина.

Обзор литературы

Понятие копула-функции относительно новое в математике. Функция подробно изучалась в работах [2, 3], кроме того, нужно отметить статью [4]. В русскоязычной литературе копула получила распространение только в начале 21 века. Для ознакомления с теорией по рассматриваемой функции лучше всего подходят работы [1, 5], также в [1] описаны типы копула-функций и методы оценивания их параметров. Обзор наиболее распространенных копул приведен в [6]. Многие алгоритмы подразумевают правильный выбор модели копула-функции, методы подбора функций разобраны в [7].

Копула-функция имеет широкое применение в финансовом моделировании. На сегодняшний день является актуальной задача формирования портфеля ценных бумаг, разработки по данной теме предложены в [8–12]. В частности в [13] построение портфеля реализуется с помощью парных копул, соответствующая теория по последним приведена в статье [14]. В этой области важным является правильная оценка границ потерь портфеля (так же здесь содержится теория по рискам) [15]. Предложенная методика в [16] применяется для оценки риска кредитного портфеля московского коммерческого банка.

Задача формирования портфеля ценных бумаг является более узкой задачей экономики. В широком смысле копула-функция используется для оценки взаимосвязи курсов акций [17], для обнаружения структурных сдвигов [18] или для анализа общего состояния финансового рынка [19].

Помимо экономической сферы с помощью копула-функции реализуется классификация [20, 21], осуществляется статистический подход в области физики (исследование массового состава) [22], копула используется в

страхования [23], сельском хозяйстве [24, 25], а также функция нашла свое применение в задачи внедрения сетей сотовой подвижной связи для оценки суммарного помехового сигнала [26].

Все перечисленное показывает насколько разнообразен спектр применения копулы, что доказывает целесообразность ее изучения. В данной работе будут разобраны некоторые задачи с применением рассматриваемой функции.

1 Математическая теория по копула-функциям

1.1. Копула-функция и некоторые ее свойства

Определение 1: [1] Копула-функция $C(u_1, u_2, \dots, u_n)$ - это функция n переменных, определенная на единичном кубе $U^n = [0, 1]^n$ (т.е. $u_i \in [0, 1]$, $i = 1, 2, \dots, n$), обладающая следующими свойствами:

- 1) область значений функции - единичный интервал $[0, 1]$;
- 2) если $u_i = 0$ по крайней мере для одного $i \in 1, 2, \dots, n$, то

$$C(u_1, u_2, \dots, u_n) = 0;$$

- 3) $C(1, \dots, 1, u_i, 1, \dots, 1) = u_i$, для $\forall u_i \in [0, 1]$;

4) $C(u_1, u_2, \dots, u_n)$ является n -возрастающей функцией в том смысле, что для $\forall (a_1, a_2, \dots, a_n), (b_1, b_2, \dots, b_n) \in [0, 1]^n$ с $a_i \leq b_i$ справедливо неравенство:

$$\sum_{i_1=1}^2 \dots \sum_{i_n=1}^2 (-1)^{i_1+\dots+i_n} C(u_{1i_1}, \dots, u_{ni_n}) \geq 0,$$

где $u_{j1} = a_j$ и $u_{j2} = b_j$ для $\forall j \in 1, \dots, n$.

Теорема 1 (Теорема Склера): [1] Пусть $H(\cdot)$ - n -мерная функция распределения, с частными распределениями $F_1(\cdot), \dots, F_n(\cdot)$. Тогда существует n -мерная копула-функция $C(\cdot)$ такая, что для всех действительных x_1, \dots, x_n :

$$H(x_1, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) \quad (1)$$

Если F_1, \dots, F_n непрерывны, то копула-функция определена единственным образом;

Обратно, если $C(\cdot)$ -копула-функция, а $F_1(\cdot), \dots, F_n(\cdot)$ - функции распределения, то функция $H(\cdot)$, определяемая выражением (1), является совместной функцией распределения с частными распределениями $F_1(\cdot), \dots, F_n(\cdot)$.

Доказательство: См. [3–5].

Следствие 1: [1] Пусть $F_1^{-1}(\cdot), \dots, F_n^{-1}(\cdot)$ - обратные функции частных распределений. Тогда для любого $(u_1, \dots, u_n) \in U^n$ существует единственная копула-функция $C : [0, 1] \times \dots \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ такая, что:

$$C(u_1, \dots, u_n) = H(F_1^{-1}(u_1), \dots, F_n^{-1}(u_n))$$

Доказательство: См. [4].

Теорема 2: [1] Рассмотрим n случайных величин X_1, \dots, X_n , зависимость между которыми определяется копула-функцией $C(\cdot)$. Если преобразования $T_i : R \rightarrow R, i = 1, \dots, n$ определяются строго возрастающими функциями (т.е. $\partial_x T_i > 0$), то структура зависимости случайных величин $T_1(X_1), \dots, T_n(X_n)$ определяется той же самой копула-функцией $C(\cdot)$.

Доказательство: См. [27, 28], для двумерного случая – [29].

Границы Фреше –Хёффдинга: [1]

$$W(u_1, \dots, u_n) \leq C(u_1, \dots, u_n) \leq M(u_1, \dots, u_n),$$

где

$$W(u_1, \dots, u_n) = \max(u_1 + \dots + u_n - n + 1, 0);$$

$$M(u_1, \dots, u_n) = \min(u_1, \dots, u_n)$$

При $n = 2$ границы являются копула-функциями, однако при $n > 2$ нижняя граница не будет n -возрастающей.

Доказательство: См. [4, 5]

Условия Липшица для копула-функции: [5]

Любая копула удовлетворяет условию Липшица:

$$| C(s_1, \dots, s_n) - C(t_1, \dots, t_n) | \leq | s_1 - t_1 | + \dots + | s_n - t_n |$$

Доказательство: См. [5]

Из свойства Липшица и теорем о монотонных функциях следует, что любая копула-функция почти всюду дифференцируема по каждой из переменных [1, 4, 5].

Марковское свойство копула-функции: [5]

Рассмотрим копулы $A(s_1, \dots, s_m)$ и $B(t_1, \dots, t_n)$ размерностей m и n .

Пусть

$$C(u_1, \dots, u_{m+n-1}) = \int_{0 \leq x \leq u_m} A'_m(u_1, \dots, u_{m-1}, x) B'_1(x, u_{m+1}, \dots, u_{m+n-1}) dx,$$

где

$$A'_m(u_1, \dots, u_{m-1}, x) = \frac{\partial}{\partial x} A_m(u_1, \dots, u_{m-1}, x)$$
$$B'_1(x, u_{m+1}, \dots, u_{m+n-1}) = \frac{\partial}{\partial x} B_1(x, u_{m+1}, \dots, u_{m+n-1})$$

что кратко можно записать как результат произведения копул:

$$C_{m+n-1}(\cdot) = A_m(\cdot) \circ B_n(\cdot)$$

Пусть $A(u | t_1, \dots, t_n), u^T = (u_1, \dots, u_p)$ - копула для частных распределений $X(t_1), \dots, X(t_n)$. Тогда $X(t)$ является марковским процессом тогда и только тогда, когда для любого $n \geq 2$ и любых $t_1 < \dots < t_n$:

$$A(u | t_1, \dots, t_n) = A(\cdot | t_1, t_2) \circ A(\cdot | t_2, t_3) \circ \dots \circ A(\cdot | t_{n-1}, t_n)$$

Этот результат можно найти в работе [30].

1.2. Плотность копула-функции

Определение 2: Если для копула-функции $C(\cdot)$ существует неотрицательная функция $c(\cdot)$, для которой выполняется:

$$C(u_1, \dots, u_n) = \int_0^{u_1} \int_0^{u_2} \dots \int_0^{u_n} c(s_1, \dots, s_n) ds_1 ds_2 \dots ds_n$$

тогда эта функция $c(\cdot)$ называется плотностью копула-функции.

Из следствия к теореме Склара выводится каноническое представление плотности: [1]

$$f_H(x_1, \dots, x_n) = \frac{\partial^n C(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n))}{\partial F_1(x_1) \dots \partial F_n(x_n)} \cdot \prod_{i=1}^n f_i(x_i) = c(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) \cdot \prod_{i=1}^n f_i(x_i),$$

где

$c(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n))$ - плотность копула-функции;

$f_H(x_1, \dots, x_n)$ - плотность совместной функции распределения $H(\cdot)$.

тогда

$$c(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) = \frac{f_H(x_1, \dots, x_n)}{\prod_{i=1}^n f_i(x_i)}.$$

1.3. Виды взаимодействия случайных величин

Следующие определения представлены в работе [17].

1) Случайные величины независимы, если их копула-функция независима:

$$C^\perp(u_1, u_2, \dots, u_n) = u_1 u_2 \dots u_n;$$

2) Если рост одной случайной величины сопровождается ростом другой случайной величины, то они комонотонны и им соответствует копула-функция:

$$C_{max}(u_1, u_2, \dots, u_n) = \min(u_1, u_2, \dots, u_n);$$

3) Если рост одной случайной величины сопровождается убыванием другой случайной величины, то они контрмонотонны и им соответствует копула-функция:

$$C_{min}(u_1, u_2, \dots, u_n) = \max(u_1 + u_2 + \dots + u_n - n + 1, 0).$$

2 Методология анализа данных с помощью копула-функции

Пусть имеются наблюдения двух временных рядов $(x_k, y_k), k = 1..n$, где n -число наблюдений. Выберем шаг решетки $\frac{1}{N}$. За оценку значения копула-функции $C(\frac{i}{N}, \frac{j}{N})$ принимаем величину $\frac{n(i,j)}{n}$, где $n(i, j)$ -количество наблюдений (x_k, y_k) , для которых выполняются неравенства:

$$x_k \leq x_{(\lfloor \frac{in}{N} \rfloor)}$$

$$y_k \leq y_{(\lfloor \frac{jn}{N} \rfloor)}$$

где $x_{(k)}, y_{(k)}$ -порядковые статистики. Для того, чтобы выяснить характер взаимодействия временных рядов вычислялись дискретные приближения

$$\sum_{i_1=1}^N \sum_{j_1=1}^N | C(\frac{i}{N}, \frac{j}{N}) - C^*(\frac{i}{N}, \frac{j}{N}) | \quad (2)$$

поочередно используя в качестве эталонной функции C^* копула-функции $C^\perp, C_{max}, C_{min}$. Из трех отклонений выбиралось наименьшее. Если наименьшему отклонению соответствовало C^\perp , то временные ряды считались независимыми, если C_{max} , то зависимость комонотонная, если C_{min} , то контрмонотонная. [17]

Для более подробного анализа характера взаимодействия случайных величин введем обозначения:

d_{min} - отклонение, соответствующее копуле C_{min}

d^\perp - отклонение, соответствующее копуле C^\perp

d_{max} - отклонение, соответствующее копуле C_{max} .

Затем определим классы, основанные на ранжировании полученных отклонений:

1 класс: $d_{max} \leq d^\perp \leq d_{min}$;

2 класс: $d_{max} \leq d_{min} \leq d^\perp$;

3 класс: $d^\perp \leq d_{max} \leq d_{min}$;

4 класс: $d^\perp \leq d_{min} \leq d_{max}$;

5 класс: $d_{min} \leq d_{max} \leq d^\perp$;

6 класс: $d_{min} \leq d^\perp \leq d_{max}$.

Построенные классы, по мнению [19], выражают относительную интенсивность проявления свойств того или иного случая взаимодействия. Также авторы утверждают, что использование классов актуально при формировании портфеля ценных бумаг. В этом случае необходимо включать в портфель акции компаний, у которых копулы пар доходностей относятся к 6 классу, затем к 5 классу, и т.д..

3 Практическое применение копула-функции для анализа временных рядов

В представленных ниже исследованиях используется алгоритм копула-функций, основанный на подсчете отклонений полученной копула-функции от эталонных по формуле (2) из предыдущего параграфа.

3.1. Анализ финансового рынка России

В данном исследовании для анализа финансового рынка производится подсчет количества контрмонотонных, независимых и комонотонных связей между курсами акций компаний произвольных отраслей, в частности: Аптека 3биб, Магнит, Газпром, Лукойл, Роснефть, Сургутнефть, Татнефть, Аэрофлот, Ютейр, Возрождение, ВСМПО-АВИСМА, ГМКНорНикель, СеверСталь, ПолюсЗолото, НЛМК, Иркут-3, ММК, Распадская, ИркутскЭнерго, МосЭнерго, ЭнелРос, Новатек, Ростелеком, МТС, Разгуляй.

Таблица 1: Количество независимых, контр-, комонотонных связей

	1	2	3	4	5	6
2007	82	0	130	72	0	16
2008	288	0	12	0	0	0
2009	271	0	5	5	0	19
2010	136	0	127	32	0	5
2011	208	0	35	32	0	25
2012	149	0	68	68	0	15
2013	99	0	121	55	0	24
2014	77	0	132	79	0	12
2015	42	0	153	95	0	10

В качестве данных выбраны ежедневные цены закрытия акций компаний за период 01.01.2007-31.12.2015. Материалы взяты с сайта [31]. Расчеты

выполнены в среде Матлаб.

Вычисления производились с параметром $N=5$ исходя из ежегодного объема выборки (в среднем 250 наблюдений). Результаты представлены в Таблице 1.

Из Таблицы 1 видно, что в 2007 году комонотонный и независимый характер взаимодействия курсов акций имеет почти равное количество. Действительно, в этом году темп роста экономики России имел лучший показатель с конца 90-х [32]. Однако этот период докризисный, о чем свидетельствует комонотонный характер. В 2008-2009 годах в связи с мировым кризисом имеет место явное преобладание 1 класса зависимости. К 2010 году ситуация на российском рынке улучшилась, что подтверждает рост независимого характера взаимодействия российских компаний.

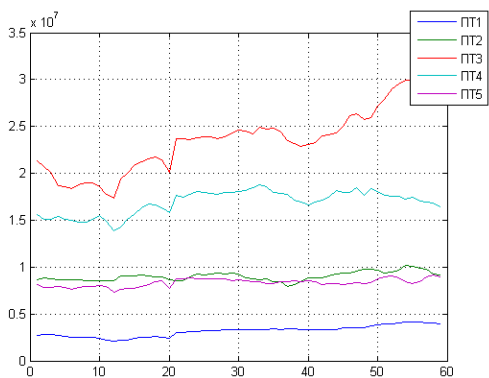
В обзоре [33] авторы утверждают, что в 2011 году произошел большой отток капитала из страны, что повлияло на фондовый рынок, а также приводят статистику о том, что фондовые индексы акций российского рынка потеряли 20%. В полученных результатах эти события выражаются резким возрастанием числа комонотонных связей. В 2012-2013 годах в основном наблюдается независимый характер с преобладанием комонотонности, в это время падение демонстрируют отрасли электроэнергетики, металлургии и горнодобычи. Наиболее доходным становится сектор потребительских товаров, также нефтегазовая отрасль, которая в 2012 году занимает 50% капитализации [34, 35]. В последующий год в стране происходят негативные события: конфликт в Украине, санкции, падение цены на нефть, однако показатели фондового рынка остаются практически на том же уровне, что и в предыдущие года. По мнению авторов статьи [36] это обусловлено повышенными оборотами в марте и декабре. Однако как и в 2015 году наблюдается преобладание 3 класса, что указывает на склонность к комонотонному

характеру. Важно отметить, что 2 и 5 классы взаимодействия не свойственны российскому рынку.

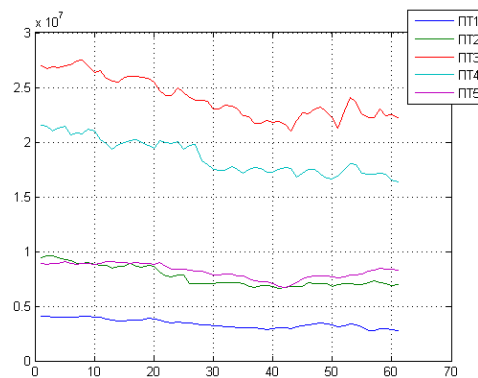
Исходя из полученных результатов можно сделать вывод о том, что в основном российский рынок характеризуется комонотонной зависимостью. Это обосновывается неготовностью российской экономики игнорировать негативные события, произошедшие за рассматриваемый период.

3.2. Анализ секторов российского финансового рынка

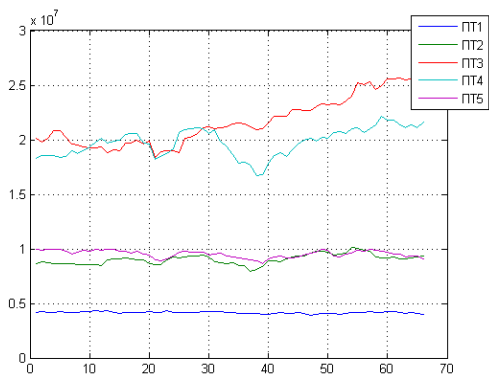
В данном параграфе приведены результаты сравнения акций компаний, принадлежащих к одной рыночной отрасли и попавших в сотню лидирующих по величине капитала за 2015 год.



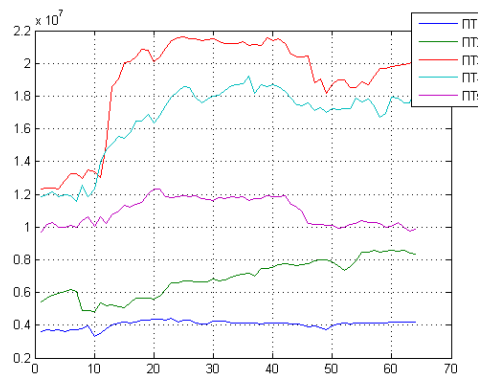
а) 1 квартал 2014 год



б) 2 квартал 2014 год



в) 3 квартал 2014 год



г) 4 квартал 2014 год

Рис. 1: Относительная динамика цен акций компаний продовольственного сектора

Рассматриваются 5 секторов: сектор потребительских товаров, сектор нефтегазодобычи и нефтепереработки, сектор телекоммуникации, сектор строительства и недвижимости и сектор электроэнергетики. Также в конце параграфа сделано сравнение экономики этих отраслей.

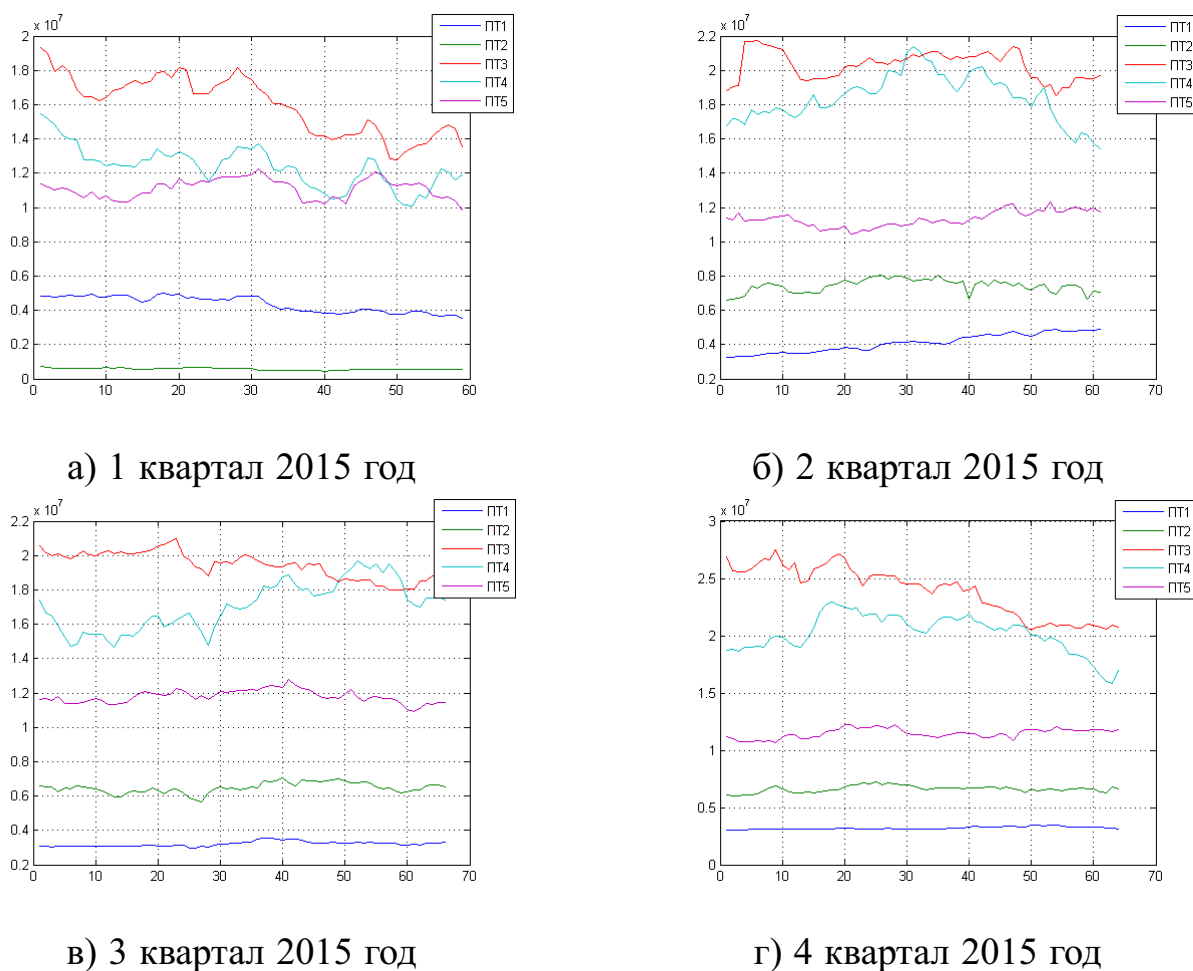
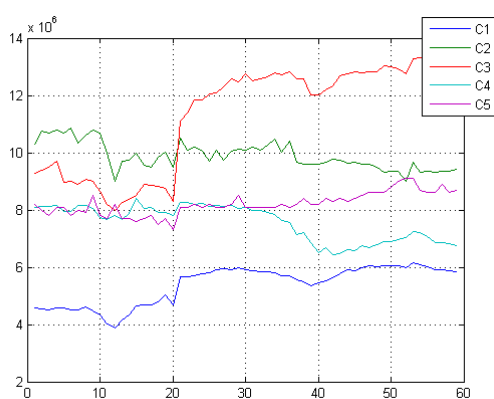


Рис. 2: Относительная динамика цен акций компаний продовольственного сектора

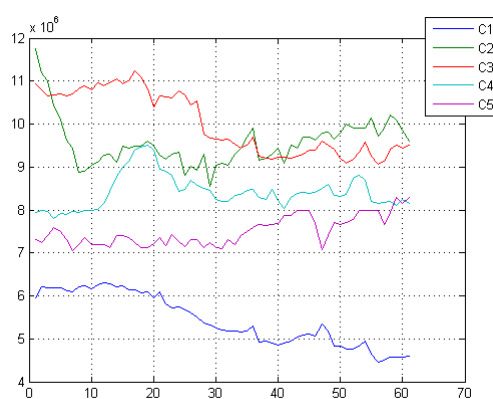
В качестве данных выбраны акции за период 2014-2015 года следующих компаний:

- сектор потребительских товаров: Дикси(ПТ1), Лента(ПТ2), М.Видео(ПТ3), X5 Retail Group(ПТ4), Магнит(ПТ5);
- сектор нефтегазодобычи и нефтепереработки: Газпром(Н1), Лукойл(Н2), Роснефть(Н3), Сургутнефть(Н4), Татнефть(Н5);

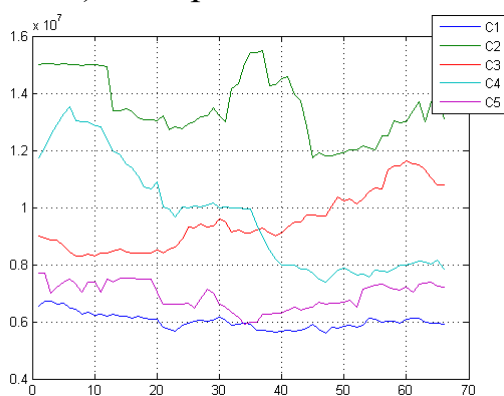
- сектор телекоммуникации: СТС Медиа(Т1), Ростелеком(Т2), Мегафон(Т3), МТС(Т4), VimpelCom(Т5);
- сектор строительства и недвижимости: Группа ЛСР(С1), ГАЛС Девелопмент(С2), МОСТОТРЕСТ(С3), Группа компаний ПИК(С4), АFI Девелопмент(С5);
- сектор электроэнергетики: ФСК ЕЭС(Э1), РусГидро(Э2), Э.ОН Россия(Э3), ИркутскЭнерго(Э4), МосЭнерго(Э5), ОГК-1(Э6), Россети(Э7), ТГК-1(Э8).



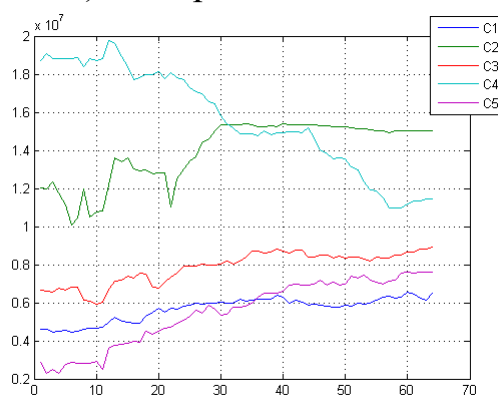
а) 1 квартал 2014 год



б) 2 квартал 2014 год



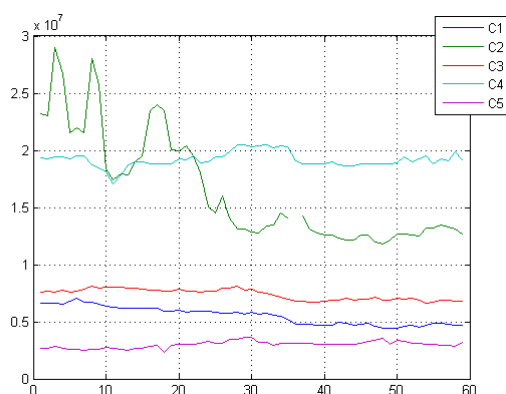
в) 3 квартал 2014 год



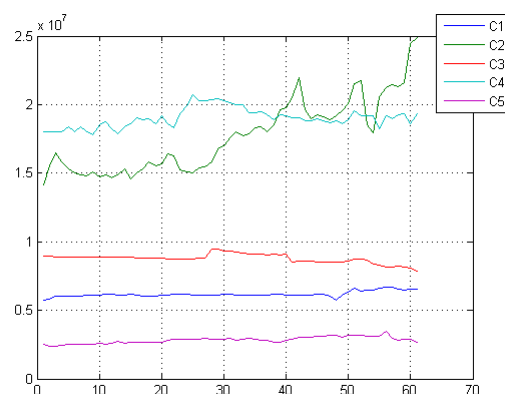
г) 4 квартал 2014 год

Рис. 3: Относительная динамика цен акций компаний строительного сектора

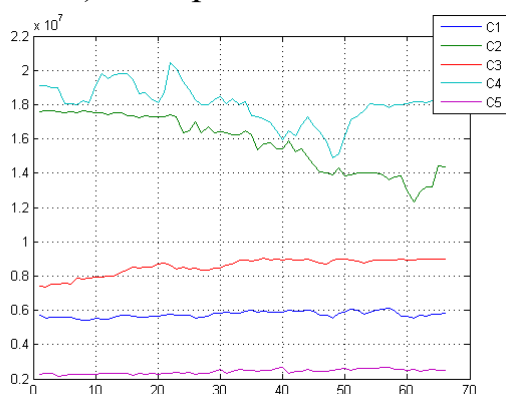
Сравниваются ежедневные цены акций за период 2014-2015 годов деленных на кварталы. Средний объем выборки 60, исходя из этого выбираем



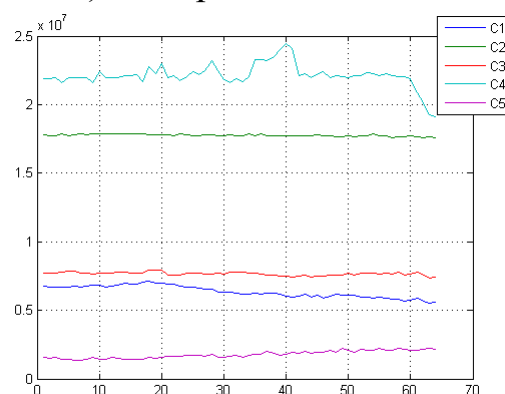
а) 1 квартал 2015 год



б) 2 квартал 2015 год



в) 3 квартал 2015 год

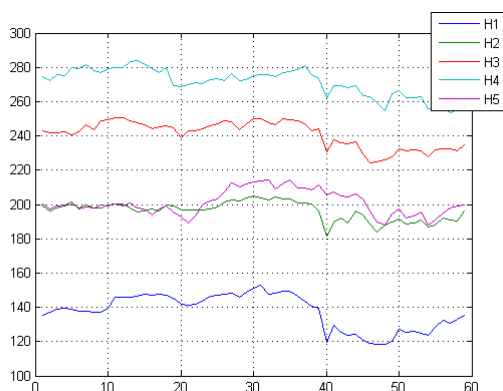


г) 4 квартал 2015 год

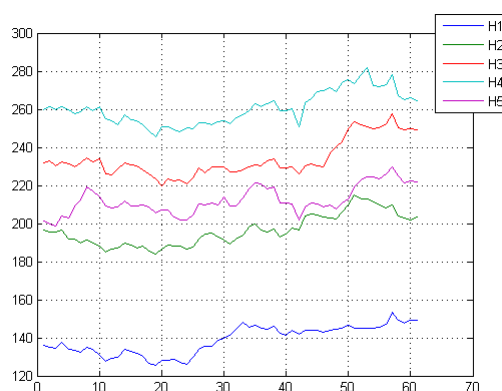
Рис. 4: Относительная динамика цен акций компаний строительного сектора параметр $N=3$. Источники данных [31,37]. Расчеты выполнены в среде Матлаб. Результаты приведены в Приложении (Таблицы 3-41).

Как мы видим из Таблиц 3-4 в первом полугодии 2014 года для потребительского рынка характерна комонотонная зависимость, действительно, из Рис.1 мы видим схожую динамику цен: к концу марта подъем, затем постепенное снижение. Во втором полугодии (Таблицы 5-6) возникает значительное количество независимых связей, однако по прежнему сохраняется комонотонная зависимость.

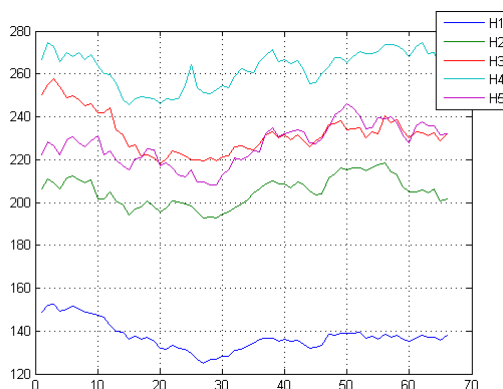
За 2015 год мы наблюдаем существенное количество независимости. Возникает контрмонотонная связь с компанией М.Видео(ПТЗ), которая, по нашему мнению, связана с различием товарного ассортимента. Примеча-



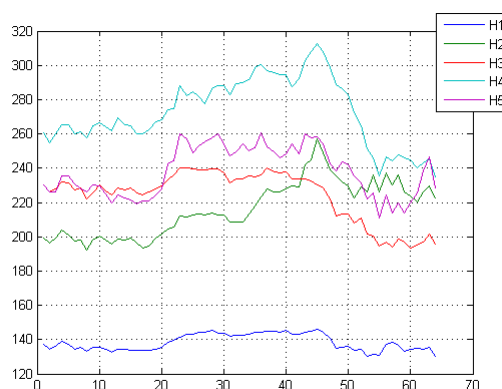
а) 1 квартал 2014 год



б) 2 квартал 2014 год



в) 3 квартал 2014 год

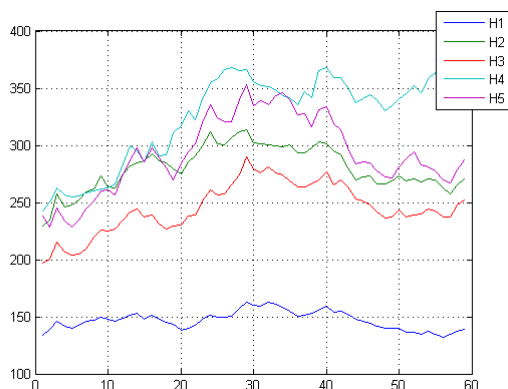


г) 4 квартал 2014 год

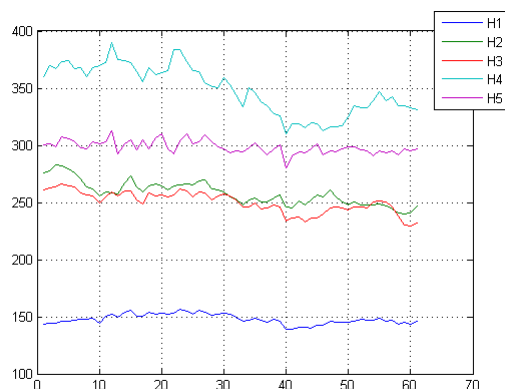
Рис. 5: Относительная динамика цен акций компаний нефтяного сектора

тельна преимущественная независимость акций магазина Магнит(ПТ5) в течении двух лет, что скорее всего, стало следствием отличающегося менеджмента, проводимого компанией. Наглядно данные изображены на Рис.2, результаты полученных вычислений приведены в Таблицах 7-10.

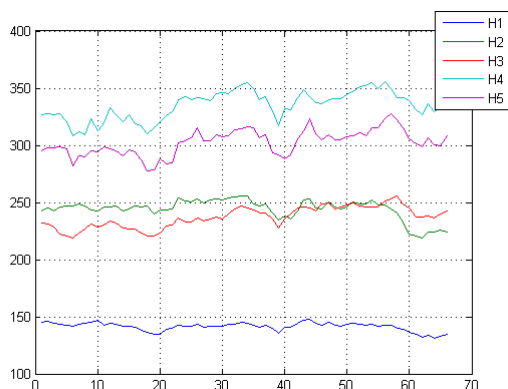
Важно отметить, что в 2014 году в строительном секторе (Таблицы 11-14) нельзя выделить какой-либо характерный вид связи. Здесь в равном количестве присутствует независимый, ко- и контрмонотонный тип взаимодействия. Аналогичная ситуация наблюдается в 2015 году (Таблицы 15-18). Однако примечательна контрмонотонная связь в 4 квартале 2014 года (Таблица 14), которую доказывает Рис.3. Группа компаний ПИК(С4) терпит падение стоимости акций, в то время как у остальных фирм происходит рост.



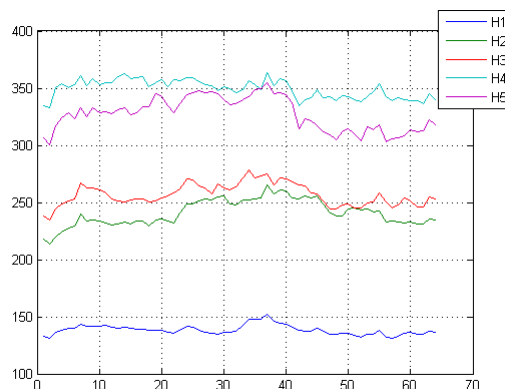
а) 1 квартал 2015 год



б) 2 квартал 2015 год



в) 3 квартал 2015 год



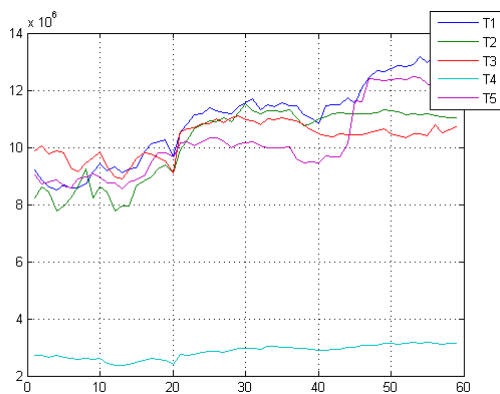
г) 4 квартал 2015 год

Рис. 6: Относительная динамика цен акций компаний нефтяного сектора

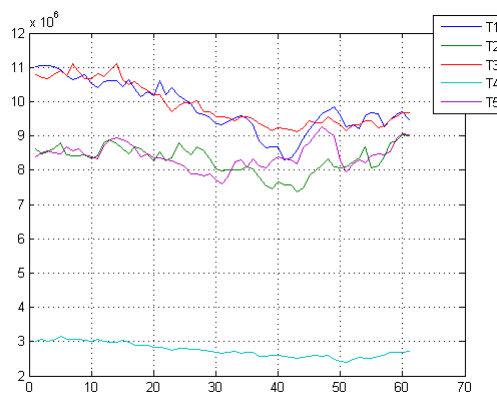
Так же эта компания показывает независимый характер во 2 квартале 2014 и в трех кварталах 2015 года.

Нефтяной сектор в 2014-2015 годах принимает комонотонной тип взаимодействия (Таблицы 19-26), что так же видно на графиках (Рис.5, Рис. 6). Эти года были не легкими для этой отрасли. Сказалось резкое падение цены на нефть, как следствие отток капитала. Изредка независимость показывали лидеры российского рынка Газпром(Н1) и Лукойл(Н2).

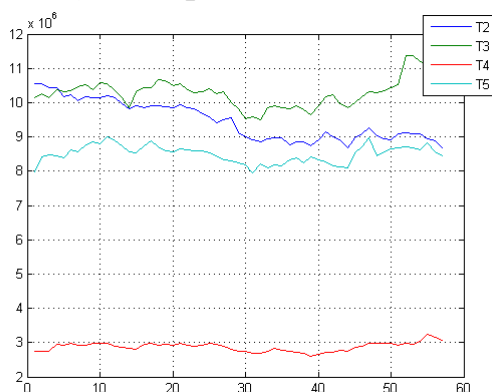
Для сектора телекоммуникации 2014 год характеризуется комонотонной связью (Таблицы 27-29). Здесь во втором квартале отличается динамика VimpelCom(T5), а в третьем квартале Ростелеком(T2). Так же Ростелеком(T2) проявляет контрмонотонность во втором квартале 2015 года, в то



а) 1 квартал 2014 год



б) 2 квартал 2014 год

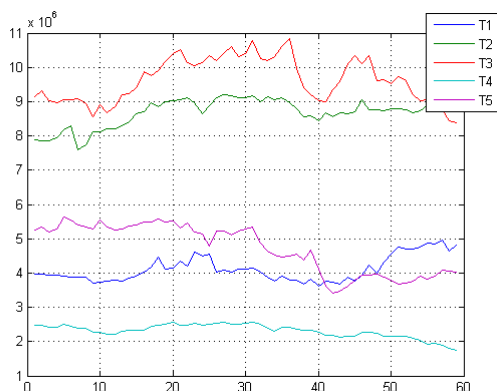


в) 3 квартал 2014 год

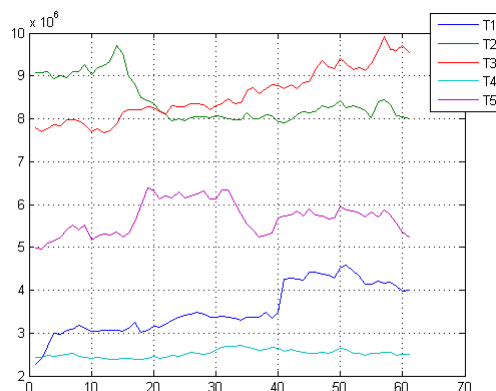
Рис. 7: Относительная динамика цен акций компаний телекоммуникационного сектора

время как остальные фирмы имеют комонотонную зависимость. В остальные кварталы 2015 года в рассматриваемом секторе наблюдается независимый характер. Динамика курса акций проиллюстрирована на Рис.6, Рис.7.

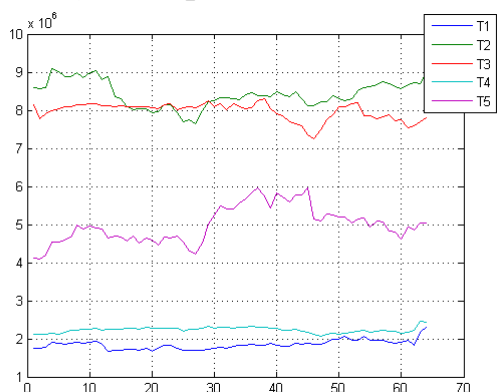
Сектор электроэнергетики в первом полугодии 2014 года насыщен комонотонной связью (Таблицы 34-41), далее появляется независимость протяженностью в квартал и вновь возникает комонотонность вплоть до 2 квартала 2015 года. Важно отметить, что несмотря на периоды выраженной комонотонности компания ТГК-1(Э8) демонстрирует независимость на протяжении двух лет (за исключением 4 квартала 2014 года). Во втором квартале 2014 года у фирмы возникает контрмонотонные связи, которые выражают-



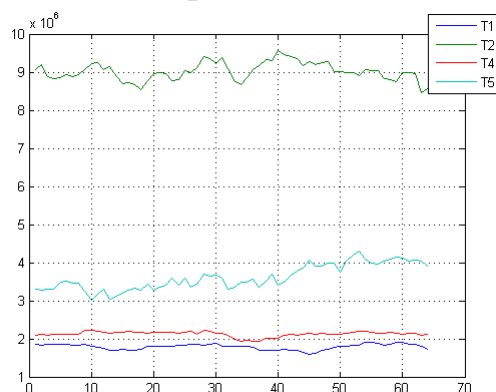
а) 1 квартал 2015 год



б) 2 квартал 2015 год



в) 3 квартал 2015 год

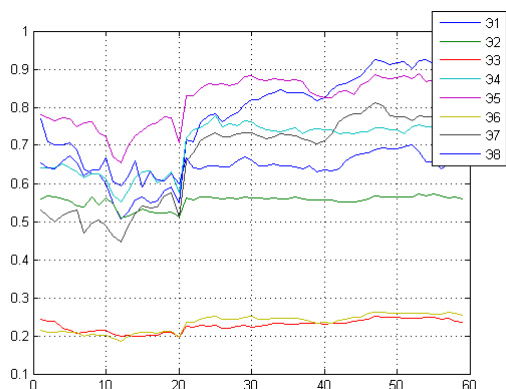


г) 4 квартал 2015 год

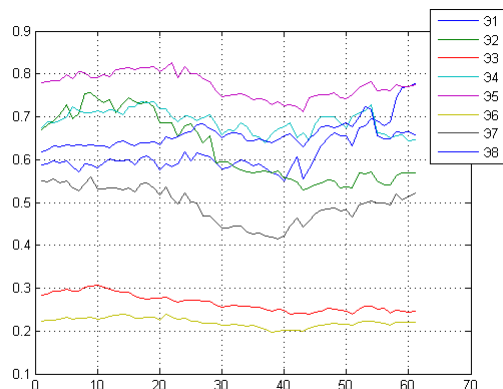
Рис. 8: Динамика цен акций компаний телекоммуникационного сектора

ся быстрым ростом стоимости акций в конце квартала при незначительном спаде курса акций других компаний этого сектора.

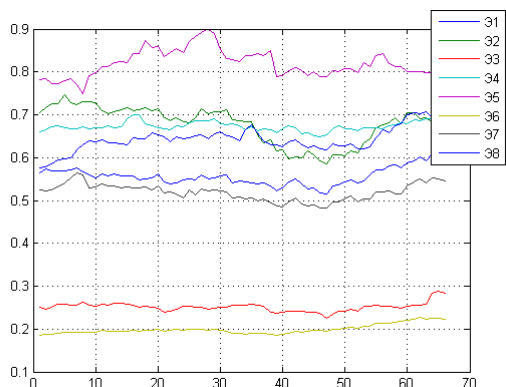
Из приведенного анализа секторов можно сделать вывод о том, что на российском рынке 2014 года преобладала комонотонная зависимость, однако в 2015 году большинство связей имеют независимый характер. Сравнивая сектора можно утверждать, что наиболее независимой отраслью является сектор строительства и недвижимости, в то время как на нефтяном рынке явно выражено комонотонное взаимодействие курсов акций. Несмотря на это из некоторых секторов удалось выделить компании, политика которых позволяет им держать индивидуальную динамику стоимостей акций. Таковыми являются Магнит(ПТ5) из потребительского рынка, Группа компаний



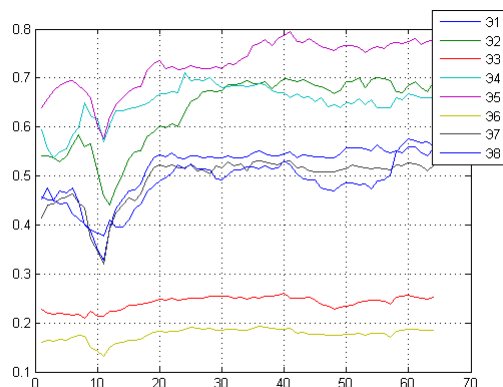
а) 1 квартал 2014 год



б) 2 квартал 2014 год



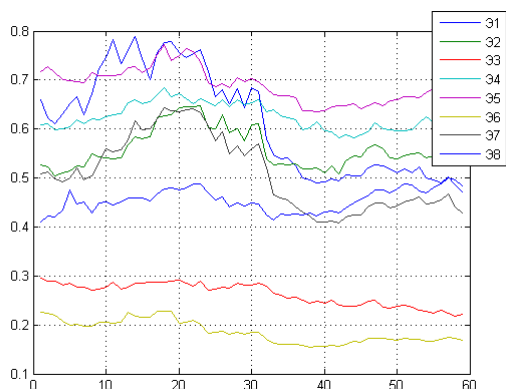
в) 3 квартал 2014 год



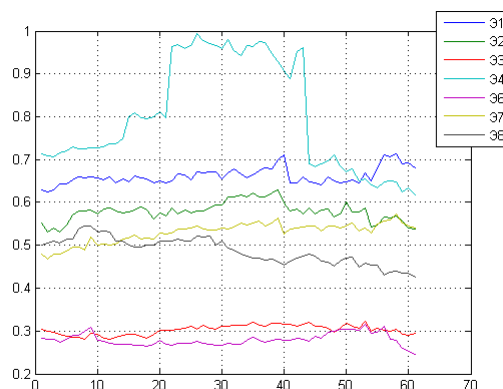
г) 4 квартал 2014 год

Рис. 9: Относительная динамика цен акций компаний электроэнергетического сектора

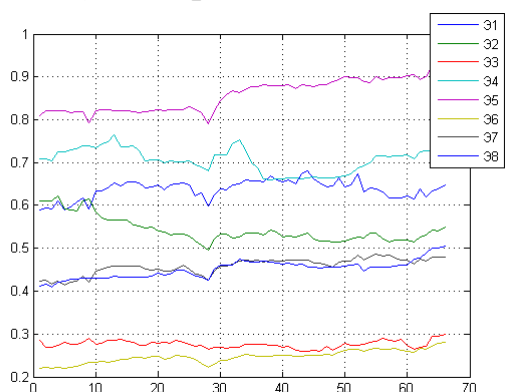
ПИК(С4) строительной отрасли, Ростелеком(Т2) и VimpelCom(Т5) - телекоммуникация и ТГК-1(Э8) из электроэнергетического сектора. При этом компании Магнит(ПТ5) и VimpelCom(Т5) являются лидерами по капитализации в своих отраслях за 2014 год, а Магнит(ПТ5) и Группа компаний ПИК(С4) за 2015 год по данным [38], что демонстрирует положительный результат политики этих фирм.



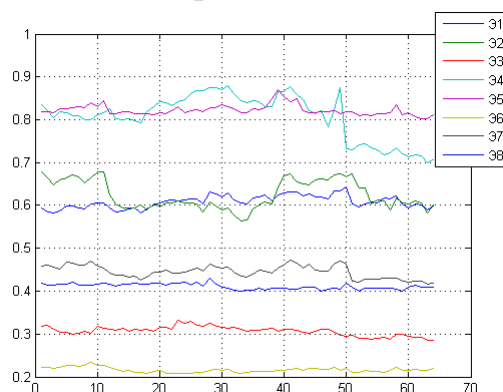
а) 1 квартал 2015 год



б) 2 квартал 2015 год



в) 3 квартал 2015 год



г) 4 квартал 2015 год

Рис. 10: Относительная динамика цен акций компаний электроэнергетического сектора

3.3. Взаимодействие рядов курсов акций при различных временных лагах

В данном параграфе решается задача поиска временных лагов между курсами акций. Рассматривается период с 2008 по 2015 года.

Для анализа были выбраны ежедневные цены таких товаров как нефть сорта Brent и бензин. Выяснялась зависимость стоимости бензина от стоимости нефти. Брался месячный период цен нефти и месячный период цен бензина, который в последствии сдвигался на различный промежуток времени.

Алгоритм реализован в среде Матлаб. Средний объем выборки 25,

исходя из этого выбираем параметр $N=2$. В приложении представлены таблицы отклонений от комонотонной копула-функции (Таблица 42-48).

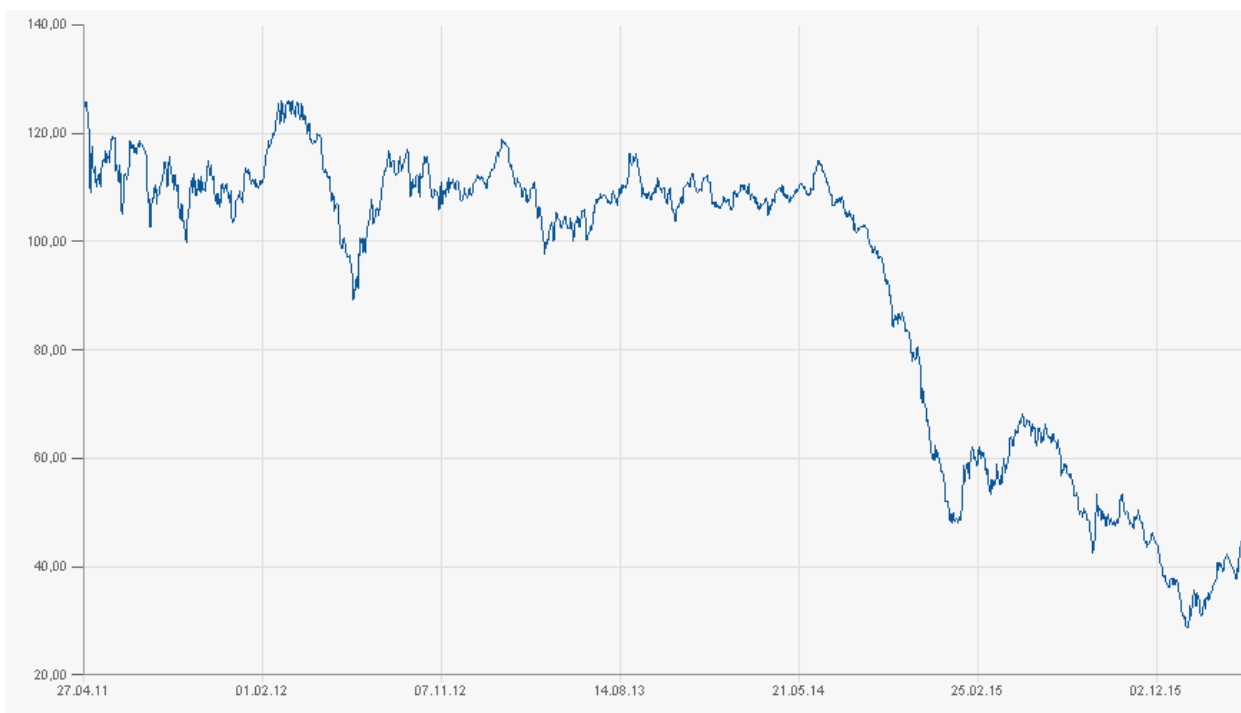


Рис. 11: Динамика цен нефти сорта Brent

В таблице 2 подсчитано количество минимальных значений отклонений от комонотонной копула-функции при различных лагах. Из нее следует, что наибольшую комонотонность цены нефти и бензина показывают при отсутствии лага. Таким образом, можем сделать вывод, что цена бензина реагирует на изменение цены на нефть практически мгновенно. Интервью с главой ФАС - Артемьевым И.Ю. [39] подтверждает этот результат для возрастающей динамики цен нефти: "Когда цена на нефть росла, лага никакого не было - в тот же день бензин дорожал...". В нашем исследовании мы получили аналогичный результат и для убывающей динамики. Однако в 2012 и 2014 годах количество минимальных значений, соответствующих отсутствию лага, уменьшается. Как мы видим из Рис.11 в эти годы наблюдается сильное падение цены на нефть. Отсюда можно сделать вывод, что

отсутствие лага более характерно для возрастающей динамики цен, нежели для убывающей.

Таблица 2: Количество минимальных значений отклонений от комонотонной копулы при различных лагах

Лаг	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	Сумма:
0	10	12	10	11	6	11	9	69
1	3	3	2	2	5	2	3	20
7	0	1	1	1	1	0	0	4
14	1	0	0	0	2	0	4	7
30	1	1	2	1	0	0	0	5
60	2	0	2	1	1	2	2	10
120	0	0	0	1	0	2	1	4
240	1	2	1	3	3	0	2	12
299	2	0	1	1	3	0	2	9

Выводы

В ходе проделанной работы были сделаны следующие выводы:

1. Российский рынок характеризуется комонотонной зависимостью, что происходит из-за большой концентрации событий, произошедших за рассмотренный период времени и оказывающих негативное влияние на состояние фондового рынка.
2. Российский рынок 2014 года характеризуется комонотонной связью, но в 2015 году становится выражен независимый характер.
3. Наиболее независимой отраслью показал себя сектор строительства и недвижимости, в то время как на нефтяном рынке явно выражено комонотонное взаимодействие курсов акций.
4. Компании, политика которых позволяет держать индивидуальную динамику стоимостей акций: Магнит(ПТ5), Группа компаний ПИК(С4), Ростелеком(Т2) и VimpelCom(Т5), ТГК-1(Э8)
5. Между ценами на нефть и бензин отсутствует временной лаг.
6. Возрастающей и убывающей динамике цен на нефть соответствуют разные изменения цены бензина.

Заключение

В данной работе реализован метод копула-функции для анализа российского финансового рынка и его секторов. Использованный подход позволил указать некоторые особенности динамики курсов акций, в частности выявлено различие этой динамики в докризисный и кризисный период, также выделены компании наиболее устойчивые к изменениям в рыночной среде.

Помимо этого алгоритм применен к задаче поиска временного лага между ценами нефти и бензина. Было выявлено отсутствие временного лага, а также различие реакции динамики стоимости бензина в зависимости от положительного или отрицательного изменения цены на нефть.

Список литературы

- [1] Фантаццини Д. Моделирование многомерных распределений с использованием копула-функций. I. *Прикладная эконометрика*, (№ 2(22)), 2011.
- [2] W. Hoeffding. Scale-invariant correlation theory. *Schriften des Mathematischen Seminars und des Instituts für Angewandte Mathematik der Universität*, 1940. 5, p.181-183.
- [3] A. Sklar. Fonctions de repartition a n dimensions et leurs marges. *Publ. Inst. Statist. Univ. Paris*, 1959. 8, p.229–231.
- [4] Nelsen B. R. An introduction to copulas. *Lecture notes in statistics, 2-nd edition. New York: Springer. U.*, 1999.
- [5] Благовещенский Ю.Н. Основные элементы теории копул. *Прикладная эконометрика*, (№ 2(26)), 2012.
- [6] Пеникас Г.И. Модели "копула" в приложении к задачам финансов. *Журнал новой экономической ассоциации*, (№ 7), 2010.
- [7] Фантаццини Д. Моделирование многомерных распределений с использованием копула-функций. III. *Прикладная эконометрика*, (№ 4(24)), 2011.
- [8] Коршунова Г.Я. Анализ валютного портфеля организации при помощи копула-функций. *Technical report*, ФГБОУ ВПО "Рязанский государственный радиотехнический университет".
- [9] Соложенцев Е.Д., Алексеев В.В., Шokolов В.В. Логико-вероятностное

- моделирование портфеля ценных бумаг с использованием копул. *Эконометрика*, (№ 3(7)), 2006.
- [10] Пеникас Г.И. Иерархические копулы в моделировании рисков инвестиционного портфеля. *Прикладная эконометрика*, (№ 35(3)), 2014.
- [11] Калимуллина Л.Д. Бронштейн Е.М. Использование копула-функций при формировании портфелей ценных бумаг. *Риски финансовых рынков*, (№ 3(27)), 2011.
- [12] Симакова В.Б. Пеникас Г.И. Управление процентным риском на основе копулы-garch моделей. *Прикладная эконометрика*, page №1(13), 2009.
- [13] Травкин А.И. Конструкции из парных копул в задаче формирования портфеля акций. *Прикладная эконометрика*, (№ 32(4)), 2013.
- [14] Фантаццини Д. Моделирование многомерных распределений с использованием копула-функций. II. *Прикладная эконометрика*, (№ 3(23)), 2011.
- [15] Фантаццини Д. Эконометрический анализ финансовых данных в задачах управления риском. *Прикладная эконометрика*, (№ 2(10)), 2008.
- [16] Бологов Я.В. Оценка риска кредитного портфеля с использованием копула-функций. *Прикладная эконометрика*, (№ 29(1)), 2013.
- [17] Бронштейн Е.М., Прокудина Е.И., Герасимова А.С., and Дубинская К.Г. Оценка взаимосвязей временных рядов курсов акций. *Прикладная эконометрика*, (№ 2(22)), 2011.
- [18] Сафарян И.А. Бродский Б.Е., Пеникас Г.И. Обнаружение структурных сдвигов в моделях копул. *Прикладная эконометрика*, (№ 4(16)), 2009.

- [19] Зинурова А.Н. Бронштейн Е.М. Копулы специального вида и их применение при анализе состояния финансового рынка. *Прикладная эконометрика*, (№ 3(27)), 2012.
- [20] Кузнецов М. П. Построение интегрального индикатора в ранговых шкалах с использованием копул для анализа совместного распределения критериев. *Машинное обучение и анализ данных*, (№ 1(4)), 2012.
- [21] Крылов В.А. Моделирование и классификация многоканальных дистанционных изображений с использованием копул. *Инофрматика и ее применения*, том 4(№ 4):с. 33–37, 2010.
- [22] Кириллов И. А. Кириллов А. А. О массовом составе при ультравысоких энергиях по данным оже-коллорабии (статистический подход с использованием копулы). *Известия РАН. Серия физическая*, том 79(№ 3):с. 371–373, 2015.
- [23] Журов А.Н. *Модели оптимального распределения капитала страховой компании*. PhD thesis, ФГОБУВПО "Финансовый университет при правительстве Российской Федерации 2012.
- [24] Barry K. Goodwin Jieyuan Zhao. Dynamic cross-hedge ratios: An application of copula models. *Association's 2012 AAEA Annual Meeting, Seattle, Washingto*, August 12-14 2012.
- [25] Xiaodong Ming, Wei Xu, Ying Li, Juan Du, Baoyin Liu, and Peijun Shi. Quantitative multi-hazard risk assessment with vulnerability surface and hazard joint return period. *Stoch Environ Res Risk Assess*, (№ 29):p. 35–44, 2015.
- [26] Посакаухин В.Н. Проблемы внедрения сетей сотовой подвижной связи

третьего поколения в московском регионе. *Технологии информационного общества*, 2009.

- [27] Wolff E. F. Schweizer B. Sur une mesure de dependance pour les variables aleatoires., 1976. Comptes Rendus de l'Academie des Sciences de Paris. Ser. A, 283, p. 659 – 661.
- [28] Wolff E. Schweizer B. On non-parametric measures of dependance for random variables., 1981. Annals of Statistics, 9, p. 879 – 885.
- [29] Sornette D. Malevergne Y. Extreme financial risks (from dependance to risk management). *Springer: Heidelberg.*, 2006.
- [30] Olsen E. T. Darsow W. F., Nguyen B. Copulas and markov process. *Illinois Journal of Mathematics*, (№36 (4), 600–642.):p. 600–642., 1992.
- [31] www.finam.ru.
- [32] Посохов Ю. Е. Трегуб А. Я. Российский фондовый рынок: 2007. События и факты. НАУФОР.
- [33] Посохов Ю. Е. Трегуб А. Я. Российский фондовый рынок: 2011. События и факты. НАУФОР.
- [34] Посохов Ю. Е. Трегуб А. Я. Российский фондовый рынок: 2012. События и факты. НАУФОР.
- [35] Посохов Ю. Е. Трегуб А. Я. Российский фондовый рынок: 2013. События и факты. НАУФОР.
- [36] Посохов Ю. Е. Трегуб А. Я. Российский фондовый рынок: 2014. События и факты. НАУФОР.

[37] www.finanz.ru.

[38] www.riarating.ru.

[39] www.ria.ru.

Приложение

Реализация алгоритма в среде Matlab.

```
% N-шаг алгоритма; q-количество анализируемых компаний; n-количество  
% выборки; T-матрица, нечетные столбцы которой содержат данные о котир-  
% ровках, а четные далее содержат ранг соответствующий порядковой ста-  
% тистике; Y-матрица для ранжирования;
```

```
1. N=...;
```

```
2. q=...;
```

```
3. n=...;
```

```
4. T=zeros(n,2*q);
```

```
5. Y=zeros(n,1);
```

```
% Заполняем матрицу Y числами от 1 до n;
```

```
6. for j=1:n
```

```
7.     Y(j)=j;
```

```
8. end
```

```
% Ранжирование: упорядочиваем данные нечетных столбцов матрицы T в
```

```
% матрицу S; в ячейку I(i) записываем индексы j элементов S(i), соответ-
```

```
% ствующих элементам T(j); записываем в четные столбцы T(i+1) ранг эле-
```

```
% ментов T(i);
```

```
9. for l=0:q-1
```

```
10.     [S, I] = sort(T(:,2*l+1));
```

```
11.     T(I(:),2*l+2)=Y(:);
```

```
12. end
```

```
% C1-матрица копула-функций, соответствующих независимости;
```

```
% C_min-матрица копула-функций, соответствующих контрмонотонности;
```

```
% C_max-матрица копула-функций, соответствующих комонотонности;
```

```

13. C1=zeros(N,N);
14. C_min=zeros(N,N);
15. C_max=zeros(N,N);
16. for i=1:N
17.     for j=1:N
18.         C1(i,j)=i*j/N^2;
19.         C_min(i,j)=max(i/N+j/N-1,0);
20.         C_max(i,j)=min(i/N,j/N);
21.     end
22. end

```

```

% Оценка копула-функции временных рядов: h-матрица оценок копул;
% h1-матрица числителей оценок копула-функции;
% строки 28-32, 33-37: поиск соответствующих порядковых статистик;
% строки 38-42: вычисление числителя оценки копула-функции рядов;
% d1-отклонения копул от эталонных независимого характера;
% d_min-отклонения копул от эталонных контрмонотонного характера;
% d_max-отклонения копул от эталонных комонотонного характера;
% строки 50-56: вычисление d1, d_min, d_max;

```

```

23. for s=1:2:2*(q-1)-1
24.     for p=s+2:2:2*q-1
25.         h=zeros(N,N);
26.         h1=zeros(N,N);
27.         for i=1:N
28.             for j=1:N
29.                 k1=1;
30.                 while (T(k1,s+1)~=fix(i*n/N))
31.                     k1=k1+1;
32.                 end
33.                 ps_s=T(k1,s);
34.                 k2=1;
35.                 while (T(k2,p+1)~=fix(j*n/N))

```

```

36.             k2=k2+1;
37.             end
38.             ps_p=T(k2,p);
39.             for k=1:n
40.                 if ((T(k,s)<=ps_s)&&(T(k,p)<=ps_p))
41.                     h1(i,j)=h(i,j)+1;
42.                 end
43.             end
44.             h(i,j)=h1(i,j)/n;
45.         end
46.     end
47.     d1=0;
48.     d_min=0;
49.     d_max=0;
50.     for i=1:N
51.         for j=1:N
52.             d1=d1+abs(h(i,j)-C1(i,j));
53.             d_min=d_min+abs(h(i,j)-C_min(i,j));
54.             d_max=d_max+abs(h(i,j)-C_max(i,j));
55.         end
56.     end
57. end
58. end

```

В Таблицах 3-41 представлены результаты анализа секторов российского финансового рынка (параграф 3.2). В них наглядно показан характер взаимодействия между компаниями одного экономического сектора в различные периоды времени.

Таблица 3: Сектор потребительских товаров, 1 квартал 2014 года

	ПТ1	ПТ2	ПТ3	ПТ4	ПТ5
ПТ1		+	+	+	+
ПТ2			+	0	0
ПТ3				+	+
ПТ4					+

Таблица 4: Сектор потребительских товаров, 2 квартал 2014 года

	ПТ1	ПТ2	ПТ3	ПТ4	ПТ5
ПТ1		+	+	+	+
ПТ2			+	+	+
ПТ3				+	+
ПТ4					+

Таблица 5: Сектор потребительских товаров, 3 квартал 2014 года

	ПТ1	ПТ2	ПТ3	ПТ4	ПТ5
ПТ1		0	0	0	0
ПТ2			+	+	0
ПТ3				0	0
ПТ4					0

Таблица 6: Сектор потребительских товаров, 4 квартал 2014 года

	ПТ1	ПТ2	ПТ3	ПТ4	ПТ5
ПТ1		0	+	+	+
ПТ2			0	0	0
ПТ3				+	+
ПТ4					0

Таблица 7: Сектор потребительских товаров, 1 квартал 2015 года

	ПТ1	ПТ2	ПТ3	ПТ4	ПТ5
ПТ1		+	+	+	0
ПТ2			+	+	0
ПТ3				+	0
ПТ4					0

Таблица 8: Сектор потребительских товаров, 2 квартал 2015 года

	ПТ1	ПТ2	ПТ3	ПТ4	ПТ5
ПТ1		0	0	0	+
ПТ2			0	+	0
ПТ3				0	0
ПТ4					0

Таблица 9: Сектор потребительских товаров, 3 квартал 2015 года

	ПТ1	ПТ2	ПТ3	ПТ4	ПТ5
ПТ1		+	0	+	0
ПТ2			0	+	0
ПТ3				-	0
ПТ4					0

Таблица 10: Сектор потребительских товаров, 4 квартал 2015 года

	ПТ1	ПТ2	ПТ3	ПТ4	ПТ5
ПТ1		0	-	0	0
ПТ2			0	0	0
ПТ3				0	0
ПТ4					0

Таблица 11: Сектор строительства и недвижимости, 1 квартал 2014 года

	C1	C2	C3	C4	C5
C1		0	+	0	+
C2			0	+	0
C3				-	+
C4					0

Таблица 12: Сектор строительства и недвижимости, 2 квартал 2014 года

	C1	C2	C3	C4	C5
C1		0	+	0	-
C2			0	0	+
C3				0	-
C4					0

Таблица 13: Сектор строительства и недвижимости, 3 квартал 2014 года

	C1	C2	C3	C4	C5
C1		0	0	+	+
C2			-	+	0
C3				-	0
C4					0

Таблица 14: Сектор строительства и недвижимости, 4 квартал 2014 года

	C1	C2	C3	C4	C5
C1		+	+	-	+
C2			+	-	+
C3				-	+
C4					-

Таблица 15: Сектор строительства и недвижимости, 1 квартал 2015 года

	C1	C2	C3	C4	C5
C1		+	+	0	-
C2			+	0	-
C3				0	0
C4					0

Таблица 16: Сектор строительства и недвижимости, 2 квартал 2015 года

	C1	C2	C3	C4	C5
C1		+	0	0	+
C2			-	0	+
C3				0	0
C4					+

Таблица 17: Сектор строительства и недвижимости, 3 квартал 2015 года

	C1	C2	C3	C4	C5
C1		-	+	-	+
C2			-	+	-
C3				-	+
C4					0

Таблица 18: Сектор строительства и недвижимости, 4 квартал 2015 года

	C1	C2	C3	C4	C5
C1		+	+	0	-
C2			+	0	0
C3				0	0
C4					0

Таблица 19: Сектор нефтедобычи и нефтепереработки, 1 квартал 2014 года

	H1	H2	H3	H4	H5
H1		+	+	+	0
H2			+	+	+
H3				+	0
H4					0

Таблица 20: Сектор нефтедобычи и нефтепереработки, 2 квартал 2014 года

	H1	H2	H3	H4	H5
H1		+	+	+	+
H2			+	+	+
H3				+	+
H4					+

Таблица 21: Сектор нефтедобычи и нефтепереработки, 3 квартал 2014 года

	H1	H2	H3	H4	H5
H1		+	+	0	0
H2			+	+	+
H3				+	+
H4					0

Таблица 22: Сектор нефтедобычи и нефтепереработки, 4 квартал 2014 года

	H1	H2	H3	H4	H5
H1		0	+	+	+
H2			0	0	0
H3				+	+
H4					+

Таблица 23: Сектор нефтедобычи и нефтепереработки, 1 квартал 2015 года

	H1	H2	H3	H4	H5
H1		+	+	0	+
H2			+	+	+
H3				+	+
H4					+

Таблица 24: Сектор нефтедобычи и нефтепереработки, 2 квартал 2015 года

	H1	H2	H3	H4	H5
H1		0	+	+	0
H2			+	+	+
H3				+	+
H4					+

Таблица 25: Сектор нефтедобычи и нефтепереработки, 3 квартал 2015 года

	H1	H2	H3	H4	H5
H1		0	0	0	0
H2			0	0	0
H3				+	+
H4					+

Таблица 26: Сектор нефтедобычи и нефтепереработки, 4 квартал 2015 года

	H1	H2	H3	H4	H5
H1		0	+	+	+
H2			+	0	0
H3				0	+
H4					+

Таблица 27: Сектор телекоммуникации, 1 квартал 2014 года

	T1	T2	T3	T4	T5
T1		+	0	+	+
T2			+	+	+
T3				+	+
T4					+

Таблица 28: Сектор телекоммуникации, 2 квартал 2014 года

	T1	T2	T3	T4	T5
T1		+	+	+	0
T2			+	+	0
T3				+	0
T4					0

Таблица 29: Сектор телекоммуникации, 3 квартал 2014 года

	T1	T2	T3	T4	T5
T1					
T2			0	0	0
T3				+	+
T4					+

Таблица 30: Сектор телекоммуникации, 1 квартал 2015 года

	T1	T2	T3	T4	T5
T1		0	0	0	0
T2			+	0	0
T3				0	0
T4					+

Таблица 31: Сектор телекоммуникации, 2 квартал 2015 года

	T1	T2	T3	T4	T5
T1		-	+	+	0
T2			-	-	-
T3				+	0
T4					+

Таблица 32: Сектор телекоммуникации, 3 квартал 2015 года

	T1	T2	T3	T4	T5
T1		+	0	0	0
T2			0	0	0
T3				0	0
T4					0

Таблица 33: Сектор телекоммуникации, 4 квартал 2015 года

	T1	T2	T3	T4	T5
T1		0		0	0
T2				0	0
T3					
T4					0

Таблица 34: Сектор электроэнергетики, 1 квартал 2014 года

	Э1	Э2	Э3	Э4	Э5	Э6	Э7	Э8
Э1		0	+	+	+	+	+	0
Э2			+	+	+	+	0	0
Э3				0	+	+	+	0
Э4					+	+	+	0
Э5						+	+	0
Э6							+	+
Э7								0

Таблица 35: Сектор электроэнергетики, 2 квартал 2014 года

	Э1	Э2	Э3	Э4	Э5	Э6	Э7	Э8
Э1		0	0	0	0	0	0	+
Э2			+	+	+	+	+	-
Э3				+	+	+	+	-
Э4					+	+	+	0
Э5						+	+	0
Э6							+	0
Э7								-

Таблица 36: Сектор электроэнергетики, 3 квартал 2014 года

	Э1	Э2	Э3	Э4	Э5	Э6	Э7	Э8
Э1		+	+	0	0	0	+	0
Э2			0	0	0	0	+	0
Э3				0	0	0	+	0
Э4					0	0	0	+
Э5						0	0	+
Э6							0	0
Э7								0

Таблица 37: Сектор электроэнергетики, 4 квартал 2014 года

	Э1	Э2	Э3	Э4	Э5	Э6	Э7	Э8
Э1		+	0	0	+	+	+	+
Э2			+	0	+	+	+	+
Э3				+	+	+	+	+
Э4					0	+	+	+
Э5						+	+	+
Э6							+	+
Э7								+

Таблица 38: Сектор электроэнергетики, 1 квартал 2015 года

	Э1	Э2	Э3	Э4	Э5	Э6	Э7	Э8
Э1		+	+	+	+	+	+	0
Э2			0	+	0	0	+	0
Э3				0	+	+	+	0
Э4					+	0	+	0
Э5						+	+	0
Э6							+	0
Э7								0

Таблица 39: Сектор электроэнергетики, 2 квартал 2015 года

	Э1	Э2	Э3	Э4	Э5	Э6	Э7	Э8
Э1		0	0	0		0	0	0
Э2			0	0		0	0	0
Э3				0		0	+	0
Э4						0	0	0
Э5								
Э6							0	0
Э7								-

Таблица 40: Сектор электроэнергетики, 3 квартал 2015 года

	Э1	Э2	Э3	Э4	Э5	Э6	Э7	Э8
Э1		0	0	0	0	0	0	0
Э2			0	+	-	-	0	0
Э3				0	0	0	0	0
Э4					0	0	0	0
Э5						+	+	+
Э6							+	+
Э7								+

Таблица 41: Сектор электроэнергетики, 4 квартал 2015 года

	Э1	Э2	Э3	Э4	Э5	Э6	Э7	Э8
Э1		0	0	0	0	0	0	0
Э2			0	0	0	+	0	0
Э3				+	0	0	0	0
Э4					0	0	0	0
Э5						0	+	0
Э6							0	0
Э7								0

Ниже представлены таблицы показывающие величину отклонения, соответствующую комонотонному характеру взаимодействия между ценами нефти и бензина при различных лагах сопоставленные разным месяцам рассматриваемого года. Цветом выделены минимальные значения за месяц. Выводы по Таблицам 42-48 представлены в параграфе взаимодействие рядов курсов акций при различных временных лагах (параграф 3.3).

Таблица 42: Отклонение от копулы комонотонной зависимости, 2008 год

Лаг	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	0.05	0.05	0.05	0.00	0.12	0.12	0.00	0.17	0.26	0.07	0.18	0.05
1	0.15	0.05	0.15	0.05	0.12	0.31	0.05	0.26	0.21	0.11	0.18	0.14
7	0.25	0.10	0.25	0.18	0.21	0.40	0.09	0.36	0.40	0.11	0.24	0.36
14	0.30	0.15	0.30	0.00	0.21	0.31	0.05	0.21	0.36	0.11	0.24	0.27
30	0.35	0.05	0.15	0.18	0.21	0.31	0.09	0.26	0.31	0.20	0.39	0.32
60	0.35	0.10	0.30	0.41	0.45	0.36	0.00	0.26	0.21	0.46	0.29	0.32
120	0.20	0.45	0.25	0.50	0.50	0.26	0.36	0.31	0.31	0.28	0.45	0.18
240	0.25	0.10	0.30	0.23	0.12	0.26	0.09	0.40	0.40	0.37	0.39	0.23
299	0.30	0.20	0.30	0.45	0.12	0.40	0.09	0.40	0.26	0.54	0.13	0.27

Таблица 43: Отклонение от копулы комонотонной зависимости, 2009 год

Лаг	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	0.20	0.13	0.00	0.17	0.05	0.14	0.05	0.21	0.21	0.05	0.10	0.05
1	0.25	0.24	0.05	0.21	0.05	0.18	0.05	0.26	0.31	0.05	0.20	0.09
7	0.35	0.45	0.14	0.45	0.05	0.27	0.14	0.26	0.36	0.18	0.30	0.27
14	0.25	0.34	0.27	0.45	0.10	0.27	0.23	0.26	0.36	0.32	0.20	0.45
30	0.30	0.29	0.05	0.40	0.45	0.23	0.41	0.26	0.21	0.27	0.25	0.23
60	0.25	0.45	0.23	0.40	0.30	0.36	0.09	0.26	0.36	0.32	0.25	0.41
120	0.35	0.29	0.36	0.50	0.40	0.23	0.23	0.36	0.36	0.27	0.20	0.27
240	0.35	0.29	0.00	0.45	0.25	0.32	0.41	0.36	0.40	0.05	0.20	0.23
299	0.35	0.45	0.36	0.21	0.15	0.32	0.18	0.26	0.26	0.23	0.20	0.18

Таблица 44: Отклонение от копулы комонотонной зависимости, 2010 год

Лаг	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	0.08	0.00	0.15	0.21	0.00	0.00	0.17	0.05	0.12	0.18	0.23	0.18
1	0.13	0.05	0.24	0.26	0.00	0.09	0.26	0.09	0.26	0.22	0.27	0.14
7	0.18	0.10	0.28	0.26	0.20	0.32	0.17	0.09	0.31	0.34	0.35	0.18
14	0.24	0.15	0.28	0.40	0.35	0.36	0.36	0.32	0.26	0.42	0.38	0.22
30	0.50	0.05	0.33	0.21	0.00	0.09	0.40	0.36	0.36	0.38	0.38	0.34
60	0.29	0.35	0.28	0.31	0.00	0.18	0.26	0.36	0.21	0.34	0.35	0.14
120	0.39	0.35	0.37	0.26	0.40	0.18	0.21	0.27	0.26	0.26	0.35	0.46
240	0.29	0.10	0.33	0.26	0.40	0.05	0.40	0.14	0.21	0.18	0.12	0.18
299	0.50	0.10	0.28	0.40	0.25	0.14	0.45	0.27	0.36	0.34	0.08	0.26

Таблица 45: Отклонение от копулы комонотонной зависимости, 2011 год

Лаг	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	0.08	0.05	0.15	0.11	0.15	0.08	0.18	0.13	0.10	0.15	0.08	0.20
1	0.13	0.09	0.19	0.20	0.15	0.08	0.22	0.17	0.14	0.19	0.12	0.28
7	0.29	0.05	0.23	0.28	0.27	0.27	0.30	0.35	0.22	0.38	0.31	0.41
14	0.13	0.18	0.23	0.37	0.27	0.46	0.38	0.43	0.42	0.38	0.31	0.41
30	0.17	0.09	0.23	0.33	0.15	0.23	0.22	0.35	0.18	0.38	0.42	0.41
60	0.17	0.32	0.31	0.24	0.23	0.31	0.42	0.24	0.42	0.12	0.38	0.41
120	0.29	0.09	0.15	0.41	0.27	0.12	0.22	0.20	0.46	0.04	0.12	0.24
240	0.38	0.05	0.23	0.24	0.27	0.08	0.38	0.35	0.46	0.12	0.15	0.33
299	0.17	0.09	0.27	0.41	0.27	0.12	0.22	0.24	0.26	0.35	0.38	0.20

Таблица 46: Отклонение от копулы комонотонной зависимости, 2012 год

Лаг	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	0.38	0.04	0.19	0.14	0.04	0.18	0.08	0.09	0.13	0.13	0.10	0.10
1	0.38	0.00	0.15	0.14	0.08	0.14	0.08	0.13	0.17	0.17	0.10	0.14
7	0.38	0.04	0.15	0.26	0.12	0.26	0.19	0.24	0.21	0.24	0.34	0.18
14	0.42	0.08	0.15	0.14	0.08	0.46	0.15	0.46	0.25	0.35	0.54	0.38
30	0.38	0.17	0.23	0.22	0.12	0.34	0.15	0.43	0.13	0.35	0.14	0.18
60	0.21	0.42	0.19	0.26	0.35	0.34	0.23	0.39	0.17	0.39	0.10	0.22
120	0.25	0.04	0.23	0.30	0.15	0.30	0.42	0.28	0.38	0.24	0.54	0.34
240	0.17	0.33	0.23	0.50	0.38	0.14	0.12	0.31	0.42	0.13	0.54	0.30
299	0.21	0.08	0.23	0.14	0.35	0.34	0.04	0.39	0.08	0.39	0.18	0.30

Таблица 47: Отклонение от копулы комонотонной зависимости, 2013 год

Лаг	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	0.06	0.24	0.22	0.08	0.12	0.10	0.12	0.19	0.06	0.13	0.04	0.08
1	0.10	0.33	0.30	0.12	0.15	0.18	0.12	0.19	0.10	0.20	0.08	0.12
7	0.10	0.33	0.30	0.27	0.27	0.34	0.31	0.27	0.14	0.31	0.13	0.38
14	0.18	0.37	0.26	0.42	0.31	0.46	0.35	0.50	0.26	0.35	0.29	0.27
30	0.26	0.28	0.30	0.15	0.35	0.22	0.15	0.46	0.14	0.28	0.13	0.23
60	0.50	0.41	0.18	0.19	0.19	0.18	0.31	0.38	0.42	0.13	0.17	0.19
120	0.26	0.41	0.30	0.08	0.27	0.42	0.19	0.38	0.50	0.20	0.04	0.15
240	0.42	0.33	0.30	0.27	0.23	0.42	0.38	0.23	0.10	0.31	0.42	0.31
299	0.38	0.41	0.30	0.42	0.31	0.38	0.35	0.31	0.38	0.31	0.46	0.27

Таблица 48: Отклонение от копулы комонотонной зависимости, 2014 год

Лаг	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	0.17	0.15	0.12	0.10	0.04	0.04	0.18	0.26	0.31	0.08	0.11	0.08
1	0.21	0.20	0.19	0.14	0.08	0.04	0.26	0.30	0.31	0.08	0.15	0.04
7	0.25	0.28	0.19	0.34	0.25	0.27	0.22	0.30	0.19	0.15	0.20	0.08
14	0.17	0.20	0.31	0.46	0.29	0.46	0.26	0.14	0.12	0.08	0.15	0.08
30	0.21	0.37	0.38	0.22	0.21	0.42	0.22	0.38	0.15	0.12	0.20	0.38
60	0.25	0.41	0.23	0.46	0.46	0.35	0.30	0.22	0.12	0.08	0.50	0.46
120	0.17	0.46	0.19	0.46	0.50	0.38	0.22	0.22	0.42	0.12	0.41	0.31
240	0.33	0.46	0.15	0.10	0.21	0.15	0.38	0.34	0.15	0.08	0.20	0.23
299	0.25	0.24	0.19	0.10	0.21	0.15	0.22	0.22	0.23	0.08	0.15	0.15