САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Соколова Дарья Александровна

Выпускная квалификационная работа бакалавра

Математическое моделирование ценообразования в сетевых магазинах

Направление 010400

Прикладная математика и информатика

Научный руководитель,
доктор физ.-мат. наук,
профессор
Прасолов А. В.

Санкт-Петербург

2016

Содержание

Введение

В современном мире, зайдя в магазин, можно найти продукцию на любой цвет и вкус. И с каждым днём товаров становится всё больше и больше. При таком развитии ситуации объёмы продаж этих товаров также постоянно меняются. Каждая группа продуктов имеет своего потребителя, чьи настроения, предпочтения и потребительская способность не является постоянными параметрами. Именно эти параметры с большим трудом пытаются анализировать и изучать работники торговой сферы, так как именно они определяют спрос на продукцию. Ведь каждый человек, занимающийся бизнесом, хочет, чтобы его компания приносила максимальную прибыль. Довольно часто успех предприятия зависит от того, какие договоренности были достигнуты между инвесторами, арендодателями, поставщиками и другими экономическими агентами. В данной статье рассматривается проблема ведения оптимального бизнеса в ситуации, когда необходимо оптимально спланировать и достигнуть соглашения, которое повлияет на дальнейшую деятельность всех участников переговоров.

Спрос — это количество товара, которое хотят и могут приобрести группа людей или население в целом в единицу времени (день, месяц, год) при определенных условиях [1].

Введём понятие временного ряда, которые будем использовать далее.

Временной ряд — это реализация стохастического процесса. Стохастический процесс обладает трендом, т.е. линией математического ожидания случайной величины. Тренд, как и функции распределения случайных величин - не известен. Задача прогнозирования временного ряда состоит в оценке тренда и полосы возможных значений вокруг этой оценки [2]. Временной ряд исследуется с целью определения природы происхождения явлений. Более того, позволяет определить свойства анализируемых событий.

При написании данной работы были использованы научная и учебно-методическая литература, статьи в периодических изданиях Российской Федерации и статистические данные Российской федерации. Основными источниками, раскрывающими теоретические основы принятия решений в многокритериальной среде и математических методов в экономике, явились работы Лотова А.В., Прасолова А. В., Ногина В. Д., Солодовникова А.С. Барышникова Ю.М. В данных источниках подробно рассмотрено понятие динамических задач.

К классу динамических задач управления относятся задачи управления объектами, находящимися в состоянии непрерывного движения под воздействием различных внешних и внутренних факторов. Оптимальным называется управление, минимизирующее целевую функцию (например, затраты) при заданных ограничениях на используемые ресурсы. Метод динамического программирования современной теории управления - особый способ оптимизации решений, предназначенный специально для исследования сложных процессов многошаговыми операциями.

Международный и отечественный опыт принятия решения в многокритериальной среде рассмотрен на основе работ Лотов А.В., Поспелова И.И. «Многокритериальные задачи принятия решений», Березовский Б.А., Барышников Ю.М., Борзенко В.И., Кемпнер Л.М. «Многокритериальная оптимизация», Подиновский В.В. «Многокритериальные задачи с однородными и равноценными критериями», Иванов Ю.П., Лотов А.В. «Математические модели в экономике», Солодовников А.С. «Математика в экономике», Бережная Е.В., Бережной В.И. «Математические методы моделирования экономических систем», Замков О. О., Толстопятенко А. В., Черемных Ю. Н. «Математические методы в экономике», Yu P.L. «Multiple-criteria decision making: concepts, techniques, and extensions».

Также, помимо научной литературы, были изучены статистические данные, такие как средний размер домохозяйства и средняя заработная плата в РФ.

Постановка задачи

Рассмотрим ситуацию, когда хозяин некоторого торгового предприятия решил открыть новый магазин в торговом комплексе. Требуется построить бизнес-модель и найти величину арендуемой площади, при которой бухгалтерская прибыль фермера будет максимальной. Арендодатель в простейшем случае желает максимизировать стоимость аренды или, преследуя собственную выгоду, может понизить арендную ставку. Например, арендодатель хочет быстрее заполнить свободные площади торгового комплекса. Это возможно в ситуации, когда бизнесмен увеличивает арендуемую площадь. Таким образом, необходимо найти область Парето-оптимальных решений для фермера и арендодателя. Более того, необходимо определить компромиссное решение. Также необходимо выделить группы товаров, обладающих схожими свойствами и проанализировать их оборот продажных цен (ПЦ). Так как именно оборот ПЦ является определяющим фактором формирования прибыль предпринимателя.

Глава 1. Построение модели торгового предприятия

1.1. Доход

Оценим потенциальный объём спроса торгового предприятия, тем самым получим приблизительную оценку выручки торговой точки.

1.1.1. Число домохозяйств

Предположим, что численность микрорайона, в котором функционирует данный магазин, зависит от x, то есть от площади торгового предприятия. Вариант модели численности микрорайона от площади:

$$ch(x) = d + 250\sqrt{x},$$

где $d = 20000$; d — минимальное количество домохозяйств, $250\sqrt{x}$ — показатель, отвечающий за скорость увеличения количества потенциальных домохозяйств. В качестве среднего размера домохозяйства возьмём средний показатель по России, т.е. 2,6 [3]. Таким образом, вариант модели зависимости количества домохозяйств от площади:

$$cd(x) = \frac{ch(x)}{2{,}6}.$$

1.1.2. Число потенциальных покупателей

Предположим, что 60% домохозяйств от их общего числа являются потенциальными покупаетелями, то есть их количество можно выразить следующим образом:

$$cp(x) = 0{,}6cd(x).$$

1.1.3. Размер потенциального спроса

Средняя заработная плата на январь 2016 года, по данным Росстата, составляет $s_z = 32660$ рублей [4]. В среднем на продукты питания направляется порядка 35% дохода. Соответственно, в данном случае величина потенциальной выручки может быть рассчитана следующим образом:

$$D(x) = 0{,}35cp(x)s_z.$$

1.2. Затраты

Оценим основные затраты, необходимые для открытия торговой точки.

1.2.1. Аренда

Известно, что стоимость аренды за 1 м^2 зависит от количества арендуемой площади. Если мы хотим арендовать мало, то цена на начальном этапе будет высокой. Чем больше мы захотим взять в аренду, тем цена будет меньше. Далее при увеличении площади арендуемой площади следует учесть тот факт, что площадь может закончиться, для её аренды придется изменять планировку торгового комплекса и т. д. Соответственно, стоимость аренды за 1 м^2 к концу возможной для аренды площади повышается. Вариант модели арендной ставки:

$$arenda(x) = a(x-c)^2 + b,$$

где $a = 0{,}0005;\ b = 1500;\ c = 2000$, x — арендуемая площадь, a — коэффициент, отвечающий за скорость изменения стоимости аренды, b — минимальная стоимость аренды, c — количество м^2, после которых стоимость аренды начинает возрастать. В таком случае расходы бизнесмена на аренду:

$$A(x) = arenda(x)x.$$

Также следует учесть, что арендодатель может дать скидку y: $0 \leqslant y \leqslant 1$ стоимости единицы площади.

Таким образом, фермер должен заплатить арендодателю:

$$A - yA.$$

1.2.2. Количество рабочей силы

Напрямую количество рабочей силы зависит от площади магазина, но также есть люди, без которых предприятие не может существовать. Таким образом, вариант модели количества рабочей силы:

$$k_r(x) = \frac{x}{k_z} + l,$$

где $l = 12$; $k_z = 50$; k_z — количество площади, на которую требуется один работник; l — количество рабочих, необходимых для работы. Предположительное количество необходимых работников рассчитано исходя из минимального количества касс и обслуживающего персонала.

1.2.3. Заработная плата

Средняя зарплата на производстве составляет 25 тысяч рублей, но при увеличении площади появляются более дорогостоящие работники. Также есть и другие сотрудники, которые не зависят от используемой площади, у которых заработная плата может быть иной. В связи с этим к средней заработной плате следует прибавить функцию, которая отвечает за распределение более высоких доходов по всем работникам. Вариант модели заработной платы:

$$z(x) = e^{(ok_r(x))} + s_z,$$

где $s_z = 32660$; $o = 0{,}15$; s_z — средняя заработная плата; o — коэффициент, отвечающий за распределение заработной платы.

1.2.4. Закупки

Предположим, что средняя наценка в магазине 15%. Тогда затраты на закупку товаров можно оценить через выручку следующим образом:

$$p(x) = (1 - 0.15)D(x).$$

1.3. Прибыль

Таким образом, вычтя из дохода все возможные издержки, получаем прибыль торгового предприятия.

$$f_1(x, y) = D(x) - (A(x) - yA(x)) - k_r(x)z(x) - p(x). \quad (1)$$

Отсюда можно определить $\widehat{x}$ — количество метров квадратных, когда бухгалтерская прибыль владельца торгового предприятия максимальная при $y = 0$, т. е. в ситуации, когда арендодатель не дает скидку: $\widehat{x} = 1295$ м^2. При этом прибыль равна 8250 тысяч рублей. Полученные значения отмечены на графике бухгалтерской прибыли бизнесмена (рис. 1).

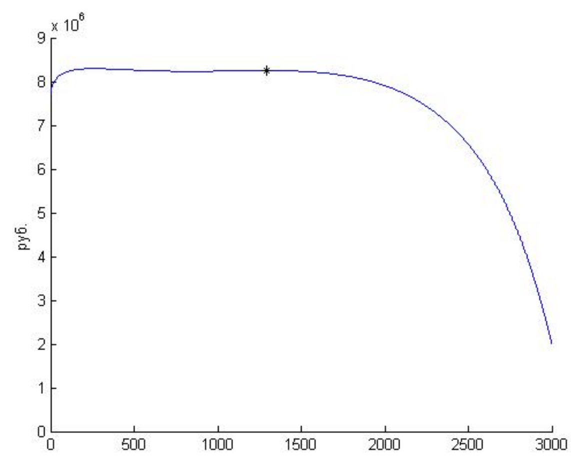

Рис. 1. Бухгалтерская прибыль

Теперь рассмотрим ситуацию, когда арендодатель готов предоставить скидку для достижения собственной выгоды. Введем второй функционал, который будет отвечать за прибыль арендодателя:

$$f_2(x, y) = A(x) - yA(x). \tag{2}$$

Нужно построить множество, в котором будут вестись переговоры, для двух функционалов (1) и (2), при следующих условиях:

$$f_1(x, y) > f_1(\widehat{x}, 0), \tag{3}$$

$$f_2(x, y) > 0. \tag{4}$$

Данные ограничения говорят о том, что бизнесмен готов увеличить количество арендуемой площади только в том случае, если его прибыль не уменьшится, и арендодатель не готов отдать помещения бесплатно. За выполнение условия (4) отвечает ограничение $0 \leqslant y \leqslant const$, которое накладывается на величину y сверху, так у арендодателя есть свои необходимые расходы.

Пусть максимальная скидка $const = 0{,}9$.

Таким образом, задача сведена к системе функционалов, для которой можно применить принцип оптимальности по Парето [5].

Глава 2. Поиск оптимального решения

2.1. Эффективность по Парето

Состояние системы, при котором значение каждого частного показателя, характеризующего систему, не может быть улучшено без ухудшения других, называется оптимальным по Парето. Для нахождения Парето-оптимального множества мы воспользуемся алгоритмом «Коробка Эджуорта» [6]. Рассмотрим линии уровня функционалов. Алгоритм говорит о том, что в точках, где линии уровня пересекаются, оба экономических субъекта могут улучшить свое положение, если рассматриваемая точка — точка касания, то она эффективна по Парето, т. е. ни один игрок не может улучшить свой выигрыш, не ухудшив выигрыш другого. Множество точек касания в задче с двумя функциями от двух переменных образуют Парето-оптимальное множество. Для нахождения множества Парето необходимо вычислить градиенты рассматриваемых функционалов и найти значения функционалов, где градиенты коллинеарны при условии выгодности бизнеса.

Составим соответствующее равенство:

$$\begin{pmatrix} \frac{df_1(x,y)}{dx} \\ \frac{df_1(x,y)}{dy} \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} \frac{df_2(x,y)}{dx} \\ \frac{df_2(x,y)}{dy} \end{pmatrix},$$

где $\alpha \in [-1; 0]$.

После преобразований получаются следующие уравнения:

$$\frac{df_1(x,y)}{dx} - \alpha\frac{df_2(x,y)}{dx} = 4x + 3500y - \frac{7e^{\frac{3x}{1000}+9/5}}{125} - 4xy - \frac{3xe^{\frac{3x}{1000}+9/5}}{50000} + \\ + \frac{3x^2y}{2000} - \frac{3x^2}{2000} + \frac{2571975}{52x^{1/2}} + \alpha(y-1)\frac{3x^2 - 8000x + 7000000}{2000} + 4000, \quad (5)$$

$$\frac{df_1(x,y)}{dy} - \alpha\frac{df_2(x,y)}{dy} = x\,\frac{(x^2 - 4000\,x + 7000000))}{2000} + \\ + \alpha\,x\,\frac{(x^2 - 4000\,x + 7000000))}{2000}. \quad (6)$$

В данном случае из уравнения (6) однозначно выражается параметр $\alpha = -1$. Полученное значение параметра подставим в уравнение (5). Заметим, что после подстановки, уравнение (5) зависит только от x:

$$\frac{2571975}{52x^{1/2}} - \frac{3xe^{\frac{3x}{1000}+9/5}}{50000} - \frac{7e^{\frac{3x}{1000}+9/5}}{125} - 500 = 0. \quad (7)$$

Очевидно, уравнение (7) имеет один вещественный положительный корень, и можно численно найти значение $x^* = 2091$ м^2 для любого y. Из первого неравенства выгодности бизнеса следует, что y будет ограничен не только сверху, но и снизу. Зная x^*, можно найти минимальную скидку y, на которую будет согласен бизнесмен: $0{,}16 \leqslant y \leqslant const$.

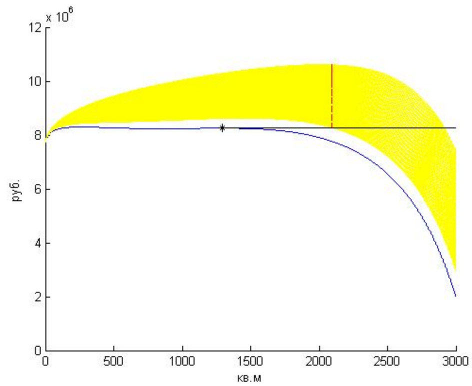

Рис. 2. Варианты бухгалтерской прибыли

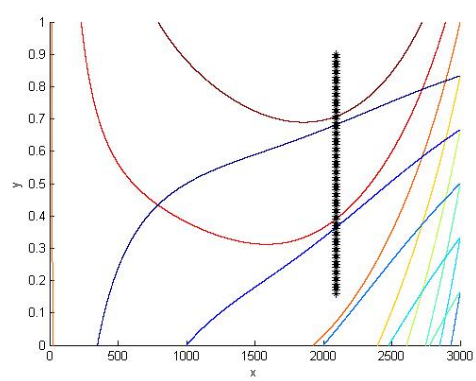

Рис. 3. Линии уровня функционалов

На графике бухгалтерской прибыли (Рис. 2) построим прямую, которая ограничивает прибыль бизнесмена снизу, а также отметим все значения прибыли для любого допустимого y и x^*, полученного из уравнения (7).

На графике линий уровня функционалов (рис. 3) видно Парето-оптимальное множество P, которое для данной конкретной задачи является прямой.

Поскольку во время переговоров фермеру и арендодателю трудно найти компромисс, поможем им определить оптимальное решение, воспользовавшись арбитражным равновесием Нэша.

2.2. Арбитражное равновесие Нэша

Запишем функцию Нэша:

$$N(x,y) = (f_1^* - f_1(x,y))(f_2^* - f_2(x,y)), \tag{8}$$

где значения «статус-кво» функционалов:

$$f_i^* = max f_i(x,y), \quad i = \overline{1,2}.$$

Для того чтобы найти оптимальное решение по Нэшу, найдем максимум (8) по (x,y) из P:

$$ArgmaxN(x,y) = argmax\Big(xy\Big(\frac{x^2}{2000} - 2x + 3500\Big) - x\Big(\frac{x^2}{2000} - 2x + 3500\Big)+ \\ + \frac{5673170733384091}{2147483648}\Big)\Big(x\Big(\frac{x^2}{2000} - 2x + 3500\Big) + \Big(\frac{x}{50} + 12\Big)\Big(e^{\frac{3x}{1000}+9/5} + 25000\Big)- \\ - \frac{2571975x^{1/2}}{26} - xy\Big(\frac{x^2}{2000} - 2x + 3500\Big) + \frac{18780477811862567}{6979321856}\Big)$$

Таким образом при $x = 2091$ м^2 и $y = 0{,}53$ достигается арбитражное равновесие по Нэшу. При этом прибыль равна 9347 тысяч рублей.

Утверждение 1. *Предприниматель и арендодатель, находящиеся в условиях модели, могут за столом переговоров выбрать одну из стратегий* $(x^*, y), y \in (0{,}16,\ const)$. *Арбитражное равновесие Нэша очевидным образом подталкивает переговоры к наилучшему решению для арендодателя и предпринимателя.*

Глава 3. Группы товаров

Сегодня в магазинах можно увидеть огромное количество разнообразных товаров. Предприниматели всё чаще и чаще задаются вопросом какой товар и в каком количестве закупить. В данной работе было замечено, что всё товары можно разделить на 3 группы.

1. Стандартные товары. Их можно представить как реализацию стационарного стохастического процесса, математическое ожидание которого постоянно и незначительные колебания происходят из-за случайной величины. Данные товары не представляют большого интереса.
2. Товары с ярко выраженной сезонностью.
3. Товары с изменившейся тенденцией.

Именно вторая и третья группа товаров представляют большой интерес и анализируется в данной работе. Моделируются соответствующие временные ряды и выделяются особенности работы с данными категориями товаров. В качестве примеров рассматриваются реальные данные оборота продажных цен (ПЦ) за два года.

Перейдём к рассмотрению различных типов товаров.

3.1. Товары с ярко выраженной сезонностью

В статистике спрос на определенный продукт считается сезонным, если лежащий в его основе временной ряд подвержен предсказуемой циклической вариации с периодом в один год [7]. Один из лучших примеров товаров данного типа является мясо для шашлыка.

На графике (рис. 4) можно увидеть оборот ПЦ товаров категории мясо для шашлыка за два года. Очевидна ярко выраженная сезонность. Летом оборот достигает 10 млн. руб., а зимой едва 2 млн.руб. Таким образом, присутствует ярко выраженная сезонная составляющая в течение года.

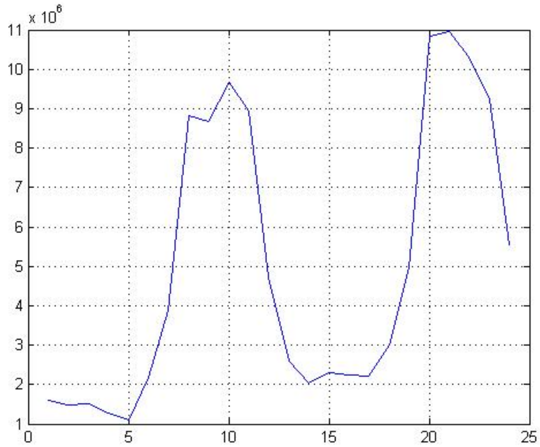

Рис. 4. Оборот ПЦ мяса для шашлыка

Для получения большего количества информации о рядах, используются разнообразные эконометрические методы. Например, метод Фурье разложения в тригонометрический ряд, который идеально подходит для однородных процессов.

Разложение в ряд Фурье — частный случай общего ортогонального разложения по базису на конечном интервале, в котором собственными функциями являются синусы и косинусы. Тригонометрическим рядом Фурье функции $f \in L^2([0, \ T])$ называют функциональный ряд вида:

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \left(v_k \cos(w_k t) + u_k \sin(w_k t)\right), \quad 0 \leqslant t \leqslant T,$$

где $v_k = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\cos(w_k t)dt$, $u_k = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\sin(w_k t)dt$ — коэффициенты Фурье, амплитуды гармоник; $w_k = kw_1$ — гармоники частоты, кратные основной частоте $w_1 = \frac{2\pi}{T}$.

В данном случае неизвестен явный вид функции f, имеется только $T = 24$ значения месячного оборот ПЦ за два года. Соответственно, можно найти только приблизительные значения интегралов $v_k \approx \frac{1}{24}\sum_{i=1}^{24} f(t_i)\cos(w_k t_i)dt$, $u_k \approx \frac{1}{24}\sum_{i=1}^{24} f(t_i)\sin(w_k t_i)dt$. Возникает вопрос как выбрать оптимальное количество гармоник и минимизировать погрешность. Предполагается, что функция меняется плавно, следовательно после вычитания из следующего значения предыдущего остается только разность ошибок. Такой процесс можно сравнить со стационарным процессом. Таким образом, разности ряда Фурье и реальных данных должны лежать в полосе первых разностей, те в полосе, образованной максимальным и минимальным значением разности ошибок. Также, для того чтобы снизить погрешность приближения коэффициентов, к уже найденным коэффициентам v_k и u_k, вводятся дополнительные неизвестные, которые находятся с помощью обобщённого метода наименьших квадратов по ортогональным функциям. Таким образом: $v'_k = v_k + \varepsilon_k$ и $u'_k = u_k + \delta_k$ [8].

В данном случае наилучшее приближение получается при $k = 2$. Теперь посчитаем приблизительные значения коэффициентов ряда Фурье:
$v'_1 \approx -111536,38$; $v'_2 \approx 913890,26$; $u'_1 \approx 1238969,8$; $u'_2 \approx -3518576,1$;
$w_1 \approx 0,26$; $w_2 \approx 0,52$.

Таким образом получаем Фурье модель реальных данных:

$$f(t_i) \approx \sum_{j=1}^{k} \left((v_j + \varepsilon_j)\cos(w_j t_i) + (u_j + \delta_j)\sin(w_j t_i)\right) =$$

$$= \sum_{j=1}^{k} \left(v'_j \cos(w_j t_i) + u'_j \sin(w_j t_i)\right) =$$

$$= -111536,38\cos(0,26t_i) + 1238969,8\sin(0,26t_i) +$$

$$+ 913890,26\cos(0,52t_i) - 3518576,1\sin(0,52t_i), \quad i = \overline{1...24}. \quad (9)$$

На графике (рис. 5) наблюдается ярко выраженный положительный линейный тренд. Так как ряд Фурье показывает периодическое поведение относительно оси времени, линия тренда искажает наше представление о других составляющих временного ряда. Соответственно, для дальнейшего анализа рассмотрим начальные данные, предварительно вычтя из них линейный тренд, и ряд Фурье (рис. 6). Очевидно, что предположение о наличии сезонности — верно, также можно сделать вывод, о наличии случайных составляющих.

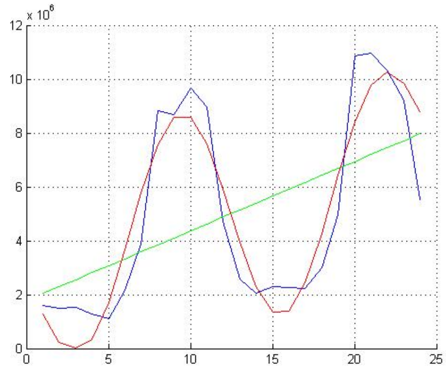

Рис. 5. Оборот ПЦ мяса для шашлыка

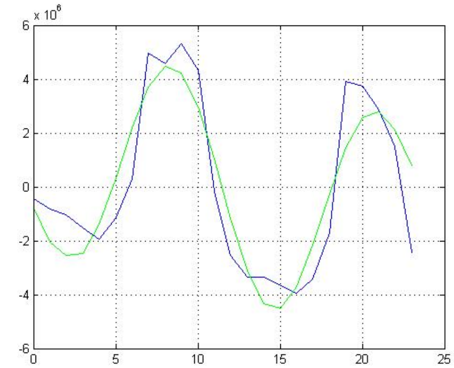

Рис. 6. Колебания оборота ПЦ мяса для шашлыка без учёта линейного тренда

3.2. Товары с изменившейся тенденцией

В кризисной ситуации, когда цены на рынке постоянно меняются, конкуренция становится ещё более жесткой, оборот товаров становится менее предсказуемым, т. е. вероятность происхождения события, которое оказывает значительное влияние на направление линии тренда, значительно возрастает. Для примера рассмотрим изменение оборота ПЦ по категории «свинина» в течение последних двух кризисных лет (рис. 7).

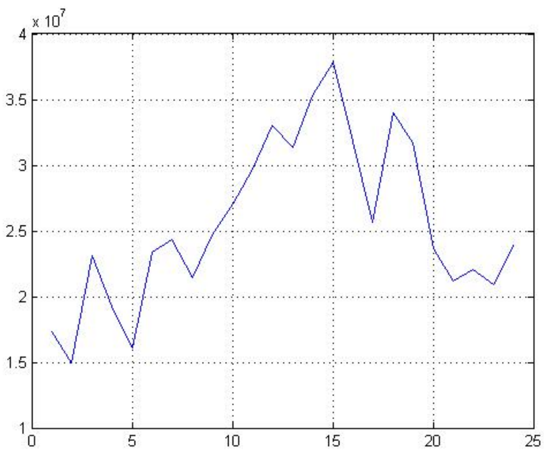

Рис. 7. Оборот ПЦ свинины

Для того чтобы проанализировать данный ряд, воспользуемся алгоритмом поиска точек разворота временных рядов с учётом специфики анализируемых данных [9].

Сразу будем предполагать, что каждая точка из выборки является точкой разворота. После проверки этих точек соответствующим алгоритмом по определению поворотной точки можно подтвердить или опровергнуть соответствующие гипотезы. Для каждой рассматриваемой точки построим регрессионные прямые слева и справа. Соответствующие коэффициенты прямых находятся методом наименьших квадратов:

$$a = \overline{y} - b\overline{x},$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2},$$

где $\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i)}{n}$ и $\overline{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i)}{n}$.

Далее от этих прямых откладываем по оси ординат ещё по две прямые на расстоянии корня от остаточной дисперсии на одну степень свободы, получаемой по время подсчёта случайных ошибок коэффициентов парной регрессии:

$$y_1(x) = a + bx + \sqrt{\sigma},$$

$$y_2(x) = a + bx - \sqrt{\sigma},$$

где $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\overline{y} - y_i)^2}{n-2}}$.

Будем рассматривать куски нашего временного ряда $[T_1, T_2]$ — область определения для поворотной точки. Интерес представляют области наименьшего размера. Введём определение **поворотной точки**: точка является поворотной, если точки пересечения регрессионных прямых со «смещёнными» прямыми принадлежат отрезку $[T_1, T_2]$. Наибольший интерес представляют точки, у которых соответствующие левый и правый тренды, то есть построенные регрессионные прямые, пересекаются под углом близким к прямому.

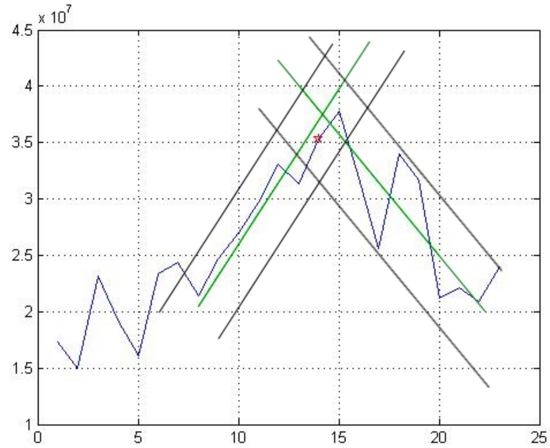

Рис. 8. Оборот ПЦ свинины с отмеченной повортоной точкой

Соответственно применим данный метод к исследуемым данным. На полученном графике (рис. 8) отмечена найденная поворотная точка, в которой тренд меняет своё направление максимальным образом. Наличие данной точки говорит о том, что в ноябре 2014 года произошло событие, которое значительным образом поменяло тенденцию продаж. Соответственно, анализ данного события даёт возможность оптимизировать процесс формирования запасов.

Выводы

В данной работе предложен алгоритм моделирования некоторых сторон стратегии бизнеса, связанного с другими экономическими агентами. Рассмотрены оптимизационные задачи относительно издержек производства: аренда, зарплата и др., построено Парето-оптимальное множество решений и найдено компромиссное решение для предпринимателя и арендодателя; а также различные виды спроса на товары. Моделирование спроса на товары позволяет оптимизировать расходы по содержанию товаров на складах и формированию заказов, тем самым снизить затраты и увеличить доход. Полученный результат может быть применен к любой модели бизнеса, которая описывается несколькими переменными и несколькими целевыми функциями. Модель торгового предприятия и расчёты реализованы в среде MATLAB.

Литература

1. Гальперин В. М., Игнатьев С. М. Микроэкономика. М.: Институт «Экономическая школа», 2004. 482 с.

2. Прасолов А. В., Математические методы экономической динамики. 2 изд. СПб.: Лань, 2015. 352 с.

3. Демоскоп. [Электронный ресурс] URL:http://demoscope.ru/weekly/ssp/rus_hh_10.php (дата обращения: 27.03.2016).

4. Росстат. [Электронный ресурс] URL:http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/wages/ (дата обращения: 27.03.2016).

5. Ногин В. Д., Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход (2-е изд., испр. и доп.). М.: Физматлит, 2005. 176 с.

6. Ногин В. Д., Прасолов А. В. Многокритериальная оценка оптимальной величины импортной пошлины // Труды Ин-та системного анализа. 2013. № 2. С. 34–44.

7. Магнус Я. Р., Катышев П. К., Пересецкий А. А. Эконометрика. Начальный курс. Том 1. 6 изд. М.: Дело, 2004. 576 с.

8. Иванов Н. Г., Прасолов А. В. Анализ различных методов аппроксимации тренда временного ряда // Процессы управления и устойчивость. 2015. Т. 2. № 1. С. 623–628.

9. Муртазин А. Ф. Алгоритм поиска точек разворота временных рядов. Диплом специалиста по прикладной математике. СПбГУ, СПб., 2012.

Приложение

1. Основа

```
clear all
clc
syms x y f alpha x_N;
hold on
const = 0.9;
f1 = f1(x,y);
f2 = f2(x,y);

d_x_f1 = diff(f1,x);
d_x_f1 = simplify(d_x_f1);
d_y_f1 = diff(f1,y);
d_y_f1 = simplify(d_y_f1);

d_x_f2=diff(f2,x);
d_x_f2=simplify(d_x_f2);
d_y_f2=diff(f2,y);
d_y_f2=simplify(d_y_f2);

u1=d_x_f1-alpha*(d_x_f2);
u2=d_y_f1-alpha*(d_y_f2);

u1=subs(u1,alpha,solve(u2,alpha));
solve(u2,alpha);
```

```
u1=simplify(u1);
opt_x=solve(u1,x);
subs(u1,opt_x);

x_o=0:0.1:3000;
y_o=0:0.1:1;

figure(1);
xlabel('кв.м')
ylabel('руб.')
plot(x_o,0,'k')

a=0.0005;
b=1500;
c=2000;
A=(a.*x_o.^2-2*c*a.*x_o+a*c^2+b).*x_o;

f=-f1_x(x_o);
plot(x_o,f)

[opt_x_f1_x,opt_f1_x]= fminbnd(@f1_x, 0, 3000);
opt_f1_x=-opt_f1_x;
opt_x_f1_x;

plot(opt_x_f1_x,opt_f1_x,'k*')
```

```
r=-1;
for i=0:0.01:const
    opt_f=subs(f1,x,solve(u1,x))
    opt=subs(opt_f,y,i);
    dx=opt_x-opt_x_f1_x;
    df=opt-opt_f1_x;
    if (df>0 && r==-1)
        r=i;
    end
    if df>0
        plot(x_o,f+i.*A,'y')
        plot(opt_x,opt,'r')
    end
end
s_x=opt_x_f1_x:0.1:3000;
plot(s_x,opt_f1_x,'k')

m_f1=subs(f1,x,opt_x);
m_f1=subs(m_f1,y,1);
m_f2=subs(f2,x,opt_x);
m_f2=subs(m_f2,y,0);

N=simplify((m_f1-f1)*(m_f2-f2));
N=subs(N,x,opt_x);
k=0;
```

```
for i=r:0.01:const
    N_y=subs(N,y,i);
    if (N_y-k)>=0
        opt_y=i;
        k=N_y;
    end
end
opt_x;
opt_y;
kill=subs(f1,x,opt_x);
kill=subs(kill,y,opt_y)
plot(fake,kill,'k*')


figure(2);
hold on
xlabel('x')
ylabel('y')
[X_O,Y_O]=meshgrid(x_o,y_o);
F1=(2571975.*X_O.^(0.5))./26 + 102879000/13
- (X_O./50+12).*(exp(3.*X_O./1000 +9/5)+25000)
 - X_O.*(X_O.^2./2000 - 2.*X_O + 3500)
 + X_O.*Y_O.*(X_O.^2./2000 - 2.*X_O + 3500);
F2=-(X_O.*(Y_O - 1).*(X_O.^2./2000 - 2.*X_O + 3500));
contour(X_O,Y_O,F1);
contour(X_O,Y_O,F2);
```

```
hold on;
s=r:0.01:const;
plot(fake+s-s,s,'k*')
```

2. f1(x,y)

```
function f1=f1(x,y)
a = 0.0005;
b = 1500;
c = 2000;
l = 12;
s_z = 25000;
o = 0.15;
srd = 2.6;
d = 20000;
sz = 32660;
k_z = 50;
n=0.15;

arenda=a.*x.^2-2*c*a.*x+a*c^2+b;
A=arenda.*x;
k_r=x./k_z+l;
z=exp(o*k_r)+s_z;

ch = d + 250.*sqrt(x);
cd=ch./srd;
```

```
cp=0.6.*cd;

dohod=cp.*sz.*0.35;
rashod = (A-y.*A)+k_r.*z+ (1-n)*dohod;

f1=dohod-rashod;
end
```

3.f1(x)

```
function f1=f1(x)
a=0.0005;
b=1500;
c=2000;
d=20000;
l=12;
k_z=50;
s_z=25000;
sz = 32660;
o=0.15;
srd = 2.6;
n=0.15;

arenda=a.*x.^2-2*c*a.*x+a*c^2+b;
A=arenda.*x;
k_r=x./k_z+l;
```

```
z=exp(o*k_r)+s_z;$


$ch = d + 250.*sqrt(x);

cd=ch./srd;

cp=0.6.*cd;


dohod=cp.*sz.*0.35;

rashod = A+k_r.*z+(1-n)*dohod;


f1=-(dohod-rashod);


end
```

4. f2(x,y)

```
function f2=f2(x,y)

a=0.0005;

b=1500;

c=2000;

arenda=a.*x.^2-2*c*a.*x+a*c^2+b;

A=arenda.*x;

f2=A-y.*A;


end
```