Санкт-Петербургский государственный университет
Кафедра теории управления

Кугушева Анастасия Петровна

Выпускная квалификационная работа бакалавра

Анализ робастности предикторной схемы

Направление 010400
Прикладная математика, фундаментальная информатика
и основы программирования

Научный руководитель,
доктор физ.-мат. наук,
профессор
Харитонов В.Л.

Санкт-Петербург
2016

Содержание

Введение

Задача робастной устойчивости замкнутой системы возникает в случае, когда её параметры известны приближенно. Данная задача является актуальной, поскольку позволяет описывать системы в условиях дефицита априорной информации. Современные требования к техническим системам определяют необходимость исследования систем с запаздыванием в управлении и состоянии. В связи со сложностью анализа таких систем, по сравнению с системами без запаздывания, многие задачи остаются нерешенными. Целью выпускной квалификационной работы является построение стабилизирующего управления и оценка отклонений матриц коэффициентов от их расчетных значений, обеспечивающая сохранение устойчивости замкнутой системы.

Постановка задачи

В работе рассматривается полностью управляемая система дифференциальных уравнений с запаздыванием в управлении и состоянии. Целью исследования является построение стабилизирующего управления и оценка отклонений матриц коэффициентов от их расчетных значений, обеспечивающая сохранение устойчивости исходной замкнутой системы. Оценка данных отклонений будет производиться на основе исследования характеристической матрицы замкнутой системы с возмущением. На основе полученных оценок будет сформулирована теорема о допустимых отклонениях.

Обзор литературы

Задача стабилизации систем с запаздыванием в управлении и в состоянии впервые была рассмотрена в 1979 году в работе [3], где у системы предполагалось отсутствие запаздывания в состоянии, и были получены уравнения для вычисления стабилизирующего управления. При практической реализации было выяснено, что такие управления, связанные с заменой интегралов конечными суммами, могут приводить к потере устойчивости, поэтому в работе [4] было предложено использовать дополнительный фильтр. В статье [2] впервые был рассмотрен случай, где у системы есть запаздывание и в управлении и в состоянии.

Глава 1. Постановка задачи стабилизации

Рассмотрим систему с запаздыванием

$$\dot{x}(t) = Ax(t-h) + Bu(t-\tau), \tag{1}$$

Здесь x- n-мерный вектор фазовых координат, u- m-мерный вектор управления, запаздывание $h > 0$, для определенности будем считать, что запаздывание $\tau \in [h, 2h]$, матрицы $A \in R^{n\times n}$, $B \in R^{n\times m}$, пара A B-полностью управляема.

В работе [1] было показано, что решение системы (1) по формуле Коши может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} x(t+\tau-h) \ &= K(\tau-h)x(t) + \int\limits_{-h}^{0} K(\tau-2h-\theta)Ax(t+\theta)d\theta + \\ &+ \int\limits_{t}^{t+\tau-h} K(t+\tau-h-\xi)Bu(\xi-\tau)d\xi. \end{aligned}$$

Здесь $\theta \in [-h, 0]$, $\xi \in [t, t+\tau-h]$, $K(t)$- фундаментальная матрица системы. По определению она удовлетворяет уравнению [2]

$$\dot{K}(t) = AK(t-h), \quad t \geq 0,$$

и начальным условиям

$$K(t) = \begin{cases} 0_{n\times n}, & t < 0, \\ E_{n\times n}, & t = 0. \end{cases}$$

Обратимся к построению матрицы K на промежутке $[0, h]$, рассмотрим $t \in [0, h]$, в этом случае $(t-h)$– величина отрицательная, тогда согласно начальным условиям $K(t-h) = 0_{n\times n}$. Следовательно уравнение на этом промежутке имеет вид $\dot{K}(t) = 0_{n\times n}$, также по начальным условиям $K(0) = E_{n\times n}$, тогда $K(t)$ сохраняет постоянное значение равное единичной матрице на всем участке от $[0, h]$.

Рассмотрим первое слагаемое

$$K(\tau-h).$$

Поскольку по договоренности запаздывание $\tau \in [h, 2h]$, то $\tau - h \in [0, h]$, тогда фундаментальная матрица

$$K(\tau-h) = E_{n\times n}.$$

Рассмотрим отдельно второе слагаемое

$$\int\limits_{-h}^{0} K(\tau - 2h - \theta)Ax(t+\theta)d\theta.$$

Здесь $\theta \in [-h, 0]$, тогда величина $(\tau - 2h - \theta)$ меняется на промежутке $[\tau - 2h, \tau - h]$, разобьем этот участок на $[\tau - 2h, 0] \cup [0, \tau - h]$, на первом промежутке значение аргумента отрицательное, тогда $K(\tau - 2h - \theta) = 0_{n\times n}$, следовательно интеграл на участке от $[\tau - 2h]$ будет иметь нулевое значение, поэтому интеграл от $[-h, 0]$ сведется к интегралу от $[-h, \tau - 2h]$. Когда $\theta \in [-h, \tau - 2h]$, тогда $(\tau - 2h - \theta) \in [0, h]$, а на промежутке $[0, h]$ матрица $K(\tau - 2h - \theta) = E_{n\times n}$. В итоге интеграл сведется к

$$\int\limits_{-h}^{\tau-2h} Ax(t+\theta)d\theta.$$

Рассмотрим третье слагаемое

$$\int\limits_{t}^{t+\tau-h} K(t+\tau-h-\xi)Bu(\xi-\tau)d\xi,$$

когда ξ принимает значение равное t, аргумент превращается в $(\tau - h) \in [0, h]$, а когда $\xi = t + \tau - h$, аргумент равен нулю. Получается, что $K(t + \tau - h - \xi) = E_{n\times n}$. Заменим $(\xi - \tau)$ на $(t + s)$, в итоге получим

$$\int\limits_{-\tau}^{-h} Bu(t+s)ds.$$

Таким образом решение может быть записано в виде

$$\begin{aligned} x(t+\tau-h) \ &= x(t) + \int\limits_{-h}^{\tau-2h} Ax(t+\theta)d\theta + \\ &+ \int\limits_{-\tau}^{-h} Bu(t+\xi)d\xi. \end{aligned} \tag{2}$$

Глава 2. Построение стабилизирующего управления

Выберем управление для системы (1) следующим образом

$$u(t) = Fx(t+\tau-h),$$

где F– постоянная матрица размерности $m \times n$. Подставляя $x(t+\tau-h)$, получим

$$\begin{aligned} u(t) \ &= Fx(t) + F\int\limits_{-h}^{\tau-2h} Ax(t+\theta)d\theta + \\ &+ F\int\limits_{-\tau}^{-h} Bu(t+\xi)d\xi. \end{aligned}$$

Замкнутая система будет иметь вид

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t-h) + Bu(t-\tau), \\ u(t) = Fx(t) + F\displaystyle\int\limits_{-h}^{\tau-2h} Ax(t+\theta)d\theta + F\int\limits_{-\tau}^{-h} Bu(t+\xi)d\xi. \end{cases} \qquad (3)$$

Замечание 1 *В работе [2] был получен следующий вид характеристической функции замкнутой системы (3)*

$$f_0(s) = \det[sE_{n\times n} - e^{-sh}(A+BF)].$$

Для устойчивости замкнутой системы (3) необходимо и достаточно, чтобы корни $f_0(s)$ лежали в левой полуплоскости комплексной плоскости.

Лемма 1 *Корни функции $f_0(s)$ имеют отрицательную вещественную часть тогда и только тогда, когда собственные числа матрицы $(A+BF)$ лежат в области*

$$\Gamma = \Big\{ s = \alpha + i\beta \,|\, \alpha = -\omega \sin\omega h,\ |\beta| < |\omega\cos\omega h|,\ \omega \in \Big(-\frac{\pi}{2h}, \frac{\pi}{2h}\Big)\Big\},$$

комплексной плоскости [1].

Для определенности выберем матрицу F так, чтобы все корни $f_0(s)$ имели отрицательную вещественную часть.

Замена интегралов в выражении (3) конечными суммами может приводить к неустойчивости замкнутой системы [2]. Для решения этой проблемы воспользуемся методом, предложенным в работе [4]: использование дополнительного фильтра, а именно выберем матрицу $G \in R^{m\times m}$, и используя идею фильтрации получим

$$
\begin{aligned}
\frac{du(t)}{dt} - Gu(t) = F\dot{x}(t+\tau-h) - GFx(t+\tau-h) = \\
= F\Big(Ax(t+\tau-2h) + Bu(t-h)\Big) - GFx(t) - \\
- GF\int\limits_{-h}^{\tau-2h} K(\tau-\theta-2h)Ax(t+\theta)d\theta - \\
- GF\int\limits_{-\tau}^{-h} K(-h-\xi)Bu(t+\xi)d\xi.
\end{aligned}
$$

В итоге приходим к замкнутой системе вида

$$
\begin{cases}
\dot{x}(t) = Ax(t-h) + Bu(t-\tau), \\
\dfrac{du(t)}{dt} = Gu(t) + FBu(t-h) - GF\Big(x(t) + A\displaystyle\int\limits_{-h}^{\tau-2h} x(t+\theta)d\theta + \\
\qquad + B\displaystyle\int\limits_{-\tau}^{-h} u(t+\xi)d\xi\Big) + FAx(t+\tau-2h).
\end{cases}
$$

В работе [2] был получен следующий вид характеристической функции замкнутой системы

$$q(s) = det[sE_{n\times n} - e^{-sh}(A+BF)] \times det[sE_{m\times m} - G].$$

Для устойчивости замкнутой системы необходимо, чтобы корни первого и второго множителей имели отрицательную вещественную часть. Для второго множителя это достигается путем выбора матрицы G– матрицей Гурвица, а для того, чтобы первый множитель имел такие корни используем условия леммы.

Глава 3. Робастный анализ

3.1 Оценка отклонений матрицы A

Рассмотрим возмущенную систему

$$\begin{cases} \dfrac{dx(t)}{dt} = (A+\Delta_1)x(t-h) + Bu(t-\tau), \\ \dfrac{du(t)}{dt} = Gu(t) + FBu(t-h) - GF\Big(x(t) + A\displaystyle\int_{-h}^{\tau-2h} x(t+\theta)d\theta \\ \quad +B\displaystyle\int_{-\tau}^{-h} u(t+\xi)d\xi\Big) + FAx(t+\tau-2h), \end{cases} \tag{4}$$

где $\Delta_1 \in R^{n\times n}$ – матрица возмущений.
Воспользовавшись подстановками Эйлера вида $x(t) = \mu e^{st}$ и $u(t) = \gamma e^{st}$, где μ и γ - n-мерные вектора, получим

$$\begin{cases} \mu s e^{st} = (A+\Delta_1)\mu e^{(t-h)s} + B\gamma e^{(t-\tau)s}, \\ \gamma s e^{st} = G\gamma e^{st} + FB\gamma e^{s(t-h)} - GF\Big(\mu e^{st} + A\displaystyle\int_{-h}^{\tau-2h} \mu e^{(t+\theta)s}d\theta + \\ \quad + B\displaystyle\int_{-\tau}^{-h} \gamma e^{(t+\xi)s}d\xi\Big) + \mu FAe^{(t+\tau-2h)s}. \end{cases}$$

Далее, перенесем все слагаемые в одну часть и сгруппируем по множителям μ и γ, тогда для данной замкнутой системы характеристическая матрица будет иметь вид

$$\begin{pmatrix} sE - (A+\Delta_1)e^{-sh} & -Be^{-s\tau} \\ GF + \frac{GFA(e^{s(\tau-2h)} - e^{-sh})}{s} - FAe^{s(\tau-2h)} & sE - G + \Omega(s) \end{pmatrix},$$

где $\Omega(s) = -FBe^{-sh} + \frac{GFB(e^{-sh} - e^{-s\tau})}{s}$. Представим эту матрицу как сумму двух матриц

$$
\begin{pmatrix} sE - Ae^{-sh} & -Be^{-s\tau} \\ GF + \frac{GFA(e^{s(\tau-2h)} - e^{-sh})}{s} - FAe^{s(\tau-2h)} & sE - G + \Omega(s) \end{pmatrix} +
$$

$$
+ \begin{pmatrix} -\Delta_1 e^{-sh} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = R_1(s) + \Delta_1(s) = R(s).
$$

Собственными числами системы (4) будем называть корни ее характеристической функции. По выбору матрицы F, для системы без возмущения собственные числа функции $f_0(s)$ находятся в левой полуплоскости. По непрерывности, при достаточно малых Δ_1 собственные числа возмущенной системы изменятся незначительно и свойство устойчивости не нарушается. Исследуем значения, которые может принимать матрица возмущений, при сохранении устойчивости системы. Известно, что система теряет устойчивость, когда одно из ее собственных чисел попадает на мнимую ось. Найдем такие значения $\Delta_1(i\omega)$, при которых у матрицы $R(i\omega)$ появляется хотя бы одно нулевое собственное число. Это означает, что матрица

$$
R(i\omega) = R_1(i\omega) + \Delta_1(i\omega),
$$

имеет нулевое собственное число. Вынесем за скобки множитель $R_1(i\omega)$, получим

$$
R_1(i\omega)(E_{(m+n)\times(m+n)} + R_1^{-1}(i\omega)\Delta_1(i\omega)).
$$

Поскольку матрица $R_1(i\omega)$ не имеет нулевых собственных чисел, то она будет невырожденной для всех $\omega \in R$. Это означает, что матрица

$$
E_{(m+n)\times(m+n)} + R_1^{-1}(i\omega)\Delta_1(i\omega),
$$

должна иметь нулевое собственное число. Пусть γ – собственный вектор, соответствующий нулевому собственному числу. В таком случае будут справедливы равенства

$$
[E_{(m+n)\times(m+n)} + R_1^{-1}(i\omega)\Delta_1(i\omega)]\gamma = 0,
$$

$$
\gamma = -R_1^{-1}(i\omega)\Delta_1(i\omega)\gamma,
$$

$$
||\gamma|| = ||R_1^{-1}(i\omega)\Delta_1(i\omega)\gamma||.
$$

Из субмультипликативности нормы матрицы следует, что

$$
||\gamma|| \leqslant ||R_1^{-1}(i\omega)|| \; ||\Delta_1(i\omega)|| \; ||\gamma|| \leqslant \max_{\omega \in R} ||R_1^{-1}(i\omega)|| \; ||\Delta_1(i\omega)|| \; ||\gamma||.
$$

Так как $||\gamma|| > 0$, поделим данное выражение на нее. Введем обозначение $\max\limits_{\omega\in R}||R_1^{-1}(i\omega)|| = m$, получим

$$||\Delta_1(i\omega)|| \geqslant 1/m.$$

Возьмем сопряжение для $\Delta_1(i\omega)$,

$$\begin{pmatrix} -\Delta_1^{\mathrm{T}} e^{i\omega h} & 0_{n\times m} \\ 0_{m\times n} & 0_{m\times m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\Delta_1 e^{-i\omega h} & 0_{n\times m} \\ 0_{m\times n} & 0_{m\times m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta_1^{\mathrm{T}}\Delta_1 & 0_{n\times m} \\ 0_{m\times n} & 0_{m\times m} \end{pmatrix},$$

в итоге

$$||\Delta_1(i\omega)|| = ||\Delta||.$$

Получаем

$$||\Delta|| \geqslant 1/m.$$

Это означает, что для всех $||\Delta|| < 1/m$ ни одно из собственных чисел возмущенной системы не попадает на мнимую ось.

Подводя итог, можно сформулировать теорему

Теорема 1 *Если для системы (4) справедливо*

$$||\Delta_1|| < 1/m,$$

то возмущенная система экспоненциально устойчива.

3.2 Оценка отклонений матрицы B

Рассмотрим возмущенную систему

$$\begin{cases} \dfrac{dx(t)}{dt} = Ax(t-h) + (B+\Delta_2)u(t-\tau), \\ \dfrac{du(t)}{dt} = Gu(t) + FBu(t-h) - GF\Big(x(t) + A\displaystyle\int\limits_{-h}^{\tau-2h} x(t+\theta)d\theta \\ \quad +B\displaystyle\int\limits_{-\tau}^{-h} u(t+\xi)d\xi\Big) + FAx(t+\tau-2h), \end{cases} \tag{5}$$

где $\Delta_2 \in R^{n\times m}$ – матрица возмущений.
Аналогично случаю с матрицей A, получим характеристическую матрицу

$$\begin{pmatrix} sE - Ae^{-sh} & -Be^{-s\tau} \\ GF + \frac{GFA(e^{s(\tau-2h)}-e^{-sh})}{s} - FAe^{s(\tau-2h)} & sE - G + \Omega(s) \end{pmatrix} +$$

$$+\begin{pmatrix} 0 & -\Delta_2 e^{-sh} \\ & \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = R_2(s) + \Delta_2(s) = R(s).$$

Действуем также, как и в предыдущем случае, исследуем значения, которые может принимать матрица возмущений, при сохранении устойчивости системы. Матрица

$$R(i\omega) = R_2(i\omega) + \Delta_2(i\omega),$$

имеет нулевое собственное число. Выносим за скобки $R_2(i\omega)$, получим

$$R_2(i\omega)(E_{(m+n)\times(m+n)} + R_2^{-1}(i\omega)\Delta_2(i\omega)).$$

Поскольку матрица $R_2(i\omega)$ не имеет нулевых собственных чисел, то $R_2(i\omega)$ будет невырожденной для всех $\omega \in R$. Это означает, что матрица

$$E_{(m+n)\times(m+n)} + R_2^{-1}(i\omega)\Delta_2(i\omega),$$

должна иметь нулевое собственное число. Пусть μ – собственный вектор, соответствующий нулевому собственному числу. В таком случае будут справедливы равенства

$$[E_{(m+n)\times(m+n)} + R_2^{-1}(i\omega)\Delta_2(i\omega)]\mu = 0,$$

$$\mu = -R_2^{-1}(i\omega)\Delta_2(i\omega)\mu,$$

$$||\mu|| = ||R_2^{-1}(i\omega)\Delta_2(i\omega)\mu||.$$

Получаем

$$||\mu|| \leqslant ||R_2^{-1}(i\omega)||\ ||\Delta_2(i\omega)||\ ||\mu|| \leqslant \max_{\omega\in R}||R_2^{-1}(i\omega)||\ ||\Delta_2(i\omega)||\ ||\mu||.$$

Так как $||\mu|| > 0$, поделим выражение на нее. Введем обозначение $\max\limits_{\omega\in R}||R_2^{-1}(i\omega)|| = m$, получим

$$||\Delta_2(i\omega)|| \geqslant 1/m.$$

Возьмем сопряжение для $\Delta_2(i\omega)$,

$$\begin{pmatrix} 0_{n\times n} & 0_{n\times m} \\ -\Delta_2^{\mathrm{T}} e^{i\omega h} & 0_{m\times m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0_{n\times n} & -\Delta_2 e^{-i\omega h} \\ 0_{m\times n} & 0_{m\times m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0_{n\times n} & 0_{n\times m} \\ 0_{m\times n} & \Delta_2^{\mathrm{T}}\Delta_2 \end{pmatrix},$$

в итоге

$$||\Delta_2(i\omega)|| = ||\Delta||,$$

получаем

$$||\Delta|| \geqslant 1/m.$$

Это означает, что для всех $||\Delta|| < 1/m$ ни одно из собственных чисел возмущенной системы не попадает на мнимую ось.

Подводя итог, можно сформулировать теорему

Теорема 2 *Если для системы (5) справедливо*

$$||\Delta_2|| < 1/m,$$

то возмущенная система экспоненциально устойчива.

Пример

Проведем оценку отклонений матриц коэффициентов на конкретных значениях, для простоты возьмем матрицы $A \in R^{2\times 2}$, $B \in R^{2\times 1}$. Пара AB– полностью управляема

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$\tau = 1.5$, $h = 1$, $G = -1$.

Проверим полную управляемость, воспользовавшись критерием Калмана [7]. Действительно,

$$rang(B, AB) = rang \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix} = 2,$$

значит пара A B– полностью управляема. Матрицу (B, AB) обозначим S.

Приступим к поиску матрицы $F \in R^{1\times 2}$. По теореме Гамильтона-Кэли [8] всякая квадратная матрица является корнем своего характеристического полинома, т.е. если характеристический полином

$$A = \begin{pmatrix} s-4 & 5 \\ 3 & s-2 \end{pmatrix} = s^2 - 6s - 7,$$

то $A^2 - 6A - 7E = 0$.

Преобразуем матрицу A, пусть

$$A_1 = S^{-1}AS \Rightarrow SA_1 = AS \Rightarrow (B, AB)A_1 = (AB, A^2B) \Rightarrow \\ \Rightarrow (B, AB)A_1 = (AB, 6AB + 7B).$$

Получаем

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

Преобразуем матрицу B, пусть

$$B_1 = S^{-1}B \Rightarrow SB_1 = B \Rightarrow (B, AB)B_1 = B.$$

Получаем

$$B_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Рассмотрим

$$A_1 + B_1 Q = \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 1 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} (q_1\ q_2) = \begin{pmatrix} q_1 & 7+q_2 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

Найдем характеристический полином этой матрицы

$$\begin{pmatrix} s-q_1 & -7-q_2 \\ -1 & s-6 \end{pmatrix} = s^2 - (q_1+6)s + 6q_1 - 7 - q_2,$$

q_1 и q_2 такие, что у этого характеристического полинома выбраны корни λ_1 и λ_2. Получаем

$$(s-\lambda_1)(s-\lambda_2) = s^2 - (\lambda_1+\lambda_2)s + \lambda_1\lambda_2,$$

выбираем $q_1 = \lambda_1 + \lambda_2 - 6,\ q_2 = -\lambda_1\lambda_2 + 6q_1 - 7$. У матрицы $(A_1 + B_1 Q)$ за счет выбора коэффициентов q_1 и q_2 можно сделать собственными числами любые наперед заданные числа. Рассмотрим

$$A_1 + B_1 Q = S^{-1}AS + S^{-1}BFS = S^{-1}(A+BF)S,$$

так как $(q_1\ q_2) = (f_1\ f_2)S$, следовательно $(f_1\ f_2) = (q_1\ q_2)S^{-1}$. При таком выборе матрицы F, видим, что матрица $(A_1 + B_1 Q)$ имеет те же собственные числа, что и матрица $(A + BF)$, потому что они подобны, т.к. связаны преобразованием подобия.

Пусть $\lambda_1 = -0.5;\ \lambda_2 = -1$. Вычислив $S^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{4}{11} & \frac{3}{11} \\ \frac{1}{11} & -\frac{2}{11} \end{pmatrix}$, получим

$$(f_1\ f_2) = (-7.5\ \ -52.5)\begin{pmatrix} \frac{4}{11} & \frac{3}{11} \\ \frac{1}{11} & -\frac{2}{11} \end{pmatrix} = (-7.5\ \ 7.5).$$

Замкнутая система будет иметь вид

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} x(t-1) + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} u(t-1.5), \\ \dot{u}(t) = u(t) - 7.5u(t-1) - (-7.5\ \ 7.5)x(t) - (-52.5\ \ 52.5) \displaystyle\int_{-1}^{-0.5} x(t+\theta)d\theta + \\ \qquad + 7.5 \displaystyle\int_{-1.5}^{-1} u(t+\xi)d\xi + (-52.5\ \ 52.5)x(t-0.5). \end{cases}$$

Поскольку аналитическое выражение для $||R_1^{-1}(i\omega)||$ невозможно найти, построим численное, для этого воспользуемся пакетом MATLAB. Возьмем ω от [-5,5] с шагом (0,1), построим график нормы $R_1^{-1}(i\omega)$ и визуально найдем максимум (Рис.1).

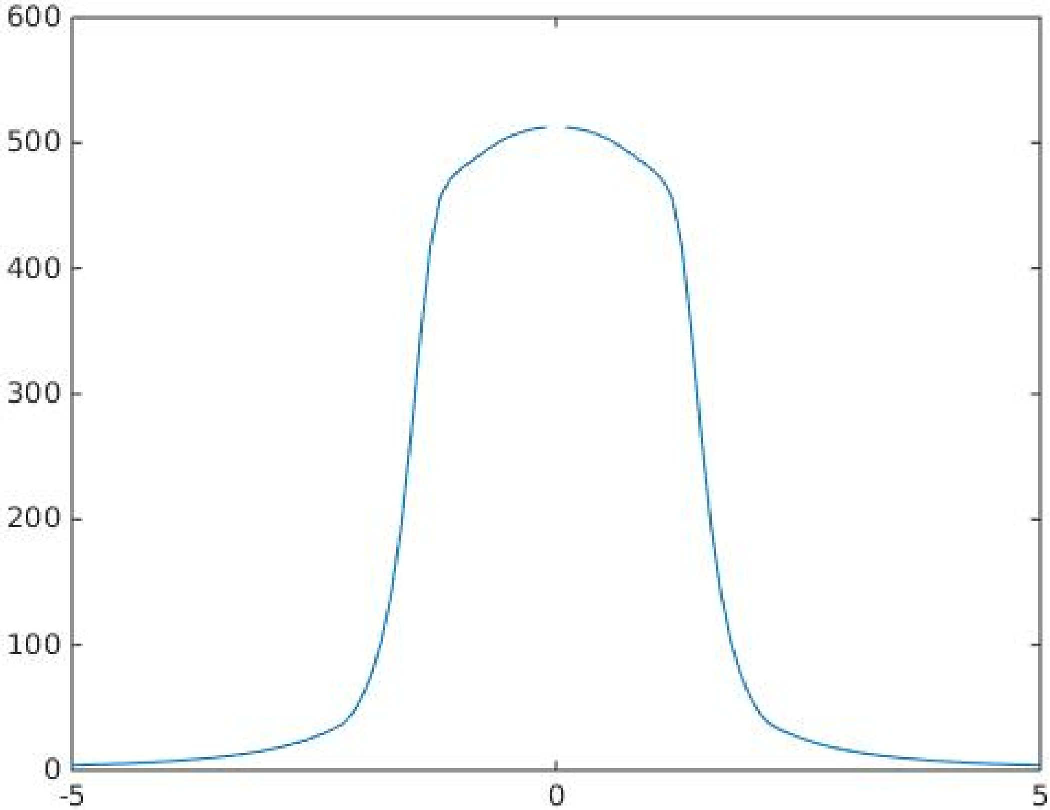

Рис. 1: График $||R_1^{-1}(i\omega)||$

Получим, что $m = 512.6673$ и для системы (4) с такими выбранными коэффициентами, при

$$||\Delta|| < 0.0019505,$$

возмущенная система будет экспоненциально устойчива.

Выводы

В работе была произведена оценка отклонений матриц коэффициентов от их расчетных значений, при сохранении устойчивости замкнутой системы. Показано, что предложенная оценка зависит от нормы характеристической матрицы на мнимой оси. Для наглядности был рассмотрен пример с подробным описанием вычисления коэффициентов и построением графика нормы, данные результаты были получены с использованием пакета MATLAB.

Список литературы

[1] Bellman R., Cooke K. L. Differential Difference Equations. New York: Academic Press, 1963. 462 p.

[2] Kharitonov V. L., 2015. Prediction Based Control: Implementation Issue. Differential Equations and Control Processes, No 4. P. 52–65.

[3] Manitius A. Z., Olbrot, A. W., 1979. Finite spectrum assignment for systems with delay. IEEE Trans. on Automatic Control, No 24. P. 541–553.

[4] Mondie S., Michiels W.,2003. Finite spectrum assignment of unstable time-delay sytems with a safe implementation, IEEE Trans. on Automatic Control, No 12. P. 2207-2212.

[5] Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. Изд. 2-е изд. М.: Наука, 1966. 576 с.

[6] Емельянов С. В., Коровин С. К., Ильин А. В., Фомичев В. В., Фурсов А. С. Математические методы теории управления. Проблемы устойчивости, управляемости и наблюдаемости. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. 200 с.

[7] Карелин В. В., Харитонов В. Л., Чижова О. Н. Лекции по теории стабилизации программных движений. СПб, ЦОП типографии изд-ва СПбГУ, 2003. 80 с.

[8] Фаддеев Д. К. Лекции по алгебре: Учебное пособие для вузов.— М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. 416 с.