Санкт-Петербургский государственный университет

Механика и математическое моделирование
Механика жидкости, газа и плазмы

Уразбахтин Тимур Ирекович

«Парные сумматорные ряды в теории локального взаимодействия»

Выпускная квалификационная работа

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук, профессор Мирошин.Р.Н.

Рецензент:

доктор физико-математических наук, профессор Халидов.И.А.

Санкт-Петербург

2016г.

SAINT-PETERSBURG STATE UNIVERSITY

Mechanics and mathematical modeling
Mechanics of a liquid, gas and plasma

Urazbahtin Timur

“Paired summatory series in theory of local interaction”

Graduation Thesis

Scientific supervisor:

Professor, Doctor of Physics and Mathematics Miroshin Roman

Reviewer:

Professor, Doctor of Physics and Mathematics Khalidov Iscander

Saint-Petersburg

2016

Содержание

Введение.

На ранних стадиях проектирования формы летательного аппарата, нужно быстро выбрать из большого количества альтернативных компоновок ту, которая в максимальной степени удовлетворяет техническому заданию. Ресурс времени для выбора обычно мал, поэтому трудоемкие точные расчеты, которые нужно делать для каждой компоновки отдельно, совершенно непригодны. Приходится прибегать к упрощенным методам, делая упор не на точности, а на простоте и быстроте расчета. Этим требованиям удовлетворяет *теория локального взаимодействия (ТЛВ).* Настоящая работа включает в себя две главы, первая из которых отведена теории и первой модели ТЛВ, вторая — решению первой обратной задачи ТЛВ для летательного аппарата, состоящего из трех сегментов.

Г л а в а I. Теория локального взаимодействия.

В этой главе собраны математические результаты и основные определения, используемые в дальнейшем. Основополагающим источником литературы является Р.Н. Мирошин, И. А. Халидов. [3]. В 1.1 используются известные основные формулы механики сплошных сред, рассмотренные в [4]. Далее изучается первая модель ТЛВ и ее особенности применения.

1.1. Происхождение теории локального взаимодействия.

Сила F и момент M, действующие со стороны среды на движущееся в ней тело, и поток Q тепла от среды к телу при отсутствии в среде массовых сил вычисляются интегрированием по поверхности тела величин, называемых коэффициентами обмена и представляющих собой безразмерные количество движения $c_F(r_s)$. Момент количества движения $r_s \times c_F(r_s)$ и количество тепла $c_Q(r_s)$, которые передаются средой единичной площадке около точки r_s поверхности тела в единицу времени:

$$F = k \iint_R c_F(r_s)\, dS \quad , \qquad M = k \iint_R r_s \times c_F(r_s)\, dS \quad , \tag{1}$$

$$Q = k\, v_\infty \iint_R c_Q(r_s)\, dS \quad ,$$

где $k = \rho_\infty v_\infty^2$ /2-скоростной напор, $v_\infty u \rho_\infty - ¿$ соответственно скорость (относительно тела) и плотность невозмущенной телом среды, $R - ¿$ область поверхности тела, на которой подынтегральная функция отлична от нуля. Расчет по формулам (1) несложен, если известны коэффициенты обмена $c_F u c_Q$. Однако, чтобы их получить, необходимо решить задачу обтекания средой тела, что для большинства сред непосильно даже с привлечением самых мощных компьютеров или требует значительных ресурсов времени и памяти для получения ответа.

Интегральные характеристики (1) реакции среды на тело необходимы не только сами по себе, но и для решения задачи о движении тела и его управлении, причем они входят слагаемыми в уравнения движения. Поэтому желательно представлять (1) в виде аналитических зависимостей от параметров движения и управления. Проблема обычно решается стандартными процедурами анализа-например, аппроксимацией интегралов в (1) отрезками рядов Тейлора по соответствующим параметрам с последующим нахождением коэффициентов эмпирически для каждого конкретного летательного аппарата. По существу, это эмпирические процедуры.

Теория локального взаимодействия призвана удовлетворить обоим сформулированным выше требованиям: практически мгновенно с достаточной для первых стадий проектирования точностью определять интегральные характеристики (1) и притом в аналитической форме по параметрам ориентации тела по отношению к вектору скорости v_∞ невозмущенной среды.

Локальные методы находят все более широкое применение в аэродинамике и космической технике на стадии эскизного проектирования летательных аппаратов для расчета аэродинамических сил и моментов. К середине XX столетия оказалось, что при предельных по числу Кнудсена режимах обтекания тела потоком интегральные характеристики (1) с удовлетворительной точностью описываются локальными моделями без решения трудоемкой задачи.

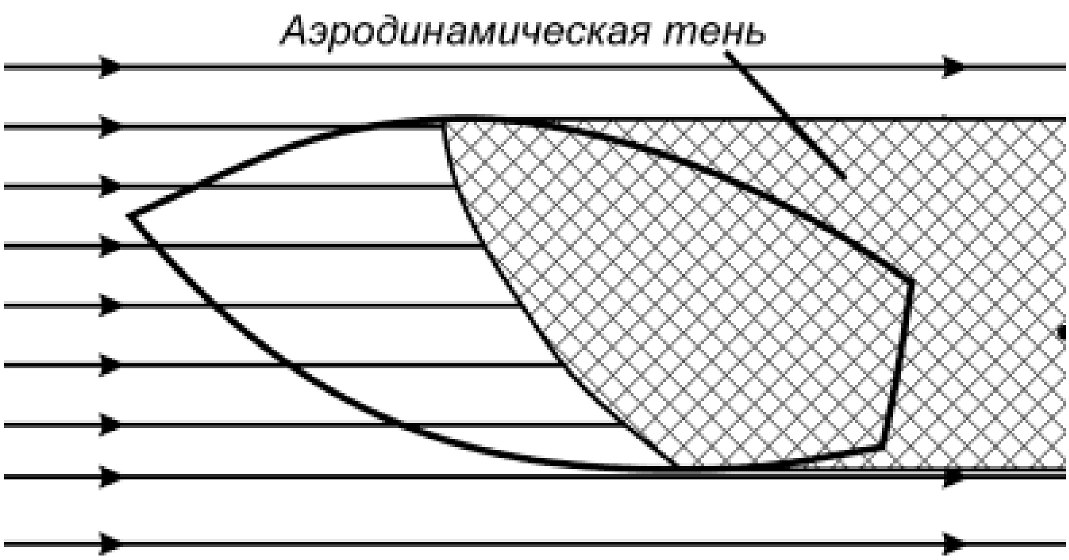
Большой вклад в развитие ТЛВ внесли ленинградские и московские ученые в 1962–1970 гг. Были впервые опробованы методы приближенного расчета сил и моментов (1) тел различной формы (острых и затупленных по сфере круговых конусов с различными углами раствора во всем диапазоне углов атаки) при нескольких значения числах Кнудсена на основе ТЛВ.

1.2. Модель Исаака Ньютона.

Первым кто определил сопротивление движению в газах и жидкостях был Ньютон. Ученый, опираясь на общие законы механики, решил, что среда, обтекающая тело, состоит из одинаковых частиц, которые не взаимодействуют между собой. При столкновении с элементом поверхности тела частицы изменяют нормальную к элементу составляющую своего количества движения, вследствие чего и возникает сила давления потока на тело [4].

Согласно теории Ньютона, давление на элемент поверхности тела определяется только ориентацией этого элемента по отношению к набегающему потоку частиц, независимо от формы остальной части тела. При этом сопротивление тела зависит только от формы головной части, так как эта часть тела испытывает столкновения с частицами.

Обтекание тела:



Согласно теории Ньютона давление в “аэродинамической тени” равно нулю.

Для определения величины давления потока частиц на тело рассмотрим элемент поверхности F, наклоненный под углом α к направлению набегающего потока. Масса частиц, сталкивающихся с этим элементом поверхности в единицу времени, определяется формулой $\rho v F sin\alpha$, где $\rho -$¿ плотность среды и $v-$¿ скорость движения частиц. Сила, действующая на элемент F, зависит только от характера взаимодействия между частицами и поверхностью тела. При неупругом столкновении нормальная составляющая данной силы равна $\rho v^2 F \sin^2\alpha$, так как количество движения единицы массы изменяется в нормальном направлении к F на $v sin\alpha$. Тогда давление, вычисляемое как отношение нормальной силы к площади, на которую эта сила действует, равна $p=\rho v^2 \sin^2\alpha$ [4]. Ньютон получил формулу для местного коэффициента давления:

$$c_p=\frac{2p}{\rho v^2}=\begin{cases} 2\cos^2\theta, 0\le\theta\le\frac{\pi}{2} \\ 0, \frac{\pi}{2}\le\theta\le\pi \end{cases}.$$

Угол α связан с местным углом падения θ соотношением $\alpha=\frac{\pi}{2}-\theta$. Данная формула была основой для расчета сопротивления движению тел в воздухе и для определения ветровых нагрузок на элементы строений более двух столетий.

Оказалось, что в сверхзвуковой авиации лучше подходит видоизменная формула Ньютона, а именно $c_p=2p_0\cos^2\theta, 0\le\theta\le\frac{\pi}{2}$. Параметр p_0 можно получить экспериментально или теоретически в случае, когда происходит адиабатическое движение. Это выражение называется модифицированной формулой Ньютона.

В этой первой модели отразился основной постулат ТЛВ (в старину сказали бы, что ТЛВ "прозябла из зерна" формулы Ньютона [1]). А именно, локальный характер взаимодействия среды и тела (движущееся тело практически не возмущает среду), так что влияние среды на элемент поверхности тела при неизменных параметрах подобия зависит только от отражательных свойств элемента поверхности и скорости среды относительно тела и не зависит от присутствия других участков поверхности (*гипотеза локальности)*.

Глава II. Применение Т Л В .

В этой главе исследуется естественный ряд для коэффициента реакции и конкретизируется для осесимметричных тел. Далее решается первая обратная задача ТЛВ, когда летательный аппарат состоит из трех сегментов. Для начала дадим некоторые определения, используемые в дальнейшем.

Совокупность вещественных непрерывных в интервале $t\in[a,b]$ функций $\{u_k(t)\}_{k=0}^{n}=\{u_0(t),u_1(t),\ldots,u_n(t)\}$ называется *чебышевской системой функции порядка* n ,если любой обобщенный многочлен $P(t)=\sum_{i=0}^{n}a_iu_i(t)$ имеет в $[a,b]$ не более n вещественных корней [1]. Полином Лежандра-многочлен, который можно представить в виде x^2-1 ¿ ¿ $P_n(x)=\frac{1}{2^n n!}\frac{d^n}{dx^n}$¿ , определенный на отрезке $[-1,1]$.

2.1.Естественный ряд для коэффициентов реакции.

Математический аппарат ТЛВ исчерпывается изучением особым поверхностным интегралом первого рода в случае выпуклых тел (его называют *ориентированным в определенном направлении* v *поверхностным интегралом 1-го рода)*

$$\iint_S f(\mathrm{v}\,n)\,dS \quad ,$$

где $n-$¿ внутренняя нормаль к рассматриваемому элементу, v - характерное направление движения среды по отношению к телу, интегрирование производится по поверхности S тела, vn -скалярное произведение векторов n и v , а функция f¿ ρ) может быть любой (лишь бы интеграл имел смысл).

Развитие математического аппарата теории локального взаимодействия позволяет еще дальше расширить область приложения, включая задачи о проникновении ударника с большой скоростью в твердую среду и об аэродинамической расчете объектов во всех режимах, включая дозвуковой поток. Исследования по теме работы стимулируются также все возрастающими требованиями к точности и быстроте расчета, к учету многообразных физических и геометрических факторов, таких, как эффекты затенения, вариации режима обтекания, вращение объекта, изменение положения отдельных элементов конструкции в процессе полета, свойства поверхности и физические процессы на ней и др.[1]

Для выпуклых тел коэффициент реакции представляется в виде однократного интеграла:

$C(\alpha,\varphi)=\int_{-1}^{1} f(\rho)q(\rho,\alpha,\varphi)\,d\rho,(2)$ в котором *функция реакции* $\overset{\rho}{f¿}$) аккумулирует все физические свойства среды и тела, в том числе физические механизмы взаимодействия среды с элементами поверхности, углы $\alpha и \varphi$ характеризуют положение вектора v по отношению к телу, а *опорная функция* $\overset{\rho}{q¿}$, α, ϕ) ≥ 0-всю геометрию тела, включая его ориентацию (углы $\alpha и \varphi$) по отношению к характерному направлению движения среды.

2.2.Опорная функция.

Выведем для этой функции дифференциальное уравнение. Пусть $\alpha и \varphi - ¿$ углы сферической системы координат, связанной с телом, в которой орт скорости имеет представление

$$\mathrm{v}=\overset{\cos\alpha}{¿}, \; \sin\alpha\cos\varphi, -\overset{\varphi}{¿}\sin\alpha\sin¿.$$

Из последнего равенства дифференцированием получаем соотношения

$$\mathrm{v}_{\alpha}\equiv\frac{\partial\mathrm{v}}{\partial\alpha}=¿ \quad -\sin\alpha,\cos\alpha\cos\varphi,-\cos\alpha\sin\overset{\varphi}{¿}, \qquad \mathrm{v}_{\alpha\alpha}\equiv\frac{\partial^{2}\mathrm{v}}{\partial\alpha^{2}}=-\mathrm{v} \;,$$

$$\mathrm{v}_{\varphi}\equiv\frac{\partial\mathrm{v}}{\partial\varphi}=-(0,\sin\alpha\sin\varphi,\sin\alpha\cos\varphi), \qquad \mathrm{v}_{\varphi\varphi}\equiv\frac{\partial^{2}\mathrm{v}}{\partial\varphi^{2}}=(0,-\sin\alpha\cos\varphi,\sin\alpha\sin\varphi).$$

Так как векторы v , v_α и v_φ ортогональны друг другу, то

$$|v_\alpha \vee ¿ \; \frac{v_\alpha}{¿} \; ¿ \; |v_\varphi \vee ¿ \; \frac{v_\varphi}{¿} \; ¿ \; ¿ \; ¿ \; vn)^2 + ¿ \; ¿ ,$$

откуда в силу $(v_\alpha)^2 = 1, (v_\alpha)^2 = \sin^2\alpha$ имеем

$$\rho_\alpha^2 + \rho_\varphi^2 cosec^2\alpha = 1 - \rho^2,$$

где $\rho = vn, \rho_\alpha \equiv \frac{\partial \rho}{\partial \alpha} = v_\alpha n, \rho_\varphi = \frac{\partial \rho}{\partial \varphi} = v_\varphi n.$

Введем операторы $J = cosec^2\alpha \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + ctg\,\alpha \frac{\partial}{\partial \alpha}$,

$L = \frac{d}{d\rho}(1-\rho^2)\frac{d}{d\rho}$. Используя полученные равенства, убеждаемся в справедливости тождества $J(\psi) = L(\psi)$ для любой дважды дифференцируемой функции $\psi(\rho)$ (она может быть и векторнозначной).

Предположим, что функция реакции $f¿^{\rho}$) дважды непрерывно дифференцируема, так что удовлетворяет последнему тождеству. Заменим в нем $\psi(\rho)$ на $f¿^{\rho}$) и проинтегрируем по поверхности S тела Σ . Так как в связанной с телом системе координат поверхность S не зависит от углов $\alpha и \varphi$, как не зависит от них и элемент поверхности dS , то дифференцирование по $\alpha u \varphi$ можно вынести за знак интеграла, т.е.

$$\iint \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} dS = \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \iint f dS = C_{\varphi\varphi}, \quad \iint \frac{\partial f}{\partial \alpha} = C_\alpha, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial \alpha^2} dS = ¿ C_{\alpha\alpha}.$$
$$\iint ¿$$

В итоге получаем равенство $J[C] = \frac{1}{S_M} \iint L[f] dS$

($S_M - ¿$ характерная площадь тела) , которое с помощью (2) и опорной функции q представляется в виде

$$J\left\{\int_{-1}^{1} f(\rho) q(\rho, \alpha, \varphi) d\rho\right\} = \int_{-1}^{1} L[f] q(\rho, \alpha, \varphi) d\rho \quad . \qquad (3)$$

В правой части имеем ту же функцию q , что и в левой, поскольку ее вид определяется лишь геометрией тела Σ и углами $\alpha u \varphi$ и не зависит от $f(\rho)$.

Дважды применяя к правой части (3) операцию интегрирования по частям, находим, что она р а в н а

$$\int_{-1}^{1} f(\rho)[2\rho q_\rho + (1-\rho^2) q_{\rho\rho}] d\rho \quad ,$$

поскольку внеинтегральные члены обращаются в нуль из-за множителя $1-\rho^2$.Используя это соотношение (3) можно записать в виде $\int_{-1}^{1} f(\rho)[J-L][q(\rho, \alpha, \varphi)] d\rho = 0,$ откуда в силу произвольности $f(\rho)$ сразу следует, что $q(\rho, \alpha, \varphi)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению в частных производных второго порядка $J[q] = L[q]$.

Таким образом, коэффициент реакции $C(\alpha, \varphi)$ для выпуклого тела выражается как однорократный интеграл (2) и опорная функция удовлетворяет дифференциальному уравнению в частных производных.

2.3. Осесимметричный случай.

Рассмотрим движение, когда тело осесимметрично. Тогда взаимная ориентация тела и потока определяется только углом α , так что $C(\alpha,\varphi)\equiv C(\alpha), q(\rho,\alpha,\varphi)\equiv q(\rho,\alpha)$ и формула (2) принимает вид

$$C(\alpha)=\int_{-1}^{1} f(\rho)\,q(\rho,\alpha)\,d\rho \quad . \qquad (4)$$

Так как оператор L симметричен и представляет собой дифференциальную часть уравнения Лежандра, разложим опорную функцию $q(\rho,\alpha,\varphi)$ как функцию ρ . Так как в нашем случае опорная функция q не зависит от φ ,то:

$$q(\rho,\alpha)=\sum_{k=0}^{\infty}\omega_k(\alpha)P_k(\rho) \quad , \qquad (5)$$

где $P_k(\rho)-$¿ полиномы Лежандра:

$L[P_k(\rho)]+k(k+1)P_k(\rho)=0.$ *Так как* $\omega_k(\alpha)$ пропорциональны полиномам Лежандра $P_k(\cos\alpha)$, то:

$$\omega_k(\alpha)=s_k P_k(\cos\alpha) \quad , \qquad (6)$$

где s_k-¿ константы.

Таким образом, ряд (5) для опорной функции тела вращения вследствие (6) можно записать как:

$$q(\rho,\alpha)=\sum_{k=0}^{\infty} s_k P_k(\cos\alpha)P_k(\rho). \qquad (7)$$

Подставляем (7) в (4) и получаем *естественный ряд* для коэффициента реакции:

$$C(\alpha)=\sum_{k=0}^{\infty}\mu_k s_k P_k(cos\alpha) \qquad (8)$$

Константы μ_k в (1.3) называются *коэффициентами режима.* Они зависят от параметров, характеризующих среду и взаимодействие среды и тела (параметров подобия типа числа Маха, числа Кнудсена в аэродинамике), и суть обобщенные моменты функции реакции $f(\rho)$ по чебышевской системе $\{P_k(\rho)\}_{k=0}^{\infty}$:

$$\mu_k=\int_{-1}^{1} f(\rho)P_k(\rho)\,d\rho,\; k=0,1,\ldots$$

А s_k называются коэффициентами формы, и суть обобщенные моменты опорной функции $q(\rho,\alpha)$ при $\alpha=0$ по $\{P_k(\rho)\}_0^n(n-\text{любое целое число})$:

$s_k\delta_k^2=\lim\limits_{\alpha\to 0}\int_{-1}^{1} q(\rho,\alpha)P_k(\rho)\,d\rho.$ Константы δ_k^2-¿ нормировочные константы для полиномов Лежандра:

$$\delta_k^2\int_{-1}^{1} P_k(\rho)\,d\rho=\frac{2}{2k+1}.$$

2.4.Первая обратная задача ТЛВ.

Экспериментально получить коэффициент реакции $C(\alpha)$ легче , чем функцию реакции $f(\rho)$ *(*например, в аэродинамике $C(\alpha)$ можно получить, измеряя силы, действующие на модель тела, на аэродинамических весах в аэродинамической трубе).

Рассмотрим первую обратную задачу ТЛВ-найти функцию реакции $f(\rho)$ по известной геометрии тела (т.е. по известной опорной функцией $q(\rho,\alpha)$) и известному коэффициенту реакции $C(\alpha)$.

Летательный аппарат часто состоит из сегментов нескольких тел, для каждого из которых известен коэффициент реакции только при определенных углов атаки α . Так как ТЛВ – теория полуэмпирическая (аппроксимируем $f(\rho)$), решать обратную задачу будем одновременно для всех сегментов, образующих тело, чтобы функция реакции $f(\rho)$ была одинаковой для всех сегментов.

В вестнике [2] был рассмотрен случай, когда выпуклое тело состояло из 2 сегментов. Теперь решим первую обратную задачу ТЛВ, когда летательный аппарат состоит из трех тел с набором коэффициентов формы $s_k^{(1)}, s_k^{(2)}$ и $s_k^{(3)}$, где $k=0,1,\dots$ Предположим, что для первого тела коэффициент реакции $C_1(\alpha)$ известен в диапазоне $\alpha\in[0,\alpha_0]$, для второго $C_2(\alpha)$ в диапазоне $\alpha\in¿$ и для третьего $C_3(\alpha)$ в диапазоне $\alpha\in¿$.

Распишем естественный ряд (4) для нашего случая:

$$\begin{cases} C_1(\alpha)=\sum_{k=0}\mu_k s_k^{(1)} P_k \cos(\alpha), 0\le\alpha\le\alpha_0 \\ ¿C_2(\alpha)=\sum_{k=0}\mu_k s_k^{(2)} P_k \cos(\alpha), \alpha_0\le\alpha\le\alpha_1 \\ C_3(\alpha)=\sum_{k=0}\mu_k s_k^{(3)} P_k \cos(\alpha), \alpha_1\le\alpha\le\pi \end{cases} \qquad (9)$$

Суммы должны быть сходящимися рядами или конечны. Заметим, что система (9) - частный случай уравнения с разнородными граничными условиями. То есть системы:

$$\begin{cases} \sum_{n=0} a_k c_k^{\square} u_k(x)=f(x), x\in A \\ ¿\ \sum_{n=0} b_k c_k^{\square} u_k(x)=g(x), x\in B \\ \sum_{n=0} d_k c_k^{\square} u_k(x)=d(x), x\in\Omega-(A+B) \end{cases} \qquad (10)$$

где $c_k-¿$ неизвестные постоянные, *интервалы* A , B и $\Omega-¿$ принадлежат вещественной оси, *при этом* $A\subset\Omega$ и $B\subset\Omega$, а функции $u_k(x)$ и $v_k(x)$ ортогональны в интервале Ω , т.е.

$$\int_{\Omega}^{\square} u_m(x)v_k(x)dx=h_m\delta_{mk} \quad , \quad (11)$$

где $\delta_{mk}-¿$ символ Кронекера, $h_m-¿$ нормировочная константа.

Введем функцию $\eta(x\in A)=\begin{cases}1, x\in A \\ 0, x\notin A\end{cases}$;

Преобразуем систему (10) к системе линейных алгебраических уравнений.

Для этого первую сумму умножим на $\eta(x\in A)$,вторую на $\eta(x\in B)$,третью на $x\in\Omega-(¿)\ ¿\ \eta¿$ ${A+B}$, затем полученные суммы сложим и умножим на $v_n(x)$ и проинтегрируем по x в интервале Ω .Учитывая ортогональность функций $u_n(x)$ и $v_n(x)$ получаем систему:

$$c_n(¿+b_n-d_n)\int_A u_n(x)v_m(x)dx=\int_A f(x)v_m(x)dx+\int_B g(x)v_m(x)dx+\int_{\Omega-(A+B)} d(x)v_m(x)dx \qquad a_n \qquad c_m d_m h_m+\sum_{n=0} ¿$$.

Как известно, полиномы Лежандра $P_m(x)$ ортогональны на отрезке [−1, 1], поэтому $u_m(x)=v_m(x)=P_m(x)$, и при подстановке $P_m(x)=1$ в условие ортогональности функций $u_m(x)u v_m(x)$ (уравнение (11)) получаем, что $h_m=\frac{2}{2m+1}$, т.е. система (10) совпадает с (9) при $a_n = s_n^{(1)}, b_n = s_n^{(2)}, d_n = s_n^3$, $u_n = c_n$.

Учитывая ортогональность $P_m(x)$: $\int_{-1}^{1} P_m(x)P_n(x)dx=\frac{2}{2m+1}\delta_{mn}$, объединим (9) в одно уравнение. Для этого повторим проделанную операцию: умножим первое уравнение на $\eta(x\in[0,\alpha_0])$,второе на $\eta(x\in[\alpha_0,\alpha_1]), третье\, на\, \eta(x\in[\alpha_1,\pi])=1-\eta(x\in[0,\alpha_1])$. Эти три уравнения сложим и умножим на $-P_m(cos\alpha)\sin\alpha$ и проинтегрируем полученное выражение по α в пределах $[0,\pi]$.

Получаем систему линейных алгебраических уравнений вида:

$$\mu_k\left(s_k^{(1)}-¿s_k^{(2)}-s_k^{(3)}\right)\int\limits_r^1 P_k(t)P_m(t)\,dt\,,m=0,1,2,\ldots,$$

$$C_2(arccost)P_m(t)\,dt=¿\frac{2}{2m+1}\mu_m s_m^{(3)}++\sum_{k=0}¿$$

$$C_1(arccost)P_m(t)\,dt+¿\int\limits_{-1}^{r}¿$$

$$\int\limits_r^1 ¿$$

(12) где $cos\alpha=t,\cos\alpha_0=r$.

Решая эту систему с помощью формул Крамера (убедившись, что определитель системы отличен от нуля)

$$\Delta_n=det\ \{s_k^{(i)}P_k(cos\alpha)\}_{i,k=0}^{n}\neq 0 \quad , \qquad (13)$$

получаем коэффициенты μ_k .

Таким образом первая обратная задача ТЛВ свелась к рассмотрению парных сумматорных рядов.

2.5.Базисные тела.

Подставляя полученные значения μ_k в естественный ряд (8) получим:

$$C(\alpha)=\sum_{i=0}^{n}C_i(\alpha)h_i+R_i\,, \qquad (14)$$

$$h_i\Delta_n=\sum_{i=0}^{n}\Delta_{ik}s_kP_k(cos\alpha),$$

где Δ_{ik} суть алгебраические дополнения к элементам $s_k^{(i)}P_k(cos\alpha)$ в определителе (13),

$R_n=\sum_{k=n+1}^{n}\mu_k s_k P_k(cos\alpha)$. Если остаток ряда (14) R_n мал, что может быть обеспечено за счет выбора формы тела Σ (опорной функции $q(\rho,\alpha)$) или за чет выбора модели для функции реакции $f(\rho)$,то тем самым по формуле (14) можно подсчитать коэффициент реакции $C(\alpha)$ как линейную форму от коэффициентов реакции взятой системы тел:

$$C(\alpha)\approx\sum_{i=0}^{n}C_i(\alpha)h_i\ . \qquad (15)$$

Следуя А.В. Дубинскому [5], впервые получившему формулу (15) для слабой линейной модели на естественном носителе для чебышевской системы $\{\rho^k\}_{k=0}^{n}$, назовем исходные тела *базисными*. Необходимым и достаточным условием базисности системы тел является выполнение соотношения $\Delta_n \neq 0$, в котором Δ_n определен равенством (13).

Набор базисных тел, таким образом, играет роль измерительного прибора, с помощью которого можно найти по формуле (15) коэффициент реакции любого другого тела из некоторого класса тел (ограниченностью малостью R_n) без физического осуществления (изготовления модели тела, как, например, в аэродинамике) самого этого тела.

В статье [6] был рассмотрен конус с углом полураствора $\beta=45°$. Коэффициент формы для него вычисляется формулой

$$1-\frac{1}{r}$$

$$¿$$

$$¿ \qquad .$$

$$s_k=\left(k+\frac{1}{2}\right)P_k(cos\beta)\times ¿$$

Для нахождения параметров аппроксимационных формул использовались результаты экспериментов, полученные в дозвуковой аэродинамической трубе Санкт-Петербургского университет. Средняя скорость набегающего потока в экспериментах составляла около 40 м/с, что соответствует числу Рейнольдса $5 \cdot 10^5$. При обработке экспериментальных данных использовалась специальная подпрограмма на ПЭВМ.

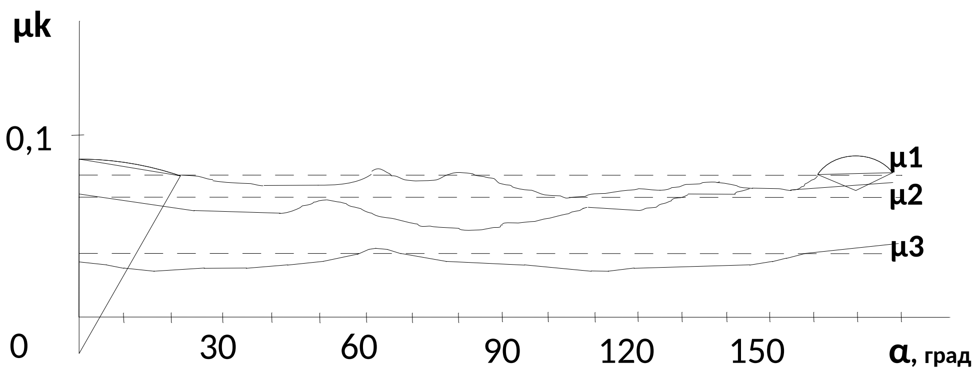


График иллюстрирует отклонение значений коэффициентов режима μ_k , полученные по формуле (12) с использованием экспериментальных данных, от постоянных значений $\mu_k^{¿}$ (не зависящие от углов атаки).

Таким образом, теория локального взаимодействия позволяет получать простые эмпирические аппроксимации аэродинамических характеристик с приемлемой точностью.

Заключение.

В настоящей работе была исследована теория локального взаимодействия. Была решена первая обратная задача ТЛВ для симметричного летательного аппарата, состоящего из трех сегментов, для которых известны коэффициенты реакции. Надеюсь, что в дальнейшем накопление эмпирических формул в теории локального взаимодействия приведет к унификации уравнений динамики полета.

Список используемой литературы.

1. *Мирошин. Р.Н.* Метод моментов в аэродинамике. Спб.,2012.141с.

2. *Мирошин. Р. Н.* Парные сумматорные ряды в обратной задаче теории локального взаимодействия. Вестник СПбГУ. Сер.1: Математика, механика, астрономия. 2011. Вып. 4.С.118-122.

3. *Мирошин Р.Н., Халидов И.А.* Локальные методы в механике сплошных сред. СПб.,2002.304с.

4 . *Черный Г.Г.* Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М., 1959.220с.

5.*Бунимович.А.И., Дубинский А.В.* Развитие, современное состояние и приложения теории локального взаимодействия.//Изв. АН СССР, МЖГ,1996,№3,С.3-18.

6.*Аксенова О. А., Петрова В. Н., Халидов И. А.* Экспериментальное исследование применимости теории локального взаимодействия в дозвуковой аэродинамике // Аэродинамика / Под ред. Р. Н. Мирошина. СПб., 1997. С.31-42