

Санкт-Петербургский государственный университет

Механика и математическое моделирование
Механика деформируемого твердого тела

Ушаков Максим Дмитриевич

Влияние диссипативных процессов на
закономерности разрушения стареющих
вязко-упругих сред

Бакалаврская работа

Научный руководитель:
д. ф.-м. н., профессор Арутюнян Р. А.

Рецензент:
д. ф.-м. н., профессор Нарбут М. А.

Санкт-Петербург
2016

SAINT-PETERSBURG STATE UNIVERSITY

Mechanics and mathematical modelling
Deformable body mechanics

Maksim Dmitrievich Ushakov

Influence of dissipative processes on
regularities of fracture in aging viscoelastic
media

Bachelor's Thesis

Scientific supervisor:
Professor, Dr. Sci. (Phys.-Math.) R. A. Arutyunyan

Reviewer:
Professor, Dr. Sci. (Phys.-Math.) M. A. Narbut

Saint-Petersburg
2016

Оглавление

Введение	4
1. Обзор литературы	6
1.1. Старение и длительная прочность	6
1.2. Модель Максвелла	9
1.3. Концепция поврежденности Качанова-Работнова	11
2. Критерий длительной прочности вязко-упругой стареющей среды	15
2.1. Модель Максвелла, записанная в шкале эффективного времени	15
2.2. Решение кинетического уравнения для параметра поврежденности	17
2.3. Критерий длительной прочности	20
Заключение	21
Список литературы	22

Введение

В связи с массовым внедрением полимеров и композитов на их основе в машиностроении, сельском хозяйстве, медицине, автомобиле- и аэростроении актуальным стоит вопрос прогнозирования работоспособности этих материалов. Композиционные материалы отличаются прочностью, легкостью и стойкостью к коррозии, что способствует их применению в различных инженерных приложениях. Эксплуатационные условия, в которых могут находиться пластмассы, полимерные изделия и конструкции, защитные покрытия, не всегда бывают благоприятными для устойчивого состояния материала. Полимерные материалы подвергаются влиянию механических (напряжения различной интенсивности), физических (тепло, свет, радиация), химических (кислород, вода и др.) факторов. Внутренние физико-химические процессы, протекающие в результате этих воздействий, приводят к изменению характеристик полимеров. В материале накапливаются различные повреждения, вызванные механическими воздействиями. Кроме этого физико-химические процессы способствуют изменению свойств материала в результате их старения. Полимеры и композиты на их основе, в отличие от металлов, менее стабильны и процессы старения в них протекают более интенсивно, существенно ускоряясь при воздействии механических напряжений и различных физико-химических полей. Теплота и радиация, в частности, ультрафиолетовое облучение активизируют процессы окислительной реакции разложения (деградации). Исследования процессов старения и разрушения полимеров находятся на начальной стадии сравнительно с металлами, оптимизация свойств которых в зависимости от состава и обработки изучается в течение столетий.

В работе рассматриваются процессы поврежденности и старения на основе механических моделей. Вводится модель композиционной структуры, составленной из упругого и вязкого элементов. В рамках модели описывается широкий диапазон свойств материалов от абсолютно сжимаемого до вязкого, несжимаемого. Подобные композиционные структуры широко внедряются во многих областях современной техники и

медицины, в частности, в электронной и оптической промышленности. При этом особое внимание уделяется качеству материала, его надежной и длительной работоспособности. Зачастую эти показатели являются главными. В связи с этим исследование поведения полимерных материалов, подвергнутых старению, соответствующими реологическими моделями является достаточно актуальной задачей, как с точки зрения практического применения, так и с точки зрения фундаментальной науки. В работе рассматривается модифицированная упруго-вязкая модель Максвелла, записанная в шкале эффективного времени. Параметр эффективного времени, введенный Р.А. Арутюняном, описывает взаимосвязанные деформационные и физико-химические процессы. Вводится кинетическое уравнение для параметра поврежденности на основе концепции поврежденности Качанова-Работнова. При этом в качестве параметра поврежденности может рассматриваться необратимое изменение объема, разрыхление материала (по терминологии Новожилова) или изменение плотности (согласно подходу Арутюняна).

1. Обзор литературы

1.1. Старение и длительная прочность

При длительной эксплуатации элементов конструкций из вязко-упругих материалов происходит изменение их прочности и трещиностойкости, что в конечном итоге оказывает влияние на их долговечность. Одним из основных факторов, влияющих на долговечность вязко-упругих материалов, является старение. Процесс старения вязко-упругого материала представляет совокупность физических и химических процессов, протекающих в материале, которые приводят к изменению его состава и структуры под воздействием влияющих факторов. К таким факторам относятся: время, температура, влага, агрессивные газообразные и жидкие среды, микроорганизмы и другие. В результате старения ухудшаются механические характеристики вязко-упругого материала, на поверхности появляются трещины, которые разрастаются с течением времени. Эффекты повреждения вязко-упругого материала в процессе старения носят необратимый характер [1].

При оценке прочности полимерных материалов приходится считаться, с одной стороны, с возможностью недопустимо больших деформаций, с другой- с возможностью разрушения.

Если действующее напряжение достаточно велико, то ползучесть образца при постоянной нагрузке или постоянном напряжении заканчивается переходом в третью фазу ползучести и приводят к разрыву по истечению некоторого времени [2]. Стандартный метод испытания на длительную прочность состоит в том, что образец испытывается при постоянной нагрузке, определяется зависимость времени до разрушения от условного, отнесенного к начальной площади сечения образца, напряжения. Результаты испытаний представляются в виде кривых длительной прочности. Такая кривая схематически показана на рис. 1. Имея кривую длительной прочности, можно определить так называемый предел длительной прочности, то есть минимальное напряжение, при котором разрушение происходит по истечении задан-

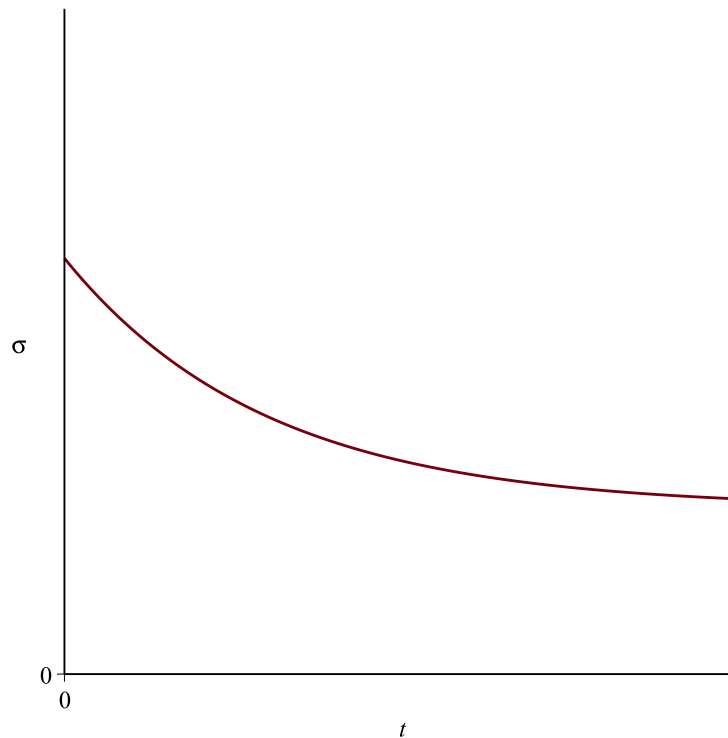


Рис. 1: Характерный вид кривой длительной прочности.

ного времени. Так же как и предел ползучести, предел длительной прочности представляет собой условную величину: в зависимости от назначения изделия предел длительной прочности определяется для той или иной долговечности, от нескольких минут до десятков тысяч часов. По-видимому, кривая на рис. 1 не имеет горизонтальной асимптоты, поэтому говорить об абсолютном пределе длительной прочности вряд ли возможно. При высоком уровне напряжений разрушение происходит довольно быстро и сопровождается значительным удлинением, которое состоит из мгновенной пластической деформации и деформации ползучести. Как правило, при уменьшении напряжения и соответственно увеличении длительности пребывания образца под нагрузкой до разрушения деформация к моменту разрыва уменьшается, характер разрушения становится хрупким.

Незначительные изменения напряжения очень сильно влияют на величину времени до разрушения, поэтому кривые длительной прочности удобно строить в логарифмических или полулогарифмических координатах, во всяком случае, откладывая по оси абсцисс логарифм време-

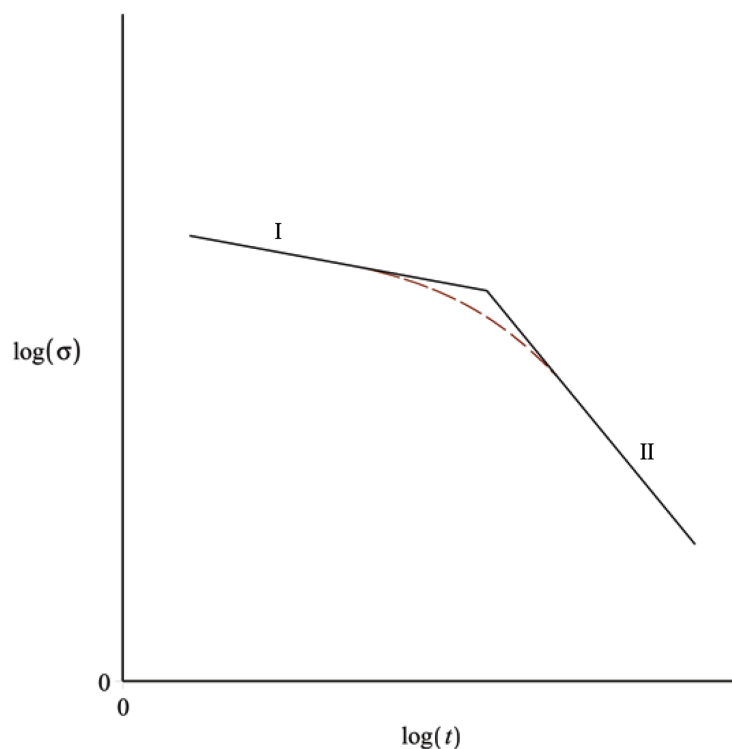


Рис. 2: Кривая длительной прочности в двойных логарифмических координатах.

ни. Обычно пользуются двойными логарифмическими координатами. На рис. 2 изображена типичная диаграмма длительной прочности в двойных логарифмических координатах. Как правило, эта диаграмма хорошо аппроксимируется двумя прямыми: с меньшим наклоном для высоких напряжений, с большим наклоном для низких напряжений. Иногда точка пересечения прямых выявляется совершенно четко, иногда существует криволинейный участок, как показано пунктиром.

Перелом диаграммы длительной прочности соответствует изменению характера разрушения. На участке I разрушение носит вязкий характер, оно сопровождается значительной деформацией. На участке II пластические деформации незначительны, разрушению предшествует образование многочисленных трещин. В результате роста и слияния этих трещин происходит разрушение образца.

Поскольку на первом участке разрушение происходит при большой пластической деформации, диаграмма носит условный характер: истинное напряжение в момент разрушения существенно отличается от

той величины, которая откладывается по оси ординат при построении диаграммы. На втором участке дело обстоит в этом смысле лучше: при незначительных деформациях напряжение мало отличается от истинного.

1.2. Модель Максвелла

Упругие тела и вязкие жидкости существенно различаются своими свойствами при деформировании. Упругие тела после снятия приложенных нагрузок возвращаются к своему естественному, или недеформированному, состоянию. В отличие от них несжимаемые вязкие жидкости не имеют тенденции возвращаться после снятия нагрузки в исходное состояние. Кроме того, напряжения в упругом теле связаны с деформациями, в то время как напряжения в вязкой жидкости зависят (за исключением гидростатической составляющей) от скоростей деформации. Поведение материала, которое объединяет в себе оба эти свойства – и упругости, и вязкости, - называют вязко-упругим. Упругое тело и вязкая жидкость занимают крайние противоположные точки в широком спектре вязко-упругих сред.

Линейную вязко-упругость для одномерного состояния удобно трактовать при помощи механических моделей, которые наглядно демонстрируют поведение различных вязко-упругих материалов.

Как известно, напряжение и скорость деформации в вязкой жидкости связаны законом вязкости Ньютона:

$$\sigma = \eta \dot{\epsilon}. \quad (1)$$

В упругом материале напряжение и деформация связаны законом Гука:

$$\sigma = E \epsilon. \quad (2)$$

Объединяя эти модели, приходим к представлению о вязко-упругом теле Максвелла. Вязко-упругую среду для одномерного состояния удобно трактовать при помощи реологических моделей, которые наглядно демонстрируют поведение различных вязко-упругих материалов. Эти мо-

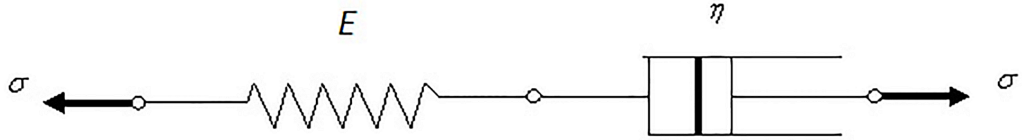


Рис. 3: Модель Максвелла.

дели строятся из таких механических элементов, как линейно-упругая пружина с модулем упругости E (массой этой пружины пренебрегают) и вязкий элемент (демпфер) с коэффициентом вязкости η (вязкий элемент представляет собой поршень, движущийся в цилиндре с вязкой жидкостью) (рис. 3). Реальными материалами, поведение которых может быть описано этой моделью, являются, в частности, полимеры.

Связь между напряжениями и деформациями согласно модели Максвелла задается следующим уравнением:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta}. \quad (3)$$

Модуль упругости и коэффициент вязкости в простых моделях считается постоянными. Такое положение допустимо при рассмотрении стабильной вязко-упругой среды. Для нестабильной стареющей среды эти коэффициенты будут функциями времени и деформации, и их следует определять из опыта.

Решая уравнение (3) при условиях $\sigma = const, \varepsilon(0) = \frac{\sigma}{E}$, получим соотношение для деформации ползучести:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma}{\eta} t. \quad (4)$$

Теоретические кривые ползучести согласно соотношению (4) показаны на рис. 4.

Модель Максвелла для ползучести или условий постоянного напряжения постулирует, что нагрузка растет линейно со временем, т.е. материал течет подобно вязкой жидкости. Однако, полимеры для большей части показывают, что уровень нагрузки уменьшается со временем.

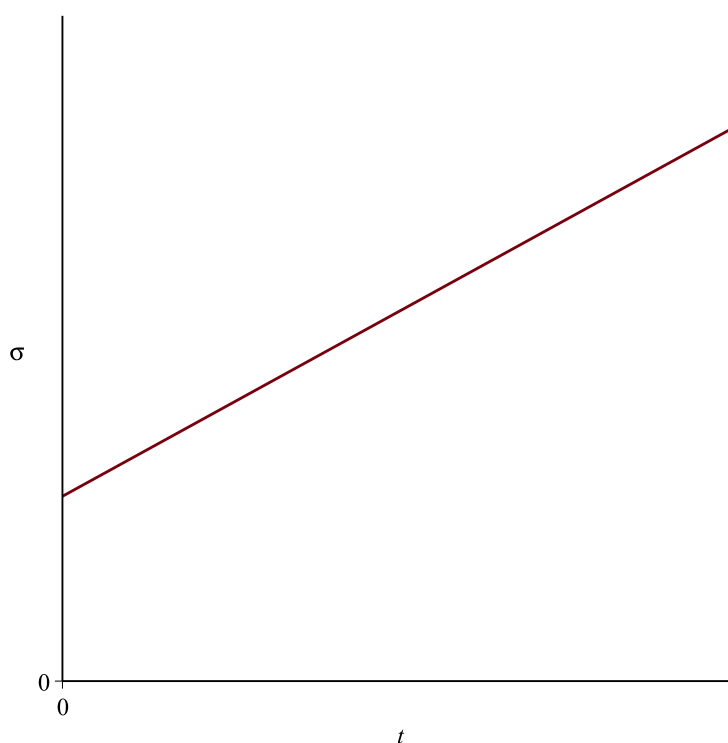


Рис. 4: Характерный вид кривой ползучести по модели Максвелла.

1.3. Концепция поврежденности Качанова-Работнова

Повреждения можно разделить на рассеянные дефекты - малые по размерам и встречающиеся во множестве в единице объема, и крупные - магистральные трещины, появляющиеся обычно в финале процесса разрушения. Остановимся на рассмотрении процесса накопления повреждений. Прежде всего необходимо отметить, что накопление повреждений является случайным процессом. В принципе можно было бы вычислить уровень поврежденности, зная условия возникновения и развития микродефектов и применяя статистические методы. Но элементарные механизмы возникновения дефектов и условия их развития известны лишь в самых грубых чертах. О формулировках количественных характеристик, функций распределения, зависимостей между случайными дефектами говорить трудно. Поэтому трудно провести и обоснованный статистический анализ, не говоря о том, что такой анализ связан с введением многих неизвестных и функций.

Подобное положение побуждает к поискам других путей, не столь «физических», но допускающих простое сопоставление с опытными дан-

ными и рассмотрение различных прикладных задач. Этого можно достигнуть, если ввести некоторую априорную характеристику поврежденности, которая будет устанавливать сравнение следствий теории с экспериментальными данными. В простейшем случае поврежденность можно описать некоторым скаляром $1 \geq \psi \geq 0$ [3]. В начальном состоянии при отсутствии поврежденности $\psi = 1$; с течением времени функция ψ убывает. Функцию ψ , по сути дела, можно интерпретировать как «сплошность». Заметим также, что Работнов вводил функцию $\omega \geq 0$ равную нулю в начальном состоянии и единице в момент разрушения. Функцию ω естественно называть поврежденностью; можно считать $\psi = 1 - \omega$.

Рассмотрим критерии хрупкого и вязкохрупкого разрушения Качанова. Предполагается, что деформация ползучести не влияет на процессы поврежденности и разрушения. В качестве эквивалентного напряжения рассматривается максимальное растягивающее напряжение $\sigma = \sigma_{max}$. Условие разрушения принимается в виде: $t = t_p$, $\psi = 0$, где t_p - время хрупкого разрушения. Далее предполагается, что скорость изменения параметра поврежденности задается степенной функцией от эффективного напряжения, а кинетическое уравнение для параметра сплошности задается в виде:

$$\frac{d\psi}{dt} = -A \left(\frac{\sigma_{max}}{\psi} \right)^n, \quad (5)$$

где $A > 0, n \geq 0$ - постоянные.

Решается задача о растяжении образца под воздействием постоянной нагрузки $P = const$. В случае малых деформаций можно приближенно считать, что $F = F_0$. Однако это условие не означает, что ползучесть отсутствует. Тогда $\sigma_{max} = \sigma = \frac{P}{F} = \frac{P}{F_0} = \sigma_0 = const$. При этих обозначениях и с учетом начального условия $t = 0$, $\psi = 1$, получим решение уравнения (5) в виде:

$$\psi = [1 - (n + 1)A\sigma_0^n t]^{\frac{1}{n+1}}. \quad (6)$$

Принимая условие разрушения $t = t_p$, $\psi = 0$, из решения (6) получаем время хрупкого разрушения:

$$t_p = \frac{1}{(n+1)A\sigma_0^n}. \quad (7)$$

Для получения общего критерия вязкохрупкого разрушения Качанов предложил уравнение, в котором учитывается взаимное влияние процессов деформирования и разрушения. С этой целью в кинетическое уравнение вносится выражение для площади поперечного сечения стержня $\frac{F_0}{F} = (1 - mB\sigma_0^m t)^{-\frac{1}{m}}$ [4] и рассматривается следующее кинетическое уравнение:

$$\frac{d\psi}{dt} = -A \left(\frac{\sigma_0}{\psi} \right)^n (1 - mB\sigma_0^m t)^{-\frac{n}{m}}. \quad (8)$$

Интегрируя уравнение (8) при начальном условии $t = 0$, $\psi = 1$, получим:

$$\psi = \left\{ 1 + \frac{n+1}{m-n} \frac{A}{B} \sigma_0^{n-m} \left[(1 - mB\sigma_0^m t)^{\frac{m-n}{m}} - 1 \right] \right\}^{\frac{1}{n+1}}. \quad (9)$$

Принимая условие разрушения $t = t_p$, $\psi = 0$, из (10) следует критерий вязкохрупкого разрушения Качанова

$$t_p = \frac{1}{mB\sigma_0^m} \left[1 - \left(1 - \frac{m-n}{n+1} \frac{B}{A} \sigma_0^{m-n} \right)^{\frac{m}{m-n}} \right]. \quad (10)$$

Следует отметить, что Качанов не сформулировал кинетическое уравнение для деформации ползучести. Учитывая это обстоятельство, Работнов ввел систему из двух взаимосвязанных уравнений для деформации ползучести и параметра поврежденности [5]:

$$\dot{\varepsilon} = b\sigma^n(1 - \omega)^{-q}, \quad (11)$$

$$\dot{\psi} = c\sigma^n(1 - \omega)^{-r}, \quad (12)$$

где b , c , m , n , q , r – постоянные.

В случае чисто хрупкого разрушения и малых деформаций считается-

ся $F = F_0$, $\sigma = \sigma_0 = const$ и из решения системы уравнений (11) и (12) следуют критерии чисто вязкого и хрупкого разрушений и соотношение для деформации ползучести:

$$t_p^b = \frac{1}{c(1+r)\sigma_0^n}, \quad t_p^v = \frac{1}{bm\sigma_0^m}; \quad (13)$$

$$\varepsilon = \frac{k t_p^b}{m t_p^v} \left[1 - \left(1 - \frac{t}{t_p^b} \right)^{\frac{1}{k}} \right], \quad k = \frac{r+1}{r+1-q}. \quad (14)$$

Следует также заметить, что при определении параметра поврежденности в виде $\omega = F_T/F_0$ (где F_T – площадь трещин, располагающихся к моменту времени t в поперечном сечении стержня) из соотношения $F = F_0 - F_T$ следует $F = F_0(1 - w)$. При условии $F = F_0$, которое используется в работах Качанова и Работнова следует $w = 0$, т.е. теряет смысл само понятие поврежденности.

2. Критерий длительной прочности вязкоупругой стареющей среды

Целью работы является описание деформации ползучести и поврежденности полимерных материалов в рамках механических моделей, а также формулировка критерия длительной прочности этих материалов. Существенное внимание обращается описанию поведения стареющих сред с помощью параметра эффективного времени Р.А. Арутюняна. При исследовании процессов ползучести и поврежденности используются модели Максвелла и Качанова-Работнова.

2.1. Модель Максвелла, записанная в шкале эффективного времени

Для описания процессов деформационного старения используется далее параметр α [6, 7, 8]:

$$d\alpha = f_1(\alpha, \varepsilon, T, t)dt + f_2(\alpha, \varepsilon, T, t)d\varepsilon. \quad (15)$$

Параметр α рассматривается нами как обобщенное время, с помощью которого возможно описание эффектов деформационного старения. Согласно уравнению (15) при «мгновенных», активных нагружениях этот параметр соответствует «деформационному» времени ε . В состоянии разгрузки и стабилизации параметр α описывает кинетику химических процессов старения и сводится к обычному времени t . При такой трактовке можно ввести понятие «химического» времени. Таким образом, параметр эффективного времени в общем случае способен описать взаимосвязанные деформационные и физико-химические процессы и учитывать их развитие в шкале «деформационного» и «химического» времени. В этом отличие данного параметра от известных температурно-временных и полимеризационных параметров, используемых в механике полимеров. Известно, что с помощью тепловых и механических воздействий можно привести только частичную переработку полиме-

ров. Для полной переработки необходимо дополнительно химическое воздействие.

Выберем в качестве рабочего уравнения модель Максвелла. Рассмотрим вариант вязко-упругой модели (16) записанной через приведенное время (17):

$$\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{d\alpha} + \frac{\sigma}{\eta}, \quad (16)$$

$$d\alpha = k(\alpha_\infty - \alpha)t^m dt, \quad (17)$$

где k , α_∞ , m - постоянные, α - параметр, характеризующий степень деструкции ($\alpha = \frac{N}{N_0}$, N_0 - начальное число структурных связей, например, начальное число молекулярных связей в аморфной фазе в случае образцов из полиэтилена, N - текущее число разрушенных молекулярных связей). Таким образом, соотношение (17) описывает процесс химической деструкции полимерных материалов.

Решая систему (16)-(17) при $\sigma = \sigma_0 = const$ и начальном условии $t = 0$, $\alpha = \alpha_0$, $\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E_0}$, получим

$$\frac{\varepsilon}{\sigma_0} = \frac{1}{E_0} \left[1 + \frac{\alpha_\infty - \alpha_0}{\tau} \left(1 - e^{-\frac{k}{m+1} t^{m+1}} \right) \right]. \quad (18)$$

На рис. 5 и рис. 6 кривые ползучести согласно уравнению (18) при следующих значениях коэффициентов: $\alpha_0 = 0$, $\alpha_\infty = 1$, $m = 0$, $k = 0.021 c^{-1}$, временах релаксации и модулей упругости $\tau = 1$ с, $E_0 = 25$ МПа и $\tau = 30$ с, $E_0 = 30$ МПа. Экспериментальные точки податливости, отмеченные на рис. 5 и рис. 6, получены в работе [9], в опытах на ползучесть образцов из полимерной пленки без старения (крестики) и после теплового старения при температуре 353 К в течение 7 суток (кружочки). Теоретические кривые ползучести (податливости $D = \frac{\varepsilon}{\sigma_0}$) с учетом разброса хорошо согласуются с соответствующими экспериментальными кривыми.

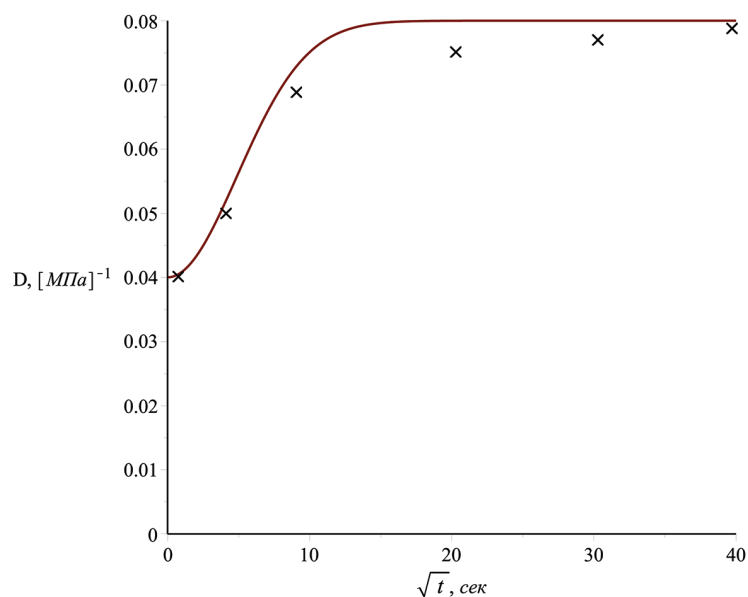


Рис. 5: Теоретические кривые согласно (18) и экспериментальные точки [9] ползучести для образцов из полимерной пленки без старения.

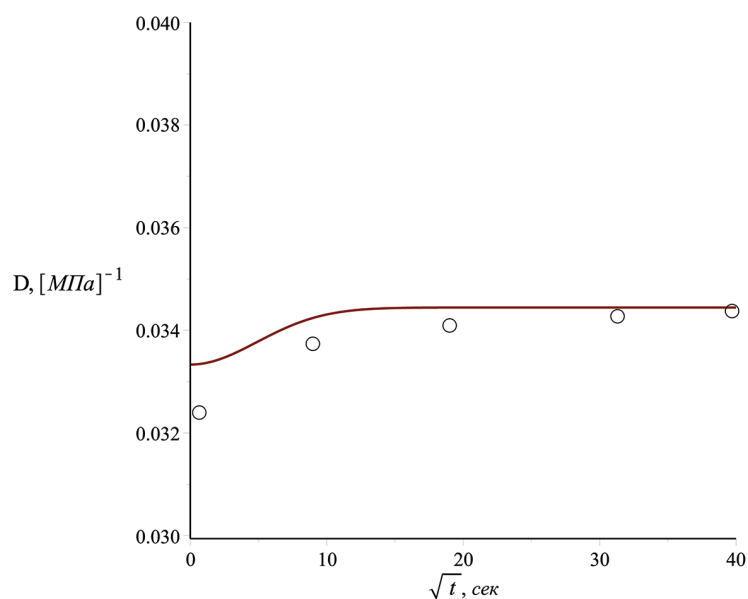


Рис. 6: Теоретические кривые согласно (18) и экспериментальные точки [9] ползучести для образцов из полимерной пленки после теплового старения.

2.2. Решение кинетического уравнения для параметра поврежденности

Для формулировки взаимосвязанных уравнений ползучести и поврежденности имеет смысл придать параметру сплошности (поврежден-

ности) физическое содержание. Исследования по изменению плотности в условиях ползучести показали, что залечивание пор однократным и многократным наложением гидростатического давления приводит к резкому торможению деформации ползучести и значительному увеличению времени до разрушения. Эти опыты указывают на определяющую роль разрыхления на процессы ползучести и длительного разрушения материалов [10, 11, 12].

Далее считаем, что разрыхление является основной характеристикой поврежденности [13], а в качестве интегральной меры разрыхления принимается изменение плотности материала [14]. В соответствии с этими представлениями, параметр сплошности определим соотношением $\psi = \frac{\rho}{\rho_0}$, где ρ_0, ρ – соответственно, начальная и текущая плотность. В начальном состоянии $\rho = \rho_0, \psi = 1$, в момент разрушения $\rho \rightarrow 0, \psi = 0$. С учетом закона сохранения массы модифицированное кинетическое уравнение для параметра сплошности имеет вид [15, 16]:

$$\psi^\beta \frac{d\psi}{dt} = -A\sigma^n = -A \left(\sigma_0 \frac{F_0}{F} \right)^n = -A \left(\sigma_0 \frac{l}{l_0} \frac{\rho}{\rho_0} \right)^n = -A\sigma_0^n \psi^n e^{n\varepsilon}. \quad (19)$$

Для описания разрушения в условиях ползучести и старения решим систему уравнений (18)-(19):

$$\psi^\beta \frac{d\psi}{dt} = -A\sigma_0^n \psi^n e^{n \frac{\sigma_0}{E_0} \left[1 + \frac{\alpha_\infty - \alpha_0}{\tau} \left(1 - e^{-\frac{k}{m+1} t^{m+1}} \right) \right]}. \quad (20)$$

Уравнение (20) не имеет аналитического решения, поэтому для качественного описания поведения используются приближенные методы, в частности, линейный член в разложения экспоненциальных функций

$$\psi^\beta \frac{d\psi}{dt} = -A\sigma_0^n \psi^n \left(1 + n \frac{\sigma_0}{E_0} \left[1 + \frac{\alpha_\infty - \alpha_0}{\tau} \left(\frac{k}{m+1} t^{m+1} \right) \right] \right). \quad (21)$$

Для более точного описания процесса разрушения можно использовать аппроксимацию более высокого уровня. При начальных условиях $t = 0$,

$\psi = 1$, из уравнения (21) следует:

$$\psi = \left(-A\sigma_0^n(\beta - n + 1) \left(\left(1 + \frac{n\sigma_0}{E_0} \right) t + \frac{n\sigma_0(\alpha_\infty - \alpha_0)kt^{m+2}}{E_0\tau(m+1)(m+2)} \right) + 1 \right)^{\frac{1}{\beta-n+1}}. \quad (22)$$

На рис. 7 показаны графики зависимости сплошности ψ от времени согласно (22) при различных значениях параметра β и при следующих значениях коэффициентов: $\sigma_0 = 90$ МПа, $E_0 = 2000$ МПа, $a_\infty = 1$, $a_0 = 0$, $\tau = 1$ с, $n = 2$, $A = 10^{-12}$ [МПа] $^{-2}$, $k = 0.021$ с $^{-1}$, $m = 0$.

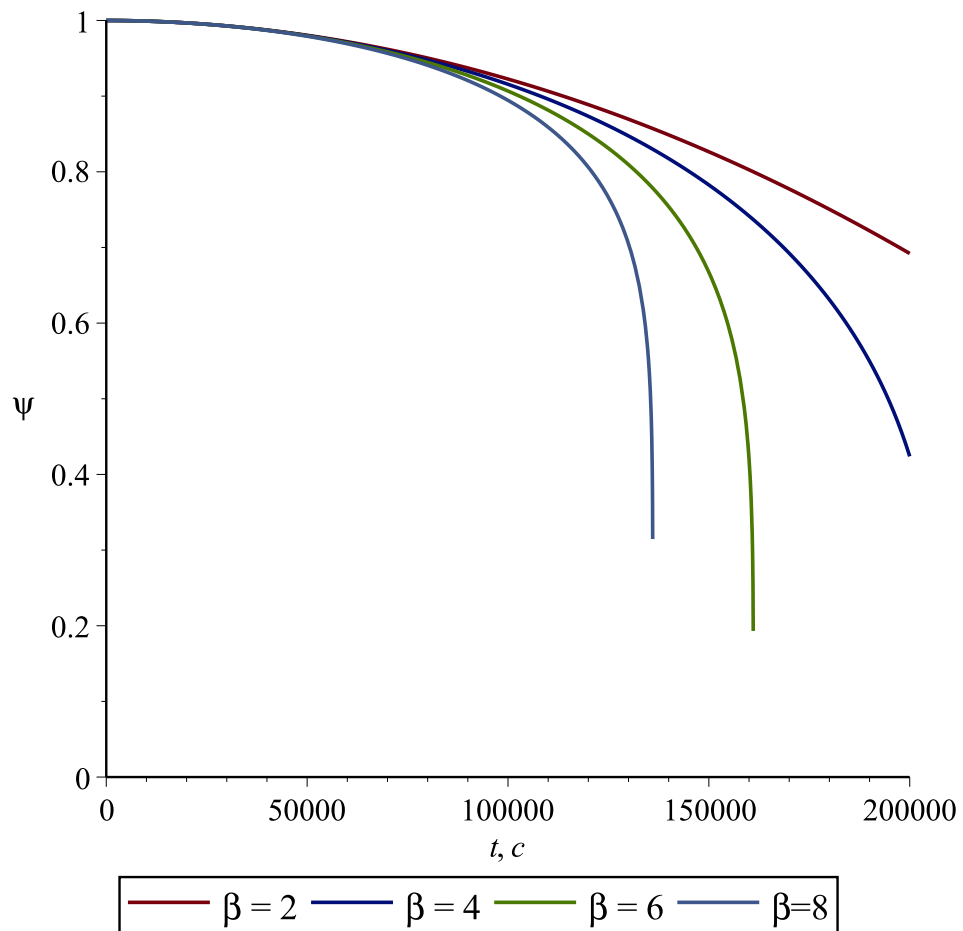


Рис. 7: Графики зависимости сплошности ψ от времени согласно (22) для различных значений параметра β .

2.3. Критерий длительной прочности

Из решения системы (18)-(19) можно сформулировать критерий длительной прочности. Принимая условие разрушения $t = t_p$, $\psi = 0$ и при $m = 0$ из (22) получим критерий разрушения:

$$t_p = \frac{E_0 \tau}{n \sigma (\alpha_\infty - \alpha_0) k} \left[-\left(1 + \frac{n \sigma}{E_0}\right) + \sqrt{\left(1 + \frac{n \sigma}{E_0}\right)^2 + \frac{2n(\alpha_\infty - \alpha_0)k}{E_0 \tau A \sigma^{n-1} (\beta - n + 1)}} \right]. \quad (23)$$

Теоретические кривые длительной прочности согласно (23), построенные в двойных логарифмических координатах, показаны на рис. 8. При расчетах были приняты следующие значения коэффициентов: $E_0 = 2000$ МПа, $a_\infty = 1$, $a_0 = 0$, $\tau = 1$ с, $n = 2$, $A = 10^{-12}$ [МПа] $^{-2}$, $k = 0.021$ с $^{-1}$. Полученные кривые качественно согласуются с экспериментальными результатами [17, 18, 19].

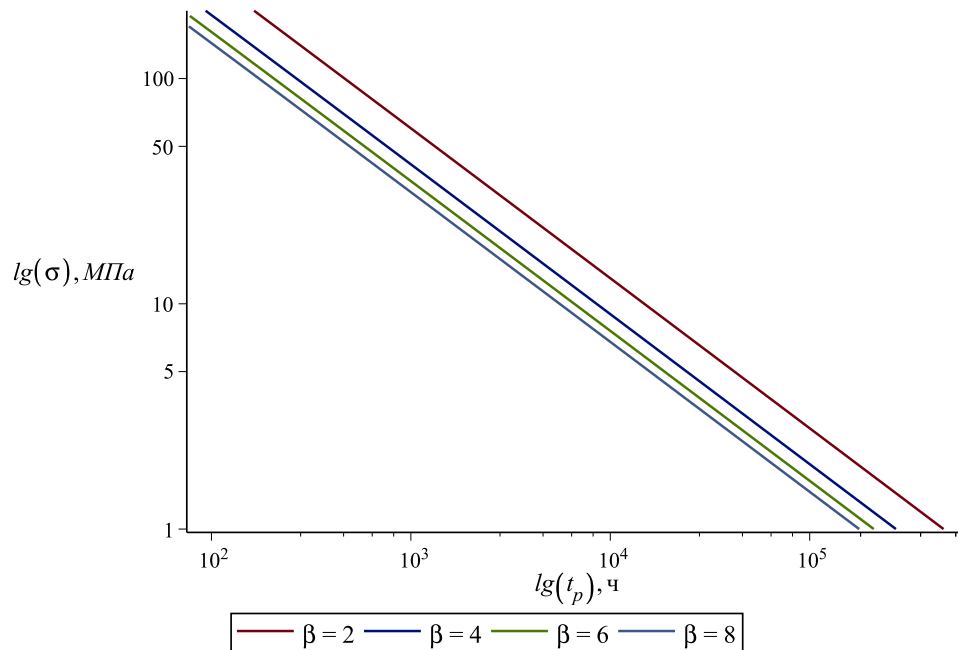


Рис. 8: Теоретические кривые длительной прочности согласно (23) для различных значений параметра β в двойных логарифмических координатах.

Заключение

Выполнен обзор научной литературы по старению полимерных материалов, по модели Максвелла и по концепции поврежденности Качанова-Работнова. Для описания ползучести стареющей среды используется модель Максвелла, записанная в шкале эффективного времени. Получено соотношение для функции ползучести стареющего материала. Наблюдается хорошее согласие теоретических и экспериментальных кривых ползучести. Используется кинетическое уравнение для параметра поврежденности (разрыхления) Новожилова-Арутюняна, позволяющее преодолеть недостатки теории Качанова-Работнова. В работе считается, что материал сжимаем, и в качестве параметра сплошности рассматривается относительное изменение плотности. На основе этого параметра и с учетом закона сохранения массы формулируются взаимосвязанные уравнения ползучести и сплошности. Для решения кинетического уравнения для параметра поврежденности используются приближенные методы, в частности рассматривается только линейный член разложения экспоненциальных функций. Построены теоретические кривые сплошности и длительной прочности. Наблюдается качественное согласие полученных кривых с результатами опытов над образцами из полимерного материала.

Проведенные исследования показали, что одним из путей дальнейшего развития уравнений, характеризующих вязко-упругое поведение, является использование в классических соотношениях параметра эффективного времени и экспериментальных зависимостей, отражающих структурные изменения в материалах. Такой подход позволяет уточнить описание механического поведения стареющей полимерной среды и расширяет возможности уравнений вязко-упругости.

Список литературы

- [1] В.М. Пестриков. О некоторых закономерностях деформирования и длительной трещиностойкости вязкоупругих материалов в условиях естественного старения // Механика твердого тела. 1998. № 5. С. 137–145.
- [2] Ю.Н. Работнов. Ползучесть элементов конструкций. М: Наука, 1966. 752 с.
- [3] Л.М. Качанов. Основы механики разрушения. М: Наука, 1974. 312 с.
- [4] N.J. Hoff. The necking and rupture of rods subjected to constant tensile loads // Journal of Applied Mechanics. Vol. 20. No 1. P. 105–108.
- [5] Ю.Н. Работнов. О механизме длительного разрушения // Вопросы прочности материалов и конструкций. 1959. С. 5–7.
- [6] Р.А. Арутюнян. Проблема деформационного старения и длительного разрушения в механике материалов. М: Изд-во СПбГУ, 2004. 252 с.
- [7] Р.А. Арутюнян, Н.В. Бражникова. Механика деформационного старения по моделям максвелла и Кельвина—Фойхта // Вестник Санкт-Петербургского университета. Сер. 1. 2006. № 4. С. 5–7.
- [8] А.Р. Арутюнян. Деформирование и разрушение сжимаемой упруго-вязкой стареющей среды. // Труды XI Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, 20-24 августа 2015, Казань. Казань: Издательство Казанского (Приволжского) федерального университета.
- [9] В.М. Пестриков. Об определяющих соотношениях стареющих материалов с учетом протекающих физико-химических процессов // Механика твердого тела. 1999. № 4. С. 134–140.

- [10] В.И. Куманин, Л.А. Ковалева, С.В. Алексеева. Долговечность металла в условиях ползучести. М: Наука, 1974. 560 с.
- [11] R.T. Ratcliffe, G.W. Greenwood. The mechanism of cavitation in magnesium during creep. // Philosophical Magazine. 1965. Vol. 12, No 115. P. 59–69.
- [12] V.I. Betekhtin. Porosity of solids. // Trans. St.Petersburg Acad. Sci. for strength problems. 1997. Vol. 1. P. 202–210.
- [13] В.В. Новожилов. О пластическом разрыхлении // Прикладная математика и механика. 1965. № 4. С. 681–689.
- [14] Р.А. Арутюнян. Высокотемпературное охрупчивание и длительная прочность металлических материалов // Механика твердого тела. 2015. № 2. С. 96–105.
- [15] Р.А. Арутюнян. Проблема хрупкого разрушения в условиях высокотемпературной ползучести. // Труды XI Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, 20-24 августа 2015, Казань. Казань: Издательство Казанского (Приволжского) федерального университета, 2015. С. 210–212.
- [16] Р.А. Арутюнян. Критерий длительной прочности, основанный на концепции разрыхления В.В. Новожилова // Известия МГТУ «МАМИ». 2015. Т. 4, № 2(24). С. 13–18.
- [17] М.Н. Бокшицкий. Длительная прочность полимеров. М: Химия, 1978. 310 с.
- [18] В.Р. Регель, А.И. Слуцкер, Э.В. Томашевский. Кинетическая природа прочности твердых тел. М: Наука, 1974. 550 с.
- [19] R. Martin. Ageing of composites. England: Woodhead Publishing Limited, 2008. 544 p.