



ПОЛИТЕХ

Санкт-Петербургский
политехнический университет
Петра Великого

«Теоретическая механика»

Кафедра

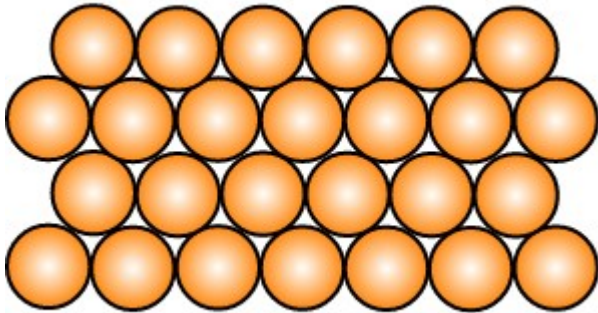


Определение эффективных механических характеристик материалов со случайной упаковкой частиц

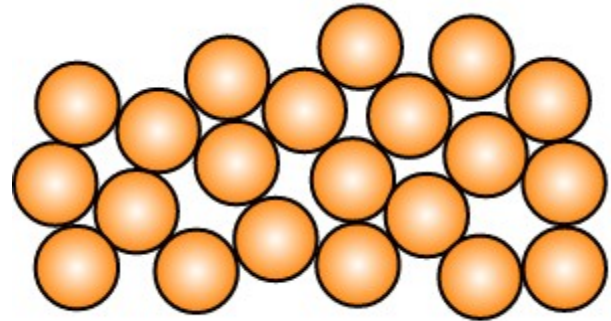
Студент гр. 43604/1 С.А.Воробьев
Научный руководитель: В.А.Кузькин

Введение

- Одна из основных проблем в использовании метода частиц для моделирования макроскопических процессов состоит в том, что регулярные упаковки частиц существенно анизотропны. Для достижения изотропии используются аморфные, нерегулярные упаковки частиц [1].
- Материалами с аморфной структурой являются: стекло, смола, битум.



Кристаллическая



Аморфная

Модель и задачи

Модель:

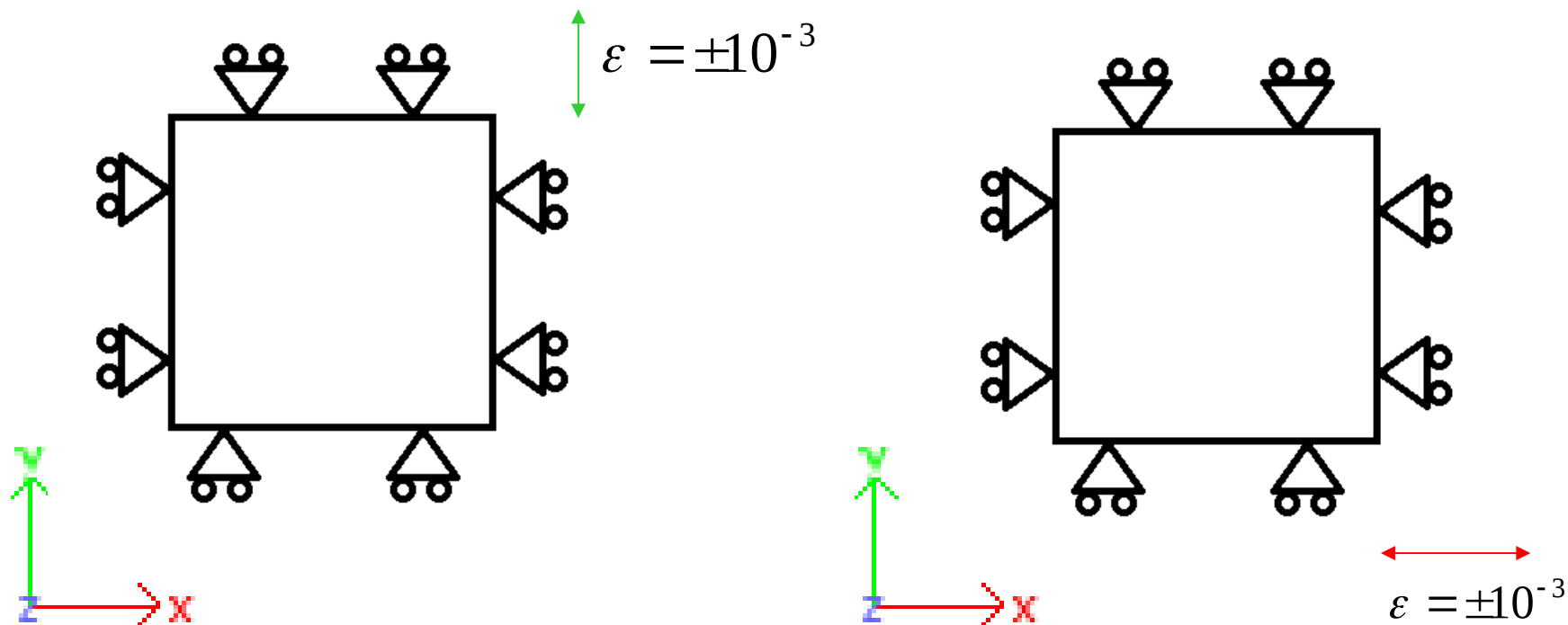
- Упаковка случайно размещенных частиц
- Взаимодействие между частицами посредством линейных пружин

Задачи:

- Создание модели
- Вычисление модуля Юнга, коэффициента Пуассона
- Вычисление деформации разрушения

Постановка задачи

Граничные условия:



На образец материала накладывается мгновенная деформация в направлении одной из осей x или y.

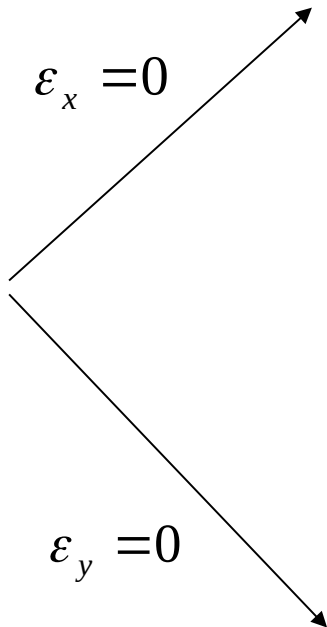
Формулы для расчета упругих модулей

Закон Гука

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x)$$

$\varepsilon_x = 0$



$$0 = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) \Rightarrow \nu = \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) \Rightarrow E = \frac{\sigma_y - \nu\sigma_x}{\varepsilon_y}$$

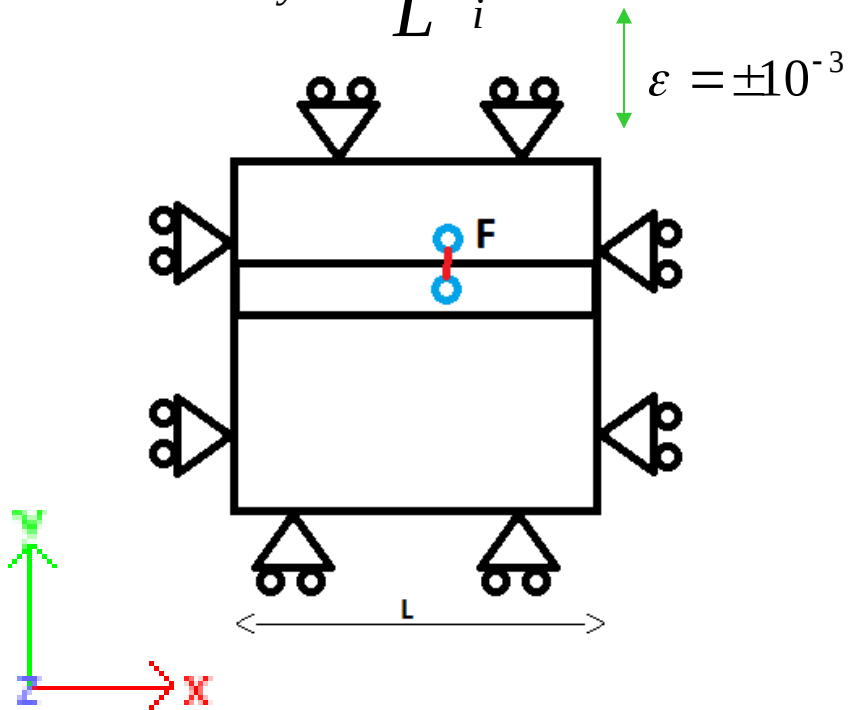
$\varepsilon_y = 0$

$$0 = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) \Rightarrow \nu = \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) \Rightarrow E = \frac{\sigma_x - \nu\sigma_y}{\varepsilon_x}$$

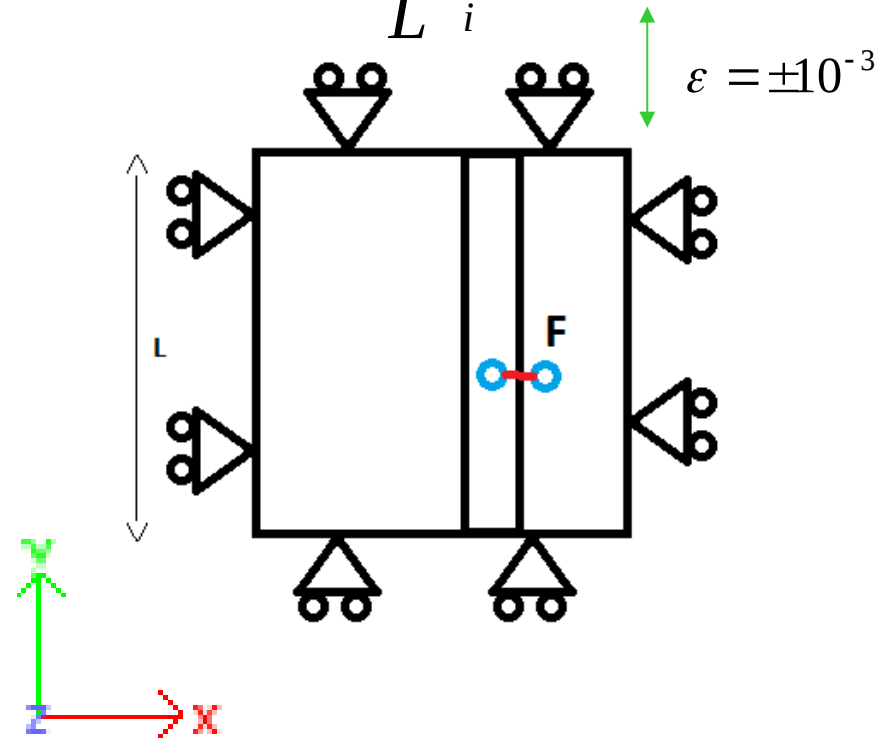
Вычисление напряжений

$$\sigma_y = \frac{1}{L} \sum_i F_i$$



Пример рассматриваемого сечения в упаковке для вычисления нормальных напряжений по y .

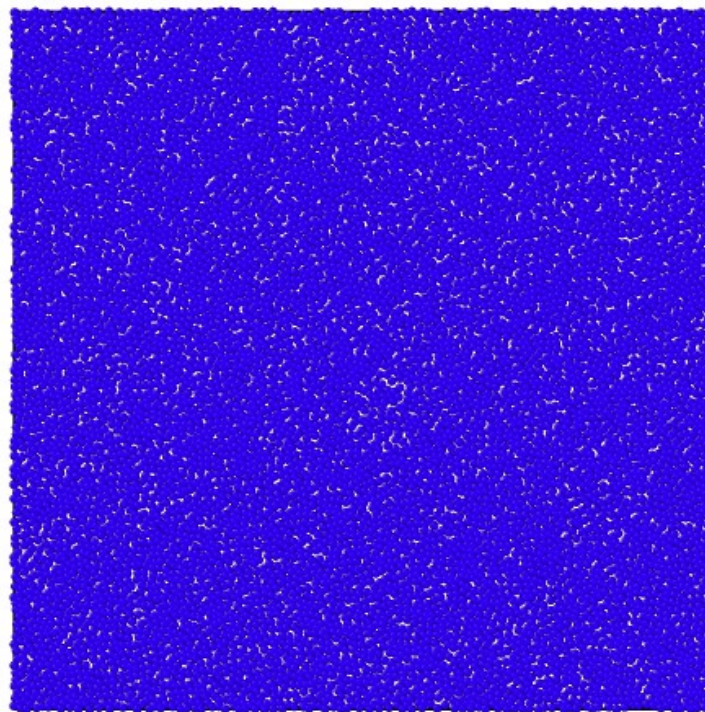
$$\sigma_x = \frac{1}{L} \sum_i F_i$$



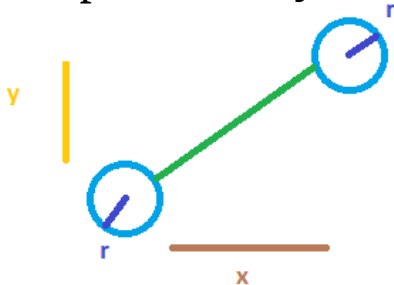
Пример рассматриваемого сечения в упаковке для вычисления нормальных напряжений по x .

Создание упаковки

- Создание модели аморфного материала происходит «набрасыванием» частиц
- Для генерации частиц упаковка разделена на 9 ячеек
- Место для появления новой частицы выбирается проверкой по расстоянию до соседних частиц в ячейке и до частиц в соседних ячейках
- Число попыток равно $2 \cdot 10^7$



Проверка $x^2 + y^2 > r^2$



Упаковка из ~ 10000 случайно набросанных частиц.
Для отображения используется программа Ovito .

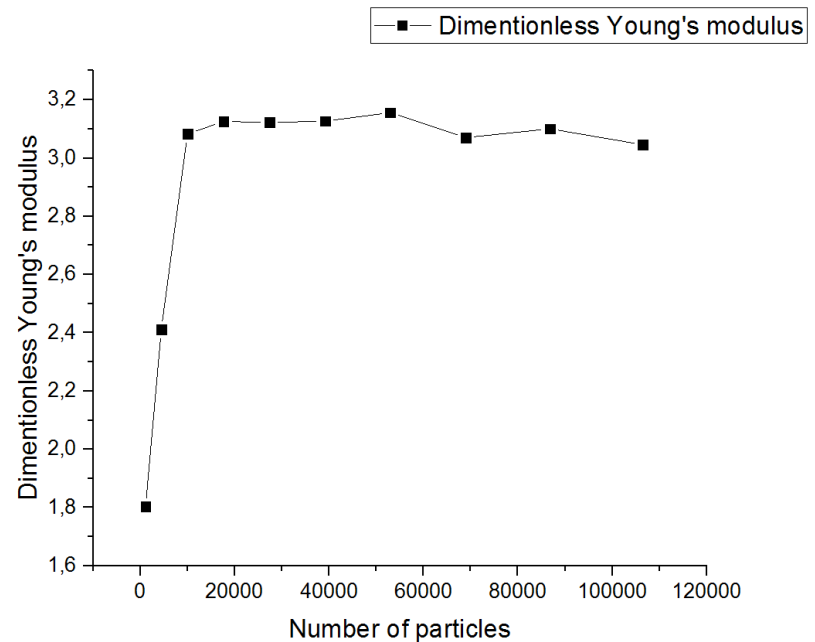
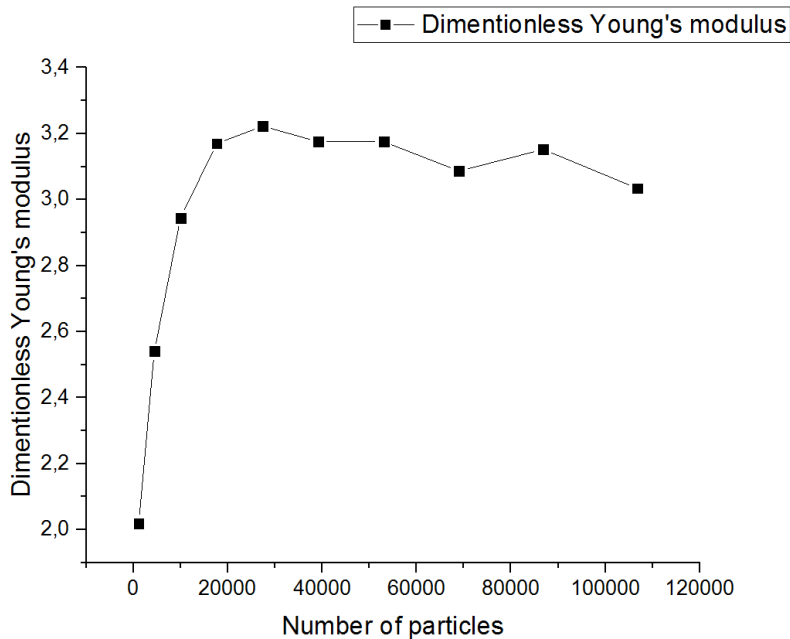
Алгоритм расчета модуля Юнга и коэффициента Пуассона

- Создается модель со случайной упаковкой частиц
- На образец материала накладывается мгновенная деформация в направлении одной из осей x или y
- Производится расчет напряжений
- Решается система:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y) \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x) \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \begin{matrix} E \\ \nu \end{matrix}$$

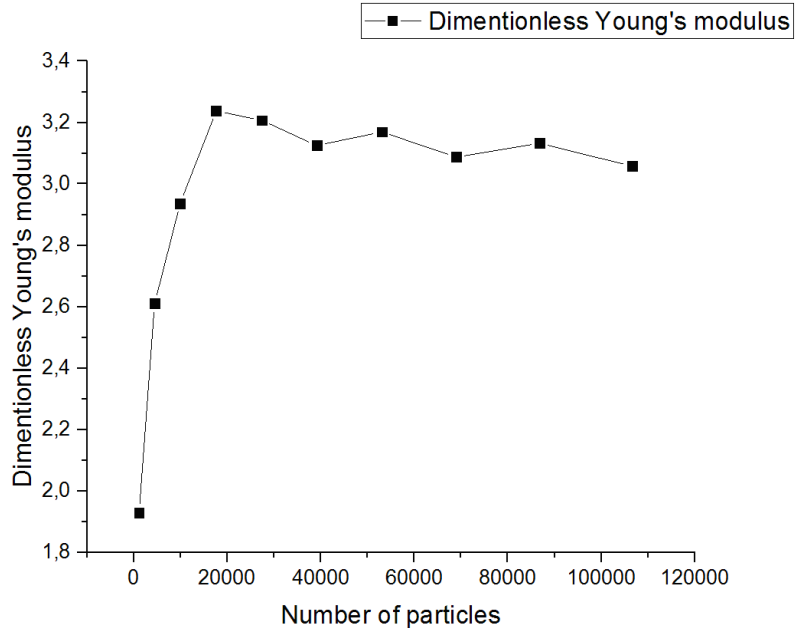
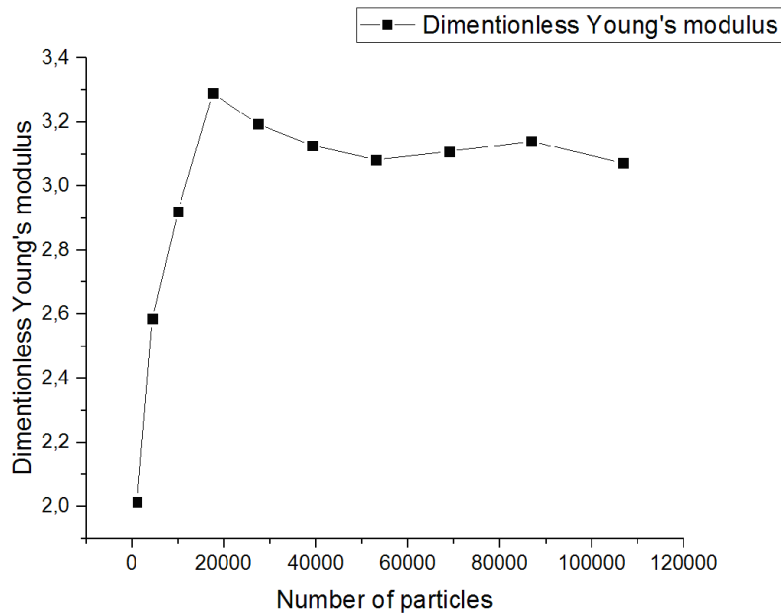
Вычисление модуля Юнга при растяжении и сжатии

Обезразмеривание модуля Юнга: $E = \frac{F}{L} \Rightarrow \frac{E}{c} = \frac{F}{ac} * \frac{a}{L}$



Графики сходимости модуля Юнга при растяжении
(слева) и сжатии (справа) упаковки вдоль оси y.

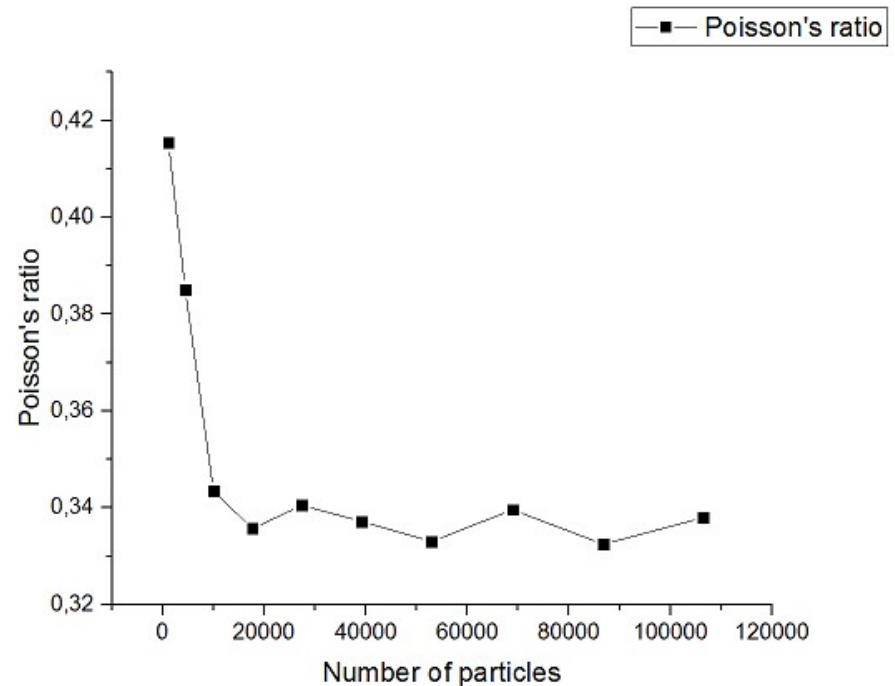
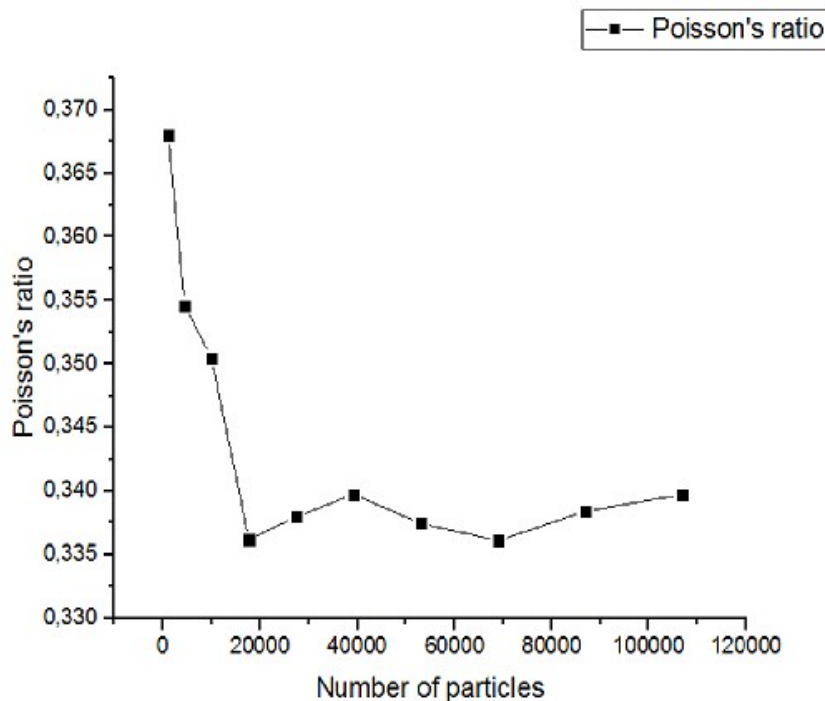
Вычисление модуля Юнга при растяжении и сжатии



Графики сходимости модуля Юнга при растяжении (слева) и сжатии (справа) упаковки вдоль оси x.

Вычисление коэффициента Пуассона при растяжении и сжатии

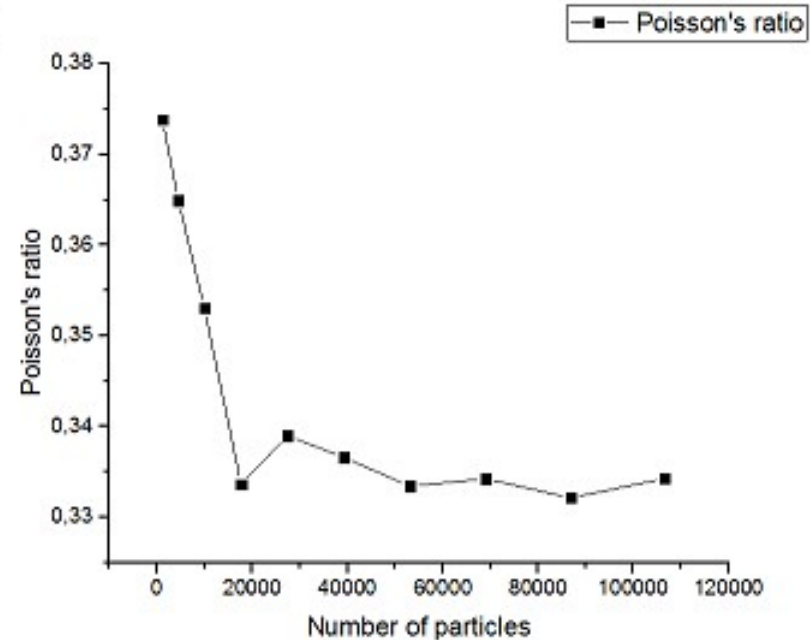
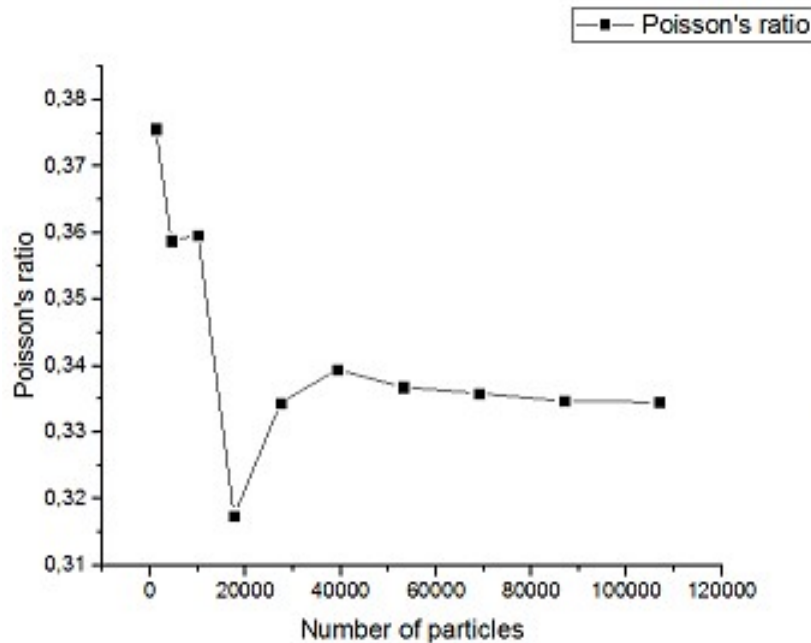
$$\nu = \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$$



Графики сходимости коэффициента Пуассона при растяжении (слева) и сжатии (справа) упаковки вдоль оси y .

Вычисление коэффициента Пуассона при растяжении и сжатии

$$\nu = \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$$



Графики сходимости коэффициента Пуассона при растяжении (слева) и сжатии (справа) упаковки вдоль оси x.

Модуль Юнга и коэффициент Пуассона при растяжении и сжатии вдоль обеих осей одинаковы, значит материал изотропен

Сходимость модуля Юнга с увеличением числа экспериментов с разным числом частиц.

Число экспериментов для каждого из размеров упаковки равно 10:

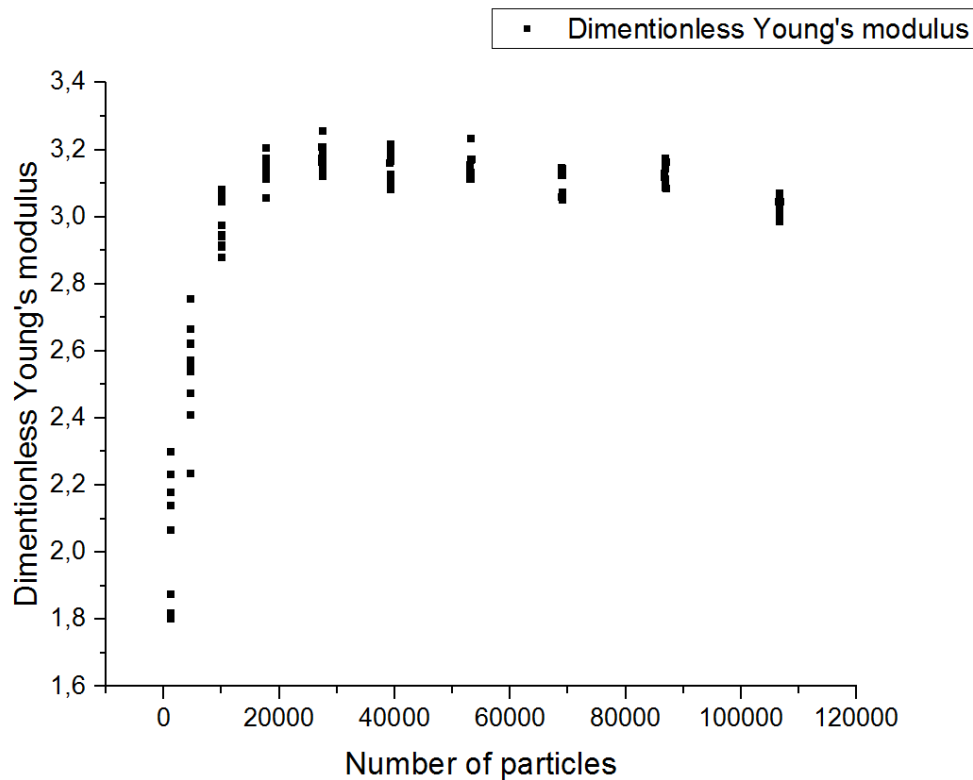
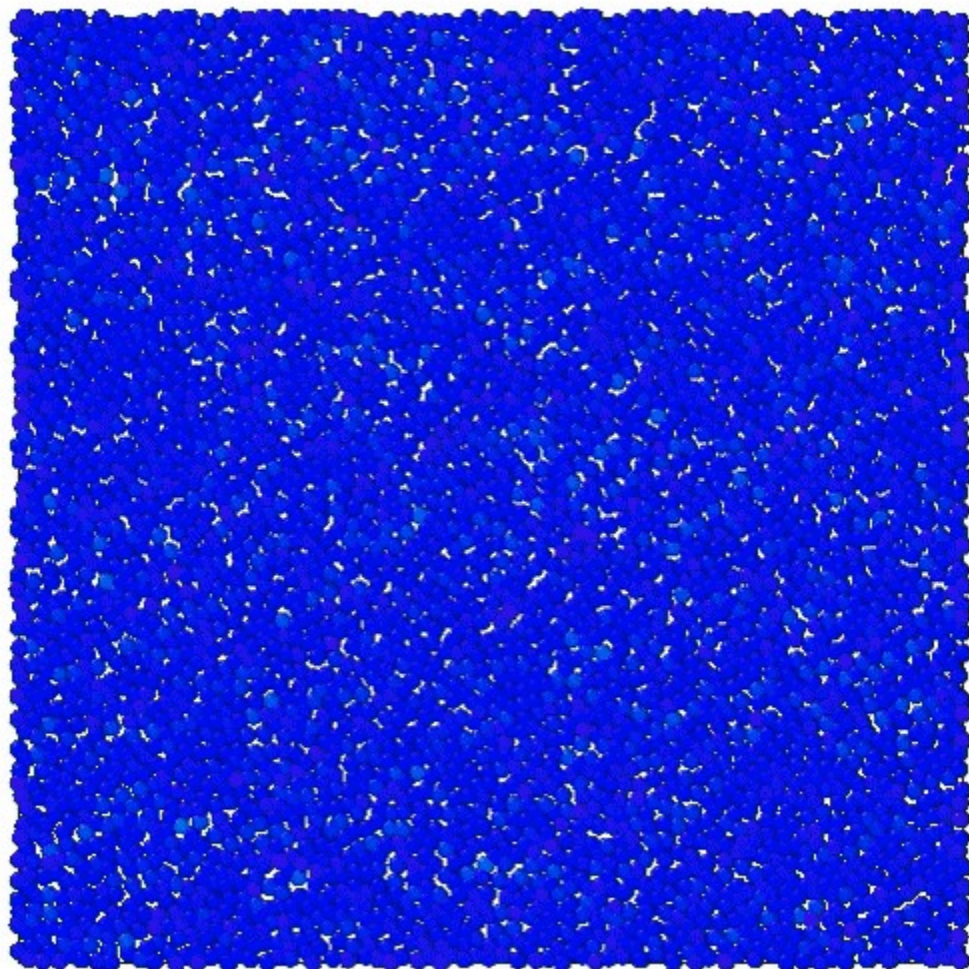
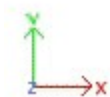
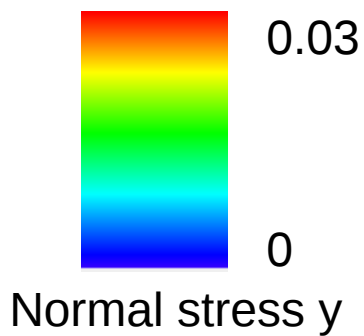
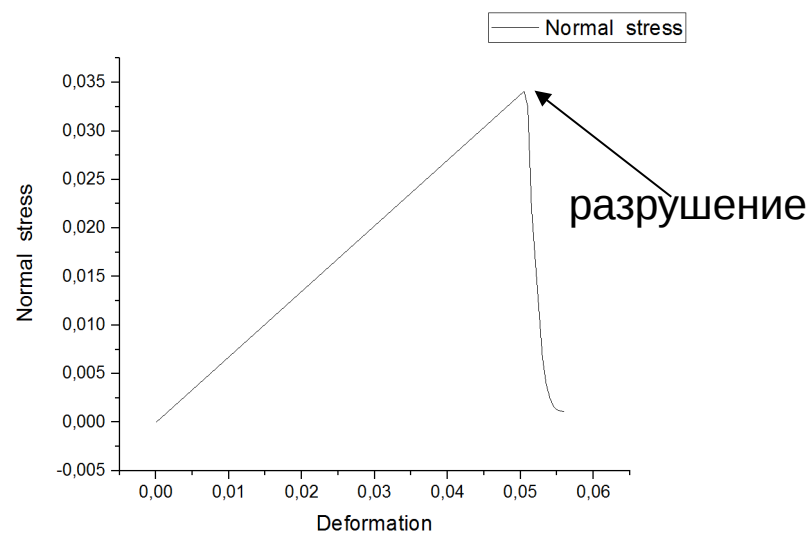


График сходимости модуля Юнга с увеличением числа экспериментов.

Поведение упаковки при сжатии вдоль вертикальной оси



Сходимость критической деформации от числа частиц

- На образец материала накладывается мгновенная деформация направленная по оси y равная $-1e-5$
- Нагружение происходит до разрушения материала

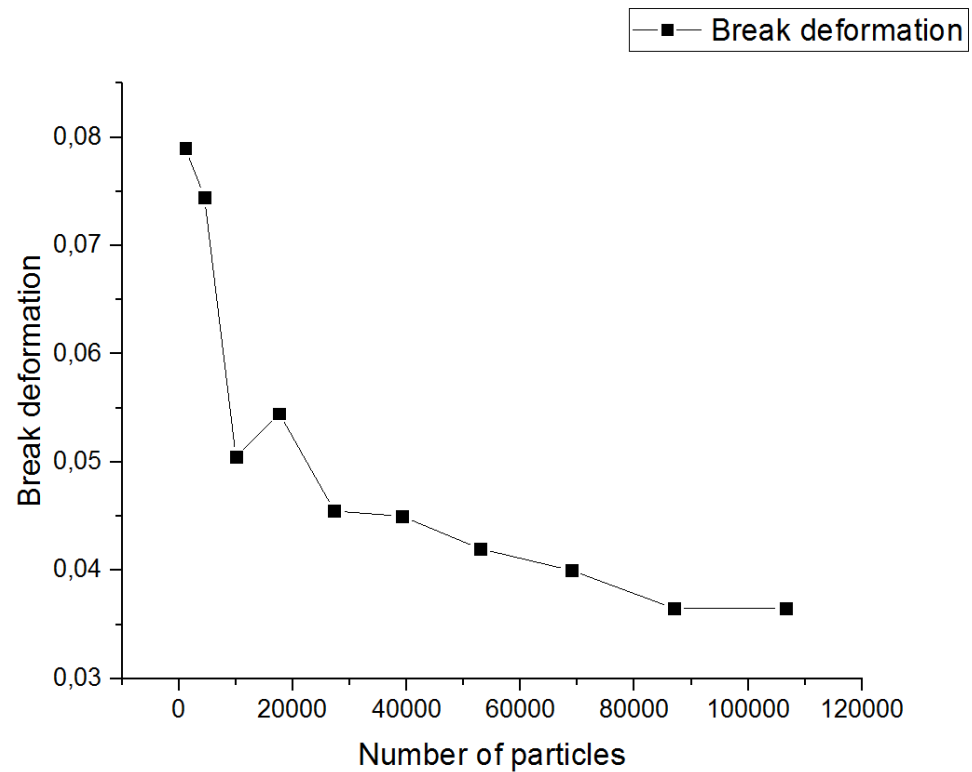


График сходимости деформации разрушения при сжатии упаковки вдоль оси y .

Выводы

- Исследованы зависимости механических характеристик материала со случайной упаковкой частиц от числа частиц.
- Показано, что с увеличением числа частиц в упаковке сходятся такие характеристики материала, как модуль Юнга, коэффициент Пуассона, деформация разрушения.
- Продемонстрировано, что модуль Юнга данной упаковки, подверженной растяжению или сжатию, отличается на 0,4% по оси y и на 0,5% по оси x . Значения модуля Юнга для размеров упаковки 1000 и 100000 отличаются на 60%.
- Коэффициент Пуассона, полученный для растяжения или сжатия упаковки вдоль оси y , различается на 0,5%, вдоль оси x на 0,3%. Значения коэффициента Пуассона для размеров упаковки 1000 и 10000 отличаются на 10%.
- При числе частиц в упаковке, равном $50 \cdot 1000$, можно считать, что были достигнуты предельные значения модуля Юнга и коэффициента Пуассона.
- Дисперсия полученных значений для модуля Юнга при количестве экспериментов, равном 10, уменьшается при увеличении числа частиц в упаковке.
- Упругие свойства модели изотропны и одинаковы для растяжения и сжатия.
- Таким образом, удалось продемонстрировать сходимость механических характеристик созданной модели.