

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Дальневосточный федеральный университет» (ДВФУ)

# ИНЖЕНЕРНАЯ ШКОЛА

Кафедра механики и математического моделирования

Боровик Ксения Григорьевна

Исследование стационарных течений газа через пористые тепловыделяющие среды с учетом инерционной составляющей сопротивления движению

# ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

по направлению подготовки 15.03.03 Прикладная механика, профиль «Математическое и компьютерное моделирование механических систем и процессов»

В матёриалия динной выпускной кназифахдицонной работы це содержатся свеления, состепликание госулциственную гайну. и систепня, полнежащие исспортному контролик.

> Владивосток 2018

Сведений, содержаниза

гос. тайну, нет Эисперт

N Д.А. Бочарова

Автор р	работ	ы_fah	
Od.	»	07	(подпись) 2018 г

Руководитель ВКР	доцент, к.фм.н
All.	(должность, учёное звание)
(подинсь)	Н. А. Луценко
« 02 » 07	2018 5

Назначен рецензент

(учёное звание)

(Фамилия Имя Отчество)

Защищена в ГЭК с оценкой Отиции	
Секретарь ГЭК	— «Допустить к защите»
Competaps I SK	Заведующий кафедрой, доцент
<u>А.А. Ратников</u>	(подпись) А.А. Бочарова
« <u>09</u> » <u>Шоля</u> 2018 г.	« <u>02</u> » <u>07</u> 2018 г.

	УТВЕРЖДАЮ Директор Инженерной школы
	Подпись <u>Ф.И.О.</u> «18» июля 2018 г.
В материалах данной содержатся сведения, и сведения, подлежал	выпускной квалификационной работы не составляющие государственную тайну, цие экспортному контролю.
Ф.И.О.	// «_»201 г.

# Оглавление

B	веде	ение	2
1	06	бзор литературы	4
2	Μ	атематическая модель	7
	2.1	Постановка задачи	7
	2.2	Математическая модель	7
	2.3	Безразмерная система	9
	2.4	Решение системы уравнений	10
3	Aı	нализ результатов	13
	3.1	Исследование относительных отклонений решения задачи при учете	Э
	инер	рционной составляющей сопротивления движению по закону Дарси-	
	Фор	хгеймера	13
	3.2	Исследование зависимостей расхода и скорости фильтрации газа на	
	BXO	це от давления на входе в объект	21
4	За	ключение	25
С	писс	ок литературы	26

#### Введение

Многие природные катастрофы И техногенные приводят К рассмотрению явлений, связанных с течением газа через пористые тепловыделяющие среды. К пористым объектам можно отнести завалы разрушенных зданий и промышленных сооружений, торфяники и т.п. Энерговыделение в пористых средах может приводить к значительному ущербу, поэтому необходимы эффективные локализация и ликвидация таких Экспериментальное источников тепловыделения. изучение процессов охлаждения источников энерговыделения в пористых средах затруднительно, поэтому наиболее эффективно математическое моделирование, опирающееся на методы механики сплошных многофазных сред.

Пористые материалы используются в изготовлении авиационной и ракетно-космической техники. Широкое применение пористых сред в инженерной практике объясняется высокой интенсивностью теплообмена в канале с теплопроводным пористым каркасом [26].

Движение природных жидкостей, таких как нефть, газ и подземные воды, в природных пластах можно рассматривать как движение жидкостей и газов через пористые среды и называется фильтрацией. Теория фильтрации получила развитие в связи с задачами гидромеханики, потребностями нефтегазодобычи, гидрогеологии, химической технологии и т.д. [25].

Движение газа в пористых средах обычно описывается законом Дарси. В общем случае сопротивление среды складывается из вязкостной и инерционной составляющих. Классический закон Дарси учитывает только вязкостную составляющую сопротивления среды, которая пропорциональна скорости фильтрации газа, и подходит только для случаев малых скоростей фильтрации газа. При больших скоростях фильтрации становится существенным влияние инерционной составляющей силы сопротивления, которое необходимо учитывать. Настоящая работа посвящена исследованию стационарных течений газа через пористые тепловыделяющие среды с

2

учетом закона Дарси-Форхгеймера, являющимся обобщением классического закона фильтрации Дарси и учитывающим инерционную составляющую сопротивления среды в виде слагаемого пропорционального квадрату скорости фильтрации газа [3].

Цель настоящей работы состоит в получении и анализе решения задачи о стационарном течении газа через пористый тепловыделяющий объект при заданном перепаде давления на открытых границах с учетом инерционной составляющей силы сопротивления и без нее и исследовании влияния этой составляющей на решение задачи.

Для достижения поставленной цели в настоящей работе ставились и решались следующие задачи исследования:

- изучение литературы по теме работы;

- построение математической модели изучаемого процесса;
- решение получившейся системы уравнений;
- анализ решения в широком диапазоне значений параметров;
- выявление основных закономерностей изучаемого процесса.

#### 1 Обзор литературы

Изучение течений жидкостей и газов через пористые среды началось с работы французского инженера А. Дарси 1856 года [30], в которой он описал опыты по фильтрации газа через песок в цилиндре. В этой работе он установил простейший закон движения воды в песке, который сейчас известен как закон фильтрации Дарси или линейный закон фильтрации. Развитие теории фильтрации было продолжено во второй половине XIX века Ж. Дюпюи [31] и Ж. Буссинеском [29] и в начале XX века Н. Е. Жуковским [4-6] и др. Нелинейный закон фильтрации, являющийся обобщением классического закона Дарси, был впервые предложен Ж. Дюпюи и позднее независимо от него австрийским ученым Ф. Форхгеймером, в честь которого этот закон и был назван [3].

В СССР фильтрация жидкости и газа через пористые среды исследовалась такими учеными как П.Я. Полубаринова-Кочина, Г. И. Баренблатт и др. [25, 2]. Нелинейный закон фильтрации, применяемый в случае, когда закон Дарси дает большие погрешности, был предложен также С. А. Христиановичем [28].

Модель пористой среды с источниками энерговыделения успешно была применена описании энергоблока при охлаждения разрушенного Чернобыльской АЭС [18]. Было обнаружено, что единственным средством локализации последствий катастрофы является охлаждение таких объектов проходящим через них газом. Несмотря на то, что в работе [18] использовались классические законы фильтрации, возникший при этом новый тип краевой задачи привел к обнаружению новых физических катастрофы Чернобыльской АЭС эффектов. После на стала ясна недостаточность знаний о процессах течения газа через пористые саморазогревающиеся среды, и начались новые исследования в этой области. В работах [19-23] исследуются стационарные режимы охлаждения открытых в атмосферу пористых сред с внутренними источниками энерговыделения,

4

получены оценки критериев, определяющих условия существования стационарного режима.

Одномерные стационарные течения газа через пористые тепловыделяющие элементы при известном давлении на открытых границах и неизвестном расходе газа исследованы в [13,17]. В [13] показано, что в этом случае критерий существования решения зависит также от перепада давления на открытых границах объекта. В работе [17] рассматривается стационарное течение газа через пористые объекты с периодически распределенными источниками энерговыделения. В работах [36, 37] через исследованы стационарные течения газа пористые среды С внутренними источниками тепловыделения и интенсивным межфазным теплообменом.

В работе [14] предложен оригинальный численный метод, основанный комбинации явных И неявных конечно-разностных на схем, ДЛЯ моделирования одномерных нестационарных течений газа через пористые тепловыделяющие объекты. В работе [7] установлено, что при изучении нестационарных процессов фильтрации газа в пористых тепловыделяющих заданном перепаде давления элементах при необходимо учитывать температурную зависимость динамической вязкости газа, так как ее учет может влиять на решение как качественно, так и количественно. Двумерные плоские и осесимметричные нестационарные течения газа через пористые тепловыделяющие объекты с известным перепадом давления на открытых границах рассмотрены в [15, 9]. В [8] изучены нестационарные режимы охлаждения пористых тепловыделяющих сред с неравномерным локальным энерговыделения. Режимы распределением источников охлаждения пористых тепловыделяющих объектов с частично закрытым выходным отверстием исследованы в [34]. В работе [10] исследованы нестационарные течения газа через двумерный пористый энерговыделяющий объект, открытый всюду, кроме нижнего основания. Установлено, что в таких объектах возникают вихревые течения газа. В работе [16] предложен

5

численный метод для моделирования нестационарных течений газа через трехмерные пористые тепловыделяющие объекты.

Отметим, что в указанных работах рассмотрены процессы охлаждения радиоактивных тепловыделяющих элементов, в которых концентрация реагирующего вещества не зависит от наличия окислителя. Выделение энергии в пористых средах может возникать также и в результате экзотермических реакций окисления. Этот процесс называется фильтрационным горением, которое В результате эффекта сверхадиабатического разогрева [1] может применяться в промышленности, но также может и оказывать негативное воздействие на окружающую среду, в результате горения торфяных болот, полигонов твердых бытовых отходов и т.д. Математическая модель и численные методы, развитые в работах [14-16], модифицированы и применены для исследования одномерных [32, 33] и двумерных [11,35] процессов гетерогенного горения в пористых объектов при заданном перепаде давления газа на их открытых границах и неизвестном расходе окислителя.

#### 2 Математическая модель

#### 2.1 Постановка задачи

Рассмотрим пористый объект, высота которого равна *H*. Объект сверху и снизу закрыт нетеплопроводными непроницаемыми стенками и открыт с боков. На входе в объект подается газ при заданных температуре и давлении. Газ движется через пористый объект, нагревается в результате теплообмена с твердой фазой и выходит в открытое пространство.

В работах [13, 19] показано, что при выполнении определенных условий такой процесс стремится к стационарному режиму, поэтому настоящее исследование ограничено рассмотрением установившихся процессов. В работе [13] показано, что учет теплопроводности твердой среды и силы тяжести не влияет на решение задачи в широком диапазоне значений параметров задачи. Поэтому в настоящей работе будем пренебрегать теплопроводностью твердой фазы и силой тяжести. Положим справедливым уравнение состояния совершенного газа. Будем учитывать инерционную составляющую сопротивления среды, используя в качестве уравнения движения закон Дарси-Форхгеймера [3], который задает зависимость градиента давления газа от скорости фильтрации в виде квадратичной функции. Необходимо определить температуры газа и твердой среды, плотность, давление, скорость фильтрации.

#### 2.2 Математическая модель

Рассматриваемый процесс описывается математической моделью, основывающейся на модели взаимодействующих взаимопроникающих континуумов [24]. Многоскоростной континуум – это совокупность континуумов, каждый из которых занимает один и тот же объем, занятый смесью, и относится к своей составляющей смеси (твердой фазе или газу). Законы сохранения в этом случае видоизменяются соответствующим

образом. Математическая модель включает в себя уравнение состояния совершенного газа, уравнения притока тепла для твердой фазы и для газа, уравнение движения и уравнение неразрывности газа:

$$p = \rho RT_g,$$

$$Q(1-a) - \alpha (T_c - T_g) = 0,$$

$$\rho c_p u \frac{dT_g}{dx} = \alpha (T_c - T_g),$$

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{\mu}{k} u - \frac{\beta}{\sqrt{k}} \rho u^2,$$

$$\frac{d(\rho u)}{dx} = 0,$$
(1)

где

а-пористость;

- $c_p$  удельная теплоемкость газа при постоянном давлении, Дж/(кг·К);
- k проницаемость твердой среды, м<sup>2</sup>;
- р-давление газа, Па;

*Q*-константа, определяющая интенсивность тепловыделения в твердой фазе, Вт/м<sup>3</sup>;

- *R* газовая постоянная, Дж/(кг·К);
- *T<sub>g</sub>* температура газа, К;
- *Т*<sub>с</sub>-температура твердой среды, К;
- *и* скорость фильтрации газа (*u*=*av*, где *v* скорость газа), м/с;
- х пространственная координата, м;

 $\alpha$  – коэффициент, определяющий интенсивность межфазового теплообмена, Вт/( $m^3$ ·K);

*β* – коэффициент инерционного сопротивления пористого материала;

 $\mu$  – динамическая вязкость газа, Па·с;

 $\rho$  – плотность газа, кг/м<sup>3</sup>.

#### 2.3 Безразмерная система

При изучении физических и технических вопросов широко применяется теория размерностей и подобия [12]. Системы уравнений, описывающих тот или иной процесс, записываются при этом в безразмерном виде.

Введем следующие безразмерные параметры:

$$x = H \mathscr{Y}_{\varphi}$$

$$u = u_{*} \mathscr{U}_{\varphi}$$

$$p = p_{*} \mathscr{Y}_{\varphi}$$

$$\rho = \rho_{*} \mathscr{Y}_{\varphi}$$

$$T_{g} = T_{*} T_{g}^{\prime 0},$$

$$T_{c} = T_{*} T_{c}^{\prime 0},$$
(2)

где  $u_*$  –характерное значение скорости фильтрации газа,  $p_*$ ,  $\rho_*$ ,  $T_*$  – давление, плотность и температура газа при нормальных условиях, знак тильды обозначает безразмерную переменную.

Подставляя преобразования (2) систему (1) и опуская тильду, получим следующую систему:

$$p = \rho T_g,$$

$$\left(T_c - T_g\right) = \Pi_1,$$

$$\rho u \frac{dT_g}{dx} = C_0,$$

$$\frac{dp}{dx} = -C_1 u - \beta C_2 \rho u^2,$$

$$\frac{d(\rho u)}{dx} = 0.$$
(3)

В системе (3) использованы следующие параметры подобия:

$$C_{0} = \frac{H(1-a)Q}{\rho_{*}c_{p}u_{*}T_{*}},$$

$$C_{1} = \frac{Hu_{*}\mu}{kp_{*}},$$

$$C_{2} = \frac{H\rho_{*}u_{*}^{2}}{\sqrt{k}p_{*}},$$

$$\Pi_{1} = \frac{(1-a)Q}{T_{*}\alpha}.$$
(4)

На входе в объект подается газ при известных давлении и температуре. Так как газ вытекает в открытое пространство, то на выходе известно его давление. Таким образом, граничные условия имеют следующий вид:

$$p|_{x=0} = p_0,$$
  
 $p|_{x=1} = 1,$  (5)  
 $T_g|_{x=0} = 1.$ 

#### 2.4 Решение системы уравнений

Система (3) вместе с граничными условиями (5), описывающая стационарное течение газа через пористый тепловыделяющий объект с учетом инерционной составляющей силы сопротивления, имеет полностью аналитическое решение. Из уравнения неразрывности заметим, что  $\rho u = q = const$ , где q – массовый расход газа, проходящего через пористый объект. Подставляя эту константу в уравнение внутренней энергии газа, найдем температуру газа с учетом соответствующего граничного условия. Подставив найденную функцию в уравнение притока тепла для твердой фазы, найдем ее температуру. Далее выразим скорость из уравнения неразрывности, плотность из уравнения состояния совершенного газа и подставим их в четвертое уравнение системы (3). В итоге получим следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{dp}{dx} = -C_1 T_g \frac{q}{p} - \beta C_2 T_g \frac{q^2}{p} \tag{6}$$

Уравнение (6) является нелинейным обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка. Оно содержит две неизвестные: функциюр и константуq. Они однозначно определяются из уравнения (6) с учетом граничных условий для давления газа из (5). Далее найдем плотность из уравнения состояния совершенного газа и скорость фильтрации газа из уравнения неразрывности. В результате получим следующие выражения, определяющие зависимости всех искомых функций от независимой переменной *x*:

$$T_{g} = \frac{C_{0}}{q} x + 1,$$

$$T_{c} = \Pi_{1} + \frac{C_{0}}{q} x + 1,$$

$$p = \sqrt{-C_{1}C_{0}x^{2} - \beta C_{0}C_{2}qx^{2} - 2\beta C_{2}q^{2}x + p_{0}^{2}},$$

$$q = -\frac{1}{4} \frac{2C_{1} + \beta C_{2}C_{0} - \sqrt{4C_{1}^{2} - 4C_{1}C_{0}\beta C_{2} + \beta^{2}C_{2}^{2}C_{0}^{2} + 8\beta C_{2}p_{0}^{2} - 8\beta C_{2}}{\beta C_{2}},$$

$$\rho = \frac{p}{T_{g}},$$

$$u = \frac{q}{\rho}.$$
(7)

Заметим, что система уравнений, описывающая стационарное течение газа через пористые тепловыделяющие среды без учета инерционной составляющей силы сопротивления, может быть получена из системы (3), если принять  $\beta = 0$ . В тоже время из (7) можно заметить, что коэффициент  $\beta$ находится в знаменателе нескольких выражений для искомых функций. Это значит, что мы не можем получить решение задачи о стационарном течении газа через пористый тепловыделяющий элемент без учета квадратичной составляющей сопротивления движению путем предельного перехода при  $\beta = 0$ . Поэтому для исследования отклонений величин, которые определяются как разность значений искомых параметров, полученных с учетом инерционного коэффициента и без него, систему (3) необходимо решить аналитически отдельно для  $\beta = 0$ . В этом случае получим следующую систему уравнений:

$$p = \rho R T_g,$$

$$Q(1-a) - \alpha (T_c - T_g) = 0,$$

$$\rho c_p u \frac{dT_g}{dx} = \alpha (T_c - T_g),$$

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{\mu}{k} u,$$

$$\frac{d(\rho u)}{dx} = 0.$$
(8)

Граничными условиями для системы (8) также являются условия (5). Решение системы (8) с условиями (5) получается аналитически аналогично описанному выше и выглядит следующим образом:

$$T_{g} = \frac{C_{0}}{q} x + 1,$$

$$T_{c} = \Pi_{1} + \frac{C_{0}}{q} x + 1,$$

$$p = \sqrt{-C_{1}C_{0}x^{2} - 2C_{1}qx + p_{0}^{2}},$$

$$q = \frac{1}{2} \frac{p_{0}^{2} - 1 - C_{1}C_{0}}{C_{1}},$$

$$\rho = \frac{p}{T_{g}},$$

$$u = \frac{q}{\rho},$$
(9)

3 Анализ результатов

# 3.1 Исследование относительных отклонений решения задачи при учете инерционной составляющей сопротивления движению по закону Дарси-Форхгеймера

Рассмотрим систему (3) с граничными условиями (5) при следующих значениях параметров:

$$\alpha = 10^{3} \frac{B_{T}}{K \cdot M^{3}}, \ \mu = 2 \cdot 10^{5} \Pi a \cdot c,$$

$$\rho_{*} = 1, 2 \frac{K\Gamma}{M^{3}}, \ c_{p} = 10^{3} \frac{\Xi M}{K\Gamma \cdot K},$$

$$g = 9,81 \frac{M}{c^{2}}, \ p_{*} = 10^{5} \Pi a,$$

$$R = 287 \frac{\Xi M}{K\Gamma \cdot K}, \ T_{*} = 300 \text{ K},$$

$$u_{*} = 1 \frac{M}{c}, \ \beta = 1, \ a = 0, 3.$$
(10)

Проанализируем решение (7) в следующих диапазонах размерных параметров:

$$H \in [1; 20] \text{ M},$$
  

$$k \in [10^{-14}; 10^{-8}] \text{ M}^2,$$
  

$$Q \in [0; 10^5] \frac{\text{BT}}{\text{M}^3}.$$
(11)

Этим диапазонам соответствуют значения безразмерных параметров:

$$C_{0} \in [0;4], \quad C_{1} \in [0,02;4 \cdot 10^{5}],$$

$$C_{2} \in [0,12;2400], \quad \Pi_{1} \in [0;0,23], \quad p_{0} \in [1,01;2].$$
(12)

На рисунках 1-5 показаны примеры распределение температур твердой среды и газа, скорости фильтрации, плотности и давления газа в пористом объекте, определенные при учете квадратичной составляющей силы сопротивления, то есть по (7), и без ее учета, то есть по (9). Из рисунков видно, что решение задачи при учете квадратичной составляющей сопротивления движению может сильно отличаться от решения без ее учета. В частности, из рисунков 1-2 видно, что максимальный разогрев объект может оказаться намного больше при учете инерционного коэффициента в уравнении движения, чем без его учета. Это объясняется тем, что большой перепад давления создает большую скорость газа, которая будучи возведенная в квадрат, вызывает большее сопротивление движению. Это приводит к сильному уменьшению скорости и массового расхода газа и, следовательно, к менее эффективному охлаждению и большему разогреву объекта.



Рисунок 1 – Пример распределения температуры твердой фазы в пористом объекте, полученного из (7) (1) и (9) (2).



Рисунок 2 – Пример распределения температуры газа в пористом объекте, полученного из (7) (1) и (9) (2).



Рисунок 3 – Пример распределения скорости фильтрации газа в пористом объекте, полученного из (7) (1) и (9) (2).



Рисунок 4 – Пример распределения плотности газа в пористом объекте, полученного из (7) (1) и (9) (2).



Рисунок 5 – Пример распределения давления газа в пористом объекте,

полученного из (7) (1) и (9) (2).

Введем относительные отклонения температуры газа и скорости фильтрации газа, определяемые следующим образом:

$$\delta T_{g} = \frac{\max\left(T_{g}^{D}, T_{g}^{F}\right) - \min\left(T_{g}^{D}, T_{g}^{F}\right)}{\min\left(T_{g}^{D}, T_{g}^{F}\right)},$$

$$\delta u = \frac{\max\left(u^{D}, u^{F}\right) - \min\left(u^{D}, u^{F}\right)}{\min\left(u^{D}, u^{F}\right)},$$
(13)

где  $T_g^D, T_g^F, u^D, u^F$  — максимальные значения температуры и скорости фильтрации газа, полученные из решений (9) и (7) соответственно.

На рисунках 6-11 показаны зависимости относительных отклонений температуры и скорости фильтрации газа от параметров  $C_0$  и  $C_1$ . Как можно увидеть из рисунков, область значений параметров, при которых существует решение задачи, является криволинейной, причем эта область увеличивается при увеличении перепада давления газа на открытых границах объекта. Под областью существования решения задачи понимается область значений параметров задачи, при которых аналитическое решение, определенное по (7) и (9), принимает физически возможные значения. В частности: температуры газа и твердой фазы не могут принимать отрицательные значения; массовый расход и скорость фильтрации газа при задаваемом перепаде давления могут быть только положительными.

Из рисунковб-8 видно, что относительное отклонение температуры газа увеличивается при увеличении параметра  $C_0$ , включающего интенсивность тепловыделения, а при увеличении параметра  $C_1$  изменяется незначительно в области существования решения задачи. Из рисунка 9-11 видно, что относительное отклонение скорости фильтрации газа уменьшается с увеличением параметров  $C_1$  и  $C_0$  при любом значении давления газа на входе в объект.



Рисунок 6 – Относительное отклонения температуры газа для давления

*p*<sub>0</sub>=1,01.



Рисунок 7 – Относительное отклонения температуры газа для давления

*p*<sub>0</sub>=1,1.



Рисунок 8 – Относительное отклонения температуры газа для давления *p*<sub>0</sub>=2.



Рисунок 9 – Относительное отклонения скорости фильтрации газа для давления *p*<sub>0</sub>=1,01.



Рисунок 10 – Относительное отклонения скорости фильтрации газа для давления *p*<sub>0</sub>=1,1.



Рисунок 11 – Относительное отклонения скорости фильтрации газа для давления *p*<sub>0</sub>=2.

# **3.2** Исследование зависимостей расхода и скорости фильтрации газа на входе от давления на входе в объект

На рисунках 14-15 показаны примеры зависимости расхода газа от давления на входе без учета инерционной составляющей сопротивления движению (рисунок 14) и с ее учетом (рисунок 15). Как видно из рисунков, учет квадрата скорости меняет характер зависимости расхода газа от давления на входе. Кривая выпукла вверх при учете квадрата скорости в уравнении движения и выпукла вниз в случае линейной зависимости скорости фильтрации от перепада давления. Такое поведение зависимости расхода газа от его давления на входе присутствует при всех значениях определяющих параметров, проварьированных в ходе анализа решения задачи.



Рисунок 14 – Зависимости расхода газа от давления на входе, полученные из (9) при  $Q=10^3$  Вт/м<sup>3</sup> (1),  $Q=10^4$  Вт/м<sup>3</sup> (2),  $Q=10^5$  Вт/м<sup>3</sup> (3).



Рисунок 15 – Зависимости расхода газа от давления на входе, полученные из (7) при  $Q=10^3$  Вт/м<sup>3</sup> (1),  $Q=10^4$  Вт/м<sup>3</sup> (2),  $Q=10^5$  Вт/м<sup>3</sup> (3).

Ha рисунках 16-17 показаны примеры зависимости скорости фильтрации газа при x=0 от давления без учета инерционной составляющей силы сопротивления (рисунок 16) и с ее учетом (рисунок 17). Из рисунков можно увидеть, что в случае учета квадратичной составляющей силы Дарси-Форхгеймера сопротивления движению по закону скорость фильтрации газа на входе с увеличением давления на входе стремится к некоторой постоянной величине в отличие от случая, когда в качестве уравнения движения используется закон Дарси. Для закона Дарси зависимость скорости фильтрации газа на входе от давления на входе близка к линейной. Значение, к которому стремится скорость фильтрации на входе при учете закона Дарси-Форхгеймера, можно найти аналитически, если вычислить предел *и* в точке x=0 при  $p_0$  стремящимся к бесконечности:

$$\lim_{p_{0}\to\infty} u|_{x=0} =$$

$$= \lim_{p_{0}\to\infty} -\frac{1}{4} \frac{2C_{1} + \beta C_{2}C_{0} - \sqrt{4C_{1}^{2} - 4\beta C_{0}C_{1}C_{2} + \beta^{2}C_{0}^{2}C_{2}^{2} - 8\beta C_{2} + 8\beta C_{2}p_{0}^{2}}{\beta C_{2}p_{0}} =$$

$$= \lim_{p_{0}\to\infty} \frac{2p_{0}}{\sqrt{4C_{1}^{2} - 4\beta C_{0}C_{1}C_{2} + \beta^{2}C_{0}^{2}C_{2}^{2} - 8\beta C_{2} + 8\beta C_{2}p_{0}^{2}}}{\frac{2}{\sqrt{4C_{1}^{2} - 4\beta C_{0}C_{1}C_{2} + \beta^{2}C_{0}^{2}C_{2}^{2} - 8\beta C_{2} + 8\beta C_{2}p_{0}^{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2\beta C_{2}}}.$$
(14)

Как видно из (14), предельное значение скорости фильтрации не зависит от интенсивности тепловыделения в пористом объекте, а зависит только от свойств газа и твердой среды. На практике часто решаются задачи, когда вместо перепада давления на открытых границах объекта известна скорость газа на входной границе. Наличие асимптоты означает, что в этом случае для получения стационарного решения мы не можем задать любое значение скорости фильтрации на входе. Таким образом, можно заключить, что учет инерционной составляющей силы сопротивления при исследовании течений газа через пористые среды может влиять на решение задачи не только количественно, но и качественно.



Рисунок 16 – Зависимости скорости фильтрации газа при *x*=0 от давления на входе, полученные из (9) при  $Q=10^3$  Вт/м<sup>3</sup> (1),  $Q=10^4$  Вт/м<sup>3</sup> (2),  $Q=10^5$  Вт/м<sup>3</sup>

(3).



Рисунок 17 – Зависимости скорости фильтрации газа при *x*=0 от давления на входе, полученные из (7) при  $Q=10^3$  Вт/м<sup>3</sup> (1),  $Q=10^4$  Вт/м<sup>3</sup> (2),  $Q=10^5$  Вт/м<sup>3</sup>

#### 4 Заключение

В настоящей работе исследовано стационарное течение газа через пористый тепловыделяющий объект при известном перепаде давления на открытых границах объекта и неизвестном расходе проходящего через него газа при учете инерционной составляющей сопротивления движению по закону Дарси-Форхгеймера. Решение системы уравнений, описывающей этот процесс, получено аналитически и проанализировано в широком диапазоне значений определяющих параметров. Исследовано влияние инерционной составляющей силы сопротивления на решение задачи. Показано, что учет квадрата скорости фильтрации газа В уравнении движения может существенно изменять решение задачи при больших перепадах давления газа на открытых границах объекта. Проанализированы зависимости относительных отклонений максимальной температуры газа и максимальной скорости фильтрации газа от параметров задачи. Установлено, что относительное отклонение температуры газа увеличивается, а относительное фильтрации газа уменьшается отклонение скорости С увеличением параметра, содержащего тепловыделение. Относительное отклонение скорости фильтрации газа уменьшается с увеличением параметра, обратно пропорционального проницаемости пористой среды, а отклонение максимальной температуры газа нечувствительно к изменению этого параметра в области существования решения задачи. Показано, что при учете квадрата скорости фильтрации газа в уравнении движения зависимость массового расхода газа от давления на входе может менять свой вид, а скорость фильтрации имеет асимптотическую зависимость от давления газа на входе в пористый объект. Уравнение асимптоты найдено аналитически. Показано, что ее значение не зависит от интенсивности энерговыделения в пористом объекте, а зависит только от свойств газа и пористой среды.

#### Список литературы

1. Алдушин, А. П. Теория фильтрационного горения: общие представления и состояние исследований / А. П. Алдушин, А. Г. Мержанов // Распространение тепловых волн в гетерогенных средах / под. ред. Ю. Ш. Матроса. – Новосибирск : Наука. – 1988. – С. 9-52.

 Баренблатт, Г. И. Движение жидкостей и газов в природных пластах / Г. И. Баренблатт, В. М. Енотов, В. М. Рыжик. – М.: Недра, 1984. – 211 с.

 Басниев, К. С. Нефтегазовая гидромеханика: Учебное пособие для вузов / К. С. Басниев, Н. М. Дмитриев, Г. Д. Розенберг. – М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005. – 544 с.

4. Жуковский Н.Е. Теоретическое исследование о движении подпочвенных вод. // Собр. соч., т. 3. М.: Гостехиздат, 1949. с. 184-206.

5. Жуковский Н.Е. О влиянии давления на насыщенные водою пески. // Собр. соч., т. 7. М.: Гостехиздат, 1950. с. 73-89.

6. Жуковский Н.Е. Просачивание воды через плотины. // Собр. соч.,т. 7. М.: Гостехиздат, 1950. с. 297-332.

 Левин, В. А. Течение газа через пористую тепловыделяющую среду при учете температурной зависимости вязкости газа / В. А. Левин, Н. А. Луценко // Инженерно-физический журнал. – 2006. – Т. 79, №1. – С. 35-40.

 Левин, В. А. Движение газа через пористые объекты с неравномерным локальным распределением источников тепловыделения / В.
 А. Левин, Н. А. Луценко // Теплофизика и аэромеханика. – 2008. – Т. 15, № 3. – С. 407-417.

9. Левин, В. А. Нестационарные течения газа через осесимметричные пористые тепловыделяющие объекты / В. А. Левин, Н. А. Луценко // Математическое моделирование. – 2010. – Т. 22, № 3. – С. 26-44.

10. Левин, В. А. Моделирование двумерных нестационарных течений газа в саморазогревающихся полигонах твердых бытовых отходов /

26

В. А. Левин, Н. А. Луценко // Вычислительная механика сплошных сред. – 2011. – Т. 4, № 1. – С. 55-64.

11. Левин, В. А. Двумерные течения газа при гетерогенном горении твердых пористых сред / В. А. Левин, Н.А. Луценко // Доклады Академии наук. – 2017. – Т. 476, №1. – С.30-34.

12. Лойцянский, Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский.
 – 7-е изд. испр. – М. : Дрофа, 2003. – 840 с.

13. Луценко, Н. А. Одномерный стационарный режим фильтрации газа через слой неподвижного тепловыделяющего конденсированного материала / Н.А. Луценко // Дальневосточный математический журнал. – 2002. Т. 3, №1. – С. 123-130.

14. Луценко, Н. А. Нестационарные режимы охлаждения пористого тепловыделяющего элемента / Н. А. Луценко // Математическое моделирование. – 2005. – Т. 17, №3. – С. 120-128.

15. Левин, В. А. Численное моделирование двумерных нестационарных течений газа через пористые тепловыделяющие элементы /
В. А. Левин, Н. А. Луценко // Вычислительные технологии. – 2006. – Т. 11, №6. – С. 44-58.

16. Луценко, Н.А. Численное моделирование трехмерных нестационарных течений газа через пористые объекты с источниками энерговыделения / Н.А. Луценко // Вычислительная механика сплошных сред. – 2016. – Т. 9, №3. – С. 331-344.

17. Луценко, Н.А. Стационарные режимы охлаждения пористых объектов с периодически распределенными источниками энерговыделения / Н.А. Луценко, С. С. Фецов // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2017. Т. 20, №3. – 51-62.

Маслов, В. П. Математическое моделирование аварийного блока
 Чернобыльской АЭС. / В. П. Маслов и др. – М. : Наука, 1987. 144 с.

27

19. Маслов, В. П. Условие отсутствия перегрева в реакторе, оценка критической константы / В. П. Маслов, И. А. Молотков // Доклады Академии наук. – 2007. – Т. 415, № 4. – С. 475-477.

Маслов, В. П. Аварийный реактор в режиме перегрева / В. П. Маслов, И. А. Молотков // Доклады Академии наук. – 2008. – Т. 421, № 4. – С. 482-485.

21. Маслов, В. П. Высокотемпературные процессы в пористой среде /
В. П. Маслов, И. А. Молотков // Теплофизика высоких температур. – 2009. –
Т. 47, № 2. – С. 242-246.

22. Маслов, В. П. Переход от стационарного охлаждения к перегреву в аварийном реакторе / В. П. Маслов, И. А. Молотков // Доклады Академии наук. – 2008. – Т. 418, № 4. – С. 482-485.

23. Молотков, И. А. Локализация тепловой энергии в аварийном реакторе в процессе его перегрева / И. А. Молотков // Доклады Академии наук. – 2008. – Т. 422, № 5. – С. 608-611.

24. Нигматулин, Р. И. Основы механики гетерогенных сред. / Р. И. Нигматулин. – М.: Наука, 1978. – 336 с.

25. Полубаринова-Кочина, П. Я. Теория движения грунтовых вод. /
П. Я. Полубаринова-Кочина. – 2-е изд. – М.: Наука, 1977. – 644 с.

26. Поляев, В.М. Гидродинамика и теплообмен в пористых элементах конструкций летательных аппаратов / В. М. Поляев, В. А. Майоров, Л. Л. Васильев. – М.: Машиностроение, 1988. – 168 с.: ил.

27. Седов, Л. И. Механика сплошной среды. Том 1 / Л. И. Седов. –
 М.: Наука, 1970. – 491 с.

28. Христианович, С.А. Движение грунтовых вод, не следующее закону Дарси / С. А. Христианович // Прикладная математика и механика. – 1940. – Т. 4, № 1. – С. 33-52.

29. BoussinesqJ.Recherchestheoriquessurl'ecoulementdesnappesd'eauinfi Itreesdanslesoletsurledebitdessources. // J. math. pures et appl. 10, 1904. № 1. pp. 5-78. (Complement, № 4. pp. 363-394). 30. Darcy H. Les fontaines publiques de la ville de Dijon. Paris, 1856.– 647 p.

31. Dupuit, J. Etudes theoriques et pratiques sur le movement des eaux. 2e ed. Paris, 1863. 304 p.

32. Lutsenko, N. A. Modeling of Heterogeneous Combustion in Porous Media under Free Convection / N. A. Lutsenko // Proceedings of the Combustion Institute. – 2013. – Vol. 34, № 2. – P. 2289-2294.

33. Lutsenko, N. A. Effect of Gravity Field and Pressure Difference on Heterogeneous Combustion in Porous Media / N. A. Lutsenko // Combustion Science and Technology. – 2014. – Vol. 186, Issue 10-11. – P. 1410–1421.

34. Lutsenko, N. A. Numerical modeling of unsteady gas flow through the porous heat-evolutional objects with partial closure of the objects outlet / N. A. Lutsenko // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2014. – Vol. 72. – P. 602-608.

35. Lutsenko, N. A. Numerical model of two-dimensional heterogeneous combustion in porous media under natural convection or forced filtration / N. A. Lutsenko // Combustion Theory and Modelling. – 2018. – T. 22. – 359-377.

36. Teplitskii, Yu. S. Thermodynamics of a Heat-Releasing Grained Layer / Yu. S. Teplitskii, V. I. Kovenskii // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. -2008. - Vol. 81, No 4. - P. 659-669.

37. Teplitskii, Yu. S. On the thermomechanics of a heat-releasing layer with particles of variable size / Yu. S. Teplitskii, V. I. Kovenskii // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. -2011. - Vol. 81, No 5. - P. 1003-1008.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Дальневосточный федеральный университет»

## Инженерная школа Кафедра механики и математического моделирования

### ОТЗЫВ РУКОВОДИТЕЛЯ

на выпускную квалификационную работу студента Боровик Ксении Григорьевны

направление подготовки 15.03.03 «Прикладная механика» группа Б3409 Руководитель ВКР <u>к.ф.-м.н., доцент Луценко Николай Анатольевич</u> Тема ВКР: "Исследование стационарных течений газа через пористые <u>тепловыделяющие среды с учетом инерционной составляющей сопротивления</u> <u>движению</u>"

Дата защиты ВКР «04» июля 2018 г.

работе Боровик Ксении Григорьевны рассмотрено одномерное B стационарное течение газа через пористый тепловыделяющий объект с учетом составляющей силы сопротивления. Система уравнений, инерционной решена аналитически. Решение задачи ЭТОТ процесс, описывающая сравнивается с решением этой же задачи, но без учета инерционной составляющей силы сопротивления. Проведен анализ влияния учета инерционной составляющей силы сопротивления в широком диапазоне значений определяющих параметров.

Исследования, отраженные в выпускной работе, выполнены К.Г. Боровик самостоятельно. В процессе проведения исследований К.Г. Боровик показала способность работать с учебной и научной литературой, анализировать и выбирать способ решения поставленных задач. Считаю, что выпускная работа К.Г. Боровик заслуживает оценки «отлично», а ее автор заслуживает присвоения ей степени бакалавра по направлению «Прикладная механика» и последующего обучения в магистратуре.

Руководитель ВКР « 29» 06

<u>к.ф.-м.н, доцент</u> Уч. степень и звание 2018 г.



<u>Н.А. Луценко</u> И.О. Фамилия