

КФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
( Н И У « Б е л Г У » )

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СРЕДСТВ НАГЛЯДНОСТИ ПРИ  
ИЗУЧЕНИИ НЕРАВЕНСТВ В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ 7-9 КЛАССОВ  
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ШКОЛЫ**

Выпускная квалификационная работа  
обучающейся по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое  
образование, профиль Математика  
очной формы обучения, группы 02041402  
Евдокимовой Ольги Валерьевны

Научный руководитель  
к.ф.- м.н., доцент  
Витохина Н.Н.

БЕЛГОРОД 2018

## ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА I. СРЕДСТВА НАГЛЯДНОСТИ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ МАТЕМАТИКЕ.....	6
1.1 Значение средств наглядности при обучении школьников математике.....	6
1.2 Классификация наглядных пособий по математике.....	12
1.3 Требования к содержанию и оформлению наглядных пособий.....	20
1.4 Практическое использование наглядных пособий по математике.....	22
ГЛАВА II. МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ НЕРАВЕНСТВ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ 7-9 КЛАССОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СРЕДСТВ НАГЛЯДНОСТИ.....	25
2.1 Анализ теоретического содержания темы «Неравенства».....	25
2.2 Методика изучения линейных и дробно - линейных неравенств.....	28
2.3 Методика изучения квадратных неравенств.....	34
2.4 Разработки уроков по теме «Неравенства».....	41
2.5 Практическое исследование по выявлению уровня сформированности основных умений и навыков, необходимых для решения неравенств.....	54
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	57
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	59

## ВВЕДЕНИЕ

Принцип наглядности является одним из основных принципов обучения. В его основе лежат строго зафиксированные научные закономерности.

У истоков разработки и развития принципа наглядности в обучении стояли такие известные педагоги, как Я.А. Коменский, Жан-Жак Руссо, И.Г. Песталоцци, К.Д. Ушинский, В.П. Вахтеров, Ю.К. Бабанский, М.Н. Скаткин и др [3].

Наглядность является одним из компонентов целостной системы обучения, которая позволяет школьнику усвоить изучаемый материал качественно и на более высоком уровне. Как известно материал, который представлен наглядно, способствует развитию мыслительной деятельности учащихся. При этом происходит переход от конкретного к абстрактному [2].

Опыт работы учителей показывает, что интерес учащихся к изучению предмета повышается, если учитель продуманно использует на уроках различные виды наглядности, руководствуясь принципом обеспечения усвоения программного материала.

Каждое средство наглядности отличается той специфической функцией, которую оно выполняет в учебном процессе. В связи с этим требуется комплексное использование средств наглядности в процессе обучения [11]. Эффективность применения средств наглядности зависит не только от сочетания разных его видов, но и от правильного соотношения наглядности и других источников знания, в частности, от слова учителя. Очень важно учитывать использование средств наглядности как самостоятельных источников информации [6].

Анализ учебно-методической литературы показывает, что существуют различные подходы к вопросу о классификации наглядных пособий по математике: натуральные предметы; изображения предметов; таблицы; счетные приборы; измерительные приборы; графико-символические таблицы.

В настоящее время преобладают современные технические средства обучения (телевизор, видеомаягнитофон и другие мультимедиа и аудио средства, интерактивная доска, электронные пособия и т.д).

Наглядность особенно важна в обучении математике, так как здесь требуется достижение более высокой ступени абстракции, чем в обучении другим предметам. Использование наглядности в обучении математике зависит прежде всего от содержания изучаемого материала. Геометрия обладает огромными возможностями для применения наглядности, которые присущи этому предмету, но и алгебра обладает широкими возможностями для реализации принципа наглядности в обучении. В качестве одной из тем, удобных для применения наглядности, нами выбрана тема «Неравенства» в школьном курсе математики [2].

Все сказанное выше подтверждает актуальность проблемы исследования и обусловило выбор темы ВКР «Использование средств наглядности при изучении неравенств в курсе математики 7-9 классов общеобразовательной школы».

**Цель исследования** - разработка методик и апробация по теме «Неравенства» в школьном курсе математики с использованием средств наглядности.

**Объект исследования** - процесс обучения математике учащихся 7-9 классов.

**Предмет исследования** - средства наглядности при изучении неравенств в общеобразовательной школе.

Для достижения данной цели решались следующие задачи:

1. раскрыть теоретические основы реализации принципа наглядности в обучении;
2. разработать методику изучения темы «Неравенства» в основной школе с использованием средств наглядности;
3. подтвердить гипотезу на основе практической работы в школе.

**Гипотеза** - использование средств наглядности на уроках математики 7-9 классов при изучении неравенств, способствует повышению качества усвоения темы, познавательного интереса учащихся.

Работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы.

В первой главе рассматриваются теоретические основы использования средств наглядности в процесс обучения математике.

Вторая глава посвящена разработке методик и апробации по теме «Неравенства» в школьном курсе математики 7-9 классов с использованием средств наглядности.

# ГЛАВА I. СРЕДСТВА НАГЛЯДНОСТИ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ МАТЕМАТИКЕ

## 1.1 Значение средств наглядности при обучении школьников математике

Последовательное осуществление понятийной основы обучения математике в школе, ни в какой мере не умаляет роли представлений, основанных на образном восприятии действительности.

Система представлений о природных явлениях, исторических событиях и событиях современной общественной жизни, о современной технике, о произведениях искусства составляет существенную часть программного материала [1].

Ничем неоправданно и принижение роли предметно-образной наглядности в обучении, которая имела место в некоторых методических источниках. Уровень усвоения программного материала, а, следовательно, и эффективность обучения существенно зависят от использования на уроках различных средств наглядности. При определенных условиях использование наглядных пособий не только не мешает развитию абстрактного мышления учащихся, но и способствует развитию у учащихся важнейших мыслительных операций. Как показывает практика, эффективность использования средств наглядности в учебном процессе достигается при определенных условиях и зависит от характера самих наглядных пособий, от правильного сочетания в учебном процессе различных источников информации [10].

Анализ педагогической и методической литературы позволяет утверждать, что успех обучения во многом зависит от методов обучения с использованием наглядных пособий, что характер наглядных пособий существенно влияет на понимание учебного материала, определяет содержание и структуру урока.

Наглядные методы не могут быть изолированы от словесных методов обучения, ибо всякое наглядное пособие поясняется, анализируется, является источником дополнительной или основной информации по изучаемому вопросу. Наглядные методы - это и беседы, и описания, и рассказ, и объяснение, и самостоятельное изучение, но с помощью наглядных средств [12].

Опора на чувственные образы, ощущения и восприятие ребенка при использовании наглядных пособий создает своеобразную структуру познавательной деятельности ученика. Ребенок мыслит образно, конкретно, и это создает хорошую основу для формирования абстракции и понимания изучаемых теоретических положений при помощи наглядных пособий.

Наглядные методы обучения условно можно подразделить на две большие группы:

- метод иллюстраций
- метод демонстраций

*Метод иллюстраций* предполагает показ ученикам иллюстративных пособий: плакатов, картин, зарисовок на доске, карт, портретов и тому подобное.

*Метод демонстраций* обычно связан с демонстрацией приборов, опытов, технических установок и так далее. К демонстрационным методам также относятся показ диафильмов, кинофильмов, компьютерных презентаций [13].

Есть несколько методических условий, выполнение которых обеспечивает успешное использование наглядных средств:

1. Хорошее обозрение, которое достигается путем применения соответствующих красок при изготовлении подъемных столиков, экранов подсвечивания, указателей и тому подобное.
2. Четкое выделение главного, основного при показе иллюстраций, так как они могут содержать и отвлекающие моменты.

3. Детальное продумывание пояснений, необходимых для выяснения сущности демонстрируемых явлений, а так же для обобщения усвоенной учебной информации

4. Привлечение самих учеников к нахождению желаемой информации в наглядном пособии или демонстрационном устройстве, постановка перед ними проблемных заданий наглядного характера.

Из различных видов наглядности - натуральной, изобразительной, символической - широкое применение в обучении математике находит символическая наглядность (чертежи, графики, схемы, таблицы) [14]. Роль символической наглядности возрастает с накоплением у детей математических знаний и развитием мышления учащихся, символическая наглядность становится основным средством наглядного обучения математике [8].

Использование наглядности в процессе формирования понятий будет эффективным, если оно ориентирует учащихся на обобщение и абстрагирование существенных признаков формируемого понятия. Для формирования понятия куба надо показать учащимся множество предметов, отличающихся друг от друга формой, размерами, окраской. Ученики уже в первом классе, после того как им показывают на одно из этих тел и говорят, что это куб, безошибочно отбирают из множества тел все те, которые имеют такую же форму, пренебрегая различиями, касающимися размера, окраски, материала [11]. В любом виде наглядности должны сочетаться изоморфизм и простота. Говоря об изоморфизме средств наглядности, следует иметь в виду тождественность отображения ими структур и отношений изучаемых объектов, в какой бы форме это отображение не было отображено. Простота восприятия достигается тем, что в создаваемых средствах наглядности исключаются все несущественные детали и стороны изучаемого объекта, а сохраняются только самые существенные, которые и представляют собой основные признаки понятий или главные компоненты представления [14].



Школьная практика подтверждает эффективность применения таких наглядных пособий, которые четко выражали бы наиболее существенные стороны изучаемого на данном уроке явления, были свободны от излишних деталей, мешающих ученикам сначала вычленить, а затем сгруппировать те же существенные признаки, обобщение которых лежит в основе данного представления или понятия.

Каждое средство наглядности отличается и той специфической функцией, которую оно может выполнять в учебном процессе, обеспечивающем его высокую эффективность. Важным элементом учебного оборудования должны стать комплекты средств вариативной наглядности. Они позволяют во время урока быстро создавать, изменять, разные ситуации с использованием наглядных пособий. Для этого используются наборы иллюстративных материалов или меловых рисунков, чертежей и записей. К числу таких средств относятся магнитная доска и фланелеграф, дидактические возможности которых во многом одинаковы [17].

В связи с различными дидактическими функциями и возможностями средств наглядности требуется их комплексное применение на уроке. Только в этом случае будет достигнута максимальная эффективность в решении каждой познавательной задачи урока. Комплексное применение различных средств наглядности объясняется тем, что оно обеспечивает совместную работу на уроках различных анализаторов [6].

Вместе с тем многообразие средств наглядности оправдано лишь в тех случаях, когда требуется раскрыть различные стороны изучаемого явления или предмета, а каждое из этих сторон более убедительно и полно может быть отражена лишь с помощью определенного вида наглядности. Нельзя не согласиться с Ю.К. Бабанским в том, что “чрезмерное увлечение наглядностью ведет к затормаживанию развития абстрактного мышления, без которого невозможно эффективное познание окружающей

действительности. Обильное применение наглядности часто рассеивает внимание учащихся, отвлекает от познания главных идей темы, особенно когда речь идет об учащихся не с наглядно-образной, а со словесно-логической памятью” [8].

Эффективность применения средств наглядности в учебном процессе зависит не только от педагогически оправданного сочетания на уроке разных его видов, но и от правильного соотношения наглядности и других источников знания, в частности слова учителя. Таким образом, наименее эффективным оказывается такое применение средств наглядности, когда оно не используется в качестве одного из источников новых знаний, а служит лишь иллюстрацией к слову учителя [3]. Одна из задач совершенствования учебного процесса состоит в широком использовании на уроках наглядных пособий как самостоятельных источников информации. Это предполагает самостоятельную работу учащихся с различными видами индивидуальных пособий, дидактического материала, проведение предметных уроков, выполнение заданий, основанных на изучении демонстрационных наглядных пособий.

Познавательная эффективность средств наглядности, по мнению Л.В. Занкова, определяется степенью самостоятельности учащихся, в переработке содержащейся в ней информации [2].

Развитию теоретического мышления школьников помогает применение таких видов наглядности, которые, с одной стороны, позволяют вычленять наиболее общие признаки большого числа предметов и явлений и абстрагироваться от их несущественных признаков, а с другой стороны способствуют материализации понятий. Эти возможности средств наглядности хорошо были показаны в одной из статей А.М. Пышкало. Он писал следующее: “Общаясь с разнообразными предметами и моделями геометрических фигур, выполняя большое число опытов, учащиеся выявляют

их наиболее общие признаки, не зависящие от материала, цвета, положения, веса и тому подобного [3].

Это достигается систематическим применением приема материализации геометрических образов. Например, прямая линия получается не только с помощью линейки, но это и след движущейся точки (конца карандаша), и край - ребро крышки стола, натянутая нить, линия сгиба листа бумаги, линия пересечения двух плоскостей, (например, плоскости стены и плоскости потолка). Отвлекаясь от конкретных свойств материальных вещей, учащиеся овладевают геометрическими представлениями” [14].

Для современного этапа развития школьного математического образования характерен переход от экстенсивного обучения к интенсивному [11]. Вновь актуальными становятся проблемы развития интуиции, образного мышления, а также способности мыслить творчески, не стандартно. В настоящее время педагогов-исследователей и ученых-методистов привлек огромный развивающий и образовательный потенциал геометрии. Одной из узловых проблем методики преподавания математики в начальной школе является содержание и методы изучения начального курса геометрии. Младший школьный возраст является одним из сенситивных периодов в развитии мышления ребенка. Геометрии важно отводить большую роль в формировании высокой мотивации учебного процесса, а также в развитии всех форм мышления школьника.

Это позволяет сделать вывод о необходимости усиления роли геометрического материала и геометрических методов в курсе математики начальной школы, т.е. придании начальному курсу геометрии большей самостоятельности как по содержанию и объему, так и по методам изучения, усиления внимания к изучению стереометрического материала, формированию элементарных пространственных представлений

представлений у учащихся. Геометрический материал дается в дополнение к арифметическому [14].

Совершенно очевидно, что рациональное педагогически обоснованное применение наглядных пособий способствует органическому сочетанию чувственного и рационального в процессе обучения, что создает благоприятные условия для повышения его теоретического уровня.

Повышение теоретического уровня преподавания основ наук предполагает также существенные изменения в характере и структуре многих средств наглядности, и вместе с тем совершенствование приемов их использования на уроках [4]. Изменение наглядных пособий должно осуществляться в направлении освобождения их от изобразительных излишеств и обилия деталей, мешающих выделению и восприятию наиболее существенных признаков явлений предметов, отношений между ними и между их элементами. Применение таких наглядных пособий позволит учащимся абстрагироваться от не существенных признаков изучаемых объектов, что создает благоприятные условия для формирования понятий и представлений. Отказ от неоправданного многообразия средств наглядности, применяемых на одном уроке, также облегчит ученикам выделение в процессе учебного познания наиболее существенных сторон изучаемых объектов и абстрагирование их от несущественных признаков [3].

## **1.2 Классификация наглядных пособий по математике**

В методической литературе вопрос о классификации наглядных пособий по математике решается неоднозначно. У одних авторов основанием для классификации служит способ использования пособий (демонстрационные и лабораторные), у других — способ изготовления (натуральные пособия и их изображения). Натуральные пособия рассматриваются еще как полная или непосредственная наглядность, а

изображения предметов — как наглядность опосредованная. К изобразительной наглядности относятся объемные и плоскостные наглядные пособия, а также графические пособия (графики, схемы, знаки, указывающие направление, отношения между количествами и др.). Но ни одна из предложенных классификаций не охватывает всего разнообразия наглядных пособий [13].

В предлагаемой классификации пособия распределены по типам, родам и видам с учетом их назначения в педагогическом процессе.

*Натуральные предметы:* палочки, листья и т. д.

*Изображение предметов:* рисунки, картины, картины со вставками, аппликации дробей, геометрических фигур, задач, модели геометрических тел и фигур, часов, единиц измерения.

*Таблицы:* инструктивные: образцы рукописных цифр; алгоритмы арифметических действий; запись действий с именованными числами; запись решения задач.

*Познавательные:* нумерационные таблицы; таблицы законов арифметических действий; приемов сокращенных вычислений; таблица умножения Пифагора; палочки Непера; таблицы вычисления площадей; то же объемов; таблицы мер длины и веса.

*Справочные:* таблицы арифметических действий в пределах 20 и 100; таблицы умножения и деления в пределах 1000.

*Цифровые:* кассы арабских и римских цифр; таблицы Эккерта; таблицы для устного счета [13].

### **Счетные приборы:**

*Счеты:* счеты стоячие и висячие; счеты Неманского и Оржаникова; счеты Лая и Шохор-Троцкого; дробные счеты; ученические счеты. Абаки двузначных, трехзначных и многозначных чисел. Арифметические ящики в объеме кубического дециметра и других размеров [13].

**Измерительные приборы:**

*Протяженности:* линейки и ленты метровая и дециметровая с делениями на сантиметры, циркули.

*Веса:* весы и разновесы.

*Емкости:* кружки литровая, пол-литровая.

*Площадей и объемов:* модели квадратного и кубического метров, дециметров, сантиметров.

*Для измерения на местности:* вешки и колышки; полевой метр; рулетка; экер; настольный полигон.

**Графико-символические таблицы:**

Диаграммы линейные, столбчатые, круговые и другие; графики схемы.

Дидактический материал для упражнений в вычислениях, измерениях, в решении задач.

Современные средства наглядности (телевизор, видеоманитофон и другие мультимедиа и аудио средства, интерактивная доска, электронные пособия и т.д.) [13].

Изучая математику, школьники усваивают ряд сложных понятий: понятие числа, понятия арифметических действий, законов арифметических действий, понятие уровня, равенства, неравенства и других, которые связаны с отвлеченным, абстрактным мышлением учащихся. К его развитию, к образованию общих математических понятий «надо идти, отправляясь от наглядного обучения, которое опирается на восприятия и ощущения, идущие от предметного, объективного мира, что и называют в школьной практике наглядностью, наглядными пособиями» [11].

Знание видов наглядных пособий дает возможность учителю правильно их подбирать и эффективно использовать при обучении, а также изготавливать самому вместе с детьми необходимые наглядные пособия.

*Учебные наглядные пособия принято делить:*

- натуральные
- изобразительные

*К натуральным наглядным пособиям* относятся предметы окружающей жизни: тетради, палочки, кубики и т.п.

*Среди изобразительных наглядных пособий выделяют:*

- образные: предметные картинки, изображения предметов и фигур из бумаги и картона, таблицы с изображениями предметов или фигур.
- символические (условные): карточки с изображениями математических символов (цифр, знаков, действий, знаков отношений).

Кинопособие - это позитивное фотографическое изображение движущихся объектов на киноплёнке с зафиксированным (оптическим способом) звуковым сопровождением. К кинофильмам относятся кинопособия метражом более 120 м. Школьные учебные кинофильмы состоят, как правило, из 1 - 3 частей. По структуре кинофильмы делятся на целостные и фрагментарные. Последние содержат по несколько законченных смысловых фрагментов [8].

Кинофрагменты - это короткие кино пособия метражом до 50 м, раскрывающие более узкие вопросы изучаемого материала.

Кинокольцовки - это кинопособия метражом до 15 м, отражающие циклически повторяющиеся процессы или содержащие материал, усвоение которого требует многократного восприятия. Для демонстрации кинокольцовки ее конечный кадр склеивают с начальным - образуется кольцевой фильм, который, непрерывно двигаясь в кинопроекторе, может воспроизводиться несколько раз подряд.

Учебные видео и кинофильмы создаются, прежде всего, по тем учебным темам, которые требуют динамического изображения объектов, показа процессов и явлений.

С помощью кино можно разъяснять учащимся сложные мировоззренческие проблемы, раскрывать связь, сущность и развитие явлений природы, общественной жизни и техники, пояснять законы, знакомить учащихся с методами познания их [11].

Телевидение, учебное телевидение - способ передачи на расстояние учебной зрительной и звуковой информации через систему открытых или замкнутых телевизионных систем. Учебные телевизионные передачи - передачи, создаваемые по темам учебной программы и предназначенные для использования непосредственно на уроке, а также значимость этого технического средства мало, чем отличается от учебного звукового кино.

Видеозаписи - зафиксированные с помощью видеомагнитофона или телевизионной камеры на специальной магнитной ленте изображение и звук. На уроках используются видеозаписи учебных телепередач, кинофильмов, производственных процессов, опытов, некоторых явлений микромира и т.д.

В образовательных учреждениях используют телевизионные системы как открытого, так и замкнутого типа [17].

Видеомагнитофон - устройство, предназначенное для магнитной записи и воспроизведения изображения и звука.

Видеоплеером называют видеомагнитофон, не имеющий дисплейной панели для контроля его работы. Видеоплеер может не обеспечивать записи информации на пленку, тогда его называют "не пишущий".

Моноблоком называют видеомагнитофон, встроенный в телевизор.

В основе методов магнитной записи звука и видеозаписи лежит один и тот же принцип намагничивания носителя. Но запись звуковых сигналов существенно отличается от видеозаписи тем, что их диапазон значительно уже диапазона телевизионного сигнала. По назначению видеомагнитофоны разделяют на бытовые (рассчитаны на массового потребителя), профессиональные (предназначены для работы на телецентрах -- студийные



или в установках для репортажа) и полупрофессиональные (предназначены для работы в замкнутых телевизионных системах в научно-исследовательских лабораториях, учебных, медицинских учреждениях) [17].

Видеопроектор дисков - устройство, которое вместе с телевизором может воспроизводить (в зависимости от функций) CD- и DVD-диски.

Развитие и совершенствование телевизионной техники создает предпосылки для превращения учебного телевидения в универсальное средство, позволяющее объединить в учебном процессе все технические средства обучения, включая компьютер и всевозможные обучающие устройства [16].

В связи с программой модернизации российской системы образования в последнее время уделяется большое внимание развитию компетентности учителей в области использования технологий мультимедиа.

Технология мультимедиа (multimedia) - современная компьютерная технология, позволяющая объединить в компьютерной системе текст, звук, видеоизображение, графические изображения и анимацию [11].

С точки зрения использования мультимедиа в качестве педагогического инструмента - это представление объектов и процессов не только традиционным текстовым описанием, но и с помощью фото, видео, графики, анимации, звука, т.е. во всех известных сегодня формах. Здесь мы имеем два основных преимущества - качественное и количественное [6].

Качественно новые возможности очевидны, если сравнить словесные описания картины, музыки или способов искусственного дыхания с непосредственным аудиовизуальным представлением.

Аудио сопровождение учебной информации значительно повышает эффективность ее восприятия.

Еще больший эффект достигается сочетанием аудио комментариев с видеоинформацией или анимацией, так как представляется возможность объяснения хода некоторого процесса или явления в его развитии.

*К мультимедийным средствам обучения следует отнести:* программные средства, объединяющие все перечисленные виды информации, с высокой степенью интерактивности [3]. Главная черта таких средств - значительный объем и разнообразие данных, а также возможность прямого доступа к ним; а также технические средства, позволяющие работать с информацией различного типа.

Внедрение в обучение новых информационных технологий обучения, основанных на применении интерактивных методик и мультимедиа, с помощью которых ученики приобретают знания, развивают социальные и интеллектуальные навыки, вырабатывают критическое мышление, позволяют более эффективно решать различные проблемы традиционного обучения.

Ученик получает возможность использовать большие объемы разнообразной информации в комплексном ее представлении, доступ к которой иными способами не может быть обеспечен. Использование средств мультимедиа непосредственно в ходе учебного занятия, обеспечивают оперативность получения нужных сведений. Никакие иные "некомпьютерные" источники информации: библиотеки, архивы, справочники, книги - такой оперативности, безусловно, не обеспечивают [3].

В то время как традиционные технические средства обучения ориентированы на организацию осознанного восприятия новых знаний, мультимедийные средства позволяют организовать активную деятельность по их получению и преобразованию.

За последние годы создано большое количество мультимедийных программ учебного назначения (в основном распространяемых на CD), призванных играть активную роль в учебном процессе, взаимодействовать с

учащимися в ходе процесса обучения, организовывать этот процесс, руководить и управлять им.

Теперь мы можем говорить об электронном пособии, которое способно не только "выдать предметную текстовую информацию, снабженную иллюстрациями: оно "ведет" по содержанию, усиливая восприятие возможностями современного компьютера. В частности можно смоделировать и увидеть какой-либо процесс в его динамике (физика, химия), фрагмент из исторического фильма (история), услышать стихотворение великого поэта в художественном исполнении и многое другое. Учитель может работать не только с содержанием материала, но и с его структурой, что намного облегчает анализ материала и подготовку к проведению учебных занятий [3].

Обучающие мультимедиа-программы могут включать и элементы контроля знаний учащегося, например, путем включения вопросов с набором альтернатив, выбор каждой из которых может сопровождаться оценочными комментариями; данная возможность особенно важна в процессе самообразования.

Обычно в школьный комплект мультимедийного оборудования современной школы входит мультимедиа ПК, мультимедиа проектор, интерактивная доска обратной проекции, система звукоусиления [2].

Современный мультимедиа-ПК укомплектован звуковой, графической картами, активными стереофоническими колонками, микрофоном и дисководом для оптических компакт - дисков CD, DVD.

Мультимедийным проектором называют оптоэлектронное устройство, позволяющее преобразовывать входной электрический видеосигнал в модулированный выходной световой поток, проецируемый на экран с целью визуализации изображения.

Современные проекторы отличаются компактностью, мобильностью, простотой применения. Работа с ним напоминает работу с монитором компьютера - есть регулировки яркости и контрастности, сдвига изображения влево и вправо. Современные проекторы подключаются практически к любому источнику видео/аудио сигнала, не нуждаются в сложной и частой регулировке, для работы имеют пульт ДУ и удобное экранное меню [17].

Совместное применение системы прямой проекции и интерактивной доски обратной проекции придает комплексу новые качественные характеристики. Результаты работы учителя у электронной доски (например, графики, схемы и др. изображения).

На экран выводится компьютерная информация (графические материалы, таблицы и др.) и видеоматериалы (учебные фильмы). Вывод на экран по желанию учителя осуществляется поочередно или одновременно (в режиме "картинка в картинке"). При необходимости учитель может обращаться к сети Internet.

Особое внимание в мультимедийном комплексе уделено системе звукоусиления. Для этого по классу распределяют акустические системы, которые создают равномерное звуковое покрытие с хорошим уровнем разборчивости в пределах всего помещения [13].

Контрольные мониторы, системный блок и встраиваемый интерфейс для подключения внешних устройств (ноутбука учителя, документ-камеры и т.п.) могут быть смонтированы в специально изготовленном столе учителя. Источники сигналов, усилители мощности и коммутатор сигналов смонтированы в запираемой стойке, рядом со столом учителя

Эти средства наглядности нужны для передачи сложной связи, взаимосвязи и отношений объектов изучения, их внутренней структуры, не поддающейся реалистическому, образному восприятию. Они помогают

учителю опираться на чувственно воспринимаемые учащимися образы при формировании сложных представлений и понятий.

Как известно, отражение действительности в сознании человека осуществляется в единстве чувственного и рационального. «Ни чувственное познание, ни абстрактное мышление не в состоянии в отдельности, в отрыве друг от друга обеспечить познание в сущности исследуемого объекта», - отмечает А.П. Шептулин [19].

### **1.3 Требования к содержанию и оформлению наглядных пособий**

Наглядность в математике должна содействовать не только обучению, но и воспитанию учеников. Это достигается тем, что тематика картин берется из практики повседневной жизни, из жизни и деятельности школы и детских организаций. Конкретность содержания и точность данных, приводимых в таблицах, диаграммах и других иллюстрациях, содействуют лучшему пониманию современной действительности и связи с жизнью [8].

Наглядные пособия должны быть дидактически целесообразны, соответствовать программе математики, а также возрасту учеников.

Картины должны быть простыми по содержанию, но оформлены художественно. Следует избегать излишней яркости в окраске пособий, что может отвлекать внимание учеников от математического содержания и утомлять их. Наглядные пособия по математике должны отличаться четкостью и простотой построения, они должны быть удобны для обозрения, ясны для понимания и свободны от всего лишнего, заслоняющего существенно важное [6].

При изготовлении самодельных наглядных пособий цифровые и текстовые надписи рекомендуется делать черной тушью на белой бумаге, придерживаясь следующих размеров цифр и букв: для младших классов —

4 — 5 см, для старших — 2,5 — 3,5 см, а в начале учебного года для первого класса—примерно 8 см. Расстояние между буквами делают обычно около  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{2}$  их высоты, а толщину штрихов — в 1, 1,4 см [8].

Правильное оформление наглядных пособий облегчает восприятие и помогает учителю воспитывать у детей внимание и зрительную память.

Цифры и буквы в виде рассыпного шрифта могут быть изготовлены также из резины в мастерской по изготовлению штампов. Пользование сделанными из резины штампами букв, цифр и знаков действий облегчает работу учителя и учеников, так как освобождает их от обводки и раскраски и вызывает повышенный интерес к работе. Готовые штампы могут облегчать труд учителя по художественному оформлению плакатов (решение задач) и дидактического материала [13].

В виде штампов можно изготовить различные рисунки фруктов (яблоки, груши и вишни), животных и насекомых (птицы, рыбы, бабочки), игрушек, мебели (стол, стул), посуды (чашки, чайник) и др.

Пользуясь штампами, можно внести большое разнообразие и оживление в работу по изготовлению пособий.

Тем же целям могут служить «вырезали».

На полоску бумаги, сложенную в 3 — 5 раз, кладется трафарет и обводится карандашом) а затем вырезается. В результате для каждого ученика можно изготовить для счета несколько однородных предметов в виде вырезок. Наиболее быстро можно вырезать геометрические фигуры (квадраты, треугольники, прямоугольники, ромбы, звездочки и др.) [11].

В настоящее время большинство наглядных пособий носит статический характер. Между тем наглядные пособия должны дать упражнения для рук, глаз и речи. А это требует увеличения числа пособий динамического, подвижного характера и создания математических кинофильмов на темы:

«Как люди научились считать», «Метрические меры», «Измерения на местности», «Числа великаны», «Занимательная математика» [3].

#### **1.4 Практическое использование наглядных пособий по математике**

Высшим проявлением педагогического мастерства И. П. Павлов считал использование элемента новизны, управление первыми впечатлениями ученика, которые оставляют след в его сознании иногда на всю жизнь. Поэтому демонстрация наглядных пособий должна создавать яркое зрительное впечатление как качеством изготовленного пособия, так и своевременным и умелым показом его, а это требует от учителя предварительной подготовки к свободному обращению с пособием и его установкой [17].

То же нужно сказать о работе с наглядными пособиями, показывающими математические объекты в состоянии движения: счетные циферблаты, подвижные молчанки, таблицы (сложения и умножения), а также электротаблицы (умножения и сложения). Показ математических объектов в движении может иметь место и при изучении геометрического материала: развертка тел, складывание геометрических тел по данным разверткам, получение периметров из шарнирных геометрических фигур и т. п. Элементы движения могут иметь место также при воспроизведении условия задач драматизацией (задачи на движение) [3].

Комплектование школы наглядными пособиями определяется программой математики. Продумывая тему, раздел программы, надо предусмотреть, как перекинуть мост между теорией и практикой вычисления и решения жизненных задач и как использовать местный материал для связи математики с жизнью.

Наглядные пособия употребляются не только при сообщении нового материала, но и при закреплении его; для контроля за правильным пониманием пройденного и для помощи ученикам, которые не овладели необходимыми знаниями, понятиями. Например, после того как изучено увеличение числа в несколько раз, полезно предложить учащимся воспроизвести на счетах, абаках, палочках или кружках увеличение числа в несколько раз. При повторении пройденного материала, можно, например, организовать обзор наглядных пособий по геометрии, составление задач по иллюстрациям на пройденную тему (разностное сравнение) и т. п.

Наряду с фронтальным использованием наглядных пособий можно назначать отдельным ученикам индивидуальные занятия с наглядными пособиями или практические работы с дидактическим материалом.

Но обучение математике не должно все время опираться только на наглядность. Если ученики на протяжении всего периода изучения данной темы пользуются наглядностью и не развивают представлений, то это может привести к атрофии последних [13]. Наглядность может оказать не только положительное влияние на формирование знаний, но и отрицательное; все зависит от того, как она используется учителем.

Наглядность может задержать развитие счетных навыков, если учитель пользуется счетными палочками тогда, когда ученики должны считать в уме. Наглядные пособия могут отвлекать внимание учеников от математической сущности вопроса. Также может вредно сказаться на восприятии рассмотрение предметов в одном положении [14].

Ученики легко различают углы, расположенные на горизонтальной прямой, и затрудняются, когда углы повернуты вверх и вниз в разных направлениях.



В процессе обучения наглядные пособия используются с различными целями: для ознакомления с новым материалом, для закрепления знаний, умений, навыков, для проверки их усвоения.

Успех учебно-воспитательного процесса зависит и от того, в какой степени учащиеся будут обеспечены необходимыми наглядными пособиями и индивидуальными средствами обучения, активизирующими познавательную деятельность [8]. Многие пособия учителя делают сами, стараясь, чтобы они были достаточно красочными и привлекательными, достаточно крупными, чтобы дети их хорошо видели. Пособие изготавливают таким образом, чтобы служили они не на одном, а на многих уроках в различных вариантах и комбинациях.

В качестве наборных полотен при счете и решении задач, для составления различных игровых сюжетов используют вырезанные из плотной бумаги или картона фигурки деревьев, корзин. В каждой из них есть специальные прорезы, в которых можно вставить картинку с изображением фруктов, овощей, грибов и других предметов. На рисунке изображен такой предмет, который специально изготовлен для вставки в прорезы. Наборное полотно будет удобным в использовании, если прорезы заменить кармашками из полосок бумаги, ибо в кармашек вставить картинку гораздо легче и быстрее, чем в прорезь [19].

Использование наглядности является хорошим средством, стимулирующим деятельность учащихся. Оно не только активизирует мыслительную деятельность детей, повышает их работоспособность, но и воспитывает у них аккуратность, терпение.

Выбирая наглядные пособия, обязательно надо стремиться к тому, чтобы оно способствовало достижению учебно-воспитательной цели: закреплению и углублению знаний, воспитанию внимания, сообразительности, выдержки.

## ГЛАВА II. МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ НЕРАВЕНСТВ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ 7-9 КЛАССОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СРЕДСТВ НАГЛЯДНОСТИ

### 2.1 Анализ теоретического содержания темы «Неравенства»

Остановимся сначала на анализе понятий.

В теме представлено 2 понятия, из которых только одно определено явно.

1. Формулировка определения понятия: Если в левой части неравенства стоит квадратный трехчлен, а в правой - нуль, то такое неравенство называют квадратным.

2. Логический анализ структуры определения понятия «квадратное неравенство»: термин - неравенство; род - неравенство; видовые отличия- «в левой части неравенства стоит квадратный трехчлен», «а в правой - нуль»; связь между видовыми отличиями - с точки зрения логики – имплицативное определение; вид определения - через род и видовые отличия; опорные знания - понятие неравенства, понятие квадратного трехчлена [3].

3. Подведение под понятие (примеры конкретных квадратных неравенств и контрольные примеры).

4. Следствия из определения понятия: решение квадратного неравенства (графическим методом, аналитическим методом, методом интервалов).

5. Возможные ошибки в формулировке определения: учащиеся вместо двух существенных признаков называют только один; забывают указать слово «неравенства».

Используется имплицативная связь между видовыми отличиями в определении понятия. Понятие определяется через род и видовые отличия. Подведение под понятие осуществляется с помощью примеров конкретных квадратных неравенств и контрольных примеров. Опорными знаниями являются понятия неравенства и квадратного трехчлена. Возможные ошибки

состоят в том, что учащиеся вместо двух существенных могут назвать только один, забывают указать слово «неравенства» [14].

Анализ утверждений.

I.

1. Формулировка утверждения: Если  $D < 0$ , то при всех действительных значениях  $x$  знак квадратичной функции совпадает со знаком числа  $a$ .

2. Структура утверждения:

- разъяснительная часть - любая квадратичная функция;

- условие - 1)  $D < 0$ ;

- заключение - При всех действительных значениях  $x$  знак квадратичной функции совпадает со знаком числа  $a$ .

3. Форма формулировки утверждения - имплицативная.

4. Вид утверждения - сложное (два условия, одно заключение).

5. Метод доказательства - алгебраический.

6. Достаточное или необходимое условие - достаточное.

7. Опорные знания: понятие дискриминанта, понятие квадратного трехчлена, понятие действительного числа.

8. Возможные ошибки и затруднения: в формулировке утверждения пропускают слово «действительных».

II.

1. Формулировка утверждения: Если  $D = 0$ , то при всех действительных значениях  $x$ , кроме, знак квадратичной функции совпадает со знаком числа  $a$ , при значении квадратичной функции равно нулю.

2. Структура утверждения:

- разъяснительная часть - любая квадратичная функция;

- условие - 1)  $D = 0$ ;

- заключение - 1) при всех действительных значениях  $x$ , кроме, знак квадратичной функции совпадает со знаком числа  $a$ ; 2) при значении

квадратичной функции равно нулю.

3. Форма формулировки утверждения - имплицативная.
4. Вид утверждения - сложный (два условия, два заключения).
5. Метод доказательства - алгебраический.
6. Достаточное или необходимое условие - достаточное.
7. Опорные знания: понятие дискриминанта, понятие квадратного трехчлена, понятие действительного числа.
8. Возможные ошибки и затруднения: в формулировке утверждения пропускают слово «действительных».

### III.

1. Формулировка утверждения: Если  $D > 0$ , то знак квадратичной функции совпадает со знаком числа  $a$ , для всех  $x$ , лежащих вне отрезка  $[x_1; x_2]$ , т.е. при  $x < x_1$  и при  $x > x_2$ , где  $x_1 < x_2$  - нули функции; знак квадратичной функции противоположен знаку числа  $a$ , при  $x_1 < x < x_2$ .

2. Структура утверждения:
  - разъяснительная часть - любая квадратичная функция;
  - условие - 1)  $D > 0$ ;
  - заключение - 1) знак квадратичной функции совпадает со знаком числа  $a$ , для всех  $x$ , лежащих вне отрезка  $[x_1, x_2]$ , 2) знак квадратичной функции противоположен знаку числа  $a$ , при  $x_1 < x < x_2$ .

3. Форма формулировки утверждения - имплицативная.
4. Вид утверждения - сложный (два условия, два заключения).
5. Метод доказательства - алгебраический.
6. Достаточное или необходимое условие - достаточное.
7. Опорные знания: понятие дискриминанта, понятие квадратного трехчлена, понятие действительного числа.
8. Возможные ошибки и затруднения: в формулировке утверждения забывают указывать значения  $x$ .

Все утверждения даны в имплицативной форме. Все теоремы сложные.

Во всех теоремах используется алгебраический метод доказательства.

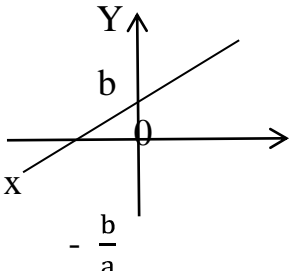
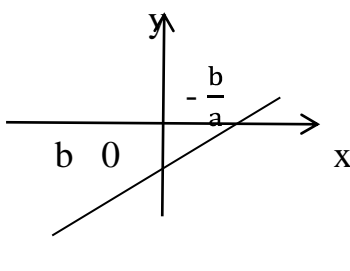
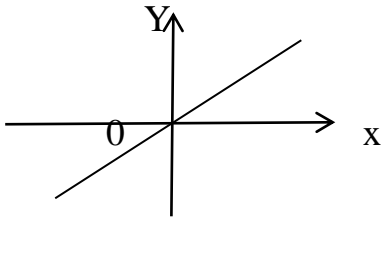
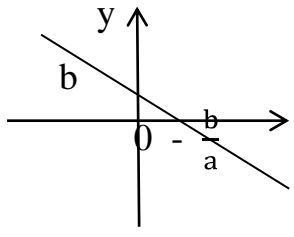
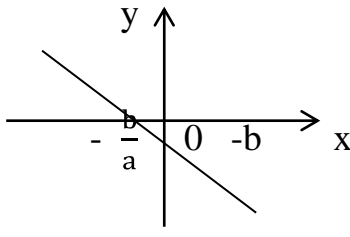
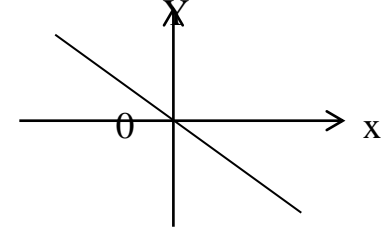
Данные теоремы являются достаточными условиями. Опорными знаниями являются понятия дискриминанта, квадратного трехчлена, действительного числа. Возможные ошибки состоят в том, что учащиеся могут забыть, в формулировке теорем, указывать значения  $x$ , пропускать слово «действительных» [14].

## 2.2 Методика изучения линейных и дробно - линейных неравенств

С алгоритмом решения линейных неравенств учащиеся знакомятся после изучения, соответствующего вида уравнений и свойств линейной функции. Решение линейных неравенств основывается на свойствах числовых неравенств. Но можно использовать и графическую интерпретацию. Приведем таблицу зависимости расположения графика линейной функции от значений коэффициентов  $a$  и  $b$  [14].

$$y = ax + b$$

Таблица 1

$b$	$b > 0$	$b < 0$	$b = 0$
$a > 0$			
$a < 0$			

$a = 0$			
---------	--	--	--

Тогда получаем для неравенства вида:

I.  $ax > b$

1. При  $a < 0$  и  $b \in \mathbb{R}$ ,  $x < \frac{b}{a}$ , т.е.  $x \in -\infty; \frac{b}{a}$  ;
2. При  $a = 0$  и  $b < \mathbb{R}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ;
3. При  $a = 0$  и  $b \geq \mathbb{R}$ ; решений нет;
4. При  $a > 0$  и  $b \in \mathbb{R}$ ,  $x \in \frac{b}{a}; +\infty$

II.  $ax \leq b$

1. При  $a > 0$  и  $b \in \mathbb{R}$ ,  $x \in (-\infty; \frac{b}{a}]$ ;
2. При  $a = 0$  и  $b \geq 0$ ;  $x \in \mathbb{R}$ ;
3. При  $a = 0$  и  $b < 0$ , решений нет;
4. При  $a < 0$  и  $b \in \mathbb{R}$ ,  $x \in [\frac{b}{a}; +\infty)$

III.  $a \geq b$

1. При  $a < 0$  и  $\forall b \in \mathbb{R}$ ,  $x \leq \frac{b}{a}$ , т.е.  $x \in (-\infty; \frac{b}{a}]$ ;
2. При  $a = 0$  и  $b \leq 0$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ;
3. При  $a = 0$  и  $b > 0$ , решений нет;
4. При  $a > 0$  и  $\forall b \in \mathbb{R}$ ,  $x \geq \frac{b}{a}$ ,  $[\frac{b}{a}, +\infty)$

Аналогично для неравенств вида  $ax < b$ ,  $ax \leq b$ .

Рассмотрим несколько задач, связанных с решением линейных неравенств.

*Пример 1.* При всех значениях параметра  $a$ , решить неравенства  
 $3 - 4a - x < 2ax + 3$

*Решение.* После элементарных преобразований получим:

$$3(4a - x) < 2ax + 3 \Rightarrow 12a - 3x < 2ax + 3 \Rightarrow 12a - 3 < 2ax + 3x; x(2a + 3) > 3(4a - 1).$$

Далее рассмотрим три случая:

а) если  $2a + 3 > 0$ , то есть  $a > -\frac{3}{2}$ , то  $x(2a + 3) > 3(4a - 1)$  лишь в том случае, когда  $x > \frac{3(4a-1)}{2a+3}$ ;

б) если  $2a + 3 < 0$ , то есть  $a < -\frac{3}{2}$ , то  $x(2a + 3) > 3(4a - 1)$  лишь в том случае, когда  $x < \frac{3(4a-1)}{2a+3}$ ;

в) если  $2a + 3 = 0$ , то неравенство примет вид:  $0x > -21$ , т.к. это истинное числовое неравенство, то из этого следует, что любое действительное число является решением исходного неравенства.

Получаем ответ:

при  $a \in (-\infty; -\frac{2}{3})$ ,  $x \in (-\infty; \frac{12a-3}{2a+3})$ ; при  $a = -\frac{2}{3}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ; при  $a \in (-\frac{3}{2}; +\infty)$ ,  $x \in (\frac{12a-3}{2a+3}; +\infty)$

Многие задачи в математике приводят к необходимости решать систему линейных неравенств. Например, чтобы найти область определения выражения  $\sqrt{2x-1} + \sqrt{3-x}$ , надо решить систему  $\begin{cases} 2x-1 \geq 0, \\ 3-x \geq 0; \end{cases}$  чтобы найти множество решений неравенства  $\frac{2x-5}{3-x} > 0$ , надо решить системы

$$\begin{aligned} 2x - 5 &> 0, \\ 3 - x &> 0; \\ 2x - 5 &< 0, \\ 3 - x &< 0. \end{aligned}$$

Поэтому специальное внимание в курсе алгебры уделяется системам линейных неравенств с одной переменной.

Рассмотрим пример, требующий составления систем неравенств.

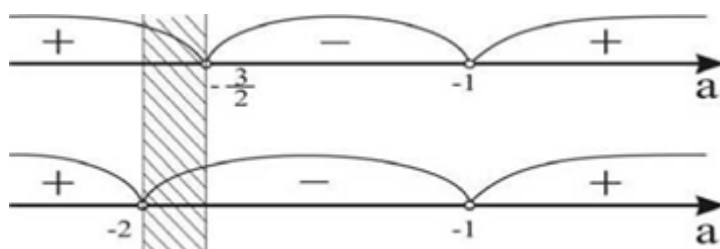
*Пример 2.* Найти все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $\frac{1}{a} = \frac{x}{x+a}$  удовлетворяли условию  $-3 < x < -2$ .

*Решение.* Из области определения уравнения следует, что  $x \neq -a$  и  $a \neq 0$ . Преобразуем данное уравнение:  $-ax = x + a$  или  $a + 1 x = -a$ . При  $a = -1$  уравнение корней не имеет. Пусть теперь  $a \neq 0$  и  $a \neq -1$ , тогда  $x = -\frac{a}{a+1}$ . Используя условие  $-3 < x < -2$ , составим и решим систему неравенств:

$$\begin{aligned} \frac{-a}{a+1} > -3, & \quad \frac{-a+3a+3}{a+1} > 0, & \quad \frac{2a+3}{a+1} > 0, \\ \frac{-a}{a+1} < -2; & \quad \frac{-a+2a+2}{a+1} < 0; & \quad \frac{a+2}{a+1} < 0. \end{aligned}$$

Решим полученную систему методом интервалов (рис.1)

Рис.1



Ответ:  $a \in (-2; -\frac{3}{2})$

*Пример 3.* Найдите значение параметра  $a$ , при котором наибольшее отрицательное решение неравенства  $\frac{ax-10}{x} \leq 8$  равно  $-5$ .

*Решение.* Т.к.  $-5$  – решение, то оно должно обращать неравенство в верное, тогда  $\frac{-5a-10}{-5} \leq 8$ ,  $a+2 \leq 8$ , откуда  $a \leq 6$ , т.е. наибольшее решение неравенства  $\frac{ax-10}{x} \leq 8$ , при  $a = 6$ .

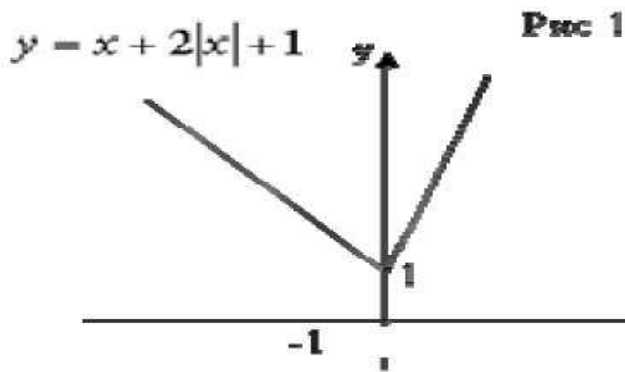
Ответ:  $a = 6$ .

*Пример 5.* Решите неравенство  $\frac{(x+3)(2x+x-9)}{(x-2)(x+2x+1)} > 0$

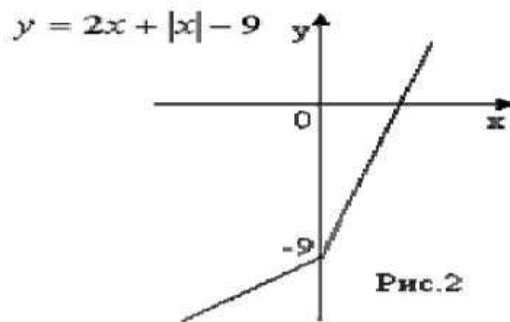
*Решение.*

1. Рассмотрим функцию  $y = x + 2x + 1$  (Рис.1)





2. Из графика функции, очевидно, что функция  $y = x + 2|x| + 1$  положительна при всех  $x$ , и потому ее можно не учитывать.



$$y = 0$$

$$\text{при } x_1 = -3, x_2 = 2, x_3 = 3$$

3. Рассмотрим функцию  $y = 2x + |x| - 9$  (Рис.2)  
 Решим неравенство  $F(x) > 0$
4. Функции  $x + 3$  и  $x - 2$  очевидно, монотонны.
5. Построим график функции  $y = 2x + |x| - 9$  (Рис.2).
6. Из графика функции  $y = 2x + |x| - 9$  очевидно, что она монотонна и принимает положительные значения на промежутке  $(3; +\infty)$  (Рис.3)

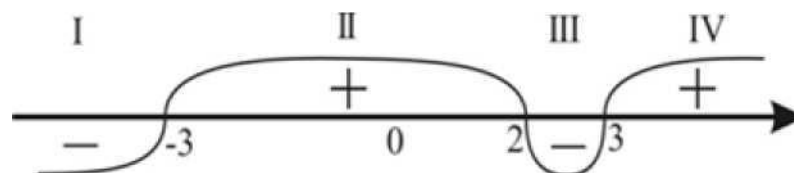


Рис.3.

7. Таким образом, в числителе и знаменателе дроби  $F(x)$  мы имеем три монотонных функции, обращающиеся в нуль соответственно в точках  $-3, 2, 3$ .

8. Эти три точки разбивают числовую прямую на четыре интервала:  $-\infty; -3$  ,  $-3; 2$  ,  $2; 3$  ,  $(3; +\infty)$ , на последнем из которых  $F(x) > 0$  (Рис.3).

9. Следовательно, неравенство  $F(x) > 0$  имеет место при  $-3 < x < 2$ , а также  $3 < x < +\infty$ .

Ответ:  $x \in -3; 2 \cup 3; +\infty$  .

Таким образом, при решении линейных неравенств можно использовать свойства линейной функции, а также использовать графическую интерпретацию решений линейных неравенств.

### 2.3 Методика изучения квадратных неравенств

При решении квадратных неравенств, в школьном курсе использовалась методика, по которой решение неравенств вида  $ax^2 + bx + c \geq 0$  основывалась на результате исследования квадратного трехчлена, полученного путем довольно сложных аналитических рассуждений. При решении неравенств вида  $ax^2 + bx + c \geq 0$  используются соображения о расположении графика квадратной функции относительно оси  $Ox$ , которое определяется двумя условиями:

- 1) является ли значение дискриминанта  $D$  квадратичного трехчлена  $ax^2 + bx + c$  положительным числом, нулем или отрицательным числом;
- 2) какой знак коэффициента  $a$ .

Изобразим схематически возможные случаи расположения графика квадратичной функции в зависимости от  $a, D$  .

$ax^2 + bx + c > 0$			
	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$a > 0$			
$a < 0$			

В результате определенной тренировки учащиеся привыкают пользоваться такой системой, а затем ее мысленным образом.

Аналогично можно составить схему решений неравенства вида  $ax^2 + bx + c < 0$ .

Заметим, что для использования графических соображений нет необходимости изображать параболы, достаточно мысленно представить, как расположена эта парабола в координатной плоскости.

Пусть, например, требуется решить неравенство  $2x^2 - 5x + 2 > 0$ . Вычислив дискриминант  $D$  трехчлена  $2x^2 - 5x + 2$ , находим, что  $D = 9$ , т.е.  $D > 0$ . Значит, парабола  $y = 2x^2 - 5x + 2$  пересекает ось  $OX$  в двух точках. Чтобы найти абсциссы этих точек, вычисляем корни трехчлена, они равны 0,5 и 2. Учитывая, что ветви параболы направлены вверх и что парабола пересекает ось  $X$  в точках 0,5 и 2, изображаем схематически (или мысленно представим) [4].

Используя рисунок, устанавливаем, что множество решений неравенства  $2x^2 - 5x + 2 > 0$  есть  $(-\infty; 0,5) \cup (2; +\infty)$ .

Приведем решение одного неравенства, которое развивает у учащихся навыки работы с квадратичными неравенствами.

*Пример 1.* При каком условии решения неравенства  $ax^2 + bx + c > 0$  находятся между корнями квадратного трехчлена  $ax^2 + bx + c$ ?

*Решение.* Рассмотрим функцию  $y = ax^2 + bx + c$ . Графиком функции является парабола.

1. а) если  $a > 0$ , то ветви параболы направлены вверх;  
 б) если  $D > 0$ , то парабола с осью  $OX$  имеет две точки пересечения, значит, решением неравенства являются значения  $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$ , но не удовлетворяют поставленной задаче;

с) если  $D < 0$ , то парабола с осью  $OX$  не имеет точек пересечения. Решением неравенства являются все действительные числа, что опять не удовлетворяет условию.

2. а) если  $a < 0$ , то ветви параболы направлены вниз;  
 б) если  $D = 0$ , то решений нет;  
 в) если  $D > 0$ , то  $x \in (x_1; x_2)$  – эти значения удовлетворяют условию задачи.

Значит, при  $D > 0$ ,  $a < 0$  решения неравенства  $ax^2 + bx + c > 0$  находится между корнями квадратного трехчлена  $ax^2 + bx + c$ .

Ответ: при  $D > 0$ ,  $a < 0$ .

Перейдем к рассмотрению конкретных примеров.

*Пример 2.* Для каждого значения  $a$  решите неравенство  $x^2 - ax < 0$ .

*Решение.*

$$x^2 - ax < 0,$$

$$x(x - a) < 0,$$

$$\begin{array}{l} x < 0, \\ x - a < 0; \end{array} \text{ или } \begin{array}{l} x < 0, \\ x - a > 0; \end{array}$$

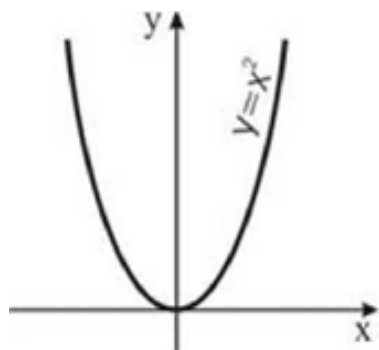
$$\begin{array}{l} x < 0, \\ a < x; \end{array} \text{ или } \begin{array}{l} x > 0, \\ a > x; \end{array}$$

$$\text{При } \begin{array}{l} a < x < 0, \\ a < 0; \end{array} \quad \text{При } \begin{array}{l} 0 < x < a, \\ a > 0; \end{array}$$

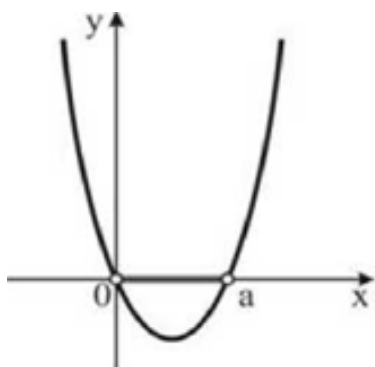
Рассмотрим функцию  $y = x^2 - ax$ .

Графиком функции является парабола, ветви которой направлены вверх.

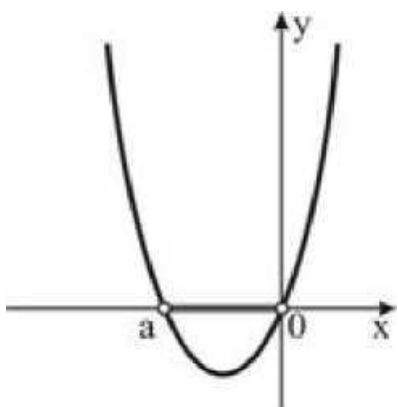
- 1) Если  $a = 0$ , то неравенство  $x^2 < 0$   $\emptyset$



- 2) Если  $a > 0$  и  $D > 0$ , то  $0 < x < a$

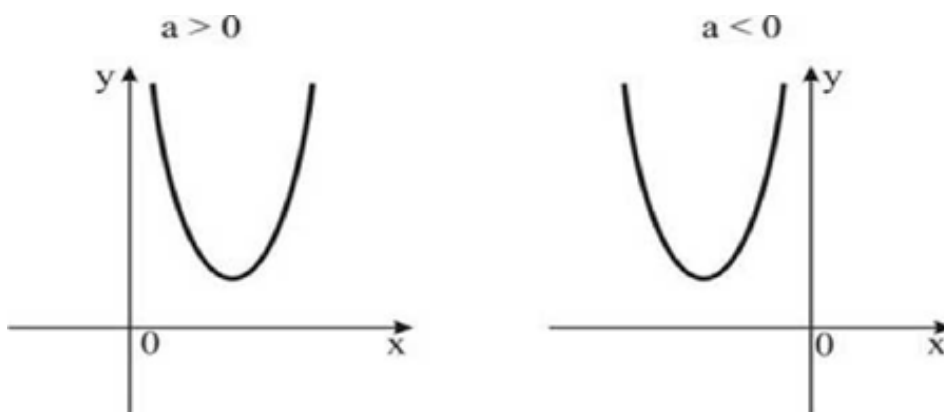


3) Если  $a < 0$  и  $D > 0$ , то график функции имеет вид



$$a < x < 0$$

4) Если  $D < 0$ , то неравенство имеет вид



Ответ: при  $a > 0$  и  $D > 0$ ,  $0 < x < a$ ; при  $a < 0$  и  $D > 0$ ,  $a < x < 0$ .

Рассмотрим примеры более сложных неравенств.

*Пример 3.*

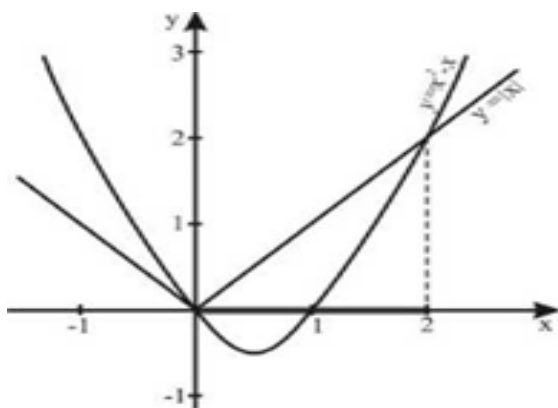
$$x > x^2 - x$$

$$y = f_1 x = x$$

$$y = f_2 x = x^2 - x$$

*Решение.*

1) Построим графики функций  $f_1 x$  и  $f_2(x)$



2) Решением неравенства являются действительные числа  $x$ , для которых график функции  $y = f_1 x$  расположен выше графика функции  $y = f_2 x$ .

3) Из рассмотрения рисунка следует, что решениями неравенства  $x > x^2 - x$  являются все числа  $x$  из интервала  $0 < x < 2$ .

Ответ:  $x \in (0; 2)$ .

*Пример 4.* Найти все значения параметра  $q$ , при каждом из которых множество решений неравенства  $(x^2 - q)(q - 2x - 8) > 0$  не содержит ни одного решения неравенства  $x^2 \leq 4$ .

*Решение.*  $(x^2 - q)(q - 2x - 8) > 0$

Данное неравенство равносильно двум системам неравенств:

$$1) \quad \begin{cases} x^2 - q > 0, \\ q - 2x - 8 > 0; \end{cases} \quad 2) \quad \begin{cases} x^2 - q < 0, \\ q - 2x - 8 < 0; \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & q < x^2, & q > x^2, \\ & q > 2x + 8; & q < 2x + 8 \end{aligned}$$

Изобразим на плоскости  $xOq$  решение этих систем (Рис.2).

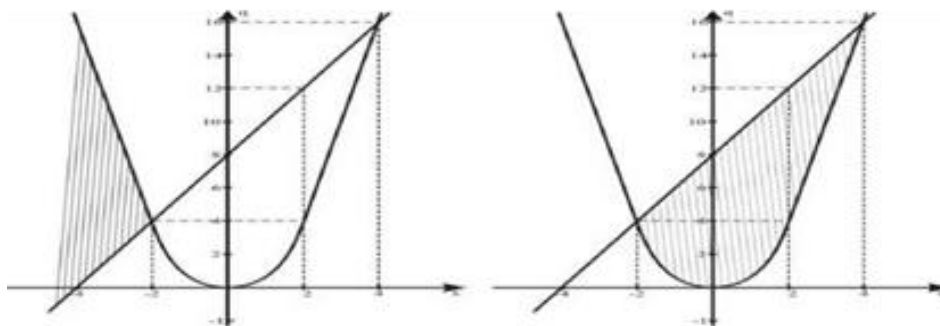


Рис.2

Множество значений  $x \in -2; 2$  является решением неравенства

$x^2 \leq 4$ . Поэтому необходимо, чтобы полученные решения неравенств не лежали в полосе  $-2 \leq x \leq 2$ . Из графика (Рис.2) видно, что при  $q \leq 0$  и  $q \geq 12$  решения неравенств не лежат в полосе  $-2 \leq x \leq 2$ .

Ответ: при  $x \in -\infty; 0 \cup [12; +\infty)$  исходное неравенство не содержит ни одного решения неравенства  $x^2 \leq 4$ .

*Пример 5.* Найти все значения параметра  $a$ , при которых неравенство  $3 - x - a > x^2$  имеет хотя бы одно отрицательное значение.

*Решение.* Решим эту систему графически. Для этого в системе координат  $xOa$  построим графики функций:

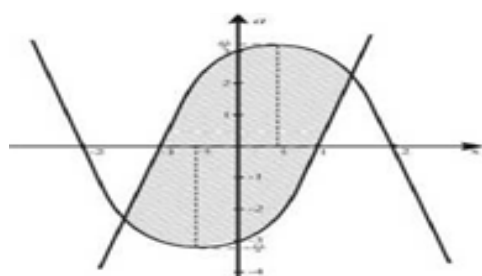


Рис.3

- 1)  $a = x^2 + x - 3$ , координаты вершины  $(-\frac{1}{2}; -\frac{13}{4})$ ;
- 2)  $a = -x^2 + x + 3$ , координаты вершины  $(\frac{1}{2}; \frac{13}{4})$ .

Т.к. решения неравенства, согласно условию, должны быть отрицательны, то из построенного графика (Рис.3) видно, что  $a \in (-3\frac{1}{4}; 3)$ .

Ответ:  $a \in (-3\frac{1}{4}; 3)$ .

Рассмотрим еще один пример применения квадратичных неравенств для решения уравнений.

*Пример 6.* Сколько корней больших  $-1$ , в зависимости от параметра  $a$ , имеет уравнение  $x^2 + 2a + 3x + 4a + 12 = 0$ ?

*Решение.* Для оценки существования решения уравнения найдем его дискриминант:  $\frac{D}{4} = (a + 3)^2 - 4a - 12$  или  $\frac{D}{4} = a^2 + 2a - 3$ . Рассмотрим функцию:  $f(x) = x^2 + 2a + 3x - 4a - 12$ . Т.к. коэффициент при  $x^2$  равен 1, то есть ветви параболы направлены вверх, получим 2 случая.

I. Уравнение будет иметь корень больше  $-1$ , если выполняются условия:

$$1) \quad \begin{cases} D = 0, \\ x_b > -1, \end{cases} \text{ (Рис.1)}$$

$$x_b = -\frac{b}{2a} \text{ или } x_b = \frac{-2(a+3)}{2}, \text{ отсюда } x_b = -a - 3.$$

Учитывая найденные значения, получим систему:

$$\begin{cases} a^2 + 2a - 3 = 0, \\ -a - 3 > -1; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -3, \\ a = 1, \\ a < -2. \end{cases}$$

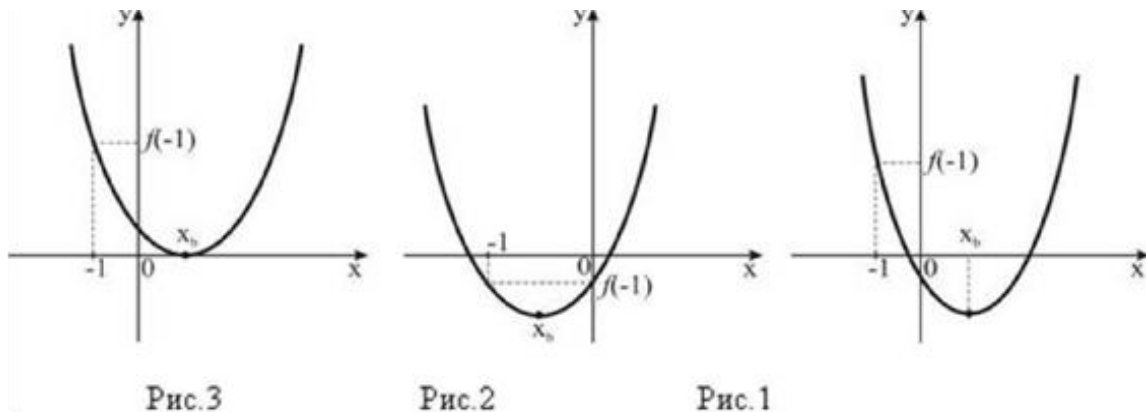
Отсюда,  $a = -3$ .

$$2) \quad \begin{cases} D > 0, \\ f(-1) \leq 0; \end{cases} \text{ (Рис.2)}$$

$$\begin{cases} a^2 + 2a - 3 > 0, \\ 2a + 7 \leq 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a < -3, \\ a > 1, \\ a \leq -\frac{7}{2}. \end{cases}$$

Отсюда,  $a \leq -\frac{7}{2}$ .

Итак, уравнение имеет больший корень  $-1$ , при  $a = 3$  или  $a \leq -\frac{7}{2}$ .



II. Уравнение будет иметь два корня больших  $-1$  (Рис.3), если

$$\begin{cases} D > 0, & a^2 + 2a - 3 > 0, \\ f(-1) > 0, & \Rightarrow 2a + 7 > 0, \\ x_b > -1; & -a - 3 > -1. \end{cases}$$

$$\text{Отсюда } \begin{cases} a < -3, \\ a > 1, \end{cases} \\ a > -\frac{7}{2}, \\ a < -2.$$

Значит, уравнение имеет два корня, больших  $-1$ , при  $a \in (-\frac{7}{2}, -3)$ .



Ответ: при  $a = -3$  или  $a \leq -\frac{7}{2}$  один корень;  $a \in (-\frac{7}{2}, 3)$  два корня; при  $a \in (-3; +\infty)$  уравнение не имеет корней, больших  $-1$ .

Таким образом, полезную роль при решении квадратичных неравенств играет знание наглядных свойств квадратичной функции: симметричности параболы и корней функции относительно вертикальной прямой  $x = -\frac{b}{2a}$ , проходящей через вершину параболы; направление ветвей параболы, зависящего от знака коэффициента  $a$ ; монотонности на промежутках  $(-\infty; -\frac{b}{2a}] \cup [-\frac{b}{2a}; +\infty)$  и непрерывности этой функции.

## 2.4 Разработки уроков по теме «Неравенства»

*Урок № 1.* По теме «Решение линейных неравенств с двумя переменными графическим способом» в 8 классе.

*Тип урока:* изучение нового материала.

*Цели урока:*

*Образовательная:* научить учащихся решать неравенства графическим способом, изучить способ на примерах.

*Воспитательная и развивающая:* развивать логическое мышление, математическую речь, графические навыки и умения, внимательность, аккуратность, усидчивость.

*Оборудование:* наглядные средств - таблицы функции с расположением графика функции.

### План урока

Этапы урока	Время, мин	Приемы и методы
1. Этап актуализации новых знаний. Мотивация изучения данной темы.	2	Беседа учителя.
2. Объяснения нового материала.	20	Учитель объясняет новый материал.

3.	Первичное закрепление.	15	Работа учеников на местах и у доски.
4.	Итог урока. Домашнее задание.	3	Подведение итогов.

I. Этап актуализации новых знаний. Мотивация введения данной темы.

Вы уже научились решать неравенства с одной переменной. Сегодня на уроке мы научимся решать неравенства и системы неравенств с двумя переменными графическим способом.

II. Объяснение нового материала.

Запишите тему урока: «Решение неравенств и систем неравенств с двумя переменными».

$F(x, y) \geq 0$  - общий вид неравенства с двумя переменными. Для графического изображения решения неравенства с двумя переменными строят график уравнения  $F(x, y) = 0$ , находят множество точек плоскости, на котором выполняется неравенство, и штрихуют эту область.

Чтобы определить, в какой части координатной плоскости выполняется данное неравенство, нужно взять координаты любой точки из каждой части плоскости и, подставив эти координаты в неравенство, определить, выполняется ли данное неравенство.

*Замечание:* при построении графиков необходимо учитывать знак неравенства ( $\geq$  или  $\leq$  - граница принадлежит рассматриваемую пространству,  $>$  или  $<$  - граница не принадлежит рассматриваемую пространству) чертим сплошную линию, если граница принадлежит рассматриваемому множеству, и пунктирную линию, если не принадлежит.

*Например:*  $2 - \frac{1}{2}x \geq y$ , в данном случае граница принадлежит рассматриваемому множеству, так как неравенство не строгое, значит, график рисуем сплошной линией.

Если у нас будет строгое неравенство, например  $2 - \frac{1}{2}x > y$ , то график рисуем пунктирной линией.

Разберем несколько примеров:

*Пример 1:* изобразить графически решение неравенства  $y \geq 2x + 1$ .

*Решение:*

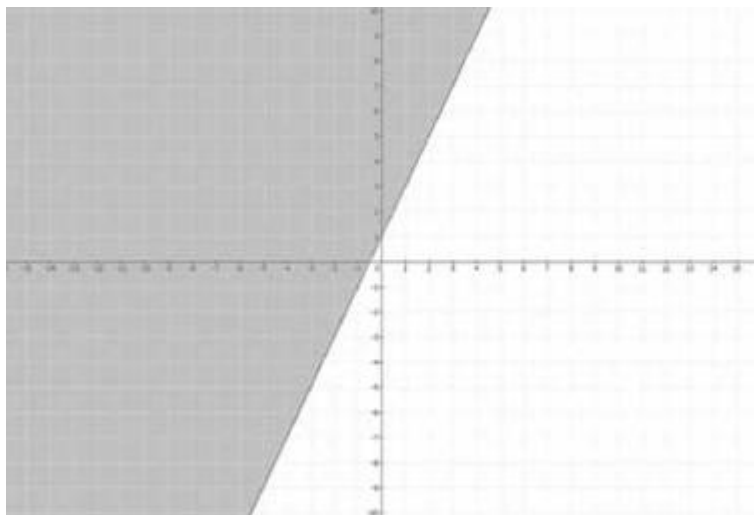
а) Построим график линейной функции  $y = 2x + 1$  (строится таблица значений).

б) выясним, в какой из полуплоскостей выполняется данное неравенство. Для этого возьмем точку  $A(-1; 2)$ . Подставляем координаты этой точки в неравенство  $y \geq 2x + 1$ .

Получим  $-2 \geq 2 * -1 + 1$ ,  $-2 \geq -1$  – неверно, т.е. координаты точки  $A$  не удовлетворяют неравенству.

Возьмем точку  $B(1; 4)$  и так же подставим в данное неравенство. Получим:  $4 \geq 2 * 1 + 1$ ,  $4 \geq 3$  - верно, удовлетворяет неравенству.

Значит, это неравенство выполняется на данной прямой и в точках полуплоскости, содержащую точку  $B$ . Закрасим полученную область.



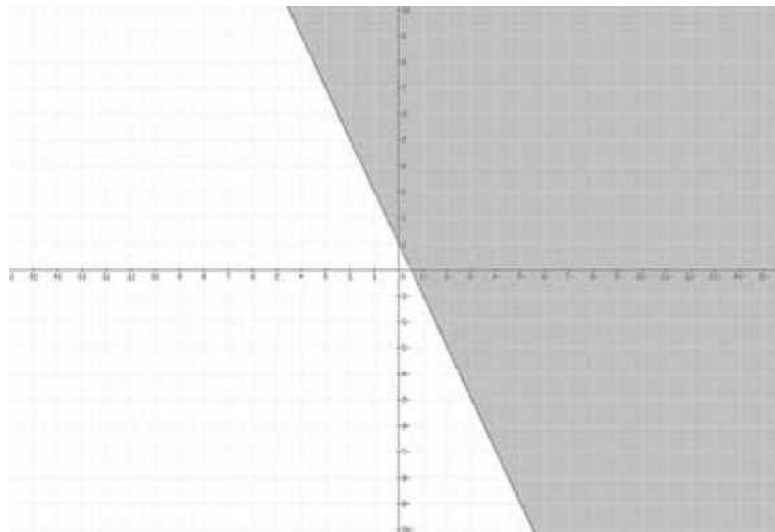
*Пример 2:* изобразить графически решение неравенства  $-5x + 2 < y - 2x$ .

*Решение:*

а) преобразуем неравенство:  $-5x + 2 < y - 2x$ ,  $y < -3x + 2$ ;

б) построим график линейной функции  $y = -3x + 2$ ;

с) выясним, в какой из полуплоскостей выполняется данное неравенство. Для этого возьмем точку  $A(0; 0)$ . Подставляем координаты этой точки в неравенство  $y < -3x + 2$ . Получим верное числовое неравенство  $0 < 2$ . Значит, это неравенство выполняется на данной прямой и в полуплоскости, содержащей точку  $A$ . Закрасим полученную область.



*Замечание:* при решении неравенств с двумя переменными можно проверять только одну область. Для этого подставим координаты точки из выбранной области, если ее координаты удовлетворяет неравенству, то закрашиваем ту область, в которой находится точка, а если не удовлетворяет неравенству - то другую область [17].

Рассмотрим систему неравенств с двумя переменными:

Для графического изображения решения системы неравенств:

$$F(x; y) > 0,$$

$$G(x; y) > 0;$$

Сначала находим множество точек плоскости, на котором выполняется первое неравенство, потом множество точек плоскости, где выполняется второе неравенство, решением системы неравенств будет являться пересечение этих множеств, то есть их общая часть.

*Замечание:* при построении графиков мы чертим сплошную линию, если граница принадлежит рассматриваемому множеству, и пунктирную линию, если не принадлежит [17].

Пример 1: Изобразим графически решение системы 
$$\begin{cases} y \geq 2x + 1, \\ y \geq \frac{6-x}{3}; \end{cases}$$

Решение:

а) построим график линейной функции  $y = 2x + 1$ ;

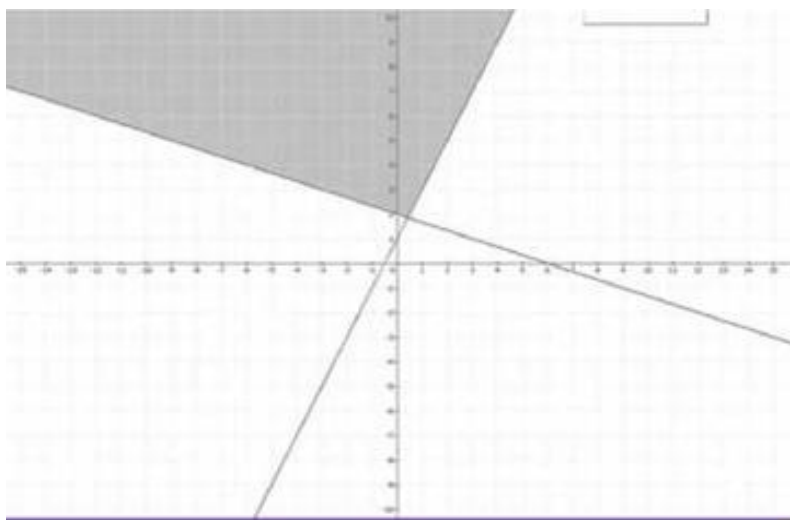
б) выясним, в какой из полуплоскостей выполняется неравенство  $y \geq 2x + 1$ . Для этого возьмем точку  $A(-1; -2)$ . Подставляя координаты этой точки в неравенство, получим:  $-2 \geq 2 * -1 + 1$ ,  $-2 \geq 0$  - неверно.

Возьмем точку  $B(1; 4)$  и так же подставим в данное неравенство. Получим:  $4 \geq 2 * 1 + 1$ ,  $4 \geq 3$  - верно.

Значит, это неравенство выполняется на данной прямой и в точках, лежащих выше данной прямой. Закрасим полученную область.

Второе неравенство в системе проверяется аналогично (чертеж на доске).

Решением будет та область, которая является решением каждого неравенства.



В рабочей тетради запишем тему и решим несколько примеров.

Изобразим графически решение неравенств и системы неравенств:

1)  $4,5x + 4 \leq y - 3x + 2$ ;

2)  $6 - 4x > y + 3x + 3$ ;

3)  $15 + y > x + 15$ ;

4) 
$$\begin{cases} y \geq x, \\ -2x + 3 > y + 3; \end{cases}$$

*Подведение итогов урока.*

1. Что является решением линейного неравенства с двумя переменными? (полуплоскость)
2. В каком случае граница изображается сплошной линией? (если неравенство не строгое)
3. В каком случае граница изображается пунктирной линией? (если неравенство строгое)
4. Как определить какая из полуплоскостей будет является решением? (выбираем точку и координаты этой точки подставляем в неравенство)

Домашнее задание.

На координатной плоскости изобразите решение неравенств:

$$y \leq 0,5x; y \geq 3x + 1; 2y \leq x + 3; 15 + y > x + 15.$$

*Урок № 2. По теме "Решение квадратных неравенств" в 8 классе.*

*Цели:*

- ввести понятие квадратного неравенства;
- познакомить учащихся с алгоритмом квадратного неравенства;
- формировать умение решать квадратные неравенства.

*Оборудование:* учебный комплект «Алгебра – 8» А.Г. Мордковича, тетрадь, карандаш, авторучка, линейка, компьютер, медиа проектор, интерактивная доска InterWrite Board.

I. *Организационный момент.*

II. *Актуализация опорных знаний.*

Учитель: (слайд №1) перед вами несколько математических выражений. Скажите, какие из них вам знакомы, как они называются, и выделите те, которые вам пока не знакомы.

$$\begin{array}{lll} 2x - 6 < 0 & 2x - 6 > 0 & 2x - 6 \geq 0 \\ x^2 + 2x - 3 = 0 & 2x - 6 = 0 & x^2 + 2x - 3 < 0 \\ x^2 + 2x - 3 \leq 0 & x^2 + 2x - 3 \geq 0 & 2x - 6 \leq 0 \end{array}$$

(Линейные уравнения и неравенства, и квадратное уравнение знакомы;

незнакомы - квадратные неравенства. На интерактивной доске перетаскиваем знакомые уравнения и неравенства на книжную полку (уже “прочитанные книги”), а незнакомые - на раскрытую книгу (предстоит “прочитать”). Рисунок книжной полки появляется после щелчка).

Итак, ребята, как вы думаете, что перед нами, “какую книгу нам предстоит прочитать”?

Учащиеся: квадратные неравенства.

Учитель: тема сегодняшнего урока “Решение квадратных неравенств”.  
(Слайд №2)

III. *Этап ориентировки в новом материале и способах работы с этим материалом (“ориентировка”).*

Учитель: Назовите общий вид квадратных неравенств (по аналогии с квадратными уравнениями).

Учащиеся:  $ax^2 + bx + c > 0$  ( $a \neq 0$ )

Учитель: вместо знака “>”, можно использовать любой другой знак неравенства.

Как же решить квадратное неравенство  $x^2 + 2x - 3 > 0$  (Слайд №3)?

Учащиеся: перечисляют варианты.

Учитель подводит их к мысли, что надо попробовать решить графически, т. е. построить график функции  $y = x^2 + 2x - 3$  (параболу).

После чего надо будет ответить на вопрос: для каких значений  $x, y > 0$ ?

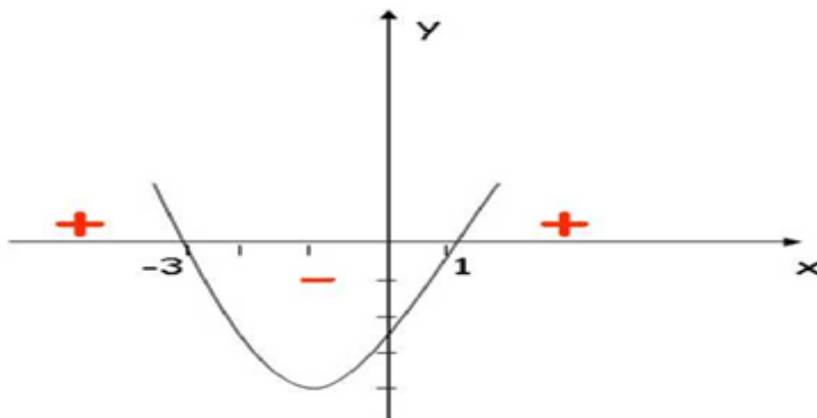
Построение параболы: (Слайд №4)

- вершина параболы  $x_0 = -1, y_0 = -4$ ;

- точки пересечения с осью OX: для этого решаем квадратное уравнение:

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$x_1 = -3; x_2 = 1$$



Здесь надо обратить внимание на главные точки (точки пересечения параболы с осью  $OX$ ) и главные числа  $-3$  и  $1$  (абсциссы точек пересечения параболы с осью  $OX$ ).

Учитель: Ответить на вопрос нам помогут знаки «+» и «-», которые мы поставим на координатной плоскости («+»:  $y > 0$  парабола выше оси  $OX$ ; «-»  $y < 0$  парабола ниже оси  $OX$ ).

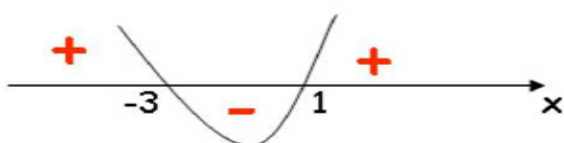
Итак, решением неравенства  $x^2 + 2x - 3 > 0$  является объединение промежутков  $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$ .

Далее, с помощью данного рисунка, решим оставшиеся 3 неравенства. (Слайд №4)

(Здесь надо обратить внимание на промежутки, которые выбираем в качестве ответа и скобки, которые надо поставить в зависимости от того, строгое неравенство или нестрогое).

После этого учитель вместе с учащимися формулирует алгоритм решения квадратного неравенства (с записью в тетради). (Слайд №5)

(Здесь надо обратить внимание учащихся на то, что находить вершину параболы необязательно, достаточно найти точки пересечения с осью  $OX$  и знать куда направлены ветви параболы. Т.е. строим параболу почти схематически (за исключением точек пересечения с осью  $OX$ ), используя при этом только ось  $OX$  (см. рисунок ниже).





#### IV. Этап “подконтрольного оперирования”.

На данном этапе решим 4 неравенства, проговаривая и объясняя каждый шаг алгоритма.

a)  $-2x^2 + 3x + 9 \leq 0;$

b)  $4x^2 - 4x + 1 \leq 0;$

c)  $2x^2 - 4x + 1 > 0;$

d)  $-x^2 + 3x - 8 \geq 0.$

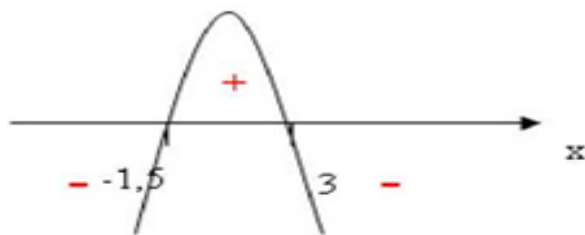
Решение:

a)  $-2x^2 + 3x + 9 \leq 0;$

1.  $-2x^2 + 3x + 9 = 0$

$x_1 = 3; x_2 = -1,5$ , - ветви параболы направлены вниз.

2. Строим схематически параболу.



Ответ:  $(-\infty; -1,5) \cup (3; +\infty)$

*Примечание:* над знаком неравенства полезно поставить знак «+» или «-» и взять его, в зависимости от знака неравенства, либо в круглые, либо в квадратные скобки. Также на рисунке можно использовать штриховку.

b)  $4x^2 - 4x + 1 \leq 0;$

Особенность этого неравенства в том, что квадратное уравнение имеет один корень  $x = 0,5$ , значит, парабола с осью  $OX$  имеет только одну общую точку. Надо изобразить схематически параболу и обсудить то, что решением неравенства будет одно число.

Ответ:  $x = 0,5$

c)  $2x^2 - 4x + 1 > 0;$

Квадратное уравнение корней не имеет. Парабола с осью  $OX$  не имеет точек пересечения, она расположена целиком выше оси  $OX$ .

Ответ:  $(-\infty; +\infty)$

d)  $-x^2 + 3x - 8 \geq 0;$

Квадратное уравнение корней не имеет. Парабола с осью ОХ не имеет точек пересечения, она расположена целиком ниже оси ОХ.

Ответ: решений нет.

V. *Этап постепенного снятия контроля (переход к самоконтролю).*

На этом этапе формируем навык решения квадратных уравнений. Работаем с задачником № 34.3 – 34.10 (по одному неравенству). №34.23 а, б ; №34.24 (а, б).

VI. *Итог урока:* проговорить алгоритм решения квадратного неравенства. Оценки за урок тем учащимся, которые активно участвовали в обсуждении новой темы.

VII. *Домашнее задание:*

- учебник § 34 (стр. 200 – 204);
- задачник № 34.12 – 34.18 (из каждого номера под буквой “а”).

*Урок № 3. По теме «Решение квадратных неравенств с помощью графика квадратичной функции» в 9 классе*

*Цели урока:* Продолжить решение квадратных неравенств с одной переменной, опираясь на наглядно-интуитивные представления школьников. Развивать образное мышление учащихся.

*Оборудование:* Наглядные средства - таблицы с изображением случаев расположения графика квадратичной функции.

Ход урока

I. *Организационный момент*

На прошлом уроке мы с вами решали квадратные неравенства, одним из методов решения квадратных неравенств является графический метод.

II. *Актуализация знаний*

Сегодня остановимся графическом методе.

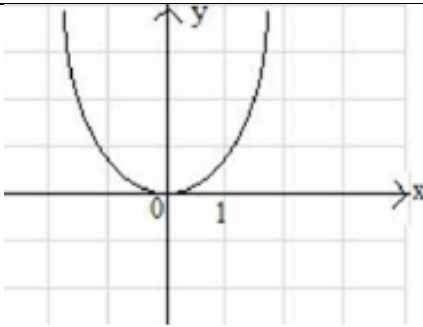
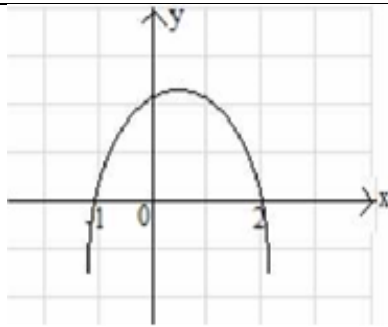
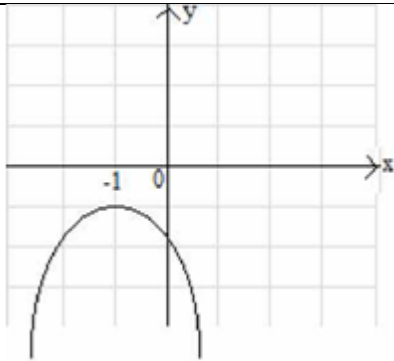
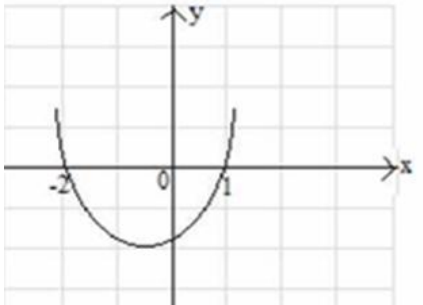
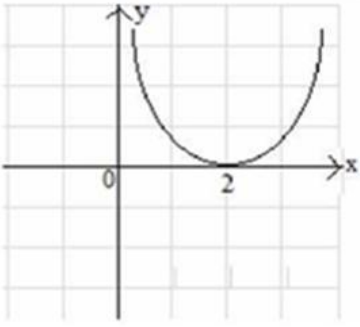
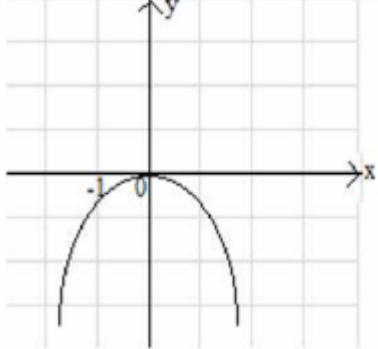
Для использования графического метода сначала повторим свойства

квадратичной функции. На доске представлены шесть графиков квадратной функции. Для каждого случая выполняйте задание.

(Ответы закрыты, после решения учащимися задания, учитель сверяет ответы учащихся).

*Задание №1:* Используя график функции  $y = ax^2 + bx + c$ , указать, при каких значениях  $x$  эта функция принимает:

- а) положительные значения;
- б) отрицательные значения;
- в) значения равные нулю.

		
<p>Ответ:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>а) <math>x &lt; 0; x &gt; 0;</math></li> <li>б) нет отриц. значений;</li> <li>в) <math>x = 0.</math></li> </ul>	<p>Ответ:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>а) <math>-1 &lt; x &lt; 2;</math></li> <li>б) <math>x &lt; -1; x &gt; 2;</math></li> <li>в) <math>x = -1; x = 2.</math></li> </ul>	<p>Ответ:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>а) нет положит. значен.;</li> <li>б) <math>-\infty; +\infty ;</math></li> <li>в) нет значений равных нулю.</li> </ul>
		
<p>Ответ:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>а) <math>x &lt; -2; x &gt; 1;</math></li> <li>б) <math>-2 &lt; x &lt; 1;</math></li> </ul>	<p>Ответ:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>а) <math>x &lt; 2; x &gt; 2;</math></li> <li>б) нет отр. значений;</li> </ul>	<p>Ответ:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>а) нет полож. значений;</li> <li>б) <math>x &gt; 0; x &lt; 0;</math></li> </ul>

в)  $x = -2; x = 1.$

в)  $x = 2.$

в)  $x = 0.$

Учитель задает следующие вопросы:

1. Как определить направления ветвей параболы? Укажите направление ветвей параболы.

2. Назовите по графику нули функции.

3. Определите по графику координаты вершины параболы.

Задание №2: Найдите нули для заданных ниже функций:

а)  $y = x^2 + 3$  (нулей нет);

б)  $y = 2x^2 + x - 1$  ( $x_1 = \frac{1}{2}; x_2 = -1$ );

в)  $y = 2x^2 - 7x + 9$  (нулей нет, т.к. дискриминант  $< 0$ );

г)  $y = x^2 - 2x + 1$  ( $x = 1$ ).

III. Проверка домашнего задания

Задание: Соотнесите квадратное неравенство с его графическим решением.

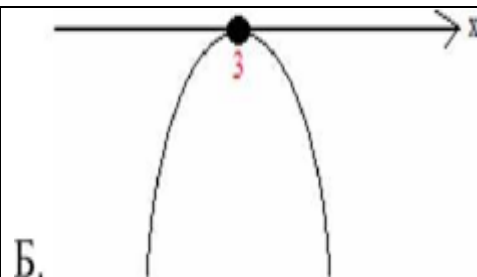
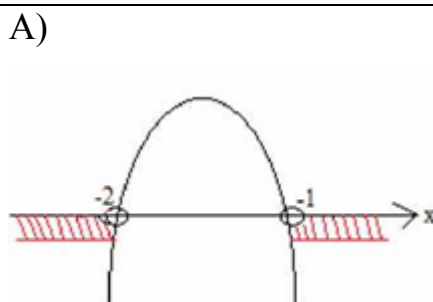
1)  $4x^2 - 9 \leq 0;$

2)  $x^2 - 5x + 10 > 0;$

3)  $-x^2 - 3x - 2 < 0;$

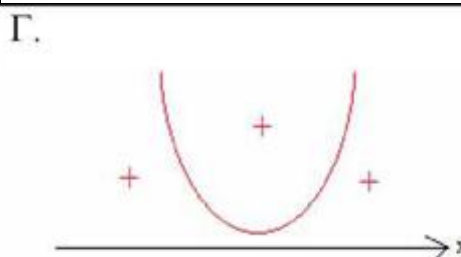
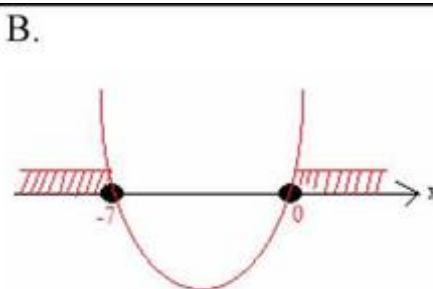
4)  $-x^2 + 6x - 9 \geq 0;$

5)  $-x^2 + 7x \geq 0.$



Ответ:

1	2	3	4	5
-	Г	А	Б	В



IV. *Формирование умений и навыков.*

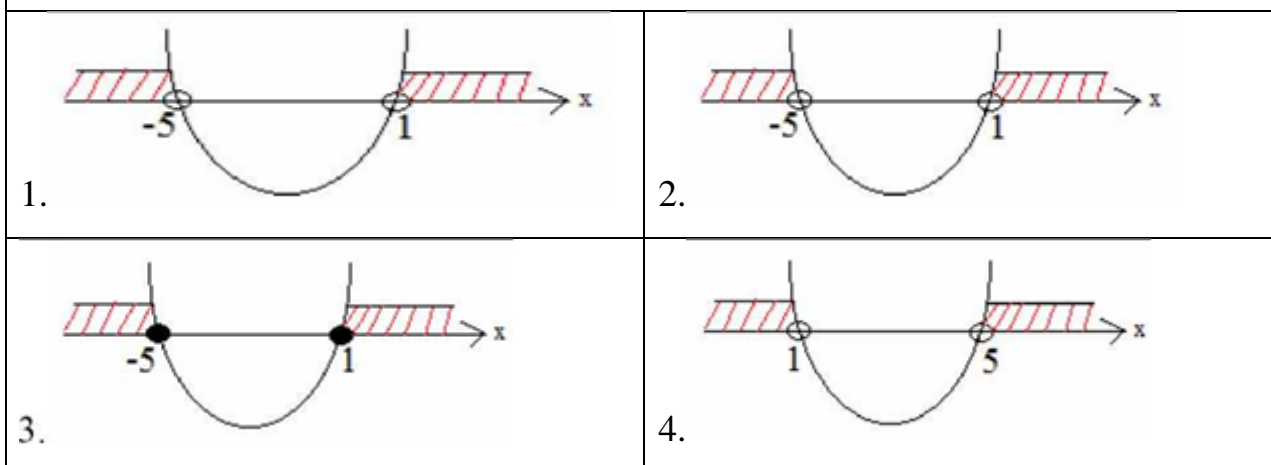
*Задание:* Выберите чертёж, соответствующий решению неравенства.

По решению данных неравенств, скажите, являются ли числа 0; 1; -5; 10; -17 и 3 решениями данных неравенств.

$$\text{а) } x^2 - 6x + 5 \geq 0$$

- 1) Ветви направлены вверх;
- 2) Нули функции:  $x_1 = 5$ ;  $x_2 = 1$ ;
- 3) Точки закрасненные, т.к. знак неравенства не строгий.

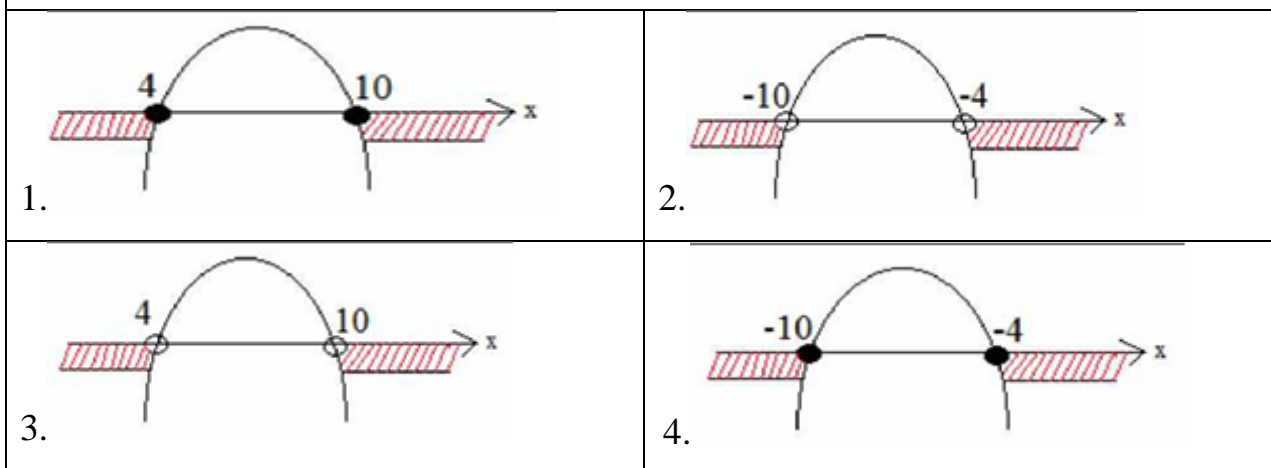
Ответ: 2



$$\text{б) } -x^2 - 14x - 40 < 0$$

- 1) Ветви направлены вниз;
- 2) Нули функции:  $x_1 = -10$ ;  $x_2 = -4$ ;
- 3) Точки пустые, т.к. знак неравенства строгий.

Ответ: 2



V. Самостоятельная работа обучающегося характера (с помощью учителя)

на «3»	на «4»	на «5»
1) $x^2 - 8x + 15 > 0$ ;	1) $5 - x^2 \geq 0$ ;	1) $\frac{1}{2}x^2 - 4x \geq -8$ ;
2) $-2x^2 + x + 1 \geq 0$ ;	2) $-2,1x^2 + 10,5x <$	2) $-3,6x^2 - 7,2x <$
3) $-x^2 + 3x - 2 < 0$	0;	0;
	3) $-x^2 - 3x - 2 > 0$	3) $16x^2 + 1 > 8x$

VI. Итоги урока. Еще раз проговорить, как решаются квадратные неравенства с помощью квадратичной функции; учитель выставляет оценки за урок и комментирует их.

VII. Домашнее задание. Обучающимся предлагается решить неравенства из самостоятельной работы таким образом: Если обучающийся решал работу на «5», то он дома выполняет решение неравенств на «3» и на «4» и т.д.

### **2.5 Практическое исследование по выявлению уровня сформированности основных умений и навыков, необходимых для решения неравенств**

Практическое исследование по выявлению уровня сформированности основных умений и навыков, необходимых для решения неравенств, было проведено в период преддипломной практики с 7 ноября по 2 декабря 2017 года. Базой практики являлась МБОУ Гимназия №2, г. Белгород.

Для эксперимента был выбран 9 «А» класс. В классе всего 21 человек, из них 11 девочек и 10 мальчиков. Обучение ведется по учебнику Макарычева Ю. Н., Миндюк Н. Г., Нешкова К. И. Мы рассмотрели рабочую программу и провели 4 занятия по ним.

Основываясь на теоретических положениях, а также в соответствии с

целью и задачами данной работы была проведена беседа с учителем, с целью получения первичных представлений об уровне сформированности умений решать неравенства у учащихся, а также какие методы, приемы они для этого используют. При разработке методик на тему «неравенства» мы применяли интерактивную доску и раздаточным материал, проводили самостоятельные и коллективные работы, что способствовало лучшему усвоению новых и закрепленных знаний.

Учащимся была предложена самостоятельная работа, состоящая из 5 заданий.

#### *Самостоятельная работа*

- 1) Является ли число  $-3$  решением неравенства:  $5x < 3\left(\frac{2}{9} + \frac{x}{2}\right)$ ;
- 2) Решите линейное неравенство:  $8 - 4x > 6 - 6x$ ;
- 3) Решите квадратное неравенство:  $-3x^2 - 32x + 5 \leq 0$ ;
- 4) Решить неравенство:  $5x + \frac{6}{7} \leq \frac{2-3x}{14}$ ;
- 5) Решить систему неравенств: 
$$\begin{cases} \frac{3x+2}{4} > 2 - \frac{3-x}{2}, \\ 4 \leq 5 - x \leq 5x - x^2; \end{cases}$$

#### *Результаты работы*

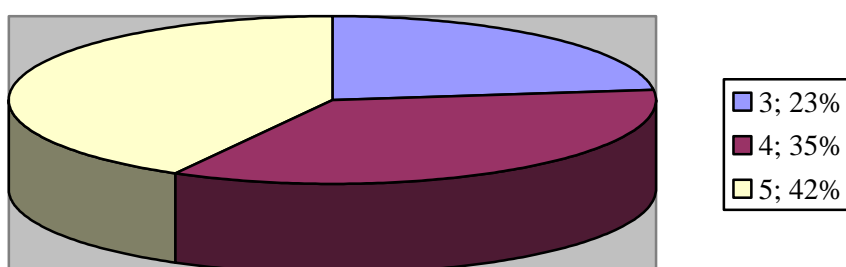
Выполнили задание на решение линейного неравенства	80%
Выполнили задание на решение квадратного неравенства	60%
Выполнили задание на решение системы неравенств	30%

#### Список 9 «А» класса МБОУ Гимназия №2, г. Белгород

№	Фамилия, Имя	Оценка
1)	Аридов Р.	5
2)	Аридов Д.	4
3)	Безруков А.	3
4)	Бусловский Е.	4
5)	Воронин О.	3

6)	Евстюхин А.	5
7)	Жерлицина Н.	3
8)	Каверина А.	5
9)	Короткова В.	4
10)	Мальцев Р.	4
11)	Мороз А.	5
12)	Носырева С.	3
13)	Плотникова А.	5
14)	Пышьев Р.	3
15)	Романцев Д.	4
16)	Соболева Ю.	4
17)	Солнцева И.	5
18)	Удников И.	5
19)	Шелайкина Р.	5
20)	Щербакова Е.	4
21)	Юрина А.	3

*Результаты самостоятельной работы представлены в диаграмме*



Как видно из диаграммы, ученики показали хороший результат после проведения занятий. Они смогли без сложностей понять теоретический материал и решать неравенства .



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Наглядность в математике должна содействовать не только обучению, но и воспитанию учеников. Это достигается тем, что тематика картин берется из практики повседневной жизни, из жизни и деятельности школы и детских организаций. Конкретность содержания и точность данных, приводимых в таблицах, диаграммах и других иллюстрациях, содействуют лучшему пониманию современной действительности и связи с жизнью.

Анализ педагогической и методической литературы позволяет утверждать, что успех обучения во многом зависит от методов обучения с использованием наглядных пособий, что характер наглядных пособий существенно влияет на понимание учебного материала, определяет содержание и структуру урока.

Наглядные методы не могут быть изолированы от словесных методов обучения, ибо всякое наглядное пособие поясняется, анализируется, является источником дополнительной или основной информации по изучаемому вопросу. Наглядные методы - это и беседы, и описания, и рассказ, и объяснение, и самостоятельное изучение, но с помощью наглядных средств.

Опора на чувственные образы, ощущения и восприятие ребенка при использовании наглядных пособий создает своеобразную структуру познавательной деятельности ученика. Ребенок мыслит образно, конкретно, и это создает хорошую основу для формирования абстракции и понимания изучаемых теоретических положений при помощи наглядных пособий. Они должны быть дидактически целесообразны, соответствовать программе математики, а также возрасту учеников.

В данной дипломной работе разработана методика изучения неравенств в курсе основной школе с использованием средств наглядности.

При проведении исследования были решены следующие задачи:

- 1) Раскрыты теоретические основы реализации принципа наглядности в обучении.
- 2) Разработана методика изучения темы «Неравенства» в основной

школе с использованием средств наглядности.

3) Подтверждена гипотеза исследования на основе практической работы в школе.

Результаты исследования показывают, что интерес учащихся к изучению темы «Неравенства» повышается, если учитель продуманно использует на уроках различные виды наглядности, руководствуясь принципом обеспечения усвоения программного материала.

В перспективе исследование можно продолжить в направлении использования современных средств наглядности, в частности, интерактивной доски и других мультимедиа средств.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алимов Ш.А. Алгебра: учебник для 8 кл. общеобразоват. учреждений/ Алимов Ш.А.. - 10-е изд. - М.: Просвещение, 2003. – 255 с.
2. Бабанский Ю.К. Педагогика. М.,1988; Проблемы повышения эффективности педагогических исследований. М., 1982.
3. Вахтеров В.П. // Педагогическая энциклопедия / под ред. Каирова И.А. и др. - М.: Советская энциклопедия, 1961, 300-301с.
4. Денищев Л.О., Бойченко Е.М. и др. «Готовимся к единому государственному экзамену» Математика Изд. «Дрофа» 2004 г.  
Захаров П.И. Математика. Три модуля: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика» ОГЭ 9 класс 2015год.
5. Королева Т.М., Маркорян Е.Г., Нейман Ю.М. «Пособие по математике в помощь участникам компьютерного тестирования» М.: 2002 г.
6. Крутецкий В.А. Основы педагогической психологии / В. А. Крутецкий – М.: Просвещение, 1972. – 255 с.
7. Макарычева Ю.Н. и Миндюк Н.Г. «Преподавание алгебры в 6-8 классах» М.: «Просвещение» 1980 г.
8. Мишина В.И. «Методика преподавания математики в средней школе» Частная методика М.: «Просвещение» 1987 г.
9. Мордкович А.Г. Алгебра: задачник для 9 кл. общеобразоват. учреждений/ А.Г. Мордкович. - 4-е изд. - М.: Мнемозина, 2002. - 143с.
10. Мордкович А.Г. Алгебра: учебник для 9 кл. общеобразоват. учреждений/ А.Г. Мордкович. - 4-е изд. - М.: Мнемозина, 2002. - 192с.
11. Мухина В.С. Возрастная психология: Учебник / В.С. Мухина – М.: «Академия», 1999. – 456 с.
12. Никольский С.М. Алгебра: учебник для 9 кл. общеобразоват. учреждений/ С.М. Никольский. - 5-е изд.-М.: Просвещение, 2008.- 255с.
13. Пышкало А.М.. Редактор и составитель сб. статей «Учебно-наглядные пособия по математике» (в. 1 - 6,1962 - 81).
14. Скаткин М.Н. Методология и методика педагогических

исследований. М., 1986; Школа и всестороннее развития детей. М., 1980.

15. Ушинский К.Д.. Избранные педагогические сочинения / Ушинский. - М., 1988.-Т. 1. -Теоретические проблемы педагогики 583с.

16. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе / Л.М. Фридман – М.: Просвещение, 1983. – 160 с.

17. Фридман Л.М. Учитесь учиться математике: книга для учащихся/ Л.М. Фридман - М.: Просвещение, 2000. - с. 66.

18. Шептулин П.В. Категории диалектики - М.: Изд-во «Высшая школа», 1971. – 280 с.

19. Чаплыгин В.Ф. Некоторые методические соображения по решению неравенств: Математика в школе / В. Ф. Чаплыгин. – 2000. - №4. – 28 с.