ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙНАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(Н И У « Б е л Г У »)

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ

ФОРМИРОВАНИЕ ПОНЯТИЯ ПРОИЗВОДНОЙ В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ В КЛАССАХ ГУМАНИТАРНОГО ПРОФИЛЯ

Выпускная квалификационная работа
обучающегося по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование, профиль Математика и информатика
очной формы обучения, группы 02041303
Клюевой Светланы Александровны

Научный руководитель:
к.п.н., доцент
Остапенко С.И.

БЕЛГОРОД 2018

Оглавление

Введение

Концепция модернизации образования в Российской федерации предусматривает профильное обучение школьников и устанавливает ряд задач на создание системы специализированной подготовки (профильного обучения) в старших классах общеобразовательной школы. Существенные проблемы возникают при обучении математике в классах гуманитарного профиля. Курс математики в классах рассматриваемого профиля в настоящее время предполагает лишь минимальную математическую подготовку учащихся, которые полагают, что не имеют способностей к изучению математики и чья профессиональная деятельность не будет связана с математикой. Практика показывает, что в таких условиях имеют место ослабление интереса учащихся к математике, снижение качества предметных знаний и умений [2].

Специфика гуманитарного профиля определяется направленностью на воспитание элементов общей культуры, знакомство с математикой как областью человеческой деятельности, на формирование тех знаний и умений, которые необходимы для свободной ориентации в современном мире. Особое внимание должно быть направлено на показ логики построения математических теорий, универсальности математических моделей, методов рассуждений, на формирование представлений о роли математики в различных сферах человеческой деятельности, в том числе в искусстве, архитектуре, социологии, психологии, филологии[2].

Наш интерес вызвали такие проблемы: какие психолого-педагогические особенности учащихся гуманитарных классов важно учитывать при формировании понятия производной; как подобрать учебный материал для уроков алгебры по теме «Производная», и как организовать работу учеников на различных уроках и отдельных этапах урока?

Тема «Производная» занимает центральное место в курсе алгебры и начал анализа. Изучение данной темы весьма актуально, так как оно имеет большое образовательное значение, с нее начинается изучение элементов математического анализа, а это дает новые методы решения математических, физических и геометрических задач.

Целью настоящего исследования является разработка обобщенных схем организации работы учителя на уроках алгебры по теме «Производная» в классах гуманитарного профиля.

Объект исследования - процесс обучения алгебре и началам анализа в гуманитарных классах.

Предметом исследования является: формирование понятия производной в классах гуманитарного профиля.

Под формированием понятия производной мы рассматриваем такую организацию работы с учебным материалом, при которой обеспечиваются необходимые условия для продуктивной познавательной деятельности учащихся, учитываются интересы, наклонности и потребности учащихся, выбравших гуманитарное направление в обучении, формируются практически необходимые знания, умения, навыки, рациональные приемы мышления и деятельности.

Нами были определены следующие **задачи исследования**:

1. Провести анализ научной, методологической литературы и практики формирования понятия производной в гуманитарных классах.
2. Выявить психолого-педагогические особенности учащихся гуманитарных классов.
3. Разработать методику организации работы учителя на уроках алгебры по теме «Производная», при изучении которой в классах гуманитарного профиля обеспечиваются необходимые условия для продуктивной познавательной деятельности учащихся.
4. Разработать обучающие программы по теме «Производная» на примерах отдельных тем учебной программы.
5. Проверить эффективность предложенной методики и выработать рекомендации по ее практическому применению.

Теоретической основой исследования являются - учебные пособия таких авторов, как Мордкович А.Г., Никольский С.М., Алимов Ш.А.

Экспериментальная база исследования: В исследовании приняли участие школьники МБОУ «Гимназия №22» г. Белгорода. Общее число испытуемых 26 человек.

Для решения поставленных задач применялись различные методы исследования: изучение и анализ психолого-педагогической, математической и методической литературы, программ, учебников и учебных пособий по математике для средней школы; наблюдения за учебным процессом; беседы с учителями и учащимися, их анкетирование; проверка уровня математической подготовки старшеклассников путем проведения диагностических контрольных работ; изучение педагогического опыта; теоретическое обобщение результатов исследования; моделирование отдельных уроков; разработка сценариев программного обеспечения; педагогический эксперимент[25].

ГЛАВА 1 ФОРМИРОВАНИЕ ПОНЯТИЯ ПРОИЗВОДНОЙ В КЛАССАХ ГУМАНИТАРНОГО ПРОФИЛЯ

1.1 Особенности содержания курса математики в классах гуманитарного профиля

При построении процесса обучения математике гуманитариев необходимо учитывать их психологические особенности: преимущественно «художественный» тип высшей нервной деятельности; преобладание наглядно-образного, ассоциативного мышления; направленность мышления на целостное восприятие объектов; эмоциональная память, высокая значимость стилистических и сюжетных характеристик задач; сложность восприятия формально-логических выводов, чувственное отношение к реальности [25].

Методисты и психологи выделяют у учащихся гуманитарных классов следующие психолого- педагогические особенности[9]:

1. У учащихся гуманитарных классов преобладает наглядно-образное мышление.

2. Восприятие красоты математики направлено у учащихся гуманитарных классов на ее проявления в живой природе, в произведениях искусства, в конкретных математических объектах.

3. На уроках математики у учащихся гуманитарных классов внимание может быть устойчивым в среднем не более 12 минут.

4. У гуманитариев наибольшим интересом пользуются вопросы истории математики, прикладные аспекты, занимательный материал.

5. Среди форм работы на уроке гуманитарии предпочитают следующие: объяснение учителем нового материала, лабораторные работы, деловые игры, выполнение индивидуальных заданий с привлечением научно-популярной литературы.

6. Из методов самостоятельной работы гуманитарии выбирают коллективные[25].

Рассмотрим особенности содержания курса математики в классах гуманитарного направления профилизации. Специфической особенностью этого курса является его гуманитарная направленность – специальная ориентация на умственное развитие человека, на знакомство с математикой, как с областью человеческой деятельности, на формирование знаний и умений, необходимых для свободной ориентации в современном мире. При этом обязательные требования по математике совпадают с базовым уровнем подготовки выпускников средней школы[28].

Гуманитарии в школе должны изучать «классическую элементарную математику» от Евклида до Ньютона – но с меньшей степенью подробности и с меньшей отработкой деталей доказательств и технического аппарата. Курс математики, ориентированный на учеников гуманитарных классов, призван знакомить школьников с ее фундаментальными положениями, имеющими общекультурную ценность и вошедшими в сокровищницу достижений человеческой мысли, предлагать изложение на доступном языке – без формальных цепочек преобразований и абстрактных умозаключений[5].

В Программе по математике для профилей гуманитарной направленности «Общекультурная» составляющая курса усилена за счет включения дополнительных историко-культурных и практических вопросов. В математической составляющей выделены важнейшие понятия, которые позволяют логически завершить школьный курс математики. При этом некоторые математические вопросы, обязательные для усвоения на базовом уровне и необходимые для создания целостного представления о предмете, но не находящие применения в других разделах курса, выделены в программе курсивом и даются в ознакомительном плане[12].

Учащиеся классов гуманитарного профиля не знакомятся с понятием предела последовательности, понятием непрерывности функции, не изучают производные обратной функции и композиции данной функции с линейной.

В ознакомительном плане рассматриваются длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей; бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма; уравнение касательной к графику функции; понятие первообразной; формула Ньютона – Лейбница; вторая производная и ее физический смысл. Взамен этого предлагается исторический материал: создание дифференциального и интегрального исчисления; сведения из жизни Ньютона и Лейбница[11].

Таким образом, в программе по математике для гуманитарных классов больше внимания уделено вопросам мировоззренческого характера, фактам из истории математики, описанию ее приложений в различных областях человеческой деятельности. Целью включения дополнительных сведений из истории математики и вопросов мировоззренческого характера является знакомство учащихся с историей развития математики, эволюцией математических идей, формирование у учащихся представлений о значимости математики для общественного прогресса. Цель включения вопросов прикладного характера – формирование у школьников представлений о применении математике в различных областях человеческой деятельности (наука, техника, производство, экономика и т.д.) [22].

Курс математики для классов гуманитарного направления профилизации несколько меньше по объему по сравнению с традиционным и представляет собой модификацию содержания базового курса на «общекультурном» уровне. Это позволяет, с одной стороны, сохранить основные разделы курса алгебры и начал анализа и стереометрии, а с другой – устранить излишнюю детализацию, исключить из рассмотрения свойства и теоремы, носящие вспомогательный характер, тем самым сосредоточить усилия на важнейших аспектах. Объяснение нового материала основывается на наглядных представлениях[3].

Таким образом, содержание курса алгебры и начала анализа и геометрии в классах гуманитарного профиля соответствует задачам обучения учащихся данного направления профилизации; обеспечивает знакомство гуманитариев с основными математическими понятиями, знание которых является элементом общей культуры человека любой профессии[28].

1.2 Особенности преподавания понятия производной в классах гуманитарного профиля

Давно уже наступило время, когда следует серьезно и обстоятельно обсудить проблему так называемой гуманитарной математики (этот термин употребляется для краткости), т. е. поговорить о целях, содержании и путях реализации курса математики для школьников и студентов, проявивших стойкий интерес к гуманитарным дисциплинам или уже им себя посвятивших [20].

В учебниках для общеобразовательных школ (Ш.А.Алимов, А.Н.Колмогоров, А.Г.Мордкович) понятие производной описывается без понятия предела или с понятием, только без его строгого определения[1,13,14]. В общеобразовательных учебниках не рассматриваются производные обратных тригонометрических функций, а также многие приложения.

При построении элементов математического анализа в действующих учебниках Ш.А.Алимова, А.Н.Колмогорова, А.Г.Мордковича сначала изучают правила дифференцирования функций, а потом применение производной к исследованию функций и решению задач. В учебниках А.Г. Мордковича, С.М. Никольского, Н.Я. Виленкина при изложении математического анализа сначала рассматриваются функции, заданные полиномами, и на их примере показываются возможности математического анализа, и только после этого изучаются правила дифференцирования других функций, но уже сразу с практическими приложениями, что позволяет достичь непрерывности и доступности изучения школьниками основ математического анализа.

Математика: Учебник для учащихся 10 классов общеобразовательных учреждений / А.Г. Мордкович, И.М. Смирнова. – М.: Мнемозина, 2014 г[16].

Математика: Учебник для учащихся 11 классов общеобразовательных учреждений / А.Г. Мордкович, И.М. Смирнова. – М.: Мнемозина, 2014 г[17].

Эти учебники составлены в соответствии с программой курса математики средней школы общеобразовательного уровня, на изучение которого отводится три урока в неделю и преподавание осуществляется в рамках единого курса. Базу учебника составили широко используемые в российских школах учебные пособия тех же авторов по алгебре и началам анализа и геометрии для 10-11 классов.

В каждой главе содержится подробное изложение теоретического материала. Он в большей степени ориентирован на самостоятельное изучение, в связи с чем в учебниках в каждом параграфе содержится достаточное количество примеров с подробными решениями, а также всевозможные методические советы и рекомендации для учителя. В конце каждого параграфа можно найти разно уровневые упражнения для самостоятельного решения.

Число упражнений (особенно в алгебраической части) достаточно большое, но это только плюс учебников, так как у учителя исчезает необходимость обращаться к каким-либо другим источникам. Некоторые параграфы учебника отмечены звездочкой, это дополнительный материал (преобразование графиков тригонометрических функций, преобразования произведений тригонометрических функций в суммы, предел последовательности, центральное проектирование, полуправильные многогранники, звездчатые многогранники, кристаллы – природные многогранники).

Алгебра и начала анализа: учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / [Ш.А.Алимов, Ю.М.Колягин, Ю.В.Сидоров и др.]. – 15-е изд. – М.: Просвещение, 2015[1].

Изучение темы «Производная» начинается с рассмотрения задачи о мгновенной скорости, отслеживается связь между средней и мгновенной скоростью движения. Вводится понятие производной, ее обозначение, а также понятие разностного отношения.

Определение производной звучит как: *Пусть функция f(x) определена на некотором промежутке, x – точка этого промежутка и число h≠0 такое, что x+h также принадлежит данному промежутку. Тогда предел разностного отношения* $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ *при h→0 (если этот предел существует) называется производной функции f(x) в точке x. Таким образом,* $f'(x) = lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$.

Общая схема анализа:

1) Вводится понятие дифференцируемой функции в точке, название операции нахождения производной, а также выводятся формулы для производных функции: x^2 , x^3 , $kx + b$.

2) Выводится строгое определение предела функции и дается его пояснение. Определяется понятие непрерывной функции. На интуитивном уровне дается производная степенной функции. По определению производной вычисляются формулы:

$$(C') = 0\,, (x)' = 1\,, (x^2)' = 2x\,, (x^3)' = 3x^2\,,$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\left(\frac{1}{x^2}\right)(x \neq 0), \left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}\ (x > 0).$$

3) Вводятся правила дифференцирования: производная суммы, произведения, частного, вынесения множителя за знак производной. Формулируется правило вычисления сложной функции.

4) Даются производные элементарных функций: степенной, показательной, логарифмической и тригонометрической.

5) Применение правил дифференцирования к решению задач. Изучается геометрический смысл производной. Выводится уравнение касательной к графику функции.

6) Применение производной к исследованию функций на нахождение промежутков возрастания и убывание. Даются определения возрастающей (убывающей) функции. Формулируется теорема Лагранжа для доказательства теорем о достаточных условиях возрастания (убывания) функций.

7) Определяются понятия критических и стационарных точек, точек максимума и минимума (экстремумы). Формулируется теорема Ферма, имеющая наглядный геометрический смысл, с помощью которой доказывается теорема о необходимом и достаточном условии для точек максимума и минимума.

8) Рассматривается применение производной к построению графиков функций. Предлагается схема исследования свойств функции, а также алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений функции.

9) Применение производной к решению задач на оптимизацию (дополнительный повышенной трудности материал, отмечен звездочкой).

10) Вводится дополнительный более сложный материал: производная второго порядка, нужная для определения выпуклости графика функции и нахождения точек перегиба.

11) К учебнику прилагается соответствующий задачник. Его содержание построено на уровневой дифференциации. Задания содержат трехуровневую систему: обязательные (выделены серым цветом), дополнительные более сложные (выделены светло-розовым цветом), трудные (выделены тёмно-розовым цветом). Так же в задачнике есть раздел «Проверь себя».

Итоги обзора: в данном учебнике введение понятия производной начинается с изучения средней и мгновенной скоростей движения, что приводит к понятию разностного отношения. Определение производной формулируется как предел разностного отношения. Понятие предела дается после определения производной без подробного изучения, а определение предела разностного отношения формулируется на интуитивной основе и разъясняется на конкретных примерах. Пользуются наглядными представлениями при нахождении производных простейших функций. Это соответствует идее, согласно которой элементы математического анализа в средней школе излагаются на наглядно-интуитивной основе, с акцентом на их практическое применение к решению простейших задач математики и физики.

Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10-11 кл. сред. шк./ А.Н.Колмогоров, А.М.Абрамов, Ю.П.Дудницын и др.; Под ред. А.Н.Колмогорова. – М.: Просвещение, 2014[13].

Знакомство с темой «Производная» начинается с введения понятия «гладкой» кривой. Графики функций, которые учащиеся изучали ранее (линейной, квадратичной, обратной пропорциональности, $y = \sqrt{x}$) являются «гладкими» кривыми.

Рассматриваются особенности устройства «гладкой» кривой и даётся понятие о касательной: *Прямую, проходящую через точку* $(x_0; f(x_0))$ *, с отрезком которой практически сливается график функции f при значениях x близких к* x_0 *, называют касательной к графику функции f в точке* $(x_0; f(x_0))$.

Ставится задача: определить точное положение касательной к графику данной функции f в заданной точке (геометрический смысл производной). Делается вывод, что можно точно определить положение касательной в данной точке для каждой гладкой кривой. Решается задача на определение мгновенной скорости движения (механический смысл производной).

Составление общей схемы решения рассмотренных задач:

1) С помощью формулы задающей функцию f, находим ее приращение в точке x_0: $\Delta f = f(x + \Delta x) - f(x)$.

2) Находим выражение для разностного отношения $\frac{\Delta f}{\Delta x}$: $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$

3) Выясняем, к какому числу стремится $\frac{\Delta f}{\Delta x}$, если считать, что Δx стремится к нулю.

4) Определение производной дается без использования понятия предела.

5) Производной функции f в точке x_0 называется число, к которому стремится разностное отношение $\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ при Δx стремящемся к нулю.

6) Вводится понятие дифференцируемой функции в точке, понятие производной как функции, название операции нахождения производной, ее обозначение. Фиксируются формулы дифференцирования, полученные в ходе объяснения материала.

7) Вводится понятие о непрерывности функции и правила о предельном переходе.

8) Формулируются и доказываются основные правила дифференцирования: производная суммы, произведения, частного, вынесения множителя за знак производной. Производная степенной функции формулируется на интуитивной основе. Определяется понятие сложной функции и выводится формула ее дифференцирования. Выводятся и доказываются формулы дифференцирования тригонометрических функций.

9) Применение непрерывности и производной, метод интервалов.

10) Дается понятие касательной к графику дифференцируемой в точке функции (геометрический смысл производной). Выводится уравнение касательной и теорема Лагранжа. Рассматриваются приближенные вычисления.

11) Производная в физике и технике (механический смысл производной). Примеры применения производной.

12) Применения производной к исследованию функций: признак возрастания (убывания) функции, критические точки функции, признак максимума и минимума (экстремумы). Примеры применения производной к

исследованию функции. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции. Даются исторические сведения.

13) После изучения логарифмической, показательной и степенной функций, определяется их производная.

14) Вводится понятие о дифференциальных уравнениях: использование второй производной, дифференциальные уравнения показательного роста и показательного убывания, гармонические колебания, падение тел в атмосферной среде. Исторические сведения.

15) Итоги анализа. Изучение производной в учебнике представлено на двух уровнях: 1. На наглядно-интуитивном, на котором создается материальный образ математического объекта. Производная рассматривается с двух позиций: как угловой коэффициент касательной; как мгновенная скорость движения. 2. На формально-логическом, где определение производной дается без использования понятия предела.

Подробно изучив изложение темы «Производная» в учебниках Ш.А.Алимова, А.Н.Колмогорова, А.Г.Мордковича алгебры и начал анализа для учащихся старших классов можно сделать следующие выводы: формируется формальное определение производной, изложение темы дается на наглядно-интуитивном уровне, на котором создается материальный образ математического объекта. Также имеются различия: в учебнике А.Г.Мордковича понятие предела дается на наглядно-интуитивном уровне перед изучением понятия производной. В учебнике Ш.А.Алимова при изложении темы «Производная» используется понятие предела, которое формулируется после определения производной, но подробно не рассматривается, формируется оно на интуитивной основе. В учебнике А.Н.Колмогорова нет понятия предела, оно интерпретируется понятием «стремится».

В 10-11 классах дифференциация образования приобретает систематический характер. Математика входит в число обязательных учебных предметов, однако она может иметь разный удельный вес в общеобразовательной подготовке ученика по времени, отводимого на ее изучение, а также по глубине и охвату рассматриваемого материала.

Курс математики в классах гуманитарного профиля должен обеспечить усвоение учениками минимума знаний. Акцент в содержании математического образования делается на раскрытии роли математики как элемента человеческой культуры, развитии у учащихся образного представления о математических явлениях и закономерностях[20].

Учащиеся старших классов, выбравшие гуманитарный профиль, отличаются от учащихся других профилей психолого-педагогическими особенностями восприятия предмета, что отражается на уровне интереса к математике[19].

У учащихся гуманитарных классов преобладает наглядно-образное мышление, а математических – абстрактно-логическое.

Восприятие красоты математики у учащихся гуманитарных классов направлено на ее проявление в живой природе, в произведениях искусства, в конкретных математических объектах. Учащиеся математических классов красоту математики видят в необычных, неожиданных решениях задач.

На уроке в гуманитарном классе внимание устойчиво в среднем не более 12 минут. В математических классах этот показатель колеблется от 20 до 25 минут.

У гуманитариев наибольшим интересом пользуются вопросы истории математики, прикладные аспекты, занимательный материал. Математики предпочитают решение нестандартных задач, исследовательских проблем.

Из форм работы на уроке гуманитарии предпочитают следующие: объяснение учителем нового материала, лабораторные работы, деловые игры, выполнение индивидуальных заданий. Математики – решение проблемных, исследовательских задач.

Из методов самостоятельной работы гуманитарии выбирают коллективные, математики чаще действуют совершенно индивидуально[24].

Рассмотренные психолого-педагогические особенности, беседы с учащимися-гуманитариями и учителями математики, проведение и посещение уроков математики в гуманитарных и общеобразовательных классах, а также изучение методической литературы свидетельствуют о необходимости выделения методических рекомендаций по преподаванию математики в гуманитарных классах [21].

Наиболее важным в классах гуманитарного профиля является этап мотивации изучения отдельных элементов математического содержания. Учащиеся этого профиля более других нуждаются в том, чтобы теоретический материал получал подкрепление на примерах, доступных моделях и т. д.

Необходимо обращать внимание на выполнение перехода с обычного языка на математический, который применяется при решении текстовых задач на составление уравнений, их систем и в других случаях. Так, учащиеся гуманитарных классов часто делают ошибки, когда содержание математического термина отличается от употребления этого же слова в повседневной жизни.

Учащиеся гуманитарных классов в основном используют готовые формулы, теоремы и т.д. Поэтому затрудняются, когда способ решения не виден сразу или приходиться комбинировать несколько различных приёмов. В процессе работы в гуманитарном классе надо выполнять задания поэтапно, т.е. делить задачу на подзадачи, помогать учащимся за деталями увидеть сущность приема или метод решения.

При работе над задачей или теоремой показывать учащимся необходимость рассмотрения всех возможных комбинаций объектов, случаев расположения фигур, удовлетворяющих условию. Давать самостоятельно проводить классификации понятий приведением контрпримеров. Раскрывать взаимосвязь между родственными понятиями, их свойствами и признаками. Нацеливать школьников на их самостоятельное выделение, показывая при этом необходимость и пользу такой проработки[3].

Более разнообразными должны быть формы проведения уроков. Это могут быть урок-лекция, урок-семинар, урок-диалог (между двумя учителями или между учителем и кем-то из учеников), урок-диспут, урок-детектив, на котором решаются различные логические задачи с интересным сюжетом, урок лабораторная работа, урок-зачёт, практикум по решению прикладных задач, бинарные уроки по темам, имеющим межпредметные связи с другими предметами и другие. На уроках-диалогах полезны диалоги между учителями математики и гуманитарных предметов, в которые вовлекаются и учащиеся. На таких уроках дети овладеют культурой диалога - важнейшей формой общения. Подобные уроки предъявляют высокие требования к уровню математической и гуманитарной подготовки учителей[10].

На факультативных занятиях могут подробно обсуждаться как принадлежность математики к различным гуманитарным дисциплинам, так и используемые в них математические модели. Лекции учителя дополнять сообщениями, докладами, рефератами учащихся с историческими экскурсами, занимательными материалами, личными рисунками, рассказами, стихами и т. д.

Эффективности усвоения предмета способствует эстетическая составляющая математического образования. Она может быть представлена в математических основах законов красоты в искусстве и природе (пропорция, периодичность, симметрия и др.), в красоте математического доказательства, в красивом решении задач.

В содержание курса математики гуманитарного профиля обязательно должны включаться богатые в эмоциональном смысле эпизоды истории развития алгебры, геометрии, математического анализа и других дисциплин, знакомящие школьника с судьбами людей, сделавших великие открытия, творивших науку, их биографией и творчеством. Связывать вводимые понятия, формулы, теоремы с историческими фактами. Например, иррациональное число e, равное 2,718281828... интересно тем, что в его записи присутствует число 1828, являющееся годом рождения Л.Н. Толстого.

Введение элементов истории математики в процесс обучения можно осуществлять, включая в основной текст новой темы краткие биографические очерки о жизни выдающихся личностей, у которых большое математическое дарование сочеталось с проявлением творческого интереса к живописи, скульптуре, поэзии и другим видам искусства (Леонардо да Винчи, Софья Ковалевская и др.).

При введении нового математического термина или символа рекомендуется объяснять истоки их возникновения, а при изучении новой темы стараться показать, как исторически возникла необходимость ее рассмотрения.

Не забывать о роли наглядности в обучении математики. Выделим некоторые особенности использования наглядности в гуманитарных классах:

1. При рассмотрении вопросов математики в гуманитарном классе основной акцент целесообразно сделать на использование геометрических знаний в живописи, архитектуре и т.п.; - при доказательстве теорем наглядность может выступать как основа доказательства.

2. При выполнении лабораторных работ по математике задания должны быть в большей степени ориентированы на практические построения, вычисления, преобразования.

3. Для облегчения запоминания гуманитариями изучаемого материала, его систематизации целесообразно в большей степени использовать опорные сигналы, конспекты и т.п.

Среди всех перечисленных особенностей преподавания математики в классах гуманитарного профиля особо выделим необходимость осуществления межпредметных связей. Ведь именно в гуманитарных классах математика должна преподаваться не ради предмета, а быть средством познавательной деятельности. Нужно отметить, что в большей степени межпредметные связи математики и гуманитарных дисциплин будут осуществляться в содержании занятий элективного курса, но также возможно было бы реализовать эти связи и через методы наук[22].

Среди методов обучения математике учащихся гуманитарных классов необходимо особо отметить объяснительно-иллюстративный метод, деловые игры, лабораторные работы, исследовательские и творческие работы, практикумы. В качестве методов учебной деятельности разработаны следующие: устная работа как необходимое условие формирования и развития диалоговой культуры учащихся; различные виды дискуссий на уроках при решении задачи или поиске доказательства теоремы; индивидуальные задания; работа с научно-популярной литературой; подготовка докладов и сообщений [7].

Полезно использовать работу со словарем. Знакомство с этимологией слова, нахождение более известных и понятных однокоренных слов способствует более полному пониманию смысла математического термина (рекуррентный, коммутативный, дифференцирование, интегрирование и др.). Интересны также случаи неправильного перевода некоторых терминов (например, «корень»).

Рекомендуется форма обучения математике путем образно-эмоционального воздействия на учащихся: задания с разнообразной подачей условия; использование для самопроверки правильного ответа соответствия между числами и буквами – «кодированные ответы» (что, кроме всего прочего, способствует развитию функционального мышления), кратких и популярных рассказов об известных людях, переданных в форме вопросов и математических заданий. Ученики сами с удовольствием составляют подобные задания – это способствует обобщению, повторению изученного материала, развитию творческих способностей [7].

Использование разнообразного материала, учитывающего интересы каждого школьника, способствует повышению интереса и желания учащихся заниматься математикой. Опираясь на этот интерес и желание, можно преодолеть трудности обучения.

1.3 Методические аспекты формирования понятия производной в классах гуманитарного профиля

Основное внимание здесь уделяется ознакомлению учащихся с простейшими методами дифференциального исчисления и выработке умения применять их для исследования функций в простейших случаях, а также показу возможности применения их для решения задач прикладного характера. При этом, основной акцент делается на связи математических понятий с областями человеческой деятельности. Так, многие математические теории при формализованном изложении кажутся искусственными, оторванными от жизни, просто непонятными. Если же, например, подойти к этим проблемам с позиции исторического развития, то станет виден их глубокий жизненный смысл, их естественность, необходимость.

Изучая тему “Производной” учащиеся должны увидеть все многообразие применения понятия производной, для чего им надо овладеть простейшими навыками дифференцирования и знаниями некоторых свойств производной. Вот несколько основных направлений приложения изучаемого понятия, которые позволят учащимся увидеть многообразие применения производной.

1. Решение задач на нахождение наибольшего и наименьшего значений.

2. Применение в физике, химии и других науках, рассматривая обобщенную интерпретацию понятия “производная”, а также, приближенные вычисления.

3. Применение метода исследования функции с помощью производной к решению уравнений и неравенств, раскрывая, тем самым, внутрипредметные связи.

Из целей обучения математике в гуманитарных классах следует основное внимание уделить практическим задачам. Но, для того, чтобы учащиеся смогли оценить значение применяемого метода, им необходимо овладеть некоторыми элементарными знаниями и умениями [27].

Рассмотрим содержание темы, с точки зрения раскрытия её трех основных аспектов. Отметим, что почти все функции, предлагаемые учащимся, непрерывные и дифференцируемые, т.к. наша основная задача - показать приложение производной к решению текстовых задач.

Вычислительный аспект состоит в приобретении учащимися навыков дифференцирования, которые состоят:

1. В умении вычислять производные элементарных функций, используя таблицы;
2. В умении дифференцировать сумму, произведение и частное элементарных функций, а также, некоторые виды сложных функций, которые могут понадобиться учащимся при решении некоторых практических задач [8].

Логический аспект находит свое применение при составлении математических моделей, а также, в доказательствах свойств производной. В гуманитарных классах с этой целью целесообразно проводить лабораторные работы, в ходе которых учащиеся проводят вычисления, построение графиков, измерения. А затем, в результате анализа полученных данных выявляют закономерности, которые в результате обобщения позволяют высказать гипотезу или подметить математический факт [8].

Образный аспект связан, прежде всего, с наглядностью при обучении. Это использование чертежей, схем, рисунков и т.п., а также, различных жизненных ситуаций, модели которых создают образы «в головах» учащихся. И, кроме того, это использование задач по готовым чертежам и на построение графиков функций. Средствами наглядности в обучении являются не только рисунки, модели и т.п., но и формы организации. В настоящее время, немалую помощь в этом оказывают современные компьютерные технологи. Использование средств мультимедиа и создание презентаций экономит время на уроке при проверке знаний и повышает наглядность и информативность при изучении новой темы [8].

Тема «Производная функции» включает в себя следующие интересующие нас подтемы:

1) Определение производной.

2) Вычисление производной.

3) Уравнение касательной к графику функции.

4) Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы.

5) Применение производной для отыскания наибольших и наименьших значений величин.

Рассмотрим основные правила и алгоритмы, представленные в них.

Тема «Определение производной».

А.Г. Мордкович пишет: «Если жизнь выдвигает на повестку дня новую математическую модель, дело математиков – специально заняться изучение этой модели в отрыве от ее конкретного содержания, то есть предпринять следующие действия:

1) присвоить новой модели специальный термин; 2) ввести для нее специальное обозначение; 3) изучить правила оперирования с новой моделью и сферу ее применимости. Например, для рассмотрения одной из математической модели используется термин производная и обозначение y'» [16].

Автор дает следующее определение производной функции: Если для функции $y = f(x)$ в фиксированной точке x существует предел отношения приращения функции к приращению аргумента Δx при условии $\Delta x \to 0$, то этот предел называется значением производной функции $y = f(x)$ в точке x и обозначается $f'(x)$ или y'.

В данной теме можно обозначить следующие правила и алгоритмы:

1) Алгоритм нахождения производной (для функции $y = f(x)$), который состоит из следующих этапов:

1. Зафиксировать значение *x*, найти *f(x)*.

2. Дать аргументу x приращение Δx , перейти в новую точку $x + \Delta x$, найти $f(x + \Delta x)$.

3. Найти приращение функции: $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$.

4. Составить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$.

5. Вычислить предел , который представляет собой *f '(x)*.

2) Физический (механический) смысл производной, состоящий в следующем: если *s(t)* – закон прямолинейного движения тела, то производная выражает мгновенную скорость в момент времени *t: v = s ' (t)*.

3) Геометрический смысл производной, который состоит в следующем: если к графику функции *y = f(x)* в точке с абсциссой *x = a* можно провести касательную, непараллельную оси *y*, то *f '(a)* выражает угловой коэффициент касательной: *k = f '(a)*. Так как *k = tg α*, то верно равенство *f '(a) = tg α*.

Тема «Вычисление производной».

Первый этап работы с алгоритмами.

А.Г. Мордкович подчеркивает, что включённые в курс алгебры старшей школы сведения о пределах имеют вспомогательный характер и необходимы для вывода формул производных. В связи с этим на этапе актуализации знаний основное внимание рекомендуется уделить проведению предельных переходов для приближённого вычисления значений конкретных функций и их приращений. Также, определению производной функции как предела разностного отношения должно предшествовать рассмотрение особенностей поведения графиков функций, приводящее к понятию касательной. «Производная функции появляется сначала как тангенс угла наклона касательной к оси абсцисс. Тем самым с понятием производной на первом этапе связывается наглядный образ – касательная. Предельные переходы появляются как средство вычисления производной» [14].

В дальнейшем учащиеся изучают область применения производной: это задачи на исследование функций (возрастание и убывание, нахождение точек максимума и минимума функции, непрерывность), составление уравнения касательной, а также решение прикладных задач. Рассмотрим методику введения понятия «Производная функции» в учебниках алгебры и начал анализа. В учебнике С.М. Никольского (для базового и профильного уровней, 11 класс) под производной функции понимают [18]: «Производной функции $y = f(x)$, заданной на некотором интервале *(a;b)* в точке x этого интервала, называют предел отношения приращения функции в этой точке к соответствующему приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю $f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$ ».

Сначала автор вводит понятия «приращение аргумента» и «приращение функции», а после понятие «производная функции». Очевидно, это определение не является правилом, а значит, не является алгоритмом: оно не обладает ни одним свойством алгоритма, нет выделенной последовательности шагов и операций.

В учебнике Ш.А. Алимова (для базового уровня, 11 класс) понятие производной функции вводят следующим образом [1] : «Пусть функция *f(x)* определена на некотором промежутке, x – точка этого промежутка и число $h \neq 0$ такое, что $x{+}h$ также принадлежит данному промежутку. Тогда предел разности отношения $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ при $h \to 0$ (если этот предел существует) называется производной функции *f(x)* в точке x и обозначается *af'(x)* . Таким образом, $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ ».

В данном учебнике автор не вводит понятия «приращение аргумента» и «приращение функции». Определение не является правилом, а значит, не является алгоритмом, аналогично с предыдущим, оно не обладает всеми свойствами алгоритма, нет последовательности шагов, но оно имеет входные данные, промежуточные операции и условие существования производной.

В учебнике А.Г. Мордковича (для профильного уровня, 10 класс) понятие производной функции вводят так [14]: «Пусть функция *y=f(x)* определена в точке x и в некоторой её окрестности. Дадим аргументу x приращение Δx, такое, чтобы не выйти из указанной окружности. Найдём соответствующее приращение функции Δy (при переходе от точки x к точке $x + \Delta x$) и составим отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. Если существует предел этого отношения при $\Delta x \to 0$, то указанный предел называют производной *y=f(x)* в точке x и обозначается *f'(x).* Итак, $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x)$ ».

Так же, до введения понятия «производная функции» автор вводит понятия «приращение аргумента» и «приращение функции». Кроме того, в данном учебнике автора описан алгоритм нахождения производной функции:

1. Определить функцию *f(x).*
2. Дать аргументу x приращение Δx, перейти в точку $x + \Delta x$ и найти $f(x + \Delta x)$.
3. Найти приращение функции $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$.
4. Составить отношение $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$.
5. Вычислить $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$.

Это и есть $f'(x)$. Данный алгоритм отвечает всем свойствам алгоритмов.

Второй этап работы с алгоритмами.

А.Г. Мордкович указывает, что в зависимости от учебной программы, профиля и уровня подготовленности учащихся, можно либо изложить в данном виде алгоритм нахождения производной, описанный в первом этапе, либо дать возможность учащимся самостоятельно вывести данный алгоритм. При самостоятельном составлении алгоритма могут возникнуть трудности, но с помощью учителя, после введения алгоритма нахождения производной элементарных функций, учащиеся могут самостоятельно вывести алгоритмы правил вычисления производных и нахождения производной сложной функции.

Рассмотрим методику введения правил вычисления производных функций. Приведем правила вычисления производных, представленных в учебнике А.Г. Мордковича [14].

Правило 1. Если функции $y=f(x)$ и $y=g(x)$ имеют производную в точке x, то и их сумма имеет производную в точке x , причем произведение суммы равно сумме производных: $(f(x)+g(x))'=f'(x)+g'(x)$.

Составим алгоритм:

1. Определить $y=f(x)+g(x)$.
2. Определить $f(x)$.
3. Определить $g(x)$.
4. Найти производную $f'(x)$.
5. Найти производную $g'(x)$.
6. Найти сумму $f'(x)+g'(x)$.
7. $y'=f'(x)+g'(x)$.

Правило 2. Если функция $y=f(x)$ имеет производную в точке x, то и функция $y=kf(x)$ имеет производную в точке x, причем: $(kf(x))'=kf'(x)$.

Составим алгоритм:

1. Определить $y=kf(x)$.
2. Определить $f(x)$.
3. Определить k.
4. Найти производную $f'(x)$.
5. Найти произведение $kf'(x)$.
6. $y'=kf'(x)$.

Правило 3. Если функции $y=f(x)$ и $y=g(x)$ имеют производную в точке x, то и их произведение имеет производную в точке x, причем: $(f(x)g(x))'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$.

Составим алгоритм:

1. Определить $y=f(x)g(x)$.

2. Определить *f(x)*.

3. Определить *g(x)*.

4. Найти производную *f'(x)*.

5. Найти производную *g'(x)*.

6. Найти произведение *f'(x)g(x)*.

7. Найти произведение *f(x)g'(x)*.

8. Найти сумму *f'(x)g(x)+f(x)g'(x)*.

9. *y'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)*.

Правило 4. Если функции *y=f(x)* и *y=g(x)* имеют производную в точке *x* и в этой точке $g(x) \neq 0$, то функция $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ имеет производную в точке *x*, причем: $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x)-f(x)g\prime(x)}{g^2(x)}$.

Составим алгоритм:

1. Определить $y = \frac{f(x)}{g(x)}$.

2. Определить *f(x)*.

3. Определить *g(x)*.

4. Найти производную *f'(x)*.

5. Найти производную *g'(x)*.

6. Найти произведение *f'(x)g(x)*.

7. Найти произведение *f(x)g'(x)*.

8. Найти разность *f'(x)g(x)-f(x)g'(x)*.

9. Найти $g^2(x)$.

10. Найти частное $\frac{f'(x)g(x)-f(x)g\prime(x)}{g^2(x)}$.

11. $y' = \frac{f'(x)g(x)-f(x)g\prime(x)}{g^2(x)}$.

Третий этап работы с алгоритмами.

По мнению автора (А.Г. Мордкович), предпосылкой усвоения алгоритмов на этапе их введения и закрепления может быть как выполнение практических заданий в ходе урока, так и тестовые и самостоятельные работы.

Тема «Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы».

В данной теме можно выделить алгоритм исследования непрерывной функции $y = f(x)$ на монотонность и экстремумы, который имеет вид:

1. Найти производную $f'(x)$.
2. Отметить стационарные и критические точки на числовой прямой и определить знак производной на получившихся промежутках.
3. Опираясь на теоремы о промежутках монотонности и на теоремы о экстремальных точках, сделать выводы о монотонности функции и о ее точках экстремума.

Тема «Применение производной для нахождения наибольших и наименьших значений величин».

В данной теме можно выделить алгоритм нахождения наименьшего и наибольшего значения непрерывной функции $y = f(x)$ на отрезке $[a,b]$, который состоит из следующих этапов:

1. Найти производную $f'(x)$.
2. Найти стационарные и критические точки функции, лежащие внутри отрезка $[a,b]$.
3. Вычислить значение функции $y = f(x)$ в точках, отобранных на втором шаге, и в точках a и b; выбрать среди этих значений наименьшее (это и будет $y_{\text{наим.}}$) и наибольшее (это и будет $y_{\text{наиб.}}$).

Далее опишем методические рекомендации обучения алгоритмам учащихся 10-11-х классов общеобразовательной школы на примере данного алгоритма.

При обучении алгоритмам учащихся 10-11-х классов на данном примере необходимо: 1) разобрать этот алгоритм с учащимися и записать его на языке блок – схемы; 2) подобрать соответствующие упражнения для каждого из трех этапов работы с этим алгоритмом. Кроме того, прежде чем записывать данный алгоритм на языке блок – схем, запишем его на естественном языке более подробно, чем это сделано в учебнике алгебры и начал анализа.

Алгоритм нахождения наименьшего и наибольшего значения непрерывной функции y = f(x) на отрезке $[a,b]$*:*

1. Найти производную *f '(x)*.

2. Найти стационарные и критические точки функции.

3. Выбрать критические и стационарные точки, лежащие внутри отрезка $[a,b]$.

4. Вычислить значение функции $y = f(x)$ в критических, стационарных точках (внутри данного отрезка) и на концах отрезка.

5. Из найденных значений функции выбрать наибольшее и наименьшее.

В соответствии с методическими особенностями обучения правилам и алгоритмам в школьном курсе математики, представим систему упражнении направленную на овладение алгоритмом нахождения наименьшего и наибольшего значения непрерывной функции $y = f(x)$ на отрезке $[a,b]$, составленную с учетом соответствующих требований [15].

Так, система упражнений, направленная на овладение алгоритмом отыскания наименьшего и наибольшего значения непрерывной функции $y = f(x)$ на отрезке $[a,b]$ включает:

1. *Упражнения для этапа введения алгоритма:*

Задние 1. Найдите производную функции:

а) $y = 7x^2 - 7x$; б) $y = 12x + \sqrt{x}$; в) $y = sinx + 3$; г) $y = x^3 + 2x^5$.

Задание 2. Имеет ли функция стационарные или критические точки:

а) $y = 2x^2 - 3x + 5$; б) $y = \frac{1}{4}x + 5$; в) $y = \frac{x+5}{2}$; г) $y = |x|$?

Задание 3. Найдите стационарные и критические точки функции:

а) $y = 7 + 12x - x^3$; б) $y = \frac{x}{5} + \frac{5}{x}$; в) $y = \sqrt{2x - 1}$; г) $y = 2\, sin\, 2x - sin\, 4x$.

2. Упражнения для этапа усвоения алгоритма:

Задание 4. Найдите наибольшее и наименьшее значения заданной функции на заданном отрезке:

а) $y = 3x - 6,\ [-1, 4]$; б) $y = -\frac{8}{x}, [\frac{1}{4}, 8]$; в) $y = x^2 - 8x + 19$, $[-1, 5]$; г) $y = -0{,}5 \sin x, [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.

Задание 5. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^3 + 3x^2 - 45x - 2$ на отрезке: а) [-6,0]; б) [1,2]; в) [-6, -1]; г) [0, 2].

Задание 6. Найдите наибольшее и наименьшее значения заданной функции на заданном промежутке:

а) $y = ctg\, x + x, [\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$; б) $y = x^3 - 2x^2 + 1, [0{,}5;\ +\infty)$; в) $y = x + \frac{1}{x}, (-\infty, 0)$; г) $y = x - 2\sqrt{x}, [0, +\infty)$.

3. Упражнения для этапа применения алгоритма:

Задание 7. Сумма двух целых чисел равна 24. Найдите эти числа, если известно, что их произведение принимает наибольшее значение.

Задание 8. Периметр прямоугольника составляет 72 см. Каковы его стороны, если этот прямоугольник имеет наименьшую площадь?

Задание 9. Найдите наибольшее и наименьшее значения заданной функции на заданном промежутке: а) $y = x^2 - 5|x| + 6$, [0,4]; б) $y = x^2 - 4x + 5 + |1 - x|$, [0,4].

Задание 10. База находится в лесу в 5 км от дороги, а в 13 км от базы на этой дороге есть железнодорожная станция. Пешеход по дороге идет со скоростью 5 км/ч, а по лесу – 3 км/ч. За какое минимальное время пешеход может добраться от базы до станции?

Ответы к данной системе упражнений представлены в Приложении 1.

Рассмотрев содержание темы с точки зрения раскрытия её основных аспектов, можно сделать вывод, что в гуманитарных классах следует уделить внимание практическим задачам.

ГЛАВА 2 ОРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ УЧИТЕЛЯ НА УРОКАХ АЛГЕБРЫ ПО ТЕМЕ «ПРОИЗВОДНАЯ» В КЛАССАХ ГУМАНИТАРНОГО ПРОФИЛЯ

2.1 Организация работы учителя на этапе актуализации знаний на уроках алгебры по теме «Производная» в классах гуманитарного профиля

Профильное обучение – это система специализированной подготовки старшеклассников, направленная на то, чтобы сделать процесс их обучения на последней ступени общеобразовательной школы более индивидуализированным, отвечающим реальным запросам и ориентациям, способная обеспечить осознанный выбор школьниками своей профессиональной деятельности [26].

В последнее время отмечается усиление интереса к гуманитарным дисциплинам. Так как гуманитарии имеют определенные особенности в восприятии, усвоении и запоминании материала, возникает необходимость разработки специальных методик их обучения.

Говоря о содержании любого курса математики, можно выделить три основных аспекта: логический, образный и технический. Для общественно-гуманитарного профиля наиболее важен логический аспект. Формировать понятия, строить классификации, отделяя существенные признаки от несущественных, проводить строгие логические рассуждения и доказательства в попытке убедить кого-то – вот главное достижение в математике для учеников такого класса и такой школы[4].

Но математика – это не только школа логического мышления, это еще и источник образов. Ее образный аспект, безусловно, очень важен для людей с гуманитарными интересами. Уметь видеть разнообразные формы в их пространственном и плоскостном изображении, распознавать конфигурации, представлять себе вид графика, зная свойства функции - все это способствует развитию воображения и эстетического чувства. Такое преподавание математики способствует возникновению ассоциаций и помогает чувствовать целостность изучаемых объектов[4].

Гуманитарный стиль преподавания требует, чтобы ученики свободно владели родным языком: умели четко и грамотно выражать свои мысли, правильно выбирать слова и строить предложения, научиться правильно употреблять математические термины и т.д. Разумеется, гуманитарное преподавание математики немыслимо без изучения ее истории. Здесь речь идет и об истории возникновения математических понятий, терминов, и о выдающихся гуманитариях, хорошо знавших математику. Например, Омар Хайям и Пятый постулат Евклида, А.С. Пушкин и особый математический ритм Онегинской строфы, архитектор А. Вознесенский – прекрасный математик, и потому не похожие на других его стихи, сложенные по особым математическим законам, и много других примеров[4].

Говоря об изучении математики в классах гуманитарного профиля, ни в коем случае нельзя иметь в виду уменьшение объема знаний. Надо вести речь о методах подачи материала с опорой на психолого-педагогические особенности гуманитариев.

Заинтересовать класс гуманитарного профиля с первых минут урока можно во время этапа актуализации знаний. Рассмотрим несколько вариантов его проведения:

Таблица 1.Проведение этапа актуализации знаний на уроке.

Вариант №1

Этап урока	**Деятельность учителя**
Актуализация знаний	Как вы думаете, какое из высказываний, более всего подходит к теме нашего занятия? 1. «Недостаточно только получить знания, надо их систематизировать и найти им достойное приложение». Гёте И. (Немецкий поэт и мыслитель 18 века).

	2. «Не в количестве знаний заключается образование, но в полном понимании и искусном применении всего того, что знаешь.» Дистервег А. (Немецкий педагог и политик 19 века). 3. «Повторение – мать учения». (Русская народная пословица). Кто бы из вас и выбрал 1 высказывание? Почему? Кто бы из вас и выбрал 2 высказывание? Почему? Кто бы из вас и выбрал 3 высказывание? Почему? Вы выбрали все три? И правильно! Целью нашего занятия будет: Повторение, систематизация и применение знаний по теме: «Производная».

Таблица 2. Проведение этапа актуализации знаний на уроке.

Вариант №2

Этап урока	**Деятельность учителя**
Актуализация знаний	Сегодня на уроке мы повторим правила вычисления производных, вспомним формулы вычисления производных, правила дифференцирования. Начать я хочу его с необыкновенных слов. «Музыка может возвышать или умиротворять душу, живопись –радовать глаз, поэзия – пробуждать чувства, философия – удовлетворять потребности разума, инженерное дело – совершенствовать материальную сторону жизни людей, а математика способна достичь всех этих целей!» Морис Клайн (американский математик, известный своими работами по истории и философии математики). Целью нашего занятия будет: Повторение, систематизация и

	применение знаний по теме: «Производная».

В отличие от учеников математического профиля ученики гуманитарного профиля хорошо запоминают исторические сведения, с удовольствием готовят сообщения. Восприятие красоты математики у гуманитариев направлено на её проявления в живой природе, в произведениях искусства, в конкретных математических объектах.

2.2 Система упражнений на уроках алгебры по теме «Производная» в классах гуманитарного профиля

При изучении правил вычисления производной основных функций можно сделать карточки, на которых будут представлены эти правила. Данные карточки должны присутствовать на всем протяжении изучении данной темы. Во время уроков приветствуется использование разноцветных маркеров.

Использовать карточки можно не только при изучении правил, но и для записи решений задач по ходу урока. Так, например, Гузяловой А.Н. и Тимербаевой Н.В. составлена система упражнений, обеспечивающих прочное усвоение учащимися гуманитарного профиля основных приемов решения задач на применение производной. Выполнение практических занятий имеет целью закрепить у учащихся теоретические знания и развить практические навыки и умения по теме «Производная» [9].

Таблица 3. Карточка- консультант «Нахождение производной функции».

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Находим приращение функции в точке x_0: $$\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$$	

2	Находим разностное отношение $$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$	
3	Выясняем, к какому числу стремится $\Delta f/\Delta x$, если считать, что Δx стремиться к нулю.	
4	Вычисляем значение производной в заданной точке (если она указана).	
5	Записываем ответ.	

С помощью «Примера 1» рассмотрим вариант заполнения карточки (*Таблица 3)*.

Пример 1. Пользуясь определением производной, найдите значение производной функции f, если $f(x) = x^2 - 3x$ [9].

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Находим приращение функции в точке x_0: $$\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$$	$\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ $= (x_0 + \Delta x)^2 - 3(x_0 + \Delta x)$ $-{x_0}^2 + 3x_0 = 2x_0\Delta x + \Delta x^2 - 3\Delta x$
2	Находим разностное отношение $$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$	$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ $= \frac{2x_0\Delta x + \Delta x^2 - 3\Delta x}{\Delta x}$ $= 2x_0 + \Delta x - 3$
3	Выясняем, к какому числу стремится $\Delta f/\Delta x$, если считать, что Δx стремиться к нулю.	$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0}(2x_0 + \Delta x - 3)$, при $\Delta x \to 0$, т.е. $f'(x) = 2x_0 - 3$
4	Вычисляем значение производной в заданной точке (если она указана).	-
5	Записываем ответ.	$f'(x_0) = 2x_0 - 3$

Таблица 4. Карточка- консультант «Нахождение производной функции*».

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Какая функция дана?	
2	Как найти производную такой функции?	
3	Выберем правила дифференцирования	
4	Обозначим чему равно U и V	
5	Подставим значения в выбранное правило дифференцирования	
6	Записываем ответ	

С помощью «Примера 2» рассмотрим вариант заполнения карточки (*Таблица 4)*.

Пример 2. Найдите производную функции $f(x) = x^2(3x + x^3)$ [9].

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Какая функция дана?	Степенная
2	Как найти производную такой функции?	$y = x^n, y' = nx^{n-1}$
3	Выберем правила дифференцирования	$(UV)' = U'V + UV'$
4	Обозначим чему равно U и V	$U = x^2, V = (3x + x^3)$
5	Подставим значения в выбранное правило дифференцирования	$f'(x) = (x^2)'(3x + x^3) + x^2(3x + x^3)' = 2x(3x + x^3) + x^2(3 + 3x^2) = 9x^2 + 5x^2$
6	Записываем ответ	$f'(x) = 9x^2 + 5x^2$

Таблица 5. Карточка- консультант «Нахождение производной сложной функции».

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Выделим «внутреннюю» функцию	
2	Выделим «внешнюю» функцию	
3	Вычислить производную сложной функции	
4	Записываем ответ	

С помощью «Примера 3» рассмотрим вариант заполнения карточки (*Таблица 5)*.

Пример 3. Найдите производную функции $f(x) = (2x-7)^8$ [9].

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Выделим «внутреннюю» функцию	$y = 2x - 7$
2	Выделим «внешнюю» функцию	$g(y) = y^8$
3	Вычислить производную сложной функции	$f'(x) = ((2x-7)^8)'$ $= 8(2x-7)^7(2x-7)'$ $= 8(2x-7)^7 \cdot 2 = 16(2x-7)^7$
4	Записываем ответ	$f'(x) = 16(2x-7)^7$

Таблица 6. Карточка- консультант «Написание уравнения касательной».

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Вычислим производную функции	
2	Найдем значение функции в точке x_0	
3	Найдем значение производной в точке x_0	

4	Подставим полученные числа в формулу $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$	
5	Приведем уравнение к стандартному виду	
6	Запишем ответ	

С помощью «Примера 4» рассмотрим вариант заполнения карточки (*Таблица 6)*.

Пример 4. К кривой $f(x) = x^2$ в точке $x_0 = 1$ провести касательную [9].

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Вычислим производную функции	$f'(x) = 2x$
2	Найдем значение функции в точке x_0	$f(1) = 1^2 = 1$
3	Найдем значение производной в точке x_0	$f'(1) = 2 \cdot 1 = 2$
4	Подставим полученные числа в формулу $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$	$y = 2(x - 1) + 1$
5	Приведем уравнение к стандартному виду	$y = 2x - 1$
6	Запишем ответ	$y = 2x - 1$

Таблица 7. Карточка- консультант «Нахождение промежутков возрастания и убывания функции».

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Находим область определения функции.	
2	Находим производную функции.	
3	Находим точки пересечения графика функции с осью Ох.	
4	Находим точки пересечения графика функции с осью Ох.	

5	Проверяем знак функции на каждом промежутке.	
6	Делаем вывод.	

С помощью «Примера 5» рассмотрим вариант заполнения карточки (*Таблица 7)*.

Пример 5. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $y = 12x + 3x^2 - 2x^3$ [9].

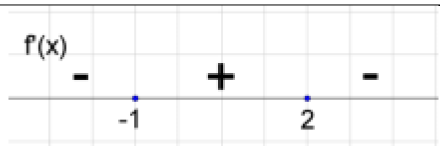
№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Находим область определения функции.	$D(f) = R$
2	Находим производную функции.	$f'(x) = 12 + 6x - 6x^2$ $= -6(x-2)(x+1)$
3	Находим точки пересечения графика функции с осью Ох.	$x_1 = -1;\ x_2 = 2$
4	Находим точки пересечения графика функции с осью Ох.	
5	Проверяем знак функции на каждом промежутке.	$f'(x) < 0$ на $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ $f'(x) > 0$ на $(-1; 2)$
6	Делаем вывод.	Функция убывает на $(-\infty; 1]$ и на $[2; +\infty)$; Функция возрастает на $[-1; 2]$.

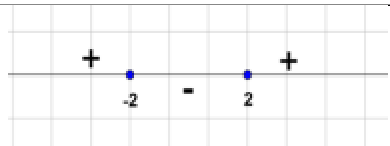
Таблица 8.Карточка- консультант «Нахождение критических точек функции».

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Находим область определения	

2	Находим производную функции	
3	Находим область определения производной функции	
4	Находим точки пересечения графика функции с осью Ох.	
5	Отмечаем точки на числовой прямой	
6	Проверяем знак функции на каждом промежутке	
7	Делаем вывод	

С помощью «Примера 6» рассмотрим вариант заполнения карточки (*Таблица 8)*.

Пример 6. Найдите критические точки функции. Определите, какие из них являются точками максимума, а какие – точками минимума: $f(x) = 5 + 12x - x^3$ [9].

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Находим область определения	$D(f) = R$
2	Находим производную функции	$f'(x) = 12 - 3x^2 =$ $= -3(x-2)(x+2)$
3	Находим область определения производной функции	$D(f'(x)) = R$
4	Находим точки пересечения графика функции с осью Ох.	$x = -2; x = 2$
5	Отмечаем точки на числовой прямой	
6	Проверяем знак функции на каждом промежутке	$f'(x) < 0$ на $(-2; 2)$ $f'(x) > 0$ на $(-\infty; -2)$ $\cup (2; +\infty)$

7	Делаем вывод	$x = \pm 2$, где $x = -2$ – точка минимума $x = 2$ – точка максимума

Таблица 9. Карточка- консультант «Применение производной к исследованию функций».

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Найти область определения и область значения функции	
2	Выясним, является ли функция f четной, нечетной или ни четной, ни нечетной, является ли периодической	
3	Найти точки пересечения графика с осями координат	
4	Найти производную функции	
5	Найти область определения производной функции	
6	Приравнять производную к нулю и найти значение функции в этой точке	
7	Заполнить таблицу	
8	Построить график	

С помощью «Примера 7» рассмотрим вариант заполнения карточки (*Таблица 9)*.

Пример 7. Исследуйте функцию и постройте ее график $f(x) = x^2 - 2x + 8$ [9].

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий

<table>
<tr><td>1</td><td>Найти область определения и область значения функции</td><td>$D(f) = R$
$E(f) = [7; +\infty)$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Выясним, является ли функция f четной, нечетной или ни четной, ни нечетной, является ли периодической</td><td>$f(x)$ – ни чётная, ни нечётная</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Найти точки пересечения графика с осями координат</td><td>$x^2 - 2x + 8 = 0$ – не имеет решений
$f(0) = 8$;</td></tr>
<tr><td>4</td><td>Найти производную функции</td><td>$f'(x) = 2x - 2 = 2(x - 1)$</td></tr>
<tr><td>5</td><td>Найти область определения производной функции</td><td>$D\big(f'(x)\big) = R$</td></tr>
<tr><td>6</td><td>Приравнять производную к нулю и найти значение функции в этой точке</td><td>$x = 1$
$f(1) = 7$</td></tr>
<tr><td>7</td><td>Заполнить таблицу</td><td><table><tr><td>x</td><td>$(-\infty; 1)$</td><td>1</td><td>$(1; +\infty)$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td>7</td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>min</td><td></td></tr></table></td></tr>
<tr><td>8</td><td>Построить график</td><td></td></tr>
</table>

Таблица 10. Карточка- консультант «Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции».

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Найти производную функции	
2	Найти область определения производной функции	
3	Приравнять производную к нулю	
4	Выбрать точки, которые входят в отрезок	
5	Найти значение функции в данных точках	
6	Выбрать наибольшее и наименьшее значение на отрезке	

С помощью «Примера 8» рассмотрим вариант заполнения карточки (*Таблица 10)*.

Пример 8. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$ на отрезке $[-1; 1]$ [9].

№ шага	Последовательность действий	Результат выполнения действий
1	Найти производную функции	$f'(x) = 4x^3 - 16x$ $= 4x(x-2)(x+2)$
2	Найти область определения производной функции	$D(f'(x)) = R$
3	Приравнять производную к нулю	$f'(x) = 0$, при $x = 0; \pm 2$
4	Выбрать точки, которые входят в отрезок	$-1; 0; 1$
5	Найти значение функции в данных точках	$f(-1) = (-1)^4 - 8(-1)^2$ $- 9 = -16$ $f(0) = -9$ $f(1) = -16$
6	Выбрать наибольшее и наименьшее значение на отрезке	$max f(x) = f(0) = -9$ $min f(x) = f(-1) = f(1)$ $= -16$

Как видим, использование карточек-консультантов позволяет пошагово выполнять необходимые действия, что значительно облегчает учащимся классов гуманитарного профиля процесс понимания и запоминания нужных алгоритмов. А также учит анализировать и корректировать собственную деятельность учащимся, которые не проявляют специального интереса и склонностям к занятиям математикой [9].

2.3 Анализ и динамика сформированности понятия производной

Успешность усвоения материала зависит от того, насколько хорошо ученики ориентируются в теоретической базе, насколько владеют некоторыми элементарными знаниями и умениями. Опорные знания для гуманитарных классов можно преподносить с опорой на психолого-педагогические особенности гуманитариев.

В ходе исследования мы использовали систему упражнений, составленную Гузяловой А.Н. и Тимербаевой Н.В., обеспечивающую усвоение учащимися гуманитарного профиля основных приемов решения задач на применение производной.

В исследовании приняли участие школьники МБОУ «Гимназия №22» г. Белгорода. Общее число испытуемых 26 человек.

Состав испытуемых был выбран нами с учетом задачи нашего исследования – проверить эффективность предложенной методики и выработать рекомендации по ее практическому применению.

Анализ результатов исследования (*Таблица 11* и *Рис1.1.)* показал, что учащиеся гуманитарного профиля лучше всего усвоили знания, полученные с помощью карточек-консультантов *«Нахождение производной функции», «Нахождение производной функции*» и «Написание уравнения касательной».* Наименьший результат показали карточки *«Применение производной к исследованию функций» и «Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции».*

Таблица 11. Процент (%) сформированности знаний.

№ карточки	Название карточки-консультанта	% сформированности знаний
1.	*«Нахождение производной функции»*	89%
2.	*«Нахождение производной функции*»*	90%
3.	*«Нахождение производной сложной функции»*	75%

4.	*«Написание уравнения касательной»*	81%
5.	*«Нахождение промежутков возрастания и убывания функции»*	70%
6.	*«Нахождение критических точек функции»*	75%
7.	*«Применение производной к исследованию функций»*	60%
8.	*«Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции»*	62%

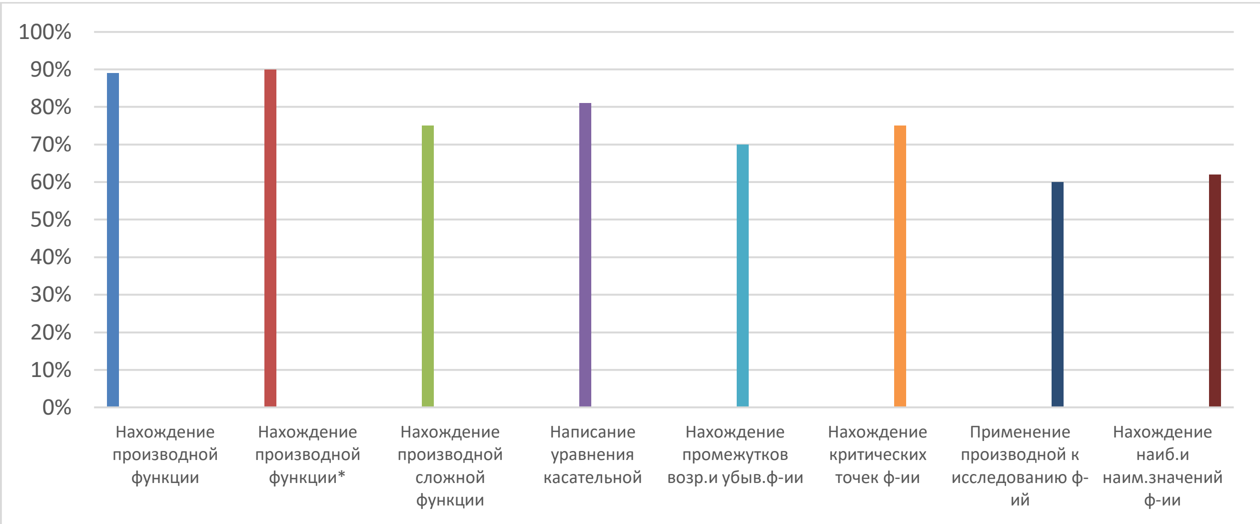


Рис 1.1. Процент (%) сформированности знаний

Анализируя полученные данные, мы можем сделать выводы что:

1. Учащиеся гуманитарного профиля хорошо запоминают новый, средней сложности материал. Особенно их заинтересовывает начало изучения темы, т.к. оно сопровождается большим количеством исторических справок и теории в целом.

2. К завершению изучения темы интерес учащихся гуманитарного профиля значительно уменьшается, т.к. содержание уроков становится более

насыщенным математическими терминами и приемами. Уменьшение интереса негативно сказывается на усвоении материала.

Рекомендации по практическому применению методики: на завершающих этапах знакомства с темой основной материал урока можно разнообразить творческой составляющей, а именно можно заранее раздать карточки-консультанты, попросить украсить их на своё усмотрение или даже переделать на свой лад. Этот нестандартный метод даст возможность учащимся фиксировать информацию в комфортных для них условиях, что должно положительно сказаться на уровне внимательности и как следствие на качестве усвоения знаний.

Заключение

Профильное обучение – это система специализированной подготовки старшеклассников, направленная на то, чтобы сделать процесс их обучения на последней ступени общеобразовательной школы более индивидуализированным, отвечающим реальным запросам и ориентациям, способная обеспечить осознанный выбор школьниками своей профессиональной деятельности.

Говоря об изучении математики в классах гуманитарного профиля, ни в коем случае нельзя иметь в виду уменьшение объема знаний. Надо вести речь о методах подачи материала с опорой на психолого-педагогические особенности гуманитариев.

В отличие от учеников математического профиля ученики гуманитарного профиля хорошо запоминают исторические сведения, с удовольствием готовят сообщения. Восприятие красоты математики у гуманитариев направлено на её проявления в живой природе, в произведениях искусства, в конкретных математических объектах.

Изучая тему «Производная» учащиеся должны увидеть все многообразие применения понятия производной, для чего им надо овладеть простейшими навыками дифференцирования и знаниями некоторых свойств производной. Справится ребенку-гуманитарию с этой задачей учитель может помочь с помощью методик, содержащих в себе не только математическую составляющую, но и творческую. Чем насыщеннее урок историческими справками, рисунками, формами, литературными цитатами, тем легче и интереснее ребенку будет ориентироваться по ходу урока.

Список литературы

1. Алимов, Ш.А. Алгебра и начала анализа. 10 – 11 класс: учебник для обучающихся общеобразовательных учреждений: базовый уровень / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева – М.: Просвещение, 2012. – 467с.

2. Андреенкова, Н.Л. Обучение математике в классах гуманитарного профиля / Н.Л.Андреенкова // Известия Волгоградского государственного технического университета, 2006. - № 4. – 136с.

3. Башмаков, М. Профили и уровни обучения математике / М. Башмаков // Математика, 2006. - №14 – с.18-21.

4. Буньковская, Н.Е. Некоторые особенности преподавания математики в классах общественно-гуманитарного направления / Н.Е. Буньковская // педагогический журнал: [сайт]. URL: http://collegy.ucoz.ru/load/4-1-0-1822

5. Варпаховский, К.М. Элементы теории алгоритмов / К.М. Варпаховский – М., 1997. - 24с.

6. Виноградова, Л.В. Методика преподавания математики в средней школе: учеб. пособие / Л.В. Виноградова. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2005. - 252с.

7. Владимирцева, С.А. Теория и методика обучения математике. Общая методика / С.А. Владимирцева – Барнаул: Изд-во БГПУ. – 2005. – 158с.

8. Грес, П.В. Математика для гуманитариев. Учеб. Пособие / П.В. Грес – М.: Логос, 2004. – 160с.

9. Гузялова, А.Н. Формирование понятия «Производная» в курсе алгебры и начал анализа классов гуманитарного профиля / А.Н. Гузялова, Н.В. Тимербаева // статья: [сайт]. URL: http://dspace.kpfu.ru/xmlui/bitstream/handle/net/110877/mathedu2016_30_36.pdf?sequence=-1

10. Давыдов, В.В. Теория развивающего обучения / В.В. Давыдов – М.: Академия, 2004. – 288с.

11. Дорофеев, Г.В. Гуманитарно-ориентированный курс – основа учебного предмета «Математика» в общеобразовательной школе / Г.В. Дорофеев // Математика в школе. – 1997. - № 4. - С. 59-67.

12. Карпушина, Н.М. Любимая книга глазами математика (использование математики в литературе) / Н.М. Карпушина // Математика в школе. – 2004. – №8. – с.19–20.

13. Колмогоров, А.Н. Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10-11 кл. сред. шк. / А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов, Ю.П. Дудницын и др.; Под ред. А.Н.Колмогорова – М.: Просвещение, 2014. – 384с.

14. Мордкович, А.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10 - 11 классы. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / А.Г. Мордкович. – М.: Мнемозина, 2009. – 399с.

15. Мордкович, А.Г. Алгебра. 7 – 9 кл.: Методическое пособие для учителя / А.Г. Мордкович – М.: Мнемозина, 2000. – 143 с.

16. Мордкович, А.Г. Математика: Учебник для учащихся 10 классов общеобразовательных учреждений / А.Г. Мордкович, И.М. Смирнова. – М.: Мнемозина, 2014 г.

17. Мордкович, А.Г. Математика: Учебник для учащихся 11 классов общеобразовательных учреждений / А.Г. Мордкович, И.М. Смирнова. – М.: Мнемозина, 2014 г.

18. Никольский, С.М. Алгебра и начала анализа. 11 класс: учебник для обучающихся общеобразовательных учреждений: базовый и профильный уровни / С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников – М.: Просвещение, 2009.

19. Пашкина, О.А. Программа интегрированного курса «Литература-Математика» / О.А.Пашкина // Математика в школе – 1996. – №4 – С. 50–55.

20. Розов, Н.Х. Гуманитарная математика / Н.Х.Розов // Математика: прил. к газ. «Первое сент.» - 2004. - №21.

21. Рушель, Р. О попытках введения профильной дифференциации в русской школе в 19- начале 20 века. / Р. Рушель // Математика. - 2006. - №14 - с.16-18.

22. Седова, Е.А. Примерные программы среднего (полного) общего образования: математика. Алгебра и начала анализа, геометрия: 10-11 классы / Е.А. Седова, С.В. Пчелинцев, Т.М. Мищенко и др., под общ. ред. М.В. Рыжакова. – М.: Вентана-Граф, 2012. – 136 с.

23. Смирнова, И.М. Геометрия в гуманитарных классах / И.М. Смирнова // Математика в школе. – 1994. – №4 – с.41–47.

24. Тевс, Д.П. Использование современных информационных и коммуникационных технологий в учебном процессе / Д.П. Тевс, В.Н. Подковырова, Е.И.Апольских, М.В.Афонина. – Барнаул: БГПУ, 2006. – 111с.

25. Хвостенко, Е.Е. Методика обучения алгебре и началам анализа в 10-11 классах гуманитарного профиля с использованием компьютера / Е.Е. Хвостенко // Дис. канд. пед. наук. - Махачкала, 2000. - 176 с.

26. Цыренова, Д.С. Профильное обучение – это средство дифференциации и индивидуализации обучения / Д.С. Цыренова // педагогическая мастерская: открытый урок: [сайт]. URL: http://открытыйурок.рф/статьи/103233/

27. Шестакова, Л.Г. Как повысить логическую культуру учащихся гуманитарных классов / Л.Г. Шестакова // Математика в школе. – 1999. – №5 – с.90–95.

28. Шубина, Т.В. Особенности обучения математики в классах гуманитарного направления профилизации / Т.В. Шубина. – Рубцовск, 2009. – 59 с.

Приложения

Приложение 1. Ответы к системе упражнений, направленной на формирование алгоритма нахождения наименьшего и наибольшего значений непрерывной функции на отрезке.

Таблица 11. Ответы к системе упражнений.

№ заданий	Этапы изучения алгоритма		
	Первый этап	Второй этап	Третий этап
1	а) $14x - 7$; б) $12 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$; в) $cosx$; г) $3x^2 + 10x^4$.	а) 6; - 9; б) – 1; - 32; в) 28; 3; г) 0,5; -0,5.	12; 12.
2	а) имеет $x = \frac{3}{4}$; б) не имеет; в) не имеет; г) $x = 0$ – критическая точка.	а) 173; - 2; б) – 43; -72; в) 173; 45; г) –2; -72;	18 см; 18см.
3	а) – 2; 2; б) – 5; 5; в) $\frac{1}{2}$ – критическая точка; г) $\frac{\pi n}{3}$.	а) $y_{наиб} = \frac{\pi}{4}+1$; $y_{наим} = \frac{3\pi}{4} - 1$; б) $y_{наиб}$ не существует; $y_{наим} = -\frac{5}{27}$; в) $y_{наиб} = -2$; $y_{наим}$ не существует; г) $y_{наиб}$ не существует; $y_{наим} = -1$.	
4			3ч 44 мин.