ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(Н И У « Б е л Г У »)

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ

ИЗУЧЕНИЕ ТЕОРИИ ДЕЛИМОСТИ НА ФАКУЛЬТАТИВНЫХ ЗАНЯТИЯХ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

Выпускная квалификационная работа
обучающегося по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование,
профиль Математика и информатика
очной формы обучения, группы 02041303
Сотниковой Анны Николаевны

Научный руководитель:
канд. физ.-мат. наук,
доцент кафедры математики
Витохина Н.Н.

БЕЛГОРОД 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность. Делимость – фундаментальное понятие алгебры, арифметики и теории чисел, связанное с операцией деления. Вопросами делимости чисел занимались еще в глубокой древности такие математики как Пифагор, изучавший совершенные, четные и нечетные, составные и простые числа; Евклид, доказавший одну из основных теорем существования множества простых чисел и описавший алгоритм нахождения наибольшего общего делителя.

Эратосфен открыл алгоритм нахождения простых чисел, названный затем «решето Эратосфена». Труд Леонардо Фибоначчи («Книга абака») способствовал распространению в Европе позиционной системы счисления, появлению понятий «плюс» и «минус», дробной черты, таблицы простых чисел.

Вклад в изучение признаков делимости внес Блез Паскаль, который нашел общий алгоритм для нахождения признаков делимости любого целого числа на любое другое целое число [29].

Проблемами делимости чисел на уроках математики занимались многие методисты и математики: Ж. Адамар, В. Г.Болтянский, И. М. Виноградов, Г. И. Саранцев, К. П. Сикорский, А. А. Столяр, П. Л. Чебышев и многие другие [18].

Как мы видим, вопросы делимости чисел интересовали, и будут продолжать интересовать людей долгие века. Ведь теория делимости является одним из важнейших разделов арифметики и, в частности, всей теории чисел.

В школьном курсе математике теория делимости используется при изучении основных понятий и признаков делимости, НОД и НОК, а так же при решении различных задач. Также задачи связанные с теорией делимости входят в разнообразные математические олимпиадные задания и задания ЕГЭ [13, 20].

Некоторые вопросы теории делимости, рассматриваемые в школьной программе для среднего звена, не должны вызывать особых затруднений при их изучении. Однако, если рассматривать эти вопросы более глубоко и полно, то это далеко не элементарный раздел математики. В связи с этим учащимся, имеющим повышенный интерес к математике, было бы полезно углубить и расширить знания по этой теме.

Факультативные занятия могут послужить действенным средством развития этого интереса. Они позволяют углубить знания учащихся по данному предмету, приобщить школьников к научно-исследовательской работе, учитывать интересы и развивать способности каждого учащегося.

Благодаря разнообразию существующих форм и методов проведения факультативных занятий их можно сделать увлекательными и познавательными, что приведет к повышению интереса у учащихся к изучению предмета. Вследствие таких занятий роль математики в интеллектуальном воспитании школьников сильно возрастет [10, 27].

В силу вышеизложенного можно сказать, что выбранная нами тема является актуальной. Общепедагогическое и практическое значение изучения теории делимости на факультативных занятиях достаточно велико, а недостаточная разработанность ее послужили выбором темы нашей выпускной квалификационной работы.

Цель исследования заключается в научно-теоретическом обосновании обучения математике путем разработки дополнительных занятий к факультативному курсу «Занимательная математика» в общеобразовательном классе на средней ступени общеобразовательной школы.

Объект исследования: факультативные курсы.

Предмет исследования: редактирование содержания факультативного курса («Занимательная математика») путем разработки дополнительных занятий на тему «Теория делимости».

Для достижения поставленной цели были определены следующие **задачи исследования:**

1. Провести анализ учебной и методической литературы по проблеме исследования;
2. Выявить роль факультативных занятий в процессе обучения;
3. Проанализировать основные учебники, предусмотренные Федеральным перечнем учебников по математике с точки зрения наличия материала по теме: « Теория делимости»;
4. Разработать дополнительные занятия для факультативного курса «Занимательная математика» по теме «Теория делимости»;
5. Проанализировать результаты выполнения разработанных занятий.

Практическая значимость работы заключается в том, что она может быть использована в качестве методического пособия для учителей при планировании и проведении уроков в рамках факультативных курсов по математике.

База исследования: МБОУ «Фощеватовская СОШ»

Структура работы: введение, две главы, заключение, список используемой литературы, приложение.

1. ТЕОРЕТИКО – МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОНЯТИЯ ФАКУЛЬТАТИВНОЕ ЗАНЯТИЕ

1.1 Общее понятие о факультативных занятиях

Требования, которые предъявляются программами для различных учебных предметов, школьных учебников, а так же методикой обучения, которая является уже сложившейся, как правило, рассчитаны на ученика, которого называют «средним». Тем не менее, уже с начальных классов зачастую начинает проявляться расслоение коллектива, которое может резко выразиться и разделить учащихся коллектива три группы:

1. Учащиеся, которые легко усваивают материал и делают это с интересом при минимальном вкладывании труда;
2. Учащиеся, которые довольствуются достижением удовлетворительных результатов;
3. Учащиеся, изучение дисциплин для которых сопровождается огромными усилиями.

Такое изобилие групп во время обучения указывает на необходимость индивидуализации обучения, где одной из форм может выступать внеклассная работа. Под этим понятием стоит отметить занятия преподавателя с учащимися, которые носят роль систематических и проводятся во внеурочное время [9].

Рассматривая внеклассную работу можно выделить следующие цели:

1. Определение способностей учащихся и выявление их потенциала;
2. Попытка помощи учащимся в определении их интересов в предметных областях;
3. Осуществление физического, эстетического, нравственного и трудового воспитания;

4. Расширение кругозора у учащихся путем углубленного изучения предметов и выхода за рамки программы обучения. При этом материал должен оставаться доступным для понимания учащимися;
5. Попытка развития интереса к изучаемому предмету.

Для выполнения данных целей, необходимо выбрать вид и форму внеклассных мероприятий [34].

Различают два вида работы, которые относятся к внеклассным:

- работа с учащимися, у которых прослеживается повышенный интерес на фоне остальной группы учеников (такой подход определяется в традиционном понимании этого термина);
- работа с учащимися, которые на фоне остальной группы имеют проблемы при изучении материала.

Формы внеклассной работы:

1. Индивидуальная форма – включается в себя работу с литературой, написание рефератов, докладов, исследований и т.д.;
2. Групповая форма – включает в себя систематическую работу, проводимую с небольшим коллективом, который является постоянным. В данном случае прослеживается направленность в приобретении новых знаний, паретических умений посредствам посещения секций, кружков, факультативов и т.д.;
3. Массовая форма – включает в себя эпизодическую работу, свойственную для применения в большом коллективе. К числу таких относятся: лекции, олимпиады, тематические вечера и т.д [9, 31].

Более подробно стоит остановиться на факультативах, относящихся к групповой форме обучения с учащимися, у которых прослеживается повышенный интерес к изучению предмета.

Факультативными занятиями называют форму обучения во внеурочное время, при которой идет направленность на коррекцию, расширение и углубление знаний по предмету, которое напрямую связана с потребностями учащихся, а именно соответствует их способностям, склонностям, а так же активирует их познавательную деятельность.

Стоит отметить, что направленность подобных факультативов может весьма разниться: музыкальная, гуманитарная, естественно-математическая, спортивная, театральная, хореографическая, военно-патриотическая и т.д [33, 17].

Учитывая опыт проведения факультативных занятий в отечественной педагогике и иностранных государств, со временем были выведены следующие функции:

1. Предметно-повышающая (включает в себя повышенный уровень в изучении отдельных предметов, успешную подготовку к конкурсам и олимпиадам);
2. Мотивирующая (удовлетворение потребностей в поиске творчества и познания);
3. Общеобразовательная (обеспечивает необходимые условия для общего развития учащихся, а так же формирует необходимые социальные и познавательные компетенции);
4. Профориентационная (для профессионального самоопределения задействуют так называемые «профессиональные пробы»).

Для успешной реализации данных функций необходимо четкое соблюдение учителями, а так же руководством школ определенных дидактических и управленческих принципов [34]:

- соответствия законодательной и информативной базе;
- учета возрастных особенностей, познавательных интересов учащихся; занимательности в организации факультативных занятий;
- ресурсной обеспеченности; адаптивности педагогического процесса;

- вариативности форм обучения;
- самоопределения учащихся;
- двойственного характера образовательного процесса;
- доступности;
- индивидуализации обучения;
- преемственности обучения в диаде «уроки – факультативные занятия» [9].

Стоит отметить, что проведение факультативных занятий позволяют приводить в жизнь наиболее эффективные формы обучения, так как за основу взят принцип добровольности, в результате чего в каждом из классов выделяются несколько учеников, которые будут проявлять особый интерес к изучаемым предметам.

Прежде всего, учащимся необходимо объяснить смысл и пользу факультативных курсов, чтобы они понимали, о чем пойдет речь и смогли проявить интерес, и убедиться в том, что это позволит углубить уже имеющиеся у них навыки знания, а так же способствует удовлетворению их личных интересов [32].

Рассматривая факультативные занятия, можно выделить следующие цели для их организации:

1. Повышение качества образования учащихся;
2. Общекультурное развитие учеников;
3. Приобщение учащихся к исследовательской деятельности;
4. Подготовка одаренных детей к олимпиадам;
5. Подготовка учащихся к выпускным экзаменам;
6. Формирование профориентационной компетентности учащихся;
7. Коррекция пробелов в знаниях и умениях учащихся и т.д.;
8. Углубление изучения отдельных учебных предметов.

Отличительной чертой факультативного курса на фоне других форм внеклассной работы выступает достаточно большой объем научно-теоретических знаний, возможность развития способностей, формирование мировоззрения, а так же наличие содержательной связи с историей науки. Факультатив всячески старается привлечь учащихся к самым разнообразным формам самостоятельной деятельности, среди которых можно отметить следующие методы: проблемный, эвристический, частично-поисковый. Ко всему прочему, можно так же выделять занимательность материала наряду со строгостью изложения, при котором появляются возможности формирования у учеников культуры мышления [31, 33].

Дифференциация факультативных занятий распределяется следующим образом:

1. По содержанию:
   - предметная направленность;
   - общеразвивающая и общекультурная направленность;
   - профориентационная направленность.
2. По форме (факультативные занятия, как и уроки, позволяют применить множество форм работы: индивидуальные, парные, групповые и коллективные. В данном случае появляется острая необходимость в применении паретических форм работы, к числу которых можно отнести исследования, экскурсии, практикумы, тренинги, лабораторные работы и т.д. Так же имеется возможность разнообразить и внешние формы организации за счет проведения факультативных занятий для одного класса или параллели; в группах с разными возрастными категориями);

3. По продолжительности (весьма целесообразно стараться организовать факультативы в течении определенного промежутка времени: четверти, полугодия, учебного года. Содержание и тема курса факультатива должны напрямую влиять на его продолжительность, при этом необходимо в обязательном порядке учитывать и интерес учащихся. Что касается

факультативов, направленных на профессиональную ориентацию, то их рекомендуется делать непродолжительными) [10].

В настоящее время для всех факультативов созданы программы, для учащихся выпущены учебные пособия, а для учителей напечатаны методические рекомендации. Особое внимание стоит уделить на модернизацию содержания факультативных курсов, где происходит постоянное совершенствование. В связи с этим, учителя при преподавании факультативного курса должны использовать актуальные на сегодняшний день издания. Педагогические советы в общеобразовательных школах оставляют за собой право самостоятельно организовывать факультативные курсы, опираясь на интересы учащихся.

Структура факультативного занятия зависит от его взаимодействия с изучаемым предметом. Взаимосвязь, которая при этом прослеживается, имеет определенные требования и общие черты:

1. Цели обучения определяют формы, методы и содержание организации;
2. Построение, основанное на взаимосвязи ни в коем случае не должно противоречить дидактическим принципам;
3. Должна быть согласованность при проведении предметных и факультативных занятий;
4. В качестве критериев эффективности выступает результативность обоих процессов обучения;
5. В качестве связующего звена между факультативом и внеклассной работой должна выступать внеклассная работа;
6. Задачи, которые ставит учитель на уроке, факультативных курсах и внеклассной работе должны быть связаны между собой [28, 11].

В настоящее время актуальные проблемы современности оказывают влияние на выбор факультативных курсов. Именно на таких занятиях идет обсуждение современных достижений науки, техники, культуры. Важным моментом является возможность внесения существенных дополнений в содержание образования, хотя при этом не происходит нарушения основного учебного плана.

Таким образом, факультативные курсы выступают в качестве катализатора эффективности учебных занятий и способствуют развитию интереса к искусству, технике науке и т.д. При этом играют важнейшую роль при подготовке к самообразованию учащихся.

1.2 Организация факультативных занятий по математике

Факультативные занятия по математике играют немаловажную роль в совершенствовании школьного, в том числе и математического образования.

Такие занятия дают возможность осуществлять поиск и экспериментал ьную проверку нового содержания, новых методов обучения, в обширных пределах вносить изменения в объём и сложность изучаемого материала.

Организация математических факультативов предоставляет возможность всестороннего формирования учащихся как личности, и как специалистов в будущем [19,31].

Целью организации факультативных занятий по математике является расширение кругозора обучающихся, формирование их математических способностей и математического мышления, развитие активного познавательного интереса к предмету, воспитание мировоззрения и ряда индивидуальных качеств, средствами углублённого изучения математики.

Основная задача факультативных занятий: принимая во внимание интересы и склонности учащихся, расширить и углубить знания по предмету, обеспечить овладение программным материалом, ознакомить школьников с некоторыми общими идеями современной математики, раскрыть приложения математики на практике [30, 15].

Рассмотрим общие правила организация факультативных занятий по математике:

1. На факультатив по математике отводится 68 часов в год (два раза в неделю) или 34 часа в год (один раз в неделю);
2. Занятия назначаются с 1 по 11 класс в соответствии с базовым учебным планом в рамках школьного компонента;
3. Занятия начинаются с 1 сентября;
4. Учитель допускается к проведению факультативных занятий после представления и защиты рабочей программы;
5. Минимальное число обучающихся составляет 15 человек;
6. В течение учебного года не разрешается сокращение количества учащихся в набранных классах;
7. Группы могут основываться из числа обучающихся одного класса либо нескольких параллельных, также возможно объединение групп учеников из последовательных классов;
8. Факультативные занятия проводятся во внеурочное время, в соответствии с расписанием уроков;
9. Оформление и ведение журнала факультативных занятий производиться в соответствии с положением о ведении классных журналов;
10. Знания учащихся подлежат обязательной оценке, при этом существует два подхода к оценке: учащиеся получают текущие оценки знаний по трехбалльной системе «3», «4», «5» или оценка знаний учащихся производиться только по итогам четверти и года. Информация о посещении факультативного курса и его результаты отмечаются в приложении к аттестату о среднем (полном) общем образовании;
11. По окончании учебного года учитель должен предоставить в учебную часть краткий отчет по проведенному курсу факультативных занятий с

анализом проделанной работы, важности этого факультатива и о его итогах [9, 17].

Условиями эффективного функционирования факультатива являются:

1. Присутствие учащихся, стремящихся пополнить свои знания в области математики, выбравших для себя деятельность, собственно связанную с математикой;
2. Наличие программы факультатива, содержимое которой удовлетворяет запросам учащихся и формирует благоприятную среду для последующего развития математических способностей учащихся;
3. Непосредственное примыкание содержания ряда тем факультатива к общему курсу математики.

Однако содержание учебной работы учащихся на факультативных занятиях складывается не только из математического содержимого изучаемых тем и разделов, но и из различных методических факторов:

1. Характера объяснения педагога;
2. Соотношения теоретического материала и учебных упражнений;
3. Содержания занимательных вопросов и задач;
4. Сочетания самостоятельной работы и группового обсуждения полученных каждым учеником результатов [19, 10, 31].

При выборе методов обучения на факультативных занятиях следует принимать во внимание содержание факультативного курса, степень развития и подготовленности учащихся, их интерес к тем или иным разделам программы. Одним из основных требований к методам является активизация мышления учащихся, развитие самостоятельности во всевозможных формах её проявления.

Формами проведения занятий могут быть:

1. Лекции, где учитель регулярно в определенной последовательности излагает материал, позволяющий изучить внутрипредметные и межпредметные связи математики, перспективы ее развития,

познакомить с историей данной дисциплины, продемонстрировать роль изучаемого на занятиях в практике. В процессе лекции допускаются беседы с учащимися, для рассмотрения вопросов появившихся по ходу рассказа;

2. Практические занятия, целью которых является деятельность для выработки у обучающихся умений и навыков решения различных математических задач;
3. Подготовка рефератов, деятельность которых направленна, прежде всего, на формирование навыков самообразования, удовлетворение индивидуальных интересов учащихся;
4. Семинары, которые целесообразно проводить для углубления и систематизации знаний согласно той или иной теме. Школьники в процессе подготовки к семинару приобретают навыки научного исследования и его оформления, учатся отстаивать собственные умозаключения и взгляды, оценивать выступления товарищей.

Однако не нужно отдавать предпочтение только одной форме изложения материала. Необходимо помнить о том, что на факультативных занятиях по математике самостоятельная работа должна занять основное место.

Также немаловажно с целью развития устойчивого интереса у учащихся к изучению математики обеспечить взаимосвязь (по содержанию) уроков и факультативных занятий. Одним из результативных приёмов является демонстрация новых способов действий в применении к задачам, которые решаются гораздо сложнее стандартными методами. Данный прием можно расценивать как рекомендацию для эффективного функционирования факультатива [10, 32, 17].

Ещё одна существенная рекомендация: процесс обучения необходимо выстраивать как совместную исследовательскую работу учащихся — математический факт не сообщается ученикам в «готовом виде», а выявляется ими самими. Данный процесс начинается с наблюдений, высказывания, догадок, суждений о возможном методе решения, о возможном содержании теоремы, правила, затем следует проверка, поиски дедуктивного обоснования выводов, обобщение, анализ прикладных возможностей.

Выделим некоторые особенности постановки факультативных курсов по математике:

I. Направленность на воспитание математической культуры учащихся;

Перед обществом современным этапом развития науки, техники, культуры выдвигается задача воспитания творчески мыслящей личности; человека, способного решать научные и производственные задачи. Развитие науки в последнее время характеризуется направленностью к математизации. Все это выдвигает перед школой задачу развития у учащихся математических способностей, склонностей и интересов, задачу повышения уровня математической культуры, уровня математического развития школьников.

Умение опровергать ложные предложения удачно подобранным частным примером, доказывать существование вводимых математических понятий, определять реальность суждений, полученных при попытках обобщить условие теоремы или задачи, проверять правильность обратного утверждения все умения принадлежат к логическим умениям, которыми должны овладевать школьники [27].

В силу малочисленности факультативных групп, широкого использования индивидуальных методов обучения, наличия определенного интереса к математике у участников факультатива открываются значительные возможности для выработки таких умений.

Факультативные курсы должны знакомить учащихся с главными идеями и методами современной математики, также в них должны быть включены исторические сведения, в силу того, что история математики считается частью общей культуры [19].

II. Построение занятий методом, способствующим формированию самостоятельной, творческой и мыслительной деятельности учащихся;

Разнообразные психические процессы, образованные вследствие самостоятельной мыслительной деятельности учащегося, интенсивной умственной работы, преимущественно при решении самостоятельных, творческих задач, обеспечивают тот высокий уровень системности умственной деятельности, который обеспечивает ее динамичность.

Высокий результат способно предоставить то обучение, которое рассчитано на результативную познавательную деятельность учеников, а никак не обычное заучивание материала. При активном участии самих школьников в процессе приобретения математических знаний отметается наибольшая эффективность запоминания и овладения учебным материалом [34, 31].

III. Связь теоретического материала с практикой;

Под практикой подразумевается:

1) фундамент для овладения теоретическим материалом. Так как при решении различного рода математических задач применяется разнообразный теоретический материал, то возможно достичь реального усвоения этой теории, так как запоминание понятие идет через попытку его употребить и регулируется результатами этих попыток;
2) практическая деятельность человека. При изучении теории нужно обозначать, где, в каком конкретном случае ее можно применить на практике [11, 15].

Учащиеся должны четко понимать, что изучение в школьном курсе каждого раздела математики обусловлено либо потребностью практических приложений, либо потребностями развития самой математики и смежных наук.

IV. Создание факультатива таким образом, чтобы порождать интерес учащихся, как к содержанию факультатива, так и к самому процессу обучения;

Только одно абстрактное понимание необходимости учения в школе зачастую является для старшеклассника малоэффективным стимулом к работе.

Часто недооценивают важность эмоций в обучении, взывают к разуму детей и порою совершенно никак не затрагивают их чувств, а ведь под влиянием интереса значительно активизируется мышление.

Для возникновения интереса главную роль играет успех, ощущение продвижения. Удовлетворение, испытанное при верном ответе, представляет собой положительное подкрепление, последовательность же неправильных ответов оказывает то же действие, что и отрицательное подкрепление в схеме образования условного рефлекса [27, 33, 30].

V. Индивидуализация процесса изучения факультативного курса на всех его этапах;

Интересным способен быть лишь тот материал, который располагается в допустимой зоне трудности учащегося: как слишком легкий, так и непосильно сложный материал может быть не интересным для обучающихся. Поэтому необходимым условием для того, чтобы изучаемый материал был интересен каждому учащемуся, является индивидуализация процесса обучения [32].

Процесс изучения факультативного курса должен быть организован таким образом, чтобы каждый учащийся в определенный отрезок времени овладел одним и тем же объемом теоретического материала, избрав такой уровень изложения этого материала, который отвечает его индивидуальным особенностям. При закреплении нового материала каждый учащийся должен иметь возможность выбрать и индивидуальный темп работы: за одно и то же время разные учащиеся могут выполнить различное число упражнений, разного уровня трудности [28, 19].

VI. Разработка курса с учетом возрастных особенностей учащихся;

Если у подростка учебные интересы определяют выбор профессии, то у старшего школьника наблюдается и обратное: выбор профессии способствует формированию учебных интересов.

Так как факультативные занятия проходят обычно на 6-7 уроках, то в конце школьного рабочего дня, когда утомляемость учащих особенно высока, становится очевидным необходимость включения в факультативный курс задач, решение которых предполагает некоторую двигательную и игровую активность [17].

Форма проведения занятий должны отличаться большим разнообразием. При разработке системы упражнений нельзя недооценивать занимательные задачи, задачи-игры [34].

VII. Отведение решающей роли в факультативном курсе упражнениям;

Одной из целей изучения математических факультативов является развитие логического мышления учащихся, важное средство для достижения этой цели - работа учащихся при решении задач.

Только в процессе решения задач возможно действительное, неформальное усвоение теоретического материала. Доказательства теорем, их формулировки довольно скоро забудутся учащимися, а логические приемы, примененные многократно в процессе решения задач, останутся навсегда, станут базой для развития логической культуры человека.

Именно в процессе решения задач начинается творчество учащихся.

В факультативном курсе система упражнений должна носить пропедевтическую направленность, должна быть построена по принципу опережающего развития понятия, чтобы подготовить учащихся к восприятию важнейших понятий современной математики, с которой учащиеся встретятся в процессе дальнейшего обучения [17].

VIII. Повторение и углубление возможных разделов обязательной программы;

Факультативные курсы основаны на не обязательном курсе, они призваны углублять и расширять знания, предусмотренные обязательной школьной программой.

Занятия на факультативе, где у учащихся развивается интерес к математике, формируются приемы самостоятельной творческой работы, развивается логическое мышление, благоприятно сказывается на общем развитии учащегося, и, следовательно, на его успехах в изучении обязательного курса. Кроме того, на факультативе, как это было указано, шире возможности применения индивидуальных методов обучения, поэтому, нередко содержание факультативного курса усваивается лучше, чем обязательная программа [11, 27].

IX. Необходимость обеспечения контроля со стороны учителя за процессом обучения и его результатами;

Для эффективного руководства процессом обучения учитель должен постоянно получать информацию о ходе усвоения материала, так как эффективный процесс управления характеризуется наличием у учителя оперативной и достаточно полной информации о состоянии знаний учеников и проходящих в них изменениях. В обучении же, существующие способы обратной связи не экономны, весьма трудоемки (проверка контрольных работ, тетрадей с домашним заданием и т.д.), а главное, контроль не постоянен, отдален от момента сообщения новых знаний.

Насущным является также вопрос о том, как разгрузить учителя, как снизить трудоемкость проверки контрольных работ, индивидуальных заданий. Поэтому при разработке системы упражнений факультативного курса необходимо заботиться о том, чтобы контроль учителя за учебной деятельностью учащегося был максимально облегчен [33, 31, 28].

Итак, из всего выше сказанного, выделим следующие методические рекомендации по организации математических факультативов:

1. Взаимосвязь в содержании, формах и методах организации учебной работы и факультативных занятий;
2. Единство в содержании факультативных занятий различных разделов математики;
3. Построение учебного процесса как совместной исследовательской деятельности учащихся;
4. Активизация самостоятельной работы учащихся;
5. Использование системы ключевых задач по темам на факультативных занятиях;
6. Принцип занимательности занятий;
7. Использование историко-математического материала;
8. Обеспечение взаимосвязи (по содержанию) уроков и факультативных занятий;
9. Использование наглядных пособий и различных видов занятий.

Направленность на повышение эффективности работы учащихся на факультативных занятиях, более глубокое усвоение материала - основная черта всех рекомендаций.

Хотелось бы ещё раз отметить, что факультативные занятия должны быть интересными, увлекательными. Хорошо известно, что занимательность изложения помогает раскрытию содержания сложных научных понятий и проблем. Занимательность поможет школьникам освоить факультативный курс, содержащиеся в нём идеи и методы математической науки, логику и приёмы творческой деятельности. В этом отношении цель учителя – добиться понимания учениками того, что они подготовлены к работе над сложными проблемами, но для этого необходима заинтересованность предметом, трудолюбие, владение навыками организации своей работы [33].

Исследовательская или проблемная структура изучения математики хорошо отвечает развивающим целям обучения при факультативной форме занятий. Без определённой подготовки надеяться включить учащихся в успешную многоэтапную творческую поисковую деятельность нереально. Этот успех необходимо готовить.

2. РАЗРАБОТКА ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ЗАНЯТИЙ К ФАКУЛЬТАТИВНОМУ КУРСУ «ЗАНИМАТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА»

2.1 Анализ научно-методологической литературы

Существует множество учебных пособий, включающих элементы теории делимости. Для анализа мы выбрали наиболее распространенные учебники школьного курса, рекомендованные федеральным перечнем учебников, рекомендованных Министерством образования и науки Российской Федерации к использованию в образовательном процессе в общеобразовательных учреждениях на 2017 – 2018 учебный год.

1. Математика. 5 класс. 6 класс. А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир;
2. Математика. 5 класс.6 класс. С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин;
3. Алгебра. 7 класс. 8 класс. 9 класс. С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин;
4. Математика. 5 класс. 6 класс. Г.В. Дорофеев, И.Ф. Шарыгин, С.Б. Суворова;
5. Алгебра. 7 класс. 8 класс. 9 класс. Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович [1].

Математика. 5 класс. Г.В. Дорофеев, И.Ф. Шарыгин, С.Б. Суворова.

Книга состоит из 11 глав. Вторая глава учебника посвящена натуральным числам. В ней изначально дается сведения о том, как записываются и читаются натуральные числа. Материал схож с небольшой исторической справкой о римской и арабской нумерации чисел, десятичной позиционной системе записи чисел. И лишь в следующем параграфе говориться о том, что числа один, два, три и так далее называются натуральными.

Так же объясняется, что « Натуральные числа, записанные по порядку одно за другим, образуют натуральный ряд: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,….. . Обратите внимание на то, что число 0 не входит в натуральный ряд, т.е. не считается натуральным числом» [21, С. 29].

В следующей главе рассматриваются действия с натуральными числами. При определении операции деления демонстрируется, что деление это обратная операция умножению. С помощью примера показано, где находиться делимое, делитель, частное, но нет точных определений.

Шестая глава посвящена делимости натуральных чисел. Перед тем как давать само понятие делимости, авторы объясняют его через разложение каких-то предметов на группы: «Можно ли 18 карандашей разложить поровну в 3 коробки?» [21, С. 111]. После ввода понятий кратное и делитель идут несколько примеров, в которых требуется перечислить все делители некоторых чисел, а также общие делители двух и более чисел.

Определение НОД дается следующим образом: методом перебора перечисляются все общие делители чисел, а затем наибольшее из них подчеркивается и выписывается отдельно. Понятие НОК также вводится «незаметно» через задание – методом перебора записываются все кратные двум и более числам, а затем выписывается наименьшее из них.

Далее следует ввод стандартных терминов «простое число» и «составное число» и упоминается способ отыскания простых чисел – решето Эратосфена. Так же рассматриваются основные свойства и признаки делимости (на 10, 5, 2, 3, 9).

При рассмотрении деления с остатком говорят, что разделить одно число на другое можно только тогда, когда первое число кратно второму, если получается остаток, то вместо слова «частное» говорят «неполное частное», чтобы подчеркнуть, что деление выполнено с остатком.

Учитывая все вышеизложенное можно сделать вывод, что данный учебник предлагает хорошую теоретическую и практическую базу, однако его структурирование материала выглядит неоднозначно [21].

При рассмотрении учебника *Математика. 6 класс. Г.В. Дорофеев, И.Ф. Шарыгин, С.Б. Суворова,* было выявлено, что элементы теории делимости встречаются только в разделах «Умножения и деления целых чисел» и «Действия с рациональными числами» [23].

В учебнике *Алгебра. 7 класс. Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович* элементы теории делимости встречаются в теме «Одночлены и многочлены», в частности, при делении на одночлен. Далее, при изучении раздела «Разложение многочленов на множители» встречаются такие элементы как вынесение общего множителя за скобки и применение нескольких способов разложения многочлена на множители. В нем же имеется параграф о деления с остатком с пометкой «Для тех, кому интересно», для расширения и углубления знаний [2].

В учебнике *Алгебра. 8 класс. Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович* элементы теории делимости сначала встречаются в начале первой четверти при повторении темы «Алгебраические дроби. Арифметические операции над алгебраическими дробями». Основными темами в курсе алгебры 8 класса, которые рассматривают теорию делимости и ее элементы, являются «Квадратный трехчлен», «Разложение многочлена на множители» и «Деление многочлена на многочлен» [4].

По учебнику *Алгебра. 9 класс. Г.В. Дорофеев, С.Б. Суворова, Е.А. Бунимович* изучение теории делимости не представлено вовсе, но ее элементами можно воспользоваться при решении дробнорациональных уравнений и периодических и непериодических бесконечных десятичных дробей [6].

Итак, изучив линию учебников автора Г.В. Дорофеева хотелось заметить, что автор мог бы предложить гораздо более расширенное изучение элементов теории делимости. Хотелось бы, чтобы программа содержала больше тем, посвященных свойствам и признакам делимости различной сложности, а также более редким методам нахождения НОД натуральных чисел (алгоритм Евклида). В учебнике также присутствуют задания на развитие познавательного интереса учащихся, развития их логики и внимания.

Математика. 5 класс. С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин.

В этом учебнике начинается изучение материала с главы «Натуральные числа и нуль», в которой учащихся знакомят с такими понятиями как натуральные числа, натуральный ряд, позиционная десятичная система счисления. Операция деления рассматривается как арифметическое действие, обратное умножению: « a делиться на b нацело, если существует натуральное число c, при умножении которого на b получается: $a = b * c$» [22, С. 41].

В этом же разделе находиться параграф о деление с остатком, эта тема рассматривается, начиная с задачи о том, что число 14 не делиться нацело на 3, так ка нет натурального числа, при умножении которого получиться 14.

Далее теории делимости отведена целая глава «Делимость натуральных чисел». Изначально в ней рассматриваются простейшие свойства делимости суммы, разности и произведения. А следующий параграф учебника отводятся на изучение признаков делимости на 10, 5, 2, 9 и 3.

Следующим разделом теории делимости в этом учебнике является тема «Простые и составные числа». Натуральное число называют простым, если оно больше единицы и делиться только на единицу и на само на себя. Составными называют натуральные числа больше единицы, которые делятся на 1, само себя и еще какое-нибудь натуральное число. Число 1 не относится ни к простым, ни к составным числам.

После повторения знаний о делителе и о разложении натуральных чисел на простые множители, вводится понятие о наибольшем общем делителе (НОД) с помощью примера. Число 12 имеет делители 1, 2, 3, 4, 6, 12, а число 54 – 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54. Наибольшим общим делителем чисел 12 и 54 является число 6, при этом пишут: НОД (12, 54)=6. Но точное определение НОД не представлено.

После решения задач на тему НОД авторы переходят к рассмотрению темы НОК и приводят следующее определение: « Наименьшим общим кратным натуральных чисел a и b называют наименьшее натуральное число, делящееся нацело на каждое из чисел a и b. Это число обозначают:

НОК (a,b)» [22, 149].

При изучения темы «Обыкновенные дроби» показывается, что ранее рассматриваемые натуральные числа, и им противоположные (отрицательные) есть числа целые, и даже их можно представить в виде дроби, разделив на единицу: $3 = \frac{3}{1}, -5 = -\frac{5}{1}$. Также операция деления представима в виде обыкновенной дроби (и положительной, и отрицательной), то есть, например, записи $a : b$ и $\frac{a}{b}$ равносильны [22].

В учебнике *Математика. 6 класс. С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин* идет повторение и закрепление раздела «Делимость чисел» на протяжении всего курса. Линия делимости прослеживается в темах отношения, пропорции, проценты, целые числа, рациональные числа. В учебнике также обширный дополнительный материал, который будет полезен для самостоятельного изучения [24].

По учебнику *Алгебра. 7 класс. С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин* элементы теории чисел встречаются при изучении тем «Одночлены и многочлены», а именно при изучении деления одночлена и многочлена на одночлен. При изучении темы «Разложение многочленов на множители» выделяются некоторые элементы делимости: вынесение общего множителя за скобки, применение нескольких способов разложения многочлена на множители. В теме «Алгебраические дроби» – при приведении дробей к общему знаменателю, умножении и делении алгебраических дробей. Элементы встречаются в «Сложении и вычитании алгебраических дробей с разными знаменателями», «Умножение и деление алгебраических дробей». В учебники много заданий для повторения, исследования и самоконтроля [3].

В учебниках *Алгебра. 8 класс. 9 класс. С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин* изучение теории делимости не представлено. Воспользоваться ее элементами возможно в темах посвященным степени числа, прогрессии, теории вероятностей.

Линия учебников данного автора довольно хорошо оснащена теоретическим и практическим материалом. К каждому разделу даются дополнительные упражнения более высокого уровня сложности по сравнению с основными упражнениями [5, 7].

Математика. 5 класс. А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир.

Учебник разделен на два больших раздела: «Натуральные числа и действия над ними» и «Дробные числа и действия с ними», затем они делятся на главы и параграфы.

По ходу их рассмотрения освещаются такие темы как натуральные числа, натуральный ряд, делимое, делитель, частное (изученная делимость применяются при сокращении обыкновенных дробей и приведении дробей к общему знаменателю), деление с остатком (именно это деление и лежало в основе выделения целой части из неправильной дроби).

Основная цель изучения этих тем – познакомить учащихся с основными понятиями делимости чисел и сформировать навыки их использования [25].

Математика. 6 класс. А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир.

В 6 классе теория делимости рассматривается в начале учебника. Изначально освещается тема «Делители и кратные», затем идет изучение признаков делимости на 10, 5, 2, 9, 3. В дополнительной рубрике «Когда сделаны уроки» объясняются признаки делимости на 6, 15, 4, 8 с помощью решения различных примеров.

Следующей темой является тема «Простые и составные числа». Говорят, что натуральное число простое, если оно имеет только два делителя: единицу и само это число. Если у числа имеется больше двух делителей, то оно составное. Здесь же затрагивается тема разложения на простые множители.

Далее в параграфах изучается НОД и НОК. «Наибольшее натуральное число, на которое делиться нацело каждое их двух данных натуральных чисел, называют наибольшим общим делителем этих чисел» [26, С. 27]. «Наименьшее натуральное число, которое делиться нацело на каждое из двух данных натуральных чисел, называют наименьшим общим кратным этих чисел» [26, С. 33]. Показывается, что проще их находить с помощью разложения на простые множители. Найдем НОД (455;770). Разложим на простые множители: $455 = 5 * 7 * 19$ и $770 = 2 * 5 * 7 * 11$. Общими простыми делителями двух чисел являются 5 и 7, следовательно, $НОД(455; 770) = 5 * 7 = 35$. Найдем НОК(84;90). Имеем: $84 = 2 * 2 * 3 * 7$ и $90 = 2 * 3 * 3 * 5$. $НОК(84; 90) = 2 * 2 * 3 * 7 \ * 3 * 5 = 1260$.

Далее некоторые элементы теории делимости будут применяться в темах «Обыкновенные дроби» и «Рациональные числа и действия над ними» [26].

В целом, об учебниках этого автора можно сказать, что материал доступен для учеников, так как построен четко. Удачно подобран задачный материал. Задачи приведены в четкой последовательности по уровню сложности. Так же приведены задачи повышенного, олимпиадного уровня для более одаренных детей.

Проведенный анализ теоретического и задачного материала, представленного в учебниках, позволяет сделать следующие выводы: элементы теории чисел прослеживаются на протяжении всего курса алгебры основной школы, но основные понятия и прикладные задачи рассматриваются только в 5-6 классе. К сожалению, часть материала по теории делимости изучается с недостаточной глубиной и недостаточно задач повышенной трудности, которые имеют большое значение при развитии познавательного интереса учащихся. Поэтому необходимо введение специальных курсов, то есть факультативных, по данной теме.

2.2 Разработка дополнительных занятий по теме «Теория делимости»

При изучении основ теории делимости натуральных чисел на уроках математики учащиеся, пожалуй, впервые сталкиваются с такой непростой задачей, как необходимостью обосновать и даже доказать своё утверждение, построить контрпример. Этот вид деятельности вызывает большие трудности и не всем он под силу сразу, тем не менее, его развивающее значение трудно переоценить.

Учащимся, которые не бояться этих трудности, которые проявляют повышенный интерес к математике, хочется предложить как можно больше интересных, необычных по формулировке, различных по способу решения и форме ответа заданий.

Представленные дополнительные занятия, посвященные теории делимости, представляют собой широкое поле деятельности не только для формирования и развития различных умений и навыков учащихся, воспитания у них логического мышления, культуры математической речи, но и для творчества учителя. Корректируя подбор заданий и легко создавая новые по форме и содержанию задачи, учитель добивается главного – развивает мышление учащихся и открывает для них радость познания.

<u>Занятие 1.</u>

Тема: «Основная теорема арифметики».

Цель: углубить ранее полученные знания о разложении на простые множители; закрепить навыки решения задач решаемых с помощью разложения на множители; развить логическое мышление, сформировать потребность к приобретению знаний.

I. Организационный момент
II. Актуализация знаний
III. Объяснение нового материала

Пусть дано число 360. На какое наименьшее простое число оно делится? Очевидно, на 2: $360 : 2 = 180$. На какое наименьшее простое число делится 180? Тоже на 2: $180 : 2 = 90$, так что

$360 = 2 * 2 * 90$.

На какое наименьшее простое число делится 90? Опять на 2: $90 : 2 = 45$, так что $360 = 2 * 2 * 2 * 45$.

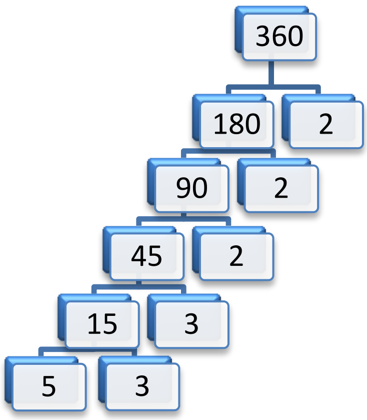
Наименьшее простое число являющееся делителем 45 это 3: $45 : 3 = 15$, так что $360 = 2 * 2 * 2 * 3 * 15$.

Наконец, $15 : 3 = 5$. В итоге,

$$360 = 2 * 2 * 2 * 3 * 3 * 5,$$

и на этом начатый нами процесс останавливается: все получившиеся множители являются простыми.

Так схематично выглядит разложение на простые множители.



Предыдущие действия можно записать в столбик:

$$\begin{array}{l|l} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Точно такую же процедуру можно проделать и для любого другого числа. Это утверждение есть знаменитая *основная теорема арифметики.*

Звучит она так: любое натуральное число (кроме единицы) можно представить в виде произведения простых множителей, и притом единственным образом (с точностью до порядка сомножителей). Такое произведение называется разложением на простые множители или каноническим разложением.

Выше было получено каноническое разложение числа 360: $360 = 2 * 2 * 2 * 3 * 3 * 5$ или, как это обычно записывают, $360 = 2^3 * 3^2 * 5$.

Мы видим, таким образом, что любое число состоит как бы из «кирпичиков» — простых множителей, возникающих в его каноническом разложении. Простое число состоит из одного такого «кирпичика» — самого себя.

Каноническое разложение является мощным инструментом решения целого ряда задач. Благодаря ему перед нами открывается вся картина делителей данного числа. Так, для числа $3360 = 2^3 * 3^2 * 5$ мы теперь можем сразу сказать, что оно делится, например, на $2^3 = 8$, на $2^2 * 3 = 12$, на $2 * 3^2 * 5 = 90$ (так как эти числа «сконструированы» из отдельных элементов канонического разложения). И не делится, скажем, на 7 и на $33 = 3 * 11$ (так как ни 7, ни 11 не входят в каноническое разложение) [12, 8, 29, 35].

IV. Решение задач

№1. Разложите на простые множители число 395.

Решение:

В данном случае есть возможность воспользоваться признаком делимости на 5 (число заканчивается цифрой 5). Имеем: $395 = 5 * 79$. Так как 79 – число простое, то получено искомое разложение.

№2. Разложите на простые множители число 8250.

Решение:

$$8250 : 2 = 4125,$$

$$4125 : 5 = 825,$$

$$825 : 5 = 165,$$

$$165 : 5 = 33,$$

$$33 : 3 = 11.$$

$2 * 5^3 * 3 * 11$ – каноническое разложение числа 8250.

№3. Разложите на простые множители число 1983.

№4. Проверьте, будет ли простым число 179.

Решение:

Надо проверить, будет ли делиться число 179 на простые числа, не превосходящие $\sqrt{179}$. Так как $13 < \sqrt{179} < 14$, то надо проверить делимость на 2, 3, 5, 7, 11, 13.

Нечетное число 179 не делится на 2. Так как сумма цифр числа 179 не делится на 3, то и само число не делится на 3. Так как число не заканчивается 5 или 0, то оно не делится на 5. На 11 число 179 не делится, так как на 11 не делится его знакочередующаяся сумма цифр. Непосредственным делением, убеждаемся, что 179 не делится и на числа 7 и 13. Следовательно, по свойству простых чисел, число 179 является простым.

№6. Найдите все простые числа между числами 115 и 125.

Решение:

Выпишем все числа из этого промежутка:

115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125.

Так как $11 < \sqrt{125} < 12$, то нужно проверить делимость на 2, 3, 5, 7, 11. Вычеркиваем числа кратные:

2 – 116, 118, 122, 124;

3 – 117, 123;

5 – 115, 120, 125;

7– 119;

11 – 121.

Из промежутка были удалены все числа, следовательно, в нем не было простых чисел.

№7. Проверьте, будет ли число 761 простым?

№8. Найдите все простые числа между числами 2339 и 2359

Решение:

Выпишем все числа из промежутка:

2339, 2340, 2341, 2342, 2343, 2344, 2345, 2346, 2347, 2348, 2349, 2350, 2351, 2352, 2353, 2354, 2355, 2356, 2357, 2358, 2359.

Так как $48 < \sqrt{2359} < 49$, то нужно проверить делимость на 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47. Вычеркиваем числа кратные:

2 – 2342, 2344, 2346, 2348, 2352, 2354, 2356, 2358;

3 – 2343, 2349;

5 – 2340, 2345, 2350, 2355;

7 – 2359;

13 – 2353.

Останутся числа: 2339, 2341, 2347, 2351, 2357 они и будут являться простыми.

№9. Найдите все простые числа p, для которых $p+5$ и $p+7$ тоже будут простыми.

Решение:

Если p – нечетное, то числа $p+5$ и $p+7$ будут четными числами, большими двух, тот есть составными. Поэтому только при $p=2$ могут получиться простые числа. Но 2+5=7, то есть получается простое число, а 2+7=9, то есть, сумма является составным числом. Следовательно, таких простых чисел не существует.

№10. С помощью разложения на простые множители найдите НОД и НОК чисел 1500, 1224, 1640.

Решение:

Разложим числа на простые множители:

$$1500 = 2*2*3*5*5*5,$$

$$1224 = 2*2*3*3*17,$$

$$1640 = 2*2*2*5*41.$$

Выбирая минимальные значения показателей, входящих в разложение простых чисел, получаем, что

$(1500, 1224, 1640) = 2^2$.

Выбирая наибольшие значения показателей, входящих в разложения простых чисел, находим, что

$$[1500, 1224,1640] = 2^3 * 3^2 * 17 * 5^3 * 41 = 6273000.$$

V. Домашняя работа

VI. Подведение итогов

VII. Рефлексия

<u>Занятие 2.</u>

Тема: «Признаки делимости».

Цель: повторение, обобщение и систематизация знаний ранее полученных о различных признаках делимости; закрепить навыки решения задач на делимость; развить логическое мышление, сформировать потребность к приобретению знаний.

I. Организационный момент

II. Актуализация знаний

III. Объяснение материала

Признаки делимости представляют собой некоторые действия, которые позволяют выяснить, делится ли данное целое число a на указанное целое положительное число b, не проводя деление a на b непосредственно.

Признаки делимости обычно предполагают работу не с самим числом a, а с числами, которые составляются из цифр, участвующих в записи числа a.

Некоторые признаки делимости позволяют сделать вывод о делимости числа a на указанное число после анализа одной лишь последней цифры в записи числа.

Вспомним, что целое число a делиться на число b *(*$b \neq 0$*)*, если существует такое целое число m, что $a = bm$. Число a называется делимым, число b – делителем, число m – частным. Так же говорят, что число a кратно числу b. Факт деления a на b можно записать так: $a \vdots b$.

Признак делимости на 2. Число, делящееся на 2, называется четным, не делящееся - нечетным. Число делится на 2, если его последняя цифра четная или нуль.

Например, число 25968 делится на 2, так как последняя цифра 8 - четная; 5961 не делится на 2, так как 1 - цифра нечетная; 3160 делится на 2, так как последняя цифра нуль.

Признаки делимости на 3 и 9. Число делится на 3, если его сумма цифр делится на 3. Число делится на 9, если его сумма цифр делится на 9.

Пример. Число 4632 делиться на 3, но не делиться на 9, так как сумма его цифр $4 + 6 + 3 + 2 = 15$ делиться на 3, но не на 9. Число 2431 не делиться ни на 3, ни на 9, так сумма его цифр равна числу 10 не делящееся ни на 3, ни на 9. Число 2529 делиться на 9, так как сумма его цифр (18) делиться на 9.

Признак делимости на 5. Число делится на 5, если его последняя цифра ноль или 5.

Например, 24580 делиться на 5, так как последняя цифра 0; 1695 делиться на 5, так как последняя цифра 5; 6478 не делиться на 5,ведь последняя цифра 8.

Признак делимости на 4. Число делится на 4, если две его последние цифры нули или образуют число, которое делится на 4.

Например, 28 900 делится на 4, так как оканчивается двумя нулями; 16 214 не делится на 4, так как последние две цифры дают число 15, не делящееся на 4; 2 504 делится на 4, так как две последние цифры $0 + 4$ дают число 4, делящееся, на 4.

Признак делимости на 6. Число делится на 6, если оно делится одновременно на 2 и на 3.

Например, 6246 делится на 6, так как оно делится и на 2 и на 3. Число 238 делиться на 2, но не на 3, следовательно, на 6 оно не делиться. Число 8341 не делиться ни на 2, ни на 3, следовательно, на 6 тоже не делиться.

Признак делимости на 10, 100. Число делится на 10, если его последняя цифра – ноль. Число делится на 100, если две его последние цифры – нули.

Например, 8700 делиться на 10 и 100. Число 65080 делиться только на 10, но не на 100, так как оканчивается одним нулем [8, 16, 20, 14, 15].

IV. Решение задач

№1. Проверить делятся на 2,4,6 числа:

а. 568

б. 959

в. 741

г. 6008

д. 7490

е. 8711

ж. 54018

з. 79602

№2. Проверить делятся на 3, 9 числа:

а. 3303

б. 108

в. 111

г. 897

д. 4580

е. 4633

ж. 2169

№3. Проверить делимость чисел на 2,5,3,10:

а. 104

б. 128

в. 965

г. 753

д. 1087

е. 4956

ж. 3011

з. 8741

и. 9600

к. 3978

л. 4596

м. 7676

№4. Вычеркните в числе 74513527 три цифры так, чтобы получившееся число делилось на 15.

Решение.

Если число делится на 15, то оно также делится на 3 и на 5. Поэтому в последнем разряде числа должен быть ноль или цифра пять. Тогда вычёркиваем 27. Остаётся 745135. Посчитаем сумму цифр, она равна 25. Для того, чтобы число делилось на три необходимо, чтобы сумма цифр была кратна трём. В таком случае можно вычеркнуть цифру 1 и получить число 74535, цифру 4 и получить 75135 или вычеркнуть цифру 7 и получить число 45135. Каждое из чисел будет делиться на 15.

V. Домашняя работа

VI. Подведение итогов

VII. Рефлексия

<u>Занятие 3.</u>

Тема: «Признаки делимости».

Цель: изучить ранее не известные признаки делимости; углубить ранее полученные знания о различных признаках делимости, выработать навыки использования установленных признаков делимости при различных формулировках задач; развить логическое мышление, сформировать потребность к приобретению знаний.

I. Организационный момент

II. Актуализация знаний

III. Объяснение нового материала

Признак делимости на 8. Число делится на 8, если три его последние цифры нули или образуют число, которое делится на 8.

Пример. 61000 делиться на 8, так как заканчивается тремя нулями; 98202 не делиться на 8,так как сумма трех последних цифр равна 4, а оно не делится на 4; 2880 делится на 8, так как сумма трех последних цифр равна 16, а оно делится на 8.

Признак делимости на 25. Число делится на 25, если две его последние цифры нули или образуют число, которое делится на 25.

Пример. Число 4550 делиться на 25, так как 50 делиться на 25; 6900 делиться на 25, так число оканчивается двумя нулями; 6035 не делиться на 25, так как 35 не делиться на 25.

Признак делимости на 7. Число делиться на 7, тогда когда результат вычитания удвоенной последней цифры из этого числа без последней цифры делиться на 7 (abc делиться на 7, если $ab - 2 * c$ делиться на 7).

Например, 252 делиться на 7, так как разность $25 - 2 * 2 = 21$ делиться на 7. 697 не делиться на 7, так как разность $69 - 2 * 7 = 55$ не делиться на 7.

Признак делимости на 13. Прежде, чем сформулировать признак делимости на 13, нам необходимо знать *определение:* трёхзначные грани числа — это числа, которые получены разбиением исходного числа на трёхзначные числа. Например, разбиение числа 1234567890 на трёхзначные грани выглядит так: 1|234|567|890 (разбиение числа начинается с его конца). Числа 1, 234, 567, 890 являются трёхзначными гранями числа 1234567890.

Признак делимости на 13. Число делится на 13, если знакочередующаяся сумма его трёхзначных граней делится на 13.

Термин «знакочередующаяся» означает, что первое слагаемое суммы берётся со знаком «плюс», второе — со знаком «минус», третье — опять со знаком «плюс» и т.д. То есть знаки перед слагаемыми чередуются.

Пример. Проверить, делятся ли на 13 числа: а) 433407; б) 66199; в) 1231321.

Решение:

а) 433407. Разбиваем это число на трёхзначные грани: 433|407. Знакочередующаяся сумма трёхзначных граней $433 - 407 = 26$ делится на 13. Следовательно, число 433407 делится на 13.

б) 66199. Разбиваем это число на трёхзначные грани: 66|199. Знакочередующаяся сумма трёхзначных граней равна $66 - 199 = -133$. Число −133 на 13 не делится ($-133 = -130 - 3 = -13 * 10 - 3$). Поэтому 66199 не делится на 13.

в) 1231321. Разбиваем это число на трёхзначные грани: 1|231|321. Их знакочередующаяся сумма равна $1 - 231 + 321 = 91$. Число 91 делится на 13: $91 = 7 \cdot 13$. Поэтому число 1231321 делится на 13.

Признак делимости на 17. Натуральное число делится на 17, если разность — это число без его последней цифры минус его последняя цифра, умноженная на 5, — делится на 17.

Для трёхзначного числа признак делимости на 17 схематично можно изобразить так: abc делиться на 17, если $ab - 5 * c$ делиться на 17.

Например, число 391 делиться на 17, так как $39 - 5 * 1 = 34$, а 34 делиться 17. Число 517 не делиться на 17, так как $51 - 7 * 5 = 16$, а оно не делиться на 17.

Признак делимости на 19. Натуральное число делится на 19, если сумма — это число без его последней цифры плюс удвоенная последняя цифра — делится на 19 [8, 16, 15, 35].

Схематично признак делимости на 19 трёхзначного числа можно изобразить так: abc делиться на 19, если $ab + 2 * c$ делиться на 19.

Например, 722 делиться на 19, так как $72 + 2 * 2 = 76$, $76 : 19 = 4$.

964 не делиться на 19, так как $96 + 2 * 4 = 104$, а 104 не делиться нацело на 19.

IV. Решение задач

№1. Проверить делимость чисел на 7,19:

1) 175
2) 507
3) 133
4) 152
5) 441
6) 855
7) 801
8) 557

№2. Делятся ли данные числа на 8,25:

1) 152
2) 150
3) 711
4) 971
5) 475
6) 744
7) 1900

№3. Делятся ли на 13,17 числа:

1) 1274
2) 221
3) 896
4) 717
5) 1300
6) 221
7) 136

№4. Вычеркните в числе 181615121 три цифры так, чтобы получившееся число делилось на 12.

Решение.

Раскладываем делитель – число 12 на простые множители: $12 = 3 * 4 = 3 * 2 * 2$. Следовательно, заданное число после вычеркивания чисел должно делиться на 3 и 4.

На 2 делятся чётные числа, поэтому 1 в конце вычеркиваем сразу. Останется 18161512.

Но нам нужно, чтобы оно делилось на 2 дважды, т.е. делилось на 4. Признак делимости на 4 утверждает, что для этого на 4 должно делиться двузначное число, образованное последними двумя цифрами. $12 : 4 = 3$, поэтому две последние цифры числа 18161512 вычеркивать нельзя. Они гарантируют делимость числа на 4.

Чтобы число делилось на 3, нужно чтобы на 3 делилась сумма его цифр. Сумма цифр равна $1 + 8 + 1 + 6 + 1 + 5 + 1 + 2 = 25$.

$25 = 3 * 8 + 1$ – можно вычеркнуть одну из единиц, но по условию задачи нужно вычеркнуть еще две цифры.

$25 = 3 * 7 + 4$ – нет двух цифр для вычеркивания, сумма которых равнялась бы 4, т.к. последние цифры 1 и 2 трогать нельзя;

$25 = 3 * 6 + 7$ – сумма двух вычеркнутых цифр будет равна 7, если вычеркнуть 6 и любую из единиц, кроме последней.

Итак, возможные ответы: 811512 или 181512.

№5. Приведите пример четырёхзначного числа, кратного 15, произведение цифр которого больше 35, но меньше 45. В ответе укажите ровно одно такое число.

Решение.

Искомое число делится на 15, а значит, делится на 3 и на 5. Следовательно, сумма его цифр делится на 3 и последняя его цифра 0 или 5. Поскольку произведение цифр не равно нулю, никакая из цифр числа не равна нулю, а значит, последняя цифра числа — 5.

Тогда произведение цифр делится на 5. Заметим, что в интервале (35; 45) только число 40 делится на 5, давая 8. Значит, произведение первых трех цифр равно 8. Этому условию удовлетворяют только три набора: 1, 1, 8; 1, 2, 4 и 2, 2, 2. Из них только 1, 1, 8 и 1, 2, 4 в сумме с числом 5 дают число, делящееся на 3.

Выпишем получившиеся числа: 1185, 1815, 8115, 1245, 1425, 2145, 2415, 4125, 4215. Любое из этих чисел будет являться ответом.

V. Домашняя работа

VI. Подведение итогов

VII. Рефлексия

<u>Занятие 4.</u>

Тема: «Решето Эратосфена»

Цель: углубить ранее полученные знания о простых числах; развить логическое мышление, сформировать потребность к приобретению знаний.

I. Организационный момент

II. Актуализация знаний

III. Объяснение нового материала

Греческий математик Эратосфен, живший более чем за 200 лет до н.э., составил первую таблицу простых чисел. Это один из самых разносторонних ученых античности. Особенно прославили Эратосфена труды по астрономии, географии и математике, однако он успешно трудился и в области филологии, поэзии, музыки и философии, за что современники дали ему прозвище Пентатл, т.е. Многоборец. Другое его прозвище Бета, т.е. «второй», возможно, также не содержит ничего уничижительного: им желали показать, что во всех науках Эратосфен достигает не высшего, но превосходного результата. Он первый вычислил окружность Земли, пользуясь методами геометрии.

Вспомним, что простое число — натуральное (целое положительное) число, имеющее ровно два различных натуральных делителя — единицу и самого себя. Другими словами, оно больше 1 и при этом делится без остатка только на 1 и на самого себя.

Составные числа – натуральные числа, большие единицы, не являющиеся простыми.

Таким образом, все натуральные числа разбиваются на три класса: единицу (имеющую один натуральный делитель), простые числа (имеющие два натуральных делителя) и составные числа (имеющие больше двух натуральных делителей).

Эратосфен предложил способ нахождения простых чисел, который можно описать в виде следующего алгоритма.

1. Выписываются все числа от 2 до n;
2. Берётся первое простое число (это будет 2) и вычёркиваются все числа, ему кратные;
3. Берётся следующее простое число (это будет 3) и вычёркиваются все числа, ему кратные;
4. И так до тех пор, пока это возможно;
5. В итоге в последовательности остаются только простые числа.

Этот алгоритм получил название «решето», потому что этот процесс напоминает некое просеивание чисел.

Простыми числами занимался и древнегреческий математик Евклид (IIIв. до н.э.). В своей книге «Начала», бывшей на протяжении двух тысяч лет основным учебником математики, доказал, что простых чисел бесконечно много, т.е. за каждым простым числом есть ещё большее простое число.

Так как греки делали записи на покрытых воском табличках или на натянутом папирусе, а числа не вычёркивали, а выкалывали иглой, то таблица в конце вычислений напоминала решето. Поэтому алгоритм Эратосфена называют решетом Эратосфена: в этом решете «отсеиваются» простые числа от составных. Таким способом в настоящее время составляют таблицы простых чисел, но уже с помощью вычислительных машин.

Можно сказать, что простые числа представляют собой как бы кирпичики, из которых строятся все остальные числа.

Для простых чисел не существует формулы, по которой их можно вычислить. Не существует самого большого простого числа, последовательность простых чисел бесконечна [8, 29, 30, 15].

IV. Решение задач

№1. Найдите в промежутке от 2 до 30 простые числа.

Запишем натуральные числа, начиная от 2, до 30 в ряд: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29,30.

Первое число в списке, 2 — простое. Пройдём по ряду чисел, зачёркивая все числа, кратные 2 (то есть, каждое второе, начиная с $2^2 = 4$):

Следующее не зачеркнутое число, 3 — простое. Пройдём по ряду чисел, зачёркивая все числа, кратные 3 (то есть, каждое третье, начиная с $3^2 = 9$):

Следующее не зачеркнутое число, 5 — простое. Пройдём по ряду чисел, зачёркивая все числа, кратные 5 (то есть, каждое пятое, начиная с $5^2 = 25$):

Следующее не зачёркнутое число — 7. Его квадрат, 49 — больше 30, поэтому на этом работа завершена. Все составные числа уже зачеркнуты.

Процесс окончен. Все не зачеркнутые числа последовательности являются простыми: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29.

№2. Составьте таблицы простых чисел для каждой из сотен: 1—100, 101–200, … 901—1000.

№3. Какие из следующих чисел являются простыми:

а) год вашего рождения;

б) текущий год;

в) номер вашего дома.

V. Домашняя работа

VI. Подведение итогов

VII. Рефлексия

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изучив теоретико-методологические основы понятия факультативное занятие, мы пришли к выводу, что отличительной чертой факультативного курса на фоне других форм внеклассной работы выступает достаточно большой объем научно-теоретических знаний, возможность развития способностей, формирование мировоззрения, а так же наличие содержательной связи с историей науки.

Факультатив всячески старается привлечь учащихся к самым разнообразным формам самостоятельной деятельности, среди которых можно отметить следующие методы: проблемный, эвристический, частично-поисковый. Ко всему прочему, можно так же выделить занимательность материала наряду со строгостью изложения, при котором появляются возможности формирования у учеников культуры мышления.

Мы отметили, что при выборе методов обучения на факультативных занятиях следует принимать во внимание содержание факультативного курса, степень развития и подготовленности учащихся, их интерес к тем или иным разделам программы. Одним из основных требований к методам является активизация мышления учащихся, развитие самостоятельности во всевозможных формах её проявления.

Факультативные курсы основаны на не обязательном курсе, но они призваны углублять и расширять знания, предусмотренные обязательной школьной программой.

Проведенный анализ теоретического и задачного материала, представленного в учебниках, позволяет сделать следующие выводы: элементы теории чисел прослеживаются на протяжении всего курса алгебры основной школы, но основные понятия и прикладные задачи рассматриваются только в 5-6 классе. К сожалению, часть материала по теории делимости изучается с недостаточной глубиной и недостаточно задач повышенной трудности, которые имеют большое значение при развитии познавательного интереса учащихся. Поэтому необходимо введение специальных курсов, то есть факультативных, по данной теме.

Следует отметить, что факультативные занятия должны быть интересными, увлекательными. Хорошо известно, что занимательность изложения помогает раскрытию содержания сложных научных понятий и проблем. Занимательность поможет школьникам освоить факультативный курс, содержащиеся в нём идеи и методы математической науки, логику и приёмы творческой деятельности.

Так же факультативные занятия играют значительную роль в интеллектуальном развитии среднего подростка, повышают уровень самостоятельности, включая их в самостоятельную мыслительную деятельность, ускоряют процесс умственного развития и повышают интерес к математике. Факультативные занятия помогут учениками успешно подготовится к олимпиадным заданиям и заданиям ЕГЭ.

Таким образом, поставленные нами задачи решены и тем самым, цель достигнута. Данная разработка может быть использована в качестве методического пособия для учителей при планировании и проведении уроков в рамках факультативных курсов по математике.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 31 марта 2014 года № 253 «Об утверждении федерального перечня учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего среднего общего образования»
2. Алгебра. 7 класс: учебник для общеобразовательных организаций / Г.В. Дорофеев и [др.] – 2-е изд. – М.: Просвещение, 2014. – 287 с.
3. Алгебра. 7 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / С.М. Никольский и [др.] – М.: Просвещение, 2013. – 287 с.
4. Алгебра. 8 класс: учебник для общеобразовательных организаций / Г.В. Дорофеев и [др.] – 3-е изд. – М.: Просвещение, 2016. – 320 с.
5. Алгебра. 8 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / С.М. Никольский и [др.]. – М.: Просвещение, 2014. – 301 с.
6. Алгебра. 9 класс: учебник для общеобразовательных организаций / Г.В. Дорофеев и [др.] – 5-е изд. – М.: Просвещение, 2010. – 304 с.
7. Алгебра. 9 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / С.М. Никольский и [др.] – М.: Просвещение, 2014. – 335 с.
8. Алфутова Н.Б. Алгебра и теория чисел. Сборник задач для математических школ / Н.Б. Алфутова, А.В. Устинов. – М.: МЦНМО, 2002. – 264 с.
9. Андриянова Л. В. Формирование познавательного интереса к обучению путем внеклассной деятельности / Л.В. Андриянова // Молодой ученый. – 2016. – №1.1. – С. 1-4.
10. Афанасьева Т.П., Немова Н.В. Профильное обучение: педагогическая система и управление. Книга 1. Система профильного обучения старшеклассников. Методическое пособие для руководителей школ / Под редакцией Н.В. Немовой – М.: АПК и ПРО, 2004. – 73 с.

11. Афанасьева Т.П., Немова Н.В. Профильное обучение: педагогическая система и управление. Книга 2. Управление профильным обучением старшеклассников. Методическое пособие для руководителей школ / Под редакцией Н.В. Немовой – М.: АПК и ПРО, 2004. – 84 с.
12. Бардушкин В.В. Основы теории делимости чисел. Решение уравнений в целых числах. Факультативный курс / В.В. Бардушкин, И.Б. Кожухов, А.А. Прокофьев, Т.П. Фадеичева. – М.: МГИЭТ(ТУ), 2003. – 224 с.
13. Болтянский В.Г. Делимость чисел и простые числа. Учебное пособие по факультативному курсу для учащихся 7–8 классов / В.Г. Болтянский, Г.Г. Левитас. М.: Просвещение, 1974. – 65 с.
14. Воробьев Н.Н. Признаки делимости / Н.Н. Воробьев. – М.: Наука, 1988. – 75 с.
15. Выгодский М.Я. Справочник по элементарной математике / М.Я. Выгодский . – М: АСТ, Астрель, 2006. – 509 с.
16. Галкин Е.В. Нестандартные задачи по математике. Задачи с целыми числами: Учеб. пособие для учащихся 7–11 кл. / Е.В. Галкин. – Челябинск: Взгляд, 2005. – 271 с.
17. Запрудский Н И. Организация факультативных занятий в 11-летней школе / Н. И. Запрудский, А. И. Добриневская. – Минск: Зорны верасень, 2008. – 164 с.
18. Кван Н.В. Практикум по теории чисел. Часть II. Учебно–методическое пособие / Н.В. Кван. – Благовещенск: Амурский гос. ун–т., 2003. – 54 с.
19. Колягин Ю.М. Методика преподавания математики в средней школе Общая методика. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. институтов / Ю.М Колягин, Г.Л Луканкин, В.А., Оганесян, В.Я. Саннинский. – М.: Просвещение, 1975. – 462 с.
20. Корянов А.Г Математика. ЕГЭ 2011. (типовые задания С6). / А.Г. Корянов, А.А. Прокофьев – Брянск: 2011. – 66 с.

21. Математика. 5 класс: учебник для общеобразовательных организаций / Г.В. Дорофеев и [др.]; под ред. Г.В. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина. – 5-е изд. – М.: Просвещение, 2017. – 287 с.
22. Математика. 5 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / С.М. Никольский и [др.] – 11-е изд., дораб. – М.: Просвещение, 2012. – 272 с.
23. Математика. 6 класс: учебник для общеобразовательных организаций / Г.В. Дорофеев, И.Ф. Шарыгин, С.Б. Суворова. – 4-е изд. – М.: Просвещение, 2016. – 287 с.
24. Математика. 6 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / С.М. Никольский и [др.] – М.: Просвещение, 2012. – 256 с.
25. Математика: 5 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – М.: Вентана-Граф, 2013. – 304 с.
26. Математика: 6 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – М.: Вентана-Граф, 2014. – 304 с.
27. Мухина В.С. Возрастная психология: феноменология развития, детство, отрочество: Учебник для студ. вузов / В.С. Мухина. – М.: Издательский центр «Академия», 2014. – 456 с.
28. Немов, Р.С. Общая психология: Учеб. для студ. образоват. учреждений сред. проф. Образования / Р.С. Немов. – М.: ВЛАДОС, 2013. – 259 с.
29. Сгибнев А.И. Делимость чисел и простые числа / А.И. Сгибнев. – М.: МЦНМО, 2012 – 111 с.
30. Сикорский К.П. Дополнительные главы по курсу математики. Учебное пособие по факультативному курсу для учащихся 7–8 классов / К.П. Сикорский. – Изд. 2-е, доп. – М.: Просвещение, 1974. – 367 с.

31. Степанов В.Д. Активизация внеурочной работы по математике в средней школе: Кн. для учителя: Из опыта работы / В.Д. Степанов – М.: Просвещение, 1991. – 80 с.
32. Толстых И.Э. К вопросу о преподавании психологии в школе / И.Э. Толстых // Электронный журнал «Психологическая наука и образование». – 2015. – №1. – С. 1-9
33. Харламов И.Ф. Педагогика / И.Ф. Харламов. – М.: Гардарики, 1999. – 520 с.
34. Хлебунова С.Ф. Управление современной школой / С.Ф. Хлебунова, Н.Д. Тараненко. – М.: Издательство «Учитель», 2014. – 431 с.
35. Шень А. Простые и составные числа / А. Шень. – М.: МЦНМО, 2005. – 16 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Программа факультативного курса по математике

в 7 классе

«ЗАНИМАТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА»

Составила: Ловчикова Людмила Васильевна,

учитель математики и информатики.

с.Фощеватово

2015г.

Пояснительная записка

Математика - одна из основных наук. Правильное её изучение приводит не только к умению считать, но и к умению логически мыслить. Обучение в 5-6 классах затрудняется адаптационным периодом учащихся данных параллелей. Школьник приспосабливается к новым учителям, новым предметам и новым требованиям. Особенно много трудностей возникает у учащихся на уроках математики. Успешность обучения зависит от выбора методов, приемов, форм организации, от использования видов мотивации к предмету и обучению в целом. Другой важной проблемой является обеспечение дифференцированного подхода в обучении учащихся, создание условий для развития способных детей. Однако одних уроков для решения названных проблем недостаточно, и появилась необходимость создания программы факультативных занятий для учащихся.

Устойчивый интерес к математике (данные психологических исследований) начинает формироваться в 14-15 лет. Поэтому значимость программы заключается в перспективном обеспечении сформированности устойчивого познавательного интереса к предмету ученика 7 - 8 классов, так как при ее реализации ученик должен почувствовать радость размышления над трудными, нестандартными задачами.

Решение занимательных задач позволяет учащимся накапливать опыт в сопоставлении, наблюдении, выявлять несложные математические закономерности, высказывать догадки, нуждающиеся в доказательстве. Они учатся ориентироваться в незнакомых ситуациях и областях, решать задачу на незнакомую фабулу, с непривычным для них математическим содержанием. Тем самым создаются условия для выработки у учащихся потребности в рассуждениях, учащиеся учатся думать логически. Содержание программы обеспечивает новизну восприятия изучаемого предмета.

Программа факультативного курса «Занимательная математика» направлена на развитие одаренных детей, углубление знаний учащихся, получаемых ими при изучении основного курса, развитие познавательного интереса к предмету, любознательности, смекалки, расширение кругозора.

Данная программа рассчитана на 34 часа (из расчета 1 час в неделю) для учащихся 7 класса. Часы изучения данного курса устанавливаются за счет компонента образовательного учреждения.

Актуальность программы состоит в том, что она помогает подготовить учащихся 7 класса к дальнейшему изучению курсов алгебры и геометрии, выработать у них навыки самостоятельного получения знаний, научить ориентироваться в потоке различной информации, обеспечить компетентностный подход в обучении предмету.

Цель программы: создание условий для интеллектуального развития учащихся и формирование качеств личности, необходимых человеку для полноценной жизни в современном обществе, свойственных математической деятельности: ясности и точности мысли, критичности мышления, способности к преодолению трудностей, привитие интереса учащихся к математике.

Задачи:

1. Формировать представления о математике как части общечеловеческой культуры, понимание значимости математики для общественного прогресса;
2. Предоставить дополнительные возможности для развития творческих способностей учащихся;
3. Научить решать текстовые задачи (занимательного, исторического характера), работать с научной и справочной литературой, с измерительными инструментами;

4. Закрепить навыки устных и письменных вычислений с натуральными числами, обыкновенными и десятичными дробями;
5. Создать условия для формирования и поддержания устойчивого интереса к математике.
6. Воспитывать ответственность, усидчивость, целеустремлённость, способность к взаимопомощи и сотрудничеству.

Факультативные занятия построены так, чтобы быть для учащихся интересными, увлекательными и занимательными. Умело использовать естественную любознательность школьников для формирования устойчивого интереса к математике. Занимательность помогает учащимся освоить факультативный курс, содержащиеся в нем идеи и методы математической науки, логику и приемы творческой деятельности.

Учащимся, увлеченным математикой мало тех знаний, которые они получают на уроках математики. Они хотят знать о прикладной ее стороне, решать более сложные задачи.

Методика проведения занятий основана на создании обучающей ситуации, в которой математические идеи и факты вырабатываются самими школьниками в процессе решения разнообразных задач.

Работа факультативного курса строится на ***принципах:***

1. *Регулярности,* - еженедельно;
2. *Параллельности*:
   a. проведение факультативных занятий в значительной степени близко к урокам. Сходство занятий определяется организационной формой коллективной учебной работы, когда учитель ведет занятие с

группой учащихся, проводит необходимые пояснения, спрашивает учащихся. При этом целесообразно учащимся предоставлять собственные суждения по обсуждаемому вопросу;

б. связь с учебным материалом, так как без занимательных задач преподавание не бывает успешным, поскольку занимательность повышает интерес к предмету и способствует осмыслению важной идеи: математика окружает нас, она везде. Систематичность изложения материала должна быть направлена на общее умственное развитие учащихся;

3. *Опережающей сложности* – проводимые в рамках вариативного компонента факультативные занятия, наиболее эффективно содействуют пропедевтике систематического изучения курса алгебры и геометрии. Примером тому служит изучение комбинаторики и теории вероятностей на начальном уровне, а также знакомство со свойствами геометрических фигур и решение различных геометрических задач;
4. *Самостоятельности* – значительная часть теоретического материала выполняется учащимися самостоятельно – они сами доказывают или опровергают большинство предлагаемых задач;
5. *Вариативности и самоконтроля* – набор задач различного уровня сложности и проверка решений по образцу, алгоритму, ключу.

Необходимо расширить кругозор школьников, для этого в программу факультатива я включаю темы, которые не входят в базовую программу или не получают там должного внимания. Эти темы, с одной стороны, должны быть доступны обучаемым, с другой стороны, позволять им принимать участие в олимпиадах.

На занятия целесообразно вынести исторический материал о системах счисления в древности, о недесятичных системах счисления, используемых в настоящее время.

Пропедевтика алгебраического подхода к работе с числами (действия с буквенными выражениями) осуществляется на уроках, но факультативные занятия создают большие возможности для закрепления соответствующих навыков. Наиболее удобный материал для достижения указанных целей – числовые ребусы, в которых неизвестные цифры зашифрованы звездочками или буквами. Одновременно указанный материал закрепляет навыки выполнения арифметических операций с целыми числами.

Огромное влияние уделяется геометрии (элементам наглядности, конструированию).

Пропедевтика геометрии обеспечивается восприятием простейших геометрических объектов на наглядно-интуитивной основе (отрезок, луч, угол, квадрат, треугольник ит.д.). На занятиях необходимо добиться уверенного обращения детей с этими объектами, понимания их основных свойств.

Учебные занятия по данной программе позволяют желающим развить свои интеллектуальные и творческие способности, получить практические навыки работы с измерительными инструментами (циркуль, линейка, транспортир).

В процессе занятий формируются общеучебные умения и навыки, развиваются коммуникативные свойства личности учащихся, воспитывается стремление к взаимопомощи в процессе работы.

Необходимо также заметить, что участие в работе факультатива создает необходимую базу для успешного изучения других предметов естественно научного цикла, таких как информатика, физика, химия. Поэтому часто занятия математикой, несмотря на отсутствие видимых достижений в математических соревнованиях, приводят к успехам в других дисциплинах.

Ведущие методы и приемы.

Классификация методов обучения проводится по различным основаниям**:**

- **по источникам передачи знаний:**
    1) *словесные* - рассказ, беседа, доклады учащихся, лекция, инструктаж, чтение справочной литературы;
    2) *наглядные* - демонстрации, иллюстрации, показ материала, графиков, схем и чертежей;
    3) *практические* - решение задач повышенной сложности, выполнение практических работ.
- **по характеру познавательной деятельности учащихся и участия учителя в учебном процессе:**
    1) *информационно-развивающие* - передача информации в готовом виде (лекция, объяснение, демонстрация); самостоятельное добывание знаний (самостоятельная работа со справочной литературой, работа с информационными базами данных – использование информационных технологий);
    2) *объяснительно-иллюстративные* - рассказ, лекция, беседа, демонстрация;
    3) *репродуктивные* - умение воспроизвести полученную информацию, выполнение упражнения по образцу, практическая работа по инструкции; (решение задач, повторение опытов);
    4) *проблемно-поисковые* – эвристические беседы, дискуссии, организация коллективной мыслительной деятельности в работе с малыми группами, исследовательская работа;
    5) *исследовательские* – учитель организует самостоятельную работу учащихся, давая им проблемные познавательные задачи и задания, имеющие практический характер и решаемые учащимися самостоятельно, обычно без помощи учителя; самостоятельный поиск дополнительной информации, исторических справок.

- **по способам изложения учебного материала:**
  1) *монологические*- информационно-сообщающие (рассказ, лекция, объяснение);
  2) *диалогические* - проблемное изложение, беседа, диспут.
- **по учету структуры личности:**
  1) *сознание* - рассказ, беседа, инструктаж, иллюстрирование;
  2) *поведение*- упражнение, тренировка;
  3) *чувства – стимулирование* - одобрение, похвала, порицание, контроль.
- **по степени взаимодействия учителя и учащихся**:
  1) *изложение, беседа* – учитель, сообщая готовые выводы науки, правила, факты, показывает образец действия и дает учащимся задание на заучивание учебного материала и его воспроизведение. При этом доминирует исполнительная деятельность учащихся: наблюдение, слушание, запоминание и выполнение действий по образцу.

При проведении занятий будут применяться **технологии** обучения, такие как:

- современное традиционное обучение;
- игровые технологии;
- технология полного усвоения;
- технология разноуровневого обучения;
- технология коллективного взаимообучения;
- метод проблемных учебных задач;

- ИКТ.

Организационные формы обучения:

- *фронтальная* – рассчитана на учащихся, имеющий равный уровень подготовки, работающих в едином темпе;
- *групповая* – работа группы в едином темпе над одним заданием;
- *индивидуальная* – полусамостоятельная познавательная деятельность учащихся под руководством учителя;
- *индивидуализировано–групповая* – весь класс работает самостоятельно, а учитель одновременно с 1 -2 учениками;
- *кооперированно-групповая* – разные группы выполняют отдельные части общего задания, вопрос рассматривается с разных сторон;
- *парная* – работа в парах с взаимопроверкой.

Содержание программы

Решение занимательных задач. 3 часа.

Цель *– предоставить возможность проследить за развитием математической мысли с древних времен.*

Теория: занимательные задачки (игры-шутки), задачки со сказочным сюжетом, старинные задачи.

Практическая часть: способы решения занимательных задач. Задачи разной сложности в стихах на внимательность, сообразительность, логику. Занимательные задачи-шутки, каверзные вопросы с «подвохом».

Признаки делимости. 1 час.

Цель *– познакомить учащихся со способами решения задач на делимость, предлагаемых на различных олимпиадах, сформировать умение проводить простейшие умозаключения.*

Теория: признаки делимости на 11 и 19.

Практическая часть: устанавливать делимость без выполнения самого деления. Решение задач на использование признаков делимости.

Задачи на проценты и части. 3 часа.

Цель *– знакомство с различными видами задач и различными способами их решения;формирование качеств мышления, характерных для математической деятельности; интеллектуальное развитие учащихся.*

Теория: Задачи о наследстве, задачи на отношения, нахождения суммы дробей вида: $\frac{1}{5\cdot7}+\frac{1}{7\cdot9}+\dots$

Практическая часть: различные занимательные задачи на вычисления процентов и действия с процентами. Простые проценты, сложные проценты.

Логические задачи. 5 часов.

Цель *– научить ребят решать не только конкретные задачи, но и помочь приобрести необходимый опыт и выработать собственную систему эвристических приемов, позволяющих решать незнакомые задачи.*

Теория: задачи на отношения «больше», «меньше». Задачи на равновесие, «кто есть кто?», на перебор вариантов с помощью рассуждений над выделенной гипотезой. Задачи по теме: «Сколько надо взять?»

Практическая часть: формирование модели задачи с помощью схемы, таблицы. Задачи на переливание из одной емкости в другую при разных условиях. Минимальное количество взвешиваний для угадывания фальшивых монет при разных условиях. Методы решения.

Геометрические построения. 10 часов.

Цель *– развитие пространственного воображения, математической интуиции, логического и аналитического мышления учащихся, стимулирование интереса к науке геометрия.*

Теория: Исторические сведения о развитии геометрии. Сотни фигур из четырех частей квадрата, из семи частей квадрата. Геометрические узоры и паркеты. Правильные фигуры. Кратчайшие расстояния. Геометрические игры.

Практическая часть: Геометрические задачи на вычерчивание фигур без отрыва карандаша от бумаги. Задачи на построение замкнутых самопересекающихся ломаных. Различные способы складывания бумаги. В ходе решения разнообразных задач на измерения, вычисления и построения учащиеся знакомятся с геометрическими объектами и их свойствами.

Принцип Дирихле. 2 часа.

Цель *– сформировать понимание отличия интуитивных соображений от доказательства; развивать умение различать в задаче условие и заключение.*

Теория: Задача о семи кроликах, которых надо посадить в три клетки так, чтобы в каждой находилось не более двух кроликов. Задачи на доказательства и принцип Дирихле.

Практическая часть: Умение выбирать «подходящих кроликов» в задаче и строить соответствующие «клетки».

Числовые головоломки. 3 часа.

Цель *– выработать у учащихся умение охотно и сознательно мыслить*

Теория: арифметические равенства, разные цифры которого заменены разными буквами, одинаковые - одинаковыми.

Практическая часть: методы перебора и способы решения. Примеры, содержащие отсутствующие цифры, которые необходимо восстановить. Примеры, где требуется расставить скобки, знаки арифметических действий, чтобы получились верные равенства.

Комбинаторные задачи. 4 часа.

Цель *– формирование у учащихся первоначальных представлений о комбинаторике.*

Теория: основные понятия комбинаторики. Термины и символы. Развитие комбинаторики.

Практическая часть: Комбинаторные задачи. Перестановки без повторений. Перестановки с повторениями. Размещение без повторений. Размещение с повторениями. Сочетания без повторений. Сочетания с повторениями.

Элементы теории вероятностей. 3 часа.

Цель *– формирование у учащихся первоначальных представлений об основных элементах теории вероятностей*

Теория: События достоверные, невозможные, случайные.

Практическая часть: Классические понятия вероятных событий. Статистическое понятие вероятности события. Выполнение операций над событиями.

Тематическое планирование

№ п/п	**Тема**	**Количество часов**	
		лекции	**практика**
1	Решение занимательных задач	1,5	1,5
2	Признаки делимости	0,5	0,5
3	Задачи на проценты и части	1,5	1,5

4	Логические задачи	2,5	2,5
5	Геометрические построения	3,5	6,5
6	Принцип Дирихле	1	1
7	Числовые головоломки	1,5	1,5
8	Комбинаторные задачи	2	2
9	Элементы теории вероятностей	1	2
Итого:		**15**	**19**
		34 часа	

Учебно-тематический план (1 час в неделю, всего 34 часа в год)

№ п/п	Тема	Количество часов			Виды деятельности	Виды и формы контроля	Дата проведения	
		лекция	**практика**	**план**			**факт**	**по плану**
1. Решение занимательных задач (3 часа)								
1	Математические игры	0,5	0,5		Игры в парах	Индивидуальный контроль.		
2	Занимательные задачи со сказочным сюжетом	0,5	0,5		Сочинить задачку со сказочным сюжетом	Текущий контроль.		

3	Решение старинных задач	0,5	0,5		Обучение через решение старинных занимательных задач	Фронтальный контроль. Самостоятельная работа, самопроверка.		
2. Признаки делимости (1 час)								
4	Признаки делимости на 11, 19	0,5	0,5		Самостоятельное проведение доказательства	Промежуточный контроль.		
3. Задачи на проценты и части (3 часа)								
5	Решение задач методом «с конца»	0,5	0,5		Проблемное изложение	Фронтальный контроль.		
6	Решение задач на проценты	0,5	0,5		Просмотр презентации по теме: «Проценты в нашей жизни»	Работа по образцу. Самостоятельная работа в группах.		
7	Решение задач на все действия с дробями	0,5	0,5		Математическая регата	Итоговый контроль.		
4. Логические задачи (5 часов)								
8	Логические предметные ряды	0,5	0,5		Поиск и проверка закономерностей,	Устный контроль.		

						Работа по карточкам.		
9	Логические таблицы	0,5	0,5		Исследование в группах	Тематический контроль.		
10	Задачи на сравнение	0,5	0,5		Проведение аналогий, выводы, обобщения	Работа в парах.		
11-12	Задачи на взвешивание, переливание, перекладывания	1	1		Математическая регата	Самостоятельная работа с взаимопроверкой.		
5. Геометрические построения (10 часов)								
13-14	Построение фигур одним росчерком карандаша	0,5	1,5		Микроисследование в группах	Работа в парах.		
15-16	Танграмы	0,5	1,5		Составление танграмов	Уровневая групповая работа.		
17	Подсчет фигур	0,5	0,5		Работа по готовым чертежам	Текущий контроль.		

18-19	Геометрические задачи на «разрезание»	0,5	1,5		Выполнение письменно-графических работ	Самостоятельная практическая работа.		
20	Геометрические сравнения	0,5	0,5		Работа по схемам, таблицам	Разноуровневая групповая работа.		
21-22	Построения с помощью циркуля и линейки	1	1		Командная микроолимпиада	Итоговый контроль.		
6. Принцип Дирихле (2 часа)								
23	Понятие о принципе	0,5	0,5		Лекция, составления плана-конспекта	Фронтальный контроль.		
24	Решение простейших задач	0,5	0,5		Обучение элементам исследования через решение задач	Промежуточный контроль. Работа в группах.		
7. Числовые головоломки (3 часа)								
25	Городок величин	0,5	0,5		Беседа. Просмотр презентации: «Числовые ребусы»	Устный счет.		

26	Математические ребусы	0,5	0,5		Лекция с последующим составлением алгоритма решений математических ребусов	Работа по готовым чертежам и рисункам.		
27	Математические софизмы	0,5	0,5		Проведение доказательств математических софизмов	Работа в группах с взаимопроверкой.		
8. Комбинаторные задачи (4 часа)								
28-29	Введение в комбинаторику. Перестановки	1	1		Лекция, беседа	Проверочная работа.		
30-31	Размещения и сочетания	1	1		Обучение «через задачи»	Тест (взаимопроверка).		
9. Элементы теории вероятностей (3 часа)								
32	Основные понятия теории вероятностей	0,5	0,5		Беседа с иллюстрациями	Обучающая самостоятельная работа.		

33-34	Операции над событиями	0,5	1,5		Поиск подхода к решению задач			
Итого:		**15**	**19**					

Требования к уровню подготовки учащихся

После изучения данного курса учащиеся должны ***знать:***

- классификацию занимательных задач и игр; способы их решения;
- алгоритм построения и решения математических ребусов и софизмов;
- признаки делимости на 11, 19;
- понятие процента, части числа;
- классификацию логических задач и различные способы их решения;
- основные понятия и правила комбинаторики;
- основные элементы теории вероятностей;
- метод доказательства «от противного»;
- основные геометрические фигуры и их свойства, применение свойств.

Должны уметь:

- решать нестандартные задачи;
- составлять простейшие математические ребусы и софизмы;
- производить вычисления с помощью признаков, не выполняя действия деления;

- решать задачи повышенной сложности на нахождение процентов и дробей от числа, научиться находить часть и проценты от числа;
- решать задачи с помощью таблиц, задачи на переливание, взвешивание;
- выполнять операции над числами с использованием правил, решать несложные комбинаторные задачи;
- классифицировать операции над событиями;
- использовать свойства делимости, устанавливать соответствие между элементами двух множеств;
- выполнять геометрические построения с помощью чертежных инструментов.

Планируемые результаты

Результатом работы факультатива является сформированность умений учащихся находить несколько вариантов решения задачи. Находить для себя новые способы не только при решении математических задач и головоломок, но и любых жизненных ситуаций.

В ходе занятий вырастет уровень умений рассуждать, обобщать и делать выводы. Дети научатся использовать при решении той или иной задачи чертежи, микрокалькулятор, компьютер, карандаш, бумагу и ножницы и т.д.

Разовьется их творческое воображение, повысится интерес к науке математике, как царице наук.

После изучения данного факультативного курса школьники с желанием участвуют в различных интеллектуальных конкурсах и олимпиадах и, как правило, побеждают, а значит, интерес к предмету не угасает.

Задачи курса могут быть решены при следующем **содержании и направлениях** деятельности:

- учебные занятия в классе (работа с научной и справочной литературой, решение задач занимательного характера, выполнение творческих заданий, выступления перед группой, наблюдение, экспериментирование, конструирование);
- творческие отчеты (интеллектуальные игры, математические конкурсы, выставки творческих работ, участие в неделях математики).

Формы контроля и система оценивания.

Формы контроля, используемые на занятиях факультатива:

1. ***Индивидуальный контроль*** – каждый ученик получает свое задание, которое он должен выполнить без посторонней помощи. Такая форма контроля целесообразна в случае, если требуется выяснить индивидуальные знания, способности и возможности отдельных учащихся;
2. ***Групповой контроль*** – при проведении такого контроля состав учащихся делится на несколько групп (от 2 до 4 учащихся) и каждой группе дается проверочное задание. В зависимости от цели контроля группам предлагаются одинаковые или разные задания. Иногда групповой контроль проводится в виде уплотненного опроса;
3. ***Фронтальный контроль*** – задания предлагаются всем учащимся. В процессе этого контроля изучается правильность восприятия и понимания учебного материала, вскрываются слабые стороны в знаниях учащихся, обнаруживаются недочеты, пробелы, ошибки в работах и ответах учащихся, что позволяет вовремя наметить меры по их преодолению и устранению;

4. ***Взаимный контроль*** – взаимопроверка знаний значительно активизирует деятельность учащихся, повышает интерес к знаниям и даже нравится им. В ходе взаимного контроля раскрываются индивидуальные особенности детей, их взаимоотношения с товарищами;
5. ***Самоконтроль*** – ученики участвуют в управлении своей собственной учебной деятельностью. Это порождает у них удовлетворенность своими занятиями, своей работой, позволяет им поверить в себя, в свои познавательные способности, открывает простор для творческой инициативы и самостоятельности.

Также важно знание учителем уровня владения его учениками теорией и навыками ее применения для своевременной коррекции учебного процесса (изменить темп и стиль проведения занятия, вернуться к ранее изученному материалу и повторить его, внести изменения в ранее данное индивидуализированное задание ученику или группе учащихся. Поэтому в программу включены следующие **виды контроля:**

1) текущий – выполнение творческих работ, защита докладов;
2) вводный – проверка уровня усвоения изучаемого материала;
3) итоговый – проведение командной микроолимпиады.

Результаты деятельности учащихся на занятиях факультативного курса не оцениваются традиционным образом, так как отсутствие «наказания» в виде оценок позволяет ребенку чувствовать себя свободнее, чем на традиционных уроках, формирует умение высказывать гипотезы, опровергать или доказывать их, искать ошибки и неточности в рассуждениях, и, тем не менее, чтобы отследить динамику усвоения учениками теоретического материала, обеспечить мотивацию регулярных занятий, предоставление ему объективной информации об уровне его знаний и умений используются нестандартные **способы оценивания:**

- интонация, жест, мимика;
- разнообразие изучаемого материала;
- безотметочная отметка в «кредит», похвала;
- проверка уровня усвоения материала путем диагнострования и тестирования;
- самооценка.