ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

(Н И У « Б е л Г У »)

ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ

ЭЛЕКТИВНЫЕ КУРСЫ ПО МАТЕМАТИКЕ В СТАРШИХ КЛАССАХ КАК СРЕДСТВО РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

Выпускная квалификационная работа
обучающегося по направлению подготовки
44.04.01 Педагогическое образование,
Магистерская программа Математическое образование
очной формы обучения,
группы 02041610
Хит Яны Константиновны

Научный руководитель
к.ф.м.н.,
Витохина Н.Н.

Рецензент
Почетный работник
Общего образования РФ
Пуценко Н.П.

БЕЛГОРОД 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Программа по математике, базирующаяся на основе концепции профильного обучения на старшей ступени общего образования, предполагает обеспечение функциональной грамотности, а также социальную адаптацию обучающихся, то есть формирование социально грамотной и мобильной личности, ясно представляющей свои потенциальные возможности.

Получение более высоких результатов обучения возможно при профилизации обучения и, как следствие этого, введения элективных курсов по математике. Переход к профильному обучению в старшей школе позволяет:

- Построение персональных образовательной траектории обучения, использование дифференцированного подхода в обучении;
- Более глубокое изучение некоторых учебных предметов согласно выбранному профилю;
- Сделать образовательную среду доступной различным категориям обучающихся, расширяя возможности их социализации;
- Обеспечивать преемственность между разными ступенями образования, тем самым укрепляя межпредметные связи [1].

Одним из главных положений организации школьного математического образования является разделение обучения в старших классах на базовое и профильное. Такой подход оставляет обучающемуся выбор профильных и элективных учебных предметов, которые в совокупности составят его индивидуальную траекторию обучения и развития.

В концепции профильного обучения на старшей ступени общего образования отмечается, что профильное обучения ставит учащегося перед выбором направления профиля собственного обучения.

Элективные курсы – курсы, входящие в состав профиля, способствующие углублению индивидуализации профильного обучения.

Таким образом, при введении профильного обучения в старшей школе обучающемуся предлагается сделать выбор двух уровней: выбрать профиль, а также набор предметов, уровень их изучения, а затем – элективные курсы, предлагаемые школой [2].

Работы по методике проведения факультативных занятий по математике велись: [3], [14], [28], [30] и др.; методика создания элективных курсов подробно описаны в работах [9], [18], [23], [32] и др.

Сейчас одно из ведущих направлений образования – компетентностный подход в обучении ([9], [14], [33], [37] и др). Он позволяет повысить уровень качества образования, которое представляет собой систему ключевых компетентностей.

В настоящее время объем знаний, необходимый обучающемуся для полного усвоения школьной программы, все больше увеличивается, тогда как количество учебных часов, отводимых для занятий, остается на прежнем уровне.

Таким образом, выпускник, в условиях современного информационного общества, должен быть творческим, самостоятельным, ответственным, коммуникабельным человеком. Ему должна быть присуща потребность к познанию нового, умение находить и отбирать нужную информацию.

Деятельность учителя, безусловно, меняется при использовании компетентностного подхода. Приоритетным направлением деятельности теперь являются: мотивация учащихся на проявление инициативы, самостоятельности, организация самостоятельной, творческой деятельности, при которой охват учащихся будет максимальным, и в тоже время каждый сможет показать уровень развития компетенций и реализовать свои интеллектуальные способности, интересы, приложить усилия в обучении при достижении поставленных целей, а также принимать ответственность за полученный результат.

Проблема исследования: разрешение противоречий между возможностями элективного курса для учащихся старших классов в развитии образовательных компетенций и недостаточном использовании этих возможностей.

Целью исследования является выявление уровня развития образовательных компетенций с помощью элективного курса по математике.

Объект исследования – процесс обучения математике в старших классах школы.

Предметом исследования служит процесс изучения уровня развития образовательных компетенций в результате введения в учебный план 11 класса элективного курса «Уравнения и неравенства с параметрами».

Задачи исследования:

1. Определить психолого-педагогические и методические особенности проведения элективных курсов по математике в старших классах.
2. Исследовать понятия «компетенция/компетентность», а также методы и приемы развития их в предлагаемом элективном курсе.
3. Провести эксперимент с целью выявления уровня сформированности компетенций при изучении элективного курса «Уравнения и неравенства с параметрами».

Теоретико-методологическая основа исследования опыт в области профильной дифференциации обучения математике ([3], [6], [22] и др.); исследования методики факультативных и элективных курсов по математике ([3], [7], [13] и др.).

Методы исследования:

1. Изучение литературы по методике математики и математического образования.

2. Анализ психолого-педагогической, учебно-методической и специальной литературы по теме исследования.

3. Изучение и обобщение опыта работы учителей по методике проведения математических факультативов и элективов.

4. Методика Вербицкого оценивания уровня развития образовательных компетенций учащихся.

Научная новизна исследования в выявлении особенностей и возможностей элективного курса «Уравнения и неравенства с параметрами».

База исследования: МБОУ СОШ №19 г. Белгорода им. В.Казанцева

Работа состоит из введения, трех глав, заключения, библиографического списка и приложений.

ГЛАВА 1. СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРОФИЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

1.1 Профильное обучение в среднем общем образовании в РФ

Как отмечено в работе [9] профильное обучение является средством дифференциации и индивидуализации обучения. Оно позволяет организовать обучение в старшей школе так, чтобы наиболее полно учитывались интересы обучающихся. Профильное образование предполагает структурные изменения в организации учебного процесса.

Проблемам профильного обучения в современной школе посвящены работы [1],[2], [4]-[6], [8], [22], [27] и многие другие

Внедрение профильного преподавания является одним из средств осуществления нынешних условий стандарта образования, и как следствие предполагает включение в образовательный процесс элективных курсов. Переход на профильное обучение математике в старших классах дает возможность:

- обеспечения углубленного изучения отдельных предметов на старшей ступени образования;

- использовать дифференцированный подход в обучения старшеклассников, имеющих более развитые способности, а так же построения обучающимися индивидуальных образовательных программ;

- содействовать установлению одинакового доступа к всестороннему образованию различным категориям обучающихся с учетом их возможностей, предрасположенностей, и потребностей;

- расширить социализацию обучающихся, обеспечить связь между уровнями образования, эффективная подготовка выпускников школы к требованиям высшего образования.

В организации профильного обучения в школе важным считается определение профилей (структуры, направлений, организации обучения). Так же нужно принимать во внимание личные интересы, возможности, предрасположенности старшеклассников (это ведет к созданию огромного количества всевозможных профилей), ряд моментов, сдерживающих процессы во многом стихийной дифференциации образования: введение единого государственного экзамена, утверждение стандарта общего образования, стабилизации федерального списка учебников, обеспечение надлежащими педагогическими кадрами и др.

Осуществление профильного изучения вероятно лишь только при условии уменьшения учебного материала непрофильных предметов, изучаемых с целью окончания общеобразовательной подготовки обучающихся.

Модель общеобразовательной школы с профильным обучением на старшей ступени предусматривает возможность разнообразных вариантов учебных курсов, обеспечивающих гибкую систему профильного обучения. Эта система должна включать в себя следующие типы учебных курсов: базовые общеобразовательные, профильные и элективные [2].

Базовые общеобразовательные предметы являются обязательными для всех учащихся во всех профилях обучения. Предлагается следующий набор обязательных общеобразовательных предметов: математика, история, русский и иностранные языки, физическая культура; интегрированные курсы обществоведения (для естественно-математического, технологического и иных возможных профилей), естествознания (для гуманитарного, социально-экономического и иных возможных профилей).

Профильные общеобразовательные предметы - предметы повышенного уровня, определяющие направленность каждого конкретного профиля обучения. Например, физика, химия, биология - профильные предметы в естественно-научном профиле; литература, русский и иностранные языки - в гуманитарном профиле; история, право, экономика и др. - в социальноэкономическом профиле и т.д. Профильные учебные предметы являются обязательными для учащихся, выбравших данный профиль обучения.

Содержание указанных двух типов учебных предметов составляет федеральный компонент государственного стандарта общего образования.

Достижение выпускниками уровня требований государственного образовательного стандарта по базовым общеобразовательным и профильным предметам обуславливается итогами единого государственного экзамена.

Предлагаемая концепция не ограничивает общеобразовательное учреждение в организации какого-либо профиля изучения предметов (или нескольких профилей одновременно), а обучающегося в подборе разных наборов общеобразовательных, профильных предметов и элективных курсов, что в результате и составит его индивидуальный план образования. Выше сказанное затребует применения нестандартных форм преподавания, формирования новых модификаций общего образования.

По базовым общеобразовательным и основным профильным курсам проводится итоговая государственная аттестация в форме ЕГЭ.

Элективные курсы – обязательные для посещения курсы по выбору учащихся, входящие в состав профиля обучения на старшей ступени школы.

Элективные курсы реализуются за счёт школьного компонента учебного плана и выполняют две функции.

Одни из них могут «поддерживать» изучение основных профильных курсов на заданном профильным стандартом уровне. Например, элективный курс «Комбинаторика и теория вероятностей» поддерживает изучение профильного курса экономики.

Другие элективные курсы служат для внутрипрофильной специализации обучения и для построения индивидуальных образовательных траекторий. Например, курс «Информационный бизнес» в социально-гуманитарном профиле. Число элективных курсов, предлагаемых в составе профиля, должно быть избыточно по сравнению с числом курсов, которые обязан выбрать учащийся. По элективным курсам ЕГЭ не проводится [15].

1.2 Элективные курсы в профильном обучении

Выделяют следующие **виды** элективных курсов:

1. *Пробные.* Они сравнимы с факультативными курсами, программы которых ориентированы на знакомство с научными и практическими видами деятельности человека. При их подготовке обычно используется научно-популярная литература, пособия для профессиональной школы и т. д.

2. *Ориентационные.* В качестве примера можно привести элективный курс «Задачи на проценты» для экономического профиля. Для их подготовки можно использовать научно-популярную литературу, пособия для профессиональной школы, дополнительные главы к школьным учебникам, пособия для подготовки в вуз и т. д.

3. *Общекультурные.* Например, элективные курсы «Золотое сечение», «Кривые в архитектуре», «Перспектива в живописи» и т. п. Они могут преподаваться для школьников любого профиля.

4. *Углубляющие.* Такие курсы призваны углубить знания школьников по соответствующим разделам базового курса, а также изучить дополнительный материал. Для их подготовки можно использовать темы и задания к факультативным курсам, дополнительные главы к школьным учебникам, пособия для подготовки к поступлению в вуз и т. д.

Упор в изучении элективных курсов ставится на углубленное и расширенное изучение материала по базисным предметам. Эти курсы можно подразделить на:

– имеющие повышенный уровень, нацеленные на углубление знаний по какому-либо предмету, согласовано с его программой как по теме, так и по времени преподавания;

– элективные спецкурсы, реализующие углубленное изучение некоторых разделы главного курса, входящие в обязательную программу предмета. Эта тема исследуется более глубоко, чем на предыдущем уровне;

– элективные спецкурсы, направленные на углубленное изучение некоторых разделов основного курса, не входящих в обязательную программу изучаемого предмета;

– прикладные элективные курсы – знакомство обучающихся со способами использования знаний на практике, так чтобы они проявляли заинтересованность к развитию техники и производству;

– элективные курсы, приуроченные к исследованию природы;

– элективные курсы, приуроченные к истории предмета;

– элективные курсы, направленные на исследование способов решения задач (математических, физических, химических, биологических и т. д.), составлению и решению задач на базе физического, химического, биологического эксперимента.

Некоторые элективные курсы должны носить и межпредметный характер, цель коих – познания о природе и обществе. Иногда они могут проводиться в основной школе с целью ознакомления, оказывая при этом помощь обучающимся в выборе профиля обучения на следующей ступени образования. В профильной школе эти курсы могут преподаваться как для классов гуманитарного и социально-экономического профилей, так и для классов естественнонаучного профиля.

От того, как будет организована активность обучающихся на уроках, как и какого содержания будет материал, подобранный учителем, будет зависеть выбор профиля на следующей ступени образования.

Данная классификация предпрофильных элективных курсов считается условной, но имеется подразделение на общеориентационные, предметно-ориентационные и межпредметные элективные курсы.

Общеориентационные элективные курсы – знакомство обучающегося с профилями имеющимися в образовательном учреждении; содействие в выборе профиля изучения предметов с учетом своих возможностей, способностей.

Предметно-ориентационные элективные курсы ориентированы на предпрофильную подготовку по конкретному учебному предмету. Обычно такие курсы изучаются в основной школе, чтобы школьник заинтересовался данным предметом и, как следствие, выбрал его в дальнейшем как профилирующий предмет.

Межпредметные элективные курсы в системе предпрофильной подготовки призваны показать взаимосвязанность с другими профильными предметами в обучении по определенному профилю [23].

А предпрофильный элективный курс уже в определенной степени подготавливает школьника к поступлению в профильный класс, при этом не копируя базу основной школы.

Для реализации предпрофильного элективного курса нужно учитывать общие требования, предъявляемые к таким курсам. К ним прежде всего относятся:

1) доступность;

2) вариативность;

3) краткосрочность;

4) своеобразие содержания;

5) оригинальность;

6) деятельностный подход в организации.

К предпрофильным элективным курсам по математике имеется еще ряд требований:

7) развитие интереса школьников к математике;

8) подготовка обучающихся к восприятию и исследованию математики на профильном уровне;

9) развитие практических умений учащихся по математике [23].

Условия преподавания элективных курсов, приводят к другой организации как учебной, так и самостоятельной работы. Мало ограничиваться только классическими домашними заданиями, появляется необходимость применения иных, более эффективных способов работы.

Например, интенсивное использование метода проектов, как коллективных, так и индивидуальных. Педагогу необходимо большое внимание уделить тьюторству, консультированию, а также контролю за выполнением проектных заданий. Для развития коммуникативной компетенции необходимо, дабы защита проектов носила публичный характер, например, во время школьных мероприятий.

Долю теоретического материала нужно перенести на самостоятельное изучение, таким образом, будут развиваться учебно-познавательные, информационные и личностные компетенции. К примеру, поручить нескольким учащимся сделать доклады по определенной тематике и выступить с ними. При этом необходимо провести большую предварительную работу, потому что доклад должен быть основательно подготовлен и проработан, чтобы на одном из занятий учащийся сумел выступить со своим сообщением, заменяя при этом педагога, а после обсудить доклад со всеми учениками класса.

Таким образом, выпускник, в условиях современного информационного общества, должен быть творческим, самостоятельным, ответственным, коммуникабельным человеком. Ему должна быть присуща потребность к познанию нового, умение находить и отбирать нужную информацию.

Предлагаемая система не ограничивает средние учебные заведения в организации того или же другого профиля изучения предмета (или нескольких профилей одновременно), а подростка в выборе всевозможных наборов элективных курсов, которые в потом и составят его персональную образовательную программу. В большинстве случаях это востребует реализации нестандартных форм изучения материала.

Элективные курсы могут быть для школы в целом, для отдельных классов в ней, для группы обучающихся.

Бесспорно, профильное обучение имеет множество проблем, решение которых в настоящее время затруднено [26]:

1) сопровождение профильного курса (выпуск учебной литературы и т.д.);

2) каким образом будет организована профилизация в сельской местности;

3) повышение квалификации учителей:

- изучение нормативных документов;
- вариации моделей профильного обучения;
- проработка методики преподавания элективных курсов (программ, содержания обучения и т.д.);
- освоение педагогами новаторского опыта работы (исследовательских методов, метода проектов, методов проведения семинарских занятий, методов коллективного сотрудничества, модульной технологии, проблемного обучения).

4) итоговая аттестация при завершении курса основной школы;

5) финансовые вопросы, связанные с введением профильного обучения.

6) неустойчивость выбора школьников.

Таким образом, структура профильной школы представляет из себя совокупность таких курсов, как: базовые общеобразовательные, профильные и элективные. Так же профильное обучение сталкивается с рядом проблем, так как требуется переподготовка учителей, накопление методического опыта и др.

Элективные курсы многообразны по своему содержанию, функциям, преследуемым целям и задачам.

В большинстве своем элективные курсы выполняют несколько ведущих функций: первая – они дополняют, «надстраивают» содержание профильного курса; вторая – некоторые курсы могут продолжаться и в профильном изучении, если, к примеру, они изучались на минимальном общеобразовательном уровне; третья – элективы могут выходить за границы избранного профиля обучения, что способствуют повышению и развитию познавательного интереса некоторых обучающихся [23].

Изучение элективов в курсе основной школы преследует следующие цели [19], [24]:

- Подбор и дополнение содержания основного курса математики, то есть углубленное изучение, что подразумевает осуществление преемственности в дальнейшем;
- Развитие интеллектуальных качеств обучающегося.

Таким образом, элективные курсы в предпрофильной подготовке также способствуют внутрипрофильной специализации обучения, что поможет при выборе профиля при переходе на следующую ступень образования.

Необходимо также указать задачи, которые решают элективные курсы, указанные выше:

- Создание условий и оказание помощи в выборе не только профиля дальнейшего изучения, но и будущей профессиональной деятельности;
- Выявление взаимосвязи между предметам выбранного профиля, оказание поддержки при более углубленном изучении выбранного предмета;
- Способствовать развитию познавательного интереса, приобщение к самостоятельной деятельности;
- Ознакомление с дополнительными главами учебного материала, историческими очерками, трудами ученых и т.д.

Таким образом, элективные курсы содействуют всестороннему развитию личности школьника, учитывая при этом его индивидуальные особенности, способности, потребности, желания; подготавливают к самостоятельному принятию решения относительно решенных задач; осуществляют подготовку к итоговой аттестации и оказывают помощь в выборе последующего высшего образования и профессиональной деятельности. Педагог при этом оказывает тьюторскую поддержку в выбранном направлении, тщательно осуществляет отбор содержания, продумывает формы и методы организации учебной деятельности.

В данном исследовании внимание уделяется математическим элективным курсам, так как роль математики в старшей школе является определяющей для многих обучающихся, планирующих выбор профессии, требующей хорошей математической подготовки.

Программа по математике для средних учебных заведений, работающие по нормативным актам, подразумевает развитие у подростков представлений о математике как части культуры, конкретном способе познания мира. современные требования предполагают более тщательную разработку методики преподавания курса математики в виду малого количества часов для занятий, так как возрастают и требования к уровню знаний выпускника. Некоторые элективные математические курсы призваны способствовать углубленной математической подготовке обучающихся [2].

ГЛАВА 2. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ

2.1. Определение понятий «компетенция / компетентность»

Значительная часть ученых [10], [11], [30], [33] при определении понятия «компетенция» имеют в виду систему обобщенных методов действий, обеспечивающие более эффективную работу при умении человека применить свои знания в практической деятельности.

Сначала данное понятие стали употреблять с США в бизнес-сфере в 70-х годах минувшего века, так как имелись проблемы в определении качеств работников при приеме на работу (позже качества стали именовать компетенциями). в ходе многолетней работы, проделанной в различных организациях, был составление словарь компетенций.

В июне 1999 года была подписана Болонская декларация (позже Болонский процесс) о создании единого Европейского пространства высшего образования с целью сближения систем образования стран Европы. Россия подписала эту декларацию в 2003 году и на основании нее и разработанной Концепции модернизации в настоящее время российское образование обновляется. В данной концепции одним из обновлений является компетентностный подход.

В основе данного подхода лежат понятия, описанные выше, но, в следствии существования многообразия подходов к их определению, возникают проблемы и с пониманием самого подхода.

Исследователи этой области или разделают эти понятия или же отождествляют их ([12], [19]). Детально этот вопрос рассматривался И.А. Зимней [10], которая выделяет подход, базирующийся на компетенции и ориентирующийся на развитие личностных качеств, соотносимый с гумманистическими ценностями, выделяет эффективную практическую составляющую. В толковом словаре Д.Н. Ушакова термин «компетентность» трактуется как «осведомленность, авторитетность», умение в чем-либо, а «компетенция» - «1) круг вопросов, явлений, в которых данное лицо обладает авторитетностью, познанием, опытом; 2) круг полномочий, область подлежащих чьему-нибудь ведению вопросов, явлений (право)» [31]. Более точное определение рассматривает А.В. Хуторской: «Компетенция включает совокупность взаимосвязанных качеств личности (знаний, умений, навыков, способов деятельности), задаваемых по отношению к определенному кругу предметов и процессов, и необходимых для качественной продуктивной деятельности по отношению к ним; компетентность – владение, обладание человеком соответствующей компетенцией, включающей его личностное отношение к ней и предмету деятельности» [34]. Таким образом, быть компетентным и обладать компетентностью – значит обладать определенными навыками, способами действий, иметь опыт практической деятельности в какой-либо сфере жизни.

2.2. Содержание ключевых компетенций

Современное образование практико-ориентировано, поэтому итогом работы образовательного учреждения должна стать не система знаний, умений и навыков как таковая, а системой ключевых компетенций.

Схематически образование компетенций в системе знаний, умений и навыков показано на рис. 1 [7].

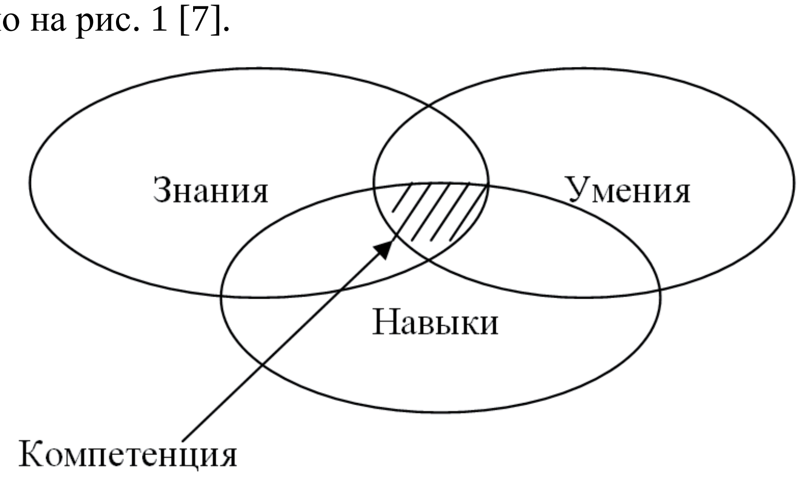


Рис. 1

Отсюда следует, что чем больше пересечение (заштрихованный участок), тем больше происходит расширение компетенций, что в конечном итоге и показывает степень компетентности обучающегося.

Под ***ключевыми компетентностями*** понимается способность учащихся самостоятельно действовать в новой для них ситуации при решении определенных задач.

Хуторской А.В. [34] выделил несколько видов ключевых образовательных компетенций:

- ценностно-смысловая компетенция,

-общекультурная компетенция,

-учебно-познавательная компетенция,

-информационная компетенция, -коммуникативная компетенция,

-социально-трудовая компетенция,

- компетенция личностного самосовершенствования.

1. Ценностно-смысловая – видение и понимание окружающего мира, ориентирование в нем, осознание своей роли и предназначения, выбор целевых и смысловых установок для своих действий и поступков, принятие решения. Данный вид компетенции развивается при решении на уроках нестандартных, занимательных задач, при проблемном способе изучения нового материала, а также при исследовательской работе на основе изученного материала.

2. Общекультурная – осведомленность учащегося в особенностях национальной и общечеловеческой культуры, различных народов и стран мира.

3. Учебно-познавательная – самостоятельная познавательная деятельность, направленная на развитие целеполагания, умение планировать, анализировать учебно-познавательную деятельность, умение отличать факты от домыслов, владение измерительными навыками, использование вероятностных, статистических и иных методов познания.

4. Информационная – способность учащегося самостоятельно работать с информацией из различных источников, вести поиск, анализ и отбор необходимой информации, организовывать, преобразовывать, сохранять и передавать ее.

5. Коммуникативная – способность учащегося к речевому общению, умению слушать. Обучающийся должен уметь представить себя, написать письмо, анкету, заявление, задать вопрос, вести дискуссию и т. д, чаще всего разбор ситуаций происходит на уроке.

6. Социально-трудовая – овладение знаниями и опытом в гражданско-общественной деятельности (выполнение роли гражданина, наблюдателя, избирателя, представителя), в социально-трудовой сфере (права потребителя, покупателя, клиента, производителя), в области семейных отношений и обязанностей, в вопросах экономики и права, в профессиональном самоопределении.

7. Личностная – самосовершенствование, саморегуляция, самоконтроль.

Образовательная компетенция - это система взаимосвязанных смысловых ориентаций, познаний, умений, способностей и эффективного практического их применения обучающимися в процессе свой деятельности.

Термины «компетенции» от «образовательных компетенций» нужно уметь отличать. Именно в процессе образования у обучающегося развиваются такие компетенции, которые не только помогут ему в будущем, но и жить в настоящее время.

Эти компетенции отражают деятельностный подход в образовании и призваны осуществить всесторонний охват его целей.

В итоге, ключевые образовательные компетенции уточняются на конкретном уровне образовательной области учебных предметов для каждой ступени обучения.

Следует определить необходимое и достаточное число связанных между собой реальных изучаемых объектов, формируемых при этом знаний, умений, навыков и способов деятельности.

Выделяют среди компетенций и предметные компетенции – это не только специфические способы деятельности, обеспечивающие эффективное выполнение некоторого действия в указанной предметной области, но и объединяющие особенные узконаправленные предметные знания, умения, навыки, способности.

Примером является математическая компетенция – это способность структурировать данные (ситуацию), вычленять математические отношения, создавать математическую модель ситуации, анализировать и преобразовывать ее, интерпретировать полученные результаты, то есть применение математики для решения возникающих в повседневной жизни проблем [2].

В стандартах среднего (полного) общего образования (базовый и профильный уровни) сформулированы следующие требования к уровню подготовки выпускников, которые принято использовать для характеристики уровня математической компетентности: «Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;
- построения и исследования простейших математических моделей;
- описания и исследования с помощью функций реальных зависимостей, представления их графически;
- интерпретации графиков реальных процессов;

- решения геометрических, физических, экономических и других прикладных задач, в том числе задач на наибольшие и наименьшие значения с применением аппарата математического анализа;
- анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков, анализа информации статистического характера;
- исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур; вычисления длин, площадей и объемов реальных объектов при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства».

Изучение возникающих ежедневно ситуаций, целью разрешения которых требуются познания и умения, которые развиваются при обучении математике, указывает, о необходимости их совершенствования:

- умение проводить вычисления, включая округление и оценку (прикидку) результатов действий использовать для подсчетов известные формулы;
- умение извлечь и проинтерпретировать информацию, представленную в различной форме (таблиц, диаграмм, графиков, схем и др.);
- умение применять знание элементов статистики и вероятности для характеристики несложных реальных явлений и процессов;
- умение вычислять длины, площади и объемы реальных объектов при решении практических задач.

При оценке компетентности обучающихся на международном уровне реализуются два вида задач - чисто математические и *контекстные* (практико-ориентированные).

Контекстные задачи – это задачи, при решении которых необходимо воспользоваться знаниями из математики или других предметов, или жизненным опытом, на которые нет явного указания в условии. В таких задачах оно представлено в различной форме (картинка, рисунок, таблица, ситуация или проблема). Например, масло, находящееся в сосуде цилиндрической формы на уровне 14 см, перелили в сосуд в 2 раза большего диаметра такой же формы. На какой высоте будет находиться уровень масло во 2 сосуде?

При решении таких задач развивается пространственное воображение для составления математической модели, повышается познавательный, профессиональный потенциал и мотивация.

Высокий результат решения таких задач будет только при условии использования таких задач в образовательном процессе.

Уровни математической компетентности [34], [35]

Принято три уровня математической компетентности: уровень воспроизведения, уровень установления связей, уровень рассуждений.

Первый уровень (воспроизведение) – простое применение накопленных знаний, умений и навыков, стандартных способов и действий, использование общепринятых алгоритмов, работа со знакомыми формулами, операциями, свойствами математических объектов, выполнение вычислений.

Второй уровень (установка связей) – творческий подход при выполнении упражнений, некоторые из которых не являются типовыми и могут немного выйти за границы известного, но обучающийся уже знаком с ними и методами их решения. Содержание задания подсказывает, не только какой раздел и материал предмета необходимо использовать, но и какими методами и приемами стоит воспользоваться для успешного выполнения упражнения. В таких задачах требуется более точное аргументирование решения, моделирование с разъяснением различных результатов при решении, поиск взаимосвязи между данными в условии задания.

Третий уровень (уровень рассуждения и интерпретации результата). Выстраивается также как и 2 уровень. При решении заданий данного уровня необходимо проявить творческие способности, пространственное воображение, рассуждать и аргументировать свой выбор тех или иных математических методов, а также самостоятельное построение математической модели и составление плана действий, поиска причинно-следственных связей.

В едином государственном экзамене последовательно реализуется проверка всех трех уровней математической компетентности школьников.

Таким образом, компетентность не стоит интерпретировать только как сумму предметных знаний, умений и навыков. Это – приобретаемое в результате образования и практического опыта новое качество, сочетающее познания и навыки обучающегося со способностью использовать их в решении вопросов, возникающих в повседневной жизни.

ГЛАВА 3. РАЗВИТИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА ПО МАТЕМАТИКЕ «УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА С ПАРАМЕТРАМИ»

3.1 Программа элективного курса «Уравнения и неравенства с параметрами»

Главный принцип модернизации российского образования – обеспечение более качественного школьного образования. В связи с этим возникла потребность создания и проведения элективного курса «Уравнения и неравенства с параметрами».

Предложенный элективный курс предлагает углубленное изучение отдельных разделов курса математики в старших классах общеобразовательного и профильного профиля обучения.

Курс базируется на ГОС и ФГОС СОО, а так же на примерной образовательной программе по математике, рекомендованной Министерством образования.

Введение такого курса особенно важно потому, что, несмотря на включение заданий такого типа в задания ЕГЭ, в программе на их изучение отводится очень мало часов.

Вместе с главным принципом обучения математике – обеспечением прочного и осмысленного усваивания обучающимися системы математических знаний и умений, этот курс предполагает развитие познавательного интереса к предмету, математических способностей и компетенций, помощь в определении направления профиля дальнейшего образования на следующей ступени образования и профессиональной деятельности.

Для успешной реализации себя в современном информационном обществе особое внимание уделяется формированию математического стиля мышления. В ходе данного курсе у обучающихся развиваются и другие приемы мышления: индукция, дедукция, обобщение и систематизация, анализ и другие.

Задания этого элективного курса направлены на развитие логического мышления и навыков, сформированных в процессе изучения основного курса.

Уравнения и неравенства с параметрами, представленные в данном курсе, занимательны и чаще не так просты в решении, как кажется на первый взгляд, что позволяет самостоятельно и мотивированно организовать свою деятельность.

В целом, содержание элективного курса дает возможность для максимального проявления себя и своих способностей учащимся любого уровня и профиля обучения.

Обучение решению задач из элективного курса предполагает внедрение современных подходов и технологий, позволяющих эффективно и углубленно изучать материал. Курс способствует развитию навыков ведения исследовательской деятельности.

Данный электив расширяет, дополняет базовую программу по математике, не нарушая при этом ее целостности и логики построения.

Курс рассчитан на 34 часа по 1 часу занятий в неделю

Цель курса:

- углубление и обобщение знаний, представлений о способах и приемах решения уравнений и неравенств с параметрами;
- развитие нестандартного мышления у обучающихся.

Задачи курса:

Образовательные:

– развивать у обучающихся умения и навыки по решению задач с параметрами для подготовки к итоговой государственной аттестации в форме ЕГЭ и поступлению в ВУЗ;
– расширить знания по математике, предусматривающие развитие у обучающихся познавательного интереса к предмету; проводить анализ решения, соотносить, определять связь между величинами;
– создать условия для качественной подготовки к профессиональной деятельности, требующей уровня математической подготовки.

Развивающие:

– способствовать развитию математических и творческих способностей; логического мышления
– развитие навыков в исследовательской работе.
– Воспитательные:
– воспитание активности, волевых усилий, внимания и внимательности.

Формы обучения:

– индивидуальная и фронтальная деятельность;
– коллективная (лекции, практикумы по решению задач, практические работы);
– работа учащихся с использованием ИКТ;
– элементы исследовательской работы.

Методы обучения:

– объяснительно-иллюстративный;
– проблемный;
– метод проектов.

Главные принципы отбора содержания:

– научность;

– доступность;
– системность;
– практическая направленность.

Применение современных технологий:

– проблемное обучение;
– личностно-ориентированное обучение;
– обучение с применением опорных схем;
– обучение с применением ИКТ;
– игровое моделирование (дидактические игры, работа в малых группах).

Средства обучения:

– учебники, раздаточный и дидактический материалы;
– наглядные пособия (плакаты, графики, таблицы);
– электронные образовательные ресурсы, ЦОР, ЭОР.

В ходе выполнения заданий элективного курса реализуются основные методические принципы:

– принцип параллельности – следует всегда держать в поле зрения несколько тем, постепенно изучая их материал дальше и двигаясь вперед;
– принцип вариативности – рассматриваются различные способы решения: шаблонность и оригинальность, объем вычислительной и исследовательской работы;
– принцип самоконтроля – регулярный и систематический анализ своих ошибок и неудач;
– принцип регулярности – увлеченные математикой дети с удовольствием дома индивидуально исследуют задачи, т. е. занятия математикой становятся регулярными, а не от случая к случаю на уроках;

– принцип последовательного нарастания сложности - от простого к сложному. Применяется технология модульного обучения. На первом этапе идет изучение нового материала, на втором – рассмотрение теоретических вопросов и задач, которые вызвали наибольшие затруднения - «урок общения», на третьем – закрепление, на четвертом – контроль.

На каждом занятии предусматривается комплексный подход:

1. теоретическая часть (упорядоченные сведения об уравнениях и неравенствах с параметром, способах их решения и обоснование);

2. практическая часть (задачи различных типов, разного уровня сложности, предназначенные для индивидуальной, парной, групповой и коллективной форм работы).

Значительное место отводится самостоятельной математической деятельности учащихся – решению задач, подготовке сообщений, презентаций, организации исследовательской деятельности учащихся.

Особенности: большую роль в обучении должны сыграть современные информационные технологии и информационные системы. Учащимся будут предложены разные формы познавательной и исследовательской деятельности, итогом которых станет образовательный продукт: доклад, реферат, проект, публикация.

Форма итогового контроля:

- итоговое тестирование;
- защита реферата, проекта;
- презентация учебных проектов (индивидуальные, групповые, коллективные);
- создание публикации;
- хорошие результаты на олимпиадах.

Критерии оценки

Работа учащихся оценивается по системе «зачет / незачет».

Требования к уровню подготовки (Результаты обучения)

В результате изучения учащийся

знает:

– понятие параметра;

– что значит решить уравнение с параметром, неравенство с параметром, систему уравнений и неравенств с параметром;

– основные способы и алгоритмы решения различных уравнений, неравенств и систем уравнений и неравенств с параметром (линейных и квадратных);

– решать линейные, квадратные уравнения и неравенства; несложные иррациональные, тригонометрические, показательные и логарифмические уравнения и неравенства с одним параметром при всех значениях параметра.

владеет:

– исследованием ситуаций, в которых результат принимает те или иные количественные или качественные формы, анализом, самоанализом и самоконтролем.

Изучение данного курса дает учащимся возможность:

– повторить и систематизировать ранее изученный материал школьного курса математики;

– освоить основные приемы решения задач;

– овладеть навыками построения и анализа предполагаемого решения поставленной задачи;

– познакомиться и использовать на практике нестандартные методы решения задач;

– повысить уровень своей математической культуры, творческого развития, познавательной активности;

– познакомиться с возможностями использования электронных средств обучения, в том числе Интернет-ресурсов;

Компетенции при изучении курса.

Познавательные:

- умение самостоятельно и мотивированно организовывать свою познавательную деятельность (от постановки цели до получения и оценки результата);
- участие в организации и проведении учебно-исследовательской работы для решения задач творческого и поискового характера.

Информационные:

- поиск нужной информации по заданной теме в источниках различного типа;
- передача содержания информации сжато, полно, выборочно;
- развернутое обоснование суждения, приведение обоснования (доказательства), примеров.

Коммуникативные.

- владение навыками организации и участия в коллективной деятельности; восприятие иных мнений, объективное определение своего вклада в общий результат;
- оценивание своего поведения в группе, выполнение требований в совместной практической деятельности;
- умение отстаивать свою точку зрения.

Содержание программы элективного курса:

Первоначальные сведения – 1 час.

Сообщение цели и значения элективного курса. Определение параметра. Теоретические сведения о задачах с параметрами, классификация. Виды уравнений и неравенств, содержащие параметр. Основные методы и приемы решения задач с параметрами. решение простейших уравнений с параметрами.

Цели:

- познакомить с понятиями параметр, задача с параметром;
- формировать осознанный подход к решению задач с параметром;

– способствовать развитию исследовательской деятельности учащихся.

Раздел 1. Линейные уравнения, неравенства и их системы с параметрами – 8 часов.

Алгоритм решения линейных уравнений с параметром. Решение линейных уравнений с параметром. Решение уравнений, приводимых к линейным. Решение линейно-кусочных уравнений. Решение линейных неравенств с параметром. Решение линейных неравенств с параметрами с помощью графической интерпретации. Классификация систем линейных уравнений по количеству решений (неопределенные, однозначные, несовместные). Решение систем линейных уравнений с параметром. Решение систем линейных неравенств с параметром.

Цели:

– ввести алгоритм решения линейных уравнений и неравенств с параметром;
– формировать умение и навыки решать линейные уравнения, неравенства и их системы с параметром;
– развивать логическое мышление, умение работать в проблемной ситуации; развивать умение сравнивать и обобщать закономерности; развивать навыки самостоятельной работы;
– использовать полученные ранее знания при решении линейных уравнений с дополнительными условиями;
– формировать умение анализировать и проводить аналогию.

Раздел 2. Квадратные уравнения и неравенства, содержащие параметр – 8 часов.

Понятие и методы решения квадратных уравнений с параметрами. Методы решения уравнений, сводящихся к квадратным уравнениям с параметрами. Зависимость, количества корней уравнения от коэффициента а и дискриминанта. Решение с помощью графика. Применение теоремы Виета при решении квадратных уравнений с параметром. Решение квадратных уравнений с параметрами при наличии дополнительных условий к корням уравнения. Задачи, сводящиеся к исследованию расположения корней квадратичной функции. Решение квадратных уравнений с параметром первого типа («для каждого значения параметра найти все решения уравнения»). Решение квадратных уравнений второго типа («найти все значения параметра, при каждом из которых уравнение удовлетворяет заданным условиям»). Решение неравенств методом интервалов. Нахождение заданного количества решений уравнения или неравенства. Решение квадратных неравенств с параметром первого типа. Решение квадратных неравенств с параметром второго типа. Задачи на нахождение наибольших и наименьших значений. Системы уравнений и неравенств.

Цели:

- формировать умение решать квадратные уравнения и неравенства с параметром;
- развивать логическое мышление, умение работать в проблемной ситуации; активизировать познавательную и творческую деятельность;
- формировать умение решать квадратные уравнения с параметром с помощью теоремы Виета.

Раздел 3. Аналитические и геометрические приемы решения задач с параметрами – 8 часов.

Использование графических иллюстраций в задачах с параметрами. Использование ограниченной функции, входящую в левую и правую части уравнений и неравенств. Использование симметрии аналитических выражений. Метод решения относительно параметра. Применение равносильных переходов при решении уравнений и неравенств с параметром.

Цели:

- показать классификацию задач с позиций применения к ним аналитических и геометрических методов исследования;
- формировать умение решать задачи графическим способом;

– ввести понятие симметрии аналитических выражений и показать применение симметрии при решении уравнений с параметром;
– формировать умение решать задачи с использованием равносильных переходов.

Раздел 4. Решение различных видов уравнений и неравенств с параметрами - 5 часов.

Решение тригонометрических уравнений, неравенств с параметром. Область значений тригонометрических функций. Решение показательных и логарифмических уравнений, неравенств с параметром. Решение иррациональных уравнений, неравенств с параметром.

Цели:

– формировать умение использования свойств тригонометрических функций при решении тригонометрических уравнений и неравенств с параметрами;
– развитие умения решать показательные и логарифмические уравнения и неравенства с параметрами, рациональные уравнения;
– обобщить и систематизировать знания учащихся в ходе решения задач различного типа.

Раздел 5. Параметр в заданиях единого государственного экзамена – 3 часа.

Рассмотрение заданий ЕГЭ, включающих Решение уравнений и неравенств с параметром за предыдущие годы. Нетрадиционные задачи с параметром. *Практикум* по решению задач, относящихся к группе «С», входящих в контрольно измерительные материалы ЕГЭ прошлых лет. Анализ методов решения заданий. Использование экстремальных свойств рассматриваемых функций. От общего к частному и обратно.

Цели:

– формировать умение решать уравнения и неравенства с параметрами из контрольно-измерительных материалов ЕГЭ;

– обобщить и систематизировать знания учащихся.

Итоговое занятие. Защита рефератов, проектов, презентаций и творческих работ – 1 час.

Подведение итогов. Проверка самостоятельных и индивидуальных заданий. Выступления учащихся с рефератами по различным вопросам темы, практическому применению задач с параметрами, проблемам организации эффективной деятельности при решении математических задач разных типов и вопросам саморегуляции. Защита творческих работ и демонстрация презентаций

Цели:

- закрепить и комплексно применить знаний, полученные в процессе изучения элективного курса, применения новых информационных технологий;
- укрепить уверенность учащихся в своих силах и успешной работе в коллективе.

Примерные темы рефератов:

1. уравнения с параметром в заданиях ЕГЭ;
2. неравенства с параметром в заданиях ЕГЭ;
3. Решение квадратичных уравнений и неравенств с параметром в заданиях ЕГЭ;
4. уравнения с параметром в заданиях ГИА;
5. неравенства с параметром в заданиях ГИА;
6. Решение квадратичных уравнений и неравенств с параметром в заданиях ГИА;
7. из истории возникновения параметра;
8. исследование и решение систем линейных уравнений;
9. теоремы, связанные с расположением корней квадратного трехчлена;
10. решение более сложных неравенств с параметрами;
11. исследование и решение неравенств II степени с параметрами;

12. исследование неравенств с параметрами с начальным условием;
13. решение задач с параметрами из ЕГЭ.

Темы проектов для исследовательской работы:

1. параметр в системах уравнений;
2. параметр в системах неравенств.

3.2 Методика оценивания уровня развития образовательных компетенций учащихся

В настоящее время развитие и совершенствование личностных характеристик обучающихся играет важную роль. Для этого необходим постоянный контроль знаний и диагностика в ходе обучения учителем.

Подробное описание данной методики предложено в работе [7]. Суть ее – использование оценочного листа, состоящего из двух частей: первая часть – оценка знаний учащегося (теоретическая компетентность), которая заносится в журнал; вторая часть – мнение учителя о личностных качествах обучающегося по критериям.

Ниже приведем эту методику, адаптированную под наше исследование.

Итак, в первой части оценочного листа для пункта «Теоретические знания» можно использовать критерии: «объем» и «качество» усвоенного.

При этом для «объема» можно также выделить три ступени:

1. Недостаточный (менее 50%);
2. Достаточный (50-80%);
3. Вполне достаточный (от 81 до 100%).

Возможно выделение ее одного уровня – «более 100% регламентируемого» - изучение дополнительного материала по предмету.

Оценки для каждой ступени соответственно: «неудовлетворительно», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично»

Качество усвоенного предполагается оценивать баллами от 0 до 5:

- не имеет основных представлений;
- имеет только представления;
- знает только основные положения;
- неуверенный пересказ;
- полный пересказ;
- аргументированное изложение.

Пункт «Решение задач» предусматривает критерии:

1) «количество» – достаточное (более 50%) или недостаточное (менее 50%) количество решенного;

2) «качество» – решает сам, решает после подсказок, решает только после наводящих вопросов учителя;

3) «уровень сложности» – удовлетворительный, повышенный, высокий.

Дополнительные вопросы, в зависимости от их теоретического или практического содержания и значимости для контролируемого объема информации, оцениваются от 0 до 5.

Итоговая оценка (от 2 до 5) в традиционном понимании определяется как средняя всех ее составляющих, либо можно ввести весовой коэффициент разных этапов контроля. Эта оценка выставляется в журнал.

Во второй половине оценочного листа можно выразить свое отношение к личностным характеристикам каждого обучающегося по различным компетенциям.

Группа информационно-методологических компетентностей обучающегося содержит компоненты: самостоятельность мышления, кругозор, творческий подход.

Самостоятельность мышления оценивается в диапазоне от 0 до 5 баллов по проявлению мыслительной активности:

- пассивен (отвечает только после наводящих вопросов);
- активен (выдвигает аргументы, определяет логические связи, формулирует выводы);

– гиперактивен (выдвигает гипотезы, вступает в дискуссию с педагогом, использует нестандартные подходы и т.п.).

Кругозор учащегося (оценки от 0 до 5) предполагает фиксирование уровня энциклопедичности, степени понимания роли и значения учебного материала для профессиональной деятельности, установление связи с другими дисциплинами и жизнью.

Творческий подход (оценки от 0 до 5) определяется по умению обучающегося вычленить проблемы, установить связи и зависимости между различными разделами изучаемого объема учебного материала, наметить пути решения проблемы. Кроме того, здесь могут фиксироваться такие качества мышления, как гибкость, критичность, комбинаторность, конструктивность и др.

Социально-коммуникативная компетентность оценивается по основным компонентам: речь, общение, общая активность.

Общение (на зачете это может быть общение с учителем) также рассматривается с разных позиций. Учащийся понимает вопросы, старается правильно ответить или «не слышит», боится отвечать, плачет, скандалит и т.д.

Общая активность тоже может быть оценена с разных позиций (поведение, характер вопросов и т.д.).

Личностно-валеологическая компетентность содержит основные компоненты: нравственность и внешний вид (оценки от -5 до +5). Нравственность учащегося (очень тонкий параметр) может быть оценена на основании выполнения или нарушения общепринятых требований. Шпаргалки, «выпрашивание» оценок, несанкционированные подсказки, конечно же, не могут оцениваться положительно. Внешний вид будущего специалиста тоже может быть оценен как его уважительное или неуважительное отношение к окружающим, преподавателю, учебному заведению, самому себе.

Оценки второй половины листа будут служить основой не только учителю для индивидуальной работы с учащимися, но и им самим для их самопознания, самоактуализации и самосовершенствования. Предполагается, что такое оценивание качеств личности учащегося должно проводиться на протяжении всех лет его обучения в вузе, что позволит осуществлять мониторинг развития компетентностей будущего специалиста.

Пример диаграммы для оценки или самооценки степени развития различных компетентностей (рис 2).

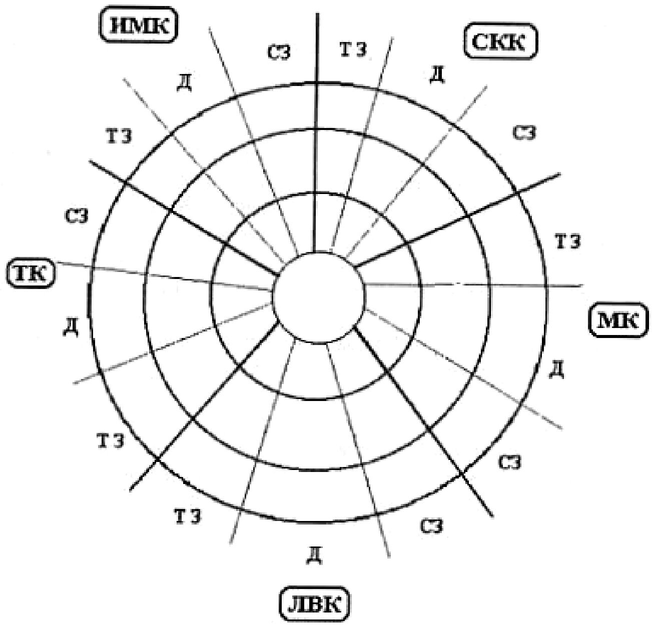


Рис. 2

После того как выставлены баллы, определяется уровень компетенции и наносится на диаграмму (рис. 3).

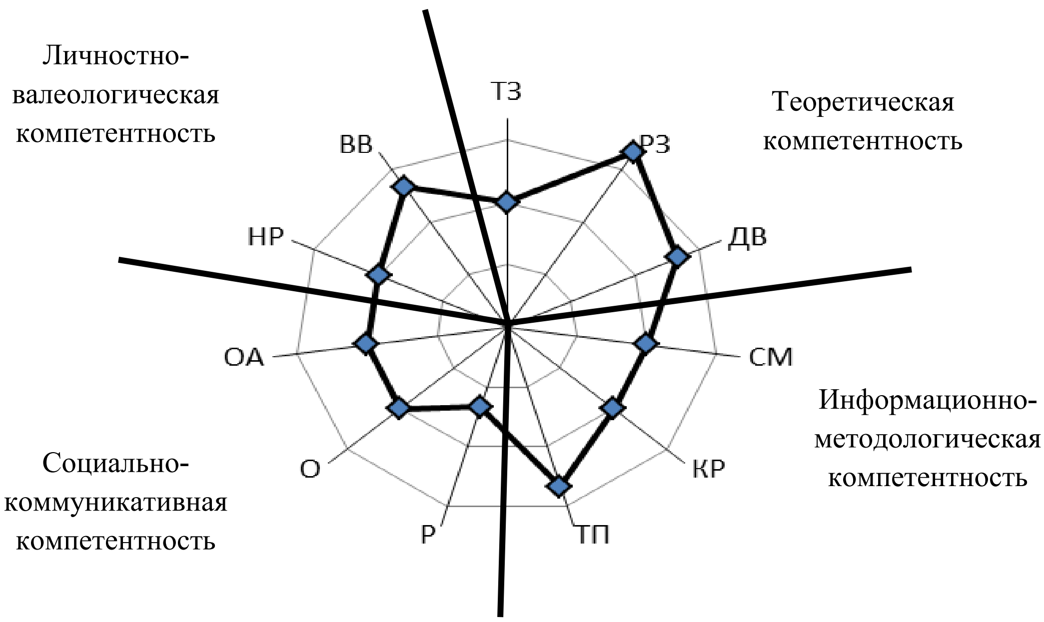


Рис. 3

Здесь отдельные компетенции по группам расположены в соответствующих 4-х секторах.

Каждая компетенция сооветствует вектору:

1. Теоретическая компетентность:
   - ТЗ – теоретические знания;
   - РЗ – Решение задач;
   - ДП – дополнительные вопросы.
2. Информационно-методологическсая компетентность:
   - СМ – самостоятельность решения;
   - КР – кругозор;
   - ТП – творческий подход.
3. Социально-коммуникативная компетентность:
   - Р – речь;
   - О – общение;
   - ОА – общая активность.
4. Личностно-валеологическая компетенность:
   - НР – нравственность;
   - ВВ – внешний вид.

По окончании эксперимента у каждого ученика будет своя лепестковая диаграмма. Построение таких диаграмм учитывает не только индивидуальную направленность обучающегося, но и уровень развития компетентностей. К примеру, рейтинговая система дает лишь усредненное числовое значение.

Описанная методика позволяет реализовать объективный мониторинг компетентности учащегося, что даст ему возможность для саморегуляции самосовершенствования, так как покажет на его слабые и сильные стороны; осуществлять диагностирование динамики формирования компетентности каждого обучающегося за весь период его обучения. Так будет осуществлена методология выявления сильных и слабых сторон.

3.3. Результаты эксперимента по выявлению уровня развития образовательных компетенций на примере элективного курса «Уравнения и неравенства с параметрами»

Элективный курс был проведен с учащимися 11 класса МБОУ СОШ №19 г. Белгорода им. В.Казанцева. Количество человек 20.

Экспериментальная работа включала несколько этапов:

1. констатирующий этап – диагностика уровня развития компетентностей;
2. формирующий этап – проведение элективного курса «Уравнения и неравенства с параметрами»;
3. контрольный этап – анализ результатов экспериментальной работы, сравнение с данными констатирующего эксперимента, оценка эффективности проведенной работы.

Определение исходного уровня компетенций проходило комплексно: при помощи наблюдения и применения методики А.А. Вербицкого [7].

Все данные заносились в оценочный лист, описанный в п.3.2 и приведенный в табл.3.1. На основании оценочного листа были построены индивидуальные лепестковые диаграммы, учитывающие направленность обучающегося и отражающие уровень развития компетенций (рис.4, рис.5).

На основании этих диаграмм учитель получает представление о сильных и слабых сторонах учащегося и намечает пути их совершенствования.

Предложенные к выполнению задания показали у учащихся низкое качество знаний теоретического материала – 25%, решения задач – 45%, на дополнительные вопросы многие учащиеся затруднялись дать ответ. Итоговый оценочный лист представлен в табл. 3.2.

Таблица 3.1

Оценочный лист

№ п/п	ФИО	Теоретическая компетентность				Информационно-методологическая компетентность			Социально-коммуникативная компетентность			Личностно-валеологическая компетентность	
		Теорети-ческие знания (0-5)	Решение задач (0-5)	Дополни-тельные вопросы (0-5)	Итоговая оценка (2-5)	Самостоя-тельность мышления (0-5)	Кругозор (0-5)	Творчес-кий подход (0-5)	Речь (-5 до +5)	Общение (от -5 до +5)	Общая активность (от -5 до +5)	Нравств-нность (-5 до +5)	Внеш-ний вид (от -5 до +5)
		ТЗ	РЗ	ДВ		СМ	КР	ТП	Р	О	ОА	НР	ВВ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	Б. Федор	2	3	2	2,3	2	3	1	0	1	2	1	1
2	Г. Сергей	3	4	3	3,3	4	4	4	3	3	2	3	2
3	Г. Яков	3	4	3	3,3	3	4	3	1	3	1	2	2
4	Г. Елизавета	4	4	3	3,7	4	5	3	2	3	3	4	3
5	Г. Кирилл	3	3	4	3,3	4	5	4	3	3	3	4	3
6	Д. Елена	4	4	4	4,0	3	4	3	2	3	3	3	3
7	Е. Даниил	3	3	4	3,3	5	5	4	2	3	2	3	3
8	З. Артем	3	4	4	3,7	2	3	4	2	2	1	3	3
9	К. Михаил	3	3	3	3,0	3	4	3	2	2	2	3	3
10	К. Данил	3	3	3	3,0	2	2	1	1	1	1	1	2
11	К. Олеся	3	3	3	3,0	3	4	4	3	3	3	3	3
12	Л. Павел	3	3	4	3,3	3	3	4	2	3	3	3	4
13	Н. Ирина	4	4	4	4,0	5	5	4	3	4	4	4	4
14	О. Анастасия	4	4	4	4,0	3	5	4	2	3	3	3	3
15	Р. Кирилл	4	4	4	4,0	4	4	4	3	3	4	4	4
16	Х. Дарья	3	4	3	3,3	4	5	4	3	3	3	4	4
17	Х. Даниил	2	2	3	2,3	2	2	3	1	2	1	1	2
18	Ц. Илья	3	3	4	3,3	4	4	4	2	3	2	3	3
19	Ш. Валерия	3	3	3	3,0	3	3	3	2	2	1	2	3
20	Ш.Махсудбек	3	3	4	3,3	4	4	3	1	2	2	2	4

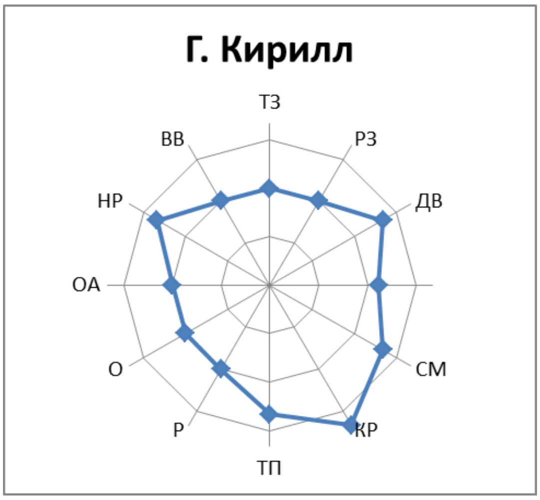


Рис. 4 *Рис.5.*

Результаты позволили сделать следующие выводы: некоторые учащиеся скованны эмоционально при выполнении заданий. Даже при наличии внутреннего желания решить задачу, у них нет достаточного объема теоретических знаний, умений, навыков необходимых для погружения в элективный курс. Несмотря на выделенный низкий уровень знаний, умений и навыков учащихся есть основание предположить, что эти трудности преодолимы, применяя правильную технологию развития компетенций на доступном материале.

Для этого необходимо использовать методические разработки занятий с разнообразными заданиями (приложение 1), создать условия для проявления самостоятельности мышления, творческого подхода и расширению кругозора.

После проведенных занятий была осуществлена повторная диагностика. По ее результатам выяснилось, что качество знаний теоретического материала составило 80%, решать задачи научились 85%, тогда как на этапе констатирующего эксперимента этот показатель был 45%, отвечать на дополнительные вопросы теперь могли многие учащиеся (рис. 6).

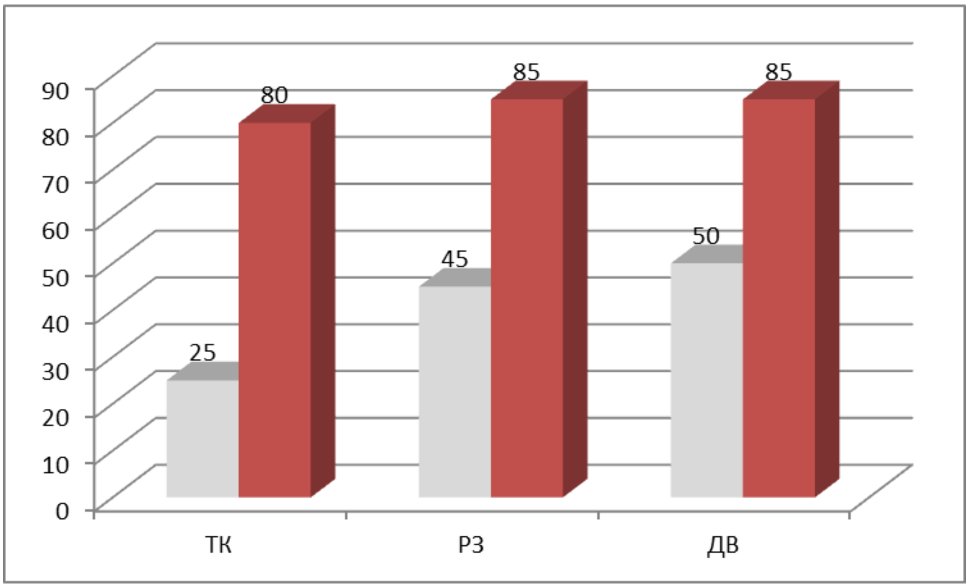


Рис. 6

Рекомендации по совершенствованию работы, направленной на развитие компетентностей в ходе изучения элективного курса «Уравнения и неравенства с параметрами».

Рекомендуется использовать контекстные задачи, в которых активно развивается логическое мышление, задания, в которых требуется применение знания и умения из других предметных областей, а также применять метод проектов для развития навыков самостоятельной и исследовательской деятельности

Эти результаты позволили сделать вывод: уровень развития образовательных компетенций повысился (индивидуальные лепестковые диаграммы размещены в приложении 2).

Таблица 3.2

Итоговый оценочный лист

№ п/п	ФИО	Теоретическая компетентность				Информационно-методологическая компетентность			Социально-коммуникативная компетентность			Личностно-валеологическая компетентность	
		Теоретические знания (0-5)	Решение задач (0-5)	Дополнительные вопросы (0-5)	Итоговая оценка (2-5)	самостоятельность мышления (0-5)	кругозор (0-5)	Творческий подход (0-5)	Речь (-5 до +5)	Общение (от -5 до +5)	Общая активность (от -5 до +5)	Нравственность (-5 до +5)	Внешний вид (от -5 до +5)
		ТЗ	**РЗ**	**ДВ**		**СМ**	**КР**	**ТП**	**Р**	**О**	**ОА**	**НР**	**ВВ**
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**
1	Б. Федор	4	3	3	3,3	3	4	3	2	3	3	3	3
2	Г. Сергей	5	5	5	5,0	4	5	5	4	4	3	4	4
3	Г. Яков	4	4	4	4,0	4	4	4	2	4	3	4	4
4	Г. Елизавета	4	4	4	4,0	4	5	4	3	4	4	4	5
5	Г. Кирилл	4	5	5	4,7	4	5	5	4	4	4	4	5
6	Д. Елена	5	4	4	4,3	4	4	4	3	4	4	4	4
7	Е. Даниил	5	5	5	5,0	5	5	5	4	4	4	4	4
8	З. Артем	4	5	4	4,3	3	4	4	3	3	3	4	4
9	К. Михаил	5	5	4	4,7	4	4	4	3	3	4	4	4
10	К. Данил	4	3	4	3,7	3	3	2	3	3	3	3	3
11	К. Олеся	5	4	5	4,7	4	4	4	4	4	4	4	4
12	Л. Павел	4	5	4	4,3	4	4	5	3	4	4	4	5
13	Н. Ирина	5	5	5	5,0	5	5	5	4	5	5	5	5
14	О. Анастасия	5	5	4	4,7	4	5	4	3	3	4	4	4
15	Р. Кирилл	5	5	5	5,0	4	4	4	4	4	5	5	4
16	Х. Дарья	5	5	5	5,0	5	5	4	4	4	4	4	5
17	Х. Даниил	4	3	4	3,7	3	3	4	3	3	3	3	3
18	Ц. Илья	5	5	5	5,0	4	4	4	3	4	3	4	4
19	Ш. Валерия	4	4	4	4,0	4	4	4	3	3	3	3	4
20	Ш.Махсудбек	4	5	4	4,3	4	4	4	3	3	4	4	4

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящее исследование ставило целью выявление уровня развития образовательных компетенций с помощью элективного курса по математике. В процессе теоретического и экспериментального исследования в соответствии с поставленной целью были решены поставленные задачи:

1. Определены психолого-педагогические и методические особенности проведения элективных курсов по математике в старших классах.
2. Были исследованы понятия «компетенция/компетентность», а также методы и приемы развития их в предлагаемом элективном курсе.
3. Проведен эксперимент с целью выявления уровня развития компетенций при изучении элективного курса «Уравнения и неравенства с параметрами».

В ходе теоретического и практического исследования были получены следующие выводы:

1. Математические элективные курсы содействуют всестороннему развитию личности школьника, учитывая его индивидуальные особенности, способности, потребности, желания и т.д. Учащимся, планирующих выбор профессии, необходимо обладать определенными навыками, способами действий, иметь опыт практической деятельности в какой-либо сфере, а значит быть компетентным и обладать компетентностью.
2. Выявлено, что элективный курс по математике «Уравнения и неравенства с параметрами» способствует развитию нового качества, сочетающее познания и навыки обучающегося со способностью использовать их в решении вопросов, возникающих в повседневной жизни.
3. Результат проведенного эксперимента можно рассматривать как показатель эффективности применяемой методики и элективного курса

в целом. Таким образом, цель проводимого исследования достигнута, задачи решены.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Артемова, Л.К. Профильное обучение: опыт, проблемы, пути решения / Л.К. Артемова // [Электронный ресурс] «Профильное обучение в старшей школе», режим доступа: www.profile.edu.ru.
2. Артюхова, И.С. Проблема выбора профиля обучения в старшей школе / И.С. Артюхова // Педагогика. – 2004. – № 2. – С. 28–33.
3. Атанасян, Л.С. Факультативный курс по математике для 9-10 классов / Л.С. Атанасян. – М.: НИИШМНО РСФСР, 1989. – 378 с.
4. Безденежных, Т. Профильное обучение: реальный опыт и сомнительные нововведения / Т. Безденежных, В. Шмелев // Директор школы. – 2003. – № 1. – С. 7-11.
5. Болотов, В.А. Перспективы перехода школы на профильное обучение / В. А. Болотов // Воспитание школьников. – 2004. – № 1. – С. 2-8.
6. Болтянский, В.Г., К проблеме дифференциации школьного образования / В.Г. Болтянский, Т.Д. Глейзер // Математика в школе. – 1988. – №3. – С. 9-13.
7. Вербицкий, А.А. Личностный и компетентностный подходы в образовании / А.А. Вербицкий, О.Б. Ларионова. – М.: Логос, 2009. – 336 с.
8. Гузеев, И.С. Содержание образования и профильное обучение в старшей школе / И.С. Гузеев // Нар.образование. – 2002. – № 9. – С.113-123.
9. Егорова, А.М. Профильное обучение и элективные курсы в средней школе / А.М. Егорова // Теория и практика образования в современном мире: материалы междунар. науч. конф.: г. Санкт-Петербург, февраль 2012 . – СПб.: Реноме, 2012. – С. 173-179.

10. Зимняя, И.А. Ключевые компетенции – новая парадигма результата современного образования / И.А. Зимняя // Интернет-журнал «Эйдос», 5 мая 2006.
11. Иванов, Д.А. Компетентности и компетентностный подход в современном образовании / Д. А Иванов // Первое сентября. Сер. Воспитание. Образование. Педагогика. Вып. 6(12). – М.: Чистые пруды, 2007. – 32 с.
12. Иванов, Д.А. Компетентностный подход в образовании. Проблемы, понятия, инструментарий / К.Г. Митрофанов, О.В. Соколова. – М.: АПКиПРО, 2003. – 101 с.
13. Кабардин, О.Ф. Проблемы организации и методики проведения факультативных занятий. Методические указания для лекторов и методистов института усовершенствования учителей. / О.Ф. Кабардин. – М.: Б.И., 1977. – 24 с.
14. Колмогоров, А.Н. Математика наука и профессия. / А.Н. Колмогоров. – М.: Наука, 1988. –288 с.
15. Концепция модернизации российского образования на период до 2010 года // Нормативные документы в образовании. – 2003. – №2. – С. 2-21.
16. Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования / Министерство образования РФ, Российская академия образования. – М.: 2002. – 18 с.
17. Крутихина, М.В. Элективные курсы по математике: учеб.-метод. рекомендации / М.В.Крутилова, З.В. Шилова. – Киров.: Издательство ВятГГУ, 2006. – 40 с.
18. Кузнецов, А.А. Базовые и профильные курсы: цели, функции, содержание / А.А. Кузнецов // Педагогика. – 2004. – № 2. – С. 28-33.
19. Леднев, В.С., Никандров Н.Д., Рыжаков М.В. Государственные образовательные стандарты в системе общего образования: теория и практика. / В.С. Леднев, Н.Д. Никандров, М.В. Рыжаков. – М.: Наука, 2002. – 384 с.

20. Лернер, П.С. Модель самоопределения выпускников профильных классов средней общеобразовательной школы / П.С. Лернер // Школьные технологии. – 2003 – №4. – С. 50-61.
21. Логинова, Г.П. Психологические аспекты профильного обучения / Г.П. Логинова // Психологическая наука и образование. – 2003 – №3. – С.43-47.
22. Монахов, В.М. Проблемы дифференциации обучения в средней школе / В.М. Монахов, В.А. Орлов, В.В. Фирсов // Советская педагогика – 1990. – №8. – С. 42-47.
23. Орлов, В.А. Типология элективных курсов и их роль в организации профильного обучения / В.А. Орлов //Интернет-журнал «Эйдос», 16 апреля 2003.
24. Письмо Министерства образования и науки РФ от 4 марта 2010 г. № 03-413 «О методических рекомендациях по вопросам организации профильного обучения». [Электронный ресурс] Режим доступа: http://docs.cntd.ru/document/902306291. – Систем. требования: IBM; Internet Explorer.
25. Письмо Минобразования РФ от 13 ноября 2003 г. N 14-51-277/13 «О направлении информационного письма об элективных курсах в системе профильного обучения на старшей ступени общего образования». [Электронный ресурс] Режим доступа: http://docs.cntd.ru/document/901889014. – Систем. требования: IBM; Internet Explorer.
26. Профильное обучение в школе: модели, методы, технологии. Пособие для руководителей образовательных учреждений / Т.П. Афанасьева, В. И. Ерошин, Н.В. Немова, Т.И. Пуденко. – М.: Классике Стиль, 2006. – 592 с.
27. Сабельникова-Бегашвили, Н.Н. Предпрофильная подготовка и профильное обучение как факторы обеспечения качественного доступного образования (методические материалы) / Н.Н.

Сабельниковой-Бегашвили. – Ставрополь: ГБОУ ДПО СКИРО ПК и ПРО, 2012. – 176с.

28.Смирнова, И.М. Методические рекомендации по изучению курса: «Методика проведения факультативных занятий по геометрии с учащимися старших классов»: Спецкурс-спецсеминар для студентов V курса математического факультета / И.М. Смирнова. – М.: МГПИ, 1988. – 94 с.

29.Смирнова, И.М. Научно-методические основы преподавания геометрии в условиях профильной дифференциации обучения: дис. док. пед. наук / И.М. Смирнова. – М., 1994. – 404 с.

30.Татур, Ю.Г. Компетентность в структуре модели качества подготовки специалист Текст. / Ю.Г.Татур // Высшее образование. – 2004. – № 3. – С. 20-26.

31.Толковый словарь русского языка. В 4 т. / Д.Н. Ушаков. – М.: ОГИЗ «Сов.энциклопедия», 1934. – Т. 1. – 1562 с.

32.Фирсов, В.В. Методы обучения на факультативных занятиях по математике / В.В. Фирсов, С.А. Боковнев // О совершенствовании методов обучения математике: Пособие для учителей: Сборник статей.– М.: Просвещение, 1978. – С. 75-82.

33.Хуторской, А.В. Возможности компетентностного подхода в реализации современного качества содержания образования. Материалы к заседанию Ученого совета ИОСО РАО / А.В. Хуторской. – М., 2003

34.Хуторской, А.В. Ключевые компетенции как компонент личностно-ориентированной парадигмы / А.В. Хуторской // Народное образование. – 2003. – № 2. – С. 58-64.

35.Хуторской, А.В. Ключевые компетенции: технология конструирования / А.В. Хуторской // Народное образование. – 2003. – № 5. – С. 55-61.

36. Чистякова, С.Н. Профильное обучение и новые условия подготовки/ С.Н. Чистякова, П.С Лернер, Н.Ф. Родичев, О.В. Кузина, С.О. Крапивянская // Школьные технологии. – 2002. – № 1. – С. 101–108.
37. Эльконин, Д.Б. Понятие компетентности с позиций развивающего обучения / Д.Б. Эльконин // Современные подходы к компетентностно-ориентированному образованию: материалы семинара. – Самара: Изд-во Профи, – 2001. – С. 4-8

ПРИЛОЖЕНИЕ

Приложение 1

Методические разработки уроков в рамках проведения элективного курса «Уравнения и неравенства с параметрами»

Урок 1
Тема: Понятие уравнения с параметрами

***Цели урока*:** познакомить с понятиями параметр, задача с параметром, формировать осознанный подход к решению задач с параметром; развивать исследовательскую деятельность учащихся.

Ход урока.

Объяснение нового материала.

- Что за прелесть эти задачи с параметрами! Каждая из них – поэма!- считает автор одной из первых книг о параметрах С.А. Тынянкин.

- Задачи с параметрами – это высший пилотаж. Так считаю я, ибо человек, умеющий решать задачи с параметрами, в совершенстве знает теорию и умеет ее применять не механически, а с логикой. Он «понимает» функцию, «чувствует» ее, считает ее своим другом или хотя бы хорошим знакомым, а не просто знает о ее существовании, как знаем мы и об английской королеве, но вот незнакомы с ней. Если человек умеет решать задачи с параметрами, он ас в математике.

Что же такое уравнение с параметром?

Пусть дано уравнение $f(x;a)=0$. Если ставится задача отыскать все такие пары $(x;a)$, которые удовлетворяют данному уравнению, то оно рассматривается как уравнение с двумя равноправными переменными x и a. Но можно поставить и другую задачу, полагая переменные неравноправными. Дело в том, что если придать переменной a какое-либо фиксированное значение, то $f(x;a)=0$ превращается в уравнение с одной переменной x, и решения этого уравнения, естественно, зависят от выбранного значения a. Например, уравнение $ax^2-3ax-4=0$. При $a=0$ получается уравнение $0\cdot x^2-0\cdot x-4=0$, которое не имеет решений. При $a=1$ уравнение принимает вид $x^2-3x-4=0$ и имеет корни -1 и 4. При $a=-1$ уравнение принимает вид $x^2+3x-4=0$ и имеет корни -4 и 1. При $a=-\frac{16}{9}$ уравнение принимает вид $-\frac{16}{9}x^2+\frac{16}{3}x-4=0$ уравнение имеет один корень $x=1,5$. Так как букву a можно заменить любым числом, то мы имеем дело с целым семейством уравнений.

Если уравнение $f(x;a)=0$ нужно решить относительно переменной x, а под a понимается произвольное действительное число, то уравнение называют уравнением с параметром a. Основная трудность, связанная с решением уравнений (и тем более неравенств) с параметром, состоит в следующем. При одних значениях параметра уравнение не имеет решений, как мы видим из приведенного выше примера, при других имеет бесконечно много решений, при третьих оно решается по одним формулам, при четвертых – по другим. Как все это учесть?

Уравнение с параметром – это, по сути дела, краткая запись бесконечного семейства уравнений. Каждое из уравнений семейства получается из данного уравнения с параметром при конкретном значении параметра. Поэтому задачу решения уравнения с параметром можно сформулировать следующим образом: решить уравнение с параметром $f(x;a)=0$ - это значит решить семейство уравнений, получающихся из уравнения $f(x;a)=0$ при любых действительных значениях параметра.

Ясно, что выписать каждое уравнение из бесконечного семейства уравнений невозможно, но, тем не менее, каждое уравнение из бесконечного семейства должно быть решено. Сделать это, например, можно, если по некоторому целесообразному признаку разбить множество всех значений параметра – множество действительных чисел или множество значений, заданное в условии задачи, - на подмножества, а затем заданное уравнение решить на каждом из этих подмножеств.

Для разбиения множества значений параметра на подмножества полезно воспользоваться теми значениями параметра, при которых или при переходе через которые происходит качественное изменение уравнения. Такие значения параметра можно назвать контрольными или особыми. Искусство решения уравнения с параметрами как раз и состоит в том, чтобы уметь находить контрольные значения параметра.

Какие основные типы задач с параметрами?

Тип 1. Уравнения, неравенства, их системы и совокупности, которые необходимо решить либо для любого значения параметра (параметров), либо для значений параметра, принадлежащих заранее оговоренному множеству.

Этот тип задач является базовым при овладении темой «Задачи с параметрами», поскольку вложенный труд предопределяет успех и при решении задач всех других основных типов.

Тип 2. Уравнения, неравенства, их системы и совокупности, для которых требуется определить количество решений в зависимости от значения параметра (параметров).

Обращаем внимание на то, что при решении задач данного типа нет необходимости ни решать заданные уравнения, неравенства, их системы и совокупности и т. д., ни приводить эти решения; такая лишняя в большинстве случаев работа является тактической ошибкой, приводящей к неоправданным затратам времени. Однако не стоит абсолютизировать сказанное, так как иногда прямое решение в соответствии с типом 1 является единственным разумным путем получения ответа при решении задачи типа 2.

Тип 3. Уравнения, неравенства, их системы и совокупности, для которых требуется найти все те значения параметра, при которых указанные уравнения, неравенства, их системы и совокупности имеют заданное число решений (в частности, не имеют или имеют бесконечное множество решений).

Легко увидеть, что задачи типа 3 в каком-то смысле обратны задачам типа 2.

Тип 4. Уравнения, неравенства, их системы и совокупности, для которых при искомых значениях параметра множество решений удовлетворяет заданным условиям в области определения.

Например, найти значения параметра, при которых:

1) уравнение выполняется для любого значения переменной из заданного промежутка;

2) множество решений первого уравнения является подмножеством множества решений второго уравнения и т. д.

Многообразие задач с параметром охватывает весь курс школьной математики (и алгебры, и геометрии), но подавляющая часть из них на выпускных и вступительных экзаменах относится к одному из четырех перечисленных типов, которые по этой причине названы основными.

Наиболее массовый класс задач с параметром – задачи с одной неизвестной и одним параметром.

Каковы основные способы (методы) решения задач с параметром?

Способ I (аналитический). Это способ так называемого прямого решения, повторяющего стандартные процедуры нахождения ответа в задачах без параметра. Иногда говорят, что это способ силового, в хорошем смысле «наглого» решения.

Аналитический способ решения задач с параметром есть самый трудный способ, требующий высокой грамотности и наибольших усилий по овладению им.

Способ II (графический). В зависимости от задачи (с переменной x и параметром a) рассматриваются графики или в координатной плоскости Oxy, или в координатной плоскости Oxa.

Способ III (решение относительно параметра). При решении этим способом переменные x и a принимаются равноправными и выбирается та переменная, относительно которой аналитическое решение признается более простым. После естественных упрощений возвращаемся к исходному смыслу переменных x и a и заканчиваем решение.

Рассмотрим для знакомства некоторые уравнения с параметрами.

Пример 1. В уравнении $(a-1)x = a-2$ определите a так, чтобы число 3 было его корнем.

Решение. Если число 3 является корнем уравнения, то оно обращает его в верное равенство. Подставим $x=3$ в уравнение и решим его относительно a:

$$(a-1)\cdot 3 = a-2;$$
$$3a - a = 3-2;$$
$$a = 0,5.$$

Итак, при $a = 0,5$ число 3 является корнем уравнения $(a-1)x = a-2$

Ответ. 0,5

Пример 2. Найти все значения параметра a, такие, что уравнение $\sin^2 x - 5\sin x + 2 = a$ имеет корень $x_0 = \dfrac{\pi}{6}$. Найти все корни уравнения при найденном значении параметра a.

Решение. Если уравнение имеет корень $x_0 = \dfrac{\pi}{6}$, то при подстановке в уравнение он обращает его в верное равенство. Подставим $x_0 = \dfrac{\pi}{6}$ в уравнение и решим его относительно a:

$$\sin^2\frac{\pi}{6}-5\sin\frac{\pi}{6}+2=a;$$
$$\frac{1}{4}-5\cdot\frac{1}{2}+2=a;$$
$$a=-\frac{1}{4}.$$

Решим теперь уравнение $\sin^2 x-5\sin x+2=a$ при $a=-\frac{1}{4}.$

$$\sin^2 x-5\sin x+2=-\frac{1}{4};$$
$$\sin^2 x-5\sin x+2,25=0;$$

Примем $\sin x=t,$ где $|t|\le 1.$

Имеем: $t^2-5t+2,25=0;$

$$\begin{cases}\left[\begin{array}{l} t=\frac{1}{2}, \\ t=\frac{9}{2}; \end{array}\right. \\ |t|\le 1; \end{cases}$$
$$t=\frac{1}{2}.$$
$$\sin x=\frac{1}{2},$$
$$x=(-1)^n\cdot\frac{\pi}{6}+\pi n, n\in \mathrm{N}$$

Ответ. $a=-\frac{1}{4}.$; $x=(-1)^n\cdot\frac{\pi}{6}+\pi n, n\in \mathrm{N}$

Пример 3. При каких значениях m ровно один из корней уравнения равен нулю: $x^2-2x+2m-3=0$?

Решение. Если $x=0$ то имеем:

$$0^2-2\cdot 0+2m-3=0;$$
$$2m=3;$$
$$m=1,5.$$

Проверим, не равняется ли второй корень уравнения нулю.

$$x^2-2x=0;$$
$$\left[\begin{array}{l}x=0,\\x=2.\end{array}\right.$$

Ответ. $m=1,5$.

Пример 4. При каких значениях параметра а уравнения $ax=12$ и $3x=a$ имеют общие корни?

Решение. Решим каждое уравнение при $a\neq 0$ (если $a=0$, то первое уравнение не имеет решения, что противоречит условию) $ax=12, x=\dfrac{12}{a};$

$$3x=a, x=\frac{a}{3}.$$

Приравняем полученные корни $\dfrac{12}{a}=\dfrac{a}{3}, a^2=36;$ и получаем, что $a_1=6, a_2=-6$.

Ответ. $a_1=6, a_2=-6$.

Итак, мы познакомились с понятием уравнения с параметром и немного «вдохнули аромат» заданий с параметрами.

Домашнее задание.

Дано уравнение $ax^2=ax-5$. Напишите уравнение, которое получается при: а) $a=1$; б) $a=0{,}8$; в) $a=-7$; г) $a=0$.

Ответ. а) $x^2=x-5$; б) $0{,}8x^2=0{,}8x-5$; в) $-7x^2=-7x-5$; г) $0\cdot x=-5$

Урок 2

Тема: *Решение* линейных уравнений с параметрами

Цели урока: ввести алгоритм решения линейных уравнений с параметром; формировать умение решать линейные уравнения с параметром;

развитие логического мышления, умение работать в проблемной ситуации; активизация познавательной и творческой деятельности.

Ход урока.

Устная работа.

Решите устно: 1) Определите, при каких значениях а число 5 является корнем уравнения: $ax = 7;\ 2x = 3a;\ (5a-1)x = 2a+3.$

2) При каких значениях b имеют общий корень уравнения: $3x+7=0$ и $2x-b=0$?

*Ответ*ы: $1{,}4;\ 0{,}3;\ \frac{8}{23}.\quad -\frac{14}{3}.$

Объяснение нового материала.

Линейным уравнением называется уравнение вида $ax = b$, где a, b - некоторые действительные числа, х – переменная.

В зависимости от коэффициента а, зависит и решение этого уравнения.

При $a=0, b\neq 0$ уравнение не имеет корней, так как нет такого числа, которое при умножении на нуль, даст результат, отличный от нуля.

При $a=0, b=0$ уравнение имеет бесконечно много решений, и решением является любое действительное число.

При $a\neq 0$ мы можем обе части уравнения разделить на а, имеем единственный корень, равный $x = \frac{b}{a}$.

Итак, получили следующую схему решения линейных уравнений:

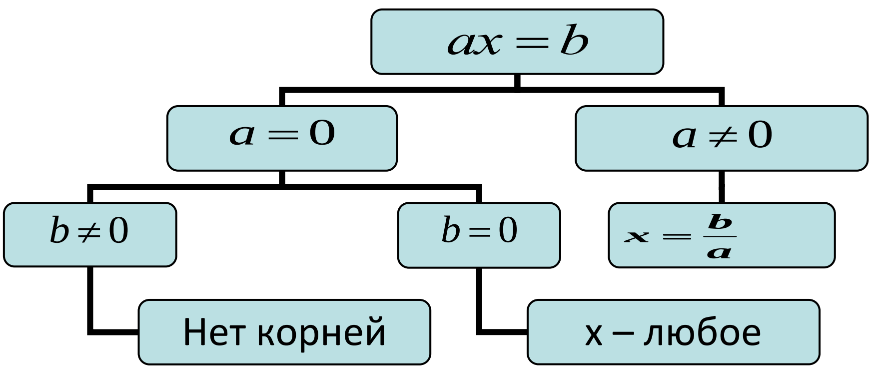


Схема 1

Итак, на прошлом уроке мы говорили, что можно по некоторому целесообразному признаку разбить множество всех значений параметра –на подмножества, а затем заданное уравнение решить на каждом из этих подмножеств. Для разбиения множества значений параметра на подмножества полезно воспользоваться контрольными или особыми значениями параметра, при которых или при переходе через которые происходит качественное изменение уравнения.

При решении линейных уравнений с параметрами качественное изменение происходит при переходе коэффициента а через нуль. То есть контрольным(и) значением(ями) будут те значения коэффициента при переменной х, при которых он обращается в нуль, так как при таких значениях коэффициента невозможно деление на коэффициент при х (а при иных значениях параметра такое деление возможно; следовательно, меняется процедура решения уравнения, в этом и состоит качественное изменение уравнения.

Рассмотрим следующие *пример*ы.

Пример 1. Решите уравнение $\frac{x}{a}+3=5-x$.

Решение. Данное уравнение заменим равносильным ему: $\frac{x}{a}+3=5-x;$

$$\frac{x}{a}+x=2;$$

$$x\left(\frac{1}{a}+1\right)=2;$$

$$x\cdot\frac{1+a}{a}=2$$

Это уравнение является линейным относительно переменной х, значит здесь контрольными будут те значения параметра, при которых коэффициент $\frac{1+a}{a}$ при х обращается в 0. Рассмотрим выражение $\frac{1+a}{a}$.

При $a=0$ выражение (а значит и уравнение) не имеет смысла.

При $a+1=0, a=-1$ уравнение принимает вид $0\cdot x=2$, то есть не имеет решений.

При $a\neq 0, a\neq -1$ уравнение имеет единственный корень $x=\frac{2a}{a+1}$.

Ответ. При $a=0$ уравнение не имеет смысла, при $a=-1$ решений нет, при $a\neq 0, a\neq -1$ $x=\frac{2a}{a+1}$.

Пример 2. Решить уравнение $2a(a-2)x=a-2$.

Решение. Это уравнение является линейным относительно переменной x, значит здесь контрольными будут те значения параметра, при которых коэффициент при x обращается в 0. То есть рассмотрим случаи $a(a-2)=0$ и $a(a-2)\neq 0$.

При $a=0$ заданное уравнение принимает вид: $0\cdot x=-2$; это уравнение не имеет корней.

При $a=2$ заданное уравнение принимает вид: $0\cdot x=0$; этому уравнению удовлетворяют любые значения переменной x.

Если же параметр выбирается не равный 0 и 2, то коэффициент при x отличен от нуля и, следовательно, на этот коэффициент можно разделить обе части уравнения. Получим:

$$x=\frac{a-2}{a(a-2)};$$

$$x=\frac{1}{a}.$$

Ответ. При $a=0$ нет корней, при $a=2$ x – любое действительное число, при $a\neq 0, a\neq 2$ $x=\frac{1}{a}$.

Пример 3. Решить уравнение $\left(a^2-1\right)x=a^2-3a+2.$

Решение. Это уравнение является линейным относительно переменной x, значит здесь контрольными будут те значения параметра, при которых коэффициент при x обращается в 0. То есть рассмотрим случаи $a^2-1=0$ и $a^2-1\neq 0$ (удобнее разложить обе части уравнения на коэффициенты, привести к виду $(a-1)(a+1)x=(a-1)(a-2).$)

При $a=1$ заданное уравнение принимает вид $0\cdot x=0$, значит x – любое.

При $a=-1$ заданное уравнение принимает вид $0\cdot x=2$, значит корней нет.

При $a\neq\pm1$ можно разделить обе части уравнения на $a^2-1\neq 0$:

$$x=\frac{(a-1)(a-2)}{(a-1)(a+1)};$$

$$x=\frac{a-2}{a+1}.$$

Ответ. При $a=1$ x – любое, при $a=-1$ нет корней; при $a\neq\pm1$ $x=\frac{a-2}{a+1}$.

Закрепление пройденного материала.

Решить уравнения:

$ax=7;$	$(a^2-a)x=a;$
$(a-3)x=6;$	$ax=a^2-a;$
$(a-3)x=a-6;$	$(a^2-5a)x=a^2-25;$
$ax=a;$	$ax-4=x;$
$ax-a+3=4x;$	$(a^2-25)x=a^2-7a+10.$

Ответ.

при $a=0$ нет решений; при $a \neq 0$ $x=\frac{7}{a}$;

при $a=3$ нет решений; при $a \neq 3$ $x=\frac{6}{a-3}$;

при $a=3$ нет решений; при $a \neq 3$ $x=\frac{a-6}{a-3}$;

при $a=0$ x - любое ; при $a \neq 0$ $x=1$;

при $a=0$ x - любое; при $a \neq 0$ $x=\frac{1}{a-1}$;

при $a=0$ нет решений; при $a=5$ x - любое; при $a \neq 0, a \neq 5$ $x=\frac{a+5}{a}$;

при $a=1$ нет решений; при $a \neq 1$ $x=\frac{4}{a-1}$;

при $a=4$ нет решений ; при $a \neq 4$ $x=\frac{a-3}{a-4}$;

при $a=5$ x - любое; при $a=-5$ нет решений; при $a \neq \pm 5$ $x=\frac{a-2}{a+5}$.

Тест «Понятие уравнения с параметром»

1. Уравнение $a(a-1)x=a^2-1$ не имеет корней при

   а) $a=1$ б) $a=-1$ в) $a=0$

2. Уравнение $ax+2=x$ имеет единственный корень при

   а) $a \neq 0$ б) $a=0$ в) $a \neq 1$

3. Решите уравнение $(b-1)(b+2)x=(b+2)(b-2)$ и укажите в ответе значение параметра , при котором уравнение имеет бесконечное число решений.

   Ответ. $b=2$

Домашнее задание.

Решите уравнения:

а) $mx+2=-1$; б) $a(x-4)+2x+1=0$; в) $2a(a-2)x=a^2-5a+6$

Ответ. а) при $m=0$ корней нет; при $m \neq 0$ $x=-\frac{3}{m}$;

б) при $a=-2$ корней нет; при $a \neq -2$ $x=\frac{4a-1}{a+2}$;

в) при $a=2$ x- любое, при $a=0$ корней нет; при $a\neq 2$ и $a\neq 0$ $x=\dfrac{a-3}{2a}$

Урок 3

Тема: Решение линейных уравнений с параметрами

Цели урока: формировать прочные навыки решения линейных уравнений с параметром; развивать умение сравнивать и обобщать закономерности; формировать навыки самостоятельной работы.

Ход урока.

Проверка домашнего задания

Актуализация опорных знаний и умений учащихся.

Дайте определение линейного уравнения.

Какое значение параметра является контрольным для линейного уравнения?

Сколько корней имеет линейное уравнение $ax=b$, если:

а) $a=0, b=0$; б) $a=0, b\neq 0$; в) $a\neq 0$?

Решите уравнение: а) $ax=a-4$; б) $(a-1)x=(a-1)(a+3)$;

в) $(a-1)(a+3)x=a-1$.

Закрепление пройденного материала.

Работу учащихся лучше организовать по группам. В течение некоторого времени учащиеся выполняют задания, затем подробно записывают все решения на доске.

Решите уравнения:

$\left(c^2-25\right)x-\left(c^2+4c-5\right)=0;$

$\left(a+2\right)^2x-15=5\left(a+2\right)-3\left(a+2\right)x;$

$\left(n-2\right)^3x-2(n+2)(n-2)x=-8(n+3)+24;$

$\left(k-1\right)^5x-4x\left(k-1\right)^3=0.$

Ответы. 1)при $c=-5$ x - любое; при $c=5$ корней нет; при $c\neq-5,\ c\neq5$ $x=\dfrac{c-1}{c-5}$;

2)при $a=-2$ корней нет; при $a=-5$ x - любое; при $a\neq-2, a\neq-5$ $x=\dfrac{5}{a+2}$;

3)при $n=0$ x - любое; при $n=2$ или $n=6$ корней нет;

при $n\neq0, n\neq2, n\neq6$ $x=-\dfrac{8}{n^2-8n+12}$;

4)при $k=1, k=-1, k=3$ x - любое; при $k\neq1, k\neq-1, k\neq3$ $x=0$.

Самостоятельная работа.

Уровень 2 (для сильных)

Решить уравнение $(b^2+4b)x=2b+8$

Найти все значения параметра а, при которых уравнение $a^2x=a(x+2)-2$ не имеет решений.

(дополнительно) Решить уравнение $|5x-3|-7=a$

Уровень 1. (для слабых)

Решить уравнение $ax=a^3-a$

Найти все значения параметра а, при которых уравнение $(a^2-a)x=a^2+6a$ не имеет решений.

(дополнительно) Решить уравнение $|5x-3|-7=a$

Ответ.

1.при $b=0$ нет решений; при $b=-4$ х -любое; при $b\neq0, b\neq-4$ $x=\dfrac{2}{b}$;

2.при $a=0$ нет решений; при $a=1$ х-любое; при $a\neq0, a\neq1$ $x=\dfrac{2}{a}$.

Уровень 1.

1. при $a=0$ нет решений; при $a\neq0$ $x=a^2-1$;

2.при $a=0$;

3.при $a<-7$нет решений; при $a\geq-7$ $x_1=\dfrac{10+a}{5}$, $x_2=$ - $\dfrac{4+a}{5}$

Домашнее задание.

Решить уравнение: а) $bx+6=5b-2x$;

б) $(a-3)^3 x+4(a-1)=8+(a-1)(a-3)x.$

Ответ. а) при $b=-2$ корней нет;при $b\neq-2$ $x=\dfrac{5b-6}{b+2}$;

б) при $a=3$ x - любое; при $a=2, a=5$ корней нет;
при $a\neq 3, a\neq 2, a\neq 5$ $x=\dfrac{4}{-a^2+7a-10}$

Урок 4

Тема: Решение линейных уравнений с параметрами при наличии дополнительных условий (ограничений) к корням уравнений

Цели урока: использовать полученные ранее знания при решении линейных уравнений с дополнительными условиями; развивать умение сравнивать и обобщать закономерности; формировать навыки исследовательской работы.

Ход урока.

Подведение итогов самостоятельной работы.

Актуализация опорных знаний и умений учащихся

Какие уравнения называются линейными?

Как решаются линейные уравнения с параметром?

Решите уравнения:

1) x – a = 0;

2) x + a = 1;

3) c + x = a – b;

4) x + a = 2b;

5) x – 3 = a + x;

6)2px = q.

(*Ответ*ы.

1) при любых a $x=a$;

2) при любых a $x=1-a$;

3) при любых a,b,c $x=a-b-c$;

4) при любых a,b $x=2b-a$;

5) при $a=-3$ x - любое число; при $a\neq-3$ корней нет;

6) при $p=0, q=0$ x - любое число; при $p=0, q\neq 0$ корней нет)

На другом уроке предложите решить устно следующие уравнения :

1) 2x = a;

2) ax = 1;

3) bx = c;

4) cx = – a;

5) – ax = b;

6) ax – 3 = b;

7) 4 + bx = a.

Ответы. 1) при любых a $x=\frac{a}{2};$ 2) при $a=0$ нет корней; при $a\neq 0$ = $x=\frac{1}{a};$ 3) при $b=0, c=0$ x – любое число; при $b=0, c\neq 0$ корней нет; при $b\neq 0$ $x=\frac{c}{b};$ 4) при $c=0, a=0$ x – любое число; при $c=0, a\neq 0$ корней нет; при $c\neq 0$ $x=-\frac{a}{c};$ 5) при $a=0, b=0$ x – любое число; при $a=0, b\neq 0$ корней нет; при $a\neq 0$ $x=-\frac{b}{a};$ 6) при $a=0, b=-3$ x – любое число; при $a=0, b\neq -3$ корней нет; при $a\neq 0$ $x=\frac{b+3}{a};$ 7) при $b=0, a=4$ x – любое число; при $b=0, a\neq 4$ корней нет; при $b\neq 0$ $x=\frac{a-4}{b}.$

Практикум.

Лучше всего разобрать первый пример, а затем дать время на решение заданий учащимися, записав в дальнейшем подробное решение на доске.

Пример 1. Решить уравнение $(2a+1)x=3a+(a-2)x$ и найти значения параметра a, при которых корень этого уравнения - число положительное.

Решение. Заменим данное уравнение ему равносильным:

$(2a+1)x-(a-2)x=3a;$

$(a+3)x=3a.$

Это уравнение является линейным относительно переменной x. Значит, здесь контрольным будет, то значение параметра, при котором коэффициент при x обращается в 0. То есть рассмотрим случаи $a+3=0$ и $a+3\neq 0$.

Если $a+3=0$, т. е. $a=-3$, то уравнение принимает вид $0\cdot x=-9$. Очевидно, что это уравнение корней не имеет.

Если же $a+3\neq 0$, т. е. $a\neq -3$, то $x=\dfrac{3a}{a+3}$.

Теперь найдем, при каких значениях а корень уравнения является числом положительным. Для этого решим неравенство $\dfrac{3a}{a+3}>0$.

$\dfrac{3a}{a+3}>0$ при $a>0$ и при $a<-3$.

Ответ. При $a=-3$, уравнение корней не имеет; при $a\neq -3$, то $x=\dfrac{3a}{a+3}$. При $a>0$ и при $a<-3$ корень уравнения положителен.

Пример 2. Найти значения параметра а, при которых уравнение $a(2a+3)x+a^2=a^2x+3a$ имеет единственный отрицательный корень.

Решение. Данное уравнение равносильно следующему:

$a(a+3)x=(3-a)a$.

Если $a(a+3)\neq 0$, т. е. $a\neq 0, a\neq -3$, то уравнение имеет единственный корень $x=\dfrac{3-a}{3+a}$.

x<0, если $\dfrac{3-a}{3+a}<0$.Решив это неравенство методом интервалов, имеем: $a<-3$ или $a>3$.

Итак, данное уравнение имеет единственное отрицательное решение при $a<-3$ или $a>3$.

Ответ. При $a<-3$ или $a>3$.

Пример 3. При каком значении параметра b уравнение $(x-b+1)^2-(x+b-1)^2=2x+6$ имеет:

а) положительный корень;

б) отрицательный корень;

в) корень, равный нулю?

Решение. Данное уравнение равносильно следующему:

$$(x-b+1)^2-(x+b-1)^2=2x+6;$$
$$(x-b+1-x-b+1)(x-b+1+x+b-1)=2x+6;$$
$$2x(2-2b)=2x+6;$$
$$x(1-2b)=3.$$

Итак, если $1-2b=0,\ b=\frac{1}{2}$ то уравнение не имеет корней (при $b=\frac{1}{2}$ уравнение принимает вид $0\cdot x=3$)

При $b\neq\frac{1}{2}$ корень уравнения $x=\frac{3}{1-2b}$.

а) $x>0$ при $1-2b>0,\ b<\frac{1}{2}$;

б) $x<0$ при $1-2b<0,\ b>\frac{1}{2}$.

в) Так как уравнение $\frac{3}{1-2b}=0$ корней не имеет, то ни при каком значении параметра b исходное уравнение не будет иметь корень, равный нулю.

Ответ .а) при $b<\frac{1}{2}$; б) при $b>\frac{1}{2}$; в) не существует.

Пример 4. Определите, при каком условии уравнение $(b+x)a=\frac{(a+b)x+(a+x)b}{2}$

а) имеет единственное *Решение*;

б) имеет бесконечно много корней;

в) не имеет корней.

Решение. Данное уравнение равносильно следующим:

$$2a(b+x)=(a+b)x+(a+x)b;$$
$$(a+b)x+bx-2ax=2ab-ab;$$
$$(2b-a)x=ab.$$

Это уравнение является линейным относительно переменной x, значит здесь контрольными будут те значения параметра, при которых коэффициент $2b-a$ при x обращается в 0.

При $a=2b$ уравнение принимает вид $0\cdot x=2b^2$. Значит, при $b=0$ x может принимать любые значения, при $b\neq 0$ корней нет.

При $a\neq 2b$ корнем уравнения является $x=\dfrac{ab}{2b-a}$.

Ответ. При $a\neq 2b$ единственный корень $x=\dfrac{ab}{2b-a}$; при $a=2b\ b=0$ бесконечно много корней; при $a=2b$, $b\neq 0$ корней нет.

Пример 5. При каком значении параметра а уравнение $a(x-1)=x-2$ имеет *Решение*, удовлетворяющее условию $x>1$?

Решение. Данное уравнение равносильно следующим:

$$ax-x=a-2;$$
$$x(a-1)=a-2.$$

При $a-1=0, a=1$ уравнение не имеет корней.

При $a-1\neq 0$ уравнение имеет корень $x=\dfrac{a-2}{a-1}$.

Решим неравенство

$$\frac{a-2}{a-1}>1;$$
$$\frac{a-2}{a-1}-1>0;$$
$$\frac{a-2-a+1}{a-1}>0;$$
$$\frac{1}{a-1}<0;$$
$$a<1.$$

Ответ. При $a<1$ корень данного уравнения удовлетворяет условию $x>1$.

Самостоятельная работа

«Решение линейных уравнений с параметром при наличии дополнительных условий (ограничений)»

При каких значениях параметра а уравнение $ax-a=1$ имеет положительный корень?

При каких значениях параметра а уравнения $ax-a=1$ выполняется неравенство $|x|\le 1$?

Ответ. 1. при $a<-1$ и $a>0$. 2. при $a\le -\frac{1}{2}$

Домашнее задание. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых *Решение* уравнения: а) $10x-15a=13-5ax+2a$ больше 2; б) $6-3a+4ax=4a+12x$ меньше 1.

Ответ. а) $a<-2, a>1$; б) $-2<a<3$.

Уроки 5-6

Тема: Решение уравнений, приводимых к линейным

Цели урока: использовать полученные ранее знания при решении уравнений , приводимых к линейным; развивать умение анализировать, использовать полученные навыки для решения более сложных уравнений

Ход урока.

Подведение итогов самостоятельной работы.

Актуализация опорных знаний и умений учащихся.

При каких значениях переменных имеют смысл следующие выражения:

$$\frac{1}{x};\frac{4-x}{x+4};\frac{4-x}{x^2-4x}?$$

Решите уравнения $\frac{x}{x-3}=0;\frac{x-3}{x-3}=0;\frac{x-3}{x-a}=0;\frac{x^2-3x}{x^2-ax}=0?$

Объяснение нового материала.

Рассмотрим некоторые уравнения, приводимые к линейным. Увидеть при первом взгляде на уравнение, что его можно привести к линейному, нельзя. Просто после преобразований вдруг появляется уравнение, которое не имеет переменных в степенях выше первой.

Пример 1. Решите уравнение $\frac{3bx-5}{(b-1)(x+3)}+\frac{3b-11}{b-1}=\frac{2x+7}{x+3}$.

Решение. Так как знаменатель дроби не может равняться нулю, имеем $(b-1)(x+3)\neq 0,$ т. е. $b\neq 1, x\neq -3$

Умножив обе части уравнения на $(b-1)(x+3)\neq 0,$ получаем уравнение

$$3bx-5+(3b-11)(x+3)=(2x+7)(b-1),$$
$$(4b-9)x=31-2b.$$

Это уравнение является линейным относительно переменной х.

При $4b-9=0,$ т.е. $b=2,25$ уравнение принимает вид $0\cdot x=26,5$.

При $4b-9\neq 0,$ т.е. $b\neq 2,25$ корень уравнения $x=\frac{31-2b}{2b-9}$.

Теперь надо проверить, нет ли таких значений b, при которых найденное значение х равно -3.

$$\frac{31-2b}{4b-9}=-3,$$
$$31-2b=-12b+27,$$
$$b=-0,4.$$

Таким образом, при $b\neq 1, b\neq 2,25, b\neq -0,4$ уравнение имеет единственный корень $x=\frac{31-2b}{2b-9}$.

Ответ. При $b\neq 1, b\neq 2,25, b\neq -0,4$ корень $x=\frac{31-2b}{2b-9}$: при $b=2,25, b=-0,4$ решений нет; при $b=1$ уравнение не имеет смысла.

*Пример*ы 2-6 можно предложить сначала решить учащимся самостоятельно, затем разобрать всем вместе. При этом необходимо отметить ключевые моменты решения таких уравнений: знаменатель не может быть равен нулю, затем решить как линейное, из полученных значений исключить те, при которых знаменатель равен нулю.

Пример 2. Решите уравнение $\frac{a^2+x}{b^2-x}-\frac{a^2-x}{b^2+x}=\frac{4abx+2a^2-2b^2}{b^4-x^2}$

Решение. Так как знаменатель дроби не может быть равен нулю, имеем $b^4-x^2\neq 0;\ x\neq \pm b^2$. Умножив обе части на $b^4-x^2\neq 0$, получаем уравнение

$$(a^2+x)(b^2+x)-(a^2-x)(b^2-x)=4abx+2a^2-2b^2;$$
$$a^2b^2+a^2x+b^2x+x^2-a^2b^2+a^2x+b^2x-x^2=4abx+2a^2-2b^2;$$
$$2a^2x+2b^2x-4abx=2a^2-2b^2;$$
$$(a-b)^2x=(a-b)(a+b).$$

При $a=b$ уравнение принимает вид $0\cdot x=0$, т.е. x может принимать любые действительные числа, кроме $x=\pm b^2$.

При $a\neq b$ корень уравнения $x=\frac{a+b}{a-b}$.

Найдем теперь те значения параметров, при которых $\frac{a+b}{a-b}=\pm b^2$.

$$\frac{a+b}{a-b}=b^2; \qquad \frac{a+b}{a-b}=-b^2;$$
$$a+b=ab^2-b^3; \quad a+b=-ab^2+b^3;$$
$$a(b^2-1)=b^3+b; \quad a(1+b^2)=b^3-b;$$
$$a=\frac{b(1+b^2)}{b^2-1}. \qquad a=\frac{b(b^2-1)}{b^2+1}.$$

Ответ. При $a\neq b$, $a\neq\frac{b(1+b^2)}{b^2-1}$ $a\neq\frac{b(b^2-1)}{b^2+1}$ корень $x=\frac{a+b}{a-b}$, при $a=b$ x – любое число, кроме $x=\pm b^2$; при $a=\frac{b(1+b^2)}{b^2-1}$, $a=\frac{b(b^2-1)}{b^2+1}$ решений нет.

3. $\frac{3bx-5}{(b+2)(x^2-9)}=\frac{2b+1}{(b+2)(x-3)}-\frac{5}{x+3}$

Ответ.

При $b \neq -1\frac{2}{3}, b \neq -3\frac{2}{3}, b \neq -1,5, b \neq -2 \quad x = \frac{21b+38}{3(2b+3)}$

при $b = -1\frac{2}{3}, b = -3\frac{2}{3}, b = -1,5, b = -2$ решений нет.

4. $m = \frac{1}{m} + \frac{m-1}{m(x-1)}$.

Ответ.

При $m \neq \pm 1, m \neq 0 \quad x = \frac{m+2}{m+1}$;

при $m = 1$ x - любое число, кроме $x = 1$;

при $m = -1, m = 0$ решений нет.

5. $\frac{2(a+1)x}{a} = 3(x+1) + \frac{7}{a}$.

Ответ.

При $a \neq 2, a \neq 0 \quad x = \frac{7+3a}{2-a}$;

при $a = 2, a = 0$ решений нет.

6. $\frac{mx-n}{(m-2)n(x-1)} = \frac{2}{n(m-2)} + \frac{2+3x}{(m-2)(x-1)}$

Ответ.

При $m \neq 2, n \neq 0, m \neq 3n+2, m \neq 2n \quad x = \frac{3n-2}{m-3n-2}$;

при $m = 4,\ n = \frac{2}{3}$ x - любое число, кроме $x = 1$;

при $m = 3n+2 (n \neq \frac{2}{3}); m = 6n (n \neq \frac{2}{3}), n = 0, m = 2$ решений нет.

В конце шестого урока предложите самостоятельную работу.

Самостоятельная работа по теме «Решение уравнений, приводимых к линейным»

Решите уравнение $\frac{2b}{x} = \frac{1}{a-b} - \frac{1}{a+b}$

Ответ.

При $a^2 \neq b^2$ и $b \neq 0$ $x = a^2 - b^2$;
при $b = 0, a \neq 0$ x - любое, кроме $x = 0$;
при $a^2 = b^2$ решений нет.

Решите уравнение $\frac{x-3m}{x^2-9} - \frac{2m+3}{x+3} = \frac{m-5}{x-3}$.

Ответ.

При $m \neq 3\frac{2}{3}, m \neq -1\frac{2}{3}, m \neq 1$ $x = \frac{8}{m-1}$;
при $m = 3\frac{2}{3}, m = -1\frac{2}{3}, m = 1$ решений нет.

Дополнительно и на дом можно предложить следующие уравнения.

$\frac{(b+2)x-3}{x-1} = 0$;

$\frac{x}{c-3} + \frac{x}{c-2} = \frac{4c^2-16c+15}{(c-3)(c-2)}$;

$\frac{3(c-3)x-5}{(c-1)(x^2-9)} = \frac{2c-5}{(c-1)(x-3)} - \frac{5}{x+3}$;

$\frac{k-6}{x+1} - \frac{3k+4}{x-2} = \frac{2(k-1)x-5}{x^2-x-2}$;

$1 + \frac{1}{bx+x} = \frac{1}{x} - \frac{3}{b+1}$;

$\frac{x-4}{x+1} + \frac{2}{a+1} = \frac{1}{(a+1)(x+1)}$

*Ответ*ы.

при $b = -2$ или $b = 1$ корней нет; при $b \neq -2, b \neq 1$ $x = \frac{3}{b+2}$;

при $c = 2$ или $c = 3$ корней нет; при $c = 2{,}5$ x - любое число;
при $c \neq 2, c \neq 2{,}5, c \neq 3$ $x = 2c - 3$;

при $c = 1\frac{1}{3}, c = -\frac{2}{3}, c = 1\frac{1}{2}, c = 1$ корней нет;
при $c \neq 1\frac{1}{3}, c \neq -\frac{2}{3}, c \neq 1\frac{1}{2}, c \neq 1$ $x = \frac{21c-25}{6c-9}$;

при $k = -2, k = -\frac{3}{13}, k = 21$ корней нет;
при $k \neq -2, k \neq -\frac{3}{13}, k \neq 21$ $x = \frac{13-5k}{4k+8}$;

при $b=-4, b=-1, b=0$ корней нет;при $b\neq -4, b\neq -1, b\neq 0$ $x=\frac{b}{b+4}$;

при $a=-3, a=-1{,}2, a=-1$ корней нет;

при $a\neq -3, a\neq -1{,}2, a\neq -1$ $x=\frac{4a+3}{a+3}$.

Уроки 7-8

Тема: Решение систем линейных уравнений (с двумя переменными) с параметрами

Цели урока формировать умение решать системы линейных уравнений с параметром; осуществить оперативный контроль учащихся; развивать умение сравнивать и обобщать закономерности.

Ход урока.

Подведение итогов самостоятельной работы.

Объяснение теоретического материала.

Определение. Системой линейных уравнений с двумя переменными называется два линейных уравнения, рассматриваемых совместно:

$$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1, \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$$

Решениями системы линейных уравнений называются такие пары чисел $(x_0;y_0)$, являющиеся решениями одновременно и первого, и второго уравнения системы.

Если система уравнений имеет решения, то говорят, что она совместна. Если же система уравнений не имеет решений, то говорят, что она несовместна.

Совместную систему уравнений называют определенной (однозначной), если она имеет единственное решение.

Совместную систему уравнений называют неопределенной, если она имеет более одного решения. Две совместные системы называются эквивалентными, если множества их решений совпадают.

Пусть числа a_2, b_2, c_2 отличны от нуля.

Если $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$, то система имеет единственное решение, то есть определенная.

Если $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$, то система не имеет решений, то есть несовместна.

Если $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$, то система имеет бесконечно много решений, то есть неопределенная.

Если c_1, c_2 равны нулю, то система называется однородной и всегда имеет решение (0; 0). Если однородная система имеет ненулевое решение $(x_0; y_0)$, значит она имеет бесконечное множество решений $(kx_0; ky_0)$

(Необязательно вводить новые понятия, достаточно повторить определения системы линейных уравнений, решения системы уравнений и дать схему 2)

«Зависимость количества решений системы линейных уравнений от коэффициентов системы»

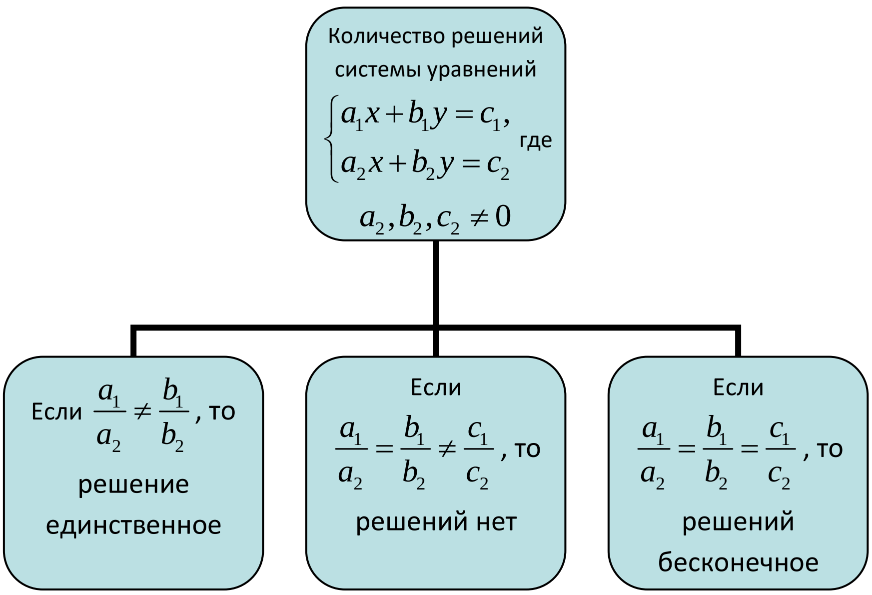


Схема 2

Пример 1. При каких значениях параметра а система $\begin{cases} 2x-3y=7, \\ ax-6y=14; \end{cases}$

а) имеет бесконечное множество решений;

б) имеет единственное решение?

Решение. Данная система уравнений является линейной, причем коэффициенты первого уравнения отличны от нуля. Воспользуемся данными схемы 2.

а) Система имеет бесконечное множество решений, если $\frac{a}{2}=\frac{-6}{-3}=\frac{14}{7}$, $a=4$.

б) Система имеет единственное решение, если $\frac{a}{2}\neq\frac{-6}{-3}$, $a\neq 4$.

(Обратите внимание на то, что уравнения поменяли местами, так как число a неопределенно. В нашем случае $a=0$ является решением в случае б), чтобы не было недоумений с делением на нуль, лучше вторым считать то уравнение, в котором все коэффициенты определены и не равны нулю)

Ответ: а) если $a=4,$ то система имеет бесконечное множество решений; б) если $a\neq 4,$ то *Решение* единственное.

Пример 2. Решите систему уравнений $\begin{cases} x+(m+1)y=1, \\ x+2y=n. \end{cases}$

Решение. Данная система уравнений является линейной. Воспользуемся данными схемы 2.

а) Система имеет единственное решение, если $\frac{1}{1}\neq\frac{m+1}{2}$, т.е. $m\neq 1$.

Решим систему при $m\neq 1$6

$$\begin{cases} x=1-(m+1)y, \\ x=n-2y. \end{cases}$$

$$1-(m+1)y=n-2y;$$

$$2y-(m+1)y=n-1;$$

$$y(1-m)=n-1;$$

$$y=\frac{n-1}{1-m}, \text{ где } m\neq 1.$$

Найдем x, воспользовавшись любым уравнением системы 6

$$x = n - 2 \cdot \frac{n-1}{1-m};$$
$$x = \frac{n - nm - 2n + 2}{1-m};$$
$$x = \frac{2 - n - nm}{1-m}.$$

Итак, при $m \neq 1$ Решением системы является пара $\left(\frac{2-n-nm}{1-m}; \frac{n-1}{1-m}\right)$.

б) Система не имеет решений, если $\frac{1}{1} = \frac{m+1}{2} \neq \frac{1}{n}$, т.е. при $m = 1, n \neq 1$.

в) Система имеет бесконечно много решений, если $\frac{1}{1} = \frac{m+1}{2} = \frac{1}{n}$, т.е. $m = 1, n = 1$.

Пары вида $\left(x_0; \frac{n - x_0}{2}\right)$, где x_0 - любое число, являются Решением системы в этом случае.

Ответ: если $m = 1, n \neq 1$ то решений нет; если $m = 1, n = 1$, то решений бесконечное множество $\left(x_0; \frac{n - x_0}{2}\right)$, если $m \neq 1$ и n – любое, то решение единственное $\left(\frac{2-n-nm}{1-m}; \frac{n-1}{1-m}\right)$.

Пример 3. (Предложите ученикам выполнить это задание самостоятельно с последующей проверкой.) Решите систему уравнений $\begin{cases} x = a - y, \\ x = b + 3y. \end{cases}$

Решение. Данная система уравнений – линейная. Так как $\frac{1}{1} \neq \frac{1}{-3}$, система имеет единственное решение. Найдем его:

$$\begin{cases} x = a - y, \\ x = b + 3y; \end{cases}$$
$$a - y = b + 3y;$$
$$3y + y = a - b;$$
$$y = \frac{a-b}{4}.$$

Найдем x:

$$x = a - \frac{a-b}{4};$$
$$x = \frac{3a+b}{4}.$$

Ответ. Система имеет единственное решение $\left(\frac{3a+b}{4}; \frac{a-b}{4}\right)$.

Пример 4. Графики функций $y = (4-a)x + a$ и $y = ax + 2$ пересекаются в точке с абсциссой, равной –2. Найдите ординату точки пересечения.

Решение. Так как графики пересекаются в точке с абсциссой, равной -2, то $x = -2$ является решением следующей системы: $\begin{cases} y = (4-a)x + a, \\ y = ax + 2. \end{cases}$

Тогда имеем:

$$\begin{cases} y = (4-a)(-2) + a, \\ y = a(-2) + 2; \end{cases}$$
$$\begin{cases} y = -8 + 3a, \\ y = -2a + 2; \end{cases}$$
$$-8 + 3a = -2a + 2;$$
$$5a = 10;$$
$$a = 2.$$

Найдем ординату y, подставив x и a в любое уравнение системы: $y = 2 \cdot (-2) + 2, y = -2.$

Ответ: – 2.

Пример 5. (Предложите ученикам выполнить это задание самостоятельно с последующей проверкой.) Графики функций $y = kx - 4$ и $y = 2x + b$ симметричны относительно оси абсцисс.

а) Найдите b и k.

б) Найдите точку пересечения этих графиков.

Решение. Графики симметричны относительно оси абсцисс, следовательно, $b=4$, а графики пересекаются в некоторой точке $(x;0)$. Получим систему:

$$\begin{cases} 2x+4=0, \\ kx-4=0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-2, \\ k=-2. \end{cases}$$

В результате точка пересечения графиков $y=kx-4$ и $y=2x+b$ $(-2;0)$.

Ответ: а) $b=4, k=-2;$ б) $(-2;0)$

Пример 6. Решите уравнение $|x-2|+|x+a|=0$.

Решение. Так как каждое слагаемое неотрицательно, то можно перейти к системе:

$$\begin{cases} x-2=0, \\ x+a=0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2, \\ x=-a. \end{cases}$$

Эта система имеет *Решение*, если $-a=2; a=-2.$

Ответ. Если $a=-2$, то $x=2$; если $a\neq-2$, то решений нет.

(Предложите ученикам решить самостоятельно примеры 7 и 8, а затем подробно разобрать *Решение* на доске.)

Пример 7. Решите уравнение $|x+2|+|a(x-1)|=0.$

Решение. Так как каждое слагаемое неотрицательно, то можно перейти к системе:

$$\begin{cases} x+2=0, \\ a(x-1)=0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-2, \\ \left[\begin{array}{l} a=0, \\ x=1. \end{array}\right. \end{cases}$$

Данная система имеет *Решение* только в том случае, если $a=0$.

Ответ. Если $a=0$, то $x=-2$, если $a\neq 0$, то решений нет.

Пример 8. Решите уравнение $|x+2|+a^2|x|=0$.

Решение. Так как каждое слагаемое неотрицательно, то можно перейти к системе:

$$\begin{cases} x+2=0, \\ a^2x=0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-2, \\ \left[\begin{array}{l} a=0, \\ x=0. \end{array}\right. \end{cases}$$

Данная система имеет решение, если $a=0$.

Ответ. Если $a=0$, то $x=-2$, если $a\neq 0$, то решений нет.

Решение задач.

1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} ax+y=a^2, \\ x+ay=1. \end{cases}$$

2. Найдите все значения параметра m, при которых система

$$\begin{cases} 2x-3=0, \\ mx+y(m-1)=1,5. \end{cases}$$

имеет единственное решение:

3. Найдите все значения параметра p, при которых система

$$\begin{cases} (p+1)x+8y=4p, \\ px+(p+3)y=3p-1 \end{cases}$$

имеет бесконечное множество решений

4. Найдите все значения параметра m, при которых система

$$\begin{cases} a^2x+(2-a)y=4+a^2, \\ ax+(2a-1)y=a^5-2 \end{cases}$$

не имеет решений.

5. В зависимости от параметра a выясните взаимное расположение прямых: а) $ax-y=-2a, x-ay=2;$ б) $-9x+ay+3a^2=0, y=ax-a^3;$

в) $(a+1)x+3y+a=0, x+(a-1)y-a=0$

*Ответ*ы.

1) при $a=1$ x – любое, $y=1-x$; при $a=-1$ решений нет; при $a\neq\pm1$ x$=\dfrac{a^2+a+1}{a+1}, y=-\dfrac{a}{a+1}$.

2) при $m\neq1$;

3) при $p=1$;

4) при $a=\pm1$.

5) а) при $a=\pm1$ прямые параллельны; при $a\neq\pm1$ прямые пересекаются; б) при $a=\pm3$ прямые параллельны; при $a\neq\pm3$ прямые пересекаются ; в) при $a=-2$ прямые совпадают, при $a=2$ прямые параллельны, при $a\neq\pm2$ прямые пересекаются.

Самостоятельная работа по теме «Решение систем линейных уравнений с параметрами»

Вариант 1

1. При каком значении k система

$$\begin{cases} x+2y=5, \\ 5x+10y=k \end{cases}$$

имеет бесконечное множество решений?

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x-ay=5, \\ y-2x=-5. \end{cases}$$

Вариант 2

1. При каком значении d система

$$\begin{cases} 2x-5y=8, \\ 8x+dy=10 \end{cases}$$

не имеет решений?

2. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3x-2y=6, \\ mx+y=-3. \end{cases}$$

*Ответ*ы.

Вариант 1.

1) при $k=2{,}5;$

2) при $a\neq 1$ $x=2{,}5, y=0;$ при $a=1$ x - любое число, $y=2x$ - 5.

Вариант 2.

1) $d=-20$;

2) при $m=-1{,}5$ x - любое число, $y=-3+1{,}5x$; при $m\neq -1{,}5$ $x=0, y=-3$

Домашнее задание

1. При каких значениях параметра b система уравнений $\begin{cases} 3x-2y=5, \\ 6x-4y=b \end{cases}$

а) имеет бесконечное множество решений;

б) не имеет решений?

2. Графики функций $y=ax+3$ и $y=(2-a)x+a$ пересекаются в точке с абсциссой – 1. Найдите ординату точки пересечения графиков.

3. Графики функций $y=4x+b$ и $y=kx+6$ симметричны относительно оси ординат.

а) Найдите b и k.

б) найдите координаты точки пересечения этих графиков.

4. Решите систему уравнений $\begin{cases} mx+y=1, \\ x+ny=-1 \end{cases}$

*Ответ*ы. 1. а) $b=10;$ б) $b\neq 10.$ 2. $y=\dfrac{4}{3}$. 3. а) $b=6, k=-4.$

4. при $mn=1$ и $m\neq 1, n\neq -1$ решений нет;

при $m=1$ и $n=-1$ x - любое число, $y=1+mx;$

при $mn\neq 1, n\neq -1, m\neq 1$ $x=\dfrac{-1-n}{1-mn},\ \ y=\dfrac{1+m}{1-mn}.$

Урок 9

Тема: Решение линейных уравнений и систем линейных уравнений, содержащих параметры

Цели урока: обобщить и систематизировать полученные знания; подготовиться к контрольной работе; формировать умение работать в группах.

Ход урока.

Анализ самостоятельной работы.

Работа в группах. В конце урока задания необходимо проверить.

Решите уравнения:

$а) mx = 8;$

$б) ax = a;$

$в) (a-2)x = 10-5x;$

$г) (c^2-9)x+4 = 2(x+6)-7x;$

$д) x+\dfrac{x}{a} = 2;$

$е) \dfrac{x-c}{4} = \dfrac{x-4}{c};$

$ж) \dfrac{x-m}{m}-4 = \dfrac{x-4}{4}-m.$

2. При каких значениях параметра b уравнение $b(b-3)x = 10(2b+x)$ не имеет корней?

3. Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x+y=7, \\ y-kx=3. \end{cases}$

Ответы: 1. а) Если $m=0$, то корней нет; если $m \neq 0$, то $x=\dfrac{8}{m}$

б) если $a=0$, то x – любое число; если $a \neq 0$, то $x=1$;

в) если $a=-3$, то корней нет; если $a \neq -3$, то $x=\dfrac{10}{a+3}$;

г) если $c=-2, c=2$, то корней нет; если $c \neq \pm 2$, то $x=\dfrac{8}{c^2-4}$;

д) если $a=0$, то уравнение не имеет смысла; если $a=-1$, то корней нет если $a\neq -1, a\neq 0$, то $x=\dfrac{2a}{a+1}$;

е) если $c=0$, то уравнение не имеет смысла; если $c=4$, то корней нет; если $c\neq 4, c\neq 0$, то $x=c+4$;

ж) если $m=0$, то уравнение не имеет смысла; если $m=4$, то x – любое число; если $m\neq 0, m\neq 4$, то $x=4m$;.

2. При $b=-2, b=5.$

3. при $k=-2$ решений нет; при $k\neq -2$ $\quad x=\dfrac{4}{k+2}, y=\dfrac{7x+6}{k+2}.$.

Домашнее задание.

1. Решите уравнения:

$а) b^2x=b(x+1);$

$б) bx(b-1)=5b-bx;$

$в) y-b=\dfrac{y}{b+1};$

$г) \dfrac{n+y}{5}-2=\dfrac{y-5}{n}.$

2. Решите системы уравнений:

а) $\begin{cases} 2x+y=4, \\ x-y=a, \\ 3x+2y=4a^2-2a+1; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x+(a-1)y=3, \\ (a+1)x+4y=-3. \end{cases}$

*Ответ*ы..1. а) при $b=0, b=1$ корней нет; при $b\neq 0, b\neq 1$ $x=\dfrac{1}{b(b-1)}$;

б) при b=0 x - любое число; при $b\neq 0$ $x=\dfrac{5}{6}$;

в) при $b=-1$ не имеет смысла; при $b=0$ x - любое число;
при $b\neq 0, b\neq -1$ $y=b+1$;

г) при $n=0$ не имеет смысла; при $n=5$ x - любое число;
при $n\neq 0, n\neq 5$ $y=5-n.$

2. а) *Решение*. В этом задании система состоит из трех линейных уравнений. Она будет совместна, если совместна система любых двух

уравнений, а третьему удовлетворяют все значения x и y, удовлетворяющие первым двум уравнениям.

Решим систему

$$\begin{cases} 2x + y = 4, \\ x - y = a; \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \dfrac{a+4}{3}, \\ y = \dfrac{4-2a}{3}. \end{cases}$$

Подставим полученные значения в третье уравнение системы $3 \cdot \frac{a+4}{3} + 2 \cdot \frac{4-2a}{3} = 4a^2 - 2a + 1,$ решив которое получаем: $a = -1, a = \frac{17}{12}.$ Отсюда следует *Ответ*: при $a = -1$ $x = 1, y = 2;$ при $a = \frac{17}{12}$ $x = \frac{65}{36}, y = \frac{7}{18};$ при $a \neq -1, a \neq \frac{17}{12}$ решений нет. б) при $a = -3$ x - любое число, $y = \frac{2x-3}{4}$; при $a = 1$ $x = 1{,}5,\ y = -2;$ при $a = -1$ $x = 0,\ y = -\frac{3}{4};$ при $a = 3$ решений нет.

Урок 10

Контрольная работа по теме «Линейные уравнения и системы линейных уравнений с параметрами»

Вариант 1

1. При каком значении параметра a уравнение $5x - 4 = 3x + a$ имеет корень: а) $x = 1;$ б) $x = \frac{1}{3}$?

2. Выясните, имеет ли корни уравнение при заданном значении а:

а) $5x + a = 4x + 1$ при $a = 3$; б) $4x - a = 4x + 4$ при $a = -2.$

3. При каком значении а прямые $5x - 3y = 15$ и $ax + 7y = -6$ пересекаются в точке, принадлежащей оси абсцисс?

4. Решите уравнения:

$a) 3x - 4(x - a) = 4 + a;$

$б) \frac{ax-2}{2} = \frac{3-ax}{4};$

$в) 3ax - 4(2 + x) = 6.$

5. При каком значении а система

$$\begin{cases} 3x + y = -4, \\ x - ay = 8 \end{cases}$$

решений не имеет?

6. Графики функций $y = 3x + b$ и $y = kx - 6$ симметричны относительно оси абсцисс.

а) Найдите k и b.

б) Найдите точку пересечения этих графиков.

Вариант 2

1. При каком значении параметра a уравнение $3x + 2 = x - a$ имеет корень:

а) $x = -1$; б) $x = 0,3$?

2. Выясните, имеет ли корни уравнение при заданном значении а:

а) $7x - a = 3x + 1$ при $a = 7$; б) $2x + a = 2x - 5$ при $a = 4$.

3. При каком значении k прямые $4x - y = -5$ и $3x - ky = 15$ пересекаются в точке, принадлежащей оси ординат?

4. Решите уравнения:

$$а) a + 5(x - 2) = 3a + 2x;$$
$$б) \frac{5 - ax}{3} = \frac{7 - ax}{6};$$
$$в) 9 - ax = 3(6 + x).$$

5. При каком значении a система

$$\begin{cases} 2x - y = 5, \\ x + ay = 2 \end{cases}$$

решений не имеет?

6. Графики функций $y = 0,5x + b$ и $y = kx + 2$ симметричны относительно оси ординат.

а) Найдите k и b.

б) Найдите точку пересечения этих графиков.

*Ответ*ы .

Вариант 1.

1. а) $a=-2;$ б) $a=-3\frac{1}{3}$.

2. а) $x=-2;$ б) корней нет.

3. $a=-2$.

4. а) $x=3a-4$; б) при $a=0$ корней нет; при $a\neq 0$ $x=\frac{7}{3a};$

в) при $a=\frac{4}{3}$ корней нет; при $a\neq\frac{4}{3}$ $x=\frac{14}{3a-4}.$

5. $a=-\frac{1}{3}.$

6. а) $k=-3, b=6;$ б) (– 2; 0).

Вариант 2.

1. а) $a=0$; б) $a=-2,6$.

2. а) $a=2$; б) корней нет.

3. $k=-3$.

4. а) $x=\frac{2}{3}(x+5);$ б) при $a=0$ корней нет; при $a\neq 0$ $x=\frac{1}{a};$ в) при $a=-3$ корней нет; при $a\neq -3$ $x=-\frac{9}{a+3}.$

5. $a=-\frac{1}{2}$.

6. а) $k=-\frac{1}{2}, b=2;$ б) (0; 2).

Дополнительные задания к урокам 1-10.

1. Решите уравнения

1. (a – 2)x = 10 – a;
2. 7 – 2ab = 3bx;
3. ax + 8 = 5x – 7;
4. bx – 7 = 2x + 8;
5. ax + a + 3 = 2a + 5;
6. ax – a = 2x – 17;
7. 3 – ax = a + x;
8. (6 – a)x = 5a – 2x;
9. a(b + x) = 3a – (x – a)b;
10. 2a – (a + b)x = (a – b)x;
11. c – (c + a)x = (a – c)x – (b + ax);

12. ax – b(a – x) = c(b – x) – b(c – x);

13. $\frac{2x-a}{b}=3;$

14. $\frac{1-bx}{a}=1;$

15. $\frac{ax-2}{2}=\frac{3-ax}{4};$

16. $\frac{a-4}{a-5}x=\frac{a^2-16}{2a+3}.$

2. При каких значениях параметра c корень уравнения x + c = 3x – 5 является неотрицательным числом?
3. Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} 2x+3y=10, \\ ax-5y=15 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Ответ. При $a \neq -3\frac{1}{3}$

4. Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} ax-3y=12, \\ 2x-4y=10 \end{cases}$$

не имеет решений..

Ответ. При $a=1,5$

5. Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} 7x-2ay=5, \\ (4-5a)x-4ay=7 \end{cases}$$

не имеет решений.

Ответ. При $a=0, a=-2$

6. Найдите все значения параметров a и b, при которых система

$$\begin{cases} ax-by=a^2-b, \\ bx-b^2y=2+4b \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений..

Ответ. При $a=1, b=-1$ и $a=1, b=-2$

7. Найдите все значения параметра a, при которых система

$$\begin{cases} 2x+(9a^2-2)y=3a, \\ x+y=1 \end{cases}$$

не имеет решений.

Ответ. При $a=-\dfrac{2}{3}$

8. Решите следующие системы уравнений:

$$\begin{cases} ax+y=a^2, \\ x+ay=1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} (2a+4)x-(5a+3)y=2a-4, \\ (a+2)x-3ay=a-2; \end{cases}$$

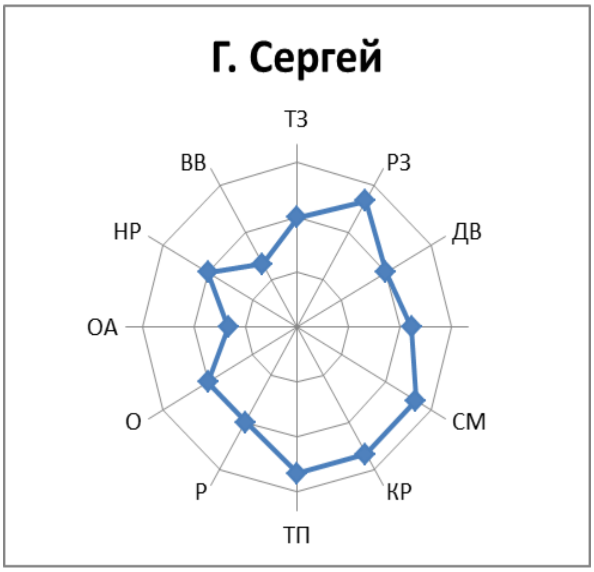
*Ответ*ы. а) при $a\neq\pm1$ $x=\dfrac{a^2+a+1}{a+1}, y=-\dfrac{a}{a+1};$ при $a=1$ x - любое число, $y=1-x$; при $a=-1$ решений нет.

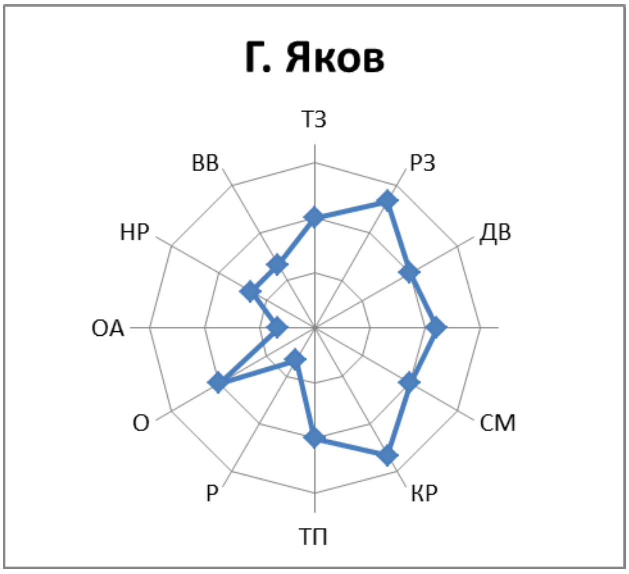
б) при $a\neq-2, a\neq3$ $x=\dfrac{a-2}{a+2},$ $y=0;$ при $a=3$ x-любое, $y=\dfrac{5x-1}{9}$; при $a=-2$ решений нет.

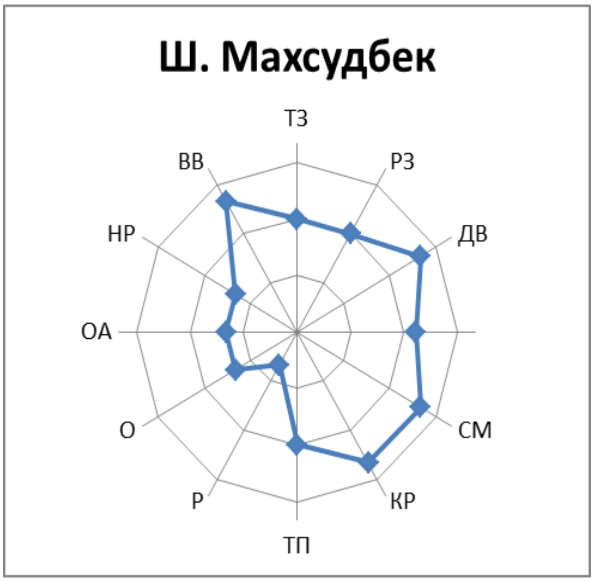
Приложение 2

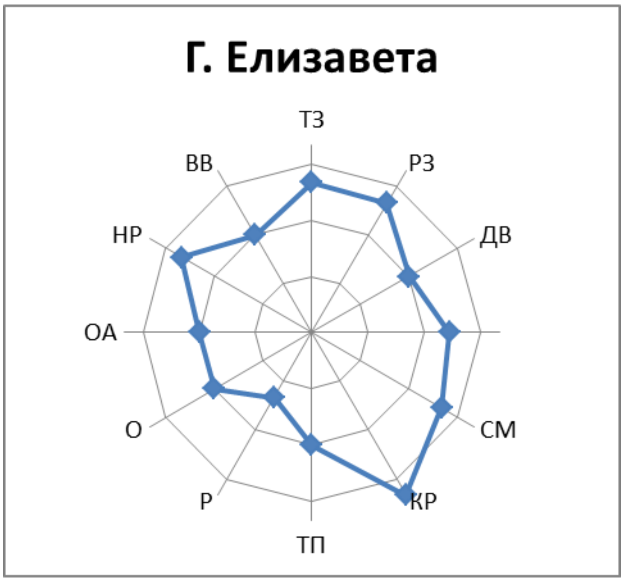
Индивидуальные лепестковые диаграммы

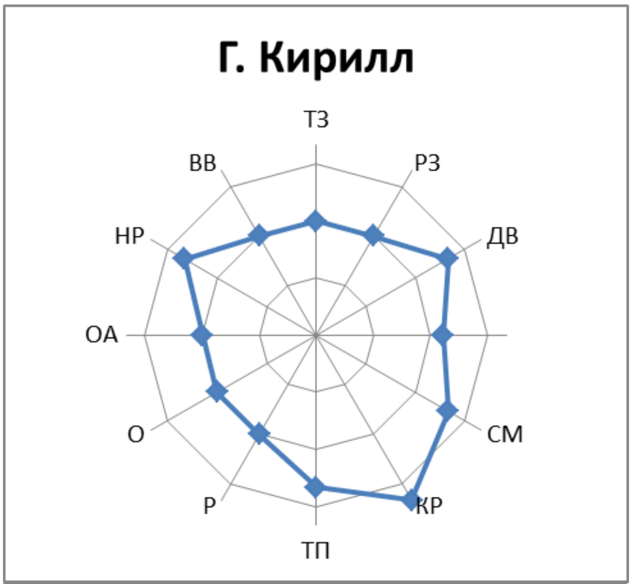
Данные на начало ведения элективного курса:

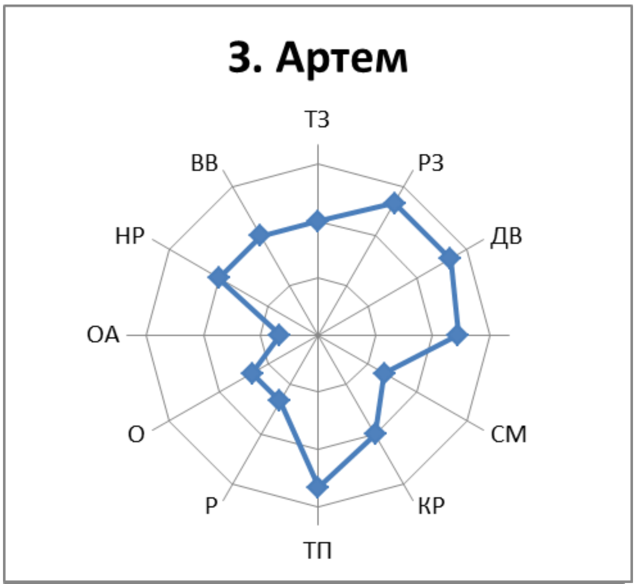




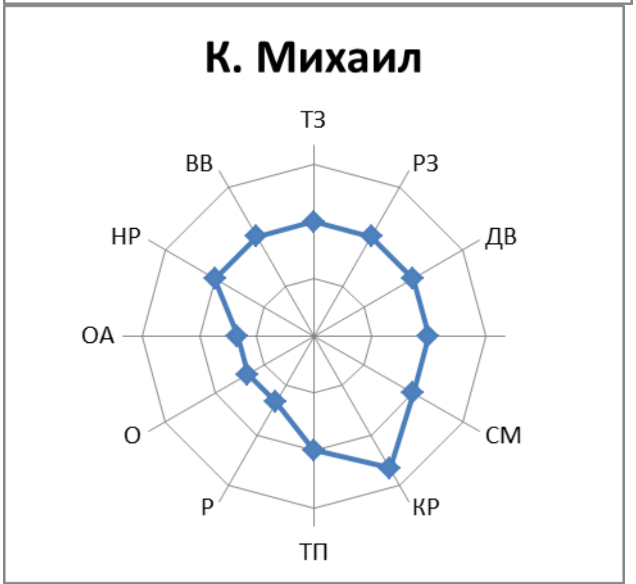


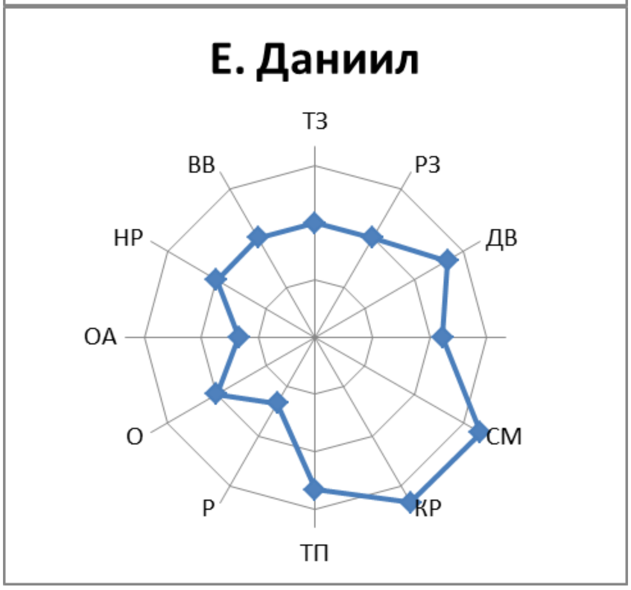


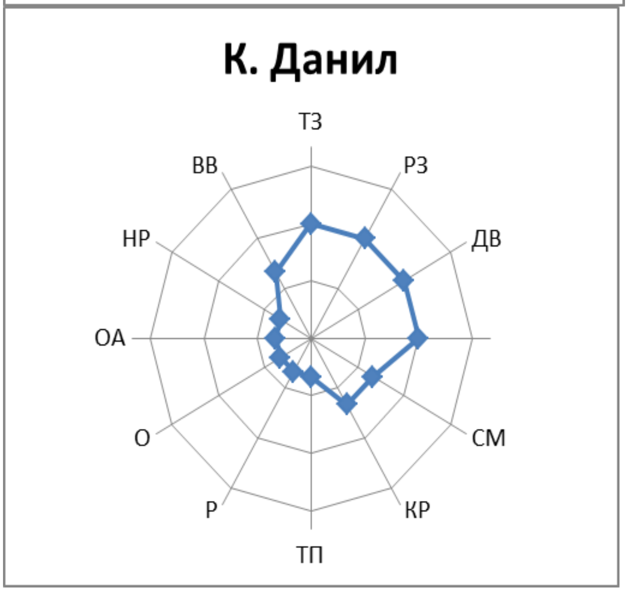

Г. Кирилл
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ

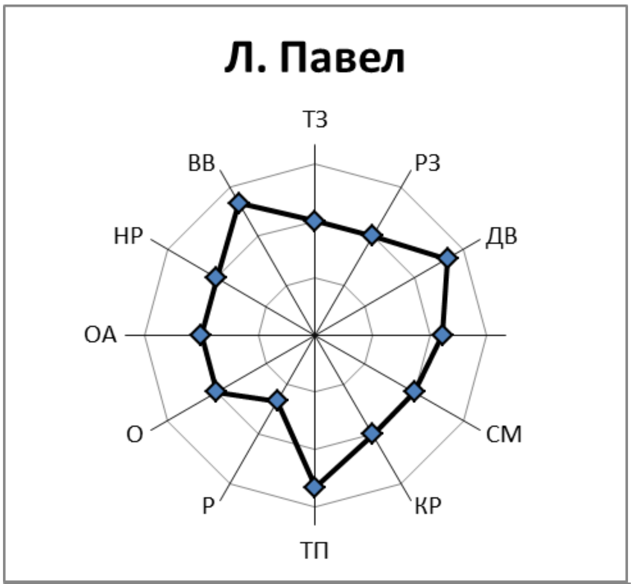

З. Артем
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ

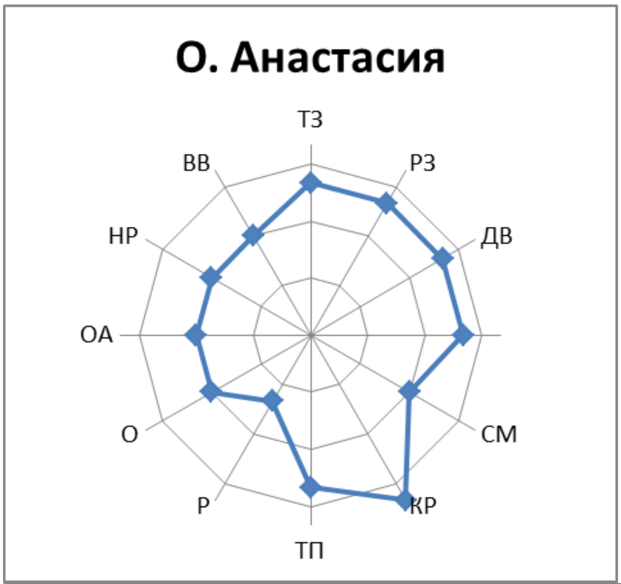

Д. Елена
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ

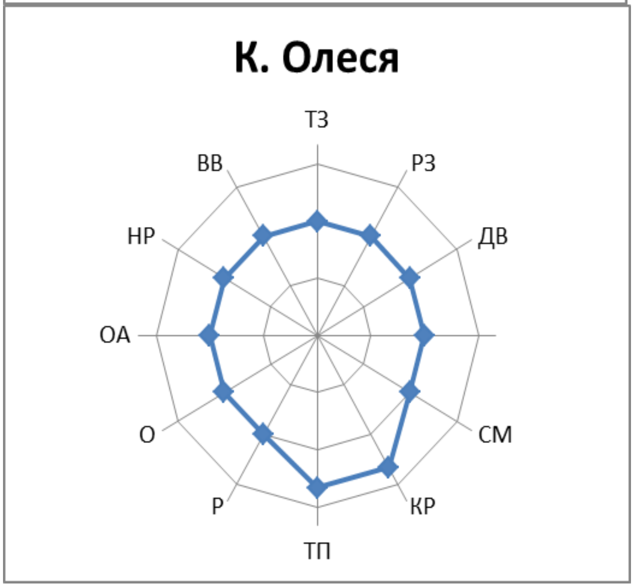

К. Михаил
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ

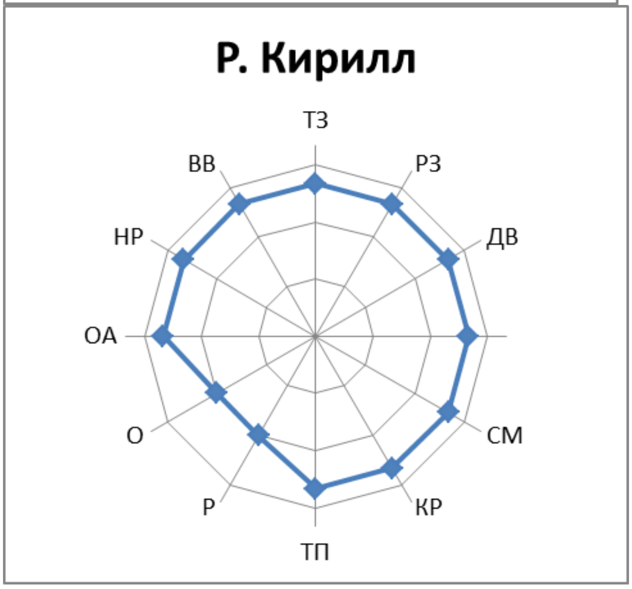

Е. Даниил
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ


К. Данил
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ

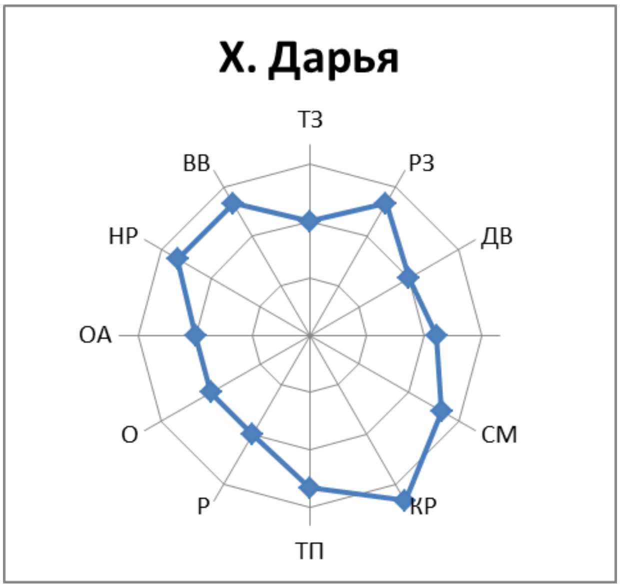

Л. Павел
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ

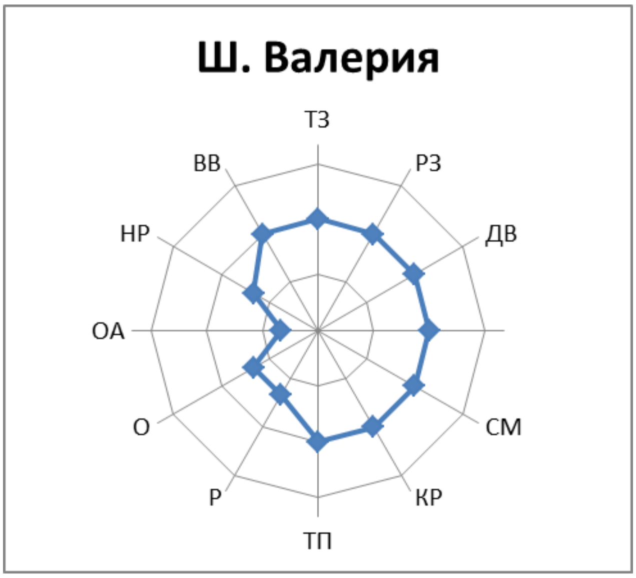

О. Анастасия
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ


К. Олеся
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ

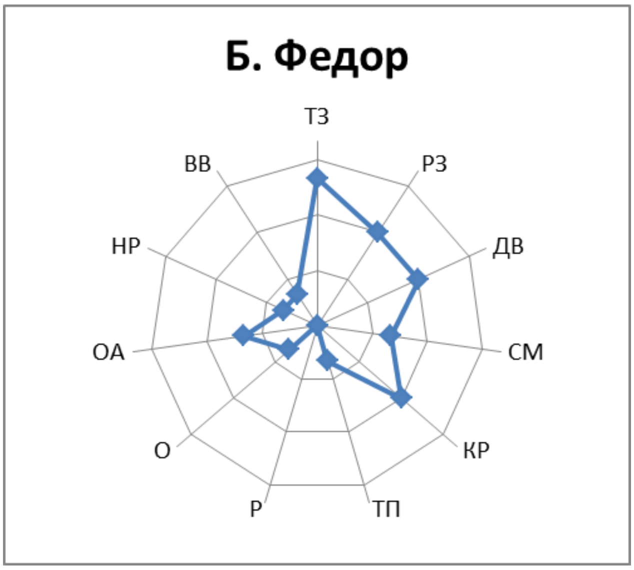

Р. Кирилл
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ

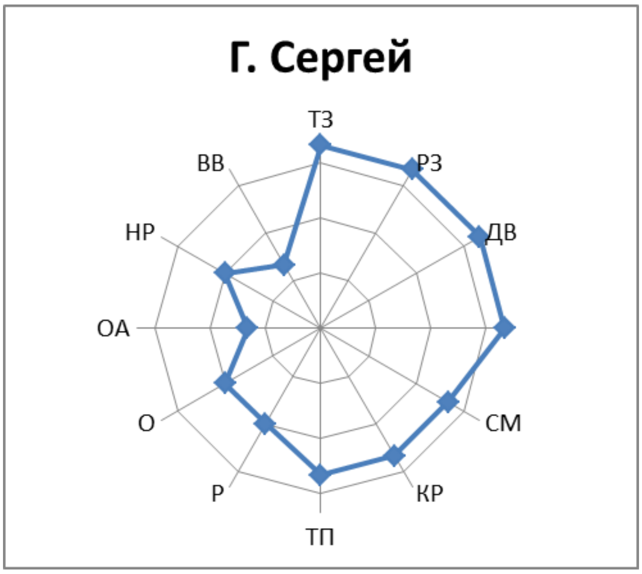

Н. Ирина
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ

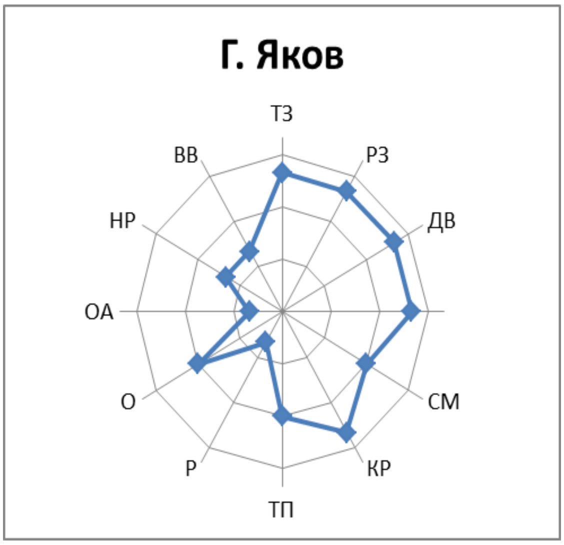

Х. Дарья
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ

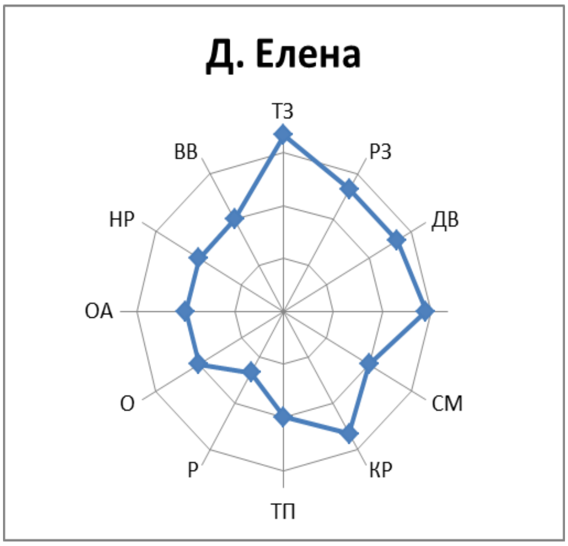


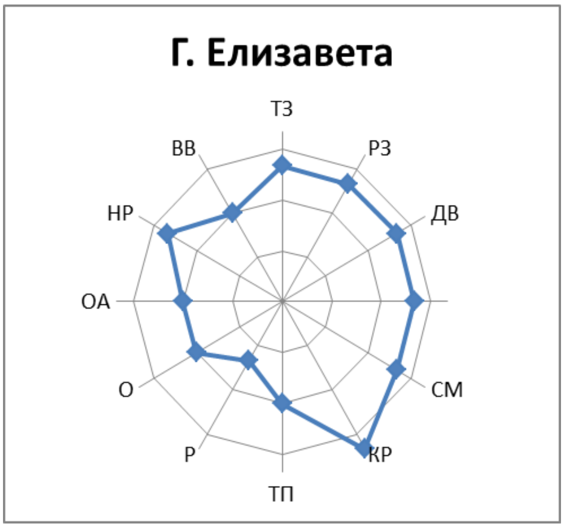
Индивидуальные лепестковые диаграммы на конец проведения элективного курса:

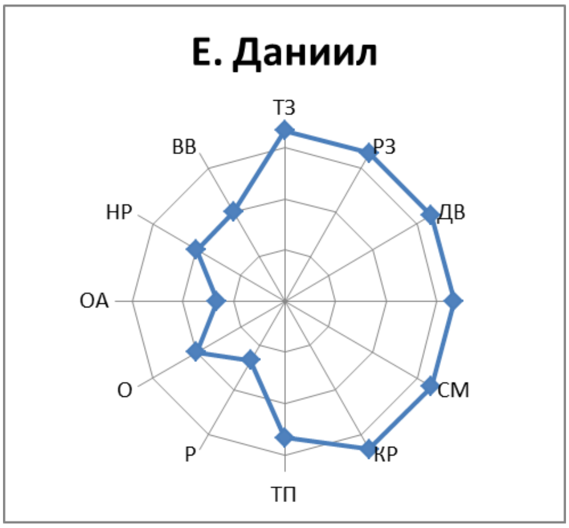


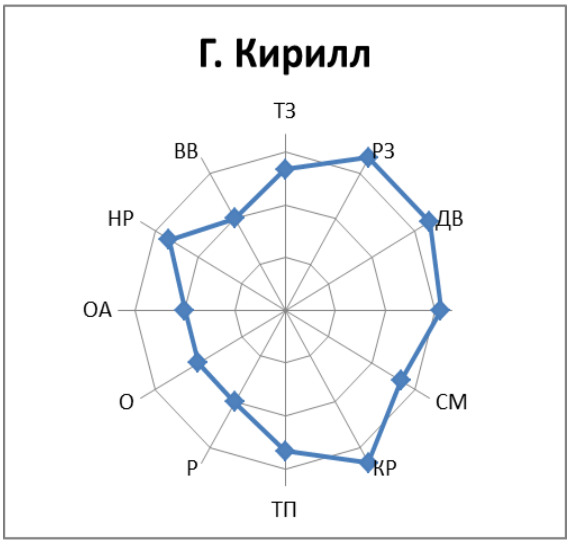


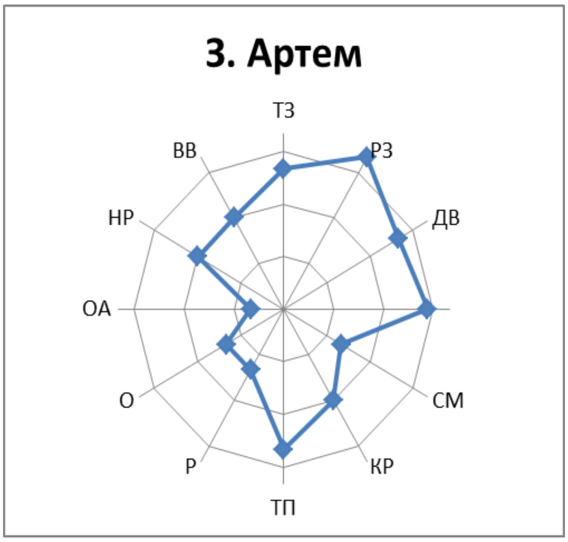

Г. Яков
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ

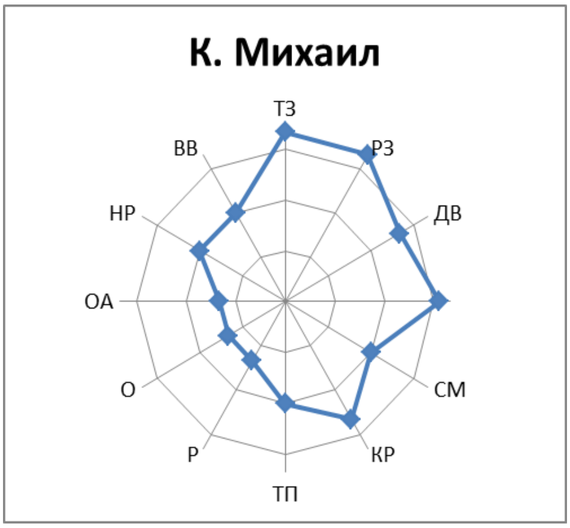

Д. Елена
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ

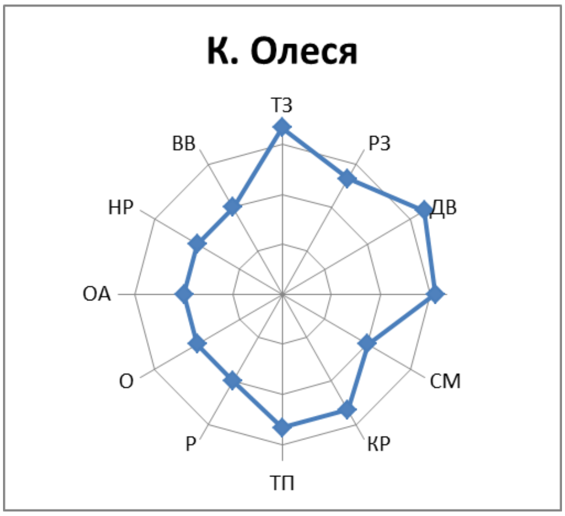

Г. Елизавета
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ

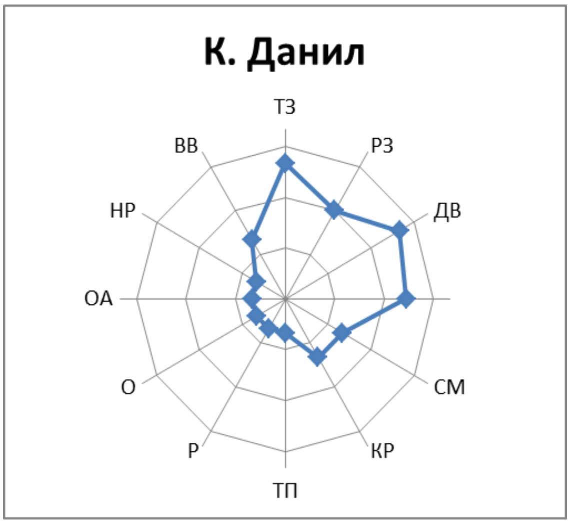

Е. Даниил
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ


Г. Кирилл
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ

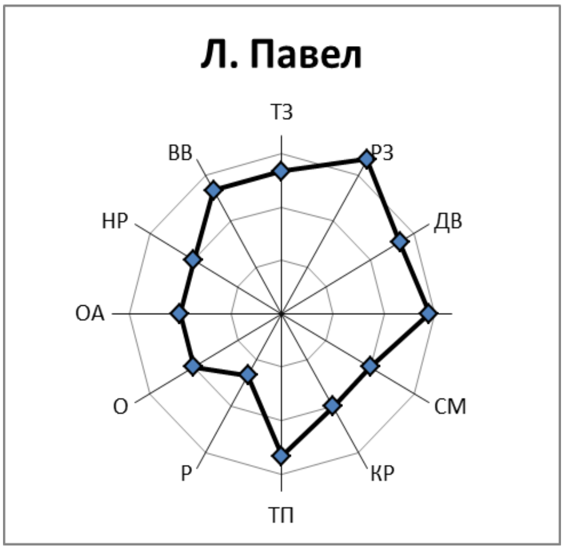

З. Артем
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ

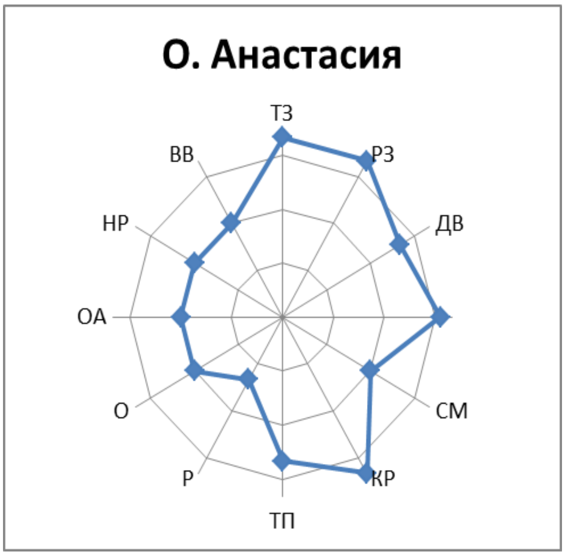

К. Михаил
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ

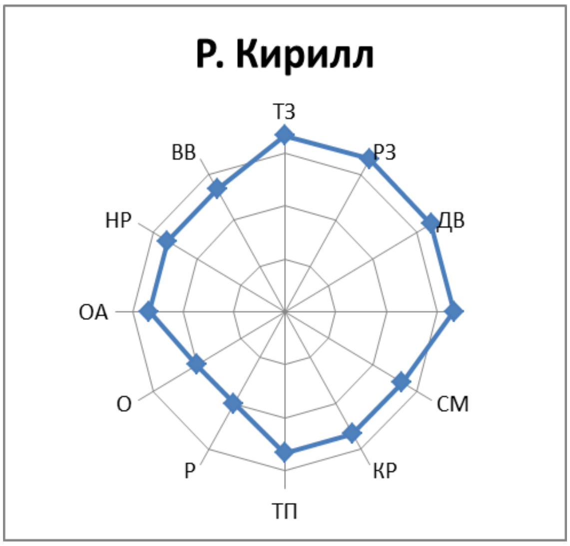

К. Олеся
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ

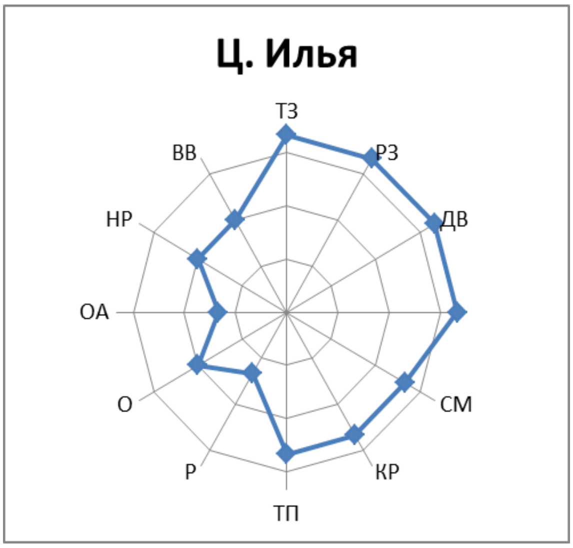

К. Данил
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ

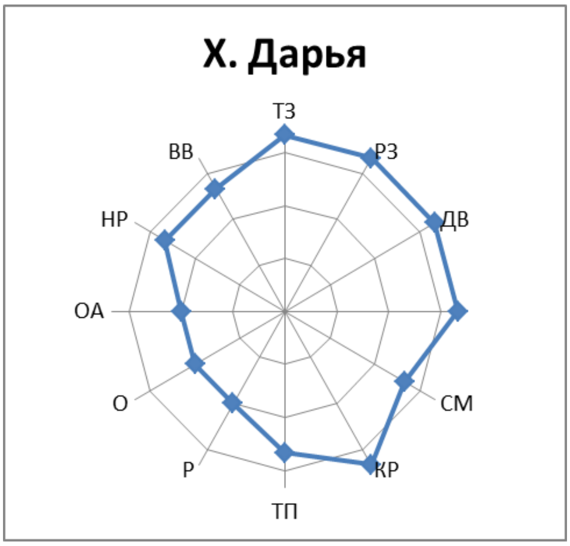

Н. Ирина
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ

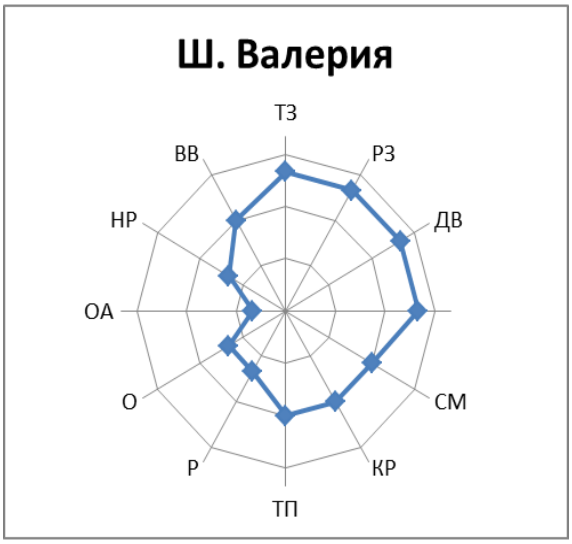

Л. Павел
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ

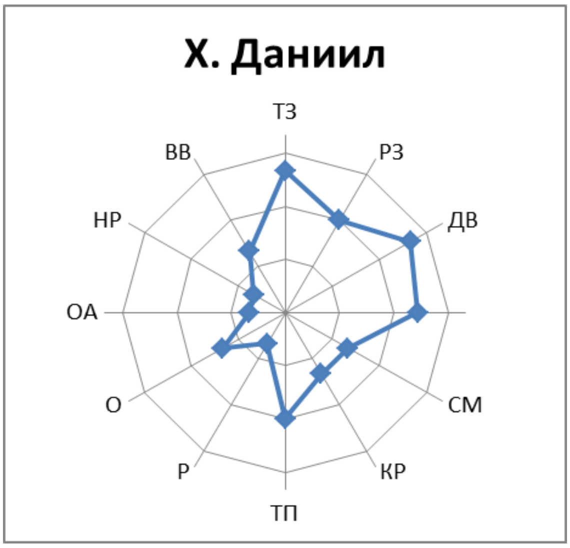

О. Анастасия
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ

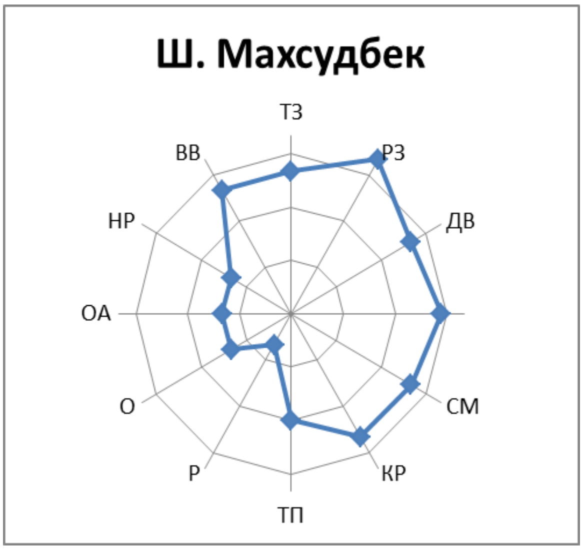

Р. Кирилл
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ


Ц. Илья
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ


Х. Дарья
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ


Ш. Валерия
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ


Х. Даниил
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ


Ш. Махсудбек
ТЗ
РЗ
ДВ
СМ
КР
ТП
Р
О
ОА
НР
ВВ