

## ВРЕМЯ СОБИРАТЬ КЕЛЬТСКИЕ КАМНИ

*В ряду научных игрушек, воспроизводящих необычные физические эффекты, кельтский камень занимает особое место ввиду парадоксальности поведения и незавершенности его научного описания.*

Мир игрушек сегодня огромен и разнообразен, и в нем всегда найдется забава на любой вкус, возраст и интеллект. Об одной интеллектуальной и загадочной игрушке и пойдет речь далее. Игрушку эту обычно называют кельтским камнем или кельтской лодочкой. Необычность этой игрушки в том, что её поведение противоречит привычным для нас представлениям о характере движения твёрдых тел. И эта необычность уже многие годы продолжает удивлять и привлекать внимание, как знакомых с физикой в рамках школьной программы, так и учёных, работающих в области динамики твёрдых тел.

Кельтский камень, часто называемый просто кельтом, представляет собой продолговатое твердое тело с гладким выпуклым основанием, очертаниями похожее на лодку. Делают его обычно из пластмассы, металла, твёрдой древесины... Если кельт положить на плоскую горизонтальную опору и придать ему вращательный импульс относительно вертикали, проходящей через точку его касания с опорой или, попросту, закрутить его рукой, например, по ходу часовой стрелки, то он будет устойчиво вращаться в этом направлении, пока не остановится из-за трения. Ничего особенного в этом нет. Многие выпуклые продолговатые предметы (стеклянная бутылка, авторучка, телефон и др.), закрученные на гладкой горизонтальной поверхности, ведут себя так же.

Но, если этот кельт закрутить в другую сторону, в нашем случае против часовой стрелки, то он, сделав несколько оборотов в этом направлении, затем резко останавливается и, недолго покачавшись, самостоятельно раскручивается и далее устойчиво вращается в направлении, противоположном начальному, совершая тем самым

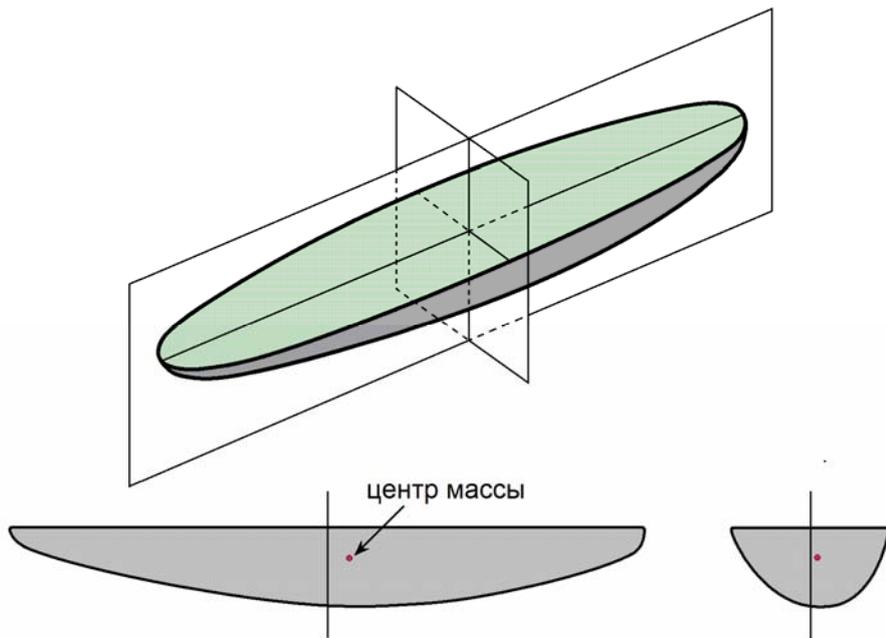
реверс вращения. Получается, что кельт самостоятельно, в отсутствие какого-либо внешнего силового воздействия, изменяет заданное ему направление вращения, как бы противясь вертеться в «нежелательном» для него направлении!

Столь забавное поведение этой игрушки диссонирует с привычными представлениями о характере движения твердых тел. Мы привыкли считать само собой разумеющимся, что для остановки пассивно вращающегося по инерции твердого тела и для последующей его раскрутки в противоположном направлении надо воздействовать на тело с некоторой силой и затратить некоторое количество энергии.

Кельт же изменяет направление вращения без какого-либо видимого воздействия на него! Это необычное свойство кельта способно озадачить даже сведущего в механике пользователя из-за иллюзии нарушения законов сохранения. Для описания странного поведения этой игрушки потребуются понятия момента инерции и осей инерции.

Момент инерции характеризует меру инертности вращающегося тела. Величина момента инерции тела тем больше, чем больше его масса и чем больше расстояние до его оси вращения. Для незакрепленного тела число возможных осей вращения бесконечно, поэтому и возможных значений момента инерции тела множество. Однако среди множества осей есть такая ось, относительно которой осевой момент инерции тела минимален. Эту ось называют минимальной центральной осью инерции, а пролегает она через центр массы тела.

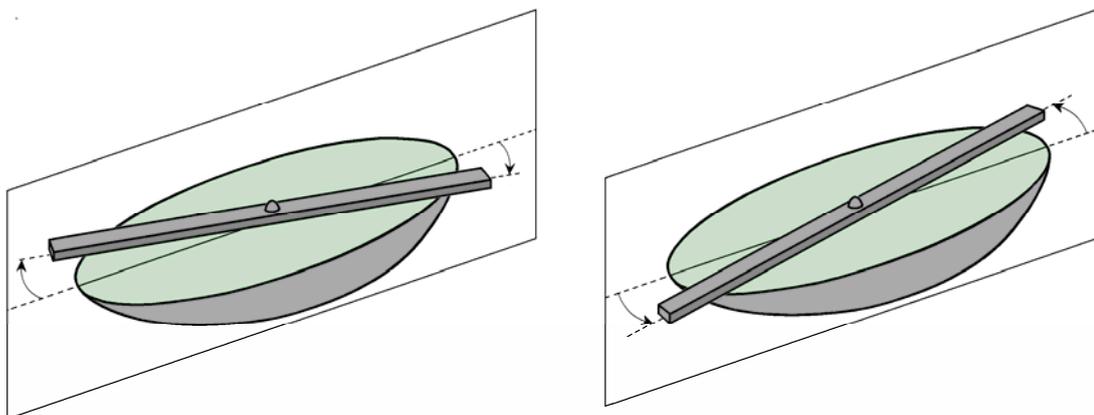
Так вот, существенным свойством кельта, отличающим его от множества других выпуклых продолговатых тел, является несовпадение его продольной геометрической оси с его минимальной центральной осью инерции (эту ось для краткости далее будем называть просто осью инерции). В зависимости от способа реализации расхождения указанных осей, все кельты можно разделить на два типа.



*Асимметричный кельт и его сечения*

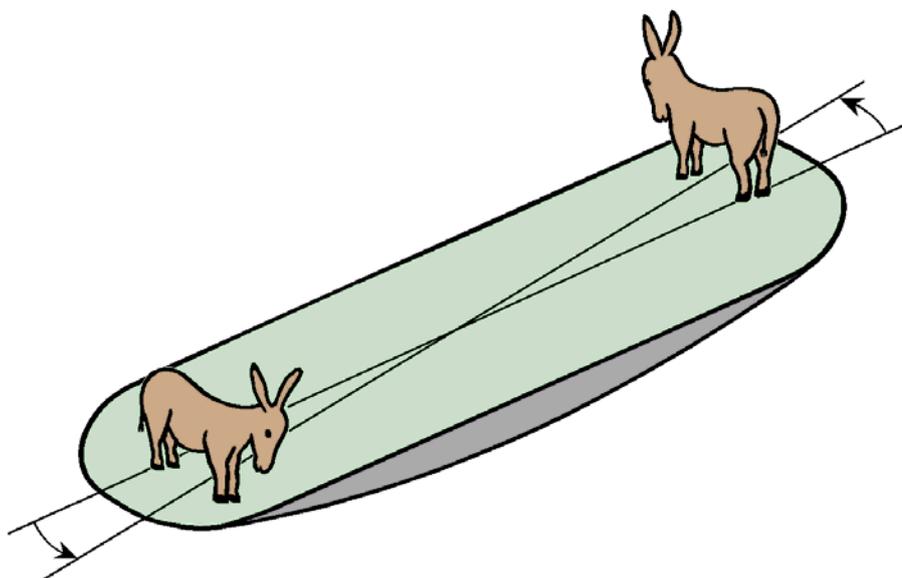
У кельтов первого типа расхождение достигается приданием их основанию асимметричной формы, причём асимметрия должна быть, как в продольном, так и в поперечном сечениях. Направление устойчивого вращения, то есть вращение без реверса, у этих кельтов зависит от того, в какую сторону смещён их центр массы.

У кельтов второго типа основание симметрично, а несовпадение оси инерции с продольной осью, а точнее, с продольной плоскостью симметрии, осуществляют размещением на теле кельта массивного стержня под небольшим углом к указанной плоскости. Направление устойчивого вращения можно произвольно менять поворотом стержня в ту или иную сторону.



*Симметричный кельт со стержнем в двух положениях.*

Если стержень повернут от продольной плоскости симметрии по часовой стрелке, то есть вправо, то кельту свойственна устойчивость вращения вправо. Такой кельт назовём правовращающимся, или, для краткости, правым. Если же стержень повернут против часовой стрелки, то есть влево, то устойчивое вращение кельту присуще в том же направлении. В этом случае кельт становится левым. Вместо стержня на тело кельта иногда устанавливают пару балансирующих грузов в виде поворачиваемых фигурок животных.



*Симметричный кельт с балансирами.*

Поскольку положение оси инерции кельтов первого типа устанавливается при их изготовлении и задаётся формой их основания, то эти кельты могут быть либо только правыми, либо только левыми. А вот конструкции кельтов второго типа позволяют произвольно трансформировать их из левых в правые и обратно. Смену ориентации таких кельтов осуществляют поворотом установленных на них грузов: стержня, балансиров. Заметим, что за расширение функциональных возможностей кельтов второго типа пришлось заплатить усложнением их конструкции.

Разберёмся с происхождением иллюзии нарушения реверсирующим кельтом законов сохранения, а именно, закона

сохранения механической энергии и закона сохранения момента импульса. До наступления реверса вращающийся кельт обладает определённым количеством кинетической энергии. В начальной стадии реверса вращение кельта замедляется и постепенно переходит в его продольные колебания. При этом энергия вращения кельта трансформируется в энергию колебаний.

Недолго покачавшись, кельт снова начинает вращаться, но теперь он вращается уже в направлении, противоположном начальному. При этом энергия колебаний кельта переходит в кинетическую энергию вращения. А поскольку энергия не имеет направления, то с энергетических позиций не важно, в каком направлении кельт вращается. Поэтому, если пренебречь незначительной потерей энергии на преодоление трения между кельтом и опорой, то можно утверждать, что закон сохранения энергии при реверсе не нарушается.

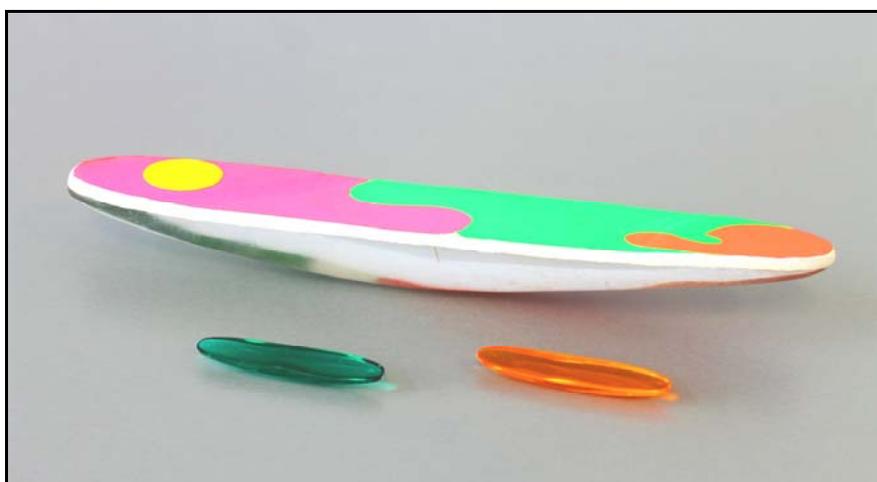
Чуть сложнее обстоит дело с законом сохранения момента импульса. В отличие от энергии, момент импульса является векторной величиной. А это значит, что, наряду с модулем, момент импульса имеет ещё и направление. Модуль момента импульса кельта до и после реверса можно, с некоторым приближением, считать более или менее неизменным. А вот направление этой физической величины при реверсе меняется на противоположное. Если вектор момента импульса кельта, вращавшегося, например, по ходу часовой стрелки, был направлен вдоль оси вращения вниз, то после реверса этот вектор ориентирован уже вверх. Наблюдаемая при реверсе смена направления вектора момента импульса и обуславливает появление иллюзии нарушения кельтом закона сохранения этой физической величины.

Для понимания феномена реверса надо принять во внимание, что все изменения в характере движений кельта происходят вследствие его взаимодействия (силами тяжести, трения, упругости) с телами, которые обычно выпадают из рассмотрения. Во-первых, это сам наблюдатель,

сообщающий кельту вращательный импульс, во-вторых, это опора (столешница), на которой кельт вращается и колеблется и, в-третьих, Земля, на которой располагаются и стол с кельтом, и закрутивший этот кельт наблюдатель. Все перечисленные тела составляют единую механическую систему, поэтому поведение кельта надо рассматривать во взаимодействии с телами этой системы.

Когда наблюдатель рукой закручивает кельт, он сообщает ему определённый момент импульса. Одновременно такой же по величине, но обратный по знаку момент импульса наблюдатель сообщает своими ступнями Земле. При этом общий для всей системы момент импульса остаётся таким же, каким он был до закручивания кельта. Правда, Земля оказанное на неё воздействие «не замечает» из-за огромной разницы между её массой и массой кельта.

По совокупности ряда причин, а именно, из-за трения, из-за несовпадения упомянутых ранее осей, из-за формы основания кельта и других факторов происходит быстрый сброс скорости вращения кельта при одновременном нарастании амплитуды его колебаний. При этом Земля, взаимодействуя с кельтом через опору-столешницу, возвращает ему момент импульса, который она получила ранее от наблюдателя. Суммарное же значение моментов импульсов Земли и кельта при этом остаётся таким же, каким оно было до начала опыта.



*Большой и малые асимметричные кельты.*

Затем колебательное движение кельта, в силу упомянутых выше причин, быстро трансформируется во вращение с направлением, противоположным начальному. При этом Земле повторно сообщается момент импульса, по величине равный, но направленный противоположно моменту импульса кельта. Таким образом, при каждом реверсе кельт и Земля обмениваются своими моментами импульсов, причем их суммарное значение остаётся неизменным на всем протяжении опыта в полном соответствии с законом сохранения. Итак, если сообщённая кельту механическая энергия в течение всего времени его движения остаётся при нём, лишь постепенно расходуясь на преодоление трения об опору, то моментом импульса он обменивается с Землёй при совершении реверса.

Необычное поведение кельта притягивает внимание учёных, и потому список научных публикаций по этой научной игрушке постоянно растёт. Работы эти, по большей части, содержат описания различных математических моделей, объясняющих феномен реверса, а некоторые из них обосновывают способность кельтов и к многократному изменению направления вращения – многореверсности! Читателю же, не отягощённому специальными знаниями в области теоретической механики, разобраться в этих выкладках будет весьма затруднительно. Поэтому можно заявить, что для кельта, наряду с сохранением энергии и момента импульса, ещё сохраняется интрига, поскольку простой и ясный ответ на вопрос: «Почему кельт реверсирует?» пока не сформулирован. И если любопытный старшеклассник задастся таким вопросом, то вряд ли он получит от учителя физики или из Интернета удовлетворяющий его ответ.

Так каким же критериям должны удовлетворять параметры этой забавной игрушки, чтобы воспроизводимое ею явление оказывало на потребителя максимальный эффект? Или конкретнее: «Каковы должны быть масса, плотность, размеры и форма основания идеального кельта?»

Каким условиям должен удовлетворять его момент инерции, угол расхождения продольной геометрической оси и оси инерции, положение центра массы, устойчивость и коэффициент трения? Как должны соотноситься между собой перечисленные величины и каковы оптимальные значения начальной скорости вращения и начального наклона оси вращения?...»

Лишь ответив на эти и подобные вопросы, можно целенаправленно конструировать рекордные кельты, например: кельт наибольших размеров или кельт, совершающий наибольшее количество оборотов после реверса, или кельт, выполняющий наибольшее количество реверсов после его запуска.

Есть надёжный и проверенный подход к решению подобных исследовательских задач – это эмпирический подход. Суть его в том, что исследователь проводит множество опытов с исследуемым объектом, целенаправленно и последовательно изменяя от опыта к опыту условия его проведения. Затем, проанализировав полученные им результаты, он выявляет зависимость (или независимость) свойств изучаемого объекта от его параметров и от внешних условий.

Такой подход, применительно к нашей задаче, предполагает наличие кельта, конструкция которого позволяла бы оперативно изменять его основные параметры: момент инерции, массу, положение центра масс, угол расхождения осей и др. На фотографии представлен сборно-разборный кельт для изучения его поведения в зависимости от вышеперечисленных физических параметров. Работа с ним проводилась с целью построения кельта, совершающего наибольшее количество оборотов после реверса. Под оборотом подразумевается поворот на угол  $360^\circ$ .

Наблюдения за поведением этого и других доступных кельтов, позволило сделать ряд выводов общего характера. Например, большеразмерный кельт после реверса совершает больше оборотов,



*Сборно-разборный регулируемый кельт.*

нежели подобный ему кельт меньших размеров. Трение между основанием кельта и опорой - весьма существенный фактор! Уменьшение коэффициента трения между основанием кельта и его опорой способствует увеличению числа оборотов после реверса, что делает реверс более выраженным. Хорошие результаты дали опыты по верчению кельта с полированным стальным основанием на поверхности гладкой стеклянной пластины (куска оконного стекла). Смазка же (водой или маслом) трущихся поверхностей количество оборотов снижает.

Увеличение массы кельта путём размещения на нём дополнительных грузов влечёт, во-первых, возрастание продолжительности колебаний и, во-вторых, снижение устойчивости вращения, приводящее при относительно больших скоростях вращения к опрокидыванию, что снижает игровой эффект. Похожий результат получается и при увеличении плотности материала кельта (от древесины плотностью  $500-700 \text{ кг/м}^3$ , до латуни плотностью  $8700 \text{ кг/м}^3$ ).

Если значение указанных параметров для совершения кельтом реверса более или менее ясно, то вот роль формы его основания позиционировать оказалось значительно сложнее. Здесь следует отметить некоторое расхождение практики и теории. В научных публикациях кельт обычно рассматривают как усечённый эллипсоид. Однако формы оснований реальных кельтов зачастую отличаются от этой фигуры. Кельты-игрушки с симметричным основанием имеют в продольном и поперечном сечениях сегменты кругов разных радиусов.

Кельты-самоделки, изготавливаемые любителями этой игрушки, например, из столовых ложек, имеют яйцеобразную форму. Формы же несимметричных кельтов отстоят от эллипсоида ещё дальше. Поэтому построение кельта с идеальной формой основания актуально и сегодня.

Ещё более интересной задачей представляется изготовление многореверсного кельта. Такой кельт, в отличие от рассмотренных выше, должен обладать способностью совершать после придания ему начального вращательного импульса серию из нескольких следующих друг за другом реверсов. Заметим, что из многореверсности следует, что обладающий этим свойством кельт способен реверсировать при закручивании в любую сторону – вправо или влево!

Опыты со сборно-разборным кельтом показали, что наиболее существенное влияние на совершение им реверса оказывает его момент инерции. Изменение этого параметра осуществлялось установкой балансировочных грузов на поворотной планке, прикреплённой к телу кельта. Концы планки загнуты вверх, чтобы они не ударялись об опору на этапе колебательных движений. Было обнаружено, что при некоторых положениях планки и размещённых на ней грузов кельт реверсировал дважды. Правда, если первый реверс совершался при каждом запуске, то вот второй реверс происходил не всегда, а лишь при каких-то, известных самому кельту, начальных условиях запуска.

Такой кельт, будучи достаточно большим и массивным, после придания ему вращательного импульса делал до реверса более десятка оборотов. Если же поверхность, на которой он вертится – обычно это столешница – не строго горизонтальна, то в процессе вращения он постепенно сползал под действием силы тяжести вниз на край стола. Поэтому, чтобы предотвратить смещение и падение кельта, представилось целесообразным запускать его не на плоской, а на слегка вогнутой опоре. В качестве таковой оказалось удобным использовать

слегка вогнутую оптическую поверхность большегазырной рассеивающей стеклянной линзы.

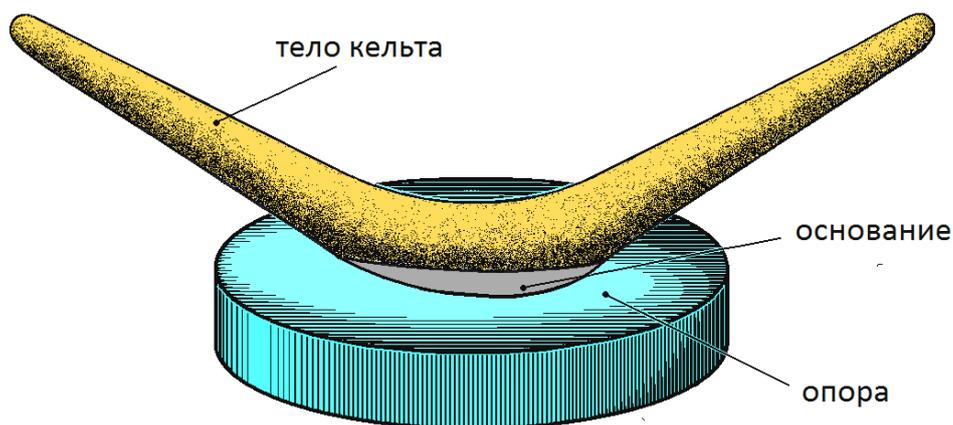
Среди имевшихся в распоряжении линз наиболее удачной оказалась линза диаметром 16 см и радиусом кривизны одной из поверхностей 23 см. Кельт, закрученный на этой поверхности, реверсировал на ней трижды, а при запуске в противоположном направлении - дважды! На плоской же стеклянной пластине этот кельт был способен реверсировать однократно, и то лишь после закручивания в нужном направлении. Таким образом, сочетание двух нововведений, а именно, увеличенное значение момента инерции и вогнутость опоры придало кельту способность к совершению несколько реверсов подряд.



*Многореверсные кельты на опорах.*

Эта находка привела к созданию ряда многореверсных кельтов. Такой кельт состоит из похожего на бумеранг пластмассового тела со стальным основанием, а опорой для него является вогнутая стеклянная линза. Радиус кривизны поверхности опоры в 3-5 раз превышает наибольший радиус кривизны основания. Продольная длина кельта существенно превышает длину его металлического основания, благодаря чему момент инерции кельта стал достаточно большим.

На плане кельта, помещённого на опору, цифрами 1 и 2 обозначены возможные направления его вращения (соответственно по и

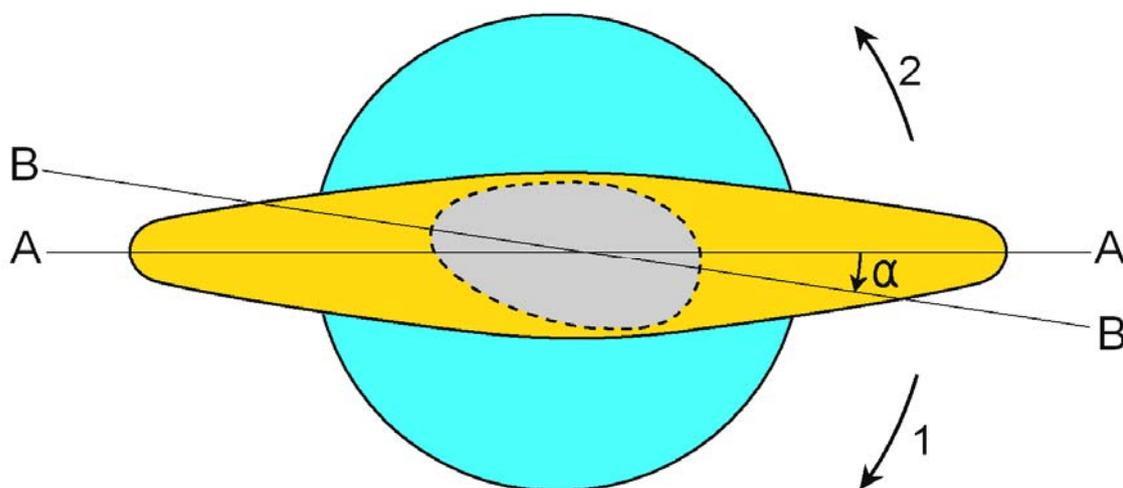


*Многореверсный кельт на вогнутой опоре.*

против часовой стрелки). Здесь  $\alpha$  – угол между минимальной центральной осью А-А инерции тела и вертикальной плоскостью В-В симметрии основания. В точке их пересечения располагается центр массы кельта.

Кельт, после его закрутки на опоре, например, по часовой стрелке, далее по инерции совершает несколько, например, 10 – 20 оборотов в заданном ему направлении. Продолжая вращаться, он начинает самопроизвольно раскачиваться (совершать продольные колебания с возрастающей амплитудой). Скорость вращения при этом резко спадает, а когда вращение прекращается, амплитуда продольных колебаний достигает максимума.

Затем, продолжая колебаться, кельт начинает вращаться в



*Очертания многореверсного кельта на опоре (вид сверху).*

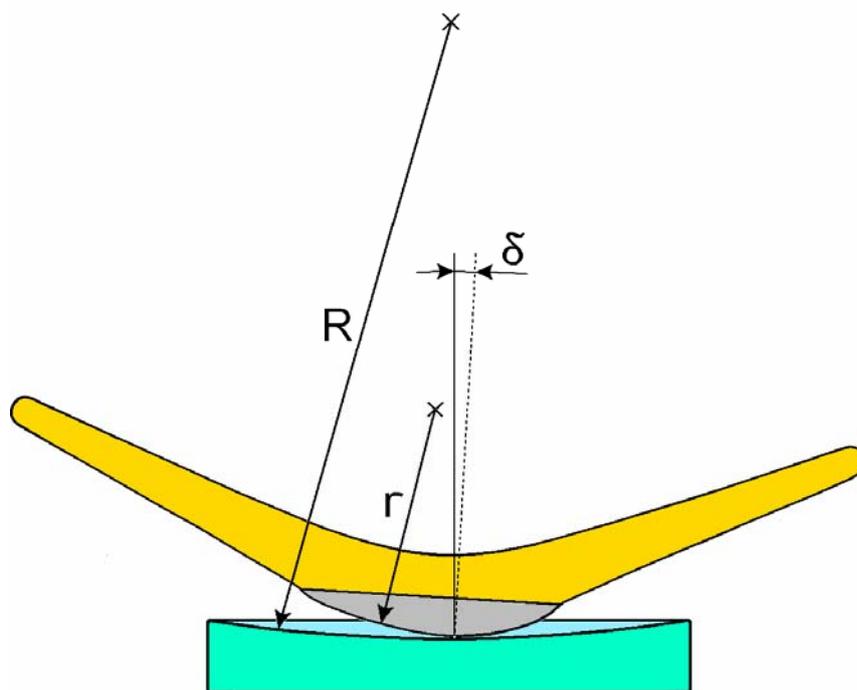
направлении, противоположном начальному, то есть против хода часовой стрелки, совершая тем самым первый реверс. Дальнейшее вращение сопровождается затуханием продольных колебаний и нарастанием колебаний поперечных. Сделав несколько оборотов, кельт снова перестаёт вращаться, а амплитуда его поперечных колебаний достигают максимума. Затем эти колебания снова переходят во вращение в первоначальном направлении, что означает совершение кельтом второго реверса.

Далее реверсы вращения кельта повторяются вплоть до окончательной его остановки из-за трения об опору. Количества оборотов, совершаемых кельтом между реверсами, с каждым последующим реверсом уменьшаются. При этом уменьшается также и средняя скорость вращения, и амплитуда колебаний.

После закрутки кельт может совершить четыре-пять реверсов. При удачном же запуске может случиться и шесть реверсов. При этом количества оборотов, совершаемых между реверсами, может составить, например, такой ряд значений: 19; 3; 2; 1,5; 0,5; 0,1; 0,01. Последние два числа в этом ряду приближительны и зафиксированы «на глазок».

Если же этот кельт потом закрутить против часовой стрелки, то количество реверсов у него будет меньше – не более пяти. Преобладание среднего количества реверсов при закручивании кельта по часовой стрелке над средним количеством реверсов при закручивании его в противоположном направлении обусловлено, как и у однореверсных кельтов, тем, что ось инерции тела кельта повернута по отношению к его вертикальной плоскости симметрии по часовой стрелке.

Запуская кельт, пользователь может контролировать направление и величину вращательного импульса, а вот угол  $\delta$  начального отклонения оси вращения кельта от вертикали или начальное положение места контакта основания с опорой при этом



*Вертикальный продольный разрез многореверсного кельта на вогнутой опоре.*

проконтролировать затруднительно. Поэтому количества реверсов от запуска к запуску могут отличаться. В общем случае количества реверсов, совершаемых нашим кельтом, зависит от совокупности ряда факторов, разделённых на следующие три группы.

**Геометрические параметры:** угол между минимальной центральной осью инерции кельта и плоскостью симметрии его основания, радиус кривизны поверхности опоры, максимальный радиус кривизны основания, форма и размеры тела кельта, форма и размеры основания, положение центра массы.

**Физические характеристики:** масса, плотность, момент инерции, коэффициент трения, твердость поверхностей основания и опоры.

**Начальные условия:** направление и величина начального вращательного импульса, величина вертикального (колебательного) импульса, величина начального угла отклонения оси вращения от вертикали, начальное положение места контакта основания с опорой.

И пока влияние этих факторов на поведение кельта не будет изучено, вряд ли удастся сформулировать простой и понятный ответ на вопрос «Почему кельт реверсирует?».

Но, если секреты динамики кельта раскрыты далеко не полностью, то вот кинематику его реверсов представляется возможным детально рассмотреть в несложном опыте. Реверс кельта, понимаемый как самопроизвольное изменение направления вращения на противоположное, состоит из двух последовательных этапов. В течение первого этапа происходит уменьшение скорости вращения с одновременным нарастанием амплитуды колебаний, на втором этапе амплитуда колебаний уменьшается, но нарастает скорость вращения (в направлении, противоположном предыдущему). Движения кельта на этих этапах зеркальны друг к другу, поэтому можно ограничиться рассмотрением одного из них.

Всем, кто игрался с кельтом, известно следующее его свойство. Если пальцем надавить сверху на конец покоящегося кельта и отпустить, то затем кельт совершает колебания, переходящие в устойчивое вращение, то есть выполняет второй этап своего реверса. Зафиксировать его нюансы можно так. Предварительно поверхность опоры покрывают тонким слоем копоти, например, подержав ее над пламенем свечи. На закопчённую опору ставят кельт и приводят его в движение, надавив пальцем на его конец.

После того, как кельт совершит два-три колебания, его снимают с опоры и изучают запечатлевшуюся на основании и на опоре траекторию точки их контакта. Здесь правильнее говорить не о точке контакта, а о пятне контакта, поскольку траектория запечатлевается в виде полосы определённой ширины. Результат одного такого опыта приведён на фотографии.

До начала движения кельт располагался на опоре в состоянии устойчивого равновесия. Положение пятна контакта покоившегося



*Фотография траектории пятна контакта на основании кельта (слева) и на закопченной опоре.*

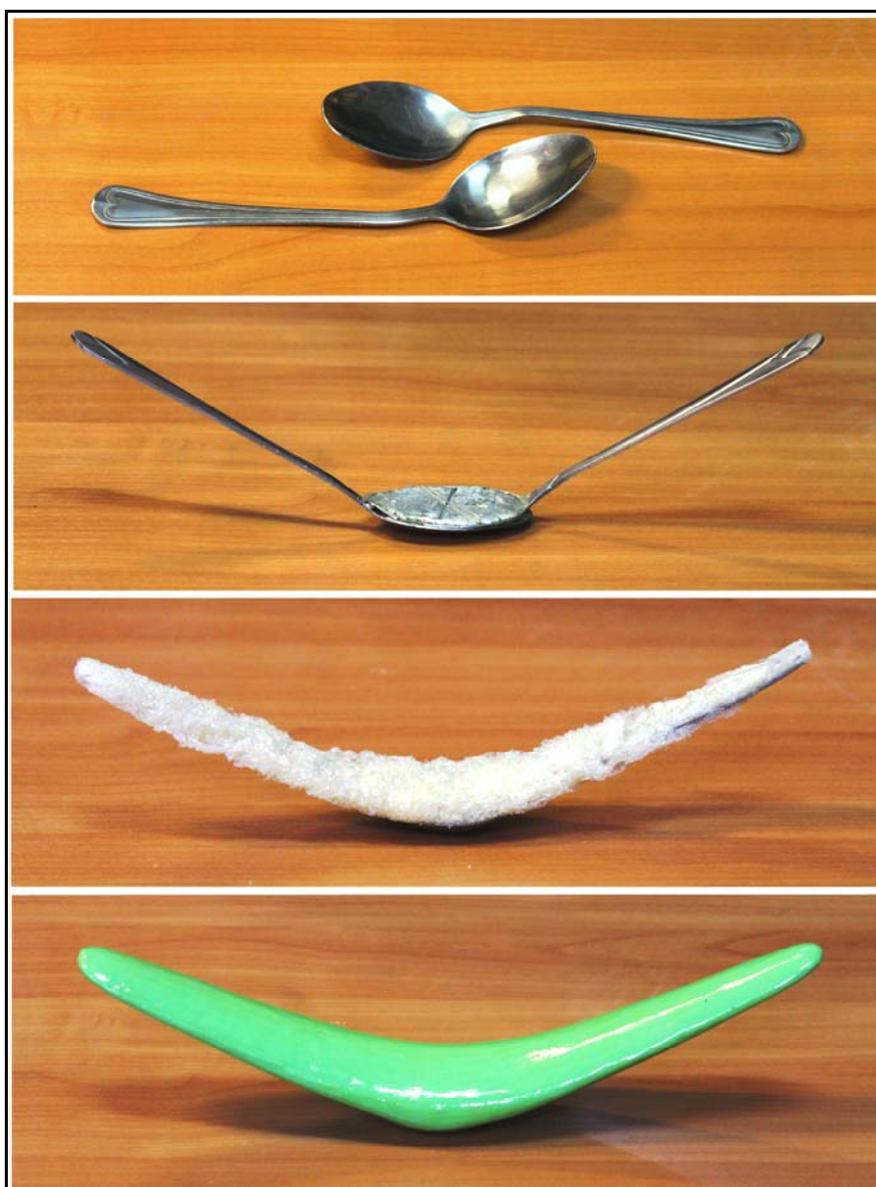
кельта обозначено буквой **A**. Над пятном контакта при этом располагался центр массы кельта.

Кратковременным надавливанием кельт был наклонён и выведен из положения равновесия; пятно контакта при этом переместилось в положение **B**. По освобождении кельт двинулся к своему равновесному состоянию и, двигаясь далее по инерции, миновал его и достиг максимального отклонения в противоположную сторону, завершив тем самым первый полупериод последующих колебаний. Пятно контакта при этом переместилось в положение **C**, причём его траектория прошла не через положение **A**, а на некотором удалении от него. Это означает, что уже с первым колебательным движением кельта началось его вращательное движение. После того, как кельт совершил два с половиной колебания, а пятно контакта переместилось в положение **D**, он был снят с опоры.

Теперь об изготовлении такого кельта. Ручки двух столовых стальных ложек в их тонкой части следует одинаково согнуть набок. Внутреннюю и наружную поверхности черпака одной ложки и внутреннюю поверхность черпака другой ложки надо залудить оловянно-свинцовым припоем. Затем черпаки ложек надо соединить пайкой,

причём верхний черпак должен быть наполнен припоем. Последнее обстоятельство обеспечивает кельту массивность и статическую устойчивость.

Получившийся каркас надо настроить на реверсы. Осуществляют это экспериментально в ходе многократных его запусков путём подбора оптимального наклона ручек и оптимального их изгиба, а также подбором опоры с оптимальной кривизной поверхности. Настроенный каркас с целью придания ему более эстетичной формы, покрывают монтажной пеной, излишки которой после её отвердевания срезают ножом. Получившуюся заготовку затем надо зашпатлевать и покрасить.



*Стадии изготовления тела кельта.*

Итак, на сформулированный ранее вопрос о том, какими физико-техническими параметрами должен быть наделён кельт, способный совершать нескольких реверсов подряд, ответить можно приблизительно так. Многореверсный кельт должен обладать относительно небольшой массой и значительным моментом инерции, а вращаться ему следует на гладкой вогнутой опоре. Описание же динамики такого кельта, можно предположить, будет непростым. А это значит, что изучение поведения этой игрушки ещё не завершено и представляет интерес не меньший, чем забавы с ней.

### **Что ещё можно почитать по кельту**

1. Андронов В.В., Журавлев В.Ф. Сухое трение в задачах механики. – М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2010.
2. Борисов А.В., Мамаев И.С. Странные аттракторы в динамике кельтских камней. – «Успехи физических наук». Том 173, № 4, 2003.
3. Гонченко А.С., Гонченко С.В., Казаков А.О. О некоторых новых аспектах хаотической динамики «кельтского камня». Нелинейная динамика. Том 8, № 3, 2012.
4. Калинин А.Т. Продолжение истории кельтской лодочки. – «Наука и жизнь» №9, 2000.
5. Маркеев А.П. О динамике катящегося тела и некоторых курьёзных свойствах вращающегося волчка. – «Соросовский образовательный журнал», № 9, 1998.
6. Авторское свидетельство СССР на изобретение № 1680241. Красноухов В.И., Калинин А.Т. Игрушка «Упрямые ослики», 1991.
7. Патент РФ на изобретение № 2652562. Даминов Р.В. Многореверсный кельт, 2018.