Григоренко М.Н.,
Уральский государственный экономический университет,
г. Екатеринбург

Дифференциальные уравнения и их применение

Изучая разделы математики можно рассматривать решение задач с использованием математического аппарата, например таких как, методы расчета рисковых ситуаций, выбор оптимального портфеля, задачи оптимального использования ресурсов, анализ и прогнозирование временного ряда [2]. Более подробно рассмотрим применение дифференциальных уравнений.

Дифференциальные уравнения - раздел математики, изучающий теорию и способы решения уравнений, содержащих искомую функцию и ее производные различных порядков одного аргумента (обыкновенные дифференциальные) или нескольких аргументов (дифференциальные уравнения в частных производных) [1]. В самом уравнении участвует не только неизвестная функция, но и различные ее производные. Дифференциальным уравнением описывается связь между неизвестной функцией и ее производными. Такие связи отыскиваются в различных областях знаний: в механике, физике, химии, биологии, экономике и др.

Дифференциальные уравнения применяются для математического описания природных явлений. Так, например, в биологии дифференциальные уравнения применяются для описания популяции; в физике многие законы можно описать с помощью дифференциальных уравнений.

Широкое применение находят дифференциальные уравнения и в моделях экономической динамики. В данных моделях отражается не только зависимость переменных от времени, но и их взаимосвязь во времени.

Рассмотрим одну из задач макроэкономической динамики [1].

Например, пусть *y(f)* — объем продукции некоторой отрасли, реализованной к моменту времени *t*. Будем полагать, что вся производимая отраслью продукция реализуется по некоторой фиксированной цене *p*, т.е. выполнено условие ненасыщаемости рынка. Тогда доход к моменту времени *t* составит $Y(t) = py(t)$

Обозначим через *I(t)* величину инвестиций, направляемых на расширение производства. В модели естественного роста полагают, что скорость выпуска продукции (акселерация) пропорциональная величине инвестиций, т.е. $y'(t) = lI(t)$, где $1/l$ – норма акселерации.

(Здесь мы пренебрегаем временем между окончанием производства продукции и ее реализацией, то есть считаем, что инвестиционный лаг равен нулю).

Полагая, что величина инвестиций *I(t)* составляет фиксированную часть дохода, получим $I(t) = mY(t) = mpy(t)$, где коэффициент пропорциональности m (так называемая норма инвестиций) — постоянная величина ($0 < m < 1$).

Подставляя последнее выражение для *I(t)* в $y'(t) = lI(t)$ приходим к уравнению $y' = ky$, где $k = mpl$.

Полученное дифференциальное уравнение — с разделяющимися переменными. Решая его, приходим к функции $y(t) = y_0 e^{k(t-t_0)}$, где $y_0 = y(t_0)$.

Заметим, что уравнение $y' = ky$ описывает также рост народонаселения, динамику роста цен при постоянной инфляции, процесс радиоактивного распада и др.

Модель роста в условиях роста конкурентного рынка имеет вид $y' = mlp(y)y$.

Научный руководитель

Кныш А.А., старший преподаватель

Список литературы:

1. Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Три-шин, М. Н. Фридман; под ред. Н. Ш. Кремера. – М.: Издательство Юрайт; ИД Юрайт, 2012. — 909 с.
2. Кныш А.А. Примеры реализации межпредметных связей на занятиях математики в экономическом вузе // Новая наука: от идеи к результату. - Стерлитамак: АМИ, 2017. - №2 (2) – С. 55 – 57.