

Пример решения задачи линейного программирования графическим методом

Линейное программирование - это раздел математики, в котором рассматриваются методы решения экстремальных задач с линейным функционалом и линейными ограничениями.

Существуют два наиболее распространенных способа решения задач линейного программирования: графический метод и симплекс-метод. Графический метод существенно нагляднее и обычно проще для понимания решения. Также этот метод позволяет практически одновременно найти решение на минимум и максимум.

Основные шаги по решению ЗПЛ графическим методом следующие: построить область допустимых решений задачи (выпуклый многоугольник), который определяется как пересечение полуплоскостей, соответствующих неравенствам задачи, построить линию уровня целевой функции, и, наконец, двигать линию уровня в нужном направлении, пока не достигнем крайней точки области - оптимальной точки (или множества).

В отличие от графического метода, симплексный метод практически не имеет ограничений на задачу, может быть любое количество переменных и т.п. При решении задачи симплексным методом вычисления ведутся в таблицах. Решение задачи данным методом дает не только оптимальное решение, но и решение двойственной задачи, остатки ресурсов и т.п.

Рассмотрим решение задачи линейного программирования графическим методом.

Для производства столов и стульев мебельная фабрика использует три вида древесины. Норма затрат для каждого вида древесины на один стол - составляет 1; 2; 5; на один стул - 1; 5; 2. Запасы древесины - 150; 600; 600. Прибыль от реализации одного стола - 200р, одного стула - 100р. Составить оптимальный план производства, обеспечивающий максимальную прибыль.

Решение.

Составим математическую модель задачи. Пусть X - столы, Y - стулья, I, II, III - виды древесины соответственно.

| | I | II | III | Прибыль |
|-------------|-----|-----|-----|---------|
| X | 1 | 2 | 5 | 200 |
| Y | 1 | 5 | 2 | 100 |
| Общий запас | 150 | 600 | 600 | |

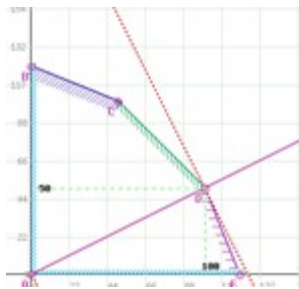
Составим неравенства по полученной таблице:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 150, \\ 2x_1 + 5x_2 \leq 600, \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 600, \\ x_{1,2} \geq 0. \end{cases}$$

$$F(x) = 200x_1 + 100x_2 \rightarrow \max$$

Применим описанные выше шаги решения.

Построим область допустимых решений. Рассмотрим целевую функцию задачи $F = 200x_1 + 100x_2 \rightarrow \max$ и построим вектор-градиент, составленный из коэффициентов целевой функции. Так как нас интересует максимальное решение, то опорную прямую двигаем прямую до последнего касания обозначенной области.



Получаем оптимальную точку D. Так как точка D получена в результате пересечения прямых (1) и (3), то ее координаты удовлетворяют уравнениям этих прямых:

$$x_1 + x_2 = 150$$

$$5x_1 + 2x_2 = 600$$

Решив систему уравнений, получим: $x_1 = 100$, $x_2 = 50$
 Откуда найдем максимальное значение целевой функции:
 $F(X) = 25000$.

На примере данной задачи мы рассмотрели решение задачи линейного программирования графическим методом. Этот метод наглядно показывает область дополнительных решений и нахождение оптимальной точки.

Руководитель: Кныш А.А.