

Решение экономической задачи  
с помощью системы линейных уравнений

Одним из методов решения систем линейных уравнений является метод Жордана-Гаусса (метод полного исключения неизвестных), который используется для решения квадратных систем линейных алгебраических уравнений, нахождения обратной матрицы, нахождения координат вектора в заданном базисе или отыскания ранга матрицы. Метод является модификацией метода Гаусса. Назван в честь К. Ф. Гаусса и немецкого геодезиста и математика Вильгельма Йордана.

Приведем алгоритм применения метода Жордана-Гаусса на примере решения экономической задачи:

*С двух заводов поставляются автомобили для двух автохозяйств, потребности которых соответственно 180 и 260 машин. Первый завод выпустил 240 машин, а второй – 200 машин. Известны затраты на перевозку машин с завода на каждое автохозяйство:*

Завод	Затраты на перевозку в автохозяйство, ден. ед.	
	1	2
1	8	10
2	12	10

*Минимальные затраты на перевозку равны 4360 ден. ед. Найти оптимальный план перевозок машин.*

Решение:

Составим систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} X_{11} + X_{21} = 180 \\ X_{12} + X_{22} = 260 \\ X_{11} + X_{12} = 240 \\ X_{21} + X_{22} = 200 \\ 8X_{11} + 10X_{12} + 12X_{21} + 10X_{22} = 4360 \end{cases} \quad (1)$$

Запишем СЛУ (1) в табличной форме и решим методом Жордана-Гаусса, выделяя разрешающий элемент красным цветом.

1-ую строку умножим на -1 и прибавим к 3-й строке, также умножим на -8 и прибавим к 5-й строке:

$X_{11}$	$X_{12}$	$X_{21}$	$X_{22}$	$B$
1	0	1	0	180
0	1	0	1	260
1	1	0	0	240
0	0	1	1	200
8	10	12	10	4360

2-ую строку умножим на -1 и прибавим к 3-й строке, также умножим на -10 и прибавим к 5-й строке:

1	0	1	0	180
0	1	0	1	260
0	1	-1	0	60
0	0	1	1	200
0	10	4	10	2920

4-ую строку прибавим в 3-й, эту же строку умножим на -1 и прибавим к 1-й строке, умножим на -4 и прибавим к 5-й строке:

1	0	1	0	180
0	1	0	1	260
0	0	-1	-1	-200
0	0	1	1	200
0	0	4	0	320

Отбросим нулевую строку и разделим 5-ую строку на -4:

1	0	0	-1	-20
0	1	0	1	260
0	0	0	0	0
0	0	1	1	200
0	0	0	-4	-480

4-ую строку прибавим к 1-й, эту же строку умножим на -1 и прибавим ко 2-й и 3-й строкам:

1	0	0	-1	-20
0	1	0	1	260
0	0	1	1	200
0	0	0	1	120

Таким образом,  $X_{11}=100$ ;  $X_{12}=140$ ;  $X_{21}=80$ ;  $X_{22}=120$ :

1	0	0	0	100
0	1	0	0	140
0	0	1	0	80
0	0	0	1	120

Ответ: оптимальный план перевозок машин предполагает перевозку из завода 1 в автохозяйство 1 100 машин и в автохозяйство 2 – 140 машин; из завода 2 в автохозяйство 1 – 80 машин и в автохозяйство 2 – 120 машин.

Таким образом, составление систем линейных уравнений, в частности их решение методом Жордана-Гаусса, является эффективным способом при решении экономических задач определенного типа.

Список использованных источников:

1. Кремер, Н.Ш. Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман; под ред. Н. Ш. Кремера. - 4-е изд., перераб. и доп. — М.:Издательство Юрайт; ИД Юрайт, 2012. - 909 с.
2. Лунгу К. Н. Фундирование опыта личности как основа профессионально-прикладной направленности обучения студента технического вуза // Известия МГТУ. 2014. №2 (20). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/fundirovanie-opyta-lichnosti-kak-osnova-professionalno-prikladnoy-napravlenosti-obucheniya-studenta-tehnicheskogo-vuza>
3. Lipschutz, Seymour, and Lipson, Mark. «Schaum's Outlines: Linear Algebra». Tata McGraw-hill edition. Delhi 2001. pp. 69-80.

Научный руководитель – Кныш А.А., старший преподаватель, УрГЭУ.