

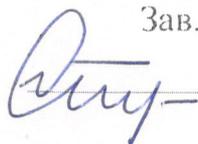


ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
АКАДЕМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Ж.Н. ДУФЕРОВА  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

« 15 » 06 2020 г.

Зав. каф. Теоретической физики

 д.ф.-м.н. С.А. Тарасенко

**ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА АНСАМБЛЕЙ ЩЕЛОЧНЫХ АТОМОВ В  
УСЛОВИЯХ РЕЗОНАНСА КОГЕРЕНТНОГО ПЛЕНЕНИЯ  
НАСЕЛЕННОСТИ, ВОЗБУЖДАЕМОГО ИМПУЛЬСНОЙ НАКАЧКОЙ**

Магистерская диссертация

Направление 03.04.02 Физика

**Волошин Гавриил Валентинович**

Научный руководитель

к.ф.-м.н., доц.

Рецензент

д.ф.-м.н., в.н.с.

Студент гр. 603



А.Н. Литвинов

В.А. Картошкин



Г.В. Волошин

Санкт-Петербург, 2020



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
АКАДЕМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Ж.И. АЛФЕРОВА  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

НАПРАВЛЕНИЕ 03.04.02 Физика

ПРОФИЛЬ Физика

**ЗАДАНИЕ на выполнение диссертации на соискание академической  
степени магистра**

Студенту

Волошину Гавриилу Валентиновичу

(Ф.И.О. полностью)

**Тема МД:** Оптические свойства ансамблей щелочных атомов в условиях резонанса когерентного пленения населенности, возбуждаемого импульсной накачкой.

**Срок сдачи студентом МД:** 15 июня 2020 г.

**Содержание МД:** Исследование импульсного возбуждения горячего атомного ансамбля двухчастотным лазерным излучением в условиях резонанса когерентного пленения населенностей.

**Объем МД** 46 страниц, 1 прил., 18 рис.

**Дата выдачи задания** 10 февраля 2019 г.

**Руководитель** \_\_\_\_\_

*А.И. Мухомов*

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ.....</b>	<b>3</b>
<b>ГЛАВА 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ .....</b>	<b>5</b>
<b>ГЛАВА 2. РАМСЕЕВСКАЯ СХЕМА ОПРОСА .....</b>	<b>14</b>
<b>ГЛАВА 3. ЧИСЛЕННАЯ СХЕМА .....</b>	<b>16</b>
<b>ГЛАВА 4. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ .....</b>	<b>19</b>
<b>4.1. Холодный оптически тонкий ансамбль.....</b>	<b>20</b>
<b>4.2. Холодный оптически плотный ансамбль.....</b>	<b>25</b>
<b>4.3. Температурные эффекты в оптически тонкой среде.....</b>	<b>30</b>
<b>4.4. Температурные эффекты в оптически плотной среде.....</b>	<b>33</b>
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....</b>	<b>35</b>
<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....</b>	<b>38</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ А.....</b>	<b>43</b>

## ВВЕДЕНИЕ

Известно, что взаимодействие бихроматического излучения с трехуровневой квантовой системой может приводить к возникновению так называемого тёмного состояния. Это состояние представляет собой квантовую суперпозицию двух основных состояний системы, которая в результате деструктивной интерференции каналов возбуждения перестает взаимодействовать с излучением. В эксперименте это проявляется как возникновение окна прозрачности. Когда имеет место такая особенность говорят о проявлении эффекта когерентного пленения населенностей (КПН) [1-4]. При наличии импульсного излучения, либо когда среда является оптически плотной, либо компоненты излучения имеют различные частоты Раби принято говорить о родственном эффекте КПН - эффект электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП) [5,6]. Ширина окна прозрачности в условиях эффекта КПН или ЭИП может быть значительно уже по сравнению с естественной шириной линии оптического перехода и достигать сотен (или даже десятков) герц [7-12]. Это позволяет использовать эти эффекты в широком спектре практических приложений, среди которых квантовые стандарты частоты [13-18], оптические магнитометры [19-23], лазерная генерация без инверсии [24,25], спектроскопия сверхвысокого разрешения [26], оптические коммуникации [27-29], устройствах для записи и обработки квантовой информации [30-33], лазерное охлаждение атомов [34-37].

Явление КПН исследуется более 40 лет. За это время изучен широкий круг вопросов как по различным условиям наблюдения эффекта КПН, так и по влиянию различных факторов на форму резонанса КПН. Одно из основных направлений по изучению эффекта КПН - это поиск способов уменьшения ширины линии резонанса. Существенного сужения линии КПН резонанса можно добиться, если реализовать т.н. Рамсеевскую схему опроса [38]. Среди возможных модификаций можно выделить, во-первых, использование традиционной

пролётной схемы. Так, в [39] исследовались параметры КПН в случае возбуждения пространственно-разделенных областей бихроматического поля. Во вторых, можно выделить использование зонной накачки, которая приводит к возникновению аналога Рамсеевской схемы [40]. В такой геометрии возбуждения эффекта КПН диффузия щелочных атомов в направлении, перпендикулярном лазерному лучу, приводит к тому, что атом взаимодействует с полем ограниченное время. Это позволяет наблюдать «Рамсеевское» сужение резонанса КПН в ячейках как с буферным газом, так и в ячейках с антирелаксационным стеночным покрытием [41-42]. Третьим вариантом сужения резонанса КПН является импульсная накачка - «временная» схема Рэмси. В последнее время в этом направлении активно ведутся научные исследования, так использование импульсной накачки позволило авторам [43] продемонстрировать возможность повысить разрешающую способность и выделить из резонанса КПН несколько пиков. Исследование возбуждения темных резонансов полихроматическим излучением в ячейках с буферным газом проанализировано в [44]. В работе [45] исследована Рамсеевская мультizonная накачка КПН резонанса и показана повышенная разрешимость сигнала КПН. Применение импульсной накачки, как способ существенно уменьшить световые сдвиги был исследован в [46,47]. Сужение резонанса КПН можно также наблюдать путём синхронизированной модуляции поляризации лазерного излучения [48]. Целый цикл работ посвящен двухступенчатой импульсной накачке. Здесь можно отметить работу [49], где предложен синтетический частотный протокол для Рамсеевской спектроскопии, который позволяет подавить световые сдвиги. Подобный способ накачки также позволяет повысить соотношение сигнал/шум [50]. Исследование возможности управления распадом возбужденных уровней в присутствии импульсных полей рассмотрено в [51]. Учет некогерентного канала рассеяния при распространении импульсного излучения в условиях ЭИП в оптически плотных средах исследован в работе [52].

Кроме узости линии КПН резонанса, важна также амплитуда резонанса. Основным способом для её повышения является увеличение концентрации щелочных атомов, что можно производить путем повышения температуры. На начальном этапе увеличения концентрации атомов амплитуда растёт пропорционально числу атомов. После достижения определённой концентрации начинают проявляться коллективные эффекты и зависимость амплитуды от концентрации атомов перестаёт быть линейной. Исследование коллективных эффектов в разреженных средах показало, что в таком случае могут иметь место интерференционные эффекты [53,54]. Из ряда работ по исследованию КПН в оптически плотных средах известно, что наличие поглощения в среде может приводить к возникновению световых сдвигов, обусловленных различным поглощением мод лазерного излучения [55]; возрастанию степени корреляции между модами лазерного излучения в случае использования частичноскореллированных лазерных полей [56]; возникновению эллиптичности поляризации при накачке щелочных атомов [57]. Коллективные эффекты в разреженных средах могут также приводить к однофотонному сверхизлучению, возникающему при импульсном возбуждении холодных атомных ансамблей [58,59]. Таким образом, возникает вопрос о том, как проявятся коллективные эффекты в разреженных средах (т.н. оптически плотная среда) в условиях эффекта КПН при импульсной накачке (Рамсеевская схема опроса) с учетом движения атомов. Данному вопросу и посвящена настоящая работа.

## ГЛАВА 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим атомный ансамбль, имеющий ненулевую температуру, в поле плоской линейно поляризованной электромагнитной волны, имеющей две несущие частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , распространяющейся вдоль оси  $z$  (рис. 1.1 (б)), вектор напряженности электрической компоненты которой имеет вид

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{E}_1(z, t)e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + \mathbf{E}_2(z, t)e^{i(\omega_2 t - k_2 z)} + \text{к.с.}, \quad (1.1)$$

где  $k_j$  - волновые числа,  $E_j$  - комплексные амплитуды соответствующих составляющих волны ( $j=1,2$ ). Здесь и далее «к.с.» обозначает комплексное сопряжение предыдущего выражения.

В экспериментах по наблюдению эффекта КПН в качестве активного вещества, взаимодействующего с излучением, используют атомы щелочного металла (обычно Rb или Cs). Эти атомы обладают единственным электроном на внешней электронной оболочке и ненулевым спином ядра. Сонаправленное или противоположное положения спинов ядра и внешнего электрона обуславливают наличие в основном состоянии двух подуровней, расщепленных на величину энергии фотона микроволнового диапазона (сверхтонкое расщепление). Для описания поведения атома щелочного металла в лазерном поле будем использовать четырехуровневую модель атома (Рис. 1.1(а)), в которой два основных состояния  $|g\rangle, g=1,2$  соответствуют сверхтонкому расщеплению s-состояния, а два возбужденных  $|e\rangle, e=3,4$  сверхтонкому расщеплению p-состояния. Поле  $E_1$  близко по частоте переходам  $|1\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ , а поле  $E_2$  - переходам  $|2\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ .

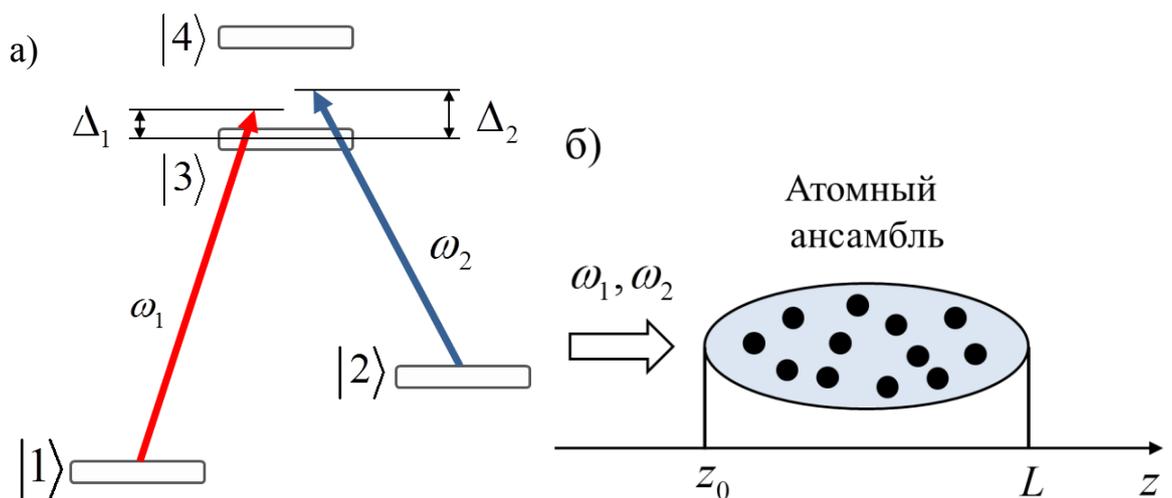


Рис. 1.1. а) Четырехуровневая схема взаимодействия атома с двухчастотным полем, б) Ансамбль, взаимодействующий с двухчастотным излучением

ем

Состояние ансамбля будем описывать методом одночастичной матрицы плотности в представлении Вигнера по поступательным степеням свободы атома  $\hat{\rho}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$ , которая удовлетворяет следующему квантовому кинетическому уравнению [61, с. 25]

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m} \nabla \right) \hat{\rho}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)] + \hat{R} \{ \hat{\rho}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) \} + \hat{S} \{ \hat{\rho}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t) \}, \quad (1.2)$$

где  $m$  - масса атома,  $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$  - импульс поступательного движения атома,  $\hat{H}$  - гамильтониан системы,  $\hat{R}$  - супероператор, феноменологически учитывающий спонтанную релаксацию атомов,  $\hat{S}$  - супероператор интегралов столкновений. Столкновения предполагаются как между атомами, взаимодействующими с полем (активными атомами), так и с буферным газом.

Гамильтониан системы представим в виде суммы двух операторов  $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$ , где  $\hat{H}_0$  - гамильтониан системы в отсутствии взаимодействия с полем,  $\hat{V}$  - оператор взаимодействия, в дипольном приближении имеющий вид

$$\hat{V} = -\hat{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -d_{31} \left( E_1 e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + E_1^* e^{-i(\omega_1 t - k_1 z)} \right) |3\rangle \langle 1| - d_{32} \left( E_2 e^{i(\omega_2 t - k_2 z)} + E_2^* e^{-i(\omega_2 t - k_2 z)} \right) |3\rangle \langle 2| - d_{41} \left( E_1 e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} + E_1^* e^{-i(\omega_1 t - k_1 z)} \right) |4\rangle \langle 1| - d_{42} \left( E_2 e^{i(\omega_2 t - k_2 z)} + E_2^* e^{-i(\omega_2 t - k_2 z)} \right) |4\rangle \langle 2| + \text{э.с.}, \quad (1.3)$$

где  $\hat{\mathbf{d}} = \mathbf{e}_d \hat{d}$  - оператор дипольного момента атома,  $d_{nm} = \langle n | \hat{d} | m \rangle$  - его матричные элементы, «э.с.» обозначает эрмитово сопряжение предыдущего выражения. Здесь мы пренебрегли слагаемыми  $\sim d_{ge} E_g$ , при  $g \neq g'$ ,  $e = 3, 4$ , предполагая, что поле  $E_1$  значительно отстроено от переходов  $|2\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ , а поле  $E_2$  - от переходов  $|1\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ . Также пренебрегаем эффектами связанными с векторной природой поля, предполагая, что вектор дипольного момента атома сонаправлен с векторами поляризации волны ( $\mathbf{e}_d \cdot \mathbf{e}_j = 1$ ,  $\mathbf{e}_j = \mathbf{E}_j / E_j$ ,  $j = 1, 2$ ). Матричный элемент  $d_{12} = 0$  в силу того, что электро-дипольный переход  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$  запрещен.

В предположении плоского фронта волны, малости дифракции поля на краях атомного ансамбля, а также однородности оптических свойств ансамбля,

матрица плотности не зависит от координат в поперечных направлениях  $\hat{\rho} = \hat{\rho}(\mathbf{v}, z, t)$ .

Рассмотрим подробнее элементы оператора интегралов столкновений. Будем рассматривать диапазон температур, в котором тепловой энергии движения атомов недостаточно для их возбуждения. Полагая переходы  $|1\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ ,  $|1\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  и  $|2\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ ,  $|2\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  оптическими, такой диапазон можно оценить как  $T \ll \frac{\hbar\omega_{opt}}{k_B} \sim 10^4 K$ . Ограничимся приближением, в котором оптические когерентности  $\rho_{ge}(\mathbf{v}, z, t) = \langle g | \hat{\rho}(\mathbf{v}, z, t) | e \rangle$  разрушаются при любом столкновении. Таким образом матричные элементы оператора  $\hat{S}\{\hat{\rho}(\mathbf{v}, z, t)\}$  в модели сильных столкновений [61] запишем в следующем виде

$$\left( \hat{S}\{\hat{\rho}(\mathbf{v}, z, t)\} \right)_{jj} = -\nu\rho_{jj}(\mathbf{v}, z, t) + \sum_{\substack{n=1 \\ (n,j) \neq (1,3), (2,3), (1,4), (2,4)}}^4 \nu_{nj} M(\mathbf{v}) \int \rho_{nm}(\mathbf{v}', z, t) d\mathbf{v}', \quad j = \overline{1,4}, \quad (1.4)$$

$$\left( \hat{S}\{\hat{\rho}(\mathbf{v}, z, t)\} \right)_{12} = \left( \hat{S}\{\hat{\rho}(\mathbf{v}, z, t)\} \right)_{21}^* = -\nu\rho_{12}(\mathbf{v}, z, t) + \nu_{coh}^{\nu\nu'} M(\mathbf{v}) \int \rho_{12}(\mathbf{v}', z, t) d\mathbf{v}', \quad (1.5)$$

$$\left( \hat{S}\{\hat{\rho}(\mathbf{v}, z, t)\} \right)_{ge} = \left( \hat{S}\{\hat{\rho}(\mathbf{v}, z, t)\} \right)_{eg}^* = -\nu\rho_{ge}(\mathbf{v}, z, t), \quad g = 1, 2, \quad e = 3, 4, \quad (1.6)$$

где  $M(\mathbf{v}) = (\sqrt{\pi}\nu_T)^{-3} e^{-\frac{\mathbf{v}^2}{\nu_T^2}}$  - максвелловское распределение по скоростям,  $\nu_T = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$

- наиболее вероятная скорость поступательного движения атомов,  $\nu$  - полная частота столкновений,  $\nu_{nm}$  - частота столкновений, приводящая к переходам из состояния  $|n\rangle$  в состояние  $|m\rangle$ ,  $\nu_{nm}^{\nu\nu'}$  - частота столкновений, при которых сохраняется низкочастотная когерентность  $\rho_{12}(\mathbf{v}, z, t)$ .

Уравнение (1.2) необходимо записать поэлементно. При этом во всех недиагональных элементах матрицы плотности делается замена, выделяющая быстро осциллирующий множитель:

$$\rho_{ge}(\mathbf{v}, z, t) = \rho_{ge}^*(\mathbf{v}, z, t) = e^{i(\omega_g t - k_g z)} \tilde{\rho}_{ge}(\mathbf{v}, z, t), \quad g = 1, 2, \quad e = 3, 4, \quad (1.7)$$

$$\rho_{12}(\mathbf{v}, z, t) = \rho_{21}^*(\mathbf{v}, z, t) = e^{i(\omega_1 - \omega_2)t - i(k_1 - k_2)z} \tilde{\rho}_{12}(\mathbf{v}, z, t). \quad (1.8)$$

Будем интересоваться динамикой системы на временах  $\gg \frac{1}{\omega_{ge}^{ar}}$ , где  $\omega_{ge}^{ar}$  -

атомная частота перехода  $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ . Тогда, при усреднении по этому времени, слагаемые, возникающие в (1.2) после подстановки (1.3)-(1.8), осциллирующие с удвоенной частотой ( $\sim e^{\pm 2i(\omega_g t - k_g z)}$ ) обнуляются (приближение вращающейся волны), и рассматриваемая система приобретает вид

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{11}(\mathbf{v}) + \mathbf{v}\nabla\rho_{11}(\mathbf{v}) &= -i\Omega_1\tilde{\rho}_{13}(\mathbf{v}) + i\Omega_1^*\tilde{\rho}_{31}(\mathbf{v}) - i\tilde{\kappa}\Omega_1^*\tilde{\rho}_{14}(\mathbf{v}) + i\tilde{\kappa}^*\Omega_1^*\tilde{\rho}_{41}(\mathbf{v}) + \\ &+ \frac{\gamma}{2}(\rho_{33}(\mathbf{v}) + \tilde{\kappa}^2\rho_{44}(\mathbf{v})) - \nu\rho_{11}(\mathbf{v}) + \\ &+ \nu_{11}M(\mathbf{v})\int\rho_{11}(\mathbf{v}')d\mathbf{v}' + \nu_{21}M(\mathbf{v})\int\rho_{22}(\mathbf{v}')d\mathbf{v}' + \\ &+ \nu_{31}M(\mathbf{v})\int\rho_{33}(\mathbf{v}')d\mathbf{v}' + \nu_{41}M(\mathbf{v})\int\rho_{44}(\mathbf{v}')d\mathbf{v}', \end{aligned} \quad (1.9)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{22}(\mathbf{v}) + \mathbf{v}\nabla\rho_{22}(\mathbf{v}) &= -i\Omega_2\tilde{\rho}_{23}(\mathbf{v}) + i\Omega_2^*\tilde{\rho}_{32}(\mathbf{v}) - i\tilde{q}\Omega_2\tilde{\rho}_{24}(\mathbf{v}) + i\tilde{q}^*\Omega_2^*\tilde{\rho}_{42}(\mathbf{v}) + \\ &+ \frac{\gamma}{2}(\rho_{33}(\mathbf{v}) + \tilde{q}^2\rho_{44}(\mathbf{v})) - \nu\rho_{22}(\mathbf{v}) + \\ &+ \nu_{22}M(\mathbf{v})\int\rho_{22}(\mathbf{v}')d\mathbf{v}' + \nu_{12}M(\mathbf{v})\int\rho_{11}(\mathbf{v}')d\mathbf{v}' + \\ &+ \nu_{32}M(\mathbf{v})\int\rho_{33}(\mathbf{v}')d\mathbf{v}' + \nu_{42}M(\mathbf{v})\int\rho_{44}(\mathbf{v}')d\mathbf{v}', \end{aligned} \quad (1.10)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{33}(\mathbf{v}) + \mathbf{v}\nabla\rho_{33}(\mathbf{v}) &= i\Omega_1\tilde{\rho}_{13}(\mathbf{v}) - i\Omega_1^*\tilde{\rho}_{31}(\mathbf{v}) + i\Omega_2\tilde{\rho}_{23}(\mathbf{v}) - i\Omega_2^*\tilde{\rho}_{32}(\mathbf{v}) - \gamma\rho_{33}(\mathbf{v}) - \nu\rho_{33}(\mathbf{v}) + \\ &+ \nu_{33}M(\mathbf{v})\int\rho_{33}(\mathbf{v}')d\mathbf{v}' + \nu_{43}M(\mathbf{v})\int\rho_{44}(\mathbf{v}')d\mathbf{v}', \end{aligned} \quad (1.11)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{44}(\mathbf{v}) + \mathbf{v}\nabla\rho_{44}(\mathbf{v}) &= i\tilde{\kappa}\Omega_1\tilde{\rho}_{14}(\mathbf{v}) - i\tilde{\kappa}^*\Omega_1^*\tilde{\rho}_{41}(\mathbf{v}) + i\tilde{q}\Omega_2\tilde{\rho}_{24}(\mathbf{v}) - i\tilde{q}^*\Omega_2^*\tilde{\rho}_{42}(\mathbf{v}) - \\ &- \frac{\gamma}{2}(\tilde{\kappa}^2 + \tilde{q}^2)\rho_{44}(\mathbf{v}) - \nu\rho_{44}(\mathbf{v}) + \\ &+ \nu_{44}M(\mathbf{v})\int\rho_{44}(\mathbf{v}')d\mathbf{v}' + \nu_{34}M(\mathbf{v})\int\rho_{33}(\mathbf{v}')d\mathbf{v}', \end{aligned} \quad (1.12)$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\rho}}_{12}(\mathbf{v}) + \mathbf{v}\nabla\tilde{\rho}_{12}(\mathbf{v}) &= i\Omega_1^*\tilde{\rho}_{32}(\mathbf{v}) - i\Omega_2\tilde{\rho}_{13}(\mathbf{v}) + i\tilde{\kappa}^*\Omega_1^*\tilde{\rho}_{42}(\mathbf{v}) - i\tilde{q}\Omega_2\tilde{\rho}_{14}(\mathbf{v}) + \\ &+ \left[ i((\Delta_2 - \Delta_1) + (k_1 - k_2)\nu) - \Gamma_{12} - \nu \right] \tilde{\rho}_{12}(\mathbf{v}) + \nu_{coh}^{\nu\nu'}M(\mathbf{v})\int\tilde{\rho}_{12}(\mathbf{v}')d\mathbf{v}', \end{aligned} \quad (1.13)$$

$$\dot{\tilde{\rho}}_{13}(\mathbf{v}) + \mathbf{v}\nabla\tilde{\rho}_{13}(\mathbf{v}) = -i\Omega_1^*\tilde{\rho}_{11}(\mathbf{v}) - i\Omega_2^*\tilde{\rho}_{12}(\mathbf{v}) + i\Omega_1^*\tilde{\rho}_{33}(\mathbf{v}) + \left[ -i(\Delta_1 - k_1\nu) - \Gamma - \nu \right] \tilde{\rho}_{13}(\mathbf{v}), \quad (1.14)$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\rho}}_{14}(\mathbf{v}) + \mathbf{v}\nabla\tilde{\rho}_{14}(\mathbf{v}) &= -i\tilde{\kappa}^*\Omega_1^*\tilde{\rho}_{11}(\mathbf{v}) - i\tilde{q}^*\Omega_2^*\tilde{\rho}_{12}(\mathbf{v}) + i\tilde{\kappa}^*\Omega_1^*\tilde{\rho}_{44}(\mathbf{v}) + \\ &+ \left[ -i(\Delta_1 - \omega_{34} - k_1\nu) - \Gamma - \nu \right] \tilde{\rho}_{14}(\mathbf{v}), \end{aligned} \quad (1.15)$$

$$\dot{\tilde{\rho}}_{23}(\mathbf{v}) + \mathbf{v}\nabla\tilde{\rho}_{23}(\mathbf{v}) = -i\Omega_1^*\tilde{\rho}_{21}(\mathbf{v}) - i\Omega_2^*\rho_{22}(\mathbf{v}) + i\Omega_2^*\rho_{33}(\mathbf{v}) + [-i(\Delta_2 - k_2\nu) - \Gamma - \nu]\tilde{\rho}_{23}(\mathbf{v}), \quad (1.16)$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\rho}}_{24}(\mathbf{v}) + \mathbf{v}\nabla\tilde{\rho}_{24}(\mathbf{v}) = & -i\tilde{\kappa}^*\Omega_1^*\tilde{\rho}_{21}(\mathbf{v}) - i\tilde{q}^*\Omega_2^*\rho_{22}(\mathbf{v}) + i\tilde{q}^*\Omega_2^*\rho_{44}(\mathbf{v}) + \\ & + [-i(\Delta_2 - \omega_{34} - k_2\nu) - \Gamma - \nu]\tilde{\rho}_{24}(\mathbf{v}), \end{aligned} \quad (1.17)$$

где  $\Omega_g = \frac{d_{3g}E_g}{\hbar}$  - частоты Раби соответствующих полей,  $\tilde{\kappa} = \frac{d_{41}}{d_{31}}$ ,  $\tilde{q} = \frac{d_{42}}{d_{32}}$  - отношения матричных элементов оператора дипольного момента,  $\Delta_g = \omega_g - \omega_{g3}^{\text{ат}}$  - отстройки полей от атомных переходов  $|g\rangle \leftrightarrow |3\rangle$ ,  $\gamma$  - скорость распада возбужденного состояния  $|3\rangle$ ,  $\Gamma$ ,  $\Gamma_{12}$  - скорости распадов оптических и низкочастотной когерентностей соответственно,  $\nu$  - проекция вектора скорости  $\mathbf{v}$  на ось  $z$ . Здесь использовано приближение слабых полей ( $\Omega_g \ll \nu$ ), которое позволяет пренебречь населенностями возбужденных состояний по сравнению с населенностями основных ( $\rho_{ee} \ll \rho_{gg}$ ). Аргументы  $z$  и  $t$  опущены для краткости.

Решение данной системы интегро-дифференциальных уравнений в частных производных представляет собой сложную вычислительную задачу. По этой причине откажемся от установления скоростной зависимости состояния системы и перейдем к редуцированной матрице плотности  $\rho_{nm}(z, t) = \int \rho_{nm}(\mathbf{v}, z, t) d\mathbf{v}$ , путем интегрирования уравнений (1.9)-(1.13) по скоростям. При этом, в силу упомянутого приближения слабых полей, скоростные зависимости населенностей основных состояний и низкочастотной когерентности можно считать максвелловскими, поскольку они являются долгоживущими:

$$\rho_{gg}(\mathbf{v}, z, t) = M(\mathbf{v})\rho_{gg}(z, t), \quad (1.18)$$

$$\tilde{\rho}_{12}(\mathbf{v}, z, t) = M(\mathbf{v})\tilde{\rho}_{12}(z, t). \quad (1.19)$$

Слагаемые с градиентом в левых частях уравнений (1.9), (1.10) и (1.13) при этом исчезают. При интегрировании по скоростям уравнений (1.11) и (1.12) под знаком градиента возникает поток  $\mathbf{j}_{ee}$  атомов в состоянии  $|e\rangle$ , который согласно первому закону Фика можно заменить на градиент концентрации соответствующих атомов:

$$\int \mathbf{v} \nabla \rho_{ee}(\mathbf{v}, z, t) d\mathbf{v} = \frac{1}{n_a} \nabla \mathbf{j}_{ee}(z, t) = -D \Delta \rho_{ee}(z, t), \quad (1.20)$$

где  $D$  - коэффициент диффузии,  $n_a$  - концентрация атомов активного вещества.

Эффектами диффузии в данной работе будем пренебрегать, положив нулю эти слагаемые. Отметим, что закон Фика является чисто эмперическим соотношением. Последовательный вывод уравнений для матрицы плотности с учетом диффузионных слагаемых можно найти в [62].

Таким образом, после интегрирования по скоростям уравнения (1.9)-(1.13) принимают вид

$$\dot{\rho}_{11} = -2 \operatorname{Re} \left\{ i \Omega_1 [\tilde{\rho}_{13} + \tilde{\kappa} \tilde{\rho}_{14}] \right\} + \frac{\gamma}{2} (\rho_{33} + \tilde{\kappa}^2 \rho_{44}) + (v_{11} - \nu) \rho_{11} + v_{21} \rho_{22} + v_{31} \rho_{33} + v_{41} \rho_{44}, \quad (1.21)$$

$$\dot{\rho}_{22} = -2 \operatorname{Re} \left\{ i \Omega_2 [\tilde{\rho}_{23} + \tilde{\kappa} \tilde{\rho}_{14}] \right\} + \frac{\gamma}{2} (\rho_{33} + \tilde{q}^2 \rho_{44}) + (v_{22} - \nu) \rho_{22} + v_{12} \rho_{11} + v_{32} \rho_{33} + v_{42} \rho_{44}, \quad (1.22)$$

$$\dot{\rho}_{33} = 2 \operatorname{Re} \left\{ i [\Omega_1 \tilde{\rho}_{13} + \Omega_2 \tilde{\rho}_{23}] \right\} - \gamma' \rho_{33} + v_{43} \rho_{44}, \quad (1.23)$$

$$\dot{\rho}_{44} = 2 \operatorname{Re} \left\{ i [\Omega_1 \tilde{\kappa} \tilde{\rho}_{14} + \Omega_2 \tilde{q} \tilde{\rho}_{24}] \right\} - \frac{\gamma}{2} (\tilde{\kappa}^2 + \tilde{q}^2) \rho_{44} - (\nu - v_{44}) \rho_{44} + v_{34} \rho_{33}, \quad (1.24)$$

$$\dot{\tilde{\rho}}_{12} = i [\Omega_1^* \tilde{\rho}_{32} - \Omega_2 \tilde{\rho}_{13} + \tilde{\kappa}^* \Omega_1^* \tilde{\rho}_{42} - \tilde{q} \Omega_2 \tilde{\rho}_{14}] + [i \delta - \Gamma'_{12}] \tilde{\rho}_{12}, \quad (1.25)$$

где  $\gamma' = \gamma + \nu - v_{33}$ ,  $\Gamma'_{12} = \Gamma_{12} + \nu - v_{coh}^{\nu\nu'}$ ,  $\Gamma' = \Gamma + \nu$  - модифицированные за счет столкновений скорости распадов,  $\delta = \Delta_2 - \Delta_1$  - двухфотонная отстройка. Здесь аргументы  $z$  и  $t$  опущены.

Изменением оптических когерентностей по координате можно пренебречь, так как они разрушаются при каждом столкновении, а длина свободного пробега атомов полагается много меньше длины ансамбля. Таким образом, градиенты в уравнениях (1.14)-(1.17) также обращаются в ноль.

Ввиду наличия слагаемых  $\sim k_g v$ , учитывающих доплеровское смещение по частоте, переход к редуцированным элементам путем интегрирования уравнений (1.14)-(1.17) невозможен. В связи с этим оптические когерентности из

этих уравнений сперва выражаются через квадратуры, методом неопределенных коэффициентов, и только затем интегрируются по скоростям:

$$\tilde{\rho}_{g3}(t) = -i \int_0^t dt' \left[ \Omega_2^*(t') \tilde{\rho}_{g2}(t') + \Omega_1^*(t') \tilde{\rho}_{g1}(t') \right] \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{v} M(\mathbf{v}) e^{-i(\Delta_g - k_g v + \Gamma')(t-t')}, \quad (1.26)$$

$$\tilde{\rho}_{g4}(t) = -i \int_0^t dt' \left[ \tilde{q}^* \Omega_2^*(t') \tilde{\rho}_{g2}(t') + \tilde{\kappa}^* \Omega_1^*(t') \tilde{\rho}_{g1}(t') \right] \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{v} M(\mathbf{v}) e^{-i(\Delta_g - \omega_{34} - k_g v + \Gamma')(t-t')}. \quad (1.27)$$

Аргумент  $z$  здесь опущен. Динамика системы рассматривается с момента  $t = 0$ , при котором оптические когерентности равны нулю, что обуславливает выбор нижнего предела интегрирования по времени.

Возникшие при этом интегралы по скоростям относятся к типу гауссовых и берутся аналитически:

$$\tilde{\rho}_{g3}(t) = -i \int_0^t dt' \exp \left[ -\frac{v_T^2 k_g^2}{4} (t-t')^2 - (i\Delta_g + \Gamma')(t-t') \right] \left[ \Omega_2^*(t') \tilde{\rho}_{g2}(t') + \Omega_1^*(t') \tilde{\rho}_{g1}(t') \right], \quad (1.28)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{g4}(t) = & -i \int_0^t dt' \exp \left[ -\frac{v_T^2 k_g^2}{4} (t-t')^2 - (i(\Delta_g - \omega_{34}) + \Gamma')(t-t') \right] \times \\ & \times \left[ \tilde{q}^* \Omega_2^*(t') \tilde{\rho}_{g2}(t') + \tilde{\kappa}^* \Omega_1^*(t') \tilde{\rho}_{g1}(t') \right]. \end{aligned} \quad (1.29)$$

При подстановке (1.28), (1.29) в (1.21)-(1.25) получаем систему однородных интегро-дифференциальных уравнений Вольтера 1-го рода, которая допускает дальнейшее численное решение.

Перейдем теперь к установлению координатных зависимостей полей. Для этого воспользуемся тем фактом, что напряженность электрического поля  $E(z, t) = |\mathbf{E}(z, t)|$  в изотропной немагнитной среде с ненулевым вектором макроскопической поляризации  $P(z, t)$  удовлетворяет волновому уравнению вида [63, С. 24]

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}. \quad (1.30)$$

Разделим дифференциальный оператор второго порядка в левой части уравнения на произведение двух операторов первого порядка:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) E(z, t) = \left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}\right) \left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}\right) E(z, t) \quad (1.31)$$

Далее после подстановки (1.1), предполагая медленное изменение амплитуд на временах оптического периода ( $\frac{\partial E_g}{\partial z} \ll k_g E_g, \frac{\partial E_g}{\partial t} \ll \omega_g E_g$ ), получим

$$\frac{\partial E}{\partial z} - \frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t} \cong -2ik_1 E_1 e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} - 2ik_2 E_2 e^{i(\omega_2 t - k_2 z)} + \text{к.с.}, \quad (1.32)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}\right) (-ik_1 E_1 e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} - ik_2 E_2 e^{i(\omega_2 t - k_2 z)} + \text{к.с.}) = \frac{2\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}, \quad (1.33)$$

Макроскопическую поляризацию среды посчитаем как квантовомеханическое среднее дипольного момента единицы объема

$$P(z, t) = n_a \text{Sp}(\hat{d}\hat{\rho}) = n_a \sum_{g,e} \tilde{\rho}_{ge}(z, t) d_{eg} e^{i(\omega_g t - k_g z)} + \text{к.с.}, \quad (1.34)$$

где усреднение предполагается по внутренним степеням свободы атома и его поступательной скорости, но не по его координате, так как нас интересует поляризация среды в бесконечно малой окрестности точки  $z$ .

После подстановки (1.34) в (1.33), предполагая медленные изменения амплитуд элементов матрицы плотности ( $\frac{\partial \tilde{\rho}_{ge}}{\partial z} \ll k_g \tilde{\rho}_{ge}, \frac{\partial \tilde{\rho}_{ge}}{\partial t} \ll \omega_g \tilde{\rho}_{ge}$ ), умножим обе части полученного уравнения последовательно на обе комплексные экспоненты  $e^{i(\omega_g t - k_g z)}$  и вновь воспользуемся приближением вращающейся волны. В результате получим

$$\frac{\partial E_1}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial E_1}{\partial t} = -2\pi i n_a k_1 d_{31} (\tilde{\rho}_{13} + \tilde{\kappa} \tilde{\rho}_{14}), \quad (1.35)$$

$$\frac{\partial E_2}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial E_2}{\partial t} = -2\pi i n_a k_2 d_{32} (\tilde{\rho}_{23} + \tilde{q} \tilde{\rho}_{24}). \quad (1.36)$$

Будем пренебрегать изменениями амплитуд полей на временах пролета фотоном длины ансамбля, что позволяет пренебречь вторыми слагаемыми в левых частях (1.35), (1.36). Запишем окончательно в терминах частот Раби

$$\frac{\partial \Omega_1}{\partial z} = -\frac{2\pi i n_a k_1 |d_{31}|^2}{\hbar} (\tilde{\rho}_{13} + \tilde{\kappa} \tilde{\rho}_{14}), \quad (1.37)$$

$$\frac{\partial \Omega_2}{\partial z} = -\frac{2\pi i n_a k_2 |d_{32}|^2}{\hbar} (\tilde{\rho}_{23} + \tilde{q} \tilde{\rho}_{24}). \quad (1.38)$$

Таким образом, получили систему состоящую из уравнений (1.21)-(1.25) и (1.37), (1.38), которая несет информацию как об эволюции квантового состояния ансамбля на всей его длине, так и об изменении амплитуд полей при прохождении сквозь среду.

Далее при вычисления частоты столкновений полагаются следующими:

$$\begin{aligned} v_{11} &= v_{22} = v; \\ v_{33} &= v(1-\eta); \\ v_{44} &= v[1-\eta(\tilde{\kappa}^2 + \tilde{q}^2)/2]; \\ v_{31} &= v_{32} = \eta v / 2; \\ v_{41} &= v_{14} = \eta v \tilde{\kappa}^2 / 2; \\ v_{42} &= v_{24} = \eta v \tilde{q}^2 / 2; \\ v_{12}^{vv'} &= v. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Здесь  $\eta$  - параметр, определяющий долю столкновений, приводящих к распаду возбужденного состояния.

## ГЛАВА 2. РАМСЕЕВСКАЯ СХЕМА ОПРОСА

В настоящей работе исследуются особенности поведения резонансов КПН, детектируемых так называемым методом Рэмси или методом разнесенных полей [38]. Суть метода заключается в подаче внешнего поля не непрерывно, а импульсами разнесенными во времени.

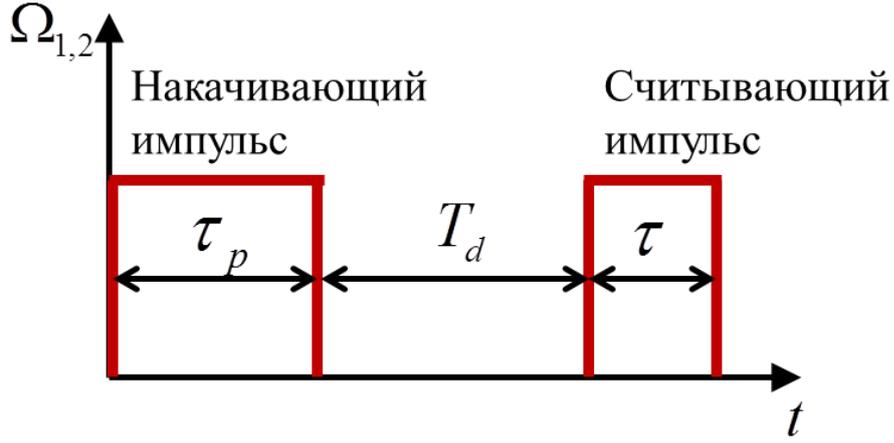


Рис. 2.1. Форма лазерных импульсов при Рамсеевской схеме опроса

Будем рассматривать случай двух прямоугольных импульсов длительностями  $\tau_p$  и  $\tau$  разделенными во времени темновой паузой длительностью  $T_d$  (рис. 2). Таким образом граничное условие, зависящее от времени, для уравнений (1.37), (1.38) можно записать как

$$\Omega_j(z_0, t) = \Omega_{j_0}(z_0) [\theta(t) - \theta(t - \tau_p) + \theta(t - T_d - \tau_p) - \theta(t - T_d - \tau_p - \tau)], \quad j=1,2, \quad (2.1)$$

где  $\theta(t)$  - функция Хевисайда,  $\Omega_{j_0}(z)$  - амплитуды импульсов, зависящие от координаты.

Первый накачивающий импульс имеет длительность достаточную для установления стационарного состояния КПН в ансамбле ( $\tau_p \gg \gamma/\Omega_{j_0}^2$ ). В течение темновой паузы успевают разрушиться населенности возбужденных состояний и все когерентности, за исключением низкочастотной, которая имеет значительно большее время жизни:

$$\max\{\gamma^{-1}, \Gamma^{-1}\} \ll T_d \ll \Gamma_{12}^{-1} \quad (2.2)$$

Низкочастотная когерентность  $\rho_{12}$  на протяжении темновой паузы будет эволюционировать, изменяя свою фазу на величину  $\delta \cdot T$ . В течении второго импульса, в зависимости от разности фаз между  $\rho_{12}$  и полем система будет либо возбуждаться либо оставаться в состоянии КПН. Таким образом, второй короткий импульс детектирует систему в состоянии КПН.

### ГЛАВА 3. ЧИСЛЕННАЯ СХЕМА

Как обсуждалось в главе 1, для установления формы контура поглощения необходимо совместное решение уравнений для матрицы плотности (1.21)-(1.25) с укороченными уравнениями переноса (1.37), (1.38). В качестве начального состояния ансамбля возьмем состояние с равномерным заселением нижнего мультиплета:

$$\hat{\rho}(z)|_{t=0} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.1)$$

Граничное условие на частоты Раби, зависящее от времени, зададим как (2.1).

Как было отмечено в главе 2 первый импульс имеет достаточную длительность для перехода системы в стационарное состояние. По этой причине состояние ансамбля на конце первого импульса найдем как стационарные решения уравнений (1.21)-(1.25), устремив  $t \rightarrow \infty$ . При этом производные по времени обратятся в ноль, а интегралы в (1.28), (1.29) перейдут в

$$\tilde{\rho}_{g3} = \frac{-i\sqrt{\pi}}{k_g \nu_T} [\Omega_{20}^* \tilde{\rho}_{g2} + \Omega_{10}^* \tilde{\rho}_{g1}] w \left( \frac{i\Gamma' - \Delta_g}{k_g \nu_T} \right), \quad (3.2)$$

$$\tilde{\rho}_{g4} = \frac{-i\sqrt{\pi}}{k_g \nu_T} [\Omega_{20}^* \tilde{\rho}_{g2} + \Omega_{10}^* \tilde{\rho}_{g1}] w \left( \frac{i\Gamma' - \Delta_g + \omega_{34}}{k_g \nu_T} \right), \quad (3.3)$$

где  $w(z) = \exp(-z^2)[1 - \operatorname{erf}(-iz)]$  - функция Фадеевой,  $\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-z^2} dz$  - функция

ошибок. Аргумент  $z$  здесь и далее в этой главе будем опускать для краткости.

Для учета условия нормировки ( $S\rho(\hat{\rho})=1$ ) необходимо заменить им одно из полученных уравнений. Таким образом, получим систему линейных алгебраических уравнений, которая может быть решена методом Гаусса.

Значения частот Раби на всей длине ансамбля здесь и далее могут быть найдены из уравнений (1.37), (1.38) методом Эйлера.

За время темновой паузы все оптические когерентности и населенности возбужденных состояний распадутся, так как выполнено условие (2.2). К моменту наступления второго импульса отличной от нуля останется только низкочастотная когерентность  $\tilde{\rho}_{12}$ , фаза которой приобретет набег  $\delta \cdot T_d$ , что следует из уравнения (1.25) при равенстве нулю частот Раби. Выпишем ненулевые элементы матрицы плотности в момент включения считывающего импульса:

$$\rho_{11}(\tau_p + T_d) = \rho_{11}(\tau_p) + \frac{1}{2}[\rho_{33}(\tau_p) + \rho_{44}(\tau_p)] \quad (3.4)$$

$$\rho_{22}(\tau_p + T_d) = \rho_{22}(\tau_p) + \frac{1}{2}[\rho_{33}(\tau_p) + \rho_{44}(\tau_p)], \quad (3.5)$$

$$\tilde{\rho}_{12}(\tau_p + T_d) = \tilde{\rho}_{21}^*(\tau_p + T_d) = \tilde{\rho}_{12}(\tau_p)e^{(i\delta - \Gamma_{12})T_d}, \quad (3.6)$$

Далее будем считать момент включения считывающего импульса за начальный ( $\tau_p + T_d = 0$ ).

Теперь необходимо определить эволюцию системы за время второго импульса. При заданном распределении полей уравнения (1.21)-(1.25) после подстановки в них (1.28), (1.29) представляют из себя систему однородных интегро-дифференциальных уравнений Вольтерра первого рода с начальным условием. Запишем её в общем виде следующим образом

$$\dot{y}_i(t) = \int_{t_0}^t K_{ij}(t, t') y_j(t') dt' + A_{ij} y_j(t), \quad y_i(t_0) = y_i^0 \quad i, j = \overline{1, N} \quad (3.7)$$

где  $y_i(t)$  - набор искомых функций,  $K_{ij}(t, t')$  - матрица интегральных ядер,  $A_{ij}$  - матрица коэффициентов,  $y_i^0$  - начальные условия,  $N$  - количество уравнений в системе. Здесь предполагается суммирование по совпадающим индексам.

Для её решения предлагается явная разностная схема, полученная путем модификации метода Эйлера на случай интегрального характера уравнений. Зададимся равномерной сеткой разбиения отрезка изменения аргумента

$t_n \in [t_0, t_{max}]$  с шагом  $h$ . Далее заменим интегралы в правых частях уравнений их приближенными значениями по формуле трапеций на той же самой сетке, а производные в левых частях отношением разности значений функции в соседних точках сетки к величине шага. В результате получим

$$y_{i,n+1} = \frac{h^2}{2} \sum_{m=1}^{n-1} [K_{ij}(t_n, t_m) y_{j,m} + K_{ij}(t_n, t_{m+1}) y_{j,m+1}] + h A_{ij} y_{j,n} + y_{i,n}, \quad y_{i,n} = y_i(t_n) \quad (3.8)$$

Как можно заметить, теперь для вычисления значения функций в следующей точке сетки необходимо лишь знание их значений во всех предшествующих точках.

Предложенная схема была использована для решения пробного уравнения с известным аналитическим решением:

$$\dot{y}(t) = \int_0^t \exp(t') \cos\left(\pi \frac{t'}{t}\right) y(t') dt' - y(t), \quad y(0) = 1. \quad (3.9)$$

Прямой подстановкой нетрудно убедиться, что решением данного уравнения является убывающая экспонента  $y(t) = \exp(-t)$ . Проанализируем зависимости ошибки вычисления решения по формуле (3.8) от количества точек разбиения и величины отрезка изменения аргумента искомой функции.

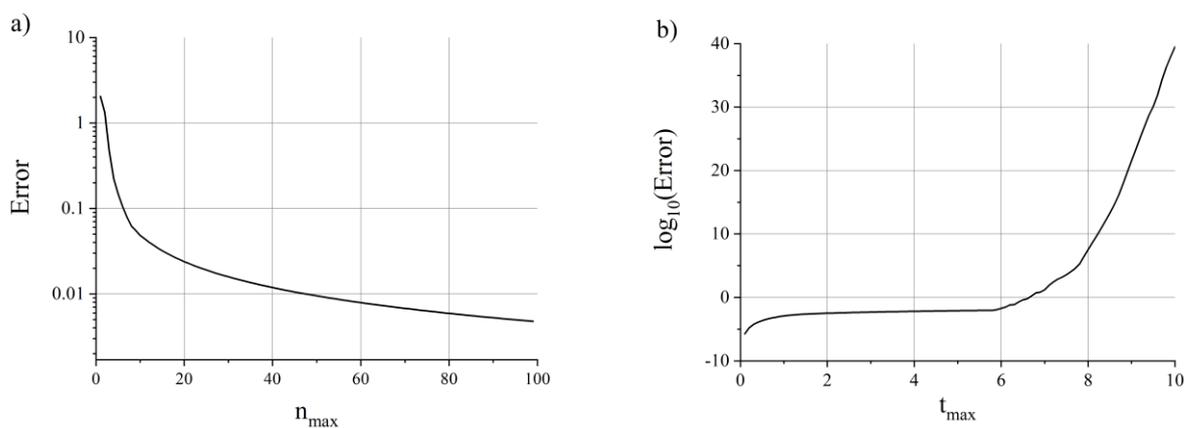


Рис. 3.1. а) зависимость ошибки расчета от количества точек разбиения  $n_{max}$ , б) зависимость ошибки от длины отрезка при его разбиении фиксированным количеством точек в логарифмическом масштабе.

На рис. 3.1(a) видно, что при увеличении количества точек разбиения решение сходится к аналитическому. Однако ошибка расчета оказывается зависящей от длины отрезка изменения аргумента сильно нелинейным образом (рис. 3.1(b)), что затрудняет численный поиск решения данной схемой на достаточно больших промежутках.

По этой причине был предложен второй метод решения уравнений (1.21)-(1.25). Как можно заметить, ядра интегралов в (1.26), (1.27) представляют собой осциллирующие и затухающие со временем экспоненты. Пренебрегая изменением искомых функций на временах таких осцилляций, можно вынести их за знак интеграла в момент времени, соответствующий верхнему пределу интегрирования. Тогда после аналитического взятия интегралов (Прил. А) получим

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{g3}(t) = & \frac{-i\sqrt{\pi}}{k_j v_T} \left( \Omega_{20}^* \tilde{\rho}_{g2}(t) + \Omega_{10}^* \tilde{\rho}_{g1}(t) \right) \times \\ & \times \left[ w \left( \frac{\Delta_g - i\Gamma'}{k_g v_T} \right) - e^{-\left( \frac{k_g^2 v_T^2}{4} t^2 + (\Gamma' + \Delta_g) t \right)} w \left( -i \frac{k_g v_T}{2} t + \frac{\Delta_g - i\Gamma'}{k_g v_T} \right) \right], \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{j4}(t) = & \frac{-i\sqrt{\pi}}{k_j v_T} \left( \tilde{q}^* \Omega_{20}^* \tilde{\rho}_{j2}(t) + \tilde{\kappa}^* \Omega_{10}^* \tilde{\rho}_{j1}(t) \right) \times \\ & \times \left[ w \left( \frac{\Delta_g - \omega_{34} - i\Gamma'}{k_g v_T} \right) - e^{-\left( \frac{k_g^2 v_T^2}{4} t^2 + (\Gamma' + \Delta_g - \omega_{34}) t \right)} w \left( -i \frac{k_g v_T}{2} t + \frac{\Delta_g - \omega_{34} - i\Gamma'}{k_g v_T} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3.11)$$

После подстановки данных выражений в (1.21)-(1.25) получим систему линейных дифференциальных уравнений первого порядка, которая может быть решена методом Рунге-Кутты четвертого порядка. Данный способ был использован при исследовании температурных эффектов в оптически плотной среде.

## ГЛАВА 4. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

В данной главе рассмотрим результаты, полученные на основе теории, построенной в главе 1. Будем исследовать поведение зависимости населенности

возбужденных состояний  $\rho_{exc} = \rho_{33} + \rho_{44}$  от двухфотонной отстройки  $\delta$  при различных параметрах лазерной накачки и атомной среды.

В начале главы обсудим результаты, полученные для холодного атомного ансамбля. Будем рассматривать как случай оптически тонкой, так и случай оптически плотной среды, то есть такой в которой длина свободного пробега фотона много больше длины ансамбля. Это условие можно записать как  $n_a \sigma L \gg 1$ , где  $\sigma$  - сечение рассеяния фотона на атоме активного вещества, которое можно оценить в случае холодного ансамбля как  $\sigma \sim \lambda^2$ ,  $\lambda$  - длина волны падающего излучения,  $L$  - длина ансамбля в направлении волновых векторов падающей волны.

Далее обсудим влияние температуры на поведение Рамсеевских резонансов. В таком случае в условии оптической плотности среды сечение рассеяния необходимо оценивать с поправкой на движение атома как  $\sigma \sim \frac{\lambda^2 \gamma}{k_B \nu_T}$ .

#### 4.1. Холодный оптически тонкий ансамбль

Для рассмотрения ансамбля, имеющего нулевую температуру необходимо в (1.9)-(1.17) положить скоростные зависимости всех матричных элементов дельта функциям:

$$M(\mathbf{v}) = \delta(\mathbf{v}), \quad \hat{\rho}(\mathbf{v}, z, t) = \delta(\mathbf{v}) \hat{\rho}(z, t). \quad (4.1.1)$$

а все частоты столкновений приравнять к нулю.

В силу оптической тонкости, координатной зависимостью матрицы плотности можно пренебречь. Полученная таким образом система уравнений допускает численное решение методом Рунге-Кутты 4-го порядка.

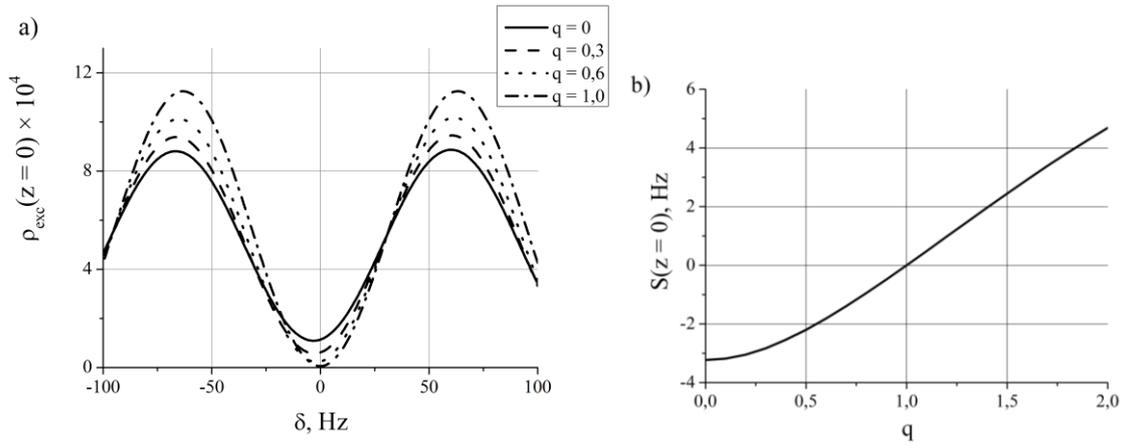


Рис. 4.1.1. (а) – Форма Рамсеевского резонанса по сигналу флуоресценции для различных соотношений матричных элементов дипольного момента  $\tilde{q}$  при  $\tilde{\kappa} = 1$ ; (б) – зависимость величины светового сдвига  $S$  от  $\tilde{q}$ . Длительность считывающего импульса  $\tau = 10\gamma^{-1}$ , темновой паузы  $T_d = 8\text{мс}$ , частоты Раби на входе в среду (в пике импульса)  $\Omega_1 = \Omega_2 = 0.01\gamma$ , расщепление уровней возбужденного состояния  $\omega_{34} = 0.6\gamma$ .

На рис. 4.1.1. (а) представлена форма Рамсеевского резонанса для различных отношений  $\tilde{q}$  матричных элементов дипольного момента. При уменьшении  $\tilde{q}$  в системе возникает асимметрия, связанная с тем, что на переходах  $|1\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  и  $|2\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  действуют различные частоты Раби ( $0,01\gamma$  и  $\tilde{q} \cdot 0,01\gamma$  соответственно). Как известно [60], электромагнитное поле при взаимодействии с атомным переходом вызывает сдвиг  $S$  этого перехода, определяемый выражением пропорциональным дисперсионному контуру и квадрату модуля частоты Раби  $\Omega$ :

$$S = \frac{|\Omega|^2}{4} \frac{\Delta}{\Delta^2 + \Gamma^2/4}, \quad (4.1.2)$$

где  $\Delta$  – отстройка от данного перехода,  $\Gamma$  – ширина линии поглощения.

Поскольку электромагнитные поля настроены на уровень  $|3\rangle$  и двухфотонная отстройка  $\delta \ll \omega_{34}$ , взаимодействие полей с уровнем  $|4\rangle$  вызывает сдвиги уровней  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$ . Благодаря возникающей асимметрии сдвиги эти раз-

личны, и, следовательно, возникает сдвиг микроволнового перехода  $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ . Это ведет к изменению положения минимума резонанса на рис. 4.1.1 (а).

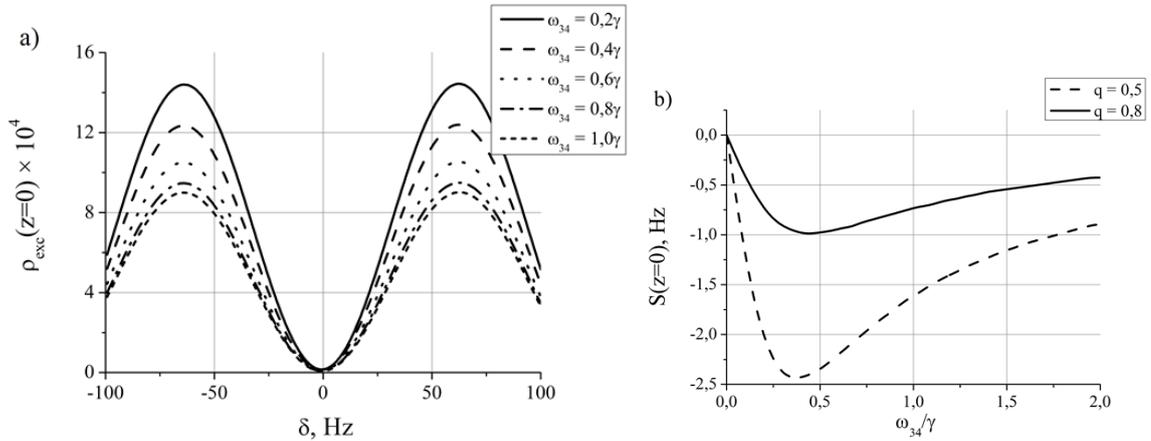


Рис. 4.1.2. (а) – форма Рамсеевского резонанса по сигналу флуоресценции для различных величин расщепления  $\omega_{34}$  для  $\tilde{q} = 0,8$ ; (b) – зависимость величины светового сдвига  $S$  от  $\omega_{34}$  для различных  $\tilde{q}$ . Остальные параметры те же, что на рис. 4.1.1.

Сдвиг резонанса на рис. 4.1.2 зависит от расщепления между возбужденными уровнями, согласно выражению (4.1.2), по дисперсионному закону.

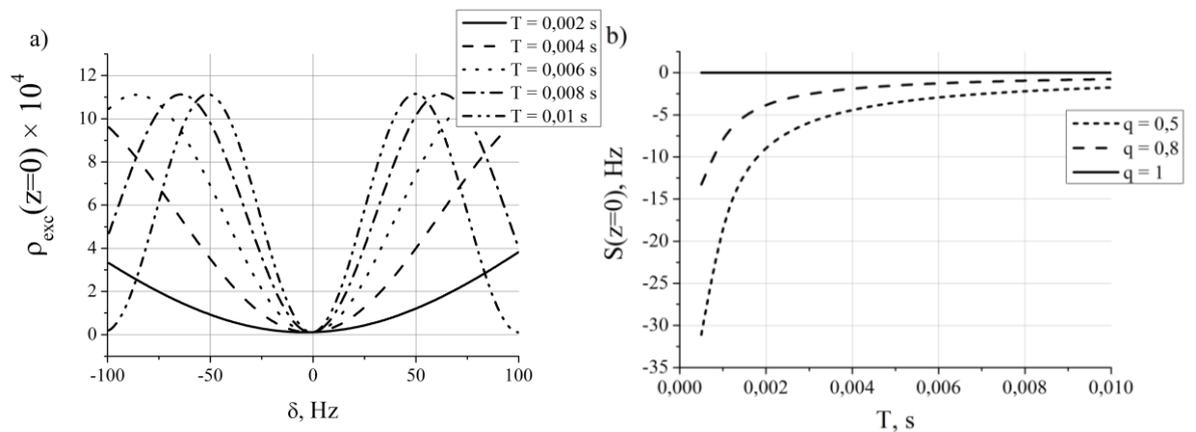


Рис. 4.1.3. (а) – Форма Рамсеевского резонанса по сигналу флуоресценции для различных длительностей темновой паузы  $T_d$ . (b) – зависимость вели-

чины светового сдвига  $S$  от  $T_d$ .  $\tilde{q}=0.8$ ,  $\tilde{\kappa}=1$ . Остальные параметры те же, что на рис. 4.1.1.

При увеличении длительности темновой паузы  $T_d$  средняя по времени интенсивность, падающая на атомный ансамбль, падает, поэтому уменьшается и световой сдвиг минимума резонанса (рис.4.1.3.). Вместе с этим происходит сужение резонанса. Важно заметить, что с уменьшением значения  $S$  снижается также его чувствительность к флуктуациям интенсивности. Таким образом, увеличение  $T_d$  позволяет увеличить кратковременную стабильность стандарта частоты, двояким образом – за счет повышения добротности резонанса (его сужения при постоянной амплитуде) и за счет уменьшения чувствительности светового сдвига ко флуктуациям интенсивности. Однако повышение  $T_d$  возможно в пределах времени жизни  $\Gamma_{12}^{-1}$  низкочастотной когерентности. При дальнейшем увеличении  $T_d$  происходит снижение амплитуды резонанса.

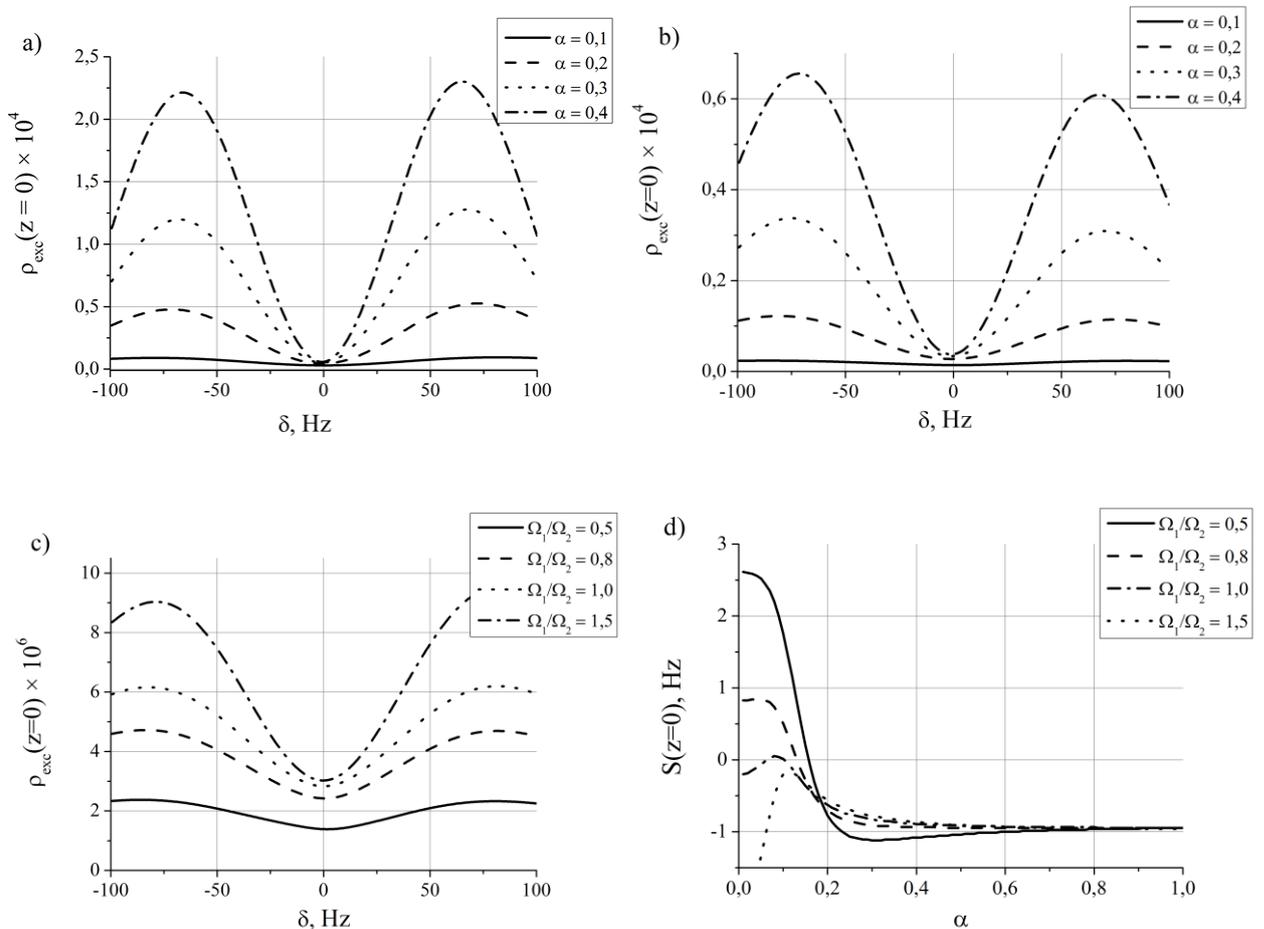


Рис. 4.1.4. – форма Рамсеевского резонанса по сигналу флуоресценции для различных частот Раби  $\Omega_2 = \alpha \cdot 0.01\gamma$  при поддержании постоянным соотношения  $\Omega_1 / \Omega_2 = 1.5$  (а) и  $\Omega_1 / \Omega_2 = 0.5$  (б). Изменение формы резонанса для различных отношений  $\Omega_1 / \Omega_2$  при поддержании постоянной частоты Раби  $\Omega_2 = 0.001\gamma$  (с). Зависимость величины светового сдвига  $S$  от частоты Раби  $\Omega_2 = \alpha \cdot 0.01\gamma$  для различных отношений частот Раби (д).  $\tilde{q} = 0.8, \tilde{\kappa} = 1$ , остальные параметры те же, что на рис.4.1.1.

На рис. 4.1.4 исследована зависимость формы резонанса от частот Раби полей (амплитуд накачивающего и считывающего импульсов). Как видно из рис.4.1.4 (б), уменьшение соотношения  $\Omega_1 / \Omega_2$  при удерживании постоянной  $\Omega_2$  приводит к балансировке частот Раби на переходах  $|1\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  и  $|2\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  и исчезновению светового сдвига.

Однако на световой сдвиг влияют не только отношения  $\Omega_1 / \Omega_2$ ,  $\tilde{\kappa}$ ,  $\tilde{q}$ , но и абсолютная величина частот Раби. На рис.4.1.4 (с) показана зависимость светового сдвига от нормированной частоты Раби  $\alpha = \Omega_2 / 0,01\gamma$  при постоянном отношении  $\Omega_1 / \Omega_2$ . Наиболее интересным является изменение знака сдвига при определенных значениях  $\alpha$ . Данную особенность можно использовать в оптически плотной среде, поскольку в ней происходит поглощение полей, следовательно будут присутствовать области пространства, в которых световой сдвиг имеет разные знаки. Данные области могут компенсировать друг друга и позволить добиться подавления сдвига на резонансе, построенном по сигналу прошедшего вперед излучения.

## 4.2. Холодный оптически плотный ансамбль

В случае оптической плотности среды пренебрегать координатной зависимостью матрицы плотности нельзя, а частоты Раби полей необходимо восстанавливать на протяженности среды согласно уравнениям (1.37), (1.38).

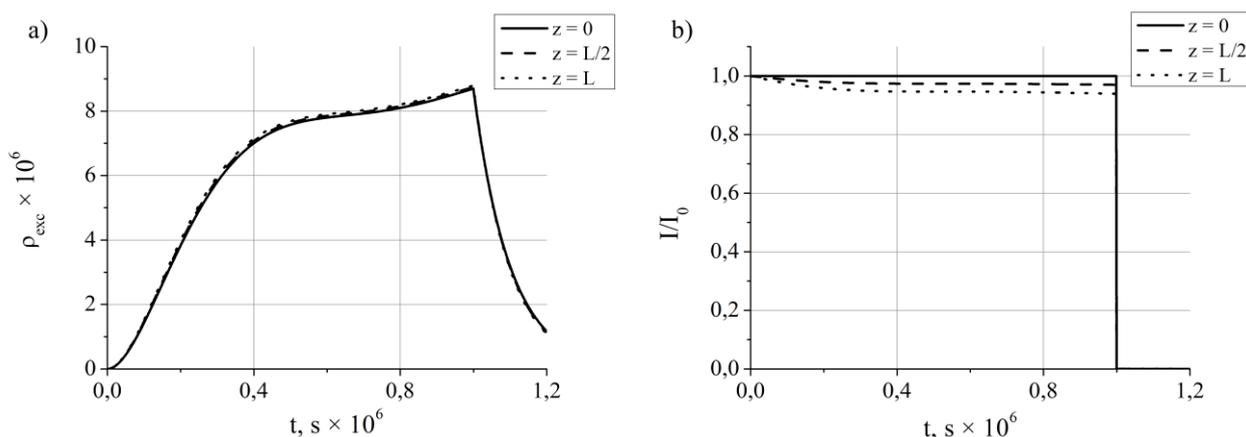


Рис. 4.2.1. Зависимости населенности верхних уровней и интенсивности лазерного излучения от времени при различной глубине проникновения для нулевой двухфотонной отстройки  $\delta = 0$ . Остальные параметры те же, что на рис. 4.1.1. Длина среды  $L = 0.02$  см, концентрация атомов  $n_a = 0.5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$ . Остальные параметры те же, что на рис. 4.1.1.

В оптически плотной среде, помимо эффектов, рассмотренных в параграфе 4.1, происходит поглощение и когерентное рамановское рассеяние накачивающих и считывающих лазерных импульсов, что учитывается уравнениями переноса (1.37), (1.38) и непосредственно влияет на выходной сигнал (как флуоресценции (4.1), так и прошедшего вперед считывающего импульса (4.2)). На Рис. 4.2.1 показан всплеск населенности возбужденных уровней (а) и считывающий импульс (б) от времени для разных координат  $z$  вдоль распространения импульса.

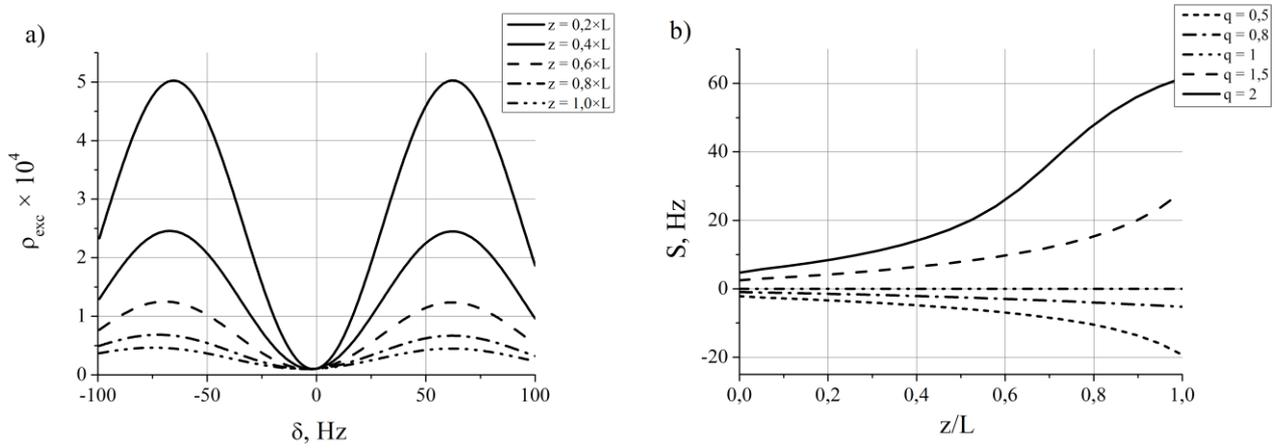


Рис.4.2.2 (а) - Форма Рамсеевского резонанса по сигналу флуоресценции для различных координат при отношении  $\Omega_1 / \Omega_2 = 1$ ,  $\tilde{q} = 0.8$ ,  $\tilde{\kappa} = 1$  (б) - Зависимость величины светового сдвига  $S$  от координаты для различных  $\tilde{q}$ ,  $\tilde{\kappa} = 1$ ,  $\Omega_1 / \Omega_2 = 1$ , остальные параметры те же, что на рис.4.1.1. Длина среды  $L = 0.008$  см, концентрация атомов  $n_a = 0.5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$ . Длительность считывающего импульса  $\tau = 10\gamma^{-1}$ , темновой паузы  $T_d = 8$  мс, частоты Раби на входе в среду (в пике импульса)  $\Omega_1 = \Omega_2 = 0.01\gamma$ , расщепление уровней возбужденного состояния  $\omega_{34} = 0.6\gamma$ .

На Рис.4.2.2 (а) показано изменение формы Рамсеевского резонанса в зависимости от координаты  $z$ . В силу того, что матричные элементы на переходах  $|1\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  и  $|2\rangle \leftrightarrow |4\rangle$  различны ( $\tilde{\kappa} = 1$ ,  $\tilde{q} = 0.8$ ), имеется световой сдвиг резонанса на входе в среду (черная кривая). Далее с увеличением  $z$  поле  $E_1$  поглощается сильнее, чем поле  $E_2$ , поскольку отношения  $\tilde{\kappa}$  и  $\tilde{q}$  присутствуют в правых частях уравнений переноса (1.37), (1.38). Это создает дополнительную асимметрию в возбуждаемой системе и световой сдвиг увеличивается по абсолютной величине (рис. 4.2.2 (б)).

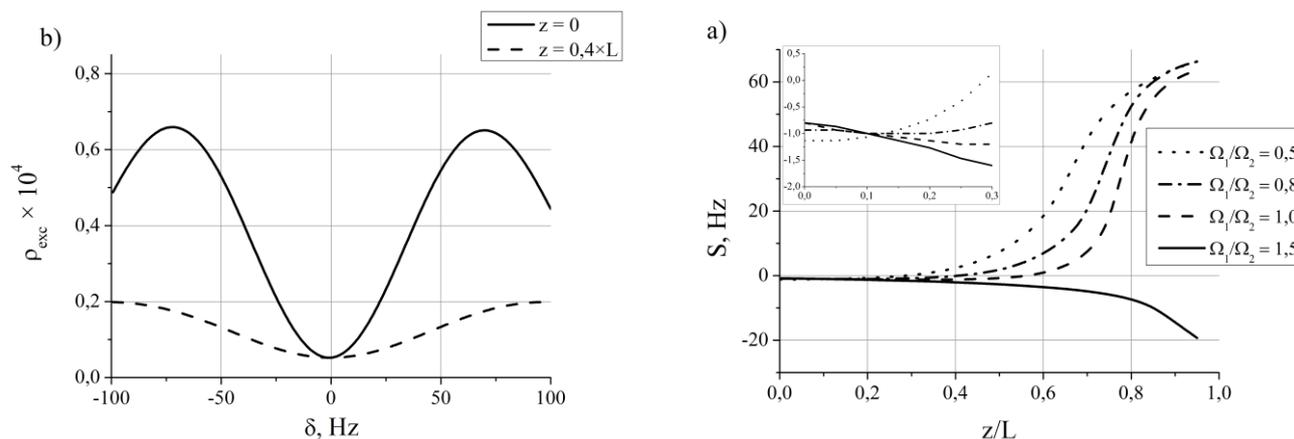


Рис. 4.2.3 (а) Зависимость величины светового сдвига  $S$  от координаты для различных  $\Omega_1 / \Omega_2$ . (b) - Форма Рамсеевского резонанса по сигналу флуоресценции для различных координат при отношении  $\Omega_1 / \Omega_2 = 0.8$ ,  $\Omega_2 = 0.003\gamma$ ,  $\tilde{q} = 0.8$ ,  $\tilde{\kappa} = 1$ , остальные параметры те же, что на рис.4.2.2.

Однако, возможно подобрать отношение частот Раби  $\Omega_1 / \Omega_2$  на входе в среду таким, чтобы в толще среды происходило выравнивание интенсивностей и световой сдвиг уменьшался. На Рис.4.2.3 приведена зависимость светового сдвига от координаты  $z$  для различных отношений  $\Omega_1 / \Omega_2$  на входе. Для значений  $\Omega_1 / \Omega_2 < 1$  (сплошная и пунктирная кривые) световой сдвиг сначала уменьшается по абсолютной величине, затем меняет знак и начинает увеличиваться. Найдя такое отношение  $\Omega_1 / \Omega_2$ , при котором световой сдвиг становится равным нулю в конце среды, можно добиться компенсации сдвига для сигнала флуоресценции.

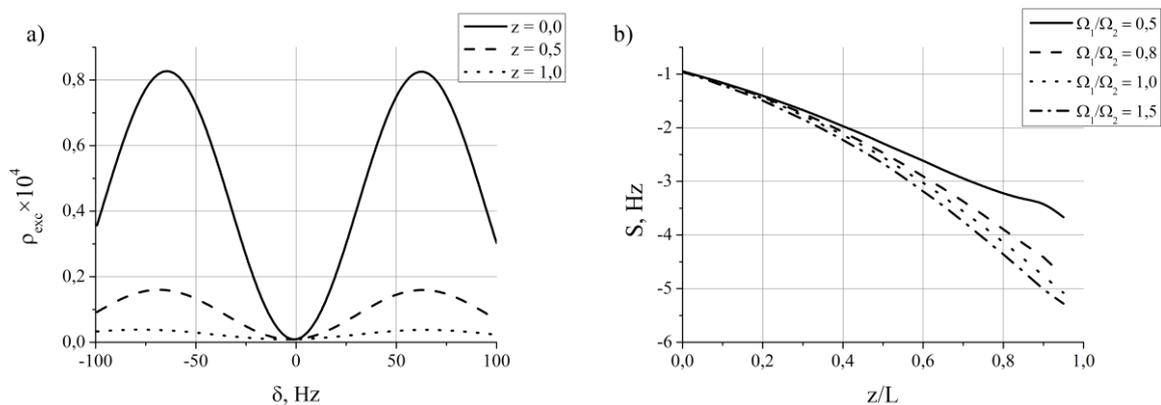


Рис. 4.2.4 (а) - Форма Рамсеевского резонанса для различных координат при отношении  $\Omega_1/\Omega_2 = 0,8$ ,  $\Omega_2 = 0,01\gamma$ ,  $\tilde{q} = 0,8$ ,  $\tilde{\kappa} = 1$ , остальные параметры те же, что на Рис.4.2.2. (б) - Зависимость величины светового сдвига  $S$  от координаты для различных  $\Omega_1/\Omega_2$ .

На Рис.4.2.4 приведена зависимость светового сдвига от координаты  $z$  для различных отношений  $\Omega_1/\Omega_2$  на входе. Разные отношения  $\Omega_1/\Omega_2$  на входе незначительно меняют наклон зависимостей светового сдвига от координаты (Рис.4.2.4(б)), однако для всех кривых имеет место возрастание модуля светового сдвига, и полного его подавления достигнуть подбором  $\Omega_1/\Omega_2$  на входе не удается.

В связи с этим возникает идея подавления светового сдвига путем изменения разности фаз полей на входе в среду, а не их амплитуд. Проанализируем поведение светового сдвига в зависимости от разности фаз  $\Phi$  на входе в среду между считывающими полями, Рис 4.2.5. В математической модели эта разность фаз вводится заменой одной из комплексных частот Раби  $\Omega_2|_{z=0} \rightarrow \Omega_2 e^{i\Phi}$  для считывающего импульса. Такая замена приводит фактически к линейному сдвигу рабочей точки  $\delta$  по шкале двухфотонных отстроек. Действительно, по истечении темновой паузы низкочастотная когерентность приобретает фазовый множитель  $e^{i\delta T}$ . При добавке разности фаз  $\Phi$  этот фазовый множитель приобретает вид  $e^{i(\delta T + \Phi)} = e^{iT(\delta + \Phi/T)}$ , откуда видно, что рабочая точка смещается на величину

ну  $\Phi/T$ . Интерес представляет поведение светового сдвига от координаты  $z$  в этой новой рабочей точке, поэтому на рисунке по оси ординат представлена разность  $S(z) - S(z=0)$ . Из рисунка видно, что с ростом оптической толщины растёт величина светового сдвига в зависимости от относительной фазы на входе между считывающими полями. Этот факт вполне объясним и связан с тем, что в оптически плотной среде каждая компонента излучения поглощается по-разному (т.к. показатель преломления зависит от длины волны) и, следовательно, каждая компонента лазерного излучения действует на атом с разной интенсивностью (частотой Раби). Поскольку световой сдвиг пропорционален  $S \sim \Omega_1^2 - \Omega_2^2$ , то он начинает увеличиваться [29]. Интересным, однако, является наличие общей точки пересечения всего семейства зависимостей светового сдвига для разных оптических толщин от относительной фазы считывающих полей. На наш взгляд объяснение этому следующее. По мере прохождения накачивающего двухчастотного импульса через ячейку между двумя частотными компонентами возникает разность фаз. Поскольку поглощение каждой частотной компоненты в условиях резонанса КПН имеет линейную зависимость, то для разных оптических толщин набег фазы имеет линейную зависимость. Подбрав разность фаз между считывающими полями, мы можем получить такое значение этой фазы, в которой для каждой точки пространства световой сдвиг имеет постоянное значение. Это и наблюдается на Рис.4.2.5(b).

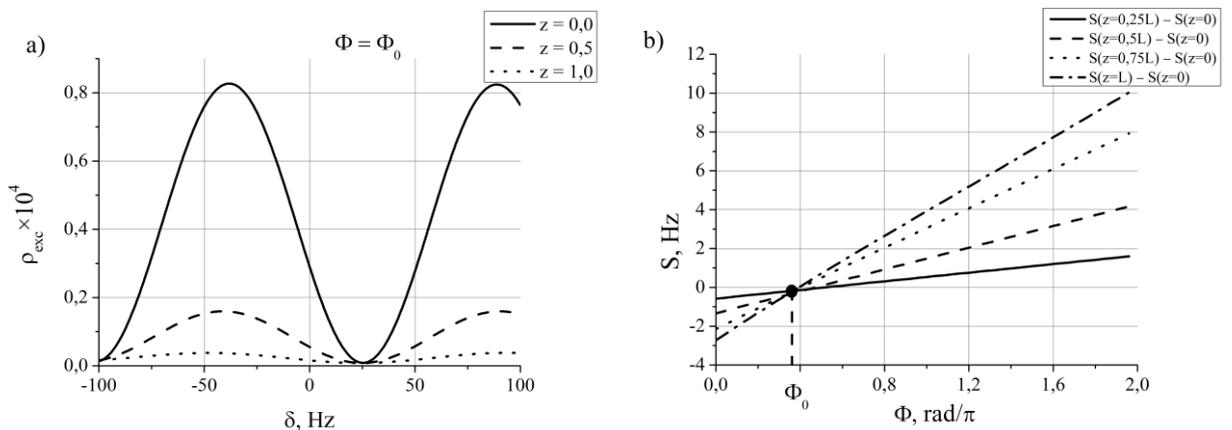


Рис. 4.2.5 (а) - Форма Рамсеевского резонанса для различных координат при отношении  $\Omega_1 / \Omega_2 = 1$ ,  $\Omega_2 = 0.01\gamma$ ,  $\tilde{q} = 0.8$ ,  $\tilde{\kappa} = 1$ , остальные параметры те же, что на Рис.4.2.2. (б) - Зависимость величины светового сдвига  $S$  от разности фаз входных полей  $\Phi$  для различных значений оптической толщины.

### 4.3. Температурные эффекты в оптически тонкой среде

Рассмотрим возбуждение КПН резонансов в атомных ансамблях для двух диапазонов температур. Сначала рассмотрим низкие температуры в диапазоне 1 мК-1 К, соответствующие случаю холодных атомных ансамблей, на ширину линии поглощения которых влияют главным образом естественное и доплеровское уширения, а столкновительное уширение влияет слабо. Далее рассмотрим диапазон температур 30-60<sup>0</sup> С, соответствующий температуре газовой ячейки, заполненной насыщенным паром щелочного металла. В таком газе доплеровское и столкновительное уширения сравнимы друг с другом и на два порядка превышают естественное.

На Рис.4.3.1(а) изображено изменение КПН резонанса, детектируемого непрерывным излучением (пунктирные кривые) и Рамсеевским методом (сплошные кривые) в области низких температур для случая холодных атомов. При увеличении температуры растет доплеровское уширение и уменьшается количество атомов, находящихся в резонансе со светом. Поэтому уменьшается скорость оптической накачки и населенность возбужденного уровня падает. Это ведет к значительному уменьшению амплитуды центрального Рамсеевского резонанса. Помимо уменьшения населенности имеет место сужение резонанса для огибающих. Это объясняется тем, что ширину КПН резонанса составляют два вклада:  $\Gamma'_{12} + \Omega^2 / \gamma'$ . Первое слагаемое связано с распадом низкочастотной когерентности за счет столкновений атомов между собой, с буферным газом и со стенками ячейки, а второе слагаемое обусловлено световым уширением при действии лазерного излучения. При увеличении температуры скорости распада низкочастотной когерентности  $\Gamma'_{12}$  и возбужденного уровня  $\gamma'$  начинают воз-

растать ввиду наличия неупругих столкновений, что приводит к уменьшению ширины резонанса.

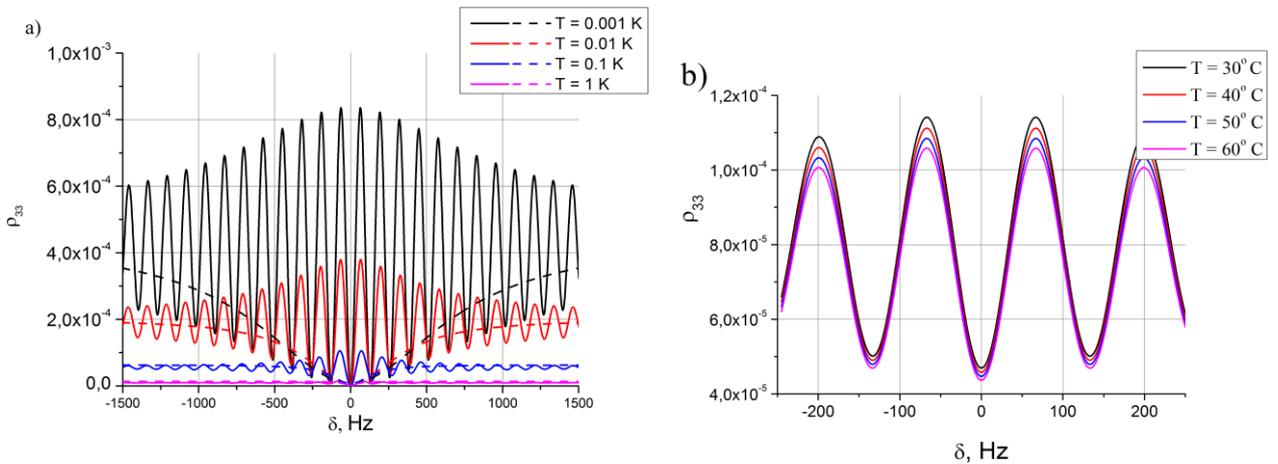


Рис. 4.3.1. Формы резонансов КПН в холодных атомах (а) и в горячей газовой ячейке (б). Сплошные и пунктирные кривые – резонансы, детектируемые Рамсеевским методом и непрерывным излучением соответственно. Амплитуда импульсов накачки и считывания  $\Omega_0 = 10^5 \text{ c}^{-1}$  в случае (а) и  $\Omega_0 = 10^6 \text{ c}^{-1}$  в случае (б), длительность считывающего импульса  $\tau = 10\gamma^{-1}$ , длительность накачивающего импульса соответствует выходу на стационарное состояние, длительность темновой паузы  $T_d = 0.8 \text{ мс}$ , масса атомов активного вещества и буферного газа соответственно  $m = 87 \text{ а.е.м.}$ ,  $m_{\text{buf}} = 40 \text{ а.е.м.}$ ,  $n_a = 0.5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$ ,  $\eta = 0.01$ .

В случае горячих атомов (Рис.4.3.1(б)), в диапазоне температур от 30 до  $60^\circ\text{C}$ , при котором используются газовые ячейки, с ростом температуры уменьшается амплитуда Рамсеевского резонанса, причём её изменение происходит в значительно меньшей степени по сравнению со случаем холодных атомов.

Рассмотрим теперь влияние наличия дополнительного верхнего уровня, обусловленного сверхтонкой структурой, на особенности Рамсеевского резонанса. Положим, что область значений сверхтонкого расщепления находится в диапазоне  $60\gamma \leq \omega_{34} \leq 160\gamma$ . При настройке полей на переход  $|3\rangle$  в силу доплеровского уширения быстрые атомы взаимодействуют с уровнем  $|4\rangle$ , что приводит к све-

товым сдвигам оптических переходов и, как следствие, сдвигу низкочастотного перехода 1-2 и резонанса КПН. На рис. 4.3.2(a) представлены зависимости светового сдвига центрального Рамсеевского резонанса  $S$  от температуры  $T$ . Из рисунка видно, что положение центрального Рамсеевского резонанса изменяется. Это изменение зависит от частоты расщепления возбужденного состояния и имеет немонотонный характер. Немонотонность связана с тем, что зависимость светового сдвига от отстройки совпадает с формой дисперсионного контура [64]. При изменении температуры происходит изменение ширины дисперсионного контура, что эквивалентно сканированию расщепления  $\omega_{34}$ . Таким образом, если дисперсионный контур атомов имеет уширение, сопоставимое с расщеплением возбужденного состояния, зависимость светового сдвига от температуры может быть как возрастающей, так и убывающей. Перекрывание же контуров возбужденных уровней осуществляется только за счёт малой группы атомов, поэтому величина этого сдвига составляет единицы Гц. Это вполне согласуется с экспериментальными результатами [65]. Стоит отметить, что в работе [14] величина этого сдвига растёт с увеличением температуры. Мы полагаем это связано с тем, что в данный сдвиг также вносит вклад эффект различного поглощения импульсов в оптически плотной среде [17,66].

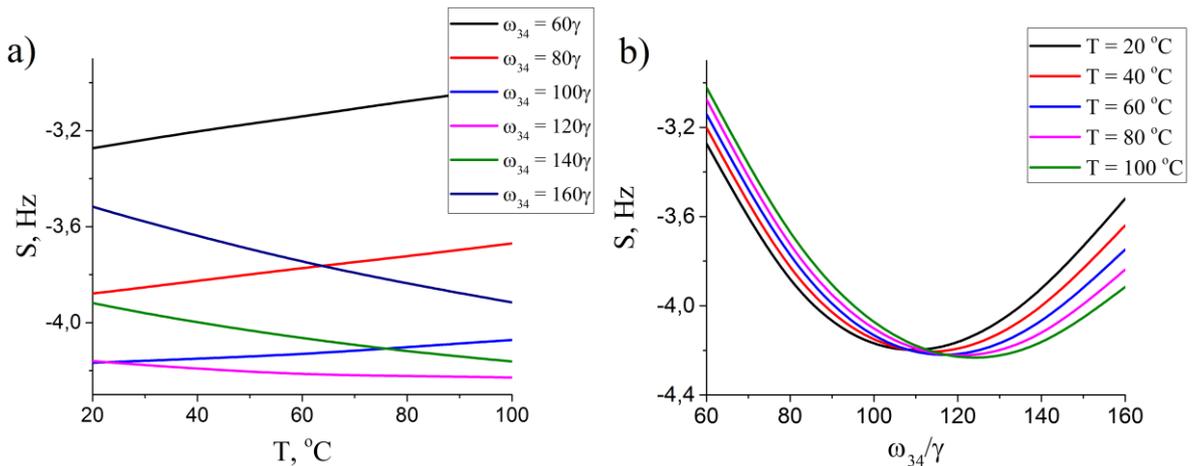


Рис. 4.3.2. Зависимость светового сдвига центрального Рамсеевского резонанса от - (a) температуры для различных значений величины сверхтонового расщепления  $\omega_{34}$ ; (b) - величины сверхтонового расщепления  $\omega_{34}$  для различных

температур. Амплитуды полей  $\Omega_0 = 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ . Все остальные параметры те же, что для рис. 4.3.1.

#### 4.4. Температурные эффекты в оптически плотной среде

В данном разделе будем интересоваться эффектами в оптически плотной среде трехуровневых атомов, пренебрегая наличием расщепления возбужденного состояния. Для этого в уравнениях (1.21)-(1.25), (1.37), (1.38) необходимо положить нулю отношения матричных элементов дипольного момента  $\tilde{\kappa} = \tilde{q} = 0$ , а также исключить уравнения, включающие временные производные от элементов матрицы плотности, имеющих индекс 4.

Проанализируем сперва поведение интенсивности поля при прохождении сквозь среду (рис. 4.4.1).

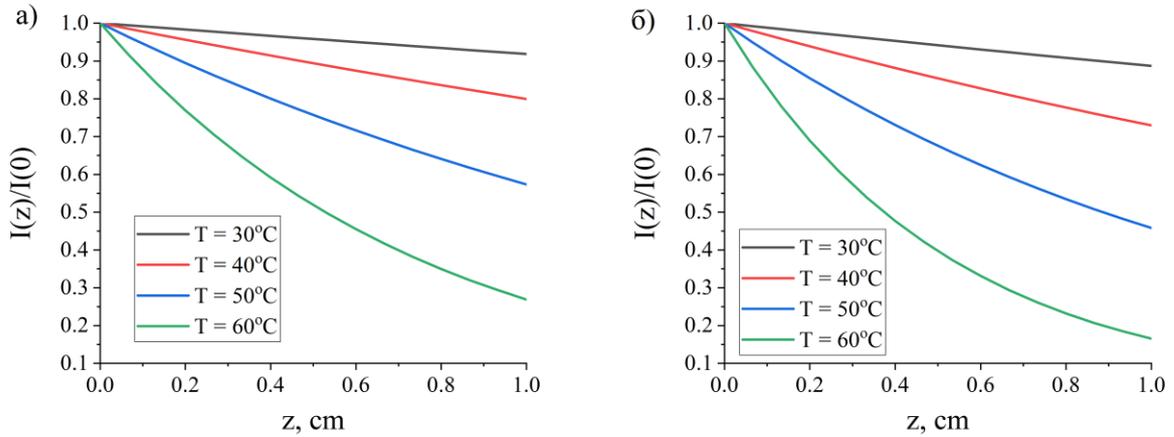


Рис. 4.4.1. Зависимости интенсивности поля с  $\delta = 0$  (а) и  $\delta = 50 \text{ Hz}$  (б) от глубины проникновения в среду при различных температурах.

Здесь эмпирическим образом учтена зависимость концентрации атомов активного вещества от температуры [67]:

$$n_a = 7.23 \cdot 10^8 \cdot \exp(0.119 \cdot T - 0.0003 \cdot T^2). \quad (4.4.1)$$

Из рисунка видно, что при увеличении температуры поглощение на конце среду увеличивается с 10% до 75% от входного в случае точной настройки на

КПН и с 10% до 95% в случае настройки на первый максимум Рамсеевского резонанса.

Рассмотрим изменение формы резонансов с увеличением толщины ячейки и при увеличении температуры на конце ячейки (рис. 4.4.2).

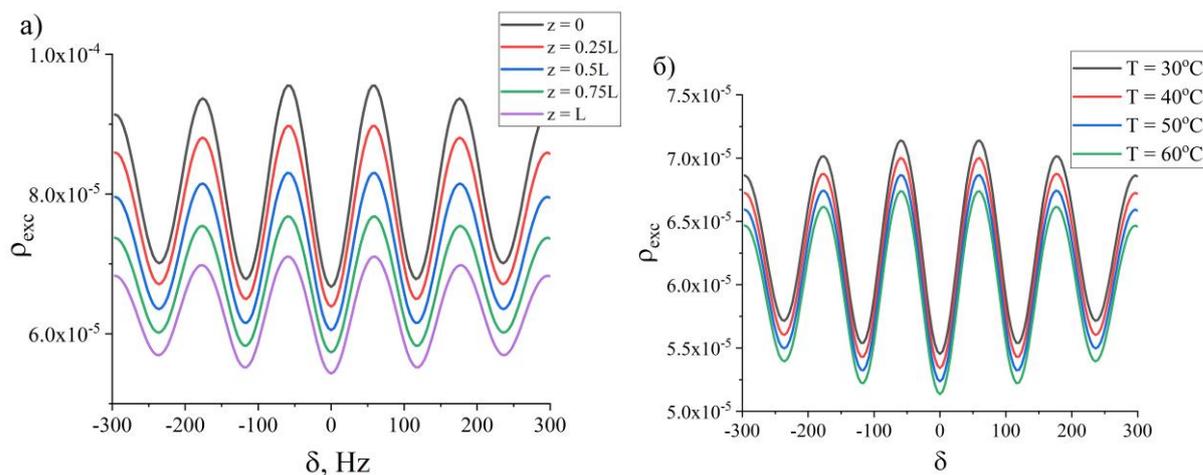


Рис. 4.4.2. Изменение формы Рамсеевских резонансов при увеличении глубины проникновения в среду и неизменной температуре  $T = 30^\circ C$  (а) и увеличении температуры на конце ячейки (б).

При углублении в среду, резонансы уменьшают свою амплитуду и переходят в область меньших населенностей. При увеличении температуры на конце ячейки резонансы изменяют свою форму аналогично случаю тонкой среды. Однако уменьшение амплитуды происходит в меньшей степени.

Рассмотрим зависимость населенности в минимуме опорного резонанса от температуры.

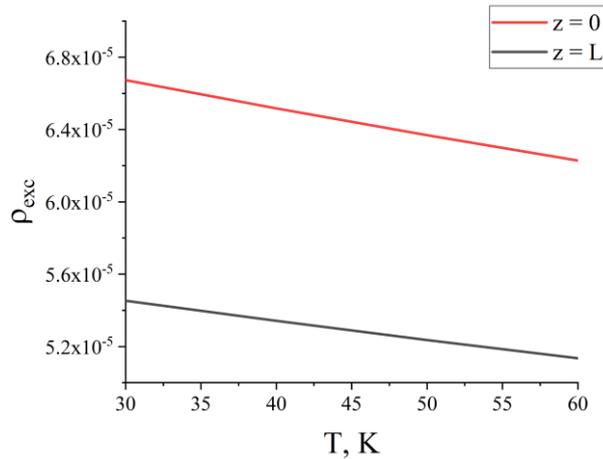


Рис. 4.4.3. Зависимости населенности в минимуме опорного резонанса в начале и в конце ячейки от температуры.

Видно, что населенность возбужденного состояния линейно спадает с ростом температуры как в начале, так и в конце среды.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе данной работы была разработана полуклассическая модель взаимодействия импульсного лазерного излучения, описываемого классическим вектором напряженности электрического поля, с оптически плотной средой щелочных атомов, описываемых квантовомеханически, в условиях резонанса когерентного пленения населенностей. Для описания состояний атомного ансамбля был использован метод матрицы плотности, позволяющий корректно учесть релаксационные процессы.

В процессе создания динамической математической модели были учтены оптическая плотность среды, сверхтонкое расщепление возбужденного состояния атома (четырёхуровневая модель), а также наличие ненулевой температуры атомного ансамбля, приводящее к значительным изменениям формы резонанса когерентного пленения населенностей.

Ввиду значительной сложности полученной системы интегро-дифференциальных уравнений, была предложена модификация метода Эйлера для реализации численного решения таких систем. В результате решения было показано, что сверхтонкое расщепление возбужденного состояния атома приводит к световому сдвигу резонанса, детектируемого Рамсеевским методом.

Проведен анализ поведения светового сдвига в зависимости от различных параметров атомной среды и падающего двухчастотного излучения. В результате чего продемонстрирована явная возможность нивелирования зависимости светового сдвига от оптической толщины путем подбора разности фаз входных полей.

Явление когерентного пленения населенностей находит применение в таких областях, как квантовые стандарты частоты, магнитометры, спектроскопия сверхвысокого разрешения, запись и обработка квантовой информации, лазерная генерация без инверсии. В микроволновых стандартах частоты на основе КПН использование для накачки полей только оптического диапазона позволяет избежать громоздких СВЧ-резонаторов, тем самым снизить размер и энергопотребление устройства. Однако стабильность этих устройств снижается в частности из-за влияния светового сдвига. Полученный в данной работе способ подавления светового сдвига может быть предложен для усовершенствования существующих стандартов частоты и повышения их стабильности.

По результатам настоящей работы сделаны следующие публикации научных статей в рецензируемых журналах:

1) Г.В. Волошин, К.А. Баранцев, Е.Н. Попов, А.Н. Литвинов, "Влияние сверхтонкой структуры возбуждённого уровня на форму резонанса когерентного пленения населенностей при Рамсеевской схеме опроса в оптически плотной среде" // Журнал экспериментальной и теоретической физики 156, 5 (2019)

2) Г.В. Волошин, К.А. Баранцев, А.Н. Литвинов, "Влияние сверхтонкой структуры возбуждённого уровня на форму резонанса когерентного пленения

населенностей при Рамсеевской схеме опроса в оптически плотной среде" // Квантовая электроника (2020), принята в печать.

Также по теме данной работы сделаны доклады на конференциях:

1) XVII Международная конференция по люминесценции и лазерной физике (Иркутск, 2019).

2) XXIII Международная молодежная научная школа «Когерентная оптика и оптическая Спектроскопия» (Казань, 2019)

Работа выполнена при поддержке

1) Российского Фонда Фундаментальных исследований. — 18-32-20022 мол\_а\_вед — "Поиск и реализация новых технических решений для достижения предельных характеристик малогабаритных атомных часов" — 2018-2019.

2) Гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых - кандидатов наук — МК-1452.2020.2 — Методы повышения точности атомных часов при использовании обобщенной Рамсеевской спектроскопии в оптически плотных атомных ансамблях — 2020-2021.

3) Фонда содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере — №14380ГУ/2019, конкурс УМНИК-18 (в) — Разработка малогабаритного физического блока стандарта частоты с импульсной схемой опроса для глобальных навигационных спутниковых систем — 2019-2020.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] G. Alzetta et al. // *Nuovo Cim. B* 36(1), 5 (1976).
- [2] E. Arimondo and G. Orriols // *Lett. Nuovo Cim.* 17(10), 333 (1976).
- [3] H. R. Gray, R. M. Whitley, and C. R. Stroud, Jr. // *Opt. Lett.* 3, 218 (1978).
- [4] Б.Д. Агапьев, М.Б. Горный, Б.Г. Матисов и др. // *УФН* 163, 1 (1993)
- [5] М.Б. Горный, Б.Г. Матисов и Ю.В. Рождественский // *ЖЭТФ* 68, 728 (1989)
- [6] E. Arimondo // *Progress in optics* 35, p.257-354 (1996)
- [7] R. Wynands and A. Nagel, *Appl. Phys. B* 68, 1 (1999).
- [8] M. Erhard and H. Helm, *Phys. Rev. A* 63, 043813 (2001).
- [9] M. Merimaa, Th. Lindvall, I. Tittonen, and E. Ikonen // *JOSA B* 20, 273 (2003).
- [10] M. V. Balabas, T. Karaulanov, M. P. Ledbetter, and D. Budker // *Phys. Rev. Lett.* 105, 070801 (2010).
- [11] V.M. Datsyuk, I.M. Sokolov, D.V. Kupriyanov, and M.D. Havey, *Phys. Rev. A* 77, 033823 (2008)
- [12] D. V. Brazhnikov, A. V. Taihenahev, A. M. Tumaikin, and V. I. Yudin // *Las. Phys. Lett.* 11, 125702 (2014).
- [13] J. Vanier // *Appl.Phys.*, 2005, B 81, P.421
- [14] С.А. Зибров, В.Л. Величанский, А.С. Зибров и др. // *Письма в ЖЭТФ* 82, 534 (2005)
- [15] G. Kazakov, B. Matisov, I. Mazets, et. al. // *Phys. Rev. A* 72, 063408 (2005)

- [16] S. A. Zibrov, I. Novikova, D. F. Phillips, et. al. // *Phys. Rev. A* 81, 013833 (2010)
- [17] К.А. Баранцев, Е.Н. Попов, А.Н. Литвинов, В.М. Петров. // *Радиотехника* 12, 164 (2016)
- [18] S. Khripunov, D. Radnatarov, S. Koltsev. // *Proc. SPIE*, v. 9378, “Slow Light, Fast Light, and Opto-Atomic Precision Metrology VIII”, 93780A (2015).
- [19] Akulshin A., Celikov A. and Velichansky V. // *Opt.Commun* 84, 139 (1991)
- [20] M. Stahler, R. Wynands, S. Knappe et al. // *Opt.Lett.* 27, 1472 (2002)
- [21] P. D. D. Shwindt et al., *Appl. Phys. Lett.* 85, 6409 (2004).
- [22] V.V. Yashuk, J. Granwehr, D.F. Kimbal, et.al.m // *Phys.Rev.Lett.* 93, 160801 (2004)
- [23] K. Cox et al. // *Phys. Rev. A* 83, 015801 (2011).
- [24] O. Kocharovskaya and Ya. I. Khanin // *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 48, 581 (1988)
- [25] S. Harris // *Phys. Rev. Lett.* 62, 1022 (1989)
- [26] J. Vanier, A. Godone, and F. Levi // *Phys. Rev. A* 58, 2345 (1998).
- [27] L. V. Hau et al., *Nature* 397, 594 (1999).
- [28] A. M. Akulshin, A. Cimmino, A. I. Sidorov, P. Hannaford, and G. I. Opat, *Phys. Rev. A* 67, 011801(R) (2003).
- [29] E. E. Mikhailov, V. A. Sautenkov, I. Novikova, and G. R. Welh, *Phys. Rev. A* 69, 063808 (2004).
- [30] M. Fleishhauer and M. D. Lukin, *Phys. Rev. Lett.* 84, 5094 (2000).

- [31] C. Liu, Z. Dutton, C. H. Behroozi, and L. V. Hau, *Nature (London)* 409, 490 (2001).
- [32] Lukin M.D. // *Reviews of Modern Physics*, 75, 457 (2003)
- [33] M. Fleischhauer, A. Imamoglu, J.P. Marangos // *Reviews of Modern Physics*, 77, 633 (2005)
- [34] A. Aspet, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, and C. Cohen-Tannoudji, *Phys. Rev. Lett.* 61, 826 (1988).
- [35] M. Kasevich and S. Chu, *Phys. // Rev. Lett.* 69, 1741 (1992).
- [36] И.Е. Мазец, Б.Г. Матисов // *Письма в ЖЭТФ* 60, 686 (1994)
- [37] А.В. Тайченачев, А.М. Тумайкин, В.И. Юдин // *Письма в ЖЭТФ* 65, 744 (1997).
- [38] N.F. Ramsey // *Phys. Rev.* 78, 695, (1950).
- [39] И.М. Соколов // *Квантовая электроника* 45, 947 (2015)
- [40] Y. Xiao, I. Novikova, D. F. Phillips, and R. L. Walsworth. // *Phys. Rev. Lett.* 96, 043601 (2006)
- [41] E. Breschi, G.Kazakov, C. Schori, et.al. // *Phys.Rev. A* 82, 063810 (2010)
- [42] G. A. Kazakov, A. N. Litvinov, B. G. Matisov, et.al., // *Journal of Physics B* 44, 235401 (2011)
- [43] Z. D. Grujić, M. Mijailović, D. Arsenović, A. Kovačević, M. Nikolić, and B. M. Jelenković // *Phys. Rev. A* 78, 063816 (2008)
- [44] A. Litvinov, G. Kazakov, B. Matisov, et.al., // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* 43, 1-9 (2010)
- [45] H. Failache, L. Lenci, and A. Lezama // *Phys. Rev. A* 81, 023801 (2010)

- [46] Y. Yano, W. Gao, S. Goka, and M. Kajita, // Phys. Rev. A 90, 013826 (2014)
- [47] G. S. Pati, Z. Warren, N. Yu, and M. S. Shahriar // JOSA B 32, 388 (2015)
- [48] P. Yun, F. Tricot, C. E. Calosso, S. Micalizio, B. François, R. Boudot, S. Guérandel, and E. de Clercq // Phys. Rev. Applied 7, 014018 (2017)
- [49] V. I. Yudin, A. V. Taichenachev, M. Yu. Basalaev, Phys. Rev. A 93, 013820 (2016)
- [50] Y. Yano, S. Goka, M. Kajita // Applied Physics B, march
- [51] L. Nicolas, T. Delord, P. Jamonneau, R. Coto, J. Maze, V. Jacques, and G. H'etet // arXiv:1712.04240v1 [quant-ph]
- [52] V.M. Datsyuk, I.M. Sokolov, D.V. Kupriyanov, and M.D. Havey, Phys. Rev. A 74 043812(2006).
- [53] I.M. Sokolov, D.V. Kupriyanov, and M.D. Havey // Optics communications 243, 165-173 (2004)
- [54] D. V. Kupriyanov, I. M. Sokolov, N. V. Larionov, et. al. // Physical Review A 69, 033801 (2004)
- [55] К.А. Баранцев, Е.Н. Попов, А.Н. Литвинов // ЖЭТФ 148, 869-882 (2015)
- [56] К.А. Баранцев, А.Н. Литвинов, Е.Н. Попов // ЖЭТФ 152, 1165 (2017)
- [57] К.А. Баранцев, Е.Н. Попов, А.Н. Литвинов // Квантовая электроника 9, 812 (2017)
- [58] M.O. Scully, E.S. Fry, C.H.R. Ooi and K. Wòdkiewicz // Phys. Rev. Lett. 96, 010501 (2006)

- [59] A. S. Kuraptsev, I. M. Sokolov, and M. D. Havey Phys. Rev. A 96, 023830 (2017)
- [60] Affolderbach C., Andreeva C., Cartaleva S. // Appl. Phys. B, V.80, pp. 841-848 (2005)
- [61] С. Г. Раутиан, Г. И. Смирнов, А. М Шалагин. // Наука (1979)
- [62] Т.Л. Андреева // ЖЭТФ 54, 641-650 (1967)
- [63] Аллен, Л., Эберли, Дж., Оптический резонанс и двухуровневые атомы // Мир, 222 (1978)
- [64] Н.Б. Делоне, В.П. Крайнов // УФН 169, 753–772 (1999).
- [65] M. A. Hafiz, G. Coget, P. Yun, S. Guérandel, E. de Clercq, and R. Boudot // Journal of Applied Physics 121, 104903 (2017)
- [66] S. Micalizio and A. Godone // Phys. Rev. A 99, 043425 (2019)
- [67] Vanier, J. // The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards // Bristol 1567 (1989).
- [68] В. Н. Фаддеева, Н. М. Терентьев // Математические таблицы // Акад. наук СССР. Матем. ин-т им. В. А. Стеклова. Ленингр. отд-ние; Вып. 3 (1954)

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### Вычисления интегралов в оптических когерентностях

После вынесения неизвестных функций за знаки интегралов в (1.26), (1,27) имеем:

$$\tilde{\rho}_{g3}(t) = \frac{-i}{\sqrt{\pi}\nu_T} \left[ \Omega_{20}^* \tilde{\rho}_{g2}(t) + \Omega_{10}^* \tilde{\rho}_{g1}(t) \right] \int_{-\infty}^{\infty} e^{-v^2/\nu_T^2} dv \int_0^t e^{-[i(\Delta_g - k_g \nu) + \Gamma'](t-t')} dt'; \quad (\text{A.1})$$

$$\tilde{\rho}_{g4}(t) = \frac{-i}{\sqrt{\pi}\nu_T} \left[ \tilde{q}^* \Omega_{20}^* \tilde{\rho}_{g2}(t) + \tilde{\kappa}^* \Omega_{10}^* \tilde{\rho}_{g1}(t) \right] \int_{-\infty}^{\infty} e^{-v^2/\nu_T^2} dv \int_0^t e^{-[i(\Delta_g - \omega_{34} - k_g \nu) + \Gamma'](t-t')} dt', g = 1, 2. \quad (\text{A.2})$$

Займемся вычислением полученных интегралов. Начнем со взятия интегралов по времени:

$$\int_0^t e^{-[i(\Delta_g - k_g \nu) + \Gamma'](t-t')} dt' = \frac{1 - e^{-[i(\Delta_g - k_g \nu) + \Gamma']t}}{i(\Delta_g - k_g \nu) + \Gamma'}, \quad (\text{A.3})$$

$$\int_0^t e^{-[i(\Delta_g - \omega_{34} - k_g \nu) + \Gamma'](t-t')} dt' = \frac{1 - e^{-[i(\Delta_g - \omega_{34} - k_g \nu) + \Gamma']t}}{i(\Delta_g - \omega_{34} - k_g \nu) + \Gamma'}. \quad (\text{A.4})$$

После подстановки их в (A.1), (A.2) получим

$$\tilde{\rho}_{g3}(t) = \frac{-i}{\sqrt{\pi}\nu_T} \left[ \Omega_{20}^* \tilde{\rho}_{g2}(t) + \Omega_{10}^* \tilde{\rho}_{g1}(t) \right] \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-v^2/\nu_T^2} - e^{-[-v^2/\nu_T^2 + i(\Delta_g - k_g \nu)t + \Gamma't]}}{i(\Delta_g - k_g \nu) + \Gamma'} dv, \quad (\text{A.5})$$

$$\tilde{\rho}_{g4}(t) = \frac{-i}{\sqrt{\pi}\nu_T} \left[ \tilde{q}^* \Omega_{20}^* \tilde{\rho}_{g2}(t) + \tilde{\kappa}^* \Omega_{10}^* \tilde{\rho}_{g1}(t) \right] \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-v^2/\nu_T^2} - e^{-[-v^2/\nu_T^2 + i(\Delta_g - \omega_{34} - k_g \nu)t + \Gamma't]}}{i(\Delta_g - \omega_{34} - k_g \nu) + \Gamma'} dv. \quad (\text{A.6})$$

Остановимся на вычислении интегралов в (A.5). Интегралы в (A.6) отличаются заменой  $\Delta_g$  на  $\Delta_g - \omega_{34}$ . Перепишем первые слагаемые в полученных интегралах используя интегральное представление функции Фадеевой

$$\omega(z) = \frac{i}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-z'^2} dz'}{z - z'} \quad [68]$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-v^2/v_T^2}}{i(\Delta_g - k_g v) + \Gamma'} dv = \frac{-\pi}{k_g} w \left( \frac{\Delta_g - i\Gamma'}{k_g v_T} \right). \quad (\text{A.7})$$

Перейдем ко вторым слагаемым. Выделим полный квадрат и сделаем замену переменной  $u = \frac{v}{v_T} - i \frac{k_g v_T t}{2}$ :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-v^2/v_T^2 + i(\Delta_g - k_g v)t + \Gamma' t}}{i(\Delta_g - k_g v) + \Gamma'} dv = -\frac{i}{k_g} e^{-\frac{1}{4} k_g^2 v_T^2 t^2 - (\Gamma' + i\Delta_g)t} \int_{-\infty - i \frac{k_g v_T t}{2}}^{\infty - i \frac{k_g v_T t}{2}} \frac{e^{-u^2}}{\frac{\Delta_g - i\Gamma'}{k_g v_T} - i \frac{k_g v_T t}{2} - u} du. \quad (\text{A.8})$$

Воспользуемся определением несобственного интеграла в смысле главного значения, заменив его соответствующим пределом

$$\int_{-\infty - i \frac{k_g v_T t}{2}}^{\infty - i \frac{k_g v_T t}{2}} f(u) du = \lim_{A \rightarrow \infty} \int_{-A - i \frac{k_g v_T t}{2}}^{A - i \frac{k_g v_T t}{2}} f(u) du, \quad (\text{A.9})$$

где  $f(u) = \frac{e^{-u^2}}{\frac{\Delta_g - i\Gamma'}{k_g v_T} - i \frac{k_g v_T t}{2} - u}$ .

Путем интегрирования при фиксированном  $A$  является отрезок параллельный вещественной оси, отстоящий от неё на величину  $\frac{k_g v_T t}{2}$  (Рис. А.1(а)). Заметим, что единственная особая точка подынтегральной функции  $f(u)$ , отмеченная на Рис. А.1(а), расположена ниже данной прямой.

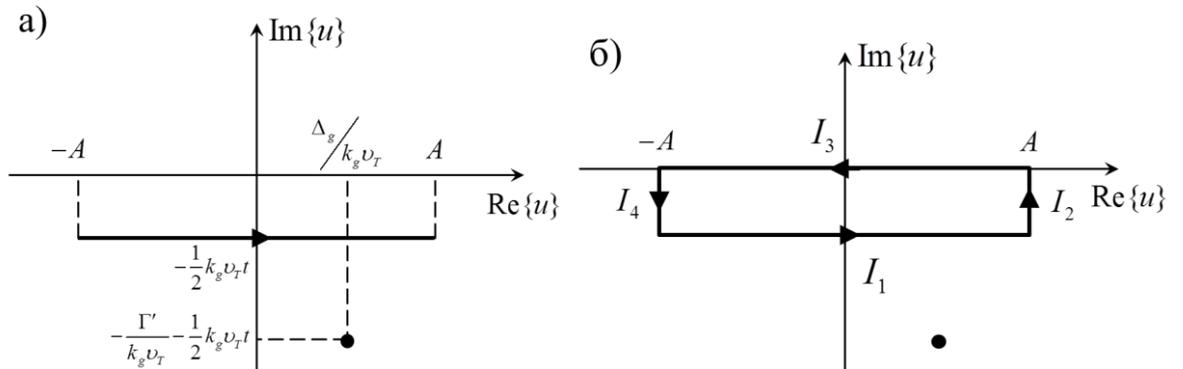


Рис. А.1. (а) Путь интегрирования в (А.9). (б) Контур интегрирования  $C$ .

Рассмотрим интеграл по замкнутому контуру  $C$ , состоящий из путей  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  и  $I_4$  (Рис. А.1(б)), где  $I_1$  совпадает с путем интегрирования в (А.9). Заметим, что в области, ограниченной контуром  $C$ , подынтегральная функция регулярна. Тогда из интегральной теоремы Коши следует, что интеграл по замкнутому контуру  $C$  равен нулю. Покажем, что интеграл по пути  $I_2$  стремится к нулю при  $A \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned} \int_{I_2} f(u) du &= -i \int_0^{\frac{\Gamma' k_g \nu_T t}{k_g \nu_T} - \frac{k_g \nu_T t}{2}} \frac{e^{-(A-ix)^2}}{\frac{\Delta_g - i\Gamma'}{k_g \nu_T} - i \frac{k_g \nu_T t}{2} - A + ix} dx = . \\ &= -ie^{-A^2} \int_0^{\frac{\Gamma' k_g \nu_T t}{k_g \nu_T} - \frac{k_g \nu_T t}{2}} \frac{e^{2iAx+x^2}}{\frac{\Delta_g - i\Gamma'}{k_g \nu_T} - i \frac{k_g \nu_T t}{2} - A + ix} dx \xrightarrow{A \rightarrow \infty} 0 \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

где  $x = i(u - A)$  - вещественная положительная переменная.

Аналогично для интеграла по  $I_4$ . Получаем, что для интеграла по контуру  $C$  верно

$$\lim_{A \rightarrow \infty} \oint_C f(u) du = \lim_{A \rightarrow \infty} \left( \int_{I_1} f(u) du + \int_{I_3} f(u) du \right) = 0 \quad (\text{A.11})$$

Откуда следует

$$\int_{-\infty - i \frac{k_g \nu_T t}{2}}^{\infty - i \frac{k_g \nu_T t}{2}} f(u) du = \int_{-\infty}^{\infty} f(u) du. \quad (\text{A.12})$$

Далее вновь воспользуемся интегральным представлением функции Фадеевой

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(u)du = -i\pi w\left(-i\frac{k_g v_T}{2}t + \frac{\Delta_g - i\Gamma'}{k_g v_T}\right) \quad (\text{A.13})$$

Подставляя это в (A.8), и учитывая (A.7), окончательно запишем

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{g3}(t) &= \frac{-i\sqrt{\pi}}{k_j v_T} (\Omega_{20}^* \tilde{\rho}_{g2}(t) + \Omega_{10}^* \tilde{\rho}_{g1}(t)) \times \\ &\times \left[ w\left(\frac{\Delta_g - i\Gamma'}{k_g v_T}\right) - e^{-\left(\frac{k_g^2 v_T^2}{4}t^2 + (\Gamma' + \Delta_g)t\right)} w\left(-i\frac{k_g v_T}{2}t + \frac{\Delta_g - i\Gamma'}{k_g v_T}\right) \right], \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{j4}(t) &= \frac{-i\sqrt{\pi}}{k_j v_T} (\tilde{q}^* \Omega_{20}^* \tilde{\rho}_{j2}(t) + \tilde{\kappa}^* \Omega_{10}^* \tilde{\rho}_{j1}(t)) \times \\ &\times \left[ w\left(\frac{\Delta_g - \omega_{34} - i\Gamma'}{k_g v_T}\right) - e^{-\left(\frac{k_g^2 v_T^2}{4}t^2 + (\Gamma' + \Delta_g - \omega_{34})t\right)} w\left(-i\frac{k_g v_T}{2}t + \frac{\Delta_g - \omega_{34} - i\Gamma'}{k_g v_T}\right) \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$