

МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

На правах рукописи



Ефимов Евгений Николаевич

**Оценка времени задержки циклостационарных
радиосигналов для локализации источников излучений**

Специальность 05.12.04 —
«Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения»

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
д.т.н., профессор
Кузнецов Юрий Владимирович

Москва — 2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр.

Введение	4
Глава 1. Анализ предметной области исследования	11
1.1 Циклостационарные случайные процессы	11
1.2 Задача оценки времени прихода сигнала	14
1.3 Искусственные нейронные сети	18
1.4 Цель и постановка задачи исследования	23
1.5 Выводы по главе 1	25
Глава 2. Циклостационарные свойства случайных процессов . .	26
2.1 Теоретическое описание циклостационарных случайных процессов	26
2.2 Циклостационарные свойства сигналов с амплитудной модуляцией	30
2.3 Циклостационарные свойства сигналов с амплитудно-импульсной модуляцией	32
2.4 Циклостационарные и взаимные циклостационарные свойства ра- диосигналов	36
2.4.1 Циклическая спектральная плотность мощности радиосиг- нала	36
2.4.2 Циклическая взаимная спектральная плотность мощности радиосигнала	40
2.5 Выводы по главе 2	42
Глава 3. Алгоритмы оценки спектральных характеристик цик- лостационарных сигналов	43
3.1 Метод оценки ЦСПМ на основе усреднения во временной области	43
3.2 Алгоритм 2N-БПФ	47
3.2.1 Теоретическое описание	47
3.2.2 Примеры	52
3.2.3 Оценка вычислительных ресурсов	54
3.3 Блочный алгоритм вычисления усреднённых циклических пери- одограмм	58
3.3.1 Теоретическое описание	58

3.3.2	Пример	61
3.4	Обнаружение и оценка по методу максимального правдоподобия	63
3.5	Выводы по главе 3	76
Глава 4.	Оценка времени задержки циклостационарных сигналов	79
4.1	Модель приема радиосигнала	79
4.2	Определение задержки по собственным и взаимным циклостационарным характеристикам	81
4.3	Формирование взаимных спектральных и взаимных циклических спектральных корреляционных характеристик сигналов	84
4.4	Экспериментальные результаты	91
4.4.1	Результаты имитационного численного моделирования	91
4.4.2	Обработка экспериментальных данных	107
4.5	Выводы по главе 4	113
Глава 5.	Оценка направления прихода сигнала	115
5.1	Основы теории нейросетевой обработки данных	115
5.1.1	Общие принципы работы нейронной сети	115
5.1.2	Теория адаптивных элементов	116
5.1.3	Примеры адаптивных элементов	117
5.1.4	Обучение нейронной сети	126
5.2	Определение направления прихода с использованием искусственных нейронных сетей	136
5.2.1	Формирование вектора входных данных	136
5.2.2	Оптимальное решение на основе метода максимального правдоподобия	138
5.2.3	Решение с использованием искусственных нейронных сетей	138
5.2.4	Численное моделирование	140
5.3	Выводы по главе 5	148
	Заключение	149
	Список сокращений и условных обозначений	151
	Список литературы	153
	Список рисунков	164
	Список таблиц	169
	Приложение А. Свидетельства о государственной регистрации программ	170

Введение

Актуальность работы.

Современная тенденция создания радиотехнических устройств, применяемых в составе комплексов обработки инфокоммуникационных сигналов со сложными видами модуляции, определяет высокую актуальность разработки алгоритмов цифровой обработки сигналов, позволяющих осуществлять на основе наблюдений сигналов оценивание заданных информационных параметров с требуемой точностью при выполнении ограничений по объёму вычислительных ресурсов, обусловленных временем выдачи результата или ограничением габаритных размеров и потребляемой мощности радиотехнических систем. Выбор алгоритмов, применяемых при решении задачи оценивания, непосредственно определяется выбором моделей представления рассматриваемого класса сигналов.

В большинстве современных радиолокационных и телекоммуникационных систем обработка сигналов выполняется с использованием моделей, представляющих сигналы в виде реализаций случайных процессов. Хотя такие сигналы нельзя считать периодическими функциями на длинных интервалах наблюдения, они имеют структурную повторяемость. Периодическая структура вносится в эти сигналы намеренно в процессе их формирования для того, чтобы сделать сигналы пригодными для предсказуемой и надежной работы алгоритмов в системах их обработки. Примерами таких сигналов являются периодические сканирующие импульсы радарных систем, сигналы телеметрии и иные сигналы, в которых используются различные виды модуляции. Статистические параметры и характеристики, описывающие сигналы подобного класса, такие как среднее значение и автокорреляционная функция, изменяются во времени с некоторой периодичностью. Феномен периодической корреляции в случайных процессах в первые описан в работах [1, 2] отечественного ученого Гладышева Е. Г., позднее в работах [3] Franks L. E. для описания данного феномена был предложен термин «циклостационарность», значительный вклад в развитие теории циклостационарности внесли зарубежные исследова-

тели Franks L. E., Gardner W. A., Spooner C. M., Napolitano A., Brown W. A., Antoni J., Dobre O. A., Derakhshani M. Среди отечественных исследователей методы обработки циклостационарных сигналов начинают находить признание в работах Горячкина О. В., Стоянова Д. Д., Анциперова В. Е. Продолжительный научный интерес исследователей [4] к такому типу сигналов позволил разработать специализированный математический аппарат, применение которого обеспечивает выигрыш в характеристиках верности и точности по сравнению с моделями, не учитывающими периодические свойства принимаемых случайных сигналов.

Одним из возможных подходов к выполнению требований по ограничению объёма затрачиваемых вычислительных ресурсов при решении задач оценивания информационных параметров сигналов является синтез оценщика, реализующего метод максимального правдоподобия (ММП), с использованием нейронных сетей (ИНС) прямого распространения сигнала. В научной литературе данный подход освещен слабо: так в ведущей отечественной монографии [5] Галушкина А. И. и зарубежной [6] Хайкина С. сети данного типа не упоминаются. Применимость ИНС для решения задачи оценивания параметров по ММП впервые продемонстрирована и затем развита зарубежными учеными Baum E. [7], Setiono R. [8], в настоящее время исследования по данной теме так же ведут Cervellera C. [9], Maccio D. и Muselli M. D. Возможность использования ИНС для снижения требований к вычислительным ресурсам при решении задач в области радиолокации продемонстрирована в монографии [10] отечественного исследователя Татузова А. Л.

Таким образом, задача оценивания заданных информационных параметров сигналов, обладающих циклостационарными свойствами, с использованием методов цифровой обработки сигналов и изображений и аппарата искусственных нейронных сетей является актуальной.

Целью работы является повышение точности оценивания информационных параметров радиотехнических сигналов за счет применения моделей и методов, описывающих такие сигналы в форме реализаций циклостационарных случайных процессов.

В диссертационной работе в качестве **объекта исследования** рассматриваются циклостационарные сигналы, создаваемые радиоэлектронными средствами.

Предметом исследования являются алгоритмы цифровой обработки

сигналов, позволяющие проводить оценивание спектральных характеристик циклостационарных сигналов и времени задержки их прихода.

Для достижения поставленной цели в работе решены следующие задачи:

1. Синтез моделей радиосигналов, являющихся реализациями циклостационарных случайных процессов.
2. Разработка алгоритмов оценивания спектральных характеристик циклостационарных радиосигналов и структурных схем анализаторов циклической спектральной плотности мощности и взаимной циклической спектральной плотности мощности.
3. Синтез алгоритмов оценивания времени прихода циклостационарного сигнала на основе двухчастотных циклических характеристик.
4. Разработка алгоритма формирования оценки направления прихода циклостационарного сигнала на основе обработки его характеристик с использованием искусственных нейронных сетей специальной структуры.
5. Определение статистических характеристик оценок параметров модели на основе разработанных алгоритмов.
6. Экспериментальное исследование разработанных алгоритмов и анализ результатов обработки.

Методы исследований. Для решения поставленных задач были использованы методы теории сигналов и систем, методы цифрового спектрального анализа, методы цифровой обработки сигналов и изображений, математический анализ, математический аппарат линейной алгебры и теории матричных преобразований, теория вероятностей, математическая статистика и теория случайных процессов, математическое и статистическое моделирование, методы теории оптимизации, методы машинного обучения и прикладного искусственного интеллекта.

Научная новизна:

1. Предложена методика оценки циклостационарных характеристик радиосигналов посредством корреляционного анализа их квадратурных компонент в частотной области.
2. Исследовано изменение компонент взаимных спектральных характеристик циклостационарных сигналов с временной задержкой.
3. Представлено аналитическое описание и получены характеристики точ-

ности разработанного алгоритма оценки параметров циклостационарных радиосигналов, обладающего повышенной точностью за счет выделения компонент сигнала с различными характерными циклическими частотами.

4. Предложен способ визуализации циклостационарных характеристик, позволяющий явно выявлять характерные циклические частоты.
5. Предложен детерминированный алгоритм оценки параметров сигналов, оптимально приближающий оценки, получаемые по методу максимального правдоподобия, и реализуемый на основе искусственной нейронной сети специальной топологии.

Практическая значимость результатов работы. Полученные результаты могут быть использованы при разработке быстродействующих алгоритмов, реализуемых в программно-аппаратных комплексах пассивных радиолокационных станций, применяемых для оценивания направления прихода радиосигналов, обладающих циклостационарными свойствами, и пространственных координат их источников.

Разработанные алгоритмы позволяют проводить селекцию циклостационарных сигналов с различающимися характерными циклическими частотами, селекцию периодических циклостационарных и стационарных сигналов.

Предложенная методика построения искусственной нейронной сети произвольной топологии на основе адаптивных элементов позволяет выполнить синтез быстродействующих алгоритмов оценивания параметров сигналов с априорно известными аналитическими моделями.

Реализация и внедрение результатов работы. Научные и практические результаты работы использованы в процессе выполнения научно-исследовательских работ, поддержанных:

- грантом РФФИ №14-01-31399 мол_а «Синтез искусственных нейронных сетей на основе адаптивных элементов для моделирования сложных технических и экономических систем» (выполнен под руководством диссертанта),
- грантом РФФИ №16-37-00395 мол_а «Формирование оценок местоположения целей в задачах многопозиционной пассивной радиолокации с использованием искусственных нейронных сетей максимального правдоподобия».
- проектом в рамках базовой части госзадания Минобрнауки РФ

№8.8502.2017/БЧ «Разработка методов анализа и оценки параметров циклостационарных процессов в информационных системах со сложной обработкой сигналов».

Результаты работы внедрены в учебный процесс.

Достоверность полученных результатов обуславливается корректностью исходных положений и преобразований, использованием апробированного адекватного математического и статистического аппарата, компьютерных программ и логической обоснованностью выводов. Полученные результаты многократно подтверждены экспериментальными исследованиями.

Апробация результатов работы.

Основные положения диссертационной работы докладывались, обсуждались и получили положительные оценки на:

зарубежных научных конференциях:

- XXXI-th General Assembly and Scientific Symposium (URSI GASS) (г. Пекин, КНР, 2014);
- 29-th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences (г. Санкт-Петербург, 2014);
- 17-th International Radar Symposium (г. Краков, Польша, 2016).

отечественных научных и научно-технических конференциях:

- 10-я, 11-я и 12-я международные конференции «Авиация и космонавтика» (г. Москва, МАИ, 2011, 2012, 2013);
- 3-й и 4-й международные межотраслевые молодёжные научно-технические форумы «Молодёжь и будущее авиации и космонавтики» (г. Москва, МАИ, 2011, 2012);
- 14-я и 19-я международные конференции «Цифровая обработка сигналов и её применение» (г. Москва, ИПУ РАН 2012, 2017);
- 19-я международная научно-техническая конференция студентов и аспирантов «Радиоэлектроника, электротехника и энергетика» (г. Москва, 2013);
- 70-я и 72-я международные конференции «Радиоэлектронные устройства и системы для инфокоммуникационных технологий» (г. Москва, МТУСИ, 2015, 2017);
- 5-я, 9-я и 10-я конференции «Радиолокация и радиосвязь» (г. Москва 2011, 2015, 2016);
- научно-практическая конференция молодых учёных и студентов «Ин-

новации в авиации и космонавтике» (г. Москва, МАИ, 2011, 2012, 2013, 2014);

– 4-ая научно-техническая конференция молодых учёных и специалистов «Актуальные вопросы развития систем и средств ВКО» (г. Москва, 2013);

– научно-техническая конференция молодых ученых и специалистов по тематике «Актуальные вопросы развития систем и средств ВКО», посвященная 80-летию со дня рождения А. А. Леманского (г. Москва, 2015);

– 42-я и 43-я международные молодёжные научные конференции «Гагаринские чтения» (г. Москва, МАИ, 2016, 2017).

Публикации. По основным результатам выполненных исследований опубликовано 33 работы:

– 8 статей опубликовано в рецензируемых журналах и изданиях рекомендованных ВАК;

– 3 доклада в сборниках трудов зарубежных научных конференций, входящих в список изданий, цитируемых WEB OF SCIENCE и SCOPUS;

– 20 докладов на отечественных научных конференциях;

– получены 2 свидетельства о регистрации программы для ЭВМ.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Повышение точности определения параметров циклостационарных сигналов достигнуто за счет применения модели и методов обработки в спектральной области, рассматривающих сигналы в качестве циклостационарных случайных процессов, по сравнению с моделями, рассматривающими сигналы в качестве стационарных случайных процессов.

2. Возможна селекция сигнала с заданной циклической частотой на фоне шума и помех, при условии отсутствия у последних циклостационарных свойств на этой частоте.

3. Увеличение точности оценки задержки сигнала в 4–6 раз в присутствии белого гауссовского шума достигнуто за счет учета циклостационарных свойств сигнала.

4. Применение искусственных нейронных сетей для получения единичной оценки параметров модели для аппроксимирующего оценителя по методу максимального правдоподобия позволяет снизить требования к вычислительным ресурсам до 10 раз при увеличении СКО не

более чем на 10%.

Объем и структура работы. Диссертационная работа изложена на 172 машинописных страницах и состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы и одного приложения. Иллюстративный материал представлен в виде 72 рисунков и 9 таблиц. Список литературы включает 101 наименование.

ГЛАВА 1

Анализ предметной области исследования

В данной главе выполнен обзор литературы по материалам отечественных и зарубежных источников, посвящённых циклостационарным случайным процессам, их свойствам и методам оценки их характеристик во временных и спектральных областях, корреляционным методам. Так же в настоящей главе проводится обзор методов решения задачи оценки времени прихода сигнала, включая современные подходы. В заключение приведен обзор литературы по материалам, посвященным искусственным нейронным сетям, охватывающим подходы к описанию нейронных сетей, обучению, а также практическому применению в задачах, рассматриваемых в настоящем исследовании.

1.1 Циклостационарные случайные процессы

Книга [11] представляет собой одновременно научную монографию и учебник для подготовленного читателя по теории случайных процессов. В работе рассмотрены различные классы случайных процессов, их статистические характеристики, а также затронуты вопросы преобразования, фильтрации и динамических систем; дано описание теоретических принципов анализа случайных процессов — сигналов и шума, в системах связи. Среди прочих в книге особо отмечены теоретические аспекты подходов к обработке сигналов, в том числе циклостационарных.

Книга [12], состоящая из двух частей, посвящена статистическому анализу сигналов в частотной области с применением так называемого «невероятностного» подхода (*nonprobabilistic approach*). В первой части книги приведено теоретическое описание базовых идей предложенного автором подхода; показано, что в отличие от классического подхода, основанного на оценке математического ожидания, предложенный автором подход использует временные ряды и усреднение по времени. Во второй части книги описано применение разработанной теории для перехода от стационарной модели описания сигналов к более

развитой циклостационарной модели.

Книга [13] представляет собой сборник трудов, посвященных систематическому исследованию и применению феномена циклостационарности; выпущенная под редакцией известного в данной области ученого Гарднера книга, подобно [12], разделена на две части — теоретическую и практическую. В первой, теоретической части, изложены фундаментальные концепции теории циклостационарности и философский взгляд автора на предметную область; приведены основные теоретические положения теории циклостационарности и даны соответствующие определения. Описаны теоретические аспекты применения циклостационарных свойств сигналов в различных задачах обработки сигналов, таких как их фильтрация, обнаружение и оценивание параметров. Во второй части рассмотрены практические вопросы применения теории циклостационарности для решения задач радиосвязи и задач обработки сигналов, полученных в результате измерений. Главы книги написаны различными учеными, так, дается исчерпывающий взгляд на различные аспекты циклостационарности, и книга является одновременно учебным курсом и справочным руководством. Примеры получения ЦС характеристик на основе вероятностного описания процессов, т.е. идеальных характеристик, получаемых с использованием усреднения по ансамблю, представлены, например, в [12]. Однако на практике приходится иметь дело с конечными по длительности временными реализациями ЦС случайных процессов, при обработке которых с использованием алгоритмов, построенных в рамках теории ЦС процессов, прежде всего, требуется решить задачу оценки ЦС характеристик по наблюдаемым, или измеренным, отсчётам сигнала. Существующие алгоритмы оценки ЦС спектральных характеристик можно разделить на две группы, в зависимости от того, во временной или в частотной области осуществляется усреднение, или накопление, данных [14]. Наибольшее внимание исследователей привлекают алгоритмы с временным усреднением по, как минимум, трём основным причинам. Во-первых, метод временного усреднения при оценке ЦС характеристик может быть рассмотрен как обобщение хорошо известного исследователям метода усредненных периодограмм Уэлча [15]; ЦСПМ включает в себя периодограмму Уэлча как сечение на нулевой циклической частоте. Это позволяет дать ясную интерпретацию оцененных ЦС спектральных характеристик по аналогии с оценками классических характеристик, используемыми для описания реализаций стационарных процессов. Во-вторых, временное усреднение предоставляет возможность проводить обра-

ботку в том случае, когда отсчёты исследуемого сигнала поступают на вход оценителя ЦСПМ последовательно. Для методов с частотным усреднением требуется знание спектра всего анализируемого сигнала целиком, а это значит, что такая обработка будет возможна только после его полной записи в память устройства цифровой обработки. Такое свойство методов с временным усреднением также позволяет построить алгоритмы для оценки текущих ЦС характеристик, если последние могут медленно изменяться во времени на протяжении длительного интервала наблюдения. В-третьих, практическая реализации алгоритмов, построенных на основе методов с временным усреднением, предполагает возможность выполнения необходимых вычислений в несколько параллельных потоков, что открывает возможность их реализации, например, на многоядерных системах или с использованием ПЛИС. Наиболее известные алгоритмы оценивания ЦС характеристик, применение которых часто встречается в научных публикациях: метод накопления БПФ (*FAM, FFT Accumulation method*) и спектральный полосовой корреляционный алгоритм (*SSCA, Spectral Strip Correlation Algorithm*) — были разработаны в начале 90-х годов XX века [16]. Целью их авторов было разработать действенные алгоритмы оценки, которые, во-первых, обладали бы сравнительно высоким быстродействием за счёт применения эффективных алгоритмов цифровой обработки и, во-вторых, требовали для своей реализации меньший объём машинной памяти. Такой результат был достигнут за счёт того, что при реализации обоих методов оценки в вычислительное ядро положено двукратное применение алгоритма БПФ (быстрого преобразования Фурье). Однако каждый из двух вышеназванных алгоритмов оценивания ЦСПМ обладает недостатками, которые затрудняют их применение при решении практических задач. Так, оценки, получаемые методом накопления БПФ, не позволяют оценить значения ЦСПМ полностью во всей двухчастотной плоскости: примерно половина плоскости оказывается не покрытой элементами разрешения. Причиной этого является изменение размера (периодическое сужение) формируемого методом элемента разрешения от точки к точке двухчастотной плоскости. Компоненты ЦСПМ, которые попадут в области пропусков, не проявят себя в оценках, сформированных данным методом. Метод SSCA позволяет покрыть двухчастотную плоскость полностью, однако обладает двумя принципиальными недостатками. Во-первых, сетка узлов, в которых формируются оценки ЦСПМ, не является прямоугольной, что исключает получение регулярных сечений по каждой из частот непосредствен-

ной выборкой строк и столбцов из квадратной матрицы. Для получения таких сечений потребуется провести дополнительные интерполяционные процедуры, вносящие свои погрешности и сокращающие совокупные преимущества по быстродействию. Во-вторых, алгоритм SSCA предполагает равенство одному отсчёту [16] шага между началом каждого следующего фрагмента и началом текущего, что существенно увеличивает количество вычислений и объём памяти для хранения промежуточных результатов по сравнению с методами, допускающими децимацию. Увеличение шага для представленной реализации алгоритма недопустимо; для любого шага большего единицы (два и более) в соответствии со структурной схемой алгоритма нетрудно подобрать, как минимум, один пример, при котором ненулевой сигнал на входе оценителя, реализованного по алгоритму SSCA, приведет к нулевой оценке во всех узлах сетки.

1.2 Задача оценки времени прихода сигнала

Метод, предложенный П. Ротхом (P. R. Roth) в работе [17], основывается на оптимальной Винеровской фильтрации. Он состоит в формировании оценки времени задержки таким образом, чтобы его значение максимально приближало результат трансформации одного из сигналов в другой посредством линейной системы, описываемой идеальной задержкой. Полученный результат показал, что такой способ превосходит по точности прямой метод оценки, состоящий в непосредственном вычислении максимума кросс-корреляционной функции двух принятых сигналов без какой-либо дополнительной обработки. Необходимо отметить, что работа [17] послужила началом широкой дискуссии о методах оценки задержки сигнала. Так, на протяжении последующих лет исследователями был предложен ряд эвристических методов, превосходящих по точности прямой метод и оригинальный метод Ротха. В работе [18] авторы приводят обобщение и систематизацию существующих эвристических методов оценивания времени задержки прихода сигнала в две пространственно разнесенные точки приема на основе взаимно-корреляционных функций. Авторы показывают необходимость и целесообразность перехода к использованию взаимной спектральной плотности мощности сигналов при использовании методов цифровой обработки сигналов. Предложенный ими подход позволил рассмотреть с единой точки зрения такие методы как прямой метод, метод Ротха [17], метод сглаженной функции когерентности [19], метод нормированного спек-

тра, метод Экарта [20] и метод Ханнана-Томпсона [21]. Так было показано, что каждый из этих методов можно интерпретировать как использование специально подобранной весовой функции, зависящей от спектральных характеристик случайного процесса, порождающего принимаемые сигналы; при этом прямому методу соответствует равномерная на всех частотах взвешивающая функция. Метод сглаженной функции когерентности позволяет учесть различие в каналах приема двух сигналов; поскольку его взвешивающая функция становится идентичной таковой для метода Ротха, если сигналы в каналах имеют одинаковые характеристики. Метод нормированного спектра основан на нормировании измеренного кросс-спектра к модулю взаимной спектральной плотности, что при больших отношениях сигнал-шум в полосе оценивания ведёт к почти когерентному накоплению. Метод Экарта, предложенный на 20 лет раньше остальных, использует критерий максимизации отношения квадрата среднего значения полезного сигнала к среднему значению шума в точке максимума кросс-корреляционной функции и подобен оптимальному фильтру, используемому при обнаружении случайного сигнала с известными статистическими свойствами. Метод Ханнана-Томпсона изначально используется для решения задачи оценки группового времени запаздывания и основывается на подборе способа формирования функционала оценки, удовлетворяющего ряду заданных свойств.

В работе [18] авторы с достаточной для технических наук строгостью выводят оценку времени запаздывания на основе метода максимального правдоподобия в предположении о том, что сигнал и шумы в каналах приёма являются реализациями гауссовских случайных процессов, стационарных в широком смысле. Полученные по методу максимального правдоподобия выражения, описывающие работу оценщика времени задержки, получаются аналогичными выражениям для метода Ханнана-Томпсона (с точностью до замены обозначений величин, различных в разных научных школах). Поскольку оценки по методу максимального правдоподобия будут обладать наименьшей дисперсией, которая может быть оценена нижней границей Крамера-Рао, метод оценки времени задержки на основе метода максимального правдоподобия будет лучшими в своём классе. Фактически, взвешивающая функция метода максимального правдоподобия имеет наиболее сложный вид из всех прочих методов; при больших отношениях сигнал-шум взвешивающая функция МП метода стремится к взвешивающей функции метода нормированного спектра, а при малых — к

методу сглаженной функции когерентности.

Проведенный недавний обзор [22] показал, что за последние несколько лет не было предложено более точного метода, чем метод максимального правдоподобия при использовании для описания сигналов моделей, рассматривающих их в виде реализаций случайных процессов.

Среди альтернативных методов оценки задержки сигнала можно отметить новый оригинальный метод с использованием искусственных нейронных сетей [23]. Суть предложенного подхода состоит в следующем. По конечной выборке сигнала формируется небольшое по сравнению с числом отсчетов во временной выборке число признаков наиболее чувствительных к изменению задержки во всем интервале её допустимых значений. В качестве таких признаков используются коэффициенты дискретного косинусного преобразования (ДКП), суть вещественные числа, которые подаются на вход ИНС прямого распространения сигнала типа полносвязный многослойный персептрон; на своём выходе сеть формирует оценку времени задержки. ИНС обучается на тестовом наборе данных, представляющем собой примеры, сформированные из значимых коэффициентов ДКП при известных задержках, выбираемых равномерно из известного диапазона изменения. При обучении сети дополнительно применяется метод градиентного спуска и применяются техники, ускоряющие процесс обучения. Предложенный метод сохранял свою работоспособность при добавлении аддитивного шума, вплоть до отношений сигнал-шум 20 дБ. Преимуществом предложенного решения является то, что однократно обученная сеть способна обеспечивать быстрое по сравнению с кросс-корреляционным методом решение. Недостатком является строгая привязка сети к конкретной форме сигнала и существенное влияние шума на выбранную систему признаков при низких отношениях сигнал-шум.

Работа [24] посвящена задаче оценки местоположения пассивных источников радиоизлучения на основе анализа сигналов, наблюдаемых в пространственно-разнесенных точках приема антенной системы. В работе рассмотрены различные модели измерения, в частности, предоставляющие информацию о расстоянии между источником и приемником электромагнитного излучения: дальномерная (Time-of-arrival, TOA), разностно-дальномерная (Time-difference-of-arrival, TDOA), относительной мощности (Received signal strength, RSS); и угломерная модель (direction-of-arrival, DOA), предоставляющая информацию о пеленге источника излучения относительно некоторого опорного

направления. Основное внимание уделено проблеме нелинейной зависимости между положением источника и результатами измерений наблюдаемых сигналов. Рассмотрено два класса методов оценивания местоположения:

1. Нелинейные:

- (a) Нелинейный метод наименьших квадратов (NLS)
- (b) Метод максимального правдоподобия (ML)

2. Линейные:

- (a) Линейный метод наименьших квадратов (LSS)
- (b) Взвешенный линейный метод наименьших квадратов (WLSS)
- (c) Метод подпространств (Subspace)

Книга [25] является наиболее полным руководством по практическим аспектам задачи оценивания местоположения источников радиоизлучения и включает в себя рассмотрение как систем наземного базирования, так и спутниковых систем. В книге рассмотрено большинство техник, теоретических моделей и алгоритмов, применяемых в задачах оценивания местоположения; приведено описание особенностей и сложностей, связанных с реализацией систем оценивания местоположения. Отдельное внимание уделено конкретным приложениям приведенной в книге теории в области беспроводных сетей (WiFi, ZigBee, UMTS, DVB), когнитивного радио, беспроводных сенсорных сетей и сетей с ретрансляторами.

Задаче оценки времени задержки прихода сигналов посвящены две последовательные статьи [26, 27], в которых внимание сконцентрировано на выделении отдельного циклостационарного сигнала на фоне помех и иных сигналов, как стационарных так и циклостационарных. Первая часть включают в себя краткое теоретическое описание феномена циклостационарности и изменения, которые необходимо внести в классические методы оценивания времени задержки прихода сигнала для учета его циклостационарных свойств. В результате в работе предлагается ряд новых методик. Вторая часть описывает особенности реализации предложенных алгоритмов, а также содержит сравнение по ряду параметров предложенных алгоритмов аналитически и при помощи численного моделирования.

Работа [28] посвящена задаче обнаружения и определения местоположения источников электромагнитного излучения для случаев слабых циклостационарных сигналов по методу максимального правдоподобия. В теоретической части работы приведено описание использования циклостационарных свойств

сигналов, а именно, наличия корреляций спектральных компонент в частотной области, для синтеза различного рода оценщиков. Предложен метод синтеза оптимального по методу максимального правдоподобия оценщика для одновременного обнаружения циклостационарных сигналов и оценки времени задержки прихода их в несколько пространственно разнесенных точек приёма.

1.3 Искусственные нейронные сети

Традиционно искусственные нейронные сети (ИНС) прямого распространения используются в качестве универсальных оптимизационных моделей, позволяющих решать задачи аппроксимации многомерных функций, в том числе двумерных изображений, и задачи классификации, оказываясь особенно эффективными в тех случаях, когда классы объектов не являются линейно-разделимыми в пространстве признаков. При этом, как правило, сама сеть рассматривается как частично скрытая от исследователя модель, так называемый «серый ящик». Это значит, что использующий её исследователь может задавать некоторые параметры, описывающие сеть в целом, а также количественно оценивать её текущую пригодность в качестве замещающей модели. При этом внутренние процессы функционирования и адаптации сети, как правило, остаются скрытыми от потребителя её результатов. В настоящей работе применяется иной подход, основанный на использовании нейронной сети, синтезируемой с использованием априорных знаний о предметной области и анализируемой в контексте решаемой задачи.

Монография [29] С. Хайкина представляет собой большую работу (объём более 1000 страниц в российском издании), в качестве основной цели написания которой её автор, известный учёный в области обработки сигналов, ставил обобщение и систематизацию накопленных знаний по нейросетевой обработке. В русском переводе она была издана только в 2006 г., в то время как оригинальная монография на английском языке [6] вышла в 1998 г., включив в себя все основные результаты и достижения, полученные на тот момент. В частности, в книге рассмотрены: история развития нейронных сетей как самостоятельной области знаний, модели обучения, модели персептрона, сети радиальных базисных функций, динамические сети и их использование в обработке цифровых сигналов и т.д. Фактически каждая глава посвящена одной теме, в рамках которой подробно раскрывается способы использования адаптивных или само-

организующихся сетей для успешного решения связанных с темой главы задач. Работа снабжена общим списком источников, включающим в себя почти 1200 ссылок. Это открывает дополнительную возможность по использованию книги в качестве отправной точки при исследовательском поиске информации по конкретным типам нейронных сетей, разделам, связанным с математическими основами (в т.ч. и доказательства) принципов их работы, а также способам их применения в решении прикладных задач. Каждая глава книги посвящена отдельному вопросу, связанному с построением нейронных сетей определенной структуры или предназначенных для решения задач определенного типа. В работе над настоящей исследовательской работой были использованы следующие достижения и принципы из данной монографии:

- терминология для обозначения нейронных сетей, их отдельных элементов сети — нейронов, а также сигналов, распространяющихся в них и формируемых внутри элементов;
- диаграмматическое описание процесса обучения статических сетей прямого распространения;
- принципы построения сетей радиально-базисных функций.

В работе проведён обзор некоторых публикаций по тематике нейросетевой обработки сигналов. В качестве первой публикации, автор хотел бы отметить книгу [30], которая по своему содержанию является кратким обзорным курсом. Одновременно с этим, книга написана методически и поэтому является хорошим учебным пособием для начального знакомства с предметом тех областей знаний, которые лежат в основе современных технологий обработки информации, получивших название интеллектуальных: нейронных сетей (*NN — neural networks*), нечётких систем (*fuzzy logic systems*) и генетических алгоритмов (*GA — genetic algorithms*). Книга знакомит своего читателя с основами каждой из перечисленных технологий, иллюстрируя их наглядными примерами, а также сопровождает кратким перечнем классов задач, которые могут быть решены с использованием каждой из научных областей. Особое внимание в книге Д. Рутковской уделяется совместному использованию трёх вышеназванных направлений, как для улучшения функционирования существующих алгоритмов, так и для получения качественно новых результатов.

Особого внимания заслуживает работа [31], в которой изложены основы диаграммного представления (*diagrammatic representation*) процесса обучения нейронной сети. Данное представление предполагает описание нейронной сети

в виде графа, на рёбрах и в узлах которого выполняются некоторые операции над сигналами. Для данного графа прямого прохождения отыскивается т.н. граф чувствительности, который используется при обратном распространении ошибки для вычисления градиентов. Основной целью разработки диаграммного представления для авторов работы являлся переход от статических ИНС к динамическим, предназначенным для обработки сигналов дискретного времени. Однако данное представление обладает большой научной ценностью и для статических сетей, предоставляя инструмент моделирования нейронных сетей, визуализации сигналов внутри них, а также контроля и оптимизации процессов обучения. Также оно может быть развито в рамках системного подхода для поиска оптимальной структуры сети и количества элементов в ней. В настоящей работе соискателем данное представление было использовано в качестве отправной точки при разработке концепции адаптивных элементов.

В работе [32] представлено развитие подхода диаграммного описания как исключительно удобного средства для описания процессов прямого распространения сигналов и реализации процедуры обратного распространения ошибки. В работе представлен алгоритм поэлементного синтеза присоединенного потокового графа (*adjoint flow graph*) нейронной сети, представляющего собой фактический аналог графа чувствительности из работы [31]. Авторы останавливаются на процедуре получения графа более подробно, рассматривая необходимые замены для простых конструктивных элементов сетей: сумматоров, точек разветвления, мгновенных функциональных преобразователей, в т.ч. и адаптивных умножителей. Также рассмотрены многомерные адаптивные преобразователи, в их числе нейронные слои и умножители, и элементы дискретной временной задержки на один отсчёт, применяемые в анализе динамических нейронных сетей. Большая часть рассматриваемой работы посвящена анализу существующих алгоритмов обучения сетей такого типа, а также синтезу новых более эффективных алгоритмов. Алгоритм поэлементного синтеза присоединенного потокового графа использовался и ранее для демонстрации функционирования сетей малой размерности, при описании сетей с большим количеством элементов и скрытых слоёв обычно переходят к формальной математической модели, опирающейся на определения действий над матрицами в линейной алгебре. Формальный подход является вычислительно эффективным, но при его использовании теряется какой-либо физический смысл для параметров, описывающих нейроны, составляющие сеть. В этом случае нейронная сеть рассматривается как универсаль-

ный аппроксиматор, а извлечение параметров желаемой модели из такой сети не даёт объяснения для описываемых ею явлений и, кроме того, полученные параметры могут быть результатом решения сетью плохо обусловленной задачи [33]. Для того, чтобы преодолеть указанный выше недостаток, в настоящей работе используется развитый соискателем подход к анализу сетей на основе их системного графического описания таким образом, позволяющий отображать параметры используемой модели на параметры структурных элементов, составляющих сеть. Для этого в настоящей работе нейронная сеть организована на основе простых адаптивных элементов, объединённых двунаправленными сигнальными связями. Такие элементы могут быть организованы иерархически в более сложные элементы вплоть до всей сети целиком.

Книга [34] представляет собой качественную систематизацию знаний по предмету нейронных сетей, выполненную одним из редакторов научного журнала *IEEE Transactions on Neural Networks*. Книга сопровождается большим числом иллюстраций, общее число задач в конце глав составляет около двух сотен, а список литературы включает около семисот наименований. В книге приведены основы теории нейронных сетей, основные архитектуры сетей и вопросы обучения. Рассмотрены алгоритмы обучения с учителем, обучения с подкреплением и обучения без учителя; проведен математический анализ сходимости данных алгоритмов.

В статье [35] представлен сравнительно простой в реализации алгоритм выбора начальных значений для адаптируемых параметров нейронной сети прямого распространения — синоптических весов и смещений. Авторы указывают на то, что существующая практика выбора инициализации адаптируемых параметров полностью случайными значениями в действительности снижает качество работы нейронной сети, например, уменьшает скорость сходимости этих параметров к своим оптимальным значениям, обеспечивающим минимальную ошибку нейронной сети. Вместо этого, авторы предлагают использовать априорные знания, обычно доступные в каждой конкретной задаче, такие как: размерность входного множества, диапазон изменения по каждому из измерений и априорные сведения о количестве нейронов скрытого слоя. С учётом этих знаний начальные синоптические веса выбираются не случайными, а вычисляемыми величинами, а смещения каждого нейрона остаются случайными, но с равномерной плотностью вероятностью, параметры которой вычисляются отдельно. В настоящей работе предложенный подход к выбору начальных весов

был использован при моделировании нейронной сети.

В статье [36] проведен сравнительный анализ методов обучения первого и второго порядков, традиционно применяемых для обучения нейронных сетей в парадигме «обучения с учителем». К началу 90-х годов прошлого века было предложено множество методов, призванных усовершенствовать метод простого градиентного спуска, но в статье автором даётся методический подход для их отнесения к методам первого или второго порядка при классификации. Им обобщены основные идеи метода сопряженных градиентов, метода Ньютона и эвристических усовершенствований методов первого порядка. Отмечая значительные преимущества метода Ньютона для поиска локального минимума, автор указывает основные проблемы, связанные как с оценкой матрицы Гессе, так и с последующим её применением в рамках поиска глобального минимума. Для этого автором рассматриваются наработанные ранее подходы квазиньютоновских методов, основанные на замене истинной матрицы Гессеана её подходящим приближением, в частности, рассматривается метод секущих. Рассмотренная в этой работе классификация методов обучения и необходимых условий их реализации позволила автору настоящего исследования отобрать наиболее приоритетные методы, которые могут быть реализованы в рамках концепции адаптивных элементов.

Отдельного внимания заслуживает книга [37], представляющая собой хороший учебный курс по предмету нейронных сетей. В рассматриваемой книге затронуты проблема выбора эффективных методов обучения, проблема выбора достаточного множества обучения для предотвращения переобученности сети, представлен метод главных компонент применительно к нейронным сетям. Типы сетей рассмотренных в книге, кроме вышеупомянутых сетей прямого пространства, включают в себя самоорганизующиеся карты, динамические сети, сети с обобщёнными нейронами. Книга снабжена многочисленными примерами, иллюстрирующими работу соответствующих сетей. При этом примеры содержат подробный разбор процессов прохождения сигнала и адаптации сети, включающий в себя непосредственно «ручное» вычисление их значений. В рамках создания настоящей исследовательской работы эта книга послужила источником примеров для тестирования разработанных средств моделирование нейронных сетей.

Монография [10] российского учёного А. Л. Татузова представляет пример успешного использование нейронных сетей для решения прикладных задач

радиолокации. Так в работе рассмотрены основы теории построения систем автоматической обработки информации с использованием технологии ИНС для модернизации существующих радиолокационных средств и комплексов, проведен анализ теоретических моделей различных этапов обработки информации в радиолокаторах: пространственной селекции, временной и спектральной фильтрации сигналов, обнаружения целей, траекторной обработки, распознавания целей, анализа оперативной обстановки. Для этих этапов приведены примеры решения задач обработки радиолокационной информации с помощью нейронных сетей. Используются как известные нейросетевые модели, так и созданные автором, являющиеся эвристическими модификациями классических [29, 5]. Отличительной особенностью представленного материала является подробный анализ качества обработки с помощью предложенных методов и их сравнение с традиционными подходами. Рассмотрены перспективы использования нейросетевых методов для решения задач обработки радиолокационной информации. Книга также содержит обширную библиографию.

1.4 Цель и постановка задачи исследования

Существующие модели цифровой обработки сигналов представляют случайные сигналы в качестве реализаций стационарных случайных процессов. Однако применение построенных на основе подобных моделей методов к сигналам, обладающим выраженными циклостационарными свойствами, приводит к потере части информации, которая, в общем случае, может быть использована для повышения качественных характеристик алгоритм параметрического оценивания.

Для эффективного использования циклостационарных методов, рассматривающих сигналы в качестве реализаций циклостационарных случайных процессов, необходимо, во-первых, синтезировать модели основных типов радиосигналов, обладающих выраженными циклостационарными свойствами, и, во-вторых, необходимо синтезировать алгоритмы цифровой обработки сигналов, позволяющие оценить ЦС свойства процессов, порождающих такие сигналы.

Представленные в литературе алгоритмы оценивания спектральных характеристик ЦС сигналов обладают рядом недостатков, таких как отсутствие полного покрытия всей двухчастотной плоскости «частота–циклическая частота» элементами разрешения равной ширины и невозможность формирования

регулярной сетки узлов, которая позволила бы эффективно получать сечения ЦСПМ на заданных циклических частотах. Для преодоления указанных недостатков в настоящем диссертационном исследовании поставлена задача разработки новых методов цифровой обработки сигналов, позволяющих выполнить оценки ЦСПМ по конечным реализациям наблюдаемых сигналов, представленных последовательностью цифровых отсчетов. Такие методы должны быть лишены указанных выше недостатков, а также они должны позволить создать на их основе критерии выделения циклических частот, содержащих характерные компоненты анализируемых процессов.

Методы оценки времени прихода сигнала, описываемого посредством модели стационарного в широком смысле СП, подробно описаны в литературе. В целях повышения точности оценки времени запаздывания сигнала необходимо синтезировать алгоритмы оценивания, учитывающие ЦС свойства сигналов и опирающиеся на оценки соответствующих ЦС характеристик, полученные с использованием алгоритмов оценки ЦСПМ в частотной области.

Одним из способов выполнения требований по ограничению вычислительных затрат, обусловленных практическими ограничениями реализации систем ЦОС, является переход от применения оптимальных алгоритмов, представляющих наилучшее по точности, но вычислительно затратное решение, к использованию субоптимальных алгоритмов. Такие алгоритмы позволяют достичь требуемого компромисса между вычислительными затратами и точностью. Так, за счет незначительного снижения потенциальной точности, выражающегося, например, в увеличении СКО на единицы процентов, удается достичь существенного снижения вычислительных затрат (в несколько раз). Примером таких субоптимальных алгоритмов являются оценщики, построенные на основе ИНС, рассматриваемых как методическая платформа для построения регулярных вычислительных структур, позволяющая линейно наращивать их сложность. В настоящей работе будет выполнен синтез оценщика направления прихода сигнала на основе ИНС специально выбранной топологии, содержащей выходной слой, позволяющей учесть характер предметной области решаемой задачи. В качестве входных данных для ИНС будет использоваться вектор, составленный из попарно измеренных задержек, представляющих собой разности времён прихода сигналов, наблюдаемых в точках приема антенной системы.

С целью определения практической применимости разработанных в рамках поставленных выше задач алгоритмов оценивания информационных пара-

метров сигналов, потребуется провести оценку качества их работы: определить статистические свойства получаемых оценок, выполнить экспериментальное исследование разработанных алгоритмов и проанализировать результаты.

1.5 Выводы по главе 1

В данной главе проведен обзор современных подходов к анализу циклоstationарных случайных процессов, методам решения задачи времени оценки прихода сигнала и искусственным нейронным сетям; по результатам обзора можно сделать следующие выводы.

1. Использование моделей радиосигналов, рассматривающих сигналы в качестве реализаций циклоstationарных случайных процессов, является актуальным и перспективным; циклоstationарные модели более адекватно описывают сигналы современных коммуникационных и связанных систем. Широкий интерес зарубежных исследователей к проблеме циклоstationарности обусловлен возможностью применения циклоstationарных моделей сигналов для решения ряда практических задач.
2. Оптимальным методом решения задачи определения времени задержки прихода сигнала является метод максимального правдоподобия, заключающийся в максимизации целевой функции относительно оцениваемого параметра. Недостатком метода является высокая требуемая вычислительная мощность; ряд текущих исследований в данном направлении свидетельствует о целесообразности применения производных методов, вовлекающих численные методы, в том числе методов, в которых снижение точности обуславливается повышением практической реализуемости метода.
3. Модели искусственные нейронных сетей представляют собой перспективный инструмент для решения ряда практических задач, в том числе задачи оценки времени прихода сигнала и оценки направления прихода сигнала.

ГЛАВА 2

Циклостационарные свойства случайных процессов

В главе приведено теоретическое описание циклостационарных случайных процессов, их свойств, временных и спектральных, собственных и взаимных характеристик. По аналогии со стационарными случайными процессами, даны выражения для циклических автокорреляционных функций и спектральных плотностей мощности, характеризующих соответственно временные и частотные свойства; показана взаимосвязь между этими характеристиками. Также в главе рассмотрены циклостационарные свойства моделей ряда сигналов и определены подходы к анализу циклостационарных свойств радиосигналов с квадратурной модуляцией.

2.1 Теоретическое описание циклостационарных случайных процессов

Случайный процесс $X(t)$ называют *циклостационарным в широком смысле* [11] в том случае, когда его математическое ожидание и автокорреляционная функция являются периодическими во времени функциями с периодом T :

$$\begin{aligned} m_X(t+T) &= m_X(t); \\ R_X(s+T, u+T) &= R_X(s, u), \end{aligned} \tag{2.1}$$

для всех t и u . Выражение для автокорреляционной функции $R(s, u)$ может быть переписано в виде функции двух независимых переменных t и τ , определяемых серединой и длительностью интервала времени (s, u) :

$$\begin{aligned} t &= \frac{s+u}{2}; \\ \tau &= s-u, \end{aligned} \tag{2.2}$$

Такая функция будет являться периодической по текущему времени t с

периодом T для каждого значения взаимного сдвига τ и может быть представлена разложением в ряд Фурье:

$$R_X\left(t + \frac{\tau}{2}, t - \frac{\tau}{2}\right) = \sum_{\alpha} R_X^{\alpha}(\tau) e^{j2\pi\alpha t}, \quad (2.3)$$

где коэффициенты $\{R_X^{\alpha}(\tau)\}$ могут быть определены:

$$R_X^{\alpha}(\tau) \triangleq \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} R_X\left(t + \frac{\tau}{2}, t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi\alpha t} dt, \quad (2.4)$$

а параметр α принимает все значения, кратные частоте повторения $1/T$, называемой также *фундаментальной частотой*.

Выражение (2.4) описывает случай наличия единственной периодичности в случайном процессе. В том случае, когда в формировании случайного процесса задействованы периодические явления, периоды повторения которых не находятся в рациональном отношении выражение (2.4) принимает вид (2.5):

$$R_X^{\alpha}(\tau) \triangleq \lim_{Z \rightarrow \infty} \frac{1}{Z} \int_{-Z/2}^{Z/2} R_X\left(t + \frac{\tau}{2}, t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi\alpha t} dt, \quad (2.5)$$

при этом α принимает все значения, кратные любой из имеющих место фундаментальных частот $1/T_1, 1/T_2, 1/T_3, \dots$. Такой процесс принято называть *почти циклостационарным в широком смысле*.

Для объяснения циклостационарности с точки зрения частотных спектральных представлений рассмотрим способ представления циклической автокорреляционной функции (ЦАКФ) через вспомогательные процессы $U(t)$ и $V(t)$, определяемые как сдвинутые в частотной области версии случайного процесса $X(t)$. Используя теорему о смещении Фурье-спектра, запишем такие процессы в форме временных зависимостей:

$$\begin{aligned} U(t) &= X(t) e^{-j\pi\alpha t}, \\ V(t) &= X(t) e^{+j\pi\alpha t}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

В этом случае усредненные по времени автокорреляционные функции про-

цессов $U(t)$ и $V(t)$, обозначенные соответственно через R_U и R_V , имеют вид:

$$\begin{aligned}\langle R_U \rangle(\tau) &\triangleq \left\langle \mathbb{E} \left[U \left(t + \frac{\tau}{2} \right) U \left(t - \frac{\tau}{2} \right)^* \right] \right\rangle \equiv \langle R_X \rangle(\tau) e^{-j\pi\alpha\tau}; \\ \langle R_V \rangle(\tau) &\triangleq \left\langle \mathbb{E} \left[V \left(t + \frac{\tau}{2} \right) V \left(t - \frac{\tau}{2} \right)^* \right] \right\rangle \equiv \langle R_X \rangle(\tau) e^{+j\pi\alpha\tau},\end{aligned}\tag{2.7}$$

где $\langle \cdot \rangle$ — оператор усреднения по времени t , $\mathbb{E}[\cdot]$ — оператор математического ожидания.

Тогда усредненная по времени кросскорреляционная функция будет представлена следующим образом:

$$\langle R_{UV} \rangle(\tau) \triangleq \left\langle \mathbb{E} \left[U \left(t + \frac{\tau}{2} \right) V \left(t - \frac{\tau}{2} \right)^* \right] \right\rangle \equiv R_X^\alpha(\tau).\tag{2.8}$$

Выражение (2.8) описывает ЦАКФ случайного процесса $X(t)$, которая представляет собой усредненную по времени кросскорреляционную функцию двух сдвинутых в частотной области версий случайного процесса $X(t)$.

Таким образом, случайный процесс проявляет свойство циклостационарности в широком смысле тогда, когда имеет место корреляция между произвольно смещенными в частотной области версиями данного процесса. В частотной области это означает, что спектральные компоненты, расположенные на различных частотах являются зависимыми в статистическом смысле. Стационарным в широком смысле случайный процесс можно назвать тогда, когда не имеет места корреляция между произвольно смещенными в частотной области версиями случайного процесса:

$$R_X^\alpha(\tau) \equiv 0 \text{ для всех } \alpha \neq 0.\tag{2.9}$$

Рассмотрим представление циклической автокорреляционной функции в частотной области:

$$\begin{aligned}\langle S_U \rangle(f) &= \langle S_X \rangle \left(f + \frac{\alpha}{2} \right); \\ \langle S_V \rangle(f) &= \langle S_X \rangle \left(f - \frac{\alpha}{2} \right).\end{aligned}\tag{2.10}$$

Усредненная по времени взаимная спектральная плотность мощности в этом случае принимает вид:

$$\langle S_{UV} \rangle = \mathbb{FT}[R_X^\alpha(\tau)] = S_X^\alpha(f),\tag{2.11}$$

где оператором $\mathbb{FT}[\cdot]$ обозначено преобразование Фурье, $S_X^\alpha(f)$ — циклическая спектральная плотность мощности (ЦСПМ) случайного процесса $X(t)$, при этом временному измерению τ соответствует частотное измерение f , а временное измерение t в выражениях циклической автокорреляционной функции переходит в частотное измерение α .

Дополнительно приведем выражение для функции когерентности, представляющей интерес в задачах оценки временных сдвигов между сигналами, принятыми в различных пространственных точках. Так спектральная автокогерентная функция имеет вид:

$$\begin{aligned} \rho_{UV}(f) &\triangleq \frac{\langle S_{UV}(f) \rangle}{\sqrt{\langle S_U \rangle(f) \langle S_V \rangle(f)}} \\ &= \frac{S_X^\alpha(f)}{\sqrt{\langle S_X \rangle(f + \frac{\alpha}{2}) \langle S_X \rangle(f - \frac{\alpha}{2})}} \triangleq \rho_X^\alpha(f) \end{aligned} \quad (2.12)$$

и представляет собой усредненный по времени коэффициент корреляции двух частотных компонент случайного процесса $X(t)$, расположенных соответственно на частотах $f + \frac{\alpha}{2}$ и $f - \frac{\alpha}{2}$.

В системном анализе, как правило [38], работа с циклостационарными случайными процессами выполняется так, как если бы они были стационарными. Это достигается путем усреднения статистических параметров процесса в рамках одного цикла. Например, для среднего значения и автокорреляционной функции некоторого случайного процесса $X(t)$:

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_x &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \mu_x(t) dt; \\ \tilde{R}_{xx} &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} R_{xx}(t + \tau, t) dt. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Как показано в [13], подобное усреднение эквивалентно внесению случайной начальной задержки:

$$\tilde{X}(t) = X(t + \Theta), \quad (2.14)$$

где Θ — начальная задержка, являющаяся случайной величиной. Добавление случайной начальной фазы позволяет изменить характер случайного процесса

от циклостационарного к стационарному в случае, если случайная величина Θ имеет равномерное распределение плотности вероятности в пределах одного цикла [38]:

$$p_{\Theta}(t') = \begin{cases} \frac{1}{T}, & \text{для } |t'| \leq \frac{T}{2}; \\ 0, & \text{для } |t'| > \frac{T}{2}, \end{cases} \quad (2.15)$$

где p_{Θ} — плотность вероятности распределения случайной величины Θ .

2.2 Циклостационарные свойства сигналов с амплитудной модуляцией

Рассмотрим в качестве примера циклостационарного случайного процесса сигнал с амплитудной модуляцией. Пусть в качестве модулирующего сигнала выступает действительный стационарный в широком смысле случайный процесс $C(t)$ с нулевым средним значением:

$$\langle C(t) \rangle = 0, \quad (2.16)$$

$$\langle C(t)C^*(t - \tau) \rangle \neq 0, \quad (2.17)$$

$$\langle C(t)C^*(t - \tau)e^{-j2\pi\alpha t} \rangle \equiv 0 \text{ для всех } \alpha \neq 0. \quad (2.18)$$

Случайный процесс $X(t)$, полученный в результате амплитудной модуляции гармонического колебания, имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} x(t) &= C(t) \cos(2\pi f_0 t + \theta) \\ &= \frac{1}{2} a(t) \left[e^{j(2\pi f_0 t + \theta)} + e^{-j(2\pi f_0 t + \theta)} \right], \end{aligned} \quad (2.19)$$

где f_0 — частота несущего колебания, θ — начальная фаза несущего колебания.

Сформируем следующее квадратичное преобразование случайного процесса $X(t)$:

$$\begin{aligned} Y_{\tau}(t) &= X(t)X^*(t - \tau) \\ &= C(t)C^*(t - \tau) \times \\ &\quad \frac{1}{4} \left[e^{j2\pi f_0 \tau} + e^{-j2\pi f_0 \tau} + e^{j(4\pi f_0 t + 2\theta)} e^{-j2\pi f_0 \tau} + e^{-j(4\pi f_0 t + 2\theta)} e^{j2\pi f_0 \tau} \right]. \end{aligned} \quad (2.20)$$

С целью определения корреляции [11] между произвольно смещенными в частотной области версиями случайного процесса $X(t)$, продемонстрируем

наличие в $Y_\tau(t)$ аддитивных гармонических компонент на частотах $\alpha = \pm 2f_0$:

$$\begin{aligned} \langle Y_\tau(t)e^{-j2\pi\alpha t} \rangle &= \frac{1}{4} \langle C(t)a^*(t-\tau)e^{-j2\pi\alpha t} \rangle e^{j2\pi f_0\tau} + \\ &\quad \frac{1}{4} \langle C(t)a^*(t-\tau)e^{-j2\pi\alpha t} \rangle e^{-j2\pi f_0\tau} + \\ &\quad \frac{1}{4} \langle C(t)a^*(t-\tau)e^{-j2\pi(\alpha-2f_0)t} \rangle e^{-j2\pi f_0\tau} e^{j2\theta} + \\ &\quad \frac{1}{4} \langle C(t)a^*(t-\tau)e^{-j2\pi(\alpha+2f_0)t} \rangle e^{-j2\pi f_0\tau} e^{-j2\theta}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Выражение (2.21) принимает ненулевые значения только при вырожденной частоте $\alpha = 0$ и характерных частотах $\alpha = \pm 2f_0$.

Следовательно, сигналы $U(t)$ и $V(t)$, полученные путем сдвига сигнала $X(t)$ в частотной области на $\alpha/2 = f_0$ и $\alpha/2 = -f_0$ соответственно, являются взаимно коррелированными. Данный вывод соответствует действительности, т.к. исходный сигнал $X(t)$ был получен путем сдвига сигнала $C(t)$ в частотной области.

Таким образом, выражения для циклической автокорреляционной функции случайного процесса с амплитудной модуляцией принимает вид:

$$R_X^\alpha(\tau) = \begin{cases} \frac{1}{4}e^{\pm 2\theta} R_C(\tau), & \text{при } \alpha = \pm 2f_0; \\ \frac{1}{2}R_C(\tau) \cos(2\pi f_0\tau), & \text{при } \alpha = 0; \\ 0, & \text{при остальных } \alpha, \end{cases} \quad (2.22)$$

где $R_C(\tau)$ — автокорреляционная функция модулирующего сигнала $C(t)$. Вид такой ЦАКФ показан на рис. 2.1 (а).

Выражение циклической спектральной плотности мощности получено применением циклической теорема Хинчина-Колмогорова [13]:

$$S_x^\alpha(f) = \begin{cases} \frac{1}{4}e^{\pm 2\theta} S_C(f), & \text{при } \alpha = \pm 2f_0, \\ \frac{1}{2}S_C(f+f_0) + S_C(f-f_0), & \text{при } \alpha = 0, \\ 0, & \text{при остальных } \alpha, \end{cases} \quad (2.23)$$

где $S_C(f)$ — спектральная плотность мощности модулирующего сигнала $C(t)$. Вид такой ЦСПМ показан на рис. 2.1 (б).

Важно отметить, что аргументы τ и f в функциях ЦАКФ и ЦСПМ со-

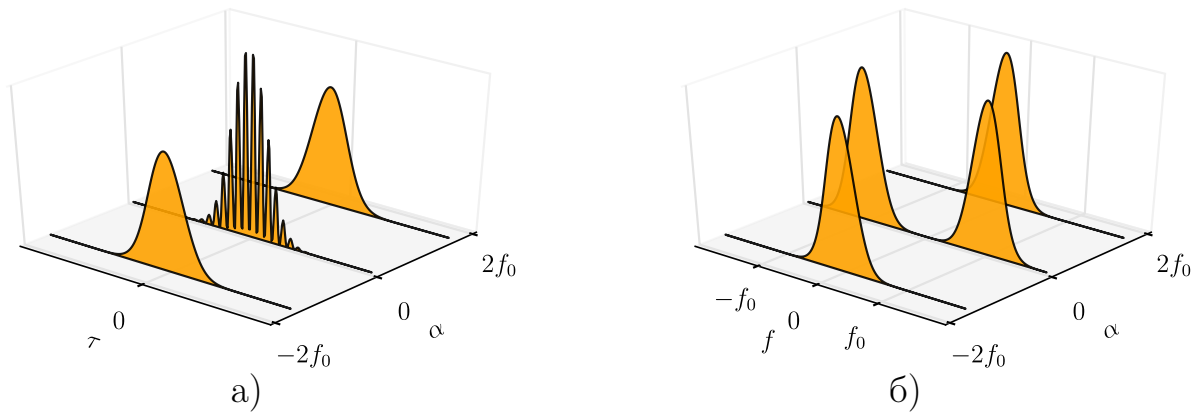


Рисунок 2.1 — Модуль циклической автокорреляционной функции амплитудно-модулированного сигнала

ответственно являются непрерывными, в то время как аргумент α принимает только дискретные значения — значения характерных циклических частот сигнала.

2.3 Циклостационарные свойства сигналов с амплитудно-импульсной модуляцией

Рассмотрим случайный процесс в виде бесконечной последовательности амплитудно-модулированных прямоугольных импульсов $S(t)$:

$$S(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C(nT) \operatorname{rect}\left(\frac{t - nT}{L}\right), \quad (2.24)$$

где T — период повторения импульсов, L — длительность импульса, $\{C_n\}$ — передаваемая случайная кодовая последовательность, моделируемая как последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин. Пример такой последовательности показан на рис. 2.2.

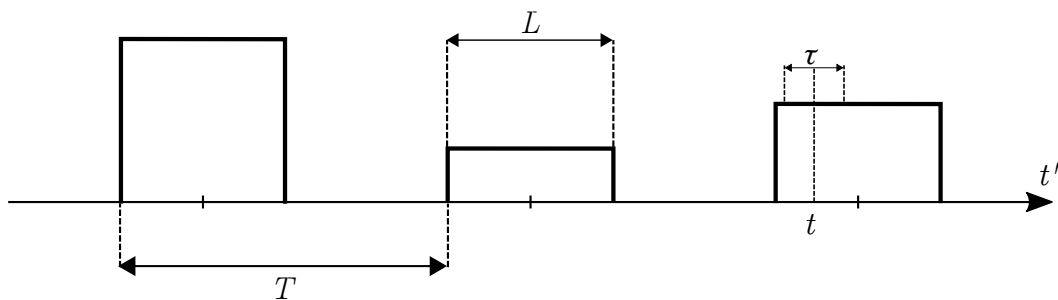


Рисунок 2.2 — Последовательность амплитудно-модулированных прямоугольных импульсов

Рассмотрим циклическую автокорреляционную функцию $R_S^t(\tau)$ такого процесса:

$$R_S^t(\tau) = \mathbb{E}[S(t + \tau/2)S(t - \tau/2)]. \quad (2.25)$$

Корреляция случайных величин $S(t + \tau/2)$ и $S(t - \tau/2)$ может наблюдаться только в том случае, если обе точки принадлежат одному импульсу. Таким образом, функция $R_S^t(\tau)$ принимает вид, показанный на рис. 2.3.

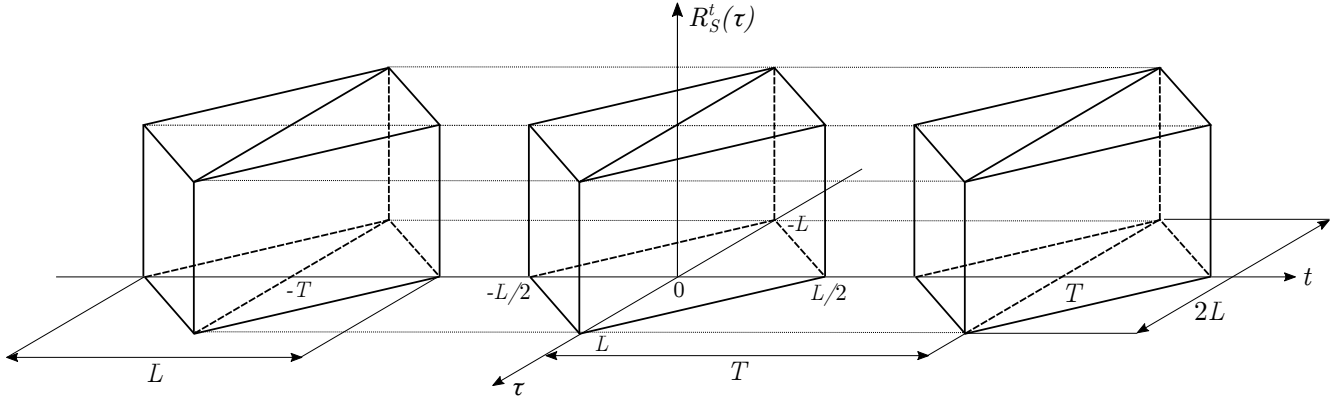


Рисунок 2.3 — Автокорреляционная функция бесконечной последовательности амплитудно-модулированных прямоугольных импульсов

Рассмотрим срезы корреляционной функции $R_S^t(\tau)$ при некотором фиксированном значении параметра параметра τ :

$$R_S^t(\tau) = \begin{cases} \text{rect}\left(\frac{t}{l(\tau)}\right) \star \text{Ш}_T(t), & \text{при } -L < \tau < L; \\ 0, & \text{при остальных } \tau, \end{cases} \quad (2.26)$$

где символом \star обозначена операция линейной свертки, Ш_T — гребень Дирака (бесконечная последовательность дельта-функций Дирака $\delta(t)$, равноотстоящих друг от друга на период T):

$$\text{Ш}_T(t) \triangleq \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT). \quad (2.27)$$

Длительность продольного импульса l определена следующим образом:

$$l(\tau) = \text{tri}\left(\frac{\tau}{2L}\right), \quad (2.28)$$

где $\text{tri}(\cdot)$ — вспомогательная функция:

$$\text{tri}(t) = |2t + 1|, \text{ при } |t| < 0,5. \quad (2.29)$$

Преобразование Фурье выражения (2.26) по времени t имеет следующий вид:

$$R_S^\alpha(\alpha) = \begin{cases} l(\tau) \operatorname{sinc}(\pi\alpha l(\tau)) \cdot \text{Ш}_{1/T}(\alpha), & \text{при } -L < \tau < L, \\ 0, & \text{при остальных } \tau. \end{cases} \quad (2.30)$$

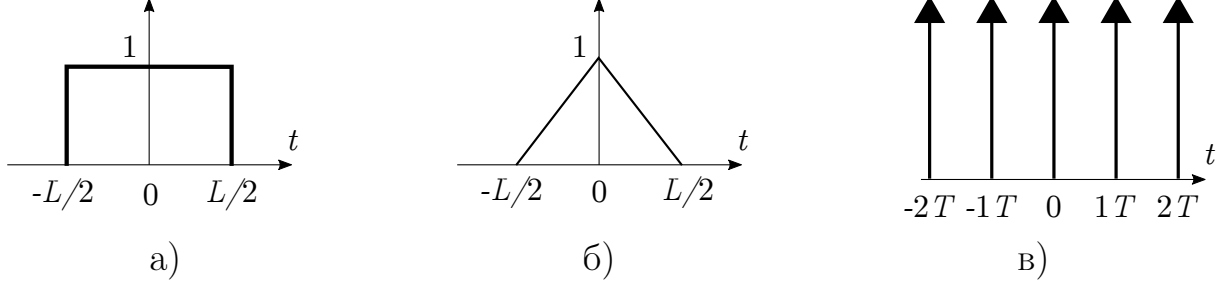


Рисунок 2.4 — Графики некоторых вспомогательных функций: а) прямоугольный импульс $\operatorname{rect}\left(\frac{t}{L}\right)$ длительностью L , б) треугольный импульс $\operatorname{tri}\left(\frac{t}{L}\right)$ длительностью L , в) гребень Дирака $\text{Ш}_T(t)$ с периодом повторения T

Таким образом, функция $R_S^\alpha(\tau)$ существует только при α , принимающих значения, кратные фундаментальной частоте $1/T$:

$$R_S^\alpha(\tau) = \delta(0) \cdot l(\tau) \operatorname{sinc}(\pi\alpha l(\tau)), \quad \text{для } \alpha = \frac{k}{T}, k \in \mathbb{Z}. \quad (2.31)$$

Важно отметить, что при сечения функции $R_S^\alpha(\tau)$ по α полностью состоят из дельта-функций, имеющих различный вес. Подобные непрерывные последовательности дельта-функций с различными весами иногда называют «заборами» (от англ. *fence* [38]). График такой функции показан на рис. 2.5.

Рассмотрим срезы циклической корреляционной функции $R_S^t(\tau)$ (2.26) при некотором фиксированном значении параметра t :

$$R_S^t(\tau) = \operatorname{rect}\left(\frac{\tau}{l'(t)}\right), \quad (2.32)$$

где длительность импульса $l'(t)$ определена следующим образом:

$$l'(t) = 2L \operatorname{tri}\left(\frac{t}{L}\right) \star \text{Ш}_T(t). \quad (2.33)$$

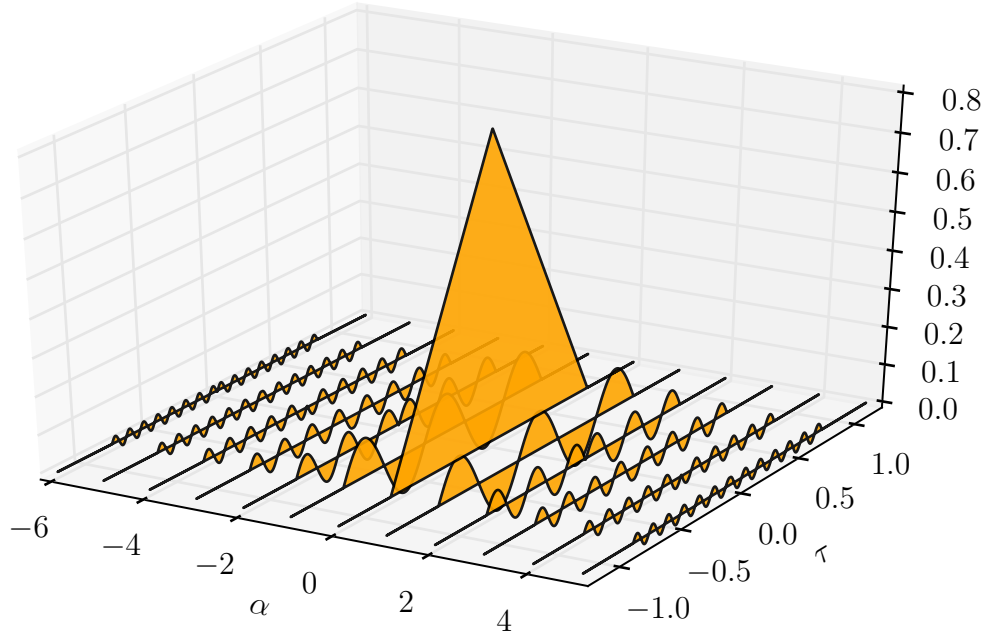


Рисунок 2.5 — Циклическая автокорреляционная функция $R_S^\alpha(\tau)$ в области α и τ

Преобразование Фурье выражения (2.32) по τ имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 R_S^t(f) &= l'(t) \operatorname{sinc}(\pi f l'(t)) \\
 &= 2L \operatorname{tri}\left(\frac{t}{L}\right) \operatorname{sinc}\left(\pi f 2L \operatorname{tri}\left(\frac{t}{L}\right) \star \operatorname{Ш}_T(t)\right) \star \operatorname{Ш}_T(t).
 \end{aligned}
 \tag{2.34}$$

Функция $R_S^t(f)$ является периодической по параметру t , период повторения равен T , график двух периодов функции показан на рис. 2.6 и рис. 2.7.

При помощи двумерного преобразования Фурье автокорреляционной функции возможно получить выражения для циклической спектральной плотности мощности $R_S^\alpha(f)$, график данной функции, полученный при помощи численного моделирования показан на рис. 2.8.

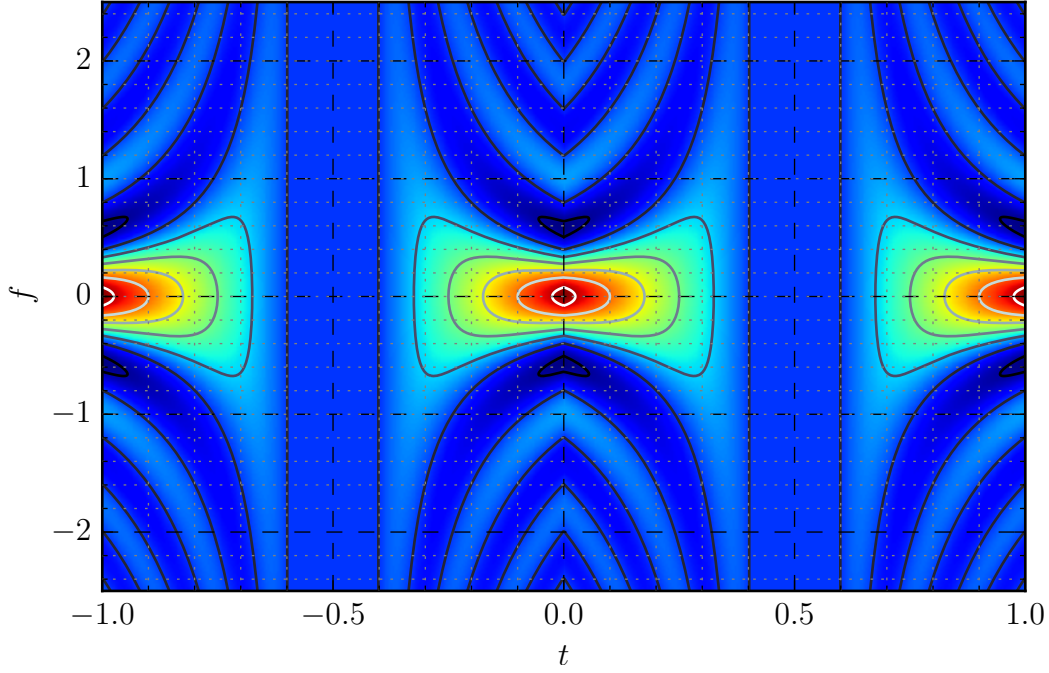


Рисунок 2.6 — ЦАКФ $R_S^t(f)$ в области t и f

2.4 Циклостационарные и взаимные циклостационарные свойства радиосигналов

2.4.1 Циклическая спектральная плотность мощности радиосигнала

Рассмотрим циклическую спектральную плотность мощности радиосигнала с квадратурной амплитудной модуляцией [39]. Спектральная плотность мощности $S_X(f)$ и циклическая спектральная плотность мощности $S_X^\alpha(f)$ в общем случае по реализации случайного процесса $X(t)$ может быть оценена с использованием её спектра $X(f)$ следующим образом:

$$S_X(f) = \langle X(f)X^*(f) \rangle, \quad (2.35)$$

$$S_X^\alpha(f) = \left\langle X\left(f + \frac{\alpha}{2}\right)X^*\left(f - \frac{\alpha}{2}\right) \right\rangle. \quad (2.36)$$

Спектр радиосигнала $X(t)$ в общем случае имеет вид:

$$X(f) = A(f - f_0) + A^*(-(f + f_0)), \quad (2.37)$$

где $A(f)$ — спектр комплексной огибающей (КО) радиосигнала, f_0 — несущая частота радиосигнала.

В общем виде комплексная огибающая радиосигнала $a(t)$, которому соот-

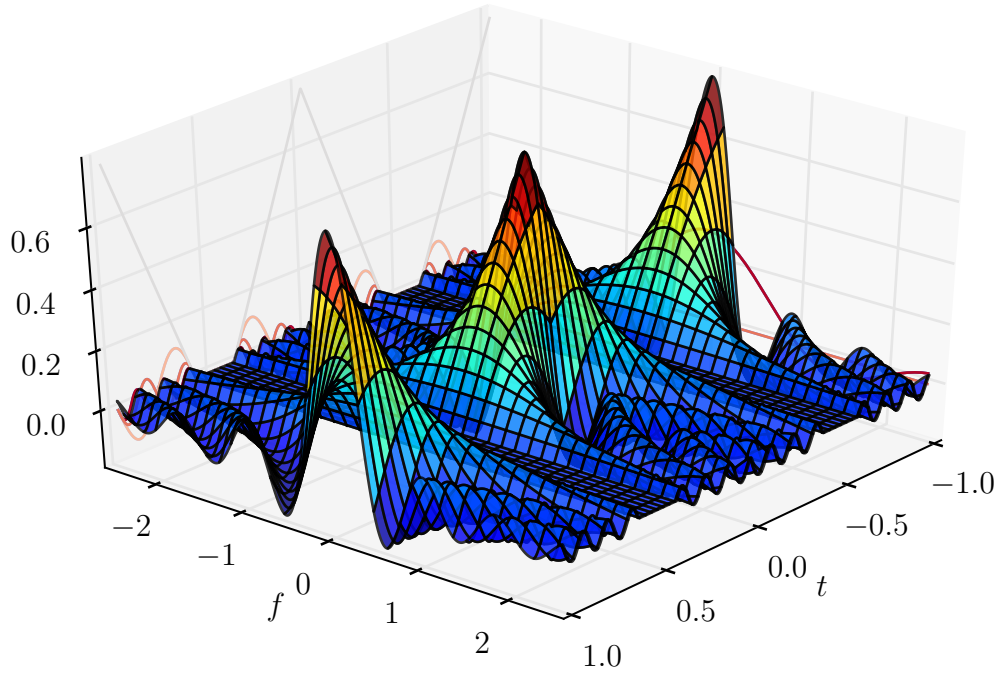


Рисунок 2.7 — ЦАКФ $R_S^t(f)$ в области t и f

ветствует спектр $A(f)$, может быть представлена своими квадратурными компонентами $I(f)$ и $Q(f)$:

$$\begin{aligned}
 A(f) &= I(f) + jQ(f) \\
 &= (I_{re}(f) + I_{im}(f)) + j(Q_{re}(f) + jQ_{im}(f)) \\
 &= I_{re}(f) - Q_{im}(f) + j(I_{im}(f) + Q_{re}(f)).
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

Для определения СПМ сигнала $S(t)$ выражение 2.35 принимает вид:

$$S_X(f) = \langle X(f)X^*(f) \rangle = |X(f)|^2. \tag{2.39}$$

Для определения ЦСПМ, учитывая, что $I_{re}(f)$ и $Q_{re}(f)$ — четные, а $I_{im}(f)$ и $Q_{im}(f)$ — нечетные функции частоты, выражение 2.36 принимает вид:

$$\begin{aligned}
 S_X^\alpha(f) &= \left\langle X\left(f + \frac{\alpha}{2}\right)X^*\left(f - \frac{\alpha}{2}\right) \right\rangle \\
 &= \left\langle \left[A\left(f - f_0 + \frac{\alpha}{2}\right)A^*\left(-\left(f + f_0 + \frac{\alpha}{2}\right)\right) \right] \times \right. \\
 &\quad \left. \left[A^*\left(f - f_0 - \frac{\alpha}{2}\right)A\left(-\left(f + f_0 - \frac{\alpha}{2}\right)\right) \right] \right\rangle.
 \end{aligned} \tag{2.40}$$

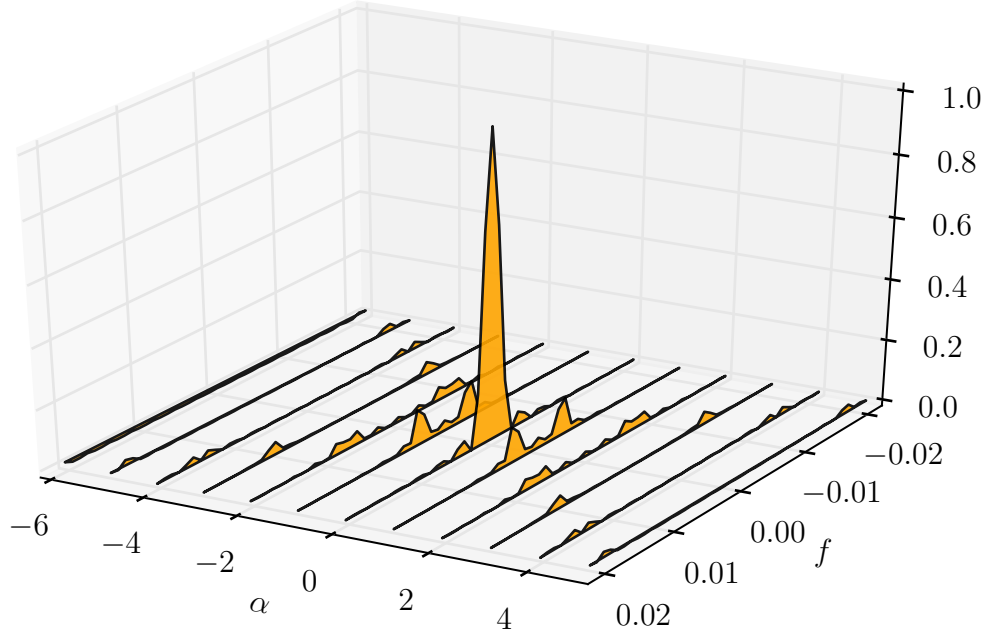


Рисунок 2.8 — ЦСПМ $R_S^\alpha(f)$

При $\alpha = 2f_0$ выражение принимает вид:

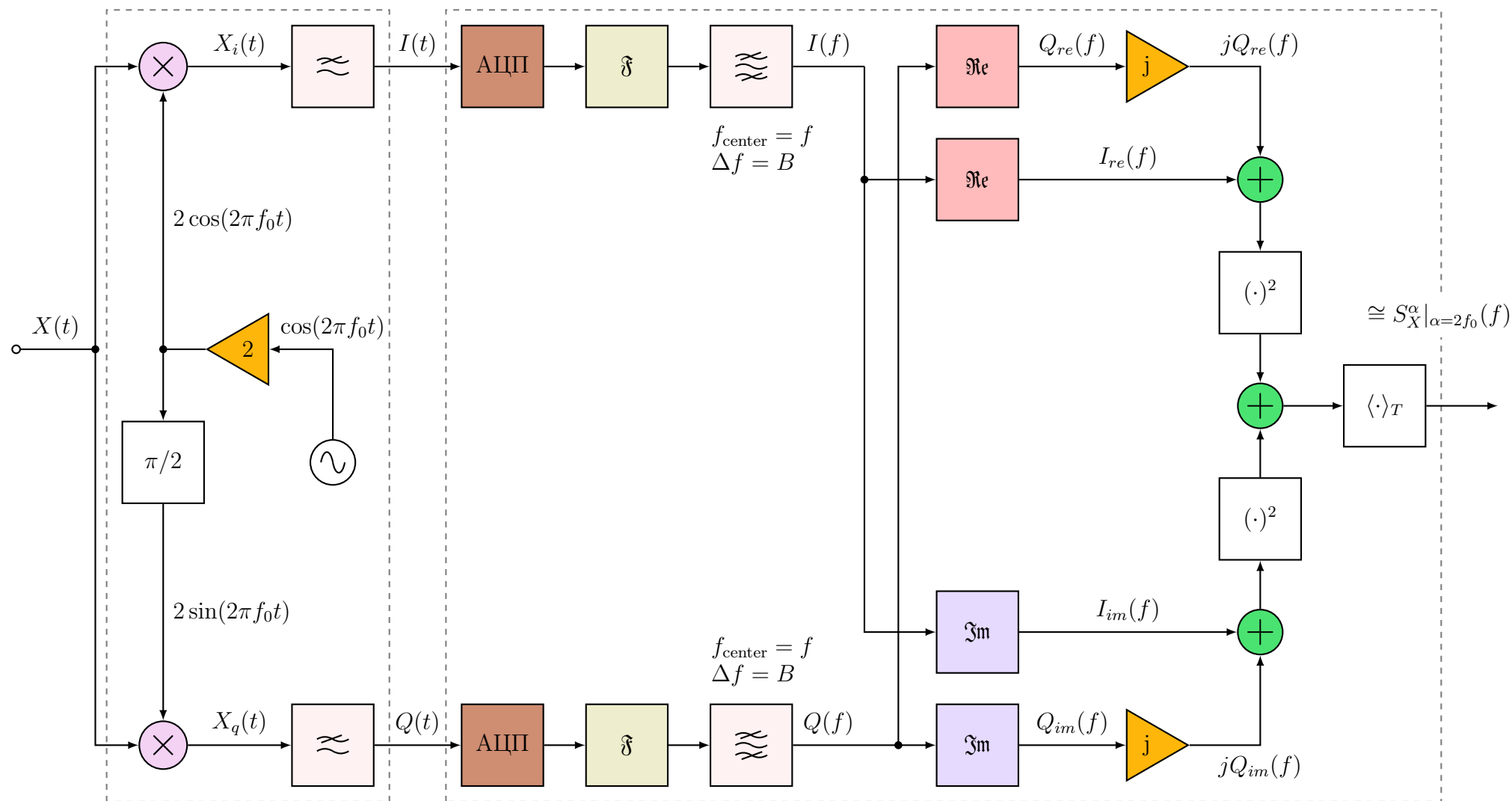
$$\begin{aligned}
 S_X^\alpha|_{\alpha=2f_0}(f) &= \langle [A(f) + A^*(-(f + 2f_0))][A^*(f - 2f_0) + A(-f)] \rangle \\
 &= \langle A(f)A^*(f - 2f_0) + A(f)A(-f) + \\
 &\quad A^*(-(f + 2f_0))A^*(f - 2f_0) + A^*(-(f + 2f_0))A(-f) \rangle.
 \end{aligned} \tag{2.41}$$

Учитывая, что для модели радиосигнала имеет место $\Delta f \ll f_0$ выражение принимает вид:

$$S_X^\alpha|_{\alpha=2f_0}(f) = \langle A(f)A(-f) \rangle. \tag{2.42}$$

Для КО, представленной своими квадратурными компонентами:

$$\begin{aligned}
 S_X^\alpha|_{\alpha=2f_0}(f) &= \langle A(f)A(-f) \rangle \\
 &= \langle [I_{re}(f) - Q_{im}(f) + j(I_{im}(f) + Q_{re}(f))] \cdot \\
 &\quad [I_{re}(-f) - Q_{im}(-f) + j(I_{im}(-f) + Q_{re}(-f))] \rangle \\
 &= \langle (I_{re}(f) + jQ_{re}(f))^2 + (I_{im}(f) + jQ_{im}(f))^2 \rangle.
 \end{aligned} \tag{2.43}$$



КВАДРАТУРНЫЙ
ДЕМОДУЛЯТОР

АНАЛИЗАТОР ЦИКЛИЧЕСКОЙ АВТОКОРРЕЛЯЦИОННОЙ
ФУНКЦИИ В ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ

Рисунок 2.9 — Структурная схема анализатора циклостационарных свойств радиосигнала $X(t)$

На рис. 2.9 представлена схема получения ЦСПМ из радиосигнала $X(t)$. В представленной схеме граничные частоты фильтра нижних частот (ФНЧ) выбираются с учетом ширины спектра КО, центральная частота полосно-пропускающего фильтра (ППФ) $f_{\text{center}} = f$, полоса пропускания $\Delta f = B$.

2.4.2 Циклическая взаимная спектральная плотность мощности радиосигнала

Рассмотрим циклическую взаимную спектральную плотность мощности пары радиосигналов $X(t)$ и $Y(t)$. Спектры радиосигналов $X(t)$ и $Y(t)$ в общем случае имеют вид:

$$X(f) = A(f - f_0) + A^*(-(f + f_0)), \quad (2.44)$$

$$Y(f) = \tilde{A}(f - f_0) + \tilde{A}^*(-(f + f_0)), \quad (2.45)$$

где $A(f)$ — спектр комплексной огибающей сигнала $X(t)$, $\tilde{A}(f)$ — спектр комплексной огибающей сигнала $Y(t)$, f_0 — несущая частота радиосигналов.

ЦВСПМ определена следующим образом:

$$S_{XY}^\alpha(f) = \left\langle X\left(f + \frac{\alpha}{2}\right) Y^*\left(f - \frac{\alpha}{2}\right) \right\rangle \quad (2.46)$$

$$= \left\langle \left[A\left(f - f_0 + \frac{\alpha}{2}\right) + A^*\left(-\left(f + f_0 + \frac{\alpha}{2}\right)\right) \right] \cdot \right. \quad (2.47)$$

$$\left. \left[\tilde{A}^*\left(f - f_0 - \frac{\alpha}{2}\right) + \tilde{A}\left(-\left(f + f_0 - \frac{\alpha}{2}\right)\right) \right] \right\rangle. \quad (2.48)$$

При $\alpha = 2f_0$ выражение принимает вид:

$$S_{XY}^\alpha(f)|_{\alpha=2f_0} = \langle [A(f) + A^*(-(f + 2f_0))] \cdot [\tilde{A}^*(f - 2f_0) + \tilde{A}(-f)] \rangle \quad (2.49)$$

$$= \langle [I_{re}(f) - Q_{im}(f) + jI_{im}(f) + jQ_{re}(f)] \cdot \quad (2.50)$$

$$\left[\tilde{I}_{re}(f) + \tilde{Q}_{im}(f) - j\tilde{I}_{im}(f) + j\tilde{Q}_{re}(f) \right] \rangle. \quad (2.51)$$

На рис. 2.10 представлена схема получения ЦВСПМ пары радиосигналов $X(t)$ и $Y(t)$. На представленной схеме граничные частоты ФНЧ выбираются с учетом ширины спектра КО, центральная частота ППФ $f_{\text{center}} = f$, полоса пропускания $\Delta f = B$.

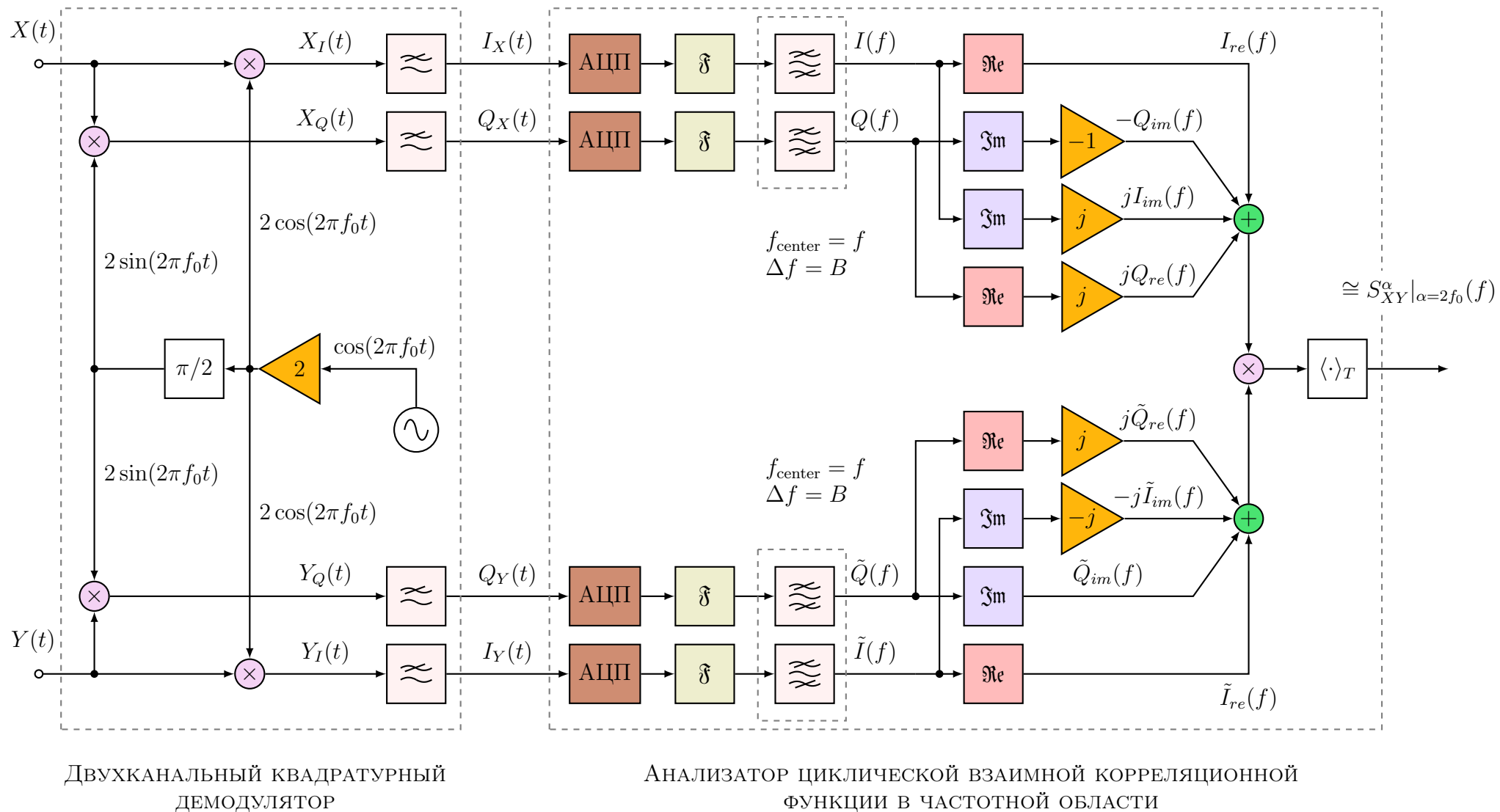


Рисунок 2.10 — Структурная схема анализатора циклостационарных свойств пары радиосигналов $X(t)$ и $Y(t)$

2.5 Выводы по главе 2

В главе рассмотрены циклостационарные случайные процессы и модели сигналов, рассматривающие сигналы в качестве реализаций циклостационарных случайных процессов; рассмотрены циклостационарные характеристики во временной и спектральной областях: сигналов с амплитудной модуляцией; сигналов с амплитудно-импульсной модуляцией.

Также в главе подробно рассмотрена модель радиосигнала с квадратурной амплитудной модуляцией; на основе анализа приведенной модели автором настоящего исследования получены выражения для оценки сечений на удвоенных центральных частотах собственных и взаимных циклических характеристик радиосигналов, представленных их квадратурными компонентами. Предложены соответствующие функциональные схемы устройств, выполняющих анализ циклостационарных свойств и взаимных циклостационарных свойств радиосигналов с квадратурной модуляцией.

ГЛАВА 3

Алгоритмы оценки спектральных характеристик циклостационарных сигналов

В главе рассмотрены основные теоретические положения подхода к оценке собственной и взаимной циклических спектральных плотностей мощности, выполняемых с усреднением во временной области; приведено описание структуры двухчастотной плоскости «частота–циклическая частота» и структуры области носителя циклической спектральной характеристики цифрового сигнала. Так же в главе представлены два разработанных автором алгоритма для оценки циклических характеристик сигналов по их реализациям конечной длительности. Работа предложенных алгоритмов продемонстрирована на примере анализа циклических характеристик основных видов радиосигналов, обладающих выраженными циклостационарными свойствами.

3.1 Метод оценки ЦСПМ на основе усреднения во временной области

Метод оценки ЦСПМ по реализации конечной длительности аналогового сигнала $x(t)$ при помощи временного усреднения [14] состоит в формировании функции двух переменных (частоты f и циклической частоты α) на основе разбиения наблюдаемой реализации на K перекрывающихся в общем случае интервалов длительности T каждый:

$$\hat{S}_x(f, \alpha) = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} X_T\left(t_k, f + \frac{\alpha}{2}\right) X_T^*\left(t_k, f - \frac{\alpha}{2}\right), \quad (3.1)$$

где через t_k обозначены моменты времени начала каждого интервала сигнала, символ «*» обозначает комплексное сопряжение. Текущие спектры $X_T(t_k, f)$ вычисляются с помощью оконных преобразований Фурье от сигналов в каждом

из фрагментов:

$$X_T(t_k, f) = \frac{1}{\sqrt{T}} \int_{t_k}^{t_k+T} x(t) \exp(-j2\pi ft) dt. \quad (3.2)$$

На практике в качестве исходных данных для нахождения оценок ЦСПМ приходится иметь дело с последовательностью отсчетов цифрового сигнала $x[n]$ конечной длительности N , полученной при равномерной дискретизации с периодом T_s сигнала $x(t)$ на интервале наблюдения протяженностью $T_x = NT_s$. Для цифрового сигнала $x[n]$ в качестве носителя ЦСПМ достаточно рассмотреть область двухчастотной плоскости, ограниченную условием:

$$|\alpha| + 2|f| \leq F_s, \quad (3.3)$$

где $F_s = \frac{1}{T_s}$ — частота дискретизации.

Выделенная область двухчастотной плоскости геометрически представляет собой ромб, ориентированный так, что его диагонали совпадают с координатными осями, как представлено на рис. 3.1.

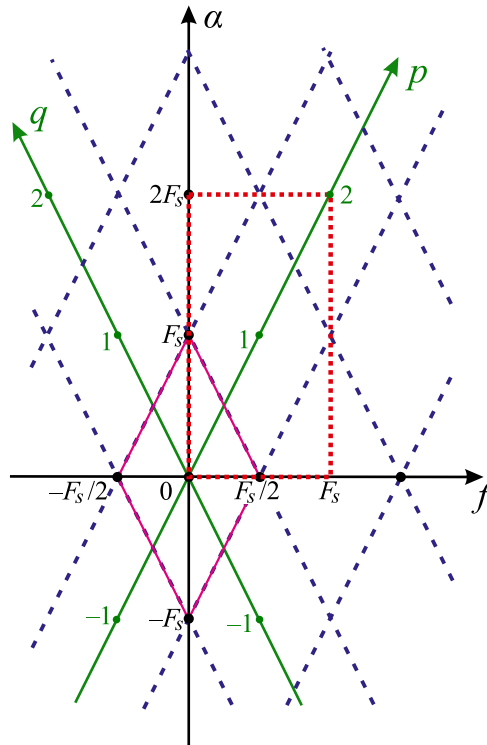


Рисунок 3.1 — Разбиение двухчастотной плоскости «частота–циклическая частота» на повторяющиеся области. Лиловый ромб — носитель ЦСПМ, красный прямоугольник — область вычисления оценок алгоритма $2N$ -БПФ

За пределами заданной области «ромба» ЦСПМ будет периодически повторяться:

$$S(f, \alpha) = S\left(f - (p - q)\frac{F_s}{2}, \alpha - (p + q)F_s\right), \quad (3.4)$$

где p и q — произвольные целые числа — индексы, перебором которых достигается полное заполнение всей двухчастотной плоскости. Представленные на рис. 3.1 оси индексных переменных p и q позволяют задать уникальную пару индексов для каждого повторения; анализируемая область двухчастотной плоскости соответствует нулевым значениям индексов: $p = q = 0$.

Для проведения последующего усреднения на основе последовательности отсчётов сигнала $x[n]$ формируются K фрагментов $x_k[n]$ длительностью W отсчётов каждый, нумеруемых индексом k , изменяющимся в пределах от 0 до $K - 1$:

$$x_k[n] = x[n + kR], \quad 0 \leq n \leq W - 1, \quad (3.5)$$

где R определяет расстояние (в отсчётах) между начальными моментами двух последовательно идущих фрагментов: $1 \leq R \leq W$. Фактически производится наблюдение сигнала $x(t)$ последовательно перемещающимся во времени прямоугольным окном длительностью $T = WT_s$. В общем случае наблюдение производится с перекрытием, составляющим долю $\kappa = \frac{W-R}{W}$ от полной длительности окна.

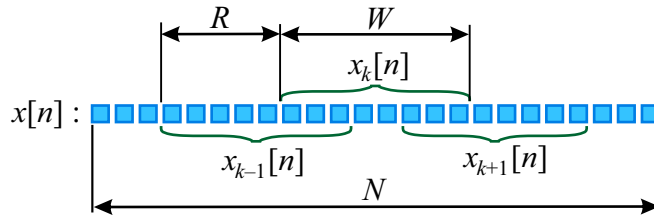


Рисунок 3.2 — Формирование фрагментов сигнала

При формировании надежной оценки ЦСПМ ключевую роль играет понятие элемента разрешения [14, 16]. Эффективная ширина элемента разрешения Δf вдоль оси частоты f определяется длительностью фрагмента наблюдения $x_k(t)$, соответствующего последовательности отсчётов $x_k[n]$:

$$\Delta f = \frac{1}{T} = \frac{F_s}{W}. \quad (3.6)$$

В тоже время эффективная ширина элемента разрешения $\Delta\alpha$ вдоль оси

циклической частоты α определяется полной длительностью T_x сигнала $x(t)$:

$$\alpha = \frac{1}{T_x} = \frac{F_s}{N}. \quad (3.7)$$

Для достоверного анализа циклостационарных свойств наблюдаемого сигнала необходимо исключить возможность пропуска каких бы то ни было фрагментов его ЦСПМ, для чего нужно гарантировать полное покрытие области носителя ЦСПМ элементами разрешения.

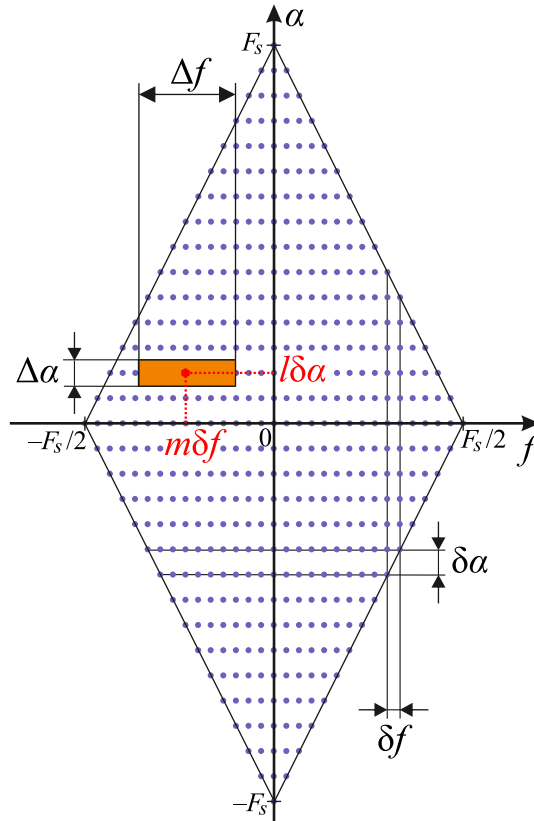


Рисунок 3.3 — Элемент разрешения ЦСПМ для метода с усреднением во времени и сетка узлов, в которых производится её вычисление в алгоритме $2N$ -БПФ

В предложенной схеме покрытия все элементы разрешения имеют одинаковую форму, независимо от положения их центров на двухчастотной плоскости. При этом любой элемент разрешения оказывается относительно широким вдоль направления оси f , но узким вдоль направления оси α , как показано на рис. 3.3:

$$\frac{\Delta f}{\Delta \alpha} = \frac{T_x}{T} = \frac{N}{W} \gg 1. \quad (3.8)$$

Высокая разрешающая способность по α открывает возможности эффективного решения таких задач, как обнаружение сигналов с выраженными ЦС свойствами, их распознавание и фильтрация, с использованием циклической

частоты тогда, когда это невозможно сделать с помощью характеристик, включающих только частоту f .

При использовании методов цифровой обработки сигналов, естественным подходом является вычисление оценок ЦСПМ на прямоугольной сетке узлов — центров элементов разрешения, покрывающей двухчастотную плоскость полностью. Равномерные шаги сетки вдоль координатных осей f и α , обозначаемых соответственно δf и $\delta\alpha$, будем выбирать в общем случае различными. Тогда получаемым отсчётам оценки ЦСПМ для пары номеров l и m будут сопоставлены значения оценки ЦСПМ (3.1), вычисленные в соответствующих узлах сетки:

$$\hat{S}[m, l] = \hat{S}(m\delta f, l\delta\alpha). \quad (3.9)$$

Для полного представления оценки ЦСПМ в области её носителя, с учетом ограничения (3.3), достаточно вычислить её значения в точках двухчастотной области, соответствующих парам (l, m) , удовлетворяющих условию:

$$\delta\alpha|l| + 2\delta f|m| \leq F_s, \quad (3.10)$$

Высокая производительность алгоритма вычисления оценки ЦСПМ на основе метода усреднения во временной области может быть достигнута реализацией двух предложений: применением алгоритма БПФ во всех возможных случаях при вычислении отсчётов спектра фрагментов сигнала и использованием при вычислении некоторого отсчёта $\hat{S}[m, l]$ минимального числа найденных с помощью БПФ отсчётов спектра. Однако в силу того, что $\Delta\alpha$ существенно меньше Δf , формирование оценок ЦСПМ порождает определенную проблему, одно из возможных решений которой обеспечивает разработанный автором алгоритм.

3.2 Алгоритм 2N-БПФ

3.2.1 Теоретическое описание

Анализ покрытия двухчастотной плоскости равными элементами разрешения (рис. 3.3) позволил сделать следующий вывод [40]: для исключения пропуска по α равномерный шаг сетки по циклической частоте $\delta\alpha$ не должен пре-

вышать ширину элемента разрешения $\Delta\alpha$:

$$\delta\alpha \leq \Delta\alpha, \quad (3.11)$$

где $\delta\alpha$ — шаг сетки по циклической частоте, $\Delta\alpha$ — ширина элемента разрешения, определяемая следующим выражением:

$$\Delta\alpha = \frac{1}{T}. \quad (3.12)$$

В виду этого шаг сетки должен быть выбран равным ширине элемента разрешения:

$$\delta\alpha = \Delta\alpha. \quad (3.13)$$

Для вычисления значения оценки ЦСПМ в каждом отсчёте потребуется выбирать шаг по частоте f равным его половине $\delta f = \frac{\delta\alpha}{2}$. В обоснование такого выбора можно привести два простых довода. Во-первых, рассмотрим в качестве примера вычисление значения ЦСПМ $\hat{S}_x(f, \Delta\alpha)$. Для такого вычисления потребуются значения спектров фрагментов в точках $f \pm \frac{\Delta\alpha}{2}$, следовательно, сетка узлов по f должна быть достаточно плотной, что обеспечить существование таких отсчётов в спектре. Во-вторых, при выборе шагов:

$$\delta f = \frac{\delta\alpha}{2} = \frac{\Delta\alpha}{2} = \frac{1}{2T_x} = \frac{F_s}{2N}, \quad (3.14)$$

количество точек ($2N$), приходящихся на диапазон по осям f и α оказывается одинаковым, при том, что ширина диапазона изменения циклической частоты составляет $2F_s$ в то время как обычной частоты — F_s . Собственно данный выбор и определил предложенное автором название рассматриваемого алгоритма оценки, как $2N$ -БПФ ($2N$ -FFT).

Нетрудно заметить, что при формировании спектра каждого фрагмента $x_k[n]$ длиной W отсчетов с использованием алгоритма БПФ непосредственное вычисление отсчётов спектра возможно только на частотах кратных $\frac{1}{T}$. Вычисление необходимых значений спектра на частотах кратных $\delta f = \frac{\Delta\alpha}{2} = \frac{1}{2T_x}$ возможно осуществить на основе известного решения, используемого для интерполяции спектра сигнала [41], согласно которому следует увеличить количество отсчётов сигнала до $2N$, дополнив отсчёты фрагмента $x_k[n]$ $2N - W$

завершающими нулями:

$$\tilde{x}_k[n] = \begin{cases} x_k[n], & 0 \leq n \leq W - 1; \\ 0 & W \leq n \leq 2N - 1. \end{cases} \quad (3.15)$$

Отсчёты спектра с номерами $m = 0 \dots 2N - 1$ могут быть вычислены применением алгоритма БПФ (FFT) к дополненному сигналу:

$$\tilde{X}_k\left(\frac{mF_s}{2N}\right) = \tilde{X}_k[m] = \frac{1}{\sqrt{W}} \sum_{n=0}^{2N-1} \tilde{x}_k[n] \exp\left(-j\frac{\pi mn}{N}\right). \quad (3.16)$$

Таким образом, отсчёты спектра фрагмента сигнала будут вычислены достаточно часто для того, чтобы обеспечить возможность непосредственного вычисления каждого из отсчётов ЦСПМ по двум подходящим отсчётам спектра k -го фрагмента сигнала. Однако при этом следует заметить, что элемент разрешения по частоте f не изменится, оставаясь равным $\frac{1}{T}$.

После формирования спектров необходимо обеспечить когерентность накопления ЦСПМ на последующем шаге при помощи фазовой коррекции отсчётов. Содержательно фазовая коррекция состоит в соотношении спектра k -го фрагмента, вычисленного посредством алгоритма БПФ, моменту времени, соответствующему фактическому началу этого фрагмента в исходной временной последовательности $x[n]$:

$$\tilde{X}_k^C[m] = \tilde{X}_k[m] \times \exp\left(-j\frac{\pi mkR}{N}\right). \quad (3.17)$$

Затем на основе скорректированных отсчётов спектра для фрагмента с номером k необходимо сформировать две квадратные матрицы $\mathbf{XR}(k)$ и $\mathbf{XL}(k)$ размером $2N \times 2N$ каждая. Элементы матриц $\mathbf{XR}(k)$ и $\mathbf{XL}(k)$ определяются по следующим правилам:

$$\mathbf{XR}_{pq} = \tilde{X}_k^C[((q - p))_{2N}]; \quad (3.18)$$

$$\mathbf{XL}_{pq} = \tilde{X}_k^C[((q + p - 2))_{2N}], \quad (3.19)$$

где p и q обозначают соответственно номера строк и столбцов — натуральные числа, изменяющиеся в диапазоне от 1 до $2N$, а запись $((\cdot))_{2N}$ обозначает операцию деления по модулю, результатом которой является неотрицательное число,

не превосходящее делитель.

Фактически первая строка матрицы $\mathbf{XR}(k)$ совпадает с вектор-строкой спектра, составленной из отсчётов спектра (3.17), так, что $q = m + 1$. А каждая следующая строка формируются путем циклического сдвига текущей на один отсчёт вправо, как показано на рис. 3.4. Аналогично формируется матрица $\mathbf{XL}(k)$, но её строки формируются последовательным циклическим сдвигом строки на один отсчёт влево. Нетрудно убедиться, что матрицы $\mathbf{XR}(k)$ и $\mathbf{XL}(k)$ и представляют собой матрицы специальной структуры — циркулянтную и антициркулянтную [42] соответственно.

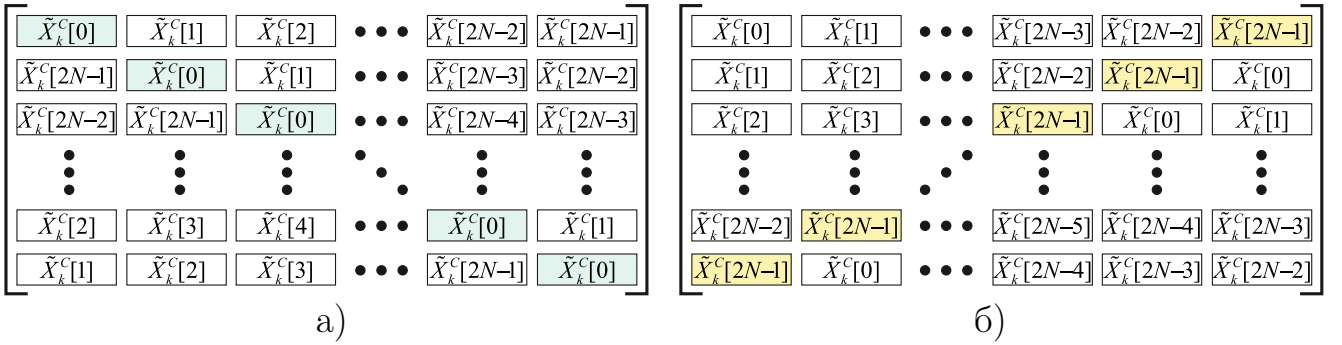


Рисунок 3.4 — Формирование матриц: а) циркулянтной матрицы $\mathbf{XR}(k)$, б) антициркулянтной матрицы $\mathbf{XL}(k)$

С использованием матриц $\mathbf{XR}(k)$ и $\mathbf{XL}(k)$ производится вычисление усредненной матрицы \mathbf{SM} :

$$\mathbf{SM} = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \mathbf{XL}(k) \circ \mathbf{XR}^*(k), \quad (3.20)$$

где знаком \circ обозначена операция поэлементного умножения матриц (произведения по Адамару), а знаком $*$ — операция комплексного сопряжения.

Вычисленные элементы матрицы \mathbf{SM} представляют собой отсчёты ЦСПМ, соответствующие точкам выбранной равномерной сетки на двухчастотной плоскости с введенными ранее шагами δf и $\delta \alpha$:

$$\hat{S}\left(\frac{mF_s}{2N}, \frac{lF_s}{2N}\right) = \hat{S}[m, l] = SM_{l+1, m+1}. \quad (3.21)$$

Таким образом, оценка ЦСПМ будет вычислена в прямоугольнике, соответствующем диапазону физических частот: $(f, \alpha) \in [0, F_s) \times [0, 2F_s)$. Данная область выделена на рис. 3.1 красным пунктирным прямоугольником, и в

её центре будет находиться «ромб», соответствующий индексной паре $(p, q) = (1, 0)$. Используя свойство периодического повторения (3.4), для нахождения «ромба», соответствующего носителю $(p, q) = (0, 0)$, будет достаточно выполнить перенос начала координат сетки (m, l) в точку с координатами (N, N) , что соответствует переносу, или трансляции, вычисленного фрагмента в прямоугольник $(f, \alpha) \in [-F_s/2, F_s/2) \times [-F_s, F_s)$, в центре которого будет находиться начало координат двухчастотной плоскости.

Для формирования на основе выделенной центральной прямоугольной области «ромба», достаточно наложить на сформированную матрицу \mathbf{SM} маску:

$$\mathbf{SM}_\diamond = \mathbf{SM} \circ \mathbf{J}, \quad (3.22)$$

где \mathbf{SM}_\diamond — искомая матрица с «ромбом» в центре, а \mathbf{J} — матрица размера $2N \times 2N$, в которой единицы составляют только половину всех элементов:

$$J_{l,m} = \begin{cases} 1, & |l - N - 1| + |m - N - 1/2| < N; \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (3.23)$$

Следует заметить, что при реализации алгоритма в цифровой ЭВМ, вместо нулевых элементов целесообразно разместить элементы, принимающие значение NaN (not-a-number), если система прикладной математики или язык программирования позволяют практическое использование такого значения для выбранного типа данных.

Для определения взаимной циклической спектральной плотности мощности (ВЦСПМ) пары сигналов $x(t)$ и $y(t)$ второй множитель в выражении (3.1) заменяется на множитель, соответствующий сигналу $y(t)$, тогда выражение принимает вид:

$$\hat{S}_{xy}(f, \alpha) = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} X_T\left(t_k, f + \frac{\alpha}{2}\right) Y_T^*\left(t_k, f - \frac{\alpha}{2}\right), \quad (3.24)$$

где $Y_T(t_k, f)$ — текущий спектр сигнала $y(t)$.

Оценка ВЦСПМ при помощи алгоритма $2N$ -БПФ, с учетом выражения (3.24), может быть получена путем замены в матрицы $\mathbf{XL}(k)$ на матрицу

$\mathbf{YL}(k)$, определенную следующим образом:

$$YL_{pq}(k) = \tilde{Y}_k^C [((q + p - 2))_{2N}], \quad (3.25)$$

где спектр $\tilde{Y}_k^C[m]$ вычисляется согласно выражениям (3.16) и (3.17) для сигнала $y[n]$, являющегося результатом дискретизации сигнала $y(t)$.

3.2.2 Примеры

Амплитудная модуляция

Для демонстрации работы предложенного алгоритма можно рассмотреть в качестве примера амплитудно-модулированный радиосигнал $x(t)$, в котором в качестве информационного сигнала используется узкополосный стационарный в широком смысле случайный гауссовский процесс:

$$rx(t) = [s(t) \star h(t)] \cos(2\pi F_0 t + \phi_0), \quad (3.26)$$

где $s(t)$ — информационный сигнал, $h(t)$ — импульсная характеристика фильтра нижних частот (ФНЧ) с граничной частотой F_{\max} , F_0 — частота несущего колебания, ϕ_0 — начальная фаза несущего колебания, знак « \star » обозначает здесь операцию линейной свертки. В данном примере была выбрана частота несущего колебания $F_0 = 3$ МГц, граничная частота фильтра $F_{\max} = 1$ МГц, начальная фаза несущего колебания равна нулю, период дискретизации $T_s = 44$ нс, длительность выборки $N = 8192$ отсчета.

Поскольку ЦСПМ является комплекснозначной функцией двух переменных, для её наглядного графического представления сложилась практика [13] выполнять построение её модуля посредством трехмерной поверхности над двухчастотной плоскостью «частота–циклическая частота». На плоских графиках третье измерение может быть показано цветом с целью исключения проблемы выбора лучшего ракурса обзора трехмерной фигуры. Для выявления характерных циклических частот непосредственно на основе оценки ЦСПМ автором диссертационной работы предложено использовать критерий совокупной мощности [43]. Совокупная мощность сечения является интегральной характеристикой на некоторой циклической частоте и определяется в соответствии с

выражением:

$$\tilde{P}(\alpha) = \sum_m \left| \hat{S}_x \left(\frac{mF_s}{2N}, \frac{lF_s}{N} \right) \right|, \quad (3.27)$$

где суммирование по m производится в пределах области носителя ЦСПМ, ограниченной в соответствии с (3.10). Модуль оценки ЦСПМ радиосигнала $x(t)$ и соответствующая ему интегральная характеристика представлены на рис. 3.5.

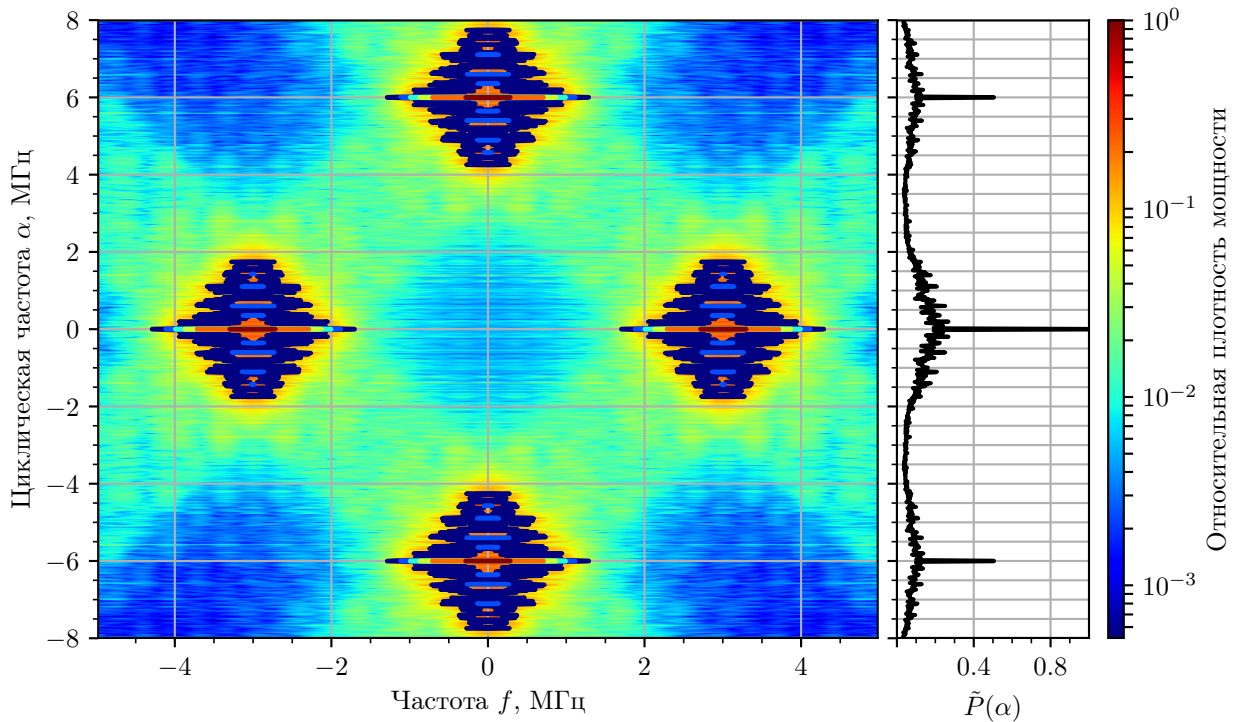


Рисунок 3.5 — Оценка ЦСПМ амплитудно-модулированного сигнала

Модули сечений ЦСПМ на характерных циклических частотах: нулевой и удвоенной несущей — представлены на рис. 3.6.

Амплитудно-импульсная модуляция

В качестве второго примера сигнала, обладающего выраженными цикло-стационарными свойствами, будет рассмотрена АИМ-последовательность $y(t)$, состоящая из прямоугольных импульсов длительностью τ :

$$y(t) = \sum_{n=0}^{M-1} C_n \text{rect} \left(\frac{t - nT}{\tau} \right), \quad (3.28)$$

где T — период повторения импульсов длительностью, M — количество импульсов, $\{C_n\}$ — передаваемая случайная кодовая последовательность, моделируемая в примере как последовательность независимых случайных величин,

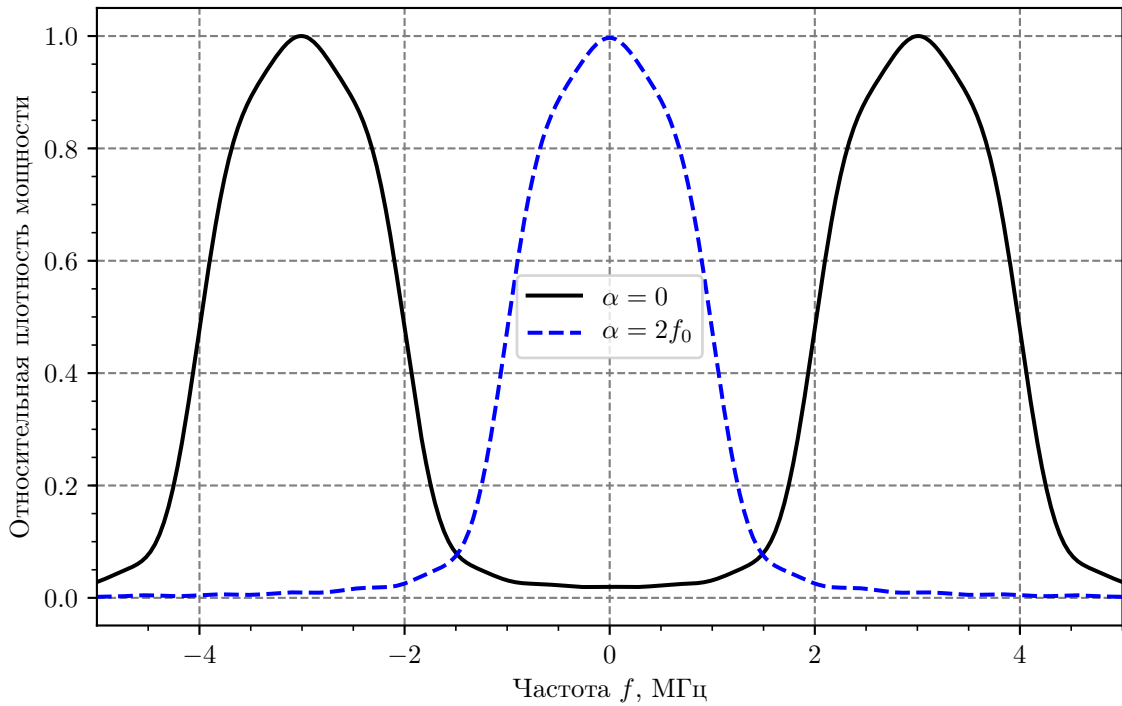


Рисунок 3.6 — Сечения ЦСПМ АМ-сигнала на характерных циклических частотах: $\alpha = 0$ и $\alpha = 2F_0$

принимающих равновероятно значения из множества $\{-1; 1\}$. Функция одного импульса $\text{rect}(v)$ задаётся формально выражением:

$$\text{rect}(v) = \begin{cases} 1, & |v| < 0.5; \\ 0,5, & |v| = 0.5; \\ 0, & |v| > 0.5. \end{cases} \quad (3.29)$$

Для численного моделирования длительность импульса была выбрана равной периоду повторения: $\tau = T = 0,48$ мкс, период дискретизации $T_s = 44$ нс, длительность выборки $N = 8192$ отсчета.

На рис. 3.7 представлены модуль оценки ЦСПМ, полученной по сформированной выборке сигнала $y(t)$, и интегральная характеристика, а на рис. 3.8 изображены модули сечений оцененной ЦСПМ на характерных для сигнала циклических частотах: нулевой и кратных частоте повторения импульсов $\frac{1}{T}$.

3.2.3 Оценка вычислительных ресурсов

Основными параметрами, от которых зависит объём вычислительных ресурсов, необходимых для реализации предложенного алгоритма, являются пол-

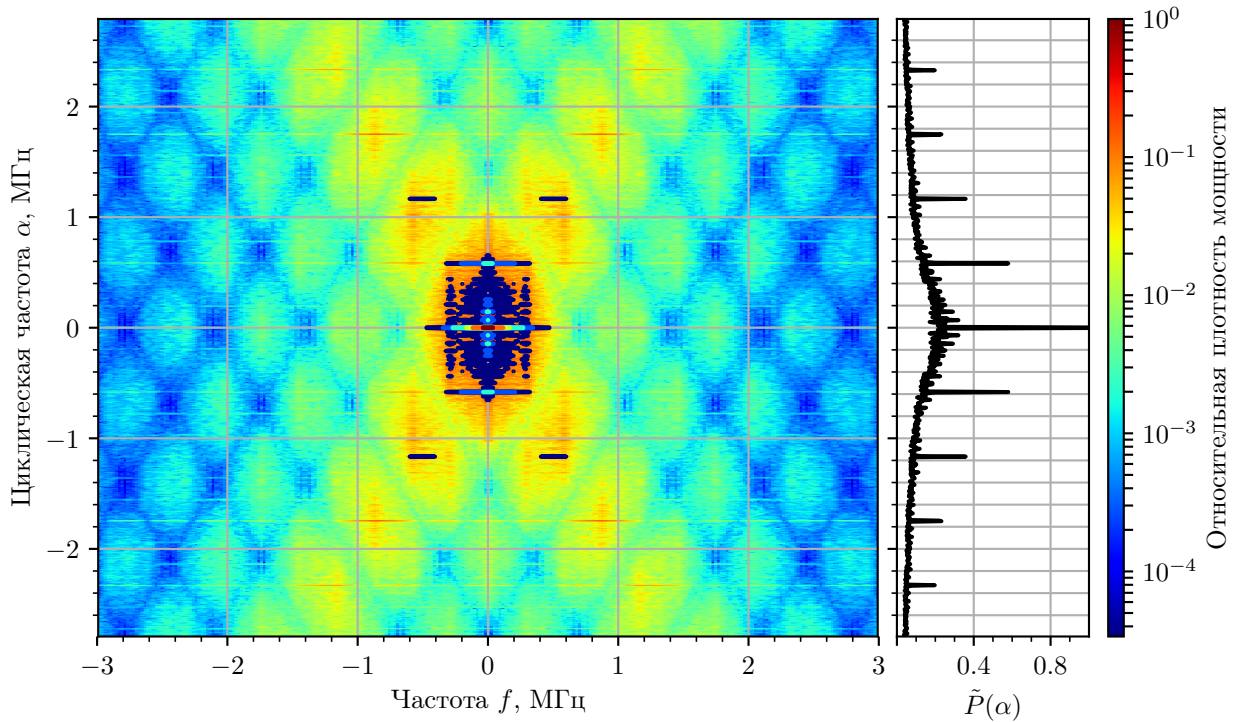


Рисунок 3.7 — Оценка ЦСПМ сигнала с амплитудно-импульсной модуляцией

ная длительность обрабатываемой реализации цифрового сигнала N и количество фрагментов K , которые формируются из её отсчётов. Количество фрагментов может быть оценено при выбранной длительности фрагмента W и коэффициенте перекрытия соседних фрагментов κ по формуле:

$$K = \left\lfloor \frac{N - W}{W(1 - \kappa)} \right\rfloor + 1, \quad (3.30)$$

где $\lfloor \cdot \rfloor$ обозначает операцию взятию целой части; также предполагается, что $W \leq N$.

Здесь необходимо заметить, что выбранный в методе временного усреднения способ формирования фрагментов может уменьшить фактическое используемое количество отсчётов до N_E по причине того, что заключительные отсчёты реализации $x[n]$ могут не заполнить фрагмент полностью. В такой ситуации имеет смысл перейти к усеченной последовательности отсчётов и применить алгоритм оценки ЦСПМ к ней. Если такое сокращение будет иметь место, то оно будет выполнено на число отсчётов меньше, чем шаг перемещения окна наблюдения $R \leq W$, и при достаточно большом K ($K > 30$) не ухудшит статистических характеристик получаемых оценок ЦСПМ.

Для каждого фрагмента сигнала $x_k[n]$ после его расширения до после-

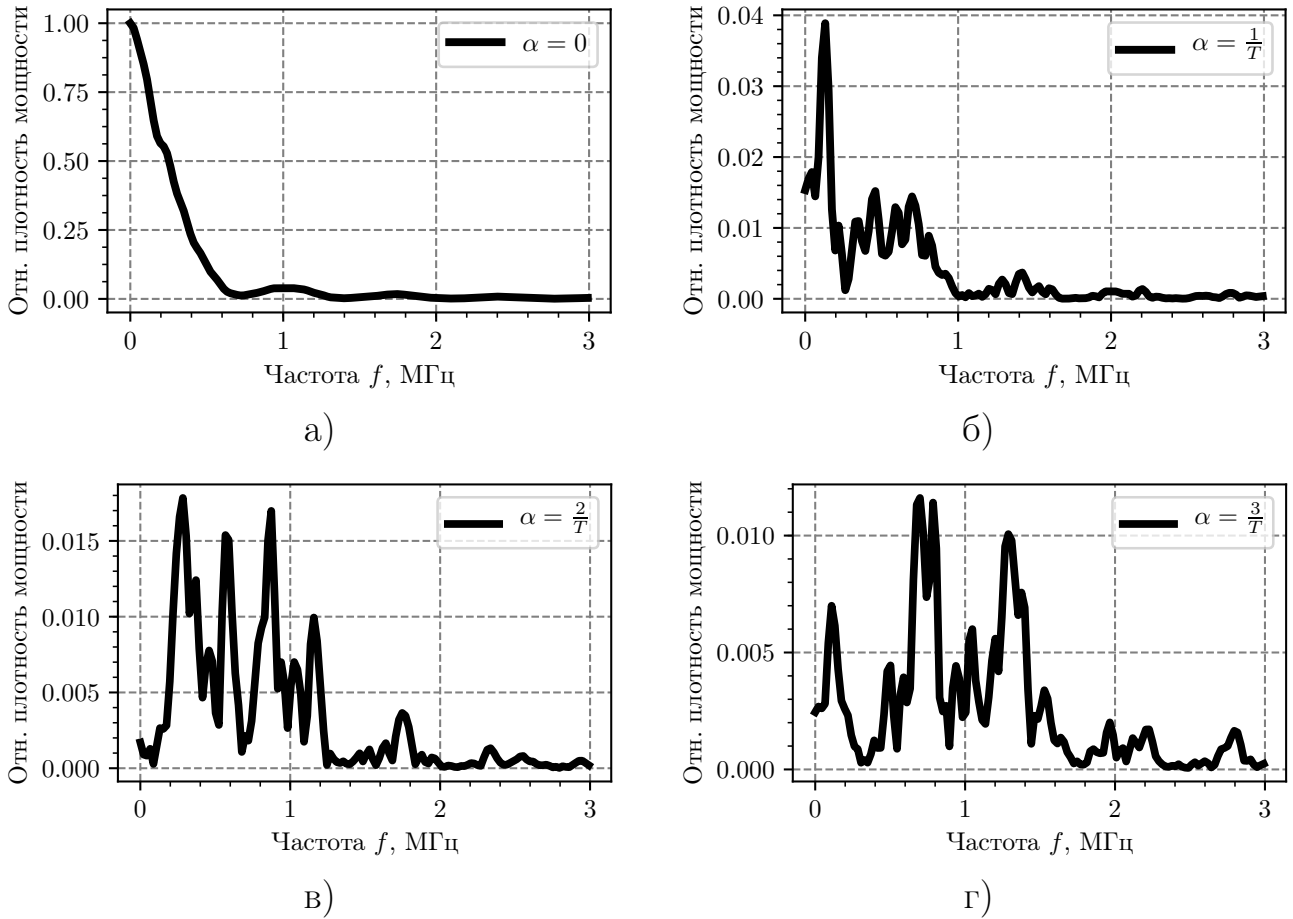


Рисунок 3.8 — Сечения ЦСПМ АИМ-сигнала на характерных циклических частотах: а) $\alpha = 0$, б) $\alpha = 1/T$, в) $\alpha = 2/T$, г) $\alpha = 3/T$

довательности из $2N$ отсчётов потребуется выполнить одну операцию БПФ, в которой число выполняемых операций (умножений и сложений действительных чисел) пропорционально $C_A \times 2N \log_2(2N)$, где C_A определяется деталями реализации алгоритма [44], но обычно принимается равным 4. Также при Адамаровом умножении матриц $\mathbf{XR}(k)$ и $\mathbf{XL}(k)$ потребуется выполнить $(2N)^2$ комплексных умножений, каждое из которых потребует 4 операции умножения и 2 операции сложения действительных чисел.

При формировании матрицы \mathbf{SM} потребуется $(K - 1) \times (2N)^2$ комплексных сложений (2 операции действительного сложения каждая). Также на заключительном этапе следует общая нормировка \mathbf{SM} (учет коэффициентов во всех промежуточных выражениях), для которой потребуется выполнить $(2N)^2$ делений комплексных чисел на действительные (эквивалентно 2 операциям действительного умножения).

Общее количество операций действительного умножения C_{mult} и операций действительного сложения C_{add} могут быть приблизительно оценены по

формулам:

$$C_{\text{mult}} = 8N^2 \left(2K + 1 + \frac{K}{N} (1 + \log_2(N)) \right), \quad (3.31)$$

$$C_{\text{add}} = 8N^2 \left(2K - 1 + \frac{K}{N} (1 + \log_2(N)) \right), \quad (3.32)$$

Предложенный алгоритм формирует полную оценку ЦСПМ цифрового сигнала одновременно во всех точках сетки, покрывающих область его носителя на двухчастотной плоскости; поэтому алгоритм оказывается требователен к объёму оперативной памяти и эффективности операций над данными (отсчётами сигналов и комплексных спектров), размещаемыми в ней.

Для хранения результирующей матрицы **SM** необходимо использовать $2(2N)^2$ ячеек. Так, при обработке сигнала длиной $8192 (= 2^{13})$ отсчётов, записанного в формате с плавающей запятой одинарной точности (4 байта на одно действительное значение), для хранения только одной матрицы **SM**, накапливающей оценки комплексной двумерной спектральной характеристики, потребуется 2 ГБ памяти.

Кроме матрицы **SM**, на каждом шаге k потребуется сформировать две матрицы **XR**(k) и **XL**(k), для хранения каждой из которых нужно выделить такой же массив памяти, как и для **SM**. Практически этого можно не делать, если добавлять к матрице **SM** слагаемое k -го шага построчно. В этом случае будет достаточно хранить две содержащие отсчёты спектра $\tilde{X}_k^C[m]$ вектор-строки матриц **XL**(k) и **XR**(k), сдвигаемые циклически соответственно влево и вправо для формирования поэлементных произведений строк. Непосредственное формирование матриц **XL**(k) и **XR**(k) путем циклического сдвига или динамическое формирование отдельных строк — оба способа потребуют повторения для каждой из матриц $2N$ циклических сдвигов для каждого из K фрагментов. Эффективная реализация серии циклических сдвиговых операций в памяти является отдельной алгоритмической задачей, не являющейся предметом исследования настоящей работы, однако автор должен заметить, что способ решения будет зависеть от выбранной вычислительной платформы.

3.3 Блочный алгоритм вычисления усреднённых циклических периодограмм

На практике выполнение требования (3.11), исключающего пропуски по циклической частоте, при больших значениях N сопряжено с определенными трудностями. Во-первых, увеличение количества отсчетов N ведет к увеличению размерности результирующей матрицы \mathbf{SM} и всех промежуточных матриц, формирование которых необходимо для вычисления матрицы \mathbf{SM} . Увеличение размеров матриц в свою очередь приводит к значительному возрастанию требуемой вычислительной мощности, и, в еще большей степени, объема затрачиваемой оперативной памяти. Во-вторых, получение матрицы \mathbf{SM} большого размера делает невозможным её практическое представление в виде двумерного изображения для визуального анализа.

Для одновременного снижения объема требуемых вычислительных ресурсов и получения матрицы, графическое представление которой пригодно для визуального анализа, автором разработан блочный алгоритм вычисления усреднённых циклических периодограмм (БАУЦП). Алгоритм построен в результате проведения модификации основного метода оценки ЦС характеристик во временной области [14], обеспечивающей сохранение одинакового размера элементов разрешения на всей области оценки характеристики. Предлагаемый алгоритм может быть использован как для полного анализа частотных корреляционных характеристик, так и для проведения более подробного (с меньшим шагом) анализа характеристик в выбранной полосе циклической частоты. Последнее позволяет существенно сократить время полной оценки за счёт двухэтапного алгоритма поиска характерных циклических частот сигнала. На первом этапе проводится грубая оценка с шагом, допускающим визуальный анализ результирующей матрицы. На втором этапе проводится точное определение каждой из характерных циклических частот сигнала за счёт поиска с малым шагом в окрестности значения циклической частоты, полученной на этапе грубой оценки.

3.3.1 Теоретическое описание

Блочный алгоритм вычисления усреднённых циклических периодограмм определяет функцию $\tilde{S}_x(f, \alpha)$, представляющую собой интегральную характе-

ристку, получаемую модификацией выражения (3.1):

$$\tilde{S}_x(f, \alpha) = \frac{1}{H} \sum_{h=-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \left| \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} X_T \left(t_k, f + \frac{\alpha + h\delta\alpha}{2} \right) X_T^* \left(t_k, f - \frac{\alpha + h\delta\alpha}{2} \right) \right|, \quad (3.33)$$

где H — количество дополнительных точек в окрестности заданной циклической частоты, по которым производится усреднение, $\delta\alpha$ — шаг по оси циклической частоты, а $X_T(t_k, \alpha + h\delta\alpha)$ — текущие спектры, вычисляемые на основе фрагментов сигналов, наблюдаемых на каждом из подынтервалов согласно выражению (3.2). Таким образом, значение предложенной интегральной характеристики $\tilde{S}_x(f, \alpha)$ при некоторой заданной циклической частоте представляет собой сумму модулей значений ЦСПМ сигнала в окрестности выбранного значения циклической частоты. С целью исключения пропуска по α шаг сетки по циклической частоте $\delta\alpha$ выбирается, по аналогии с методом $2N$ -БФП, равным ширине элемента разрешения $\Delta\alpha$. При значении параметра $H = 0$ выражение (3.33) упрощается до выражения (3.1), фактически соответствуя определению ЦСПМ [12].

При переходе к W отсчётам ($T_x = WT_s$) цифрового сигнала $x[n] = x(nT_s)$, следующих равномерно с интервалом равным периоду дискретизации T_s , практический смысл имеет использование для вычисления (3.2) дискретного преобразования Фурье (ДПФ), реализуемого на практике посредством вычислительно эффективных алгоритмов быстрого преобразования Фурье (БПФ). В этом случае длина подынтервала T выбирается кратной периоду дискретизации: $T = NT_s$; при таком выборе оказывается возможным непосредственное вычисление отсчётов спектра только на частотах кратных $1/T$. В силу того, что протяженности элемента разрешения оценки ЦССПМ по локальной частоте Δf и по циклической частоте $\Delta\alpha$ значительно различаются, как отмечено в выражении (3.8), без проведения дополнительной обработки оказывается невозможным плотно покрыть вдоль измерения «циклическая частота α » элементами разрешения, значения ЦССПМ в центрах которых вычисляются непосредственно на основе отсчётов спектра в k -ой спектрограмме, определяемой с использованием БПФ:

$$X_T(t_k, f_m) = X_k[m] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{q=kR}^{kR+N-1} x[n] \exp \left(-j \frac{2\pi}{N} mn \right), \quad (3.34)$$

где f_m — частота m -ой гармоники $f_m = m/T$.

Для решения задачи по определению отсчётов спектрограммы X_T на частотах $f + (\alpha + h\delta\alpha)/2$ не кратных $1/T$ предлагается использовать предварительное (перед выполнением БПФ) преобразование сигнала $x[n]$, состоящее в смещении его спектра на требуемую величину $(\alpha + h\delta\alpha)/2$, не находящуюся, в общем случае, в кратном соотношении с $1/T$. Такое преобразование удобно выполнить над сигналом $x[n]$ во временной области путем получения двух цифровых сигналов:

$$\begin{aligned} u[n] &= x[n] \exp(-j\pi(\alpha + h + \delta\alpha)nT_s); \\ v[n] &= x[n] \exp(+j\pi(\alpha + h + \delta\alpha)nT_s). \end{aligned} \quad (3.35)$$

Спектры этих сигналов, $U[m]$ и $V[m]$ соответственно, будут представлять собой смещенные на заданную величину $\alpha + h\delta\alpha$ версии спектра $X[m]$:

$$\begin{aligned} U[f, \alpha, h] &= X\left[f + \frac{\alpha + h\delta\alpha}{2}\right]; \\ V[f, \alpha, h] &= X\left[f - \frac{\alpha + h\delta\alpha}{2}\right]. \end{aligned} \quad (3.36)$$

$$\tilde{S}_x(f, \alpha) = \tilde{S}_x\left(\frac{m}{T}, \alpha\right) = \tilde{S}_x[m, b] = \frac{1}{H} \sum_{m=-\frac{H}{2}}^{\frac{H}{2}} \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K U_T[k, m, b, h] V_T^*[k, m, b, h] \quad (3.37)$$

где α также изменяется с дискретным шагом перестройки $2F_s/N_\alpha$ и может быть выражена с использованием целого индекса b при переходе к дискретной версии оценки: $\alpha = 2F_s b/N_\alpha$.

При реализации цифровой обработки сигналов предложенный блочный алгоритм вычисления усреднённых циклических периодограмм представляет ЦСПМ в виде агрегированной (aggregated) матрицы согласно выражению (3.37). При этом оказывается возможным рассмотрение частотного поддиапазона эффективной ширины ΔF_α с некоторой центральной частотой f_c . Так, рассмотрение всей области носителя циклической характеристики советуется параметрам $f_c = 0$ и $\Delta F_\alpha = 2F_s$. При заданном количестве отсчетов N , определяемом на практике параметрами эксперимента, размерность такой матрицы задается параметрами W и N_α . При этом параметр H выбирается таким, чтобы обеспечить учет в выражении (3.33) значения ЦСПМ в центрах всех эле-

ментов разрешения по циклической частоте:

$$H = \frac{\Delta F_\alpha}{N_\alpha \delta \alpha}, \quad (3.38)$$

где параметр ΔF_α в свою очередь корректируется так, чтобы обеспечить целое значение H . Таким образом, низкая размерность результирующей матрицы при больших значениях N достигается за счет увеличения параметра усреднения H .

Определение взаимных циклических характеристик в предложенном блочном алгоритме выполнено с учетом выражения (3.24). Так, выражение (3.35) для сигнала $v[n]$ и выражение (3.36) для спектра $V[m]$ в случае ВЦСПМ принимают вид:

$$v[n] = y[n] \exp(+j\pi(\alpha + h\delta\alpha)nT_s). \quad (3.39)$$

и соответственно:

$$V[f, \alpha, h] = Y \left[f - \frac{\alpha + h\delta\alpha}{2} \right]. \quad (3.40)$$

Выражение (3.35) для сигнала $u[n]$ и выражение (3.36) для спектра $U[m]$ в случае ВЦСПМ остаются неизменными. Выражение (3.37), непосредственно используемое для вычисления характеристики, не изменяется, однако при проведении описанной выше замены, будет соответствовать оценке ВЦСПМ.

3.3.2 Пример

Рассмотрим в качестве примера для блочного алгоритма вычисления усреднённых циклических периодограмм сигнал $s(t)$, соответствующий следующей модели:

$$s(t) = \sum_{i=1}^I s_i(t), \quad (3.41)$$

в которой слагаемые $s_i(t)$ определены следующим образом:

$$s_i(t) = a_i w_i(t) \star h_i(t) \cos(2\pi f_i t + \phi_i), \quad (3.42)$$

где a_i — амплитуда i -ого сигнала, w_i — независимый случайный гауссовский процесс, h_i — импульсная характеристика идеального ФНЧ с граничной частотой $F_{\max,i}$, f_i — несущая частота, ϕ_i — начальная фаза. В рассматриваемом примере количество сигналов $I = 2$, параметры сигналов приведены в таблице 3.1.

Таблица 3.1 — Параметры тестовых сигналов

	a_i , мВ	$F_{\max,i}$, МГц	f_i , МГц	ϕ_i , рад
$s_1(t)$	1,0	1,4	3,5	0
$s_2(t)$	1,0	1,0	5	$\pi/2$

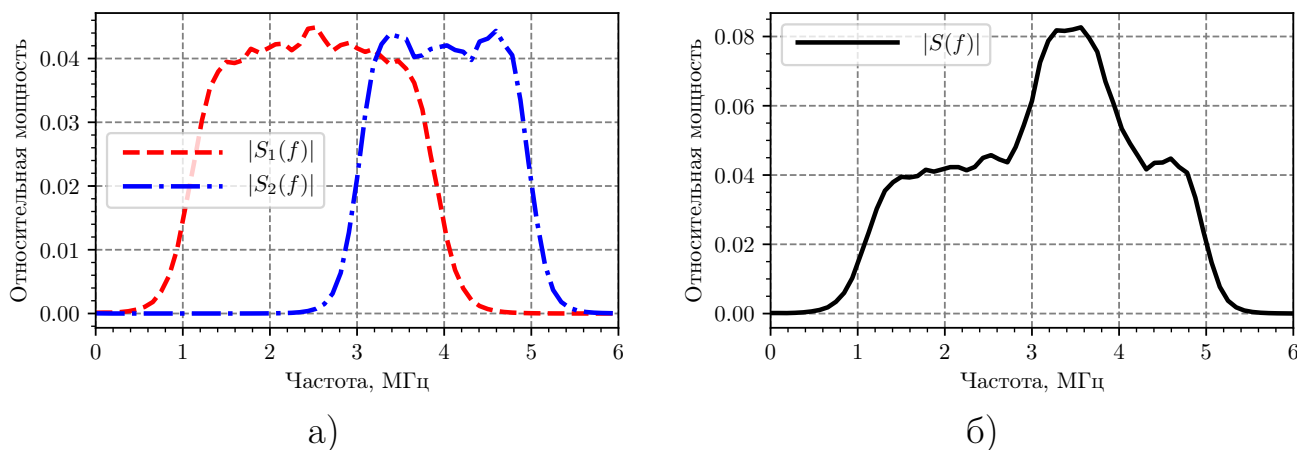


Рисунок 3.9 — Периодограммы Уэлча: а) компонентов $s_1(t)$ и $s_2(t)$ отдельно, б) смеси сигналов $s(t)$

На рис. 3.9 (а, б) приведены периодограммы Уэлча для сигналов $s_1(t)$ и $s_2(t)$ отдельно и для сигнала $s(t)$ соответственно. Следует отметить, что такие параметры, как полоса, занимаемая компонентами сигнала $s(t)$ в частотной области, и несущие частоты компонент подобраны так, чтобы обеспечить значительное перекрытие. Период дискретизации $T_s = 0.062$ мкс, что соответствует частоте дискретизации $F_s = 15.971$ МГц.

Оценим собственные циклические характеристики сигнала $s(t)$ при помощи предложенного блочного алгоритма вычисления усреднённых циклических периодограмм. На рис. 3.10 полностью показана область носителя ЦСПМ, что соответствует параметрам алгоритма $f_c = 0$ и $\Delta F_\alpha = 2F_s$, количество поддиапазонов по циклической частоте $N_\alpha = 1024$. На рисунке явно наблюдается область, представляющая особый интерес при $\alpha \neq 0$. Более подробно эта область отображена на рис. 3.11, что соответствует параметрам алгоритма $f_c = 8.5$ МГц и $\Delta F_\alpha = 6$ МГц, $N_\alpha = 1024$.

Анализ модуля ЦСПМ на рис. 3.11 выявляет две характерные циклические частоты, соответствующие пикам интегральной характеристики $\tilde{P}(\alpha)$: $\hat{\alpha}_1 = 7$ МГц и $\hat{\alpha}_2 = 10$ МГц. Из теоретического описания циклостационарных сигналов с амплитудной модуляцией (WARNING тут ссылка на соответствующий раздел в диссертации) известно, что данные характерные частоты

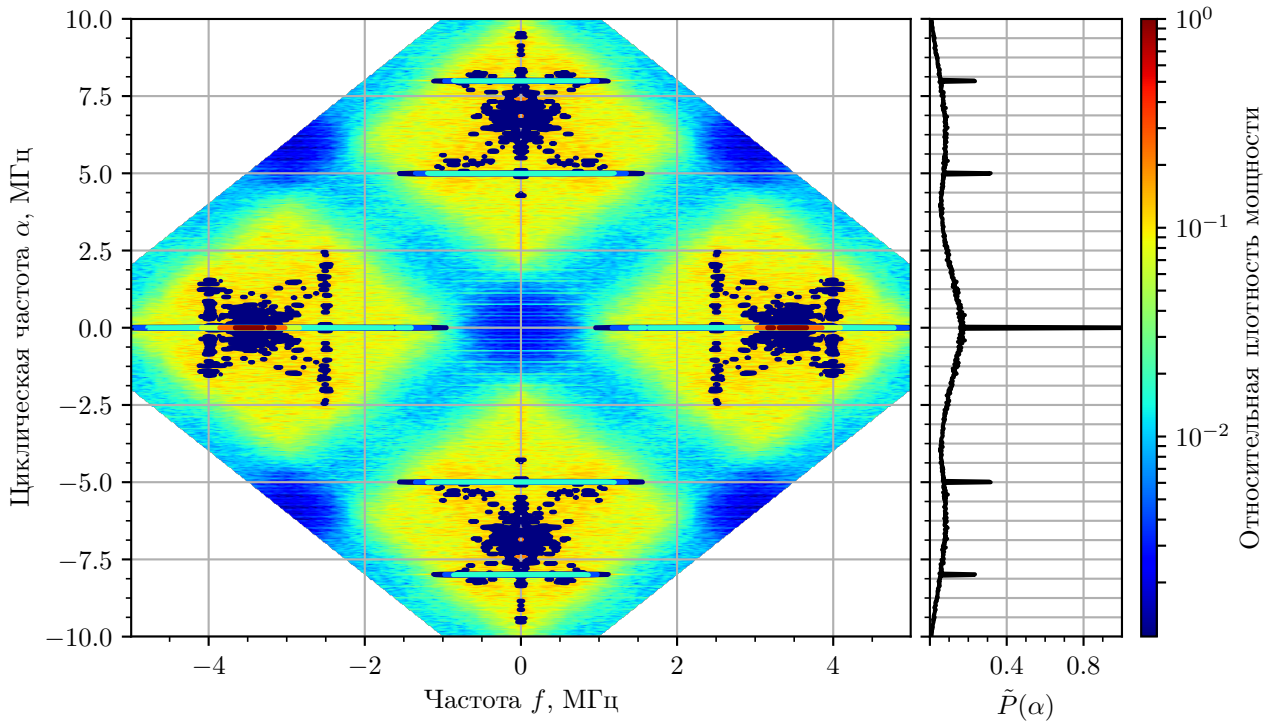


Рисунок 3.10 — Модуль ЦСПМ сигнала $s(t)$

представляют собой удвоенные несущие частоты. Данный вывод соответствует исходным положениям: $\hat{\alpha}_1 = 2f_1 = 7$ МГц и $\hat{\alpha}_2 = 2f_2 = 10$ МГц.

Сечения ЦСПМ на данных характерных циклических частотах показаны на рис. 3.12. Следует отметить, что форма сечений соответствует периодограммам Уэлча, полученным отдельно для каждой из компонент и показанным на рис. 3.9 (а). Таким образом, анализ циклических характеристик с использованием предложенного алгоритма позволил определить количество сигналов в смеси, значения соответствующих им несущих частот, получить отдельно периодограммы процессов, а также сделать вывод о статистической независимости процессов, поскольку отсутствуют компоненты на комбинационных частотах.

3.4 Обнаружение и оценка по методу максимального правдоподобия

Рассмотрим задачу обнаружения (*detection*) и оценки параметров (*parameter estimation*) сигнала в двухканальном приемнике [45]. Сигналы, принимаемые с каналов приемника, обозначим соответственно $x(t)$ и $y(t)$. Сигнал, обнаружение и оценка параметров которого выполняется, обозначим как $s(t)$. Рассмотрим две гипотезы, H_0 : сигнал отсутствует, H_1 : сигнал присутствует,

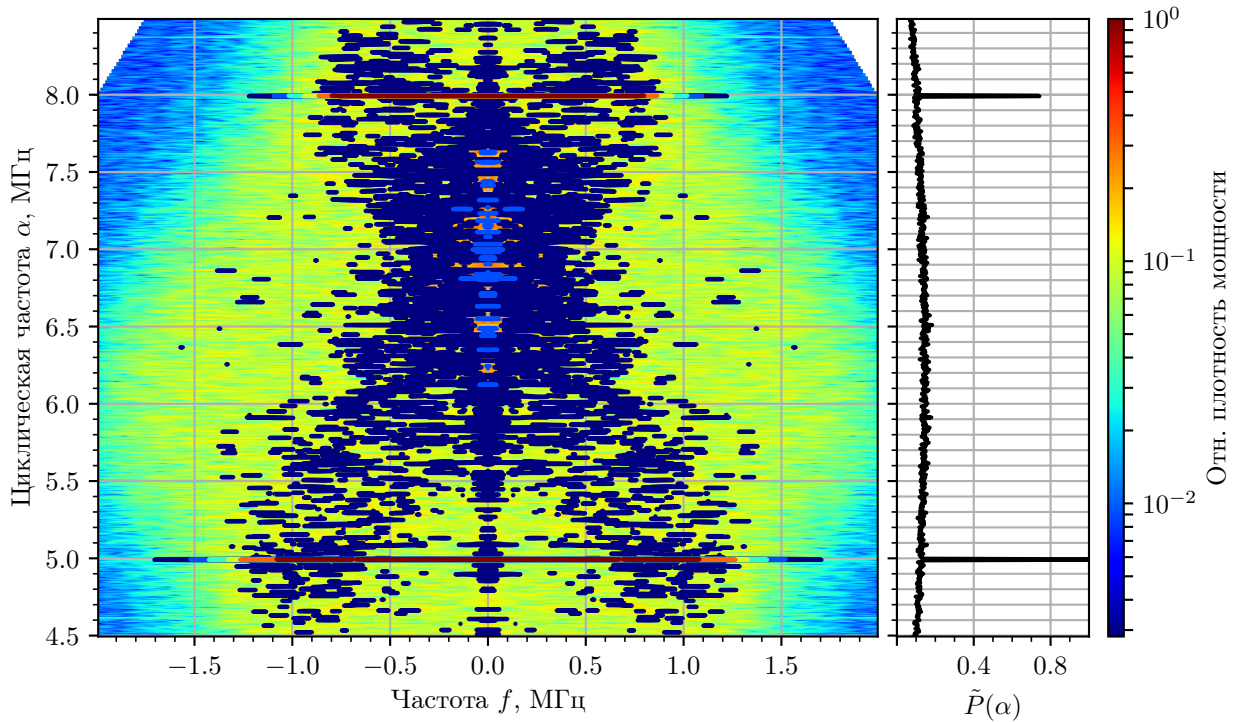


Рисунок 3.11 — Модуль участка ЦСПМ сигнала $s(t)$ в окрестности характерных циклических частот

определенные следующим образом:

$$\begin{aligned} H_0 : x(t) &= w_x(t), \\ y(t) &= w_y(t), \end{aligned} \quad (3.43)$$

$$\begin{aligned} H_1 : x(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} A_\theta(t, t') s(t') dt' + w_x(t), \\ y(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} B_\theta(t, t') s(t') dt' + w_y(t), \end{aligned} \quad (3.44)$$

где $w_x(t)$ и $w_y(t)$ — аддитивный шум, $A_\theta(t, t')$ и $B_\theta(t, t')$ — операторы преобразования сигнала в каналах, зависящие от множества M параметров:

$$\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M\}. \quad (3.45)$$

В зависимости от природы параметров θ различают три случая:

– параметры θ полагаются известными параметрами;

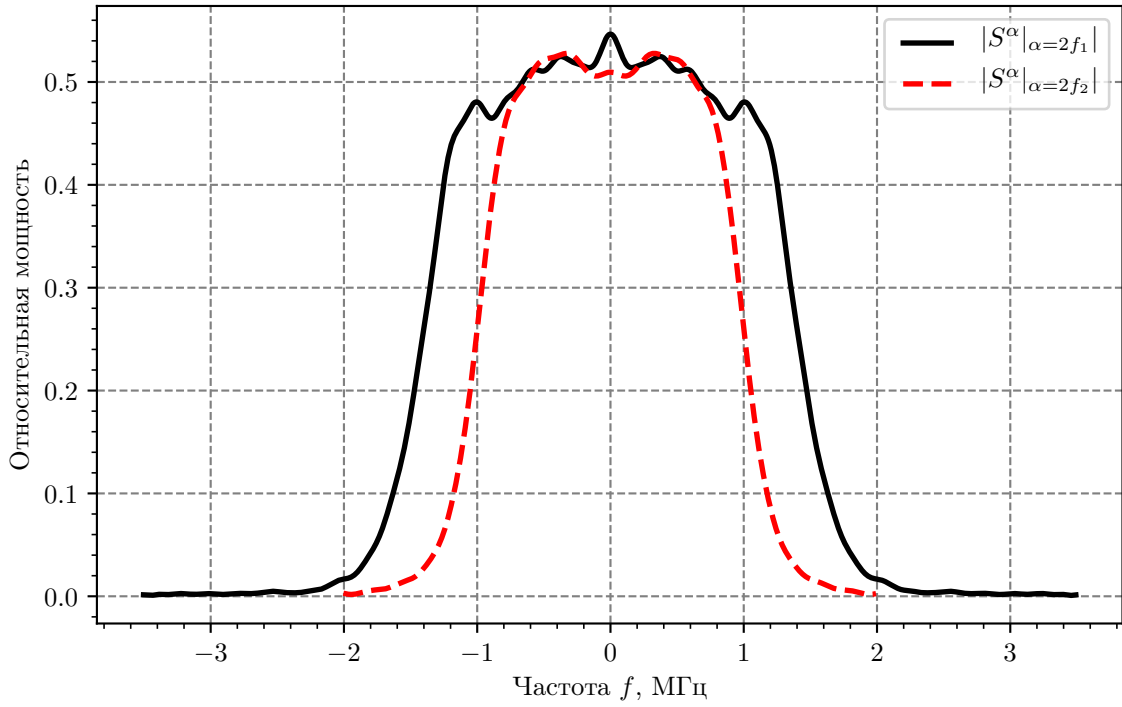


Рисунок 3.12 — Модули сечений ЦСПМ сигнала $s(t)$ на характерных циклических частотах $\hat{\alpha}_1$ и $\hat{\alpha}_2$

- параметры θ полагаются неизвестными детерминированными параметрами, значение которых необходимо оценить;
- параметры θ полагаются случайными величинами.

Примерами преобразований сигнала в канале могут являться относительная задержка одного из сигналов на величину τ , либо доплеровское изменение частоты на величину ω , в этом случае операторы $A_\theta(t, t')$ и $B_\theta(t, t')$ принимают вид:

$$A_\theta(t, t') = \delta(t - t'), \quad (3.46)$$

$$B_\theta(t, t') = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \cos[\omega'(t - t' - \tau) + \omega t'] d\omega', \quad (3.47)$$

где $\theta_1 = \tau$ и $\theta_2 = \omega$.

Для векторов-столбцов \mathbf{x} и \mathbf{y} размерностями $N \times 1$, составленных из конечного набора отсчетов сигналов $x(t)$ и $y(t)$:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= [x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_N)]^T, \\ \mathbf{y} &= [y(t_1), y(t_2), \dots, y(t_N)]^T, \end{aligned} \quad (3.48)$$

где N — количество отсчетов, дискретные версии выражений (3.43) и (3.44) принимают соответственно вид (3.49) и (3.50):

$$\begin{aligned} H_0 : x_n &= w_x(t_n), \\ y_n &= w_y(t_n), \end{aligned} \tag{3.49}$$

$$\begin{aligned} H_1 : x_n &= \sum_{m=1}^N A_{nm} s_m + w_x(t_n), \\ y_n &= \sum_{m=1}^N B_{nm} s_m + w_y(t_n), \end{aligned} \tag{3.50}$$

где $s_n = s(t_n)$, $x_n = x(t_n)$, $y_n = y(t_n)$ и A_{nm} и B_{nm} — операторы дискретного времени, выполняющие преобразования над дискретными сигналами, эквивалентные преобразованиям, выполняемым операторами в выражении (3.44).

С целью проверки определенных таким образом статистических гипотез и решения задач обнаружения и оценки параметров сигналов формируется тестовая статистика (*test statistics*). Значение тестовой статистики T вычисляется на основе наблюдаемых сигналов и сравнивается с пороговой величиной. В случае превышения порога принимается решение о присутствии сигнала, иначе принимается решение об отсутствии сигнала. В случае наличия неизвестных параметров, в первую очередь выполняется оценка их значений, а затем выполняется сравнение с порогом.

Статистическая теория обнаружения определяет общие выражения для вычисления тестовой статистики. В качестве тестовой статистики используется функция правдоподобия (*likelihood test statistics*). Функция правдоподобия T — это любая монотонная (как правило, логарифмическая) функция отношения правдоподобия, определенного следующим образом:

$$\Lambda(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \theta) \triangleq \frac{P(\mathbf{x}, \mathbf{y} | H_1, \theta)}{P(\mathbf{x}, \mathbf{y} | H_0, \theta)} \tag{3.51}$$

где $P(\mathbf{x}, \mathbf{y} | H_1, \theta)$ — условная вероятность события (\mathbf{x}, \mathbf{y}) при условии, что гипотеза гипотеза H_n — истинна.

Данная статистика является оптимальной по критерию максимального правдоподобия в случае известных параметров θ . В случае, если вектор θ пред-

ставляет собой вектор случайных величин, значения которых необходимо оценить, отношение правдоподобия принимает обобщенный вид:

$$\Lambda_g(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{\max_{\theta} P(\mathbf{x}, \mathbf{y} | H_1, \theta)}{\max_{\theta} P(\mathbf{x}, \mathbf{y} | H_0, \theta)} \quad (3.52)$$

Рассмотрим случай наличия неизвестных параметров в модели сигнала $s(t)$:

$$s(t) = F(\lambda, t), \quad (3.53)$$

где λ — множество из L неизвестных параметров сигнала:

$$\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_L\}. \quad (3.54)$$

Если неизвестные величины множества λ являются неизвестными детерминированными параметрами, выражения отношения правдоподобия (3.52) принимает вид (3.55):

$$\Lambda_g(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \theta) = \frac{\max_{\lambda} P(\mathbf{x}, \mathbf{y} | H_1, \theta, \lambda)}{\max_{\lambda} P(\mathbf{x}, \mathbf{y} | H_0, \theta, \lambda)}. \quad (3.55)$$

В случае если неизвестных параметры в модели сигнала $s(t)$ являются случайными величинами (например, передаваемая битовая последовательность):

$$s(t) = F(\alpha, t), \quad (3.56)$$

где α — множество из J неизвестных случайных величин:

$$\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_J\}, \quad (3.57)$$

выражения отношения правдоподобия (3.52) принимает вид (3.58):

$$\Lambda_g(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \theta) = \frac{\mathbb{E}_{\alpha}[P(\mathbf{x}, \mathbf{y} | H_1, \theta, \alpha)]}{\mathbb{E}_{\alpha}[P(\mathbf{x}, \mathbf{y} | H_0, \theta, \alpha)]}, \quad (3.58)$$

где $\mathbb{E}_{\alpha}[\cdot]$ — математическое ожидание по α . Выражение (3.58) так же может

быть представлено в следующем виде:

$$\Lambda_g(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \theta) = \frac{\int d\alpha P(\alpha) P(\mathbf{x}, \mathbf{y} | H_1, \theta, \alpha)}{\int_{\alpha} d\alpha P(\alpha) P(\mathbf{x}, \mathbf{y} | H_0, \theta, \alpha)}, \quad (3.59)$$

где $P(\alpha)$ — плотность вероятности и α — область определения α .

В случае наличия в модели сигнала как детерминированных, так и случайных параметров:

$$s(t) = F(\lambda, \alpha, t), \quad (3.60)$$

выражения отношения правдоподобия (3.52) включает интеграцию по множеству случайных параметров, затем, максимизацию по множеству детерминированных параметров:

$$\Lambda_g(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \theta) = \frac{\max_{\lambda} \int_{\alpha} d\alpha P(\alpha) P(\mathbf{x}, \mathbf{y} | H_1, \theta, \lambda, \alpha)}{\max_{\lambda} \int_{\alpha} d\alpha P(\alpha) P(\mathbf{x}, \mathbf{y} | H_0, \theta, \lambda, \alpha)}, \quad (3.61)$$

В данной работе рассматривается прием сигналов на фоне аддитивного белого Гауссовского шума. В выражениях (3.43) и (3.44) величины $w_x(t_n)$ и $w_y(t_n)$ являются независимыми некоррелированными Гауссовскими случайными величинами с нулевыми средними и среднеквадратическими отклонениями σ_x и σ_y соответственно.

Условные вероятности $P(\mathbf{x}, \mathbf{y} | H_0, \theta)$ и $P(\mathbf{x}, \mathbf{y} | H_1, \theta)$ определены следующим образом:

$$\begin{aligned} P(\mathbf{x}, \mathbf{y} | H_0, \theta) &= \mu_x^N \mu_y^N \exp\left(\frac{-\mathbf{x}^T \mathbf{x}}{2\sigma_x^2}\right) \exp\left(\frac{-\mathbf{y}^T \mathbf{y}}{2\sigma_y^2}\right), \\ P(\mathbf{x}, \mathbf{y} | H_1, \theta) &= \mu_x^N \mu_y^N \exp\left(\frac{-(\mathbf{x} - \mathbf{A}_{\theta} \mathbf{s})^T (\mathbf{x} - \mathbf{A}_{\theta} \mathbf{s})}{2\sigma_x^2}\right) \\ &\quad \exp\left(\frac{-(\mathbf{y} - \mathbf{B}_{\theta} \mathbf{s})^T (\mathbf{y} - \mathbf{B}_{\theta} \mathbf{s})}{2\sigma_y^2}\right), \end{aligned} \quad (3.62)$$

где матрицы \mathbf{A}_{θ} и \mathbf{B}_{θ} размерностью $N \times N$ составлены из элементов A_{mn} и B_{mn} соответственно, а коэффициенты нормализации μ_x и μ_y определены следующим

образом:

$$\mu_x \triangleq \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_x}}, \quad (3.63)$$

$$\mu_y \triangleq \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_y}}. \quad (3.64)$$

Важно отметить, что условная вероятность $P(\mathbf{x}, \mathbf{y}|H_0, \theta)$ не зависит от θ , поэтому выполнение операций максимизации и усреднения в знаменателе выражения правдоподобия не являются обязательными.

Таким образом, отношение правдоподобия до выполнения операций максимизации и усреднения в случае белого Гауссовского шума принимает вид:

$$\Lambda(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \theta) = \exp\left(\boldsymbol{\mu}_\theta^T \mathbf{s} - \frac{\mathbf{s}^T \mathbf{D}_\theta \mathbf{s}}{2}\right), \quad (3.65)$$

где вектор $\boldsymbol{\mu}_\theta$ размерностью $N \times 1$ и матрица \mathbf{D}_θ размерностью $N \times N$ определены следующим образом:

$$\boldsymbol{\mu}_\theta \triangleq \frac{1}{\sigma_x^2} \mathbf{A}_\theta^T \mathbf{x} + \frac{1}{\sigma_y^2} \mathbf{B}_\theta^T \mathbf{y}, \quad (3.66)$$

$$\mathbf{D}_\theta \triangleq \frac{1}{\sigma_x^2} \mathbf{A}_\theta^T \mathbf{A}_\theta + \frac{1}{\sigma_y^2} \mathbf{B}_\theta^T \mathbf{B}_\theta. \quad (3.67)$$

Важно отметить, что вектор $\boldsymbol{\mu}_\theta$ и матрица \mathbf{D}_θ зависят только от векторов отсчетов наблюдаемых сигналов и статистических характеристик шума и не зависят от вектора сигнала \mathbf{s} размерностью $N \times 1$.

Итоговая форма отношения правдоподобия зависит от используемой модели сигнала, возможны следующие случаи:

- \mathbf{s} полностью неизвестно;
- \mathbf{s} известно, за исключением множества неизвестных детерминированных параметров;
- \mathbf{s} известно, за исключением множества неизвестных детерминированных параметров и множества неизвестных случайных параметров;
- \mathbf{s} полностью известно.

Полагая модель сигнала, известного за исключением множества неизвестных детерминированных параметров и множества неизвестных случайных па-

раметров:

$$s(t) = F(\lambda, \theta, t), \quad (3.68)$$

где $F(\cdot, \cdot, \cdot)$ — известное функциональное преобразование. Отношение правдоподобия (3.65) в этом случае принимает вид:

$$\Lambda_g(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \theta) = \max_{\lambda} \mathbb{E}_{\alpha} \left[\exp \left(\boldsymbol{\mu}_{\theta}^T \mathbf{F}_{\lambda}(\alpha) - \frac{1}{2} \mathbf{F}_{\lambda}^T(\alpha) \mathbf{D}_{\theta} \mathbf{F}_{\lambda}(\alpha) \right) \right] \quad (3.69)$$

где $\mathbb{E}_{\alpha}[\cdot]$ вычисляется на основе заданной плотности вероятности $P(\alpha)$, \mathbf{F} — вектор размерностью $N \times 1$ отсчетов по времени функции $F(\lambda, \alpha, t)$:

$$\mathbf{F} = [F(\lambda, \alpha, t_1), F(\lambda, \alpha, t_2), \dots, F(\lambda, \alpha, t_N)]^T. \quad (3.70)$$

Тестовая статистика получается максимизацией отношения правдоподобия (3.69) относительно параметра θ , однако для слабых сигналов может быть получена её упрощенная аппроксимация. Под слабыми сигналами понимаются такие сигналы $s(t)$, для которых выполняются условия (3.71) и (3.72):

$$\frac{|s(t)|}{\sigma_x} \ll 1 \quad (3.71)$$

$$\frac{|s(t)|}{\sigma_y} \ll 1 \quad (3.72)$$

Для слабых сигналов отношение правдоподобия (3.69) может быть аппроксимировано следующим образом:

$$\begin{aligned} \Lambda_g(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \theta) \approx & 1 + \max_{\lambda} \left[\mathbb{E}_{\alpha} [\mathbf{F}_{\lambda}^T(\alpha) \mathbf{u}_{\alpha}] - \frac{1}{2} \mathbb{E}_{\alpha} [\mathbf{F}_{\lambda}^T(\alpha) \mathbf{D}_{\theta} \mathbf{F}_{\lambda}^T(\alpha)] \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \mathbb{E}_{\alpha} [\mathbf{u}_{\theta}^T \mathbf{F}_{\lambda}(\alpha) \mathbf{F}_{\lambda}^T(\alpha) \mathbf{u}_{\theta}] \right]. \end{aligned} \quad (3.73)$$

Обозначим математическое ожидание сигнала $\overline{\mathbf{F}}_{\lambda}$ размерностью $N \times 1$:

$$\overline{\mathbf{F}}_{\lambda} = \mathbb{E}_{\alpha} [\mathbf{F}_{\lambda}(\alpha)] \quad (3.74)$$

и автоковариационную матрицу сигнала \mathbf{K}_{λ} размерностью $N \times N$:

$$\mathbf{K}_{\lambda} = \mathbb{E}_{\alpha} [\mathbf{F}_{\lambda}(\alpha) \mathbf{F}_{\lambda}^T(\alpha)]. \quad (3.75)$$

С учетом введенных обозначений выражение для тестовой статистики $T(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \theta)$ в случае слабых сигналов принимает следующий вид:

$$T(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \theta) = \max_{\lambda} \left[\overline{\mathbf{F}}_{\lambda}^T \mathbf{u}_{\theta} - \frac{1}{2} \text{tr}(\mathbf{K}_{\lambda} \mathbf{D}_{\theta}) + \frac{1}{2} \mathbf{u}_{\theta}^T \mathbf{K}_{\lambda} \mathbf{u}_{\theta} \right], \quad (3.76)$$

где $\text{tr}(\cdot)$ — след матрицы.

Если положить равным нулю математическое ожидание сигнала $\overline{\mathbf{F}}_{\lambda} = 0$ выражение для тестовой статистики (3.76) упрощается до следующего вида:

$$T(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \theta) = \max_{\lambda} \left[\frac{1}{2} \left[\frac{\mathbf{A}_{\theta}^T \mathbf{x}}{\sigma_x^2} + \frac{\mathbf{B}_{\theta}^T \mathbf{y}}{\sigma_y^2} \right]^T \mathbf{K}_{\lambda} \left[\frac{\mathbf{A}_{\theta}^T \mathbf{x}}{\sigma_x^2} + \frac{\mathbf{B}_{\theta}^T \mathbf{y}}{\sigma_y^2} \right] \right]. \quad (3.77)$$

Из выражения (3.77) видно, что тестовая статистика в данном случае является суммой обобщенных автокорреляционных функций сигналов в одиночных каналах и обобщенной кросс-корреляционной функции:

$$T(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \theta) = \max_{\lambda} \left[\frac{1}{2} C_x(\lambda, \theta) + \frac{1}{2} C_y(\lambda, \theta) + C_{xy}(\lambda, \theta) \right], \quad (3.78)$$

где

$$C_x(\lambda, \theta) \triangleq \frac{1}{\sigma_x^4} \mathbf{x}^T \mathbf{A}_{\theta} \mathbf{K}_{\lambda} \mathbf{A}_{\theta}^T \mathbf{x}, \quad (3.79)$$

$$C_y(\lambda, \theta) \triangleq \frac{1}{\sigma_y^4} \mathbf{y}^T \mathbf{B}_{\theta} \mathbf{K}_{\lambda} \mathbf{B}_{\theta}^T \mathbf{y}, \quad (3.80)$$

$$C_{xy}(\lambda, \theta) \triangleq \frac{1}{\sigma_x^2 \sigma_y^2} \mathbf{x}^T \mathbf{A}_{\theta} \mathbf{K}_{\lambda} \mathbf{B}_{\theta}^T \mathbf{y}. \quad (3.81)$$

Рассмотрим более подробно задачу получения оценки времени задержки сигнала в каналах приемника. В этом случае гипотезы 3.43 и 3.44 принимают вид:

$$\begin{aligned} H_0 : x(t) &= w_x(t), \\ y(t) &= w_y(t), \end{aligned} \quad (3.82)$$

$$\begin{aligned} H_1 : x(t) &= s(t - \theta_x) + w_x(t), \\ y(t) &= s(t - \theta_y) + w_y(t), \end{aligned} \quad (3.83)$$

для $|t| \leq \frac{T_o}{2}$, T_o — время наблюдения сигналов, θ_x и θ_y — времена приходов сигнала $s(t)$ в каналы приемника относительно произвольного момента времени, $w_x(t)$ и $w_y(t)$ — аддитивный некоррелированный Гауссовский шум со спектральной плотностью мощности N_0 , $s(t)$ — действительный случайный сигнал с нулевым средним. В случае слабых сигналов логарифм функции правдоподобия (*log-likelihood ratio*) имеет вид:

$$\Lambda_{LLR} = \Lambda_{xy} + \Lambda_{xx} + \Lambda_{yy}, \quad (3.84)$$

где

$$\Lambda_{xy} \triangleq \frac{2}{N_0^2} \int_{-T_o/2}^{+T_o/2} \int_{-T_o/2}^{+T_o/2} R_s(u - \theta_x, v - \theta_y) x(u) y(v) du dv, \quad (3.85)$$

$$\Lambda_{xx} \triangleq \frac{1}{N_0^2} \int_{-T_o/2}^{+T_o/2} \int_{-T_o/2}^{+T_o/2} R_s(u - \theta_x, v - \theta_x) x(u) x(v) du dv, \quad (3.86)$$

$$\Lambda_{yy} \triangleq \frac{1}{N_0^2} \int_{-T_o/2}^{+T_o/2} \int_{-T_o/2}^{+T_o/2} R_s(u - \theta_y, v - \theta_y) y(u) y(v) du dv, \quad (3.87)$$

при этом $R_s(u, v)$ — автокорреляционная функция случайного сигнала $s(t)$:

$$R_s(u, v) = \mathbb{E}[s(u)s(v)]. \quad (3.88)$$

Тестовая статистика формируется на основе максимизации логарифма отношения правдоподобия относительно множества неизвестных параметров:

$$\Lambda_{ML} \triangleq \max_{\Theta} \Lambda_{LLR}, \quad (3.89)$$

где Θ — множество неизвестных параметров. Члены множества Θ определяются конкретной моделью сигнала $s(t)$. Для принятия решения о присутствии сигнала $s(t)$ значение тестовой статистики сравнивается с пороговой величиной γ :

$$\Lambda_{ML} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \gamma. \quad (3.90)$$

Для случая циклостационарных сигналов автокорреляционная функция

может быть представлена в следующей форме:

$$R_s\left(t + \frac{\tau}{2}, t - \frac{\tau}{2}\right) = \sum_{\alpha} R_s^{\alpha}(\tau) \exp(j2\pi\alpha t), \quad (3.91)$$

где $R_s^{\alpha}(\tau)$ — циклическая автокорреляционная функция, определенная следующим образом:

$$R_s^{\alpha}(\tau) \triangleq \lim_{Z \rightarrow \infty} \frac{1}{Z} \int_{-Z/2}^{+Z/2} R_s\left(t + \frac{\tau}{2}, t - \frac{\tau}{2}\right) \exp(-j2\pi\alpha t) dt \quad (3.92)$$

Выполняя подстановку (3.92) в (3.86) и взяв интеграл по t , выражение (3.86) принимает вид (3.93):

$$\Lambda_{xy} = \frac{2T_o}{N_0^2} \sum_{\alpha} \int_{-T_o}^{T_o} R_s^{\alpha}(\tau)^* R_{xyT}^{\alpha}(\tau + \theta_x - \theta_y) d\tau \exp(j\pi\alpha(\theta_x + \theta_y)), \quad (3.93)$$

где R_{xyT}^{α} — циклическая кросс-корреляционная функция¹ для $x(t)$ и $y(t)$:

$$R_{xyT}^{\alpha}(\tau) \triangleq \begin{cases} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T_o-|\tau|}{2}}^{\frac{T_o-|\tau|}{2}} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) y\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi\alpha t} dt & \text{для } |\tau| \leq T_o, \\ 0 & \text{для } |\tau| > T_o. \end{cases} \quad (3.94)$$

Выражение (3.93) в частотной области получается применением теоремы Парсеваля и имеет вид:

$$\Lambda_{xy} = \frac{2T_o}{N_0^2} \sum_{\alpha} \int_{-\infty}^{+\infty} S_s^{\alpha}(f)^* S_{xyT}^{\alpha}(f) e^{j2\pi f(\theta_x - \theta_y)} df e^{j\pi\alpha(\theta_x + \theta_y)}, \quad (3.95)$$

где $S_s^{\alpha}(f)$ — циклическая спектральная плотность мощности, $S_{xyT}^{\alpha}(f)$ — циклическая взаимная спектральная плотность мощности сигналов $x(t)$ и $y(t)$, опре-

¹В работе [28] для описания этой характеристики используется термин *cyclic cross-correlogram*.

деленные следующим образом:

$$S_s^\alpha(f) \triangleq \int_{-\infty}^{+\infty} R_s^\alpha(\tau) \exp(-j2\pi f\tau) d\tau, \quad (3.96)$$

$$S_{xy_T}^\alpha(f) \triangleq \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xy_T}^\alpha(\tau) \exp(-j2\pi f\tau) d\tau. \quad (3.97)$$

Выражения (3.96) и (3.97) могут быть представлены в следующей альтернативной форме, упрощающей понимание их физического смысла:

$$S_s^\alpha(f) \triangleq \lim_{W \rightarrow \infty} \lim_{Z \rightarrow \infty} \frac{1}{Z} \int_{-Z/2}^{Z/2} \frac{1}{W} \mathbb{E}[S_W(t, f + \alpha/2) S_W^*(t, f - \alpha/2)] dt, \quad (3.98)$$

$$S_{xy_T}^\alpha(f) \triangleq \frac{1}{T_o} X_T(f + \alpha/2) Y_T^*(f - \alpha/2), \quad (3.99)$$

где

$$X_T(f) = \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \exp(-j2\pi ft) dt, \quad (3.100)$$

$$Y_T(f) = \int_{-T/2}^{T/2} y(t) \exp(-j2\pi ft) dt, \quad (3.101)$$

$$S_W(t, f) = \int_{t-W/2}^{t+W/2} s(u) \exp(-j2\pi fu) du. \quad (3.102)$$

Выражение (3.98) определяет циклическую спектральную плотность мощности $S_s^\alpha(f)$ как предел, при полосе пропускания $(1/W)$ стремящейся к нулю, усредненной по времени и нормированной по полосе пропускания корреляции спектральных компонент сигнала $s(t)$, находящихся в полосах шириной $1/W$ и сосредоточенных вокруг центральных частот $f + \alpha/2$ и $f - \alpha/2$.

По аналогии члены Λ_{xx} и Λ_{yy} выражения (3.84) имеют вид:

$$\Lambda_{xx} = \sum_{\alpha} \frac{T_o}{N_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} S_s^{\alpha}(f)^* S_{xx_T}^{\alpha}(f) df \exp(j2\pi\alpha\theta_x), \quad (3.103)$$

$$\Lambda_{yy} = \sum_{\alpha} \frac{T_o}{N_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} S_s^{\alpha}(f)^* S_{yy_T}^{\alpha}(f) df \exp(j2\pi\alpha\theta_y), \quad (3.104)$$

Таким образом, окончательное выражения для тестовой статистики по критерию максимального правдоподобия в случае слабых циклостационарных сигналов принимает:

$$\begin{aligned} \Lambda_{ML} = \max_{\Theta} & \left[2 \sum_{\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} S_s^{\alpha}(f)^* S_{xy_T}^{\alpha}(f) e^{j2\pi f(\theta_x - \theta_y)} df \cdot e^{j\pi\alpha(\theta_x + \theta_y)} \right. \\ & + \sum_{\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} S_s^{\alpha}(f)^* S_{xx_T}^{\alpha}(f) df e^{j2\pi\alpha\theta_x} \\ & \left. + \sum_{\alpha} \int_{-\infty}^{\infty} S_s^{\alpha}(f)^* S_{yy_T}^{\alpha}(f) df e^{j2\pi\alpha\theta_y} \right]. \end{aligned} \quad (3.105)$$

В работе [28] показано, что каждое отдельное слагаемое Λ_{xy} может быть использовано для оптимальной оценки относительного времени задержки прихода сигнала (*TDOA*), и любое слагаемое в выражении тестовой статистики по критерию максимального правдоподобия (3.105) может быть использовано для оптимального обнаружения сигнала $s(t)$.

Как показано в работах [46, 47, 28] отдельно взятое слагаемое тестовой статистики по критерию максимального правдоподобия (3.105) для $\alpha \neq 0$ может превосходить слагаемое для $\alpha = 0$ в случае наличия в наблюдаемом сигнале шума или помех.

Из выражения (3.105) допустимо исключить члены Λ_{xx} и Λ_{yy} , соответствующие рассматриваемым отдельно сигналам, наблюдаемым в отдельных каналах приемника, т.к. именно они, особенно слагаемые $\alpha = 0$, являются наиболее чувствительными к шуму и помехам [28]. Данная коррекция позволяет сформировать статистику, базирующуюся на максимизации члена Λ_{xy} по вектору

неизвестных параметров Θ :

$$\Lambda_{\text{CMCD/E}} \triangleq \max_{\Theta} \{\Lambda_{xy}\}, \quad (3.106)$$

именуемую *cross multi-cycle detector/estimator (CMCD/E)*. При этом в определении Λ_{xy} возможно заменить полагаемую известной циклическую спектральную плотность мощности $S_s^\alpha(f; \phi_k; \phi_c)$ для некоторой α известной аппроксимацией, например:

$$S_{xx_T}^\alpha(f)_{\Delta f} = \left[\frac{1}{T} X_T(f + \alpha/2) X_T^*(f - \alpha/2) \right] \star W(f), \quad (3.107)$$

$$S_{yy_T}^\alpha(f)_{\Delta f} = \left[\frac{1}{T} Y_T(f + \alpha/2) Y_T^*(f - \alpha/2) \right] \star W(f), \quad (3.108)$$

где символом \star обозначена свертка. Данная аппроксимация сходится, соответственно, к $S_s^\alpha(f; \phi_k; \phi_c) e^{-j2\pi\alpha\phi_x}$ и $S_s^\alpha(f; \phi_k; \phi_c) e^{-j2\pi\alpha\phi_y}$ при $T \rightarrow \infty$ (что допускает устремление полосы пропускания Δf оконной функции $W(f)$ к нулю).

Данная замена позволяет получить следующие преимущества:

- поиск в двумерном или трёхмерном пространстве неизвестных параметров Θ может быть заменен на поиск только в пространстве параметра задержки $\theta_x - \theta_y$;
- формирование статистики для случая обнаружения сигнала не требует поиска — в этом случае используются амплитуды членов Λ_{xx} и Λ_{yy} ;
- удаление из тестовой статистики (3.105) члена, соответствующего $\alpha = 0$ позволяет избежать эффектов, вызванных чувствительностью данного члена к шуму и помехам в каналах. Данные помехи могут обладать собственными величинами задержки TDOA, которые будут искажать искомую величину.
- априорных знаний о несущей частоте радиосигнала или тактовой частоте информационного сигнала достаточно для формирования статистики (3.106), на основе которой производится оценка величины задержки сигнала.

3.5 Выводы по главе 3

Рассмотренный в главе подход к оценке собственной циклической спектральной плотности мощности и взаимной спектральной плотности мощности

с усреднением во временной области показал, что данный подход является существенным развитием метода периодограмм Уэлча, применяемого для оценивания спектральных характеристик стационарных случайных процессов; получаемая таким способом циклическая спектральная характеристика включает в себя периодограмму Уэлча как сечение при нулевой циклической частоте.

Показано, что при оценке циклической спектральной плотности мощности цифрового сигнала двухчастотная плоскость «частота–циклическая частота» имеет двумерное периодически повторяющееся замощение ромбами; поэтому достаточно провести оценку в пределах центральной копии, расположенной в начале координат.

В главе приведено описание разработанных автором алгоритмов оценки спектральных циклических характеристик: алгоритма $2N$ -БПФ и блочного алгоритма усреднения циклических периодограмм.

Алгоритм $2N$ -БПФ представляет собой непосредственную реализацию основных положений метода оценки ЦСПМ усреднением во временной области. Необходимая для полного покрытия двухчастотной плоскости плотность узлов дискретной сетки достигается интерполяцией спектра: увеличением числа его отсчётов до удвоенного числа ($2N$) отсчётов, содержащихся в полной реализации сигнала. Важно отметить, что оценка ЦСПМ, получаемая применением $2N$ -БПФ к цифровому сигналу, рассматривается в качестве опорной при верификации результатов других алгоритмов, потенциально имеющих большее быстродействие, и проверке допустимости тех упрощений базового метода, на основе которых они были разработаны. Блочный алгоритм усреднения циклических периодограмм представляет собой модификацию основного метода оценки ЦС характеристик во временной области и обеспечивает сохранение одинакового размера элементов разрешения на всей области носителя. Алгоритм предназначен для оценки ЦХ сигналов по их реализациям конечной длительности в цифровой форме при больших значениях количества отсчётов N . Алгоритм обладает высокой адаптивностью, позволяя изменять размер элемента разрешения, что позволяет проводить качественную визуализацию модуля ЦСПМ, а также проводить эффективный поиск характерных циклических компонентов. Такой поиск должен проводиться в два этапа: на первом проводится грубый поиск циклической частоты, а на втором — точный поиск в окрестности найденного на предыдущем этапе значения. Работа предложенных алгоритмов продемонстрирована на примере оценки циклических спектральных плотностей мощностей

амплитудно-модулированного сигнала, сигнала с амплитудно-импульсной модуляцией и сигнала, представляющего собой смесь амплитудно-модулированными сигналами, в каждом из которых в качестве информационного сигнала использованы независимые стационарные случайные процессы.

ГЛАВА 4

Оценка времени задержки циклостационарных сигналов

В главе сформулирована задача оценки времени задержки прихода радиосигнала, являющегося реализацией циклостационарного случайного процесса и приведено описание модели приемной системы. Приведено теоретическое описание влияния задержки сигнала на соответствующие характеристики собственных и взаимных ЦСПМ в принятой модели приемной системы, описано получение оценки времени по циклическим характеристикам в спектральной области. Приведены результаты имитационного моделирования для оценки применимости предложенных подходов. Проведена верификация разработанных алгоритмов оценивания циклических спектральных характеристик и процедур оценки разности времени прихода сигнала с использованием экспериментальных данных.

4.1 Модель приема радиосигнала

В работе используется модель приема [48], представленная на рис. 4.1 и состоящая из двух источников радиоизлучения (ИРИ), антенной системы (АС) и приемной системы, включающей в себя два синхронизированных аналогово-цифровых преобразователя и цифровую ЭВМ, реализующую оценщик времени задержки прихода сигнала. ИРИ распространяют сигналы, принимаемые элементами антенной системы. В настоящей модели элементы АС полагаются всенаправленными. Антенная система полагается расположенной от источников на достаточном удалении, что бы полагать фронты падающих волн плоскими. Ставится задача [49, 50] оценки относительной временной задержки \hat{D} — разности времени приема элементами антенной системы полезного сигнала, обладающего циклостационарными свойствами.

Сигнал $s(t)$, оценку времени задержки которого необходимо оценить, распространяется от источника излучения $ИИ_s$ и принимается двумя элементами антенной системы, координаты которых известны с высокой точностью. Оцен-

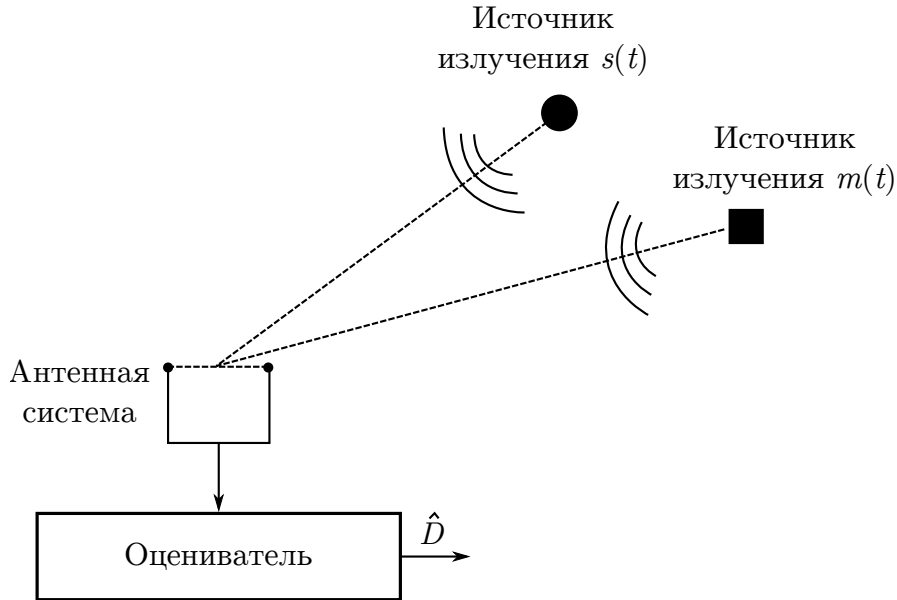


Рисунок 4.1 — Модель приемной системы

ка времени прихода сигнала выполняется на основе анализа сигналов, наблюдаемых в точках приема АС [51]. В идеализированной модели приема [18], не учитывающей наличие шума и помеховых сигналов, сигналы, наблюдаемые в точках приема АС, имеют вид:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= A_1^s s(t - D_1^s); \\ x_2(t) &= A_2^s s(t - D_2^s), \end{aligned} \quad (4.1)$$

где $x_1(t)$ и $x_2(t)$ — сигналы, наблюдаемые в двух точках приема АС, $s(t)$ — сигнал, распространяющийся от ИРИ в направлении приемной системы, A_1^s и A_2^s — коэффициенты ослабления принимаемого сигнала, D_1^s и D_2^s — задержки прихода сигнала.

На практике элементы антенной системы, помимо сигнала $s(t)$ принимают так же помеховый сигнал $m(t)$ от источника ИИ_m, обладающий собственной задержкой времени прихода. Так, сигнал $s(t)$ наблюдается в присутствии аддитивного шума и помеховых сигналов, что соответствует следующей модели измерения:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= A_1^s s(t - D_1^s) + A_1^m m(t - D_1^m) + n(t); \\ x_2(t) &= A_2^s s(t - D_2^s) + A_2^m m(t - D_2^m) + w(t), \end{aligned} \quad (4.2)$$

где $m(t)$ — помеховый сигнал, A_1^s , A_1^m , A_2^s и A_2^m — коэффициенты ослабления принимаемых сигналов, D_1^s , D_1^m , D_2^s и D_2^m — величины задержки времени

прихода сигналов, $n(t)$ и $w(t)$ — аддитивный белый Гауссовский шум. Задержки времени прихода сигналов обусловлены расположением источников относительно центра антенной системы под разными углами, γ_s и γ_m соответственно для источников ИИ_s и ИИ_m, как показано на рис. 4.2. Из-за возникающих разностей хода сигналы будут приняты в точках приема антенной системы В₁ и В₂ в различное время:

$$\begin{aligned} D_s &= D_2^s - D_1^s = \frac{d \cos(\gamma_s)}{c}; \\ D_m &= D_2^m - D_1^m = \frac{d \cos(\gamma_m)}{c}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

где d — расстояние между точками приема антенной системы В₁ и В₂, D_j^i — относительная задержка времени приема i -ого сигнала в j -ой точке приема антенной системы, c — скорость распространения сигнала.

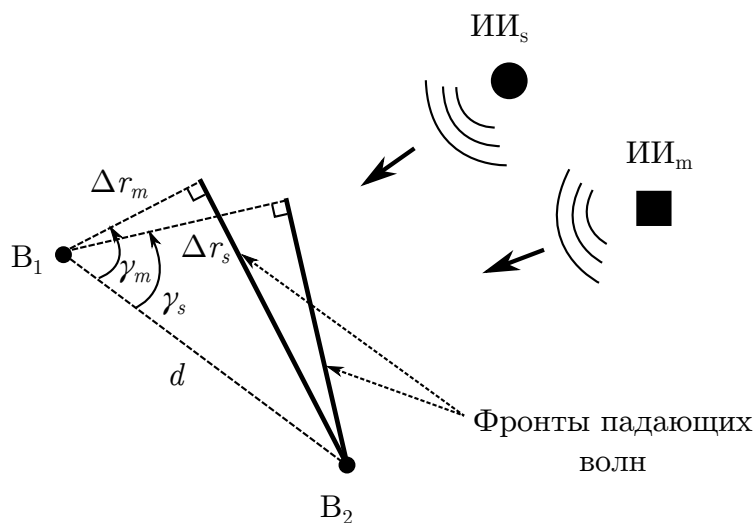


Рисунок 4.2 — Модель приёмной системы

В рассматриваемой идеальной модели искажения сигнала, вносимые средой распространения, а так же искажения в каналах приемной системы полагаются отсутствующими; а сигналы $s(t)$, $m(t)$, $n(t)$ и $w(t)$ полагаются попарно взаимно некоррелированными.

4.2 Определение задержки по собственным и взаимным циклостационарным характеристикам

Применение циклостационарных моделей случайных процессов предполагает [52] перехода от автокорреляционных функций и спектральных плотностей

мощностей к советующим циклоstationарным характеристикам [11, 13]. Для сигналов рассматриваемой модели приемной системы циклические автокорреляционные функции (ЦАКФ) $R_1^\alpha(\tau)$ и $R_2^\alpha(\tau)$ и взаимная циклическая корреляционная функция (ВЦКФ) $R_{12}^\alpha(\tau)$ соответственно принимают вид:

$$\begin{aligned} R_1^\alpha(\tau) &= |A_1^s|^2 R_s^\alpha(\tau) e^{-j2\pi\alpha D_1^s} + |A_1^m|^2 R_m^\alpha(\tau) e^{-j2\pi\alpha D_1^m} + R_n^\alpha(\tau); \\ R_2^\alpha(\tau) &= |A_2^s|^2 R_s^\alpha(\tau) e^{-j2\pi\alpha D_2^s} + |A_2^m|^2 R_m^\alpha(\tau) e^{-j2\pi\alpha D_2^m} + R_w^\alpha(\tau); \\ R_{12}^\alpha(\tau) &= A_1^s A_2^s R_s^\alpha(\tau - D_s) e^{-j\pi\alpha D_s} + A_1^m A_2^m R_m^\alpha(\tau - D_m) e^{-j\pi\alpha D_m} + R_{nw}^\alpha(\tau). \end{aligned} \quad (4.4)$$

Циклические спектральные плотности мощностей (ЦСПМ) $S_1^\alpha(f)$ и $S_2^\alpha(f)$ и взаимная циклическая спектральная плотность мощности $S_{12}^\alpha(f)$ соответственно принимают вид:

$$\begin{aligned} S_1^\alpha(f) &= |A_1^s|^2 S_s^\alpha(f) e^{-j2\pi\alpha D_1^s} + |A_1^m|^2 S_m^\alpha(f) e^{-j2\pi\alpha D_1^m} + S_n^\alpha(f); \\ S_2^\alpha(f) &= |A_2^s|^2 S_s^\alpha(f) e^{-j2\pi\alpha D_2^s} + |A_2^m|^2 S_m^\alpha(f) e^{-j2\pi\alpha D_2^m} + S_w^\alpha(f); \\ S_{12}^\alpha(f) &= A_1^s A_2^s S_s^\alpha(f) e^{-j2\pi(f+\frac{\alpha}{2})D_s} + A_1^m A_2^m S_m^\alpha(f) e^{-j2\pi(f+\frac{\alpha}{2})D_m} + S_{nw}^\alpha(f). \end{aligned} \quad (4.5)$$

Задача оценки времени задержки прихода сигнала $s(t)$ затруднена [53] тем, что даже в идеализированной модели, с бесконечным усреднением по времени, слагаемые соответствующих выражений в измерениях, включающие задержку D_s замаскированы сигналами $m(t)$, $n(t)$ и $w(t)$. В случае одновременного перекрытия сигналов $s(t)$ и $m(t)$ во временной и частотной областях традиционные методы [26, 27], оценка задержки посредством которых основана на использовании кросскорреляционных функций при $\alpha = 0$, приводят к неточным результатам. Более того, даже в случае наличия достаточной априорной информации для отделения одного пика кросскорреляционной функции от другого, по-прежнему остается нерешенной задача определения, какой из пиков относится к задержке сигнала $s(t)$, а какой — к $m(t)$.

С целью повышения точности получаемой оценки времени задержки прихода сигнала в данной работе рассматривается использование априорных знаний о характерных циклических частотах сигнала. В этом случае оценка выполняется на основе анализа ВЦКФ и ВЦСПМ при отличных от нуля значениях α , соответствующих характерным циклическим частотам сигнала. Как показано в [13], широко распространены случаи, в которых сигналы, занимающие одну частотную полосу в спектре, имеют различные несущие частоты и/или частоты

повторения кодовых последовательностей. В этом случае возможно корректное определение времени задержки прихода сигнала при помощи использования его циклостационарных свойств. Так, если сигнал $s(t)$ содержит циклическую частоту β , не содержащуюся в сигналах $m(t)$, $n(t)$ и $w(t)$, то возможно выполнение селекции по данному признаку. ЦАКФ, ЦВКФ и ВЦСПМ в этом случае имеют следующие свойства:

$$\begin{aligned} R_n^\alpha|_{\alpha=\beta}(\tau) &\equiv R_w^\alpha|_{\alpha=\beta}(\tau) \equiv R_{nw}^\alpha|_{\alpha=\beta}(\tau) \equiv R_m^\alpha|_{\alpha=\beta}(\tau) \equiv 0; \\ S_n^\alpha|_{\alpha=\beta}(f) &\equiv S_w^\alpha|_{\alpha=\beta}(f) \equiv S_{nw}^\alpha|_{\alpha=\beta}(f) \equiv S_m^\alpha|_{\alpha=\beta}(f) \equiv 0. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Тогда ЦАКФ, ЦВКФ и ВЦСПМ, составленные для сигналов в каналах приемной системы $x_1(t)$ и $x_2(t)$ принимают вид:

$$\begin{aligned} R_1^\alpha|_{\alpha=\beta}(\tau) &= |A_1^s|^2 R_s^\alpha|_{\alpha=\beta}(\tau) e^{-j2\pi\beta D_1^s}; \\ R_2^\alpha|_{\alpha=\beta}(\tau) &= |A_2^s|^2 R_s^\alpha|_{\alpha=\beta}(\tau) e^{-j2\pi\beta D_2^s}; \\ R_{12}^\alpha|_{\alpha=\beta}(\tau) &= A_1^s A_2^s R_s^\alpha|_{\alpha=\beta}(\tau - D_s) e^{-j\pi\beta D_s}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Циклические спектральные плотности мощности $S_1^\alpha|_{\alpha=\beta}(f)$ и $S_2^\alpha|_{\alpha=\beta}(f)$ и взаимная циклическая спектральная плотность мощности $S_{12}^\alpha|_{\alpha=\beta}(f)$ соответственно принимают вид 4.8 и 4.9:

$$\begin{aligned} S_1^\alpha|_{\alpha=\beta}(f) &= |A_1^s|^2 S_s^\alpha|_{\alpha=\beta}(f) e^{-j2\pi\beta D_1^s}; \\ S_2^\alpha|_{\alpha=\beta}(f) &= |A_2^s|^2 S_s^\alpha|_{\alpha=\beta}(f) e^{-j2\pi\beta D_2^s}; \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$S_{12}^\alpha|_{\alpha=\beta}(f) = A_1^s A_2^s S_s^\alpha|_{\alpha=\beta}(f) e^{-j2\pi(f + \frac{\beta}{2})D_s}, \quad (4.9)$$

что соответствует идеализированной модели (4.1).

Анализ выражений 4.8 и 4.9 позволяет сделать вывод о возможности оценки величины задержки прихода сигнала D_s в частотной области либо по паре собственных циклических характеристик $S_1^\alpha|_{\alpha=\beta}(f)$ и $S_2^\alpha|_{\alpha=\beta}(f)$, либо по взаимной циклической характеристике $S_{12}^\alpha|_{\alpha=\beta}(f)$. В первом случае задержка оценивается по отношению ЦСПМ сигналов:

$$\frac{S_2^\alpha|_{\alpha=\beta}(f)}{S_1^\alpha|_{\alpha=\beta}(f)} = \frac{|A_2^s|^2}{|A_1^s|^2} e^{-j2\pi\beta D_s}, \quad (4.10)$$

во втором случае задержка оценивается по наклону фазовой характеристики ВЦСПМ $S_{12}^\alpha|_{\alpha=\beta}(f)$ в выражении 4.9.

4.3 Формирование взаимных спектральных и взаимных циклических спектральных корреляционных характеристик сигналов

Рассмотрим процесс формирования взаимных спектральных характеристик и взаимных циклических спектральных характеристик сигналов, принимаемых в двух точках приема антенной системы рассматриваемой модели 4.2, на примере отсчетов комплексных огибающих сигналов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ в частотной области на частоте $f_0 - f_\Delta$ для моделей сигналов $s(t)$ — амплитудно-модулированного сигнала, $m(t)$ — стационарного в широком случае случайного процесса. Структура спектров данной модели показана на рис. 4.3.

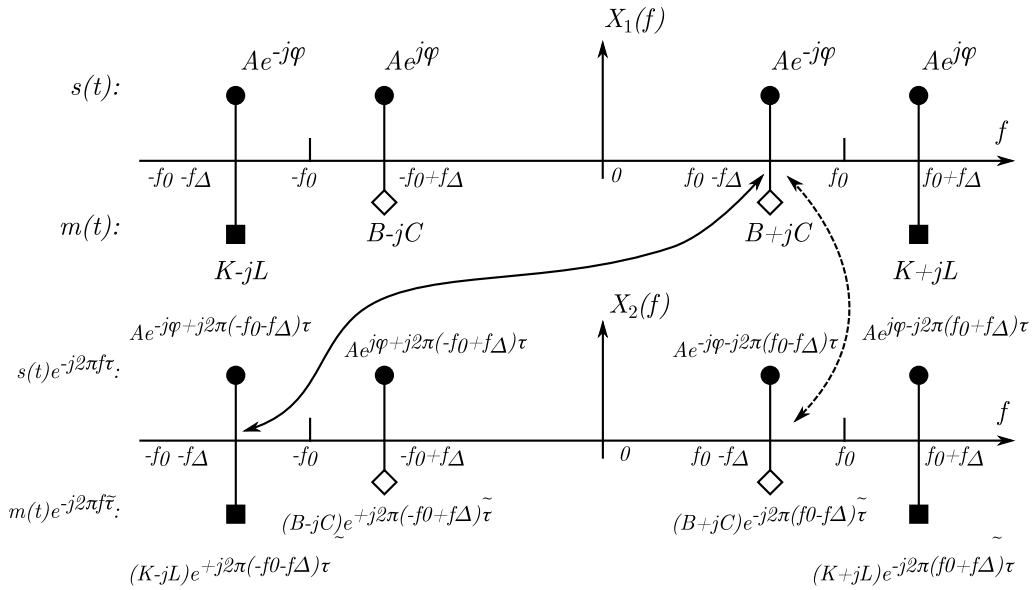


Рисунок 4.3 — Структура спектра рассматриваемой модели: пунктирной линией обозначены гармоники, анализ которых выполняется для оценки ВСПМ, непрерывной — при оценке ЦВСПМ при циклической частоте равной удвоенной частоте несущего колебания

Для определения взаимных спектральных характеристик и взаимных циклических спектральных характеристик необходимо рассмотреть отсчеты комплексных огибающих сигналов $s(t)$ и $m(t)$ на частоте $f_0 - f_\Delta$ для $x_1(t)$ и на частотах $f_0 - f_\Delta$ и $-f_0 - f_\Delta$ для $x_2(t)$, представляющие собой следующие случайные величины.

Для сигнала $x_1(t)$ на частоте $f_0 - f_\Delta$:

$$\begin{aligned} s(t) &: Ae^{-j\phi}; \\ m(t) &: B + jC, \end{aligned} \tag{4.11}$$

где A , ϕ — детерминированные величины, представляющие собой амплитуду и

фазу полезного сигнала соответственно, $B \sim \mathcal{N}(0, \sigma)$ и $C \sim \mathcal{N}(0, \sigma)$ — независимые случайные гауссовские величины с нулевым средними и заданной дисперсией σ .

Для сигнала $x_2(t)$ на частоте $f_0 - f_\Delta$:

$$\begin{aligned} s(t) &: Ae^{-j\phi - 2\pi(f_0 - f_\Delta)\tau} ; \\ m(t) &: (B + jC)e^{-j2\pi(f_0 - f_\Delta)\tilde{\tau}}, \end{aligned} \quad (4.12)$$

где τ и $\tilde{\tau}$ — детерминированные величины, представляющие собой времена задержки приходов сигнала $s(t)$ и $m(t)$ соответственно.

Для сигнала $x_2(t)$ на частоте $-f_0 - f_\Delta$:

$$\begin{aligned} s(t) &: Ae^{-j\phi + 2\pi(f_0 - f_\Delta)\tau} ; \\ m(t) &: (K - jL)e^{j2\pi(f_0 - f_\Delta)\tilde{\tau}}, \end{aligned} \quad (4.13)$$

где $K \sim \mathcal{N}(0, \sigma)$ и $L \sim \mathcal{N}(0, \sigma)$ — независимые случайные гауссовские величины с нулевым средними и заданной дисперсией σ .

Рассмотрим упрощенную модель, фокусирующую внимание на влияние сигнала помехи $m(t)$ на итоговый результат оценки корреляционных характеристик:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= m(t); \\ x_2(t) &= m(t - \tilde{\tau}); \end{aligned} \quad (4.14)$$

Для упрощенной модели 4.14 отсчеты комплексных огибающих сигналов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ принимают вид:

$$\begin{aligned} X_1 &= B + jC; \\ X_2 &= (B + jC)e^{-j2\pi(f_0 - f_\Delta)\tilde{\tau}}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Выражение для кросс-корреляционной спектральной характеристики принимает вид:

$$\begin{aligned} S_{X_1 X_2}^\alpha |_{\alpha=0} &= X_1 X_2^* \\ &= (B + jC)(B - jC)e^{j2\pi(f_0 - f_\Delta)\tilde{\tau}} \\ &= (B^2 + C^2)e^{-j2\pi(f_0 - f_\Delta)\tilde{\tau}}. \end{aligned} \quad (4.16)$$

На нулевой циклической частоте $S_{X_1 X_2}^\alpha|_{\alpha=0}$ представляет собой случайную комплексную величину, рассматриваемую в качестве вектора. Математическое ожидание и дисперсия такого вектора имеют вид:

$$\mathbb{E}[S_{X_1 X_2}^\alpha|_{\alpha=0}] = 2\sigma^2 e^{2\pi(f_0 - f_\Delta)\tilde{\tau}}; \quad (4.17)$$

$$\text{var}[S_{X_1 X_2}^\alpha|_{\alpha=0}] = 4\sigma^2; \quad (4.18)$$

В случае определения взаимной циклической спектральной плотности мощности на циклической частоте $2f_0$, имеет место сдвиг в частотной области, соответственно отсчеты комплексных огибающих сигналов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ принимают вид:

$$\begin{aligned} X_1 &= B + jC; \\ X_2 &= (K - jL)e^{j2\pi(f_0 - f_\Delta)\tilde{\tau}} \end{aligned} \quad (4.19)$$

Тогда выражение для ВЦСПМ принимает вид:

$$\begin{aligned} S_{X_1 X_2}^\alpha|_{\alpha=2f_0} &= X_1 X_2^* \\ &= (B + jC)(K + jL)e^{-j2\pi(f_0 - f_\Delta)\tilde{\tau}}; \end{aligned} \quad (4.20)$$

На циклической частоте, равной удвоенной несущей частоте, $S_{X_1 X_2}^\alpha|_{\alpha=2f_0}$ представляет собой случайную комплексную величину, так же рассматриваемую в качестве вектора. Математическое ожидание и дисперсия такого вектора имеют вид:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[S_{X_1 X_2}^\alpha|_{\alpha=2f_0}] &= 0; \\ \text{var}[S_{X_1 X_2}^\alpha|_{\alpha=2f_0}] &= 4\sigma^2. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Оценка плотностей вероятности случайных векторов $S_{X_1 X_2}^\alpha|_{\alpha=0}$ и $S_{X_1 X_2}^\alpha|_{\alpha=2f_0}$, полученная методом Монте-Карло, показана на рис. 4.4. Из приведенного рисунка видно, что хотя дисперсии данных случайных векторов равны, отдельные рассмотренные углы векторов обладают различной дисперсией. Угол вектора $S_{X_1 X_2}^\alpha|_{\alpha=0}$ является детерминированной величиной и определяется временем задержки $\tilde{\tau}$, в то время как угол вектора $S_{X_1 X_2}^\alpha|_{\alpha=2f_0}$ является случайным. Более подробно задача определения плотности вероятности случайного вектора, представляющего собой произведение двух случайных комплексных гауссовских величин, рассмотрена в [54] — в работе показано, что для двух

случайных величин:

$$\begin{aligned}\tilde{X} &\sim \mathcal{CN}(v_x e^{j\phi_x}, \sigma_x^2); \\ \tilde{Y} &\sim \mathcal{CN}(v_y e^{j\phi_y}, \sigma_y^2),\end{aligned}\tag{4.22}$$

где \mathcal{CN} — комплексное нормальное (гауссовское) распределение плотности вероятности, $v_i e^{j\phi_i}$ — вектор математического ожидания i -ой случайной величины, σ_i^2 — дисперсия i -ой случайной величины; распределение случайной величины, представляющей собой их произведение:

$$Z = \tilde{X}\tilde{Y},\tag{4.23}$$

имеет распределение плотности вероятности в полярной системе координат:

$$\begin{aligned}f_{\Theta_z, R_z}(\theta_z, r_z) &= \frac{2r_z}{\pi\sigma_x^2\sigma_y^2} e^{-(k_x^2 + k_y^2)} \\ &\times \sum_{n,p=0}^{\infty} \frac{1}{n!p!} \left(\frac{\alpha}{2 \cos(\theta_z - \phi_x - \phi_y)} \right)^{n+p} \\ &\times \left(\frac{k_x}{k_y} \right)^{n-p} K_{n-p} \left(\frac{2r_z}{\sigma_x\sigma_y} \right) I_{n+p}(2\alpha),\end{aligned}\tag{4.24}$$

где Θ_z — случайная величина, представляющая собой угол случайного вектора, R_z — случайная величина, представляющая собой длину случайного вектора, I — модифицированная функция Бесселя первого рода, K — модифицированная функция Бесселя второго рода, коэффициент α определен следующим образом:

$$\alpha = \sqrt{\frac{2r_z k_x k_y}{\sigma_x \sigma_y} \cos(\theta_z - \phi_x - \phi_y)},\tag{4.25}$$

при этом k -фактор определен следующим образом:

$$k^2 \triangleq \frac{v^2}{\sigma^2}.\tag{4.26}$$

Рассмотрим случай одновременного наблюдения полезного сигнала $s(t)$ и сигнала помехи $m(t)$, соответствующий следующей модели:

$$\begin{aligned}x_1(t) &= s(t) + m(t); \\ x_2(t) &= s(t - \tau) + m(t - \tilde{\tau}).\end{aligned}\tag{4.27}$$

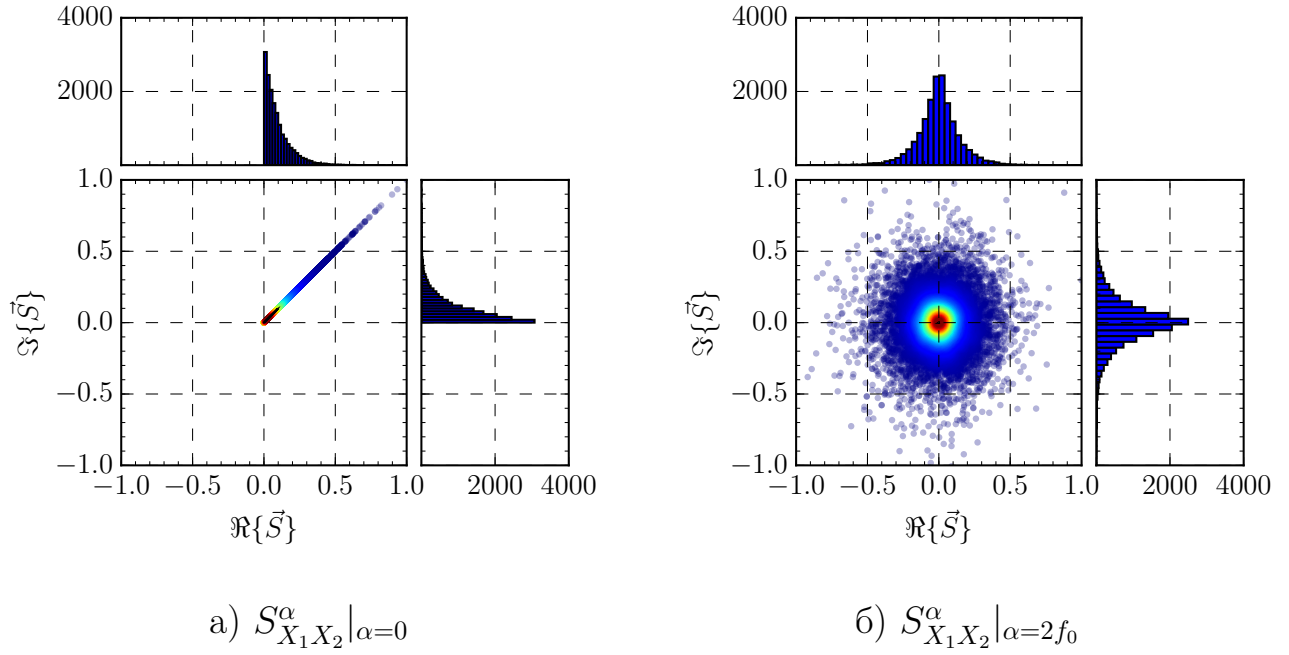


Рисунок 4.4 — Гистограммы распределения плотностей вероятностей случайных векторов модели 4.14

В этом случае отсчеты КО сигналов $X_1(f)$ и $X_2(f)$ принимают вид:

$$\begin{aligned}
 X_1 &= Ae^{-j\phi} + B + jC; \\
 X_2 &= Ae^{-j\phi} e^{-j2\pi(f_0-f_\Delta)\tau} + (B + jC)e^{-j2\pi(f_0-f_\Delta)\tilde{\tau}}
 \end{aligned}
 \tag{4.28}$$

Выражение для кросс-корреляционной спектральной характеристики принимает вид:

$$\begin{aligned}
 S_{X_1 X_2}^\alpha |_{\alpha=0} &= X_1 X_2^* \\
 &= A^2 e^{j2\pi(f_0-f_\Delta)\tau} + A(B - jC)e^{-j\phi} e^{j2\pi(f_0-f_\Delta)\tilde{\tau}} + \\
 &\quad A(B + jC)e^{-j\phi} e^{-j2\pi(f_0-f_\Delta)\tau} + (B^2 + C^2)e^{j2\pi(f_0-f_\Delta)\tilde{\tau}}
 \end{aligned}
 \tag{4.29}$$

Действительная и мнимая часть которого соответственно равны:

$$\begin{aligned}
\Re[S_{X_1 X_2}^\alpha |_{\alpha=0}] &= A^2 \cos(2\pi(f_0 - f_\Delta)\tau) + A \cos(-\phi + 2\pi(f_0 - f_\Delta)\tilde{\tau})B + \\
&\quad A \sin(-\phi + 2\pi(f_0 - f_\Delta)\tilde{\tau})C + A \cos(\phi + 2\pi(f_0 - f_\Delta)\tau)B - \\
&\quad A \sin(\phi + 2\pi(f_0 - f_\Delta)\tau)C + [B^2 + C^2] \cos(2\pi(f_0 - f_\Delta)\tilde{\tau}); \\
\Im[S_{X_1 X_2}^\alpha |_{\alpha=0}] &= A^2 \sin(2\pi(f_0 - f_\Delta)\tau) - A \cos(-\phi + 2\pi(f_0 - f_\Delta)\tilde{\tau})C + \\
&\quad A \sin(-\phi + 2\pi(f_0 - f_\Delta)\tilde{\tau})B + A \cos(\phi + 2\pi(f_0 - f_\Delta)\tau)C + \\
&\quad A \sin(\phi + 2\pi(f_0 - f_\Delta)\tau)B + [B^2 + C^2] \sin(2\pi(f_0 - f_\Delta)\tilde{\tau}).
\end{aligned} \tag{4.30}$$

Математическое ожидание и дисперсия комплексной случайной величины определены следующим образом:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[S_{X_1 X_2}^\alpha |_{\alpha=0}] &= \mathbb{E}[\Re[S_{X_1 X_2}^\alpha |_{\alpha=0}]] + j \mathbb{E}[\Im[S_{X_1 X_2}^\alpha |_{\alpha=0}]]; \\
\text{var}[S_{X_1 X_2}^\alpha |_{\alpha=0}] &= \text{var}[\Re[S_{X_1 X_2}^\alpha |_{\alpha=0}]] + \text{var}[\Im[S_{X_1 X_2}^\alpha |_{\alpha=0}]].
\end{aligned} \tag{4.31}$$

На нулевой циклической частоте $S_{X_1 X_2}^\alpha |_{\alpha=0}$ представляет собой случайную комплексную величину, рассматриваемую в качестве вектора. Математическое ожидание и дисперсия такого вектора имеют вид:

$$\mathbb{E}[S_{X_1 X_2}^\alpha |_{\alpha=0}] = A^2 e^{j2\pi(f_0 - f_\Delta)\tau} + 2\sigma^2 e^{2\pi(f_0 - f_\Delta)\tilde{\tau}}; \tag{4.32}$$

$$\text{var}[S_{X_1 X_2}^\alpha |_{\alpha=0}] = 4\sigma^2 (A^2 + \sigma^2). \tag{4.33}$$

Для определения ЦВСПМ выполнен учет сдвига в спектральной области на $2f_0$:

$$\begin{aligned}
X_1 &= A e^{-j\phi} + B + jC; \\
X_2 &= A e^{-j\phi} e^{-j2\pi(f_0 - f_\Delta)\tau} + (L + jK) e^{+j2\pi(f_0 - f_\Delta)\tilde{\tau}}.
\end{aligned} \tag{4.34}$$

Тогда выражение для ВЦСПМ принимает вид:

$$\begin{aligned}
S_{X_1 X_2}^\alpha |_{\alpha=2f_0} &= X_1 X_2^* \\
&= A^2 e^{j2\pi(f_0 - f_\Delta)\tau} + A(L + jK) e^{-j\phi} e^{-j2\pi(f_0 - f_\Delta)\tilde{\tau}} + \\
&\quad A(B + jC) e^{j\phi} e^{-j2\pi(f_0 - f_\Delta)\tau} + \\
&\quad (B + jC)(L + jK) e^{-j2\pi(f_0 - f_\Delta)\tilde{\tau}}
\end{aligned} \tag{4.35}$$

Действительная и мнимая часть которого соответственно равны:

$$\begin{aligned}
\Re [S_{X_1 X_2}^\alpha |_{\alpha=2f_0}] &= A^2 \cos(2\pi(f_0 - f_\Delta)\tau) + A \cos(-\phi - 2\pi(f_0 - f_\Delta)\tilde{\tau})L - \\
&\quad A \sin(-\phi - 2\pi(f_0 - f_\Delta)\tilde{\tau})K + A \cos(\phi - 2\pi(f_0 - f_\Delta)\tau)B - \\
&\quad A \sin(\phi - 2\pi(f_0 - f_\Delta)\tau)C + (BL - CK) \cos(2\pi(f_0 - f_\Delta)\tilde{\tau}) + \\
&\quad (BK + CL) \sin(2\pi(f_0 - f_\Delta)\tilde{\tau}); \\
\Im [S_{X_1 X_2}^\alpha |_{\alpha=2f_0}] &= -A^2 \sin(2\pi(f_0 - f_\Delta)\tau) + A \cos(-\phi - 2\pi(f_0 - f_\Delta)\tilde{\tau})K + \\
&\quad A \sin(-\phi - 2\pi(f_0 - f_\Delta)\tilde{\tau})L + A \cos(\phi - 2\pi(f_0 - f_\Delta)\tau)C - \\
&\quad A \sin(\phi - 2\pi(f_0 - f_\Delta)\tau)B - (BL - CK) \sin(2\pi(f_0 - f_\Delta)\tilde{\tau}) + \\
&\quad (BK + CL) \cos(2\pi(f_0 - f_\Delta)\tilde{\tau})
\end{aligned} \tag{4.36}$$

На циклической частоте, равной удвоенной несущей частоте, $S_{X_1 X_2}^\alpha |_{\alpha=2f_0}$ представляет собой случайную комплексную величину, так же рассматриваемую в качестве вектора. Математическое ожидание и дисперсия такого вектора имеют вид:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E} [S_{X_1 X_2}^\alpha |_{\alpha=2f_0}] &= A^2 e^{-j2\pi(f_0 - f_\Delta)\tau}; \\
\text{var} [S_{X_1 X_2}^\alpha |_{\alpha=2f_0}] &= 4\sigma^2 (A^2 + \sigma^2).
\end{aligned} \tag{4.37}$$

Оценка плотностей вероятности случайных векторов $S_{X_1 X_2}^\alpha |_{\alpha=0}$ и $S_{X_1 X_2}^\alpha |_{\alpha=2f_0}$, полученная методом Монте-Карло, показана на рис. 4.5. Из приведенного рисунка видно, что хотя дисперсии данных случайных векторов равны, отдельные рассмотренные углы векторов обладают различной дисперсией. Угол вектора $S_{X_1 X_2}^\alpha |_{\alpha=0}$ обладает меньшей, по сравнению с углом $S_{X_1 X_2}^\alpha |_{\alpha=2f_0}$ дисперсией.

Анализ приведенных результатов и выражений 4.21 и позволяет 4.37 сделать следующие выводы:

- оценка угла вектора $S_{X_1 X_2}^\alpha |_{\alpha=0}$, соответствующего модели, рассматривающей сигналы в качестве реализаций стационарных случайных процессов, является смещенной, при этом величина смещения растет с увеличением дисперсии σ ;
- оценка угла вектора $S_{X_1 X_2}^\alpha |_{\alpha=2f_0}$, соответствующего модели, рассматривающей сигналы в качестве реализаций циклостационарных случайных процессов, является несмещенной;

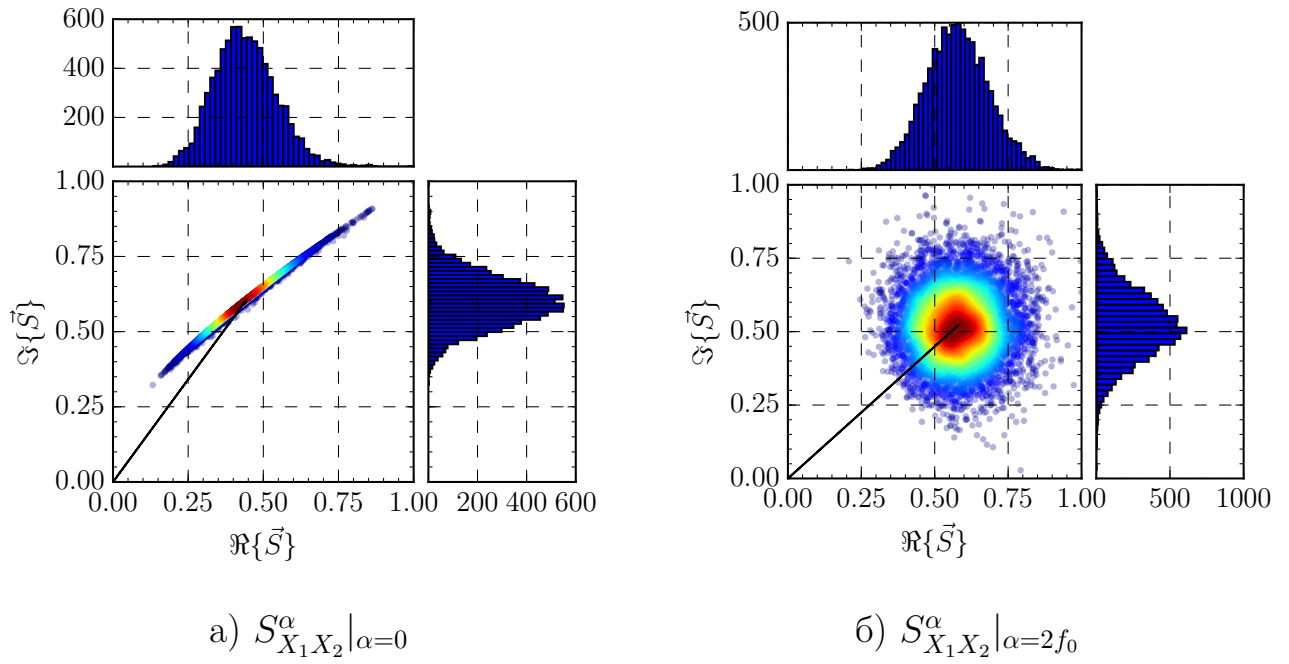


Рисунок 4.5 — Гистограммы распределения плотностей вероятностей случайных векторов модели 4.27

– углы наклона векторов $S_{X_1 X_2}^\alpha |_{\alpha=0}$ и $S_{X_1 X_2}^\alpha |_{\alpha=2f_0}$ являются случайными величинами, при этом этот угол наклона вектора $S_{X_1 X_2}^\alpha |_{\alpha=2f_0}$ обладает большей дисперсией.

4.4 Экспериментальные результаты

4.4.1 Результаты имитационного численного моделирования

Рассмотрим случай одновременного наблюдения полезного сигнала $s(t)$ и сигнала помехи $m(t)$, соответствующий следующей модели:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= s(t) + m(t); \\ x_2(t) &= s(t - \tau) + m(t - \tilde{\tau}). \end{aligned} \quad (4.38)$$

В качестве примера, раскрывающего суть предложенного подхода, рассмотрим модель сигнала $s(t)$ в виде бесконечной последовательности амплитудно-модулированных прямоугольных импульсов (РАМ) на заданной несущей частоте f_s :

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a(kT) \text{rect}\left(\frac{t - kT}{L}\right) \star h(t) \times \cos(2\pi f_s t + \phi_s), \quad (4.39)$$

где T — период повторения импульсов, L — длительность импульса, $\{a_n\}$ — передаваемая случайная кодовая последовательность, моделируемая как последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин, \star обозначает операцию линейной свёртки, $h(t)$ — импульсная характеристика идеального фильтра нижних частот (ФНЧ) с граничной частотой f_{max} равной $\Delta f_s/2$, ϕ_s — начальная фаза несущего колебания, f_s — частота несущего колебания.

Точность получаемой оценки времени задержки сигнала $s(t)$ в приведенной модели приема зависит от модели помехового сигнала $m(t)$. Рассмотрим следующие модели сигналов для помехи $m(t)$:

- сигнал со ступенчатой квадратурно-фазовой манипуляцией (*OQPSK* или *SQPSK*);
- аддитивный белый Гауссовский шум.

Сигнал со ступенчатой квадратурно-фазовой манипуляцией

Рассмотрим в качестве помехового сигнала $m(t)$ примем сигнал со ступенчатой квадратурной фазовой манипуляцией (*OQPSK* или *SQPSK*) с несущей частотой f_m и эффективной полосой Δf_m .

Несущие частоты сигналов $s(t)$ и $m(t)$ и эффективные полосы, занимаемые сигналами в спектре подобраны так, что бы обеспечить перекрытие как во временной, так и в частотной областях; периодограммы Уэлча сигналов показаны на рис. 4.6. Параметры сигналов приведены в таблице 4.1. Цель настоящего моделирования состоит в оценке точности времени задержки полезного сигнала в присутствии помехового сигнала. Влияние сигнала помехи рассматривается отдельно от влияния шума, с этой целью в настоящем моделировании аддитивный гауссовский шум исключен.

Таблица 4.1 — Параметры сигналов $s(t)$ и $m(t)$.

Параметр	Значение
Несущая частота f_s сигнала $s(t)$	2.442 ГГц
Несущая частота f_m сигнала $m(t)$	2.452 ГГц
Эффективная полоса Δf_s сигнала $s(t)$	22 МГц
Эффективная полоса Δf_m сигнала $m(t)$	22 МГц

В приведенном примере циклостационарный сигнал $s(t)$ обладает цикли-

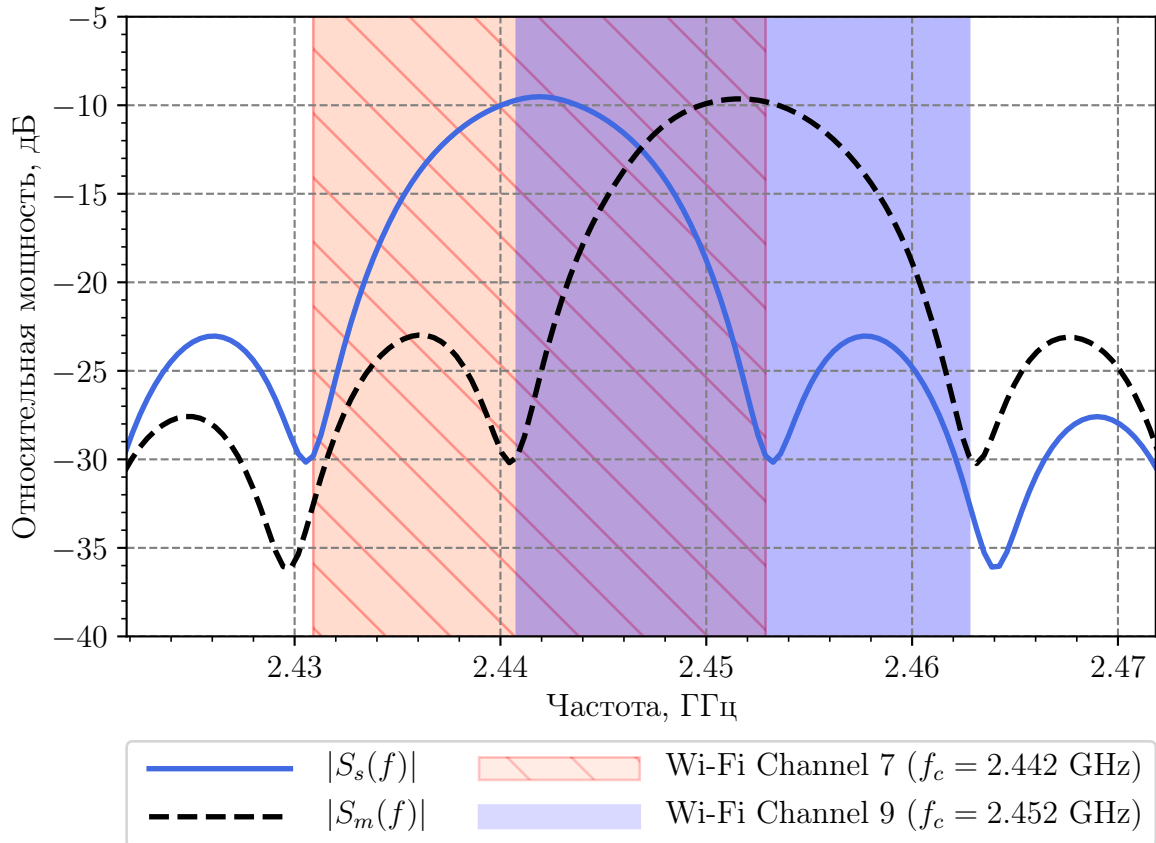


Рисунок 4.6 — Периодограммы Уэлча $S_s(f)$ и $S_m(f)$ сигналов $s(t)$ и $m(t)$ соответственно

ческой частотой $\beta = 2f_s$, равной 4.884 ГГц. На рис. 4.7 и рис. 4.8 приведен модуль циклической взаимной спектральной плотности мощности $S_{12}^\alpha(f)$.

Из срезов ЦВСПМ на циклических частотах $\alpha = \beta = 2f_s$ и $\alpha = 0$, показанных на рис. 4.9 и рис. 4.10, видно, что при $\alpha = \beta$ наблюдается практически неискаженная ЦСПМ. Оценка времени задержки выполняется в частотной области при помощи оценки наклона фазовой характеристики. Коэффициент наклона оценивается при помощи метода взвешенных наименьших квадратов, где в роли весов выступают соответствующие амплитудные значения функции.

На рис. 4.9 показаны фрагменты аргумента ВЦСПМ при значении циклической частоты $\alpha = 0$ и $\alpha = \beta$, из графиков видно, что присутствие в частотной области сигнала $s(t)$ помехового сигнала $m(t)$, обладающего собственной величиной задержки, приводит к значительному искажению фазового спектра, и, как следствие, неправильной оценке величины наклона при $\alpha = 0$ и не приводит к искажению фазового спектра при $\alpha = \beta$.

Результаты оценки задержки прихода сигналов для случаев использования и игнорирования информации о циклостационарных свойствах сигнала

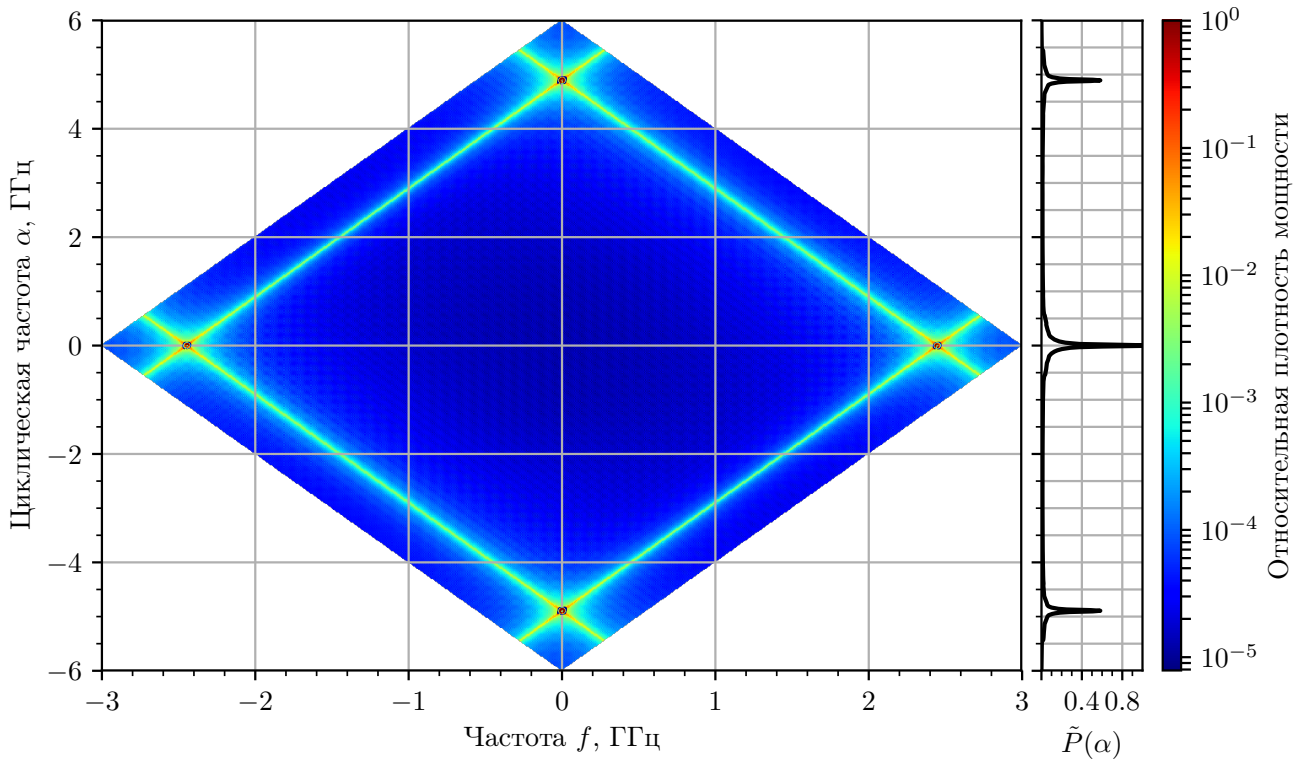


Рисунок 4.7 — Модуль взаимной циклической спектральной плотности мощности $S_{12}^{\alpha}(f)$

приведены в таблице 4.2 и в таблице 4.3. Приведенные значения позволяют отметить повышение точности получаемой оценки при учете циклостационарных свойств сигнала.

Таблица 4.2 — Результаты оценки величины задержки прихода сигнала $s(t)$ в случае игнорирования информации о циклостационарной природе сигнала (сечение $\alpha = 0$)

Параметр	Значение
Истинная величина задержки D_s	0,368 нс
Оценка величины задержки \hat{D}_s	5,497 нс
Абсолютная величина ошибки	5,128 нс

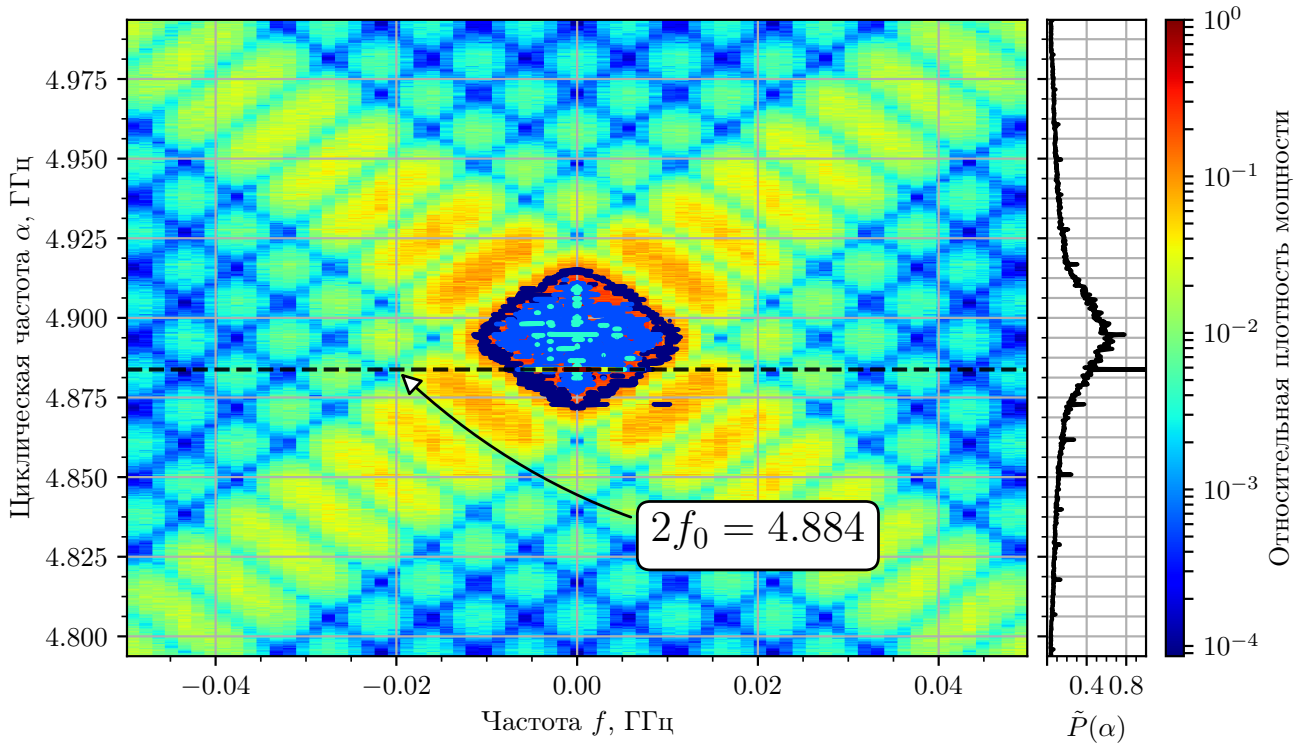
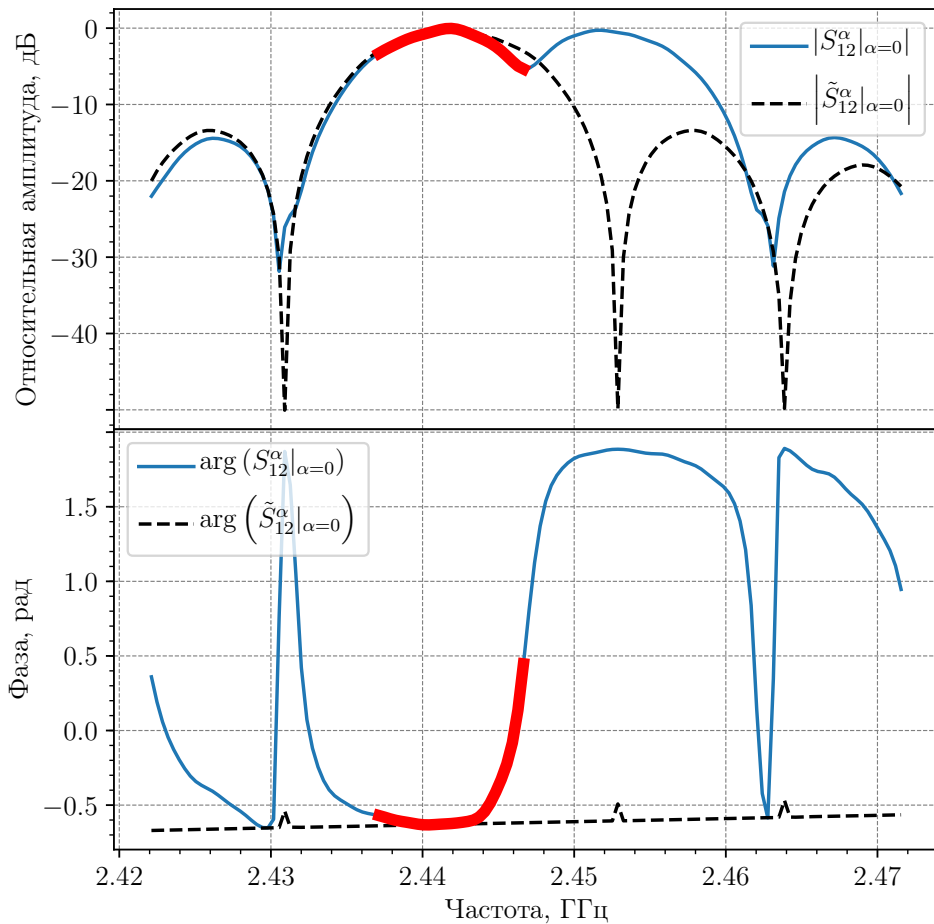
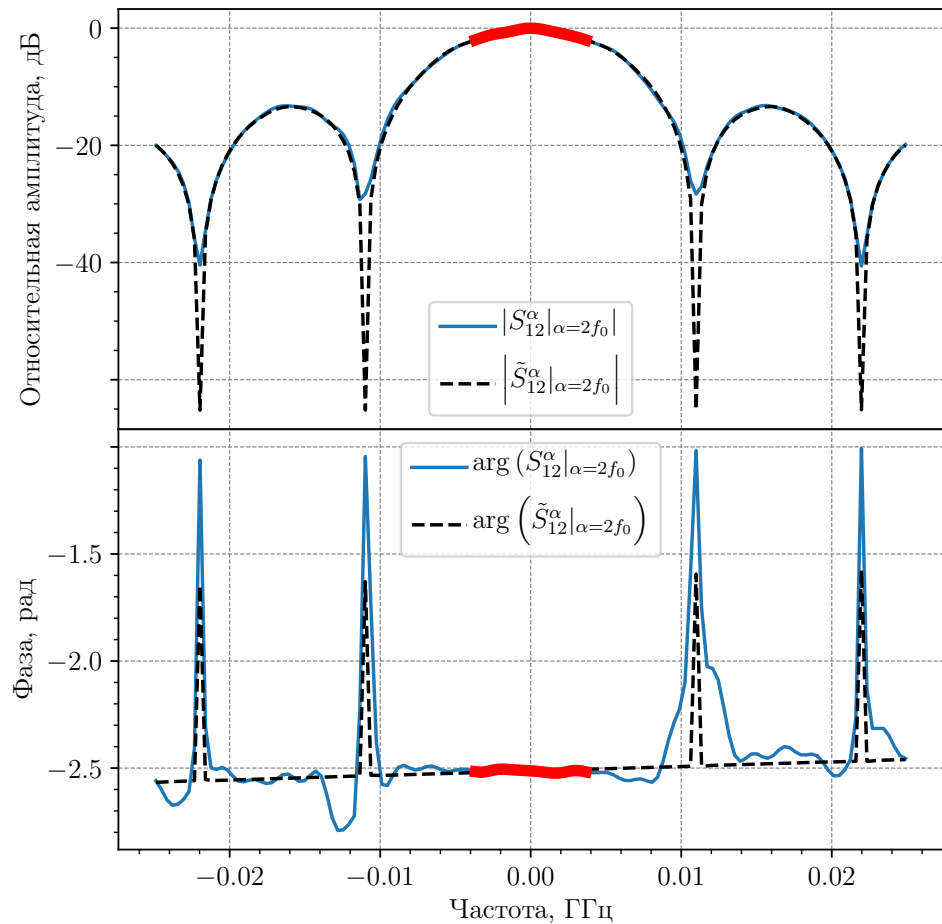
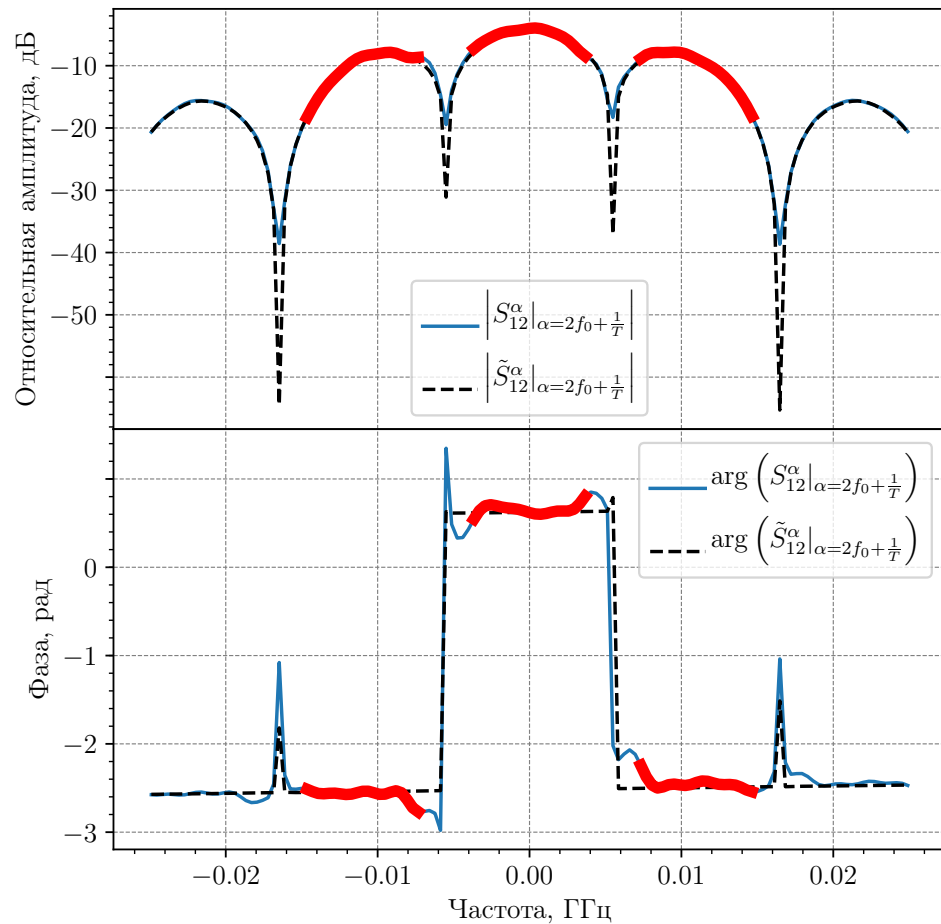


Рисунок 4.8 — Модуль взаимной циклической спектральной плотности мощности $S_{12}^{\alpha}(f)$

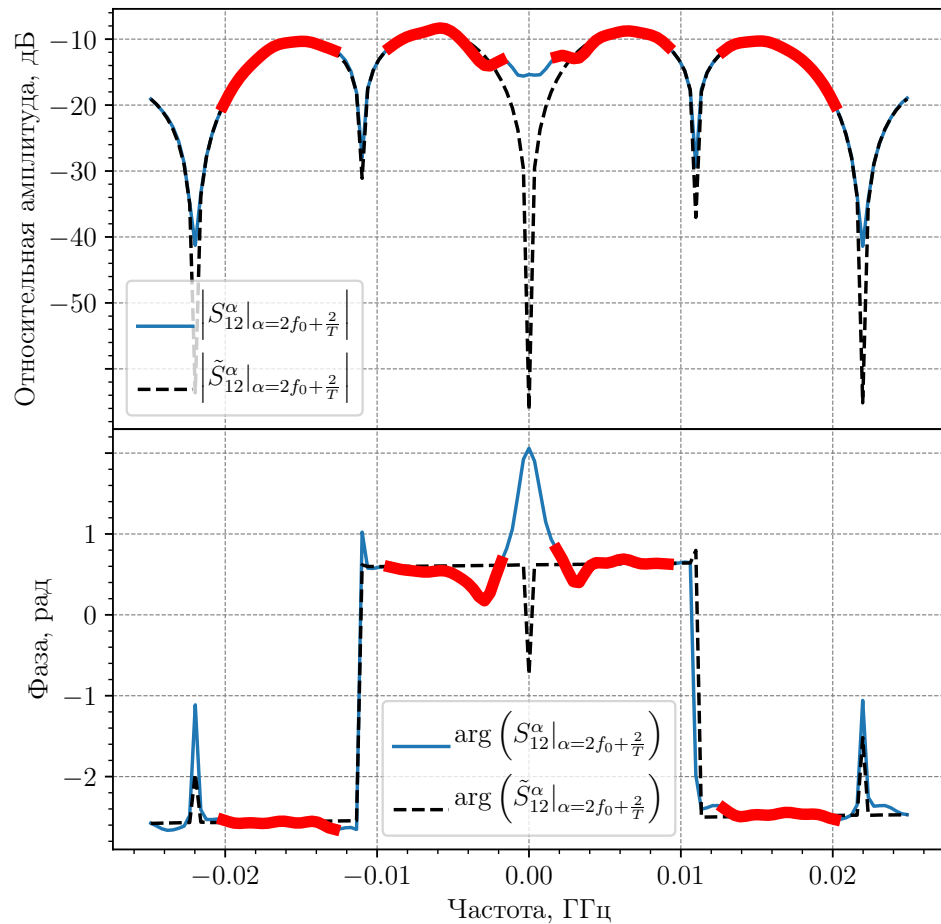
Таблица 4.3 — Результаты оценки величины задержки прихода сигнала $s(t)$ в случае использования информации о циклостационарной природе сигнала (сечение $\alpha = \beta$)

Параметр	Значение
Истинная величина задержки D_s	0,368 нс
Оценка величины задержки \hat{D}_s	0,364 нс
Абсолютная величина ошибки	4×10^{-3} нс

а) Циклическая частота $\alpha = 0$ б) Циклическая частота $\alpha = 2f_0$ Рисунок 4.9 — Оценка наклона фазовой характеристики ВЦСПМ при различных значениях циклической частоты α



а) Циклическая частота $\alpha = 2f_0 + \frac{1}{T}$



б) Циклическая частота $\alpha = 2f_0 + \frac{2}{T}$

Рисунок 4.10 — Оценка наклона фазовой характеристики ВЦСПМ при различных значениях циклической частоты α

Гауссовский случайный процесс

В случае отсутствия априорной информации о сигнале помехи $m(t)$ целесообразно представление такого сигнала как реализации стационарного в широком смысле случайного процесса, имеющего Гауссовское распределение. Случайный процесс $m(t)$, наблюдаемый в точках приема антенной системы совместно с полезным сигналом $s(t)$, будет обладать собственной величиной задержки, обусловленной положением источника $m(t)$ относительно центра антенной системы. На рис. 4.11 показана периодограмма Уэлча сигнала $s(t)$.

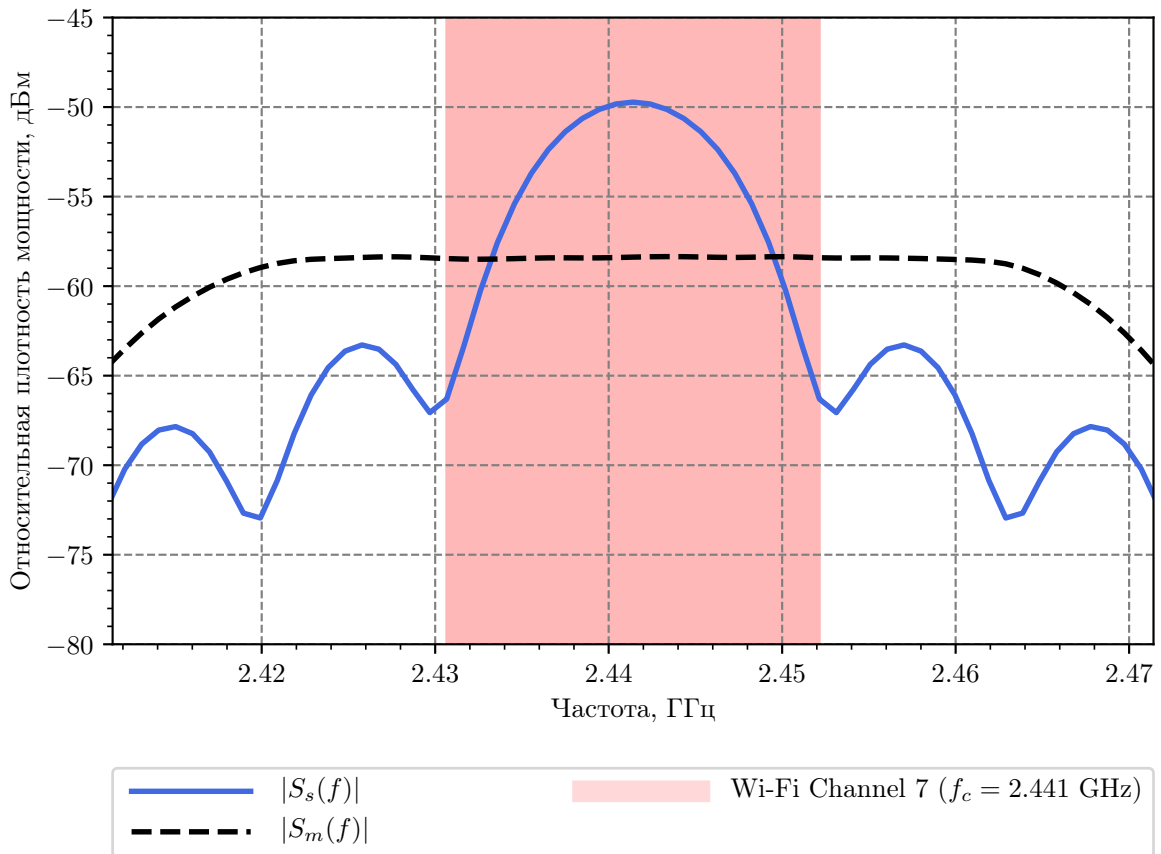


Рисунок 4.11 — Периодограмма Уэлча сигнала $s(t)$

Искажения, вносимые в полезный сигнал помехой в данном случае будут интегрально определяться отношением сигнал-помеха (англ. *Signal-to-Interference Ratio*, *SIR*):

$$SIR = \frac{P_s}{P_m}, \quad (4.40)$$

где P_s — средняя мощность сигнала $s(t)$, P_m — средняя мощность сигнала $m(t)$. Рассмотрим в качестве примера отношение сигнал-помеха, равное 2 дБ. Взаимные циклостационарные характеристики для данного случае показаны на рис. 4.12 и рис. 4.13.

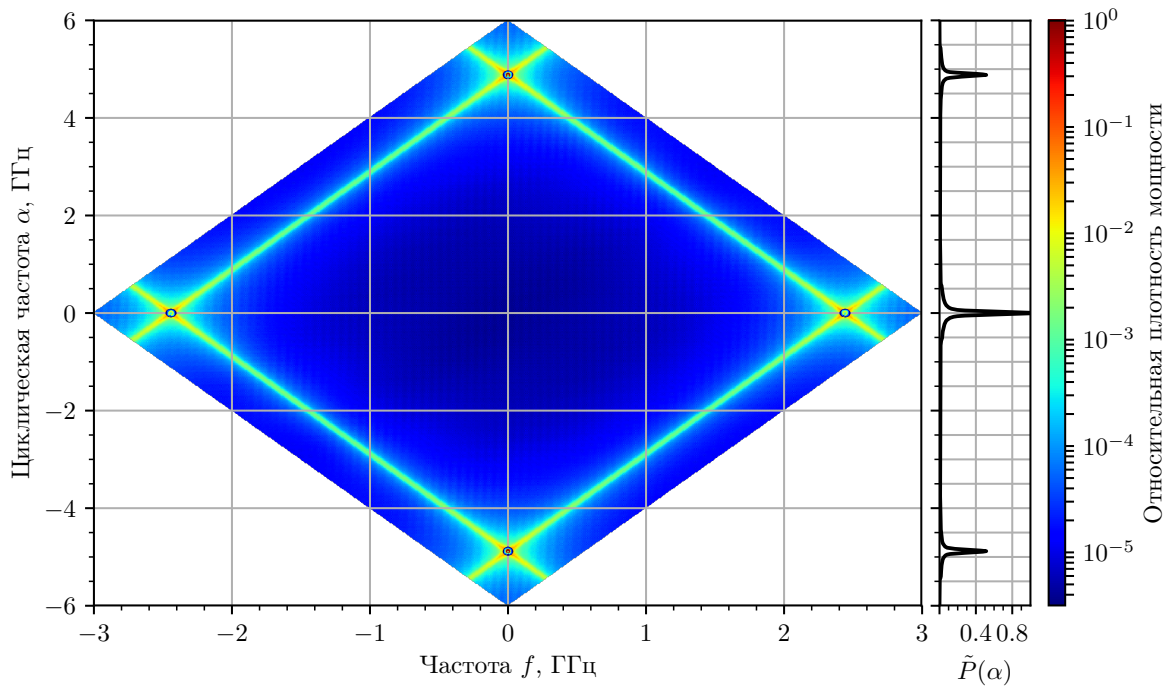


Рисунок 4.12 — Модуль взаимной циклической спектральной плотности мощности $S_{12}^{\alpha}(f)$

На рис. 4.14 и рис. 4.15 показаны модуль и аргумент сечений ВЦСПМ при различных значениях циклической частоты α . Из приведенных рисунков видно искажение фазовых характеристик сечений ВЦСПМ, полученный при различных значениях циклической частоты α . Данные искажения снижают точность получаемой оценки времени задержки сигнала; в таблице 4.4 приведены числовые значения полученных оценок, из которых следует, что наиболее сильно искажению подвергается оценка по частоте $\alpha = 0$, что соответствует стационарной модели сигнала. Оценки, получаемые на характерных циклических частотах сигнала, подвержены влиянию искажений в меньшей степени.

Таблица 4.4 — Результаты оценки величины задержки прихода сигнала $s(t)$ по наклону фазовой характеристики сечения ВЦСПМ, полученного при различных значениях циклической частоты α

Циклическая частота α	Истинная величина задержки D_s , нс	Оценка величины задержки \hat{D}_s , нс	Абсолютная величина ошибки, нс
0	0.368	0.276	0.092
$2f_0$	0.368	0.338	0.03
$2f_0 + \frac{1}{T}$	0.368	0.247	0.12
$2f_0 + \frac{2}{T}$	0.368	1.135	-0.766

Оценки времени задержки прихода сигнала $\hat{\tau}^i$, полученные на основе ана-

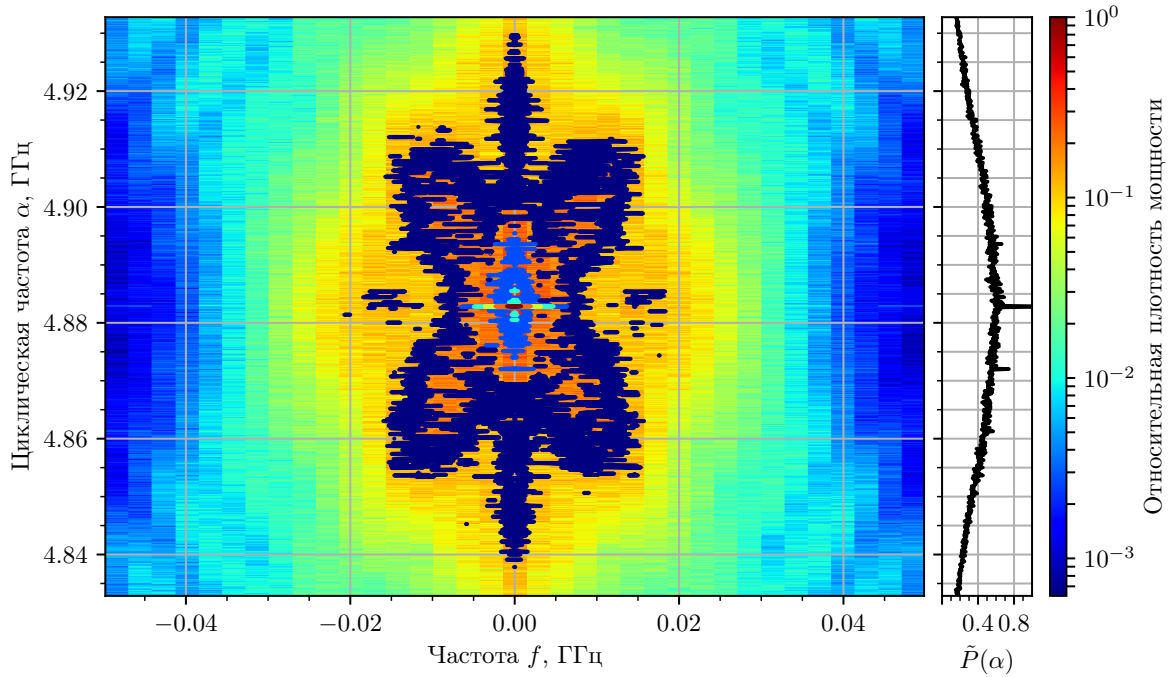


Рисунок 4.13 — Модуль взаимной циклической спектральной плотности мощности $S_{12}^{\alpha}(f)$

лиза сечений ВЦСПМ на i -ых циклических частотах, являются случайными величинами. Выполним оценки статистических характеристик данных случайных величины при различных отношениях сигнал-помеха. Рассмотрим так же объединенную оценку $\hat{\tau}^{\Sigma}$, получаемую с учетом оценок по нескольким циклическим частотам, и вычисляемую по формуле:

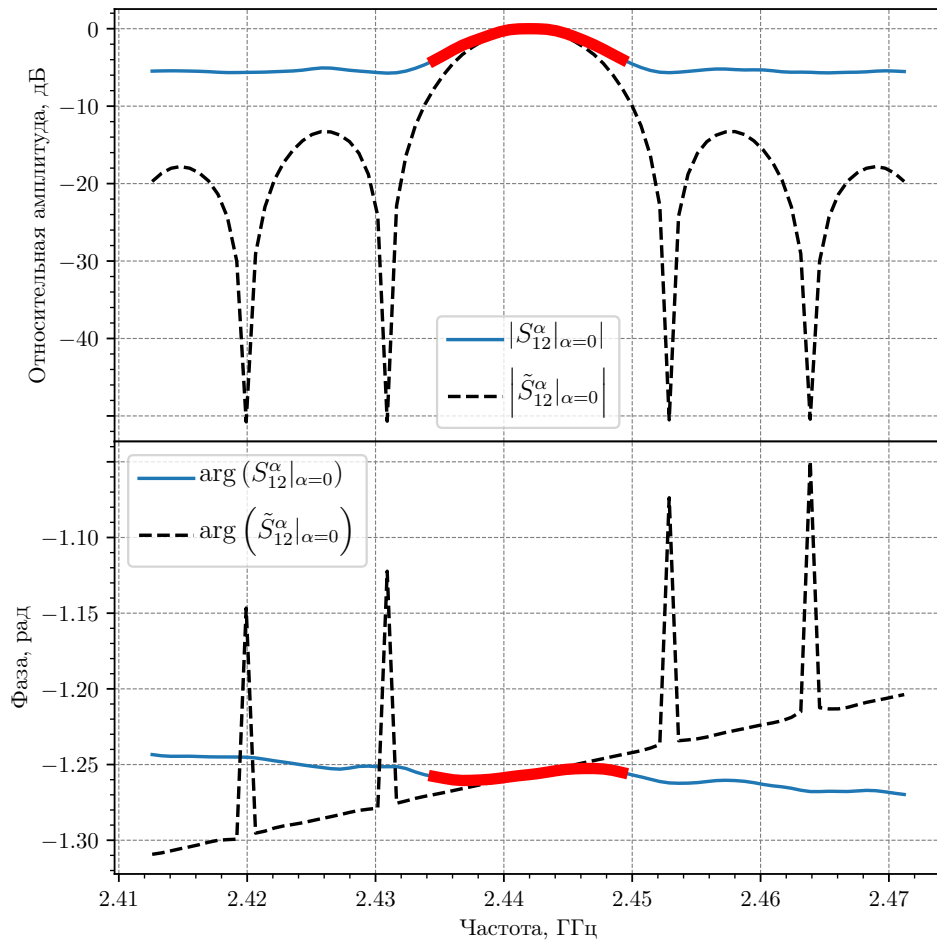
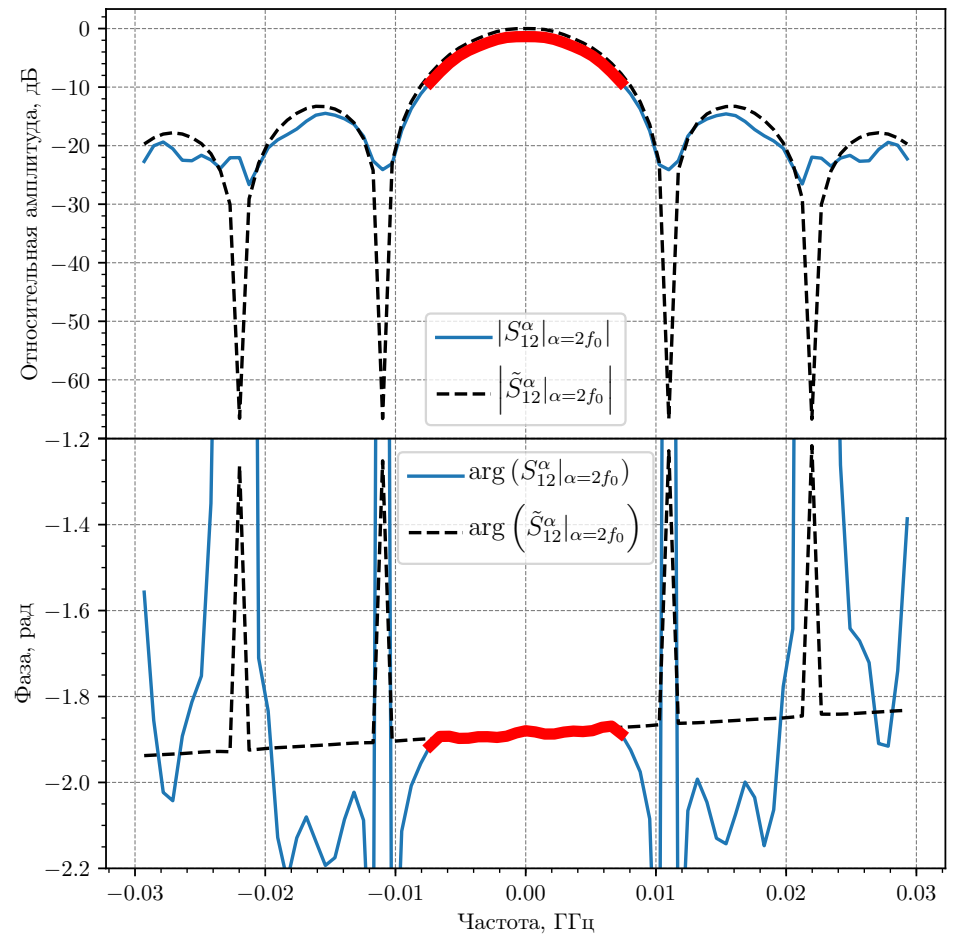
$$\hat{\tau}^{\Sigma} = \sum_{i \in \{\alpha\}} w_i \hat{\tau}^i, \quad (4.41)$$

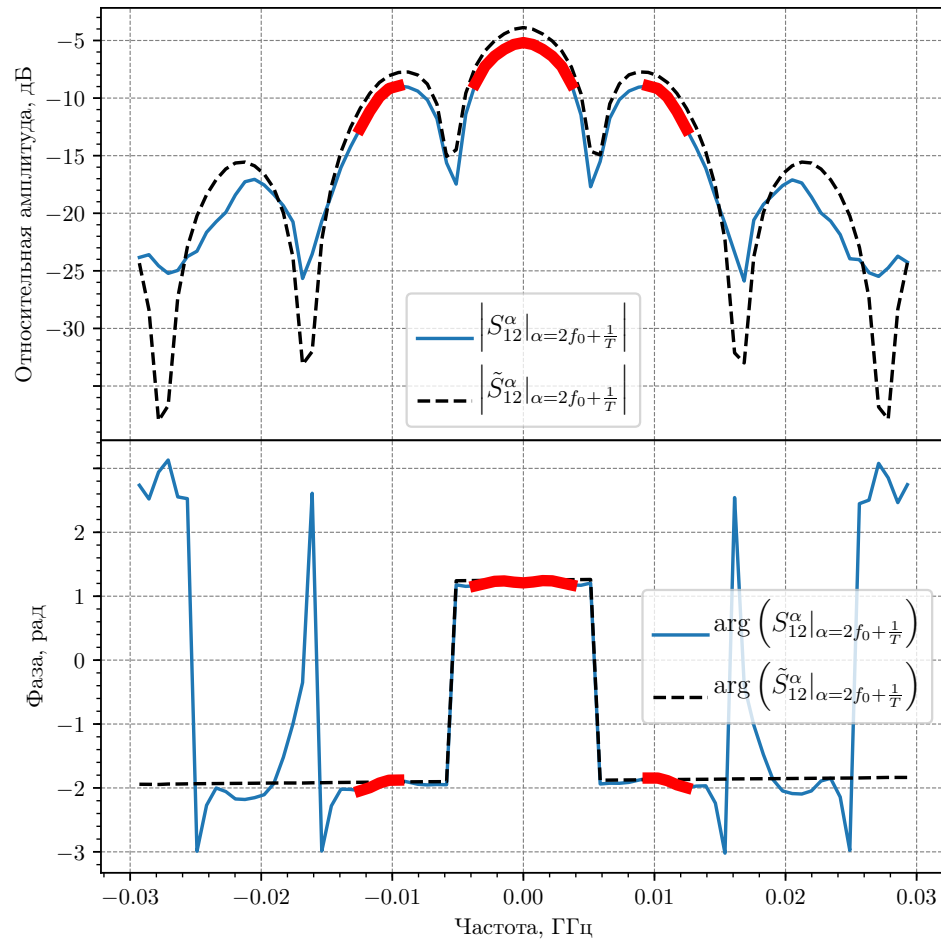
где $\hat{\tau}^i$ — оценка времени задержки прихода сигнала, полученная на i -ой циклической частоте, $\{\alpha\}$ — множество циклических частота полезного сигнала, w_i — весовой коэффициент оценки, определяемый следующим выражением:

$$w_i = \frac{\frac{1}{\hat{\sigma}_i^2}}{\sum_{\beta \in \{\alpha\}} \frac{1}{\hat{\sigma}_\beta^2}}, \quad (4.42)$$

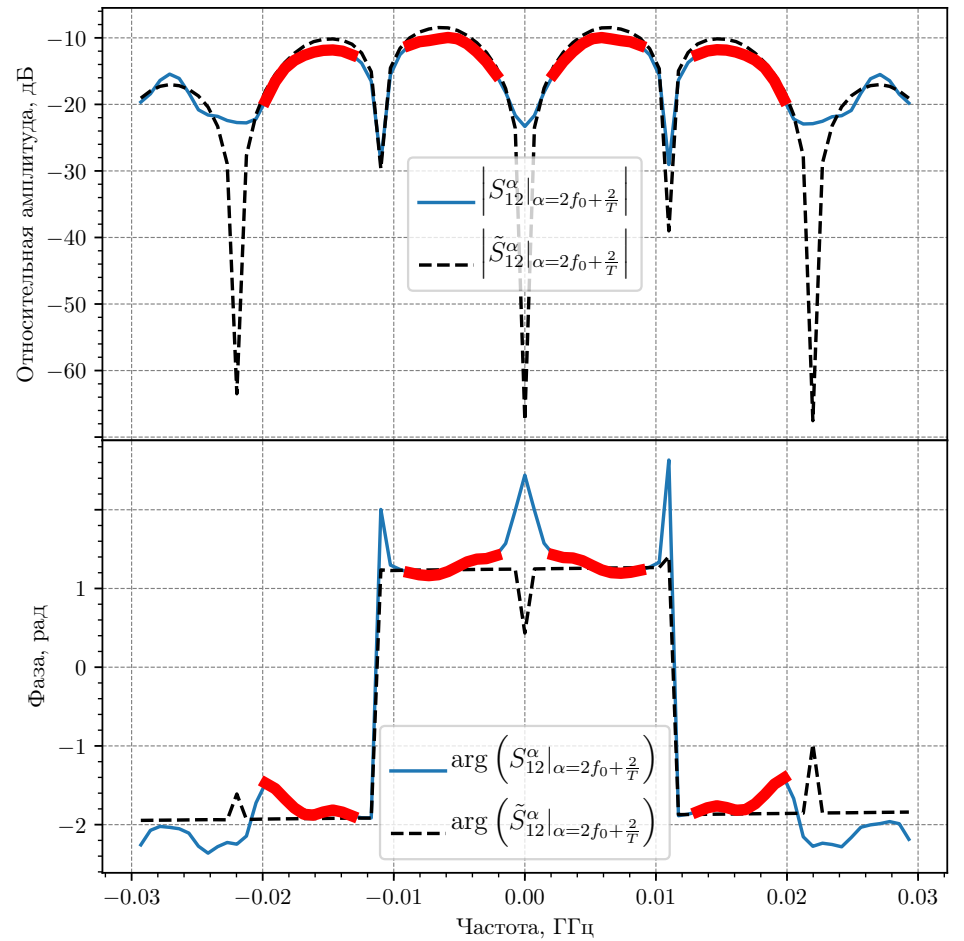
где $\hat{\sigma}_i$ — оценка дисперсии случайной величины $\hat{\tau}^i$. Для приведенной модели циклоstationарный случайный процессе $s(t)$ рассматриваются следующие циклические частоты:

$$\{\alpha\} = \left\{ 2f_0, 2f_0 + \frac{1}{T}, 2f_0 + \frac{2}{T} \right\}. \quad (4.43)$$

а) Циклическая частота $\alpha = 0$ б) Циклическая частота $\alpha = 2f_0$ Рисунок 4.14 — Оценка наклона фазовой характеристики ВЦСПМ при различных значениях циклической частоты α



а) Циклическая частота $\alpha = 2f_0 + \frac{1}{T}$



б) Циклическая частота $\alpha = 2f_0 + \frac{2}{T}$

Рисунок 4.15 — Оценка наклона фазовой характеристики ВЦСПМ при различных значениях циклической частоты α

Для случайной величины $\hat{\tau}^i$ рассмотрим среднеквадратическую ошибку (СКО) оценки времени задержки прихода ε_i :

$$\varepsilon_i = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^P (\hat{\tau}_j^i - \tau)^2} = b_i^2 + \sigma_i^2, \quad (4.44)$$

где P — количество экспериментов, $\hat{\tau}_j^i$ — оценка, полученная в результате j -ого эксперимента, τ — истинная величина задержки, b_i — смещение, σ_i^2 — дисперсия. Так же рассмотрим взаимную корреляцию оценок, получаемых на различных циклических частотах. Для этого составим корреляционную матрицу \mathbf{C} :

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_{0,0} & c_{0,2f_0} & c_{0,2f_0+1/T} & c_{0,2f_0+2/T} \\ c_{2f_0,0} & c_{2f_0,2f_0} & c_{2f_0,2f_0+1/T} & c_{2f_0,2f_0+2/T} \\ c_{2f_0+1/T,0} & c_{2f_0+1/T,2f_0} & c_{2f_0+1/T,2f_0+1/T} & c_{2f_0+1/T,2f_0+2/T} \\ c_{2f_0+2/T,0} & c_{2f_0+2/T,2f_0} & c_{2f_0+2/T,2f_0+1/T} & c_{2f_0+2/T,2f_0+2/T} \end{pmatrix} \quad (4.45)$$

где c_{ij} — коэффициент корреляции оценок времен задержек сигнала, полученных на i -ой и j -ой циклической частотах соответственно. Данная матрица является диагональной:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & c_{0,2f_0} & c_{0,2f_0+1/T} & c_{0,2f_0+2/T} \\ c_{2f_0,0} & 1 & c_{2f_0,2f_0+1/T} & c_{2f_0,2f_0+2/T} \\ c_{2f_0+1/T,0} & c_{2f_0+1/T,2f_0} & 1 & c_{2f_0+1/T,2f_0+2/T} \\ c_{2f_0+2/T,0} & c_{2f_0+2/T,2f_0} & c_{2f_0+2/T,2f_0+1/T} & 1 \end{pmatrix} \quad (4.46)$$

На рис. 4.17 (а, б, г, д) показаны полученные в результате имитационного численного моделирования статистические характеристики.

На рис. 4.17 (в, е) показаны гистограммы получаемых оценок, наглядно демонстрирующие приведенные ниже выводы. На рис. 4.16 приведены зависимости изменения коэффициентов корреляции оценок, представляющих собой элементы матрицы \mathbf{C} , от отношения сигнал-помеха. Из приведенных зависимостей следует, что наибольшая корреляция, наблюдается между оценками, получаемыми на нулевой и удвоенной несущей частоте.

Приведенные результаты позволяют сделать следующие выводы относительно моделей, алгоритмов и методов решения задачи оценки времени задержки прихода сигнала:

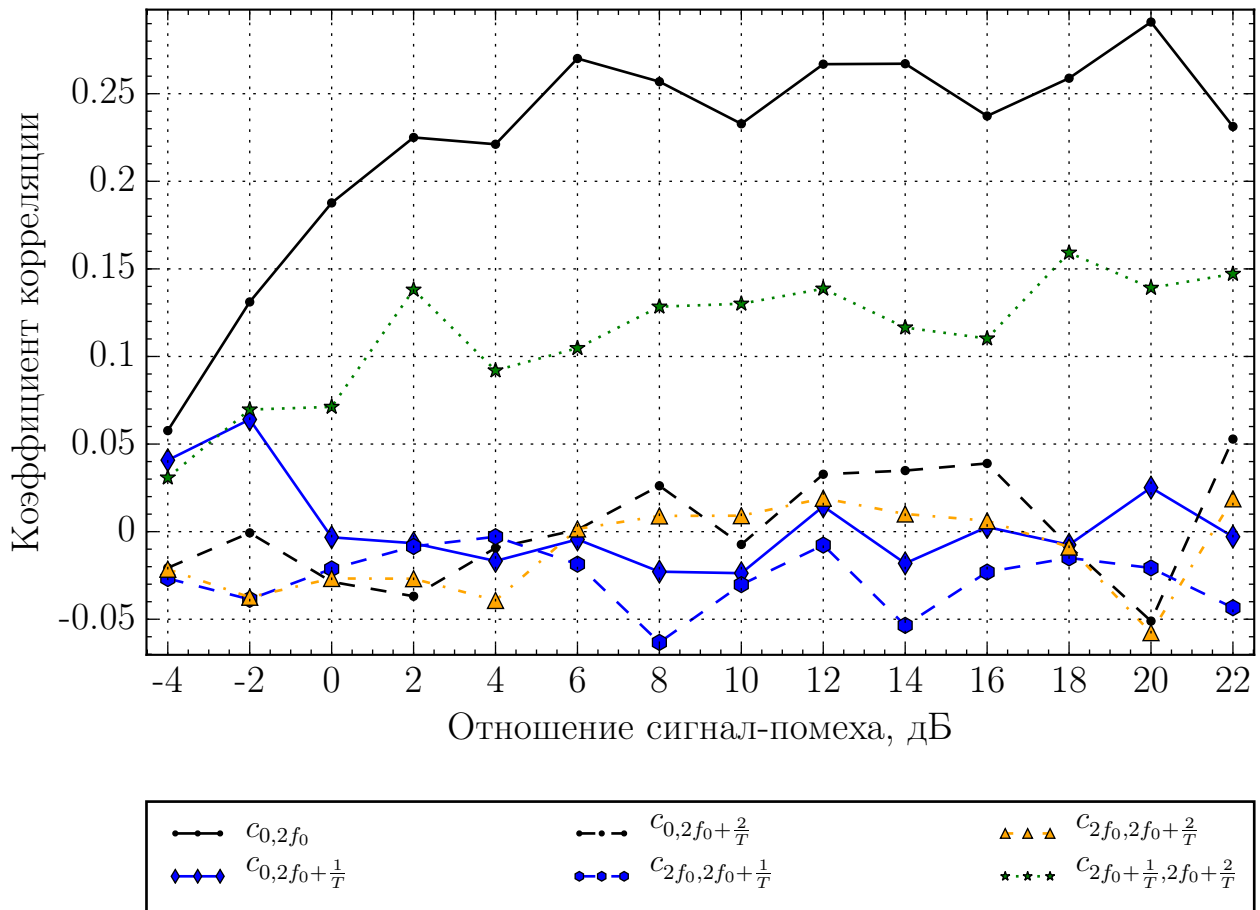


Рисунок 4.16 — Зависимость коэффициентов корреляции получаемых оценок времени задержки прихода сигнала от отношения сигнал-шум

- применение моделей, рассматривающих сигналы в качестве реализаций циклостационарных случайных процессов позволяет проводить селекцию полезного сигнала на фоне сигнала помехи в случае, если сигналы обладают различными характерными циклическими частотами селекция возможна в том числе в случае полного перекрытия полезного сигнала и сигнала помехи во временной и частотной областях;
- целесообразно рассмотрение объединенной оценки $\hat{\tau}^\Sigma$, учитывающей в себе оценки на всех характерных циклических частотах, и превосходящей по точности отдельные оценки на циклических частотах, отличных от нуля;
- для рассмотренной модели сигнала $s(t)$ объединенная оценка $\hat{\tau}^\Sigma$ обладает меньшей среднеквадратической ошибкой при отношении сигнал-помеха менее 14 дБ для случая сигнала помехи, представляющего собой аддитивный белый Гауссовский шум;
- оценки, получаемые при циклических частотах, отличных от нуля, яв-

ляются несмещенными, оценки при циклической частоте равной нулю, является смещенными;

- оценки, получаемые при циклических частотах, отличных от нуля, обладают, по сравнению с оценками, получаемыми на нулевой циклической частоте, большими дисперсиями;
- точность оценок, получаемых на характерных циклических частотах сигнала, убывает с удалением циклической частоты от удвоенной несущей частоты.

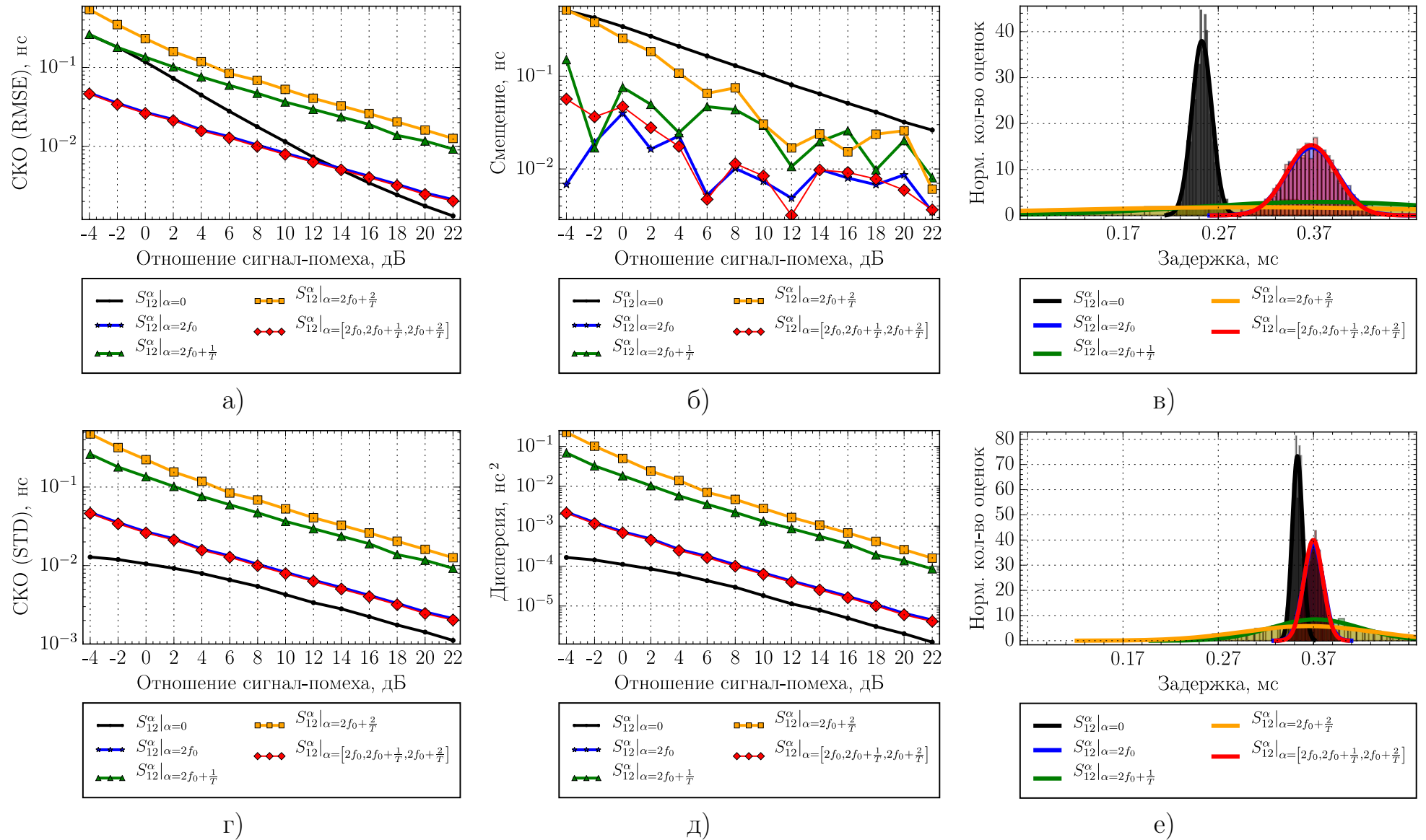


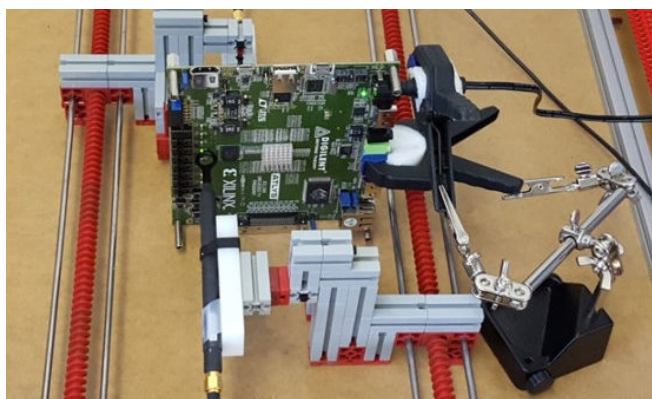
Рисунок 4.17 — Зависимость статистических характеристик получаемых оценок от отношения сигнал-помеха: а) среднеквадратические ошибки ε_i , б) смещения b_i , г) среднеквадратические отклонения σ_i , д) дисперсии σ_i^2 ; гистограммы получаемых оценок времени задержки прихода сигнала на различных циклических частотах при различных отношениях сигнал-помеха: в) 0 дБ, е) 8 дБ

4.4.2 Обработка экспериментальных данных

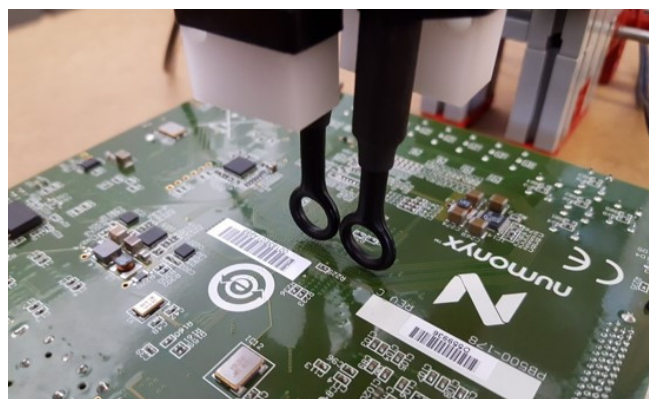
Для обработки на основе предложенного алгоритма были использованы данные, полученные с помощью цифрового осциллографа Teledyne LeCroy — SDA 813ZiA. Основные характеристики осциллографа приведены в таблице 4.5.

Таблица 4.5 — Основные характеристики осциллографа Teledyne LeCroy — SDA 813ZiA

Полоса пропускания	13 ГГц
Количество каналов	4
Частота дискретизации	40 ГГц
Объем памяти на канал	256 Мб
Входные сопротивления	50 Ом и 1 МОм



а)



б)

Рисунок 4.18 — Измерительный стенд в сборке: а) размещение тестовой платы в измерительном стенде, б) расположение пробников электромагнитного поля над поверхностью платы

Тестируемое цифровое устройство, представляющее собой плату Atlys Spartan-6 FPGA, размещено на тестовом стенде как показано на рис. 4.18 (а). С использованием пары пробников электромагнитного поля, подключенных к осциллографу, выполняется измерение побочного электромагнитного излучения платы, работающей в тестовом режиме. Работа в тестовом режиме организована при помощи запуска на контроллере платы специальной программы, выполнение которой приводит к передаче по шине данных случайной двоичной последовательности, возникновение нулей и единиц в которой равновероятно. Пробники расположены над дорожками печатной платы, как показано на рис. 4.18 (б). Исследована область платы, на которой расположены дорожки шины данных. Сигналы, протекаемые при этом в самой шине определялись режимом работы устройства.

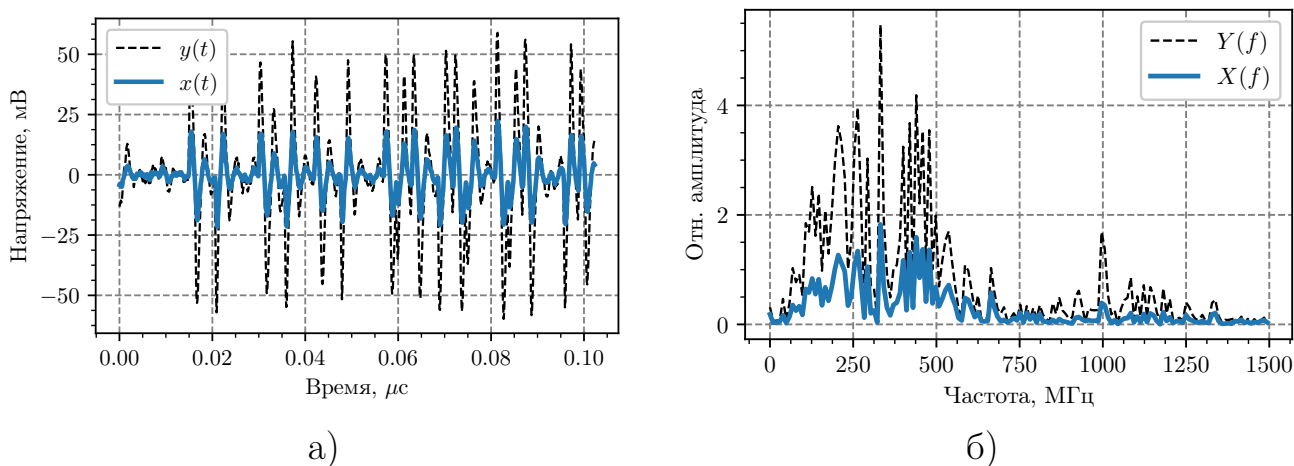


Рисунок 4.19 — Пример записанного цифрового сигнала: а) временная область, б) частотная область

В процессе эксперимента выполнялась синхронная запись сигналов в двух каналах осциллографа Teledyne LeCroy — SDA 813ZiA, к которым были подключены два пробника магнитного поля, один из которых, называемый опорным, оставался неподвижным и располагался непосредственно над областью начала шины данных, т.е. над пространственным источником сигналов. Второй пробник располагался в точках с различными координатами по ходу трассы шины. Таким образом, для каждого положения пары пробников, выполнялось наблюдение двух сигналов, один из которых соответствовал сигналу, передаваемому источником в начальной точке шины, другой — сигналу, протекающему в шине на некотором удалении от начала. На рис. 4.19 (а) показаны фрагменты наблюдаемых сигналов где $x(t)$ представляет собой напряжение, пропорциональное напряженности магнитного поля, измеренного подвижным пробником, а $y(t)$ — напряжение, пропорциональное опорному неподвижному пробнику. На рис. 4.19 (б) представлены спектры сигналов подвижного и неподвижного пробников: $X(f)$ и $Y(f)$ соответственно.

Применим блочный алгоритм усреднения циклических периодограмм, предложенный в разделе 3.3, к отсчетам сигнала $x[n]$, представляющего собой результат дискретизации сигнала $x(t)$. Полученная в результате ЦСПМ показана на рис. 4.20: количество цифровых отсчетов в выборке составило $N = 60000$, частота дискретизации $F_s = 10$ ГГц, параметры алгоритма $f_c = 0$, $\Delta F_\alpha = 2F_s$, $N_\alpha = 1024$. Из приведенного рисунка видна характерная область циклической характеристики при $\alpha \approx 667$ МГц. Построение более подробной характеристики позволило уточнить значение характерной циклической частоты

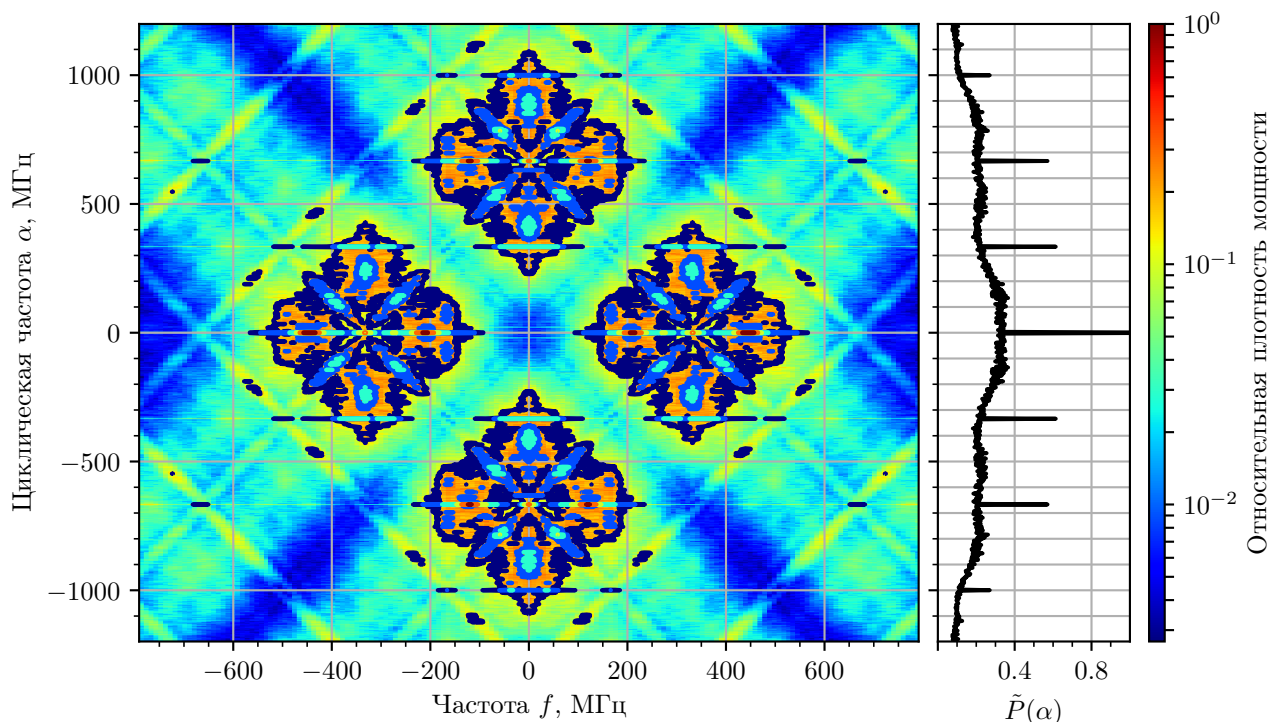


Рисунок 4.20 — Модуль ЦСПМ сигнала $x[n]$

ты $\alpha_0 = 666659147.869$ Гц по пику интегральной характеристики $\tilde{P}(\alpha)$. Подробнее фрагмент модуля собственной циклической характеристики показан на рис. 4.21, для получения которого были выбраны следующие параметры алгоритма $f_c = \alpha_0$, $\Delta F_\alpha = 2$ МГц, $N_\alpha = 512$.

При построении приведенных характеристик априорная информация о режиме работы устройства и сигнале, передаваемом по шине, не использовалась, однако из графиков можно сделать вывод о характере анализируемого сигнала: сигнал имеет вид последовательности прямоугольных импульсов со случайной амплитудой, пропущенных через фильтр верхних частот. Частота повторения импульсов в последовательности равна $f_p = 333$ МГц. Данный вывод соответствует установленному режиму работы платы, определенная по циклоstationарным характеристикам частота повторения импульсов соответственно равна номинальной частоте работы цифровой шины, установленной тестом. На рис. 4.22 показан срез ЦСПМ сигнала на характерных циклических частотах: нулевой циклической частоте и частотах, кратных частоте повторения импульсов.

Рассмотрим так же взаимную циклическую характеристику сигналов $x[n]$ и $x[y]$, где $y[n]$ представляет собой результат дискретизации сигнала $y(t)$. На рис. 4.23 и рис. 4.24 приведены модули ВЦСПМ соответственно во всей области

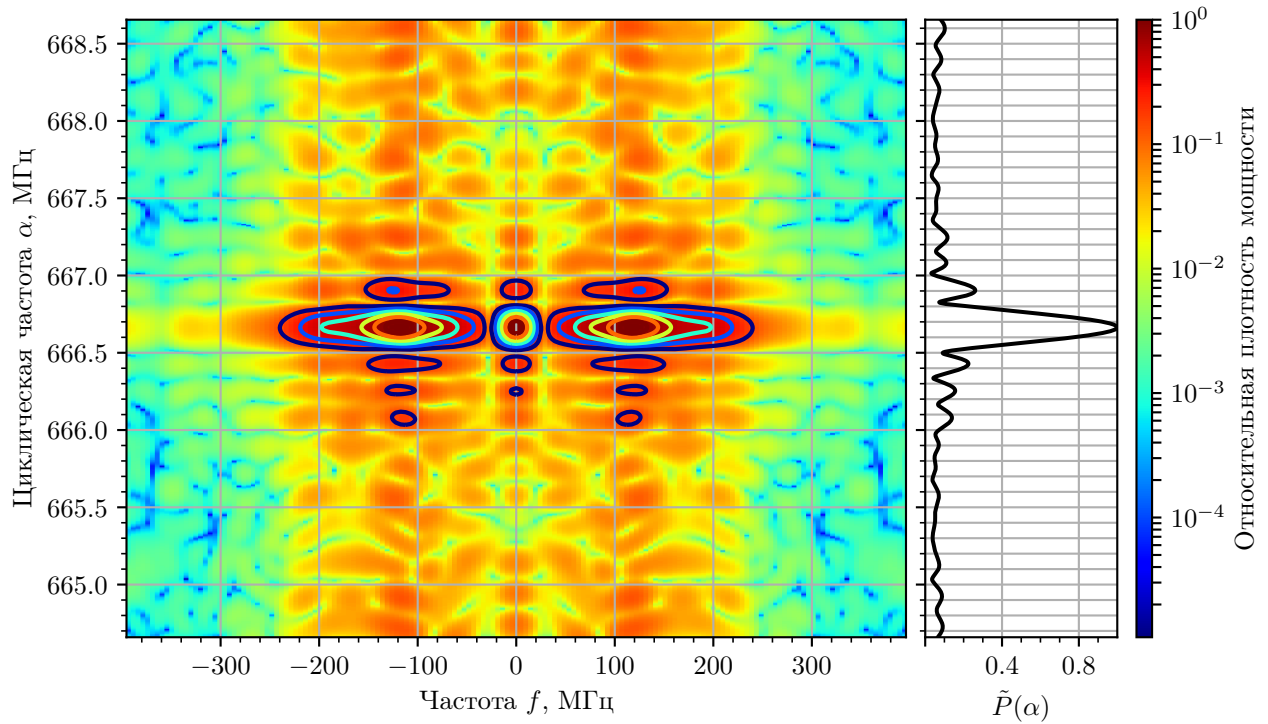


Рисунок 4.21 — Модуль участка ЦСПМ сигнала $x[n]$ в окрестности характерной циклической частоты α_0

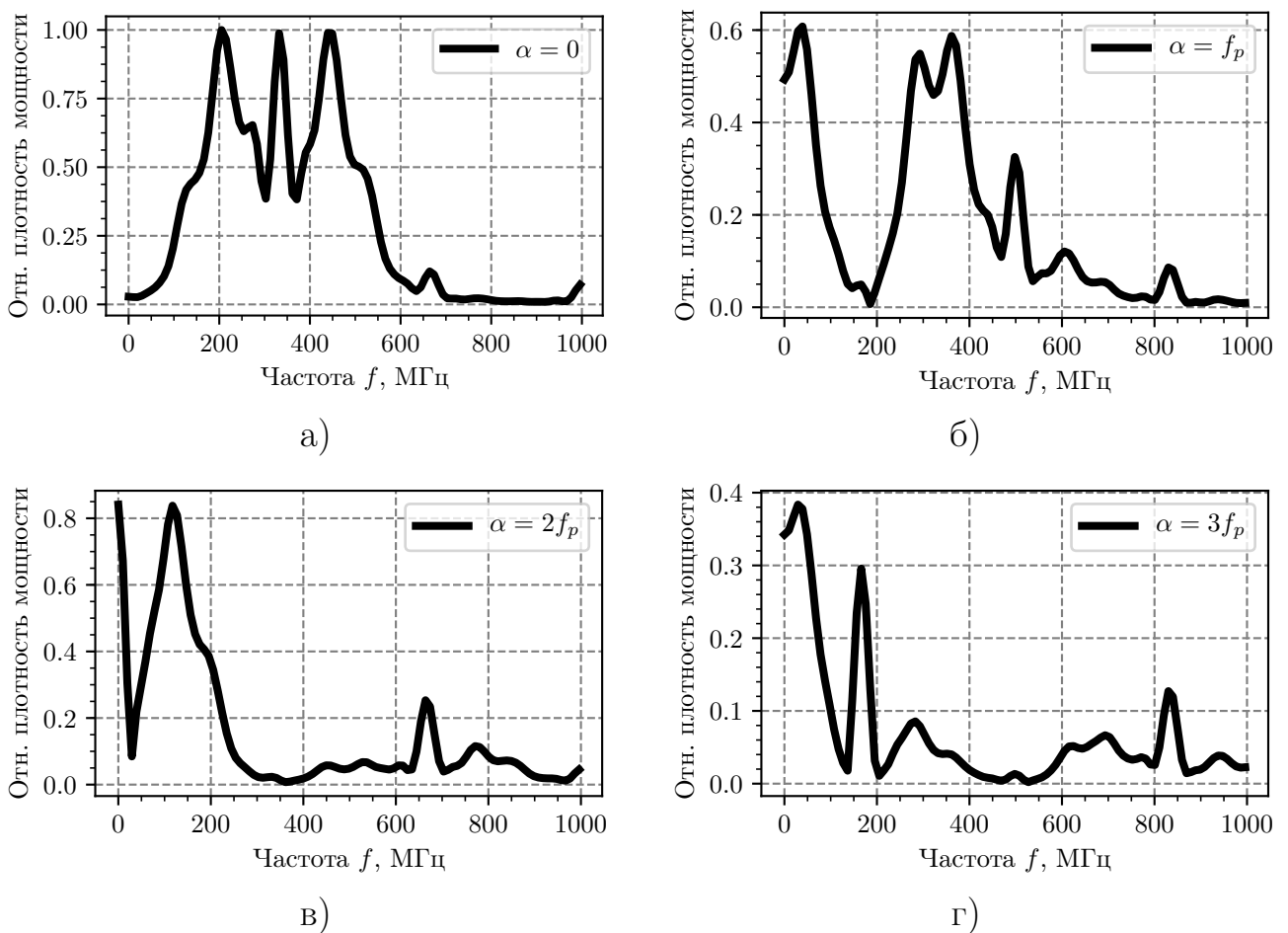


Рисунок 4.22 — Сечения модуля ЦСПМ сигнала $x[n]$ при различных характерных циклических частотах

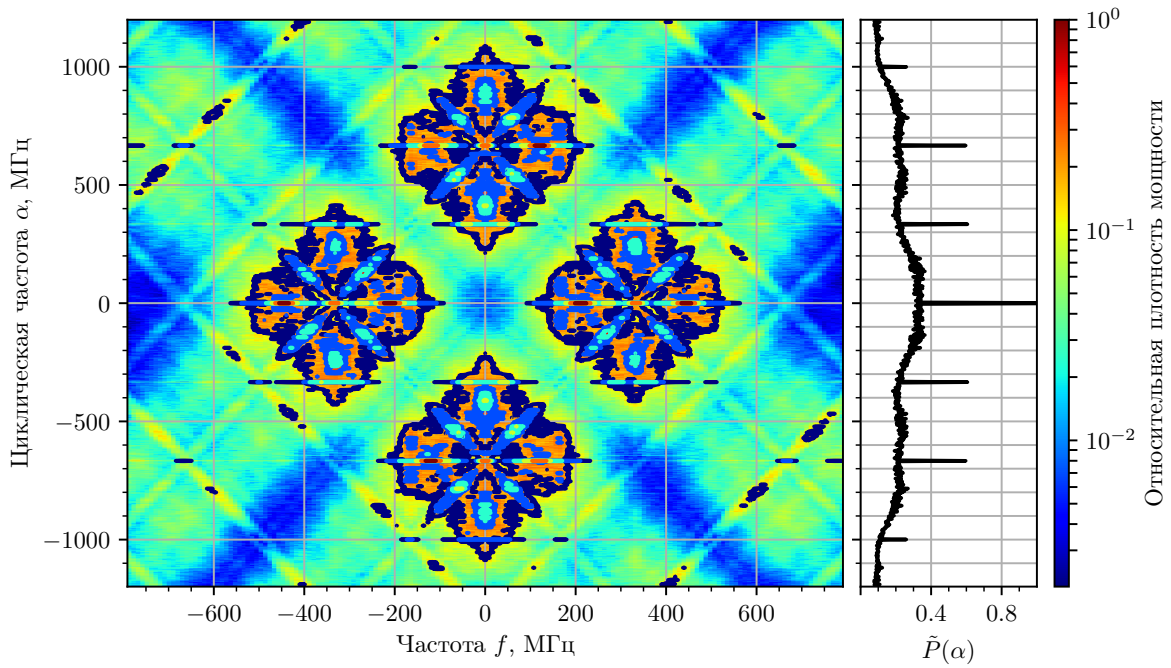


Рисунок 4.23 — Модуль ВЦСПМ сигналов $x[n]$ и $y[n]$

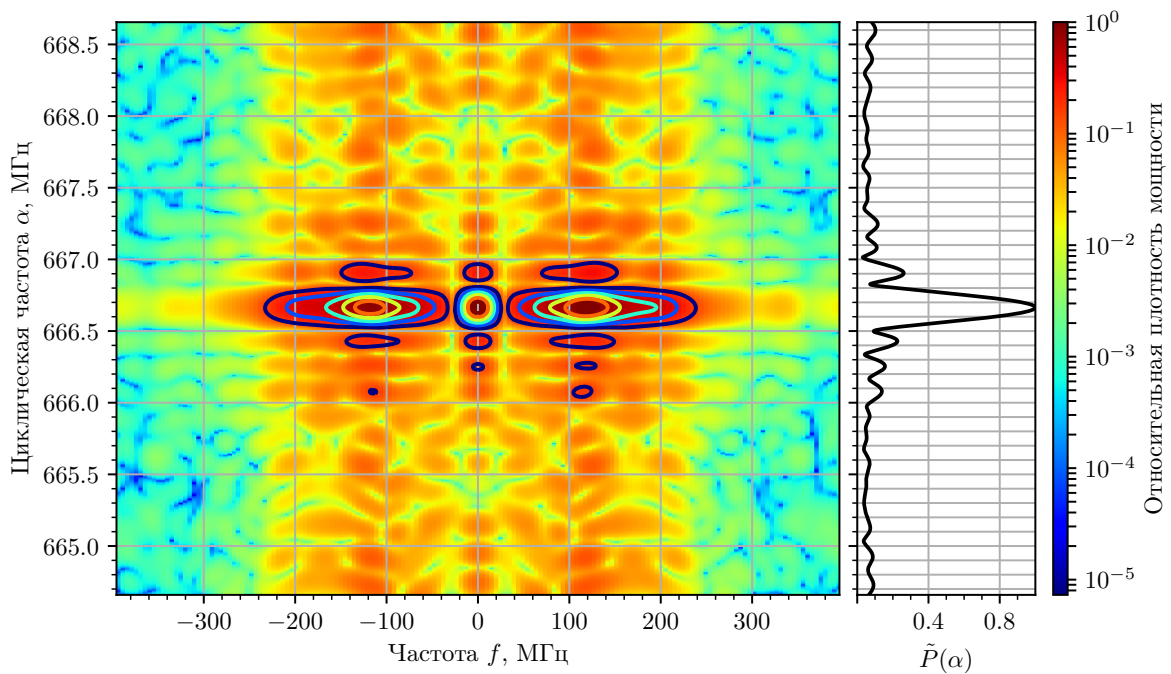


Рисунок 4.24 — Модуль участка ВЦСПМ сигналов $x[n]$ и $y[n]$ в окрестности характерной циклической частоты α_0

циклических частот (параметры алгоритма $f_c = 0$, $\Delta F_\alpha = 2F_s$, $N_\alpha = 1024$) и в области характерной частоты α_0 (параметры алгоритма $f_c = \alpha_0$, $\Delta F_\alpha = 2$ МГц, $N_\alpha = 512$).

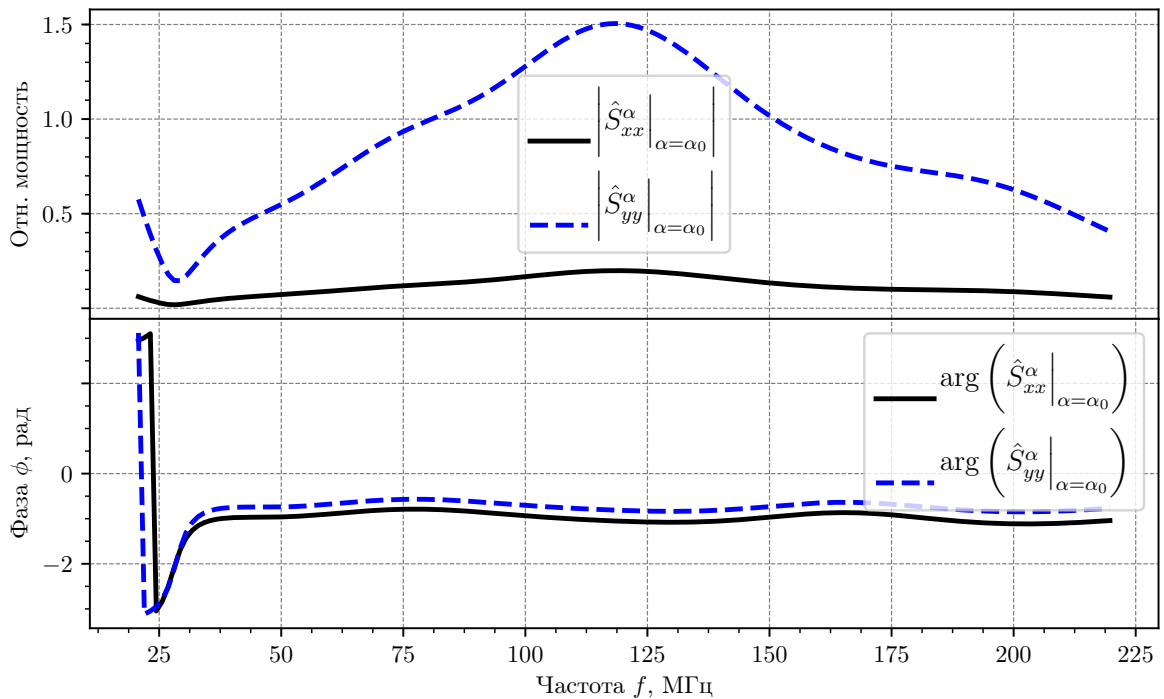


Рисунок 4.25 — Модуль и аргумент ЦСПМ сигналов $x[n]$ и $y[n]$ при циклической частоте $\alpha = \alpha_0$

В рамках эксперимента положение второго пробника менялось так, чтобы обеспечить его удаление от источника сигнала по направлению, соответствующему геометрическому движению проводников, выполненному производителем платы при разводки шины. После изменения положения пробник фиксировался и выполнялась синхронная запись сигналов, наблюдаемых в канале опорного и перемещенного пробников. Согласно алгоритму, описанному в 4.2, выполнена оценка задержки между парами синхронно наблюдаемых сигналов. В качестве примера на рис. 4.26 представлены модуль и аргумент отношения собственных циклических характеристик для положения №1 пробника. По оцененным величинам фазовых сдвигов выполнена оценка задержки сигналов. Численные результаты для 6 положений подвижного пробника показаны в таблице 4.6.

Для сравнения были использованы оценки задержки, полученные другими методами: оценка по положению источника излучения, трассы и пробника в плоскости платы (планарная) и оценка по взаимной корреляционной функции (ВКФ).

Оценки задержек, полученные при помощи предложенного блочного алго-

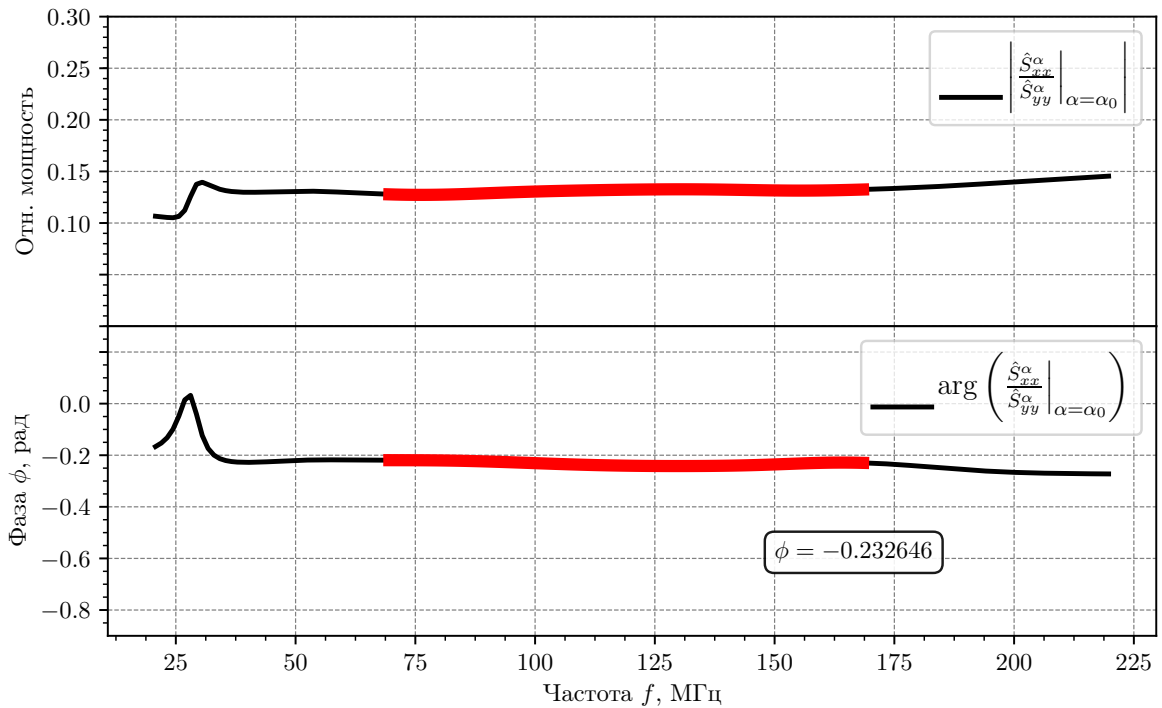


Рисунок 4.26 — Модуль и аргумент отношения ЦСПМ сигналов $x[n]$ и $y[n]$ при циклической частоте $\alpha = \alpha_0$

Таблица 4.6 — Оцененные величины задержки сигналов при различных положениях пробника

№	Планарная, нс	ВКФ, нс	ЦСПМ, нс
1	0,046	0,2	0,054
2	0,14	0,3	0,104
3	0,176	0,4	0,132
4	0,21	0,4	0,171
5	0,276	0,5	0,242
6	0,293	0,5	0,308

ритма усреднения циклических периодограмм, упорядочились верно — величина оценки возрастает с удалением подвижного пробника от опорного. В отличие от альтернативных методов точность разработанного алгоритма не ограничена периодом дискретизации.

4.5 Выводы по главе 4

В главе приведено описание модели приемной системы, состоящей из двух источников излучения, антенной системы, состоящей из двух пространственно разнесенных точек приёма, и оценителя. Подробное исследование влияние задержки циклостационарного сигнала на его циклические характеристики в

частотной области показало, что информация о задержке может быть получена, как по взаимной циклической спектральной плотности двух сигналов, наблюдаемых в различных точках приёма, так по паре собственных циклических плотностей мощности сигналов на основе анализа сечений, взятых на характерных циклических частотах.

Оценка задержки по сечениям ЦСПМ и ВЦСМ продемонстрирована для случая наблюдения полезного сигнала в виде сигнала с квадратурно-фазовой манипуляцией на фоне шума и помехового сигнала в виде сигнала со ступенчатой квадратурно-фазовой манипуляцией. Продемонстрированы искажения, вносимые помеховыми сигналами в циклические характеристики. Полученные статистические характеристики получаемых оценок времени запаздывания сигнала показывают, что оценка времени запаздывания по сечению ЦСПМ на некоторой характерной циклической частоте будет несмещенной, если шумовой или помеховый сигнал не содержит компонент на этой циклической частоте.

Так же главе представлены результаты обработки экспериментальных данных, полученных в ходе натурных экспериментов с помощью четырёхканального цифрового осциллографа Teledyne LeCroy — SDA 813ZiA. С использованием пары пробников ближнего электромагнитного поля, подключенных к осциллографу, выполнено измерение и запись последовательностей цифрового сигнала побочного электромагнитного излучения платы Atlys Spartan-6 FPGA, работающей в тестовом режиме. Описанный в третьей главе блочный алгоритм усреднения циклических периодограмм применен для анализа сигналов, наблюдаемых в каждом из пробников. Оценки задержек, полученные при помощи предложенного блочного алгоритма усреднения циклических периодограмм, упорядочились последовательно — так, величина задержки возрастает по мере удаления подвижного пробника от опорного вдоль электрической трассы распространения сигнала.

ГЛАВА 5

Оценка направления прихода сигнала

В данной главе приведено теоретическое описание основных принципов нейросетевой обработки данных, описаны принципы организации искусственной нейронной сети на основе концепции адаптивных элементов, развитой автором. Приведены примеры построения на основе адаптивных элементов классического нейрона, РБФ-нейрона и нейрона специального вида для вычисления угла. Также в главе представлен способ обучения нейронных сетей, построенных на основе адаптивных элементов, с использованием методов первого, второго и смешанных порядков.

В главе приведено описание применения искусственных нейронных сетей для построения оценщика направления прихода сигнала, приближающего оптимальный оценщик, построенный по методу максимального правдоподобия; в главе приведены результаты имитационного численного моделирования, свидетельствующие о возможности практического применения предложенного подхода.

5.1 Основы теории нейросетевой обработки данных

5.1.1 Общие принципы работы нейронной сети

Искусственная нейронная сеть (ИНС) представляет собой математическую модель, построенную по принципам организации биологических нейронных сетей, т.е. нервных клеток живого организма. В настоящее время ИНС находят широкое применение в решении ряда теоретических и практических задач [55, 56, 57].

В общем случае нейронная сеть представляет собой систему с некоторой передаточной функцией, рис. 5.1. На вход такой системы поступает вектор входных данных \mathbf{X} , на выходе получается вектор выходных данных \mathbf{Y} . Говоря иначе работа нейронной сети может быть описана как преобразование некоторого

множества входных элементов во множество выходных элементов.

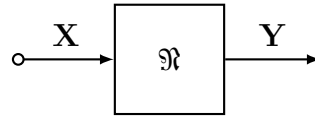


Рисунок 5.1 — Обобщённое представление нейронной сети

Внутри ИНС сигналы могут распространяться в двух направлениях — прямом направлении (*feed forward*) и обратном направлении (*backpropogation*). Прямое распространение используется для получения выходного сигнала сети (вектора выходных данных \mathbf{Y}). Обратное распространение необходимо для получения сигнала ошибки, используемого в процессе обучения.

5.1.2 Теория адаптивных элементов

В данной работе предложено выполнить синтез ИНС не из классических нейронов [6], но из адаптивных элементов [58, 59, 60]. Адаптивный элемент представляет собой более простую единицу, чем классический нейрон и в общем случае является элементом, реализующим известное преобразование входного сигнала \mathbf{x} в выходной сигнал \mathbf{y} . В самом общем виде такое преобразование можно записать в форме некоторого преобразования известной формы T :

$$\mathbf{y} = T(\mathbf{x}, \Theta), \quad (5.1)$$

где под Θ будет подразумеваться вектор параметров этого преобразования. Форма преобразования T определяется назначением и внутренней структурой элемента, а требуемое для функционирования сети значение вектора его параметров Θ определяется в процессе его обучения [9].



Рисунок 5.2 — Структура сигнальных связей адаптивного элемента

Для того, что бы обеспечить прохождение сигналов, каждый элемент сети должен обрабатывать сигналы как при прямом, так и при обратном их прохождении, а каждая связь между элементами фактически должна представлять собой двунаправленный канал. Структура двунаправленных связей между адаптивными элементами показана на рис. 5.2.

5.1.3 Примеры адаптивных элементов

При рассмотрении адаптивных элементов, важно отметить, что поведение элементов при прямом и обратном прохождении сигналов различается.

Сумматор

На рис. 5.3(а) представлен простейший элемент сети - сумматор. Сумматор обладает N входами и одним выходом, выходной сигнал определяется выражением 5.2:

$$y_f = \sum_{i=1}^N x_{f,i}, \quad (5.2)$$

где y_f — выходной сигнал элемента при прямом распространении, $x_{f,i}$ - i -ый входной сигнал элемента. При обратном распространении (на рисунках справа налево) сигнала сумматор представляет собой разветвитель, как показано на рис. 5.3(б).

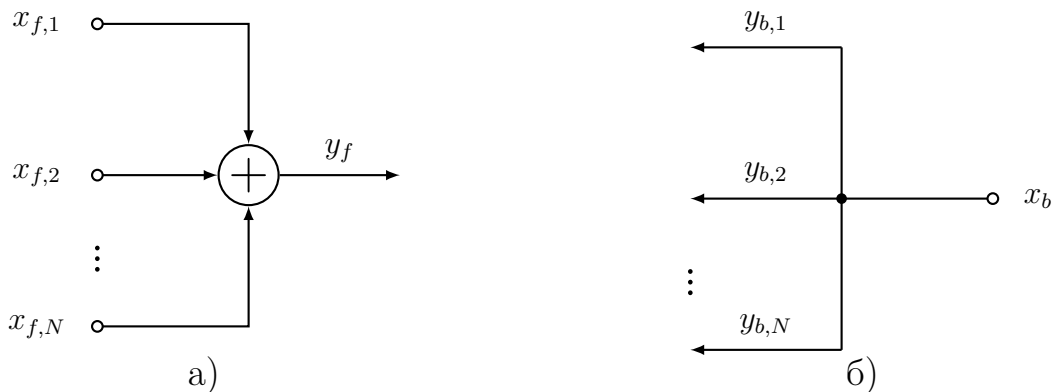


Рисунок 5.3 — Структурная схема сумматора при прямом прохождении сигнала (а) и обратном распространении ошибки (б)

Разветвитель

На рис. 5.4(а) представлен разветвитель, обладающий одним входом и множеством выходов. Выходные сигналы разветвителя определяются выражением 5.3:

$$y_{f,i} = x_f, i \in [1..N], \quad (5.3)$$

где $y_{f,i}$ — i -ый выходной сигнал элемента при прямом распространении, x_f — входной сигнал элемента. При обратном распространении сигнала разветвитель

представляет собой сумматор, как показано на рис. 5.4(б). Таким образом, сумматор и разветвитель можно назвать дуальными по отношению друг к другу элементами в ракурсе прямого и обратного распространения сигналов в нейронной сети.

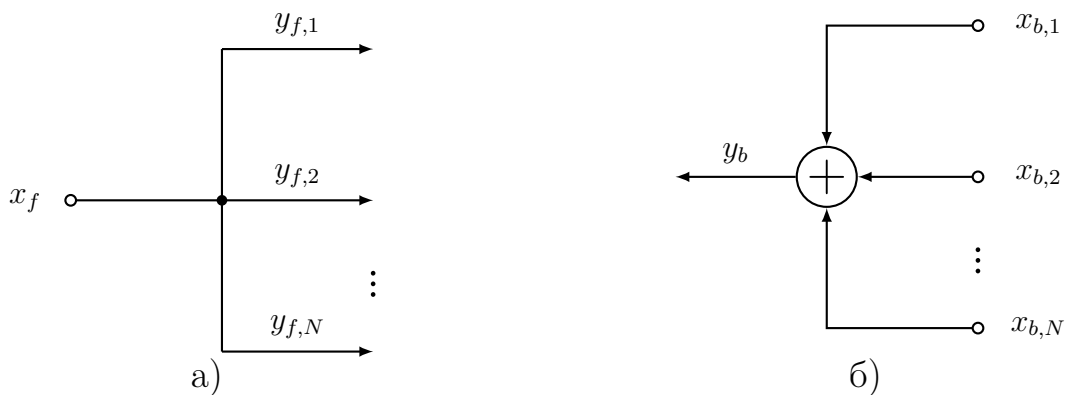


Рисунок 5.4 — Структурная схема разветвителя при прямом прохождении сигнала (а) и обратном распространении ошибки (б)

Усилитель

Усилитель является одним из наиболее востребованных адаптивных элементов, т.к. в нем реализуется подстройка коэффициента усиления в соответствии с выбранным методом обучения. Схематически усилитель представлен на рис. 5.5(а), он имеет один вход и один выход, при этом выходной сигнал определяется выражением 5.4:

$$y_f = wx_f. \quad (5.4)$$



Рисунок 5.5 — Структурная схема усилителя при прямом прохождении сигнала (а) и обратном распространении ошибки (б)

При обратном распространении сигнала (рис. 5.5,б) усилитель не изменяет своего поведения, т.е. выходной сигнал является в коэффициент w раз усиленным входным сигналом:

$$y_b = wx_b. \quad (5.5)$$

Усилитель в процессе обучения нейронной сети способен изменять собственный коэффициент усиления.

Функциональный преобразователь

Функциональный преобразователь является в общем виде элементом с одним входом, одним выходом и известной передаточной функцией f . Поведение всех функциональных преобразователей при прямом и обратном прохождении сигналов определяются их функциями f и первыми производными f' . Более подробно о поведении элементов при обратном распространении см. раздел 5.1.4 «Методы обучения».



Рисунок 5.6 — Структурная схема функционального преобразователя при прямом прохождении сигнала (а) и обратном распространении ошибки (б)

Функциональный преобразователь показан на рис. 5.6(а), его выходной сигнал при прямом распространении определяется выражением 5.6:

$$y_f = f(x_f), \quad (5.6)$$

где x_f — входной сигнал при прямом распространении, y_f — выходной сигнал при прямом распространении, f — функция преобразования. При обратном распространении функциональный преобразователь представляет собой усилитель (рис. 5.6,б), при этом выходной сигнал определяется выражением 5.7:

$$y_b = wx_b, \quad (5.7)$$

где x_b — входной сигнал при обратном распространении, y_b — выходной сигнал при обратном распространении, w — коэффициент усиления. Коэффициент усиления определяется выражением:

$$w = f'(x_f), \quad (5.8)$$

что показывает зависимость поведения элемента при обратном распространении от первой производной функции f :

Функциональные преобразователи входят в состав нейронов, формируя различные виды последних, при этом функция преобразования является функцией активации нейрона. В работе рассмотрены функциональные преобразователи со следующими функциями:

1. Сигмоидная функция,
2. Гиперболический тангенс,
3. Функция Гаусса.
4. Квадратор,
5. Линейная функция.

Сигмоидная функция

Сигмоидная функция активации и её первая производная показаны на рис. 5.7. Аналитическое выражение представлено формулой 5.9 и 5.10 для функции и её первой производной соответственно:

$$y = \frac{1}{1 + e^{-x}}, \quad (5.9)$$

$$y' = \frac{e^{-x}}{(1 + e^{-x})^2}. \quad (5.10)$$

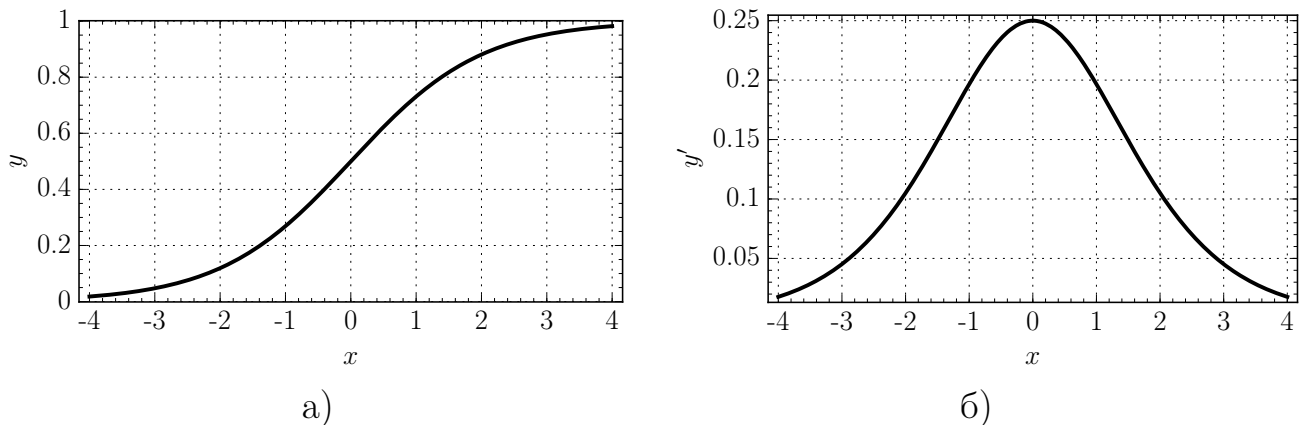


Рисунок 5.7 — График сигмоидной функции активации (а) и ее первой производной (б)

Гиперболический тангенс

Функция активации в виде гиперболического тангенса и её первая производная показаны на рис. 5.8. Аналитическое выражение представлено форму-

лой 5.11 и 5.12 для функции и её первой производной соответственно:

$$y = \frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}}, \quad (5.11)$$

$$y' = 1 - \left(\frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}} \right)^2. \quad (5.12)$$

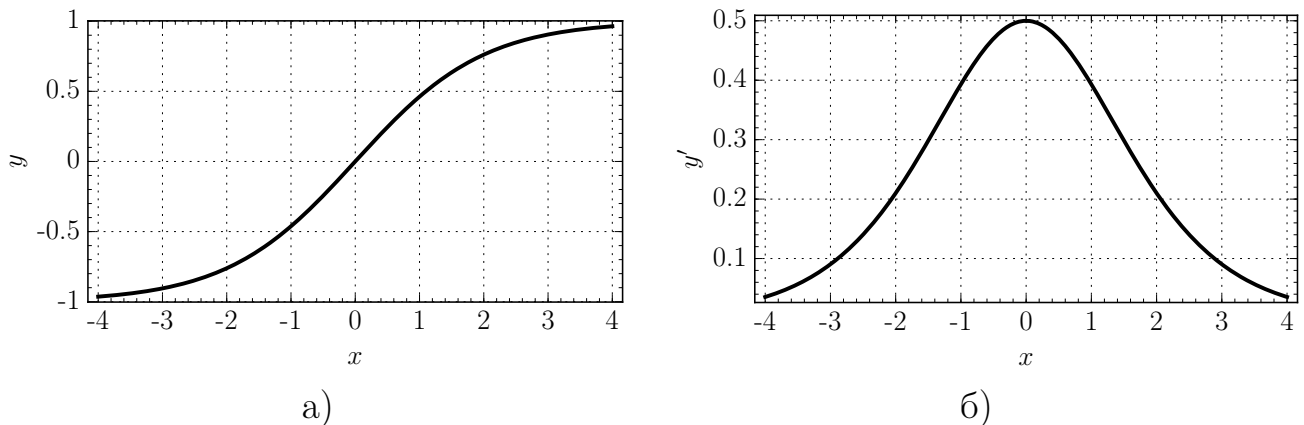


Рисунок 5.8 — График функции активации гиперболического тангенса (а) и его первой производной (б)

Функция Гаусса

Функция активации в виде функции Гаусса и её первая производная показаны на рис. 5.9. Аналитическое выражение представлено формулой 5.13 и 5.14 для функции и её первой производной соответственно:

$$y = e^{-x^2}, \quad (5.13)$$

$$y' = -2xe^{-x^2}. \quad (5.14)$$

Квадратор

Квадратичная функция активации и её первая производная показаны на рис. 5.10. Аналитическое выражение представлено формулой 5.15 и 5.16 для функции и её первой производной соответственно:

$$y = x^2, \quad (5.15)$$

$$y' = 2x. \quad (5.16)$$

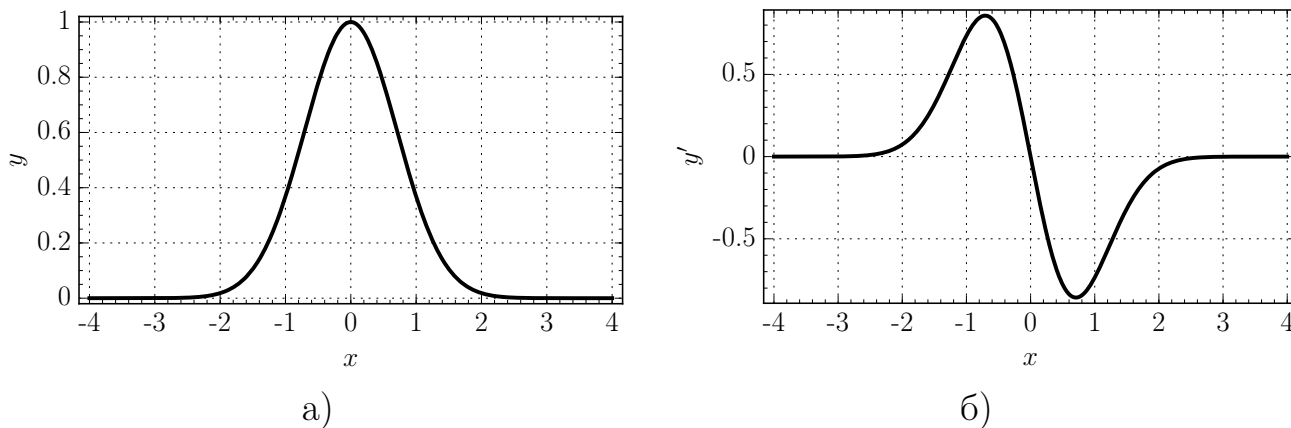


Рисунок 5.9 — График гауссовской функции активации (а) и ее первой производной (б)

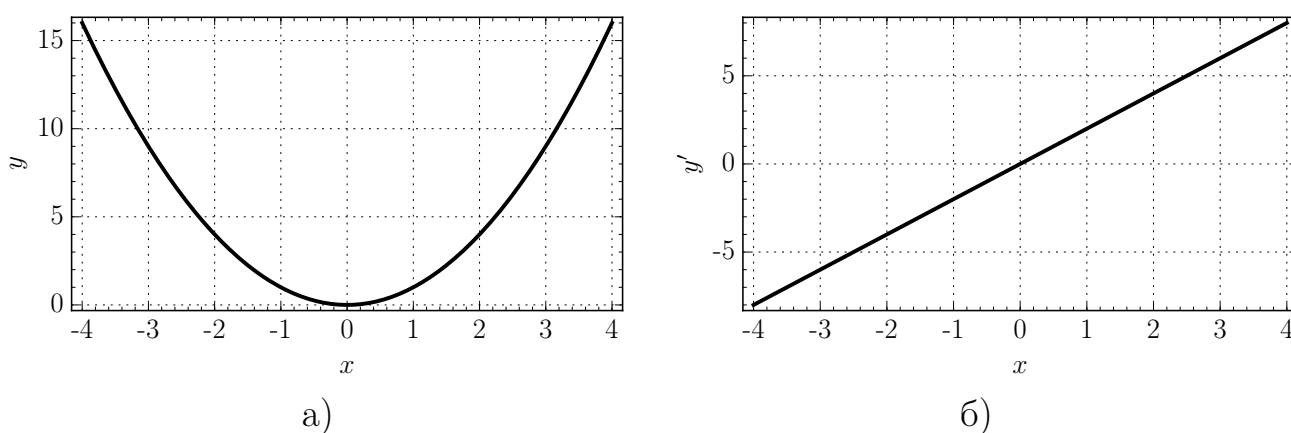


Рисунок 5.10 — График квадратичной функции активации (а) и ее первой производной (б)

Линейная функция

Линейная функция активации и её первая производная показаны на рис. 5.11. Аналитическое выражение представлено формулой 5.17 и 5.18 для функции и её первой производной соответственно:

$$y = x, \tag{5.17}$$

$$y' = 1. \tag{5.18}$$

Нейрон

«Классический» нейрон в парадигме построения нейронной сети на основе простых адаптивных элементов может быть реализован алгоритмически, либо композицией простейших элементов (сумматоров, усилителей и функциональ-

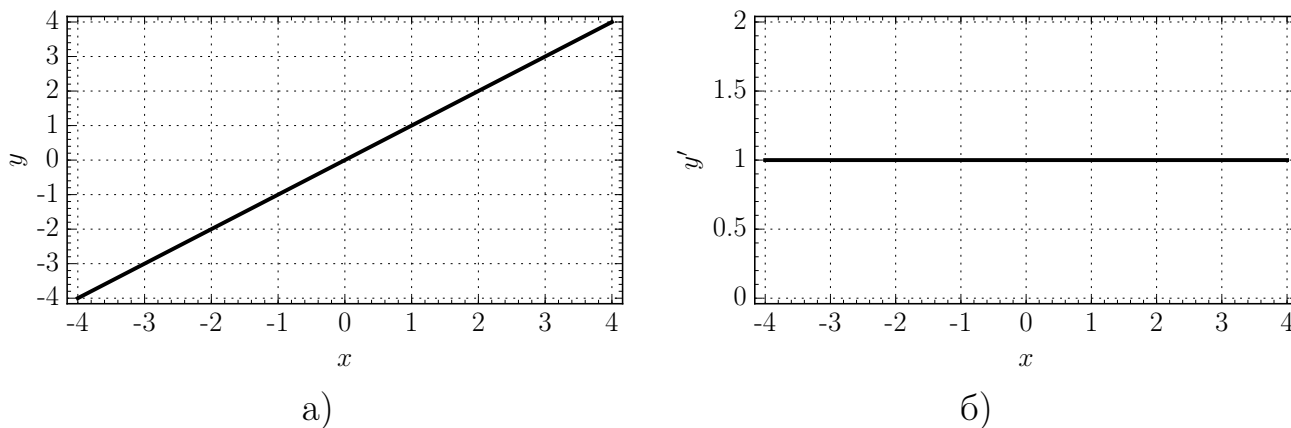


Рисунок 5.11 — График линейной функции активации (а) и ее первой производной (б)

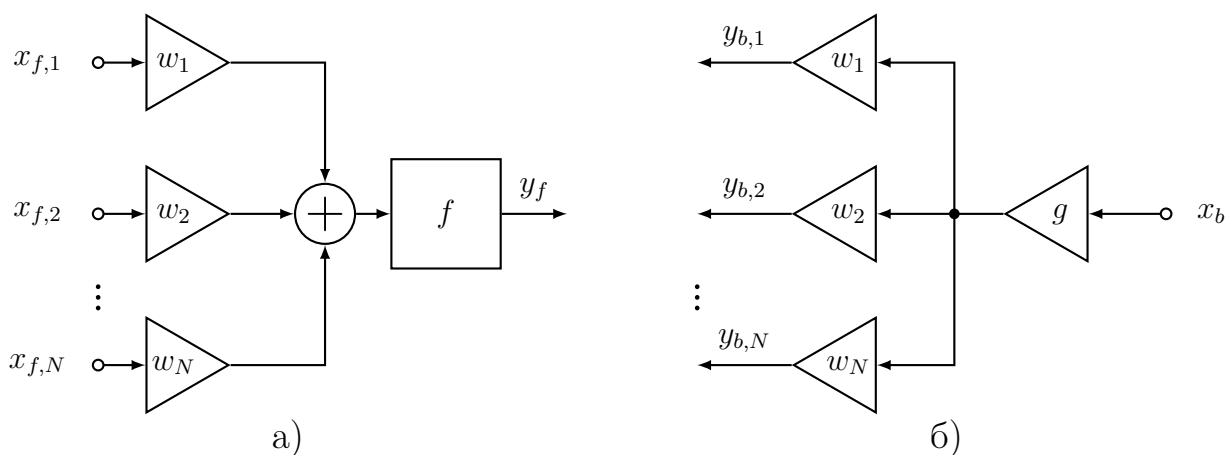


Рисунок 5.12 — Структурная схема классического нейрона при прямом прохождении сигнала (а) и обратном распространении ошибки (б)

ных преобразователей). Алгоритмическая реализация, несомненно, обладает лучшей вычислительной производительностью, однако для большей наглядности будет рассмотрена композиционная модель. Нейрон показан на рис. 5.12 (а). Входные усилители индивидуальны для каждого входного сигнала, таким образом их коэффициенты, фактически, являются *синоптическими весами* w_i нейрона. Функциональный преобразователь на выходе в качестве функции преобразования содержит *функцию активации нейрона* f .

Выходной сигнал нейрона формируется как результат прохождения суммы взвешенных входных сигналов через функциональный преобразователь согласно выражению 5.19:

$$y_f = f\left(\sum_{i=1}^N (x_{f,i} w_i)\right), \quad (5.19)$$

где y_f — выходной сигнал при прямом прохождении, f — функция активации,

$x_{f,i}$ — i -ый входной сигнал при прямом прохождении, w_i — i -ый синоптический вес.

При обратном распространении сигнала поведение нейрона определяется поведением его составных элементов, рассмотренных ранее, в общем случае выходной сигнал определяется выражением 5.20:

$$y_{b,i} = x_b g w_i, \quad (5.20)$$

где $y_{b,i}$ — i -ый выходной сигнал сети при обратном распространении, x_b — входной сигнал сети при обратном распространении, g — коэффициент усиления функционально преобразователя при обратном распространении, w_i — i -ый синоптический вес. Учитывая поведение функционально преобразователя (см. выражение 5.8) выражение 5.20 принимает вид 5.21:

$$y_{b,i} = x_b f' \left(\sum_{i=1}^N (x_{f,i} w_i) \right) w_i. \quad (5.21)$$

Структурная схема нейрона при обратном распространении показана на рис. 5.12 (б). В данной работе рассмотрены различные виды нейронов, формируемые различными блоками функционального преобразования, входящими в состав нейрона. При этом входная часть остаётся неизменной.

РБФ-Нейрон

В работе рассмотрено применение радиально-базисных функций [61, 62, 63, 64], для которых создан специальный элемент — РБФ-нейрон. Такой нейрон, как и любой другой элемент, может быть построен алгоритмически, либо путём композиции простейших элементов. Рассмотрено построение путём композиции простейших элементов (см. рис. 5.13).

РБФ-нейрон специально предназначен [65, 66, 67] для работы с данными на плоскости, т.е. его входными данными являются координаты точек (пары чисел x и y). Рассмотрим структуру нейрона более подробно. Элемент имеет три входа и один выход. Два входа x и y предназначены для подключения ко входу нейронной сети соответственно для координат точек по оси абсцисс и оси ординат. Третий вход создан для подключения к выходу *bias-нейрона*, который является источником постоянного единичного сигнала. Поступивший

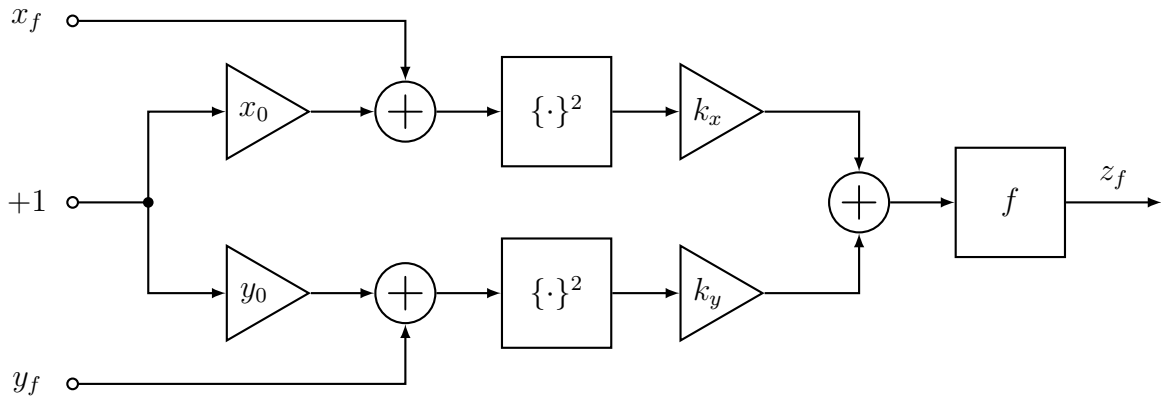


Рисунок 5.13 — Структурная схема РБФ-нейрона при прямом прохождении сигнала

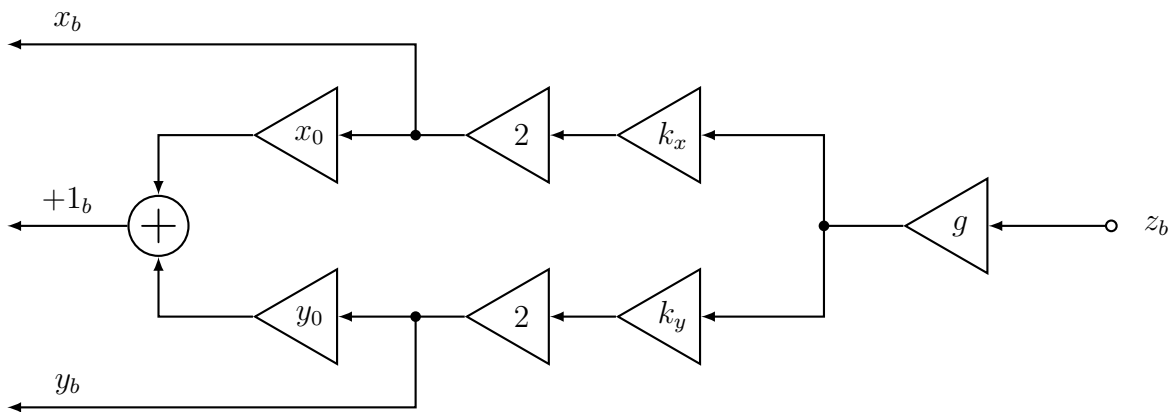


Рисунок 5.14 — Структурная схема РБФ-нейрона при обратном распространении ошибки

с bias-нейрона сигнал разветвляется и подаётся на три различных усилителя, коэффициенты которых обозначены как x_0 и y_0 . Сигналы с усилителей x_0 и y_0 суммируются со входными сигналами x и y соответственно и подаются на квадраторы (функциональные преобразователи с квадратичной передаточной функцией). Выходные сигналы квадраторов подаются на усилители k_x и k_y , затем подаются на окончательный элемент нейрона - функциональный преобразователь f .

В данной работе в качестве функционального преобразователя используется преобразователь с передаточной функцией Гаусса, однако могут быть использованы и другие преобразователи.

Таким образом, выходной сигнал РБФ-нейрона определяется выражением 5.22:

$$z = f(k_x(x_0 + x)^2 + k_y(y_0 + y)^2), \quad (5.22)$$

где z — выходной сигнал нейрона, x , y — входные сигналы нейрона,

x_0, y_0, k_x и k_y — коэффициенты усиления.

Для выяснения поведения РБФ-нейрона проанализируем выражение 5.22. В качестве функции f выбрана функция Гаусса, принимающая максимальное значение в нуле. Входной сигнал функционального преобразователя w в общем случае имеет вид:

$$w = k_x(x_0 + x)^2 + k_y(y_0 + y)^2. \quad (5.23)$$

Выражение 5.23 можно переписать в следующей форме:

$$\frac{(x - (-x_0))^2}{(\sqrt{w/k_x})^2} + \frac{(y - (-y_0))^2}{(\sqrt{w/k_y})^2} = 1. \quad (5.24)$$

Введя обозначения 5.25, выражение 5.24 принимает вид 5.26:

$$\begin{aligned} x_1 &= -x_0, \\ y_1 &= -y_0, \\ c &= \sqrt{w/k_x}, \\ d &= \sqrt{w/k_y}, \end{aligned} \quad (5.25)$$

$$\frac{(x - x_1)^2}{c^2} + \frac{(y - y_1)^2}{d^2} = 1. \quad (5.26)$$

Таким образом, выражение 5.23 приняло каноническую форму записи эллипса с центром в точке (x_1, y_1) и полуосями c и d . В точке (x_1, y_1) функция w принимает нулевое значение, по мере удаления от центра значение функции возрастает, следовательно, выходной сигнал РБФ-нейрона в точке (x_1, y_1) принимает единичное значение, а по мере удаления от центра стремится к нулю, формируя двумерный колокол с сечениями в виде функций гаусса.

5.1.4 Обучение нейронной сети

Выходной сигнал нейронной сети определяется выражением 5.27. В случае, когда выходной сигнал отличен от ожидаемого, выполняется подстройка вектора параметров сети Θ_N при помощи процесса обучения [68]:

$$\mathbf{y} = F_N(\mathbf{y}, \Theta_0). \quad (5.27)$$

Вектор параметров сети Θ_N представляет собой совокупность парамет-

ров элементов, входящих в состав сети. Предположим, что наиболее близкий к необходимому выходной сигнал сети может быть получен при для оптимального вектора параметров Θ_{opt} . Для оценки качества работы сети вводится функция потерь, традиционно [6] имеющая смысл среднеквадратической ошибки (СКО):

$$E = \frac{1}{2N} \sum_{n=1}^N (t_n - z_n)^2 = \frac{1}{2N} \sum_{n=1}^N (\Delta z_n)^2 = \frac{1}{2N} \sum_{n=1}^N e_n, \quad (5.28)$$

где N — количество представленных шаблонов; t_n — желаемый, или целевой (*target*) выходной сигнал сети в n -ом шаблоне; z_n — выходной сигнал, вычисляемый сетью при подаче входного сигнала из n -ого шаблона; Δz и e_n — выходная и квадратичная выходная ошибки соответственно; коэффициент $\frac{1}{2}$ перед дробью выбран для удобства последующих операций [37], хотя может быть положен равным единице или любому другому неотрицательному числу.

Задача обучения сети сводится к задаче минимизации СКО и выполнению приближения вектора параметров к оптимальному значению.

Концепция обучения

Существует несколько различных методов обучения сети [69, 70], однако вне зависимости от выбранного метода, перед началом обучения необходимо обладать набором данных для обучения. Такой набор данных представляет собой последовательность эталонных входных и выходных сигналов, каждое сочетание которых называется шаблоном обучения (*learning pattern*). Набор шаблонов обучения так же называется *обучающей выборкой*. К обучающей выборке представляется несколько требований:

1. Репрезентативность — данные должны иллюстрировать истинное положение вещей в предметной области,
2. Непротиворечивость — противоречивые данные в обучающей выборке приведут к плохому качеству обучения сети.

Обучающая выборка может перед использованием может подвергаться нормировке, квантованию или фильтрации в зависимости от характера данных выборки.

Методы обучения классифицируются по критерию наличия учителя на методы обучения с учителем (*supervised learning*) и методы обучения без учи-

теля (*unsupervised learning*). Так же методы могут быть классифицированы по критерию положения источника используемых в процессе обучения данных. Автономными методами обучения мы будем называть такие, которые для подстройки вектора параметров адаптивного элемента используют только те сигналы, которые присутствуют в самом рассматриваемом элементе. Реализация автономного метода обучения может быть заключена внутри адаптивного элемента в рамках модели двунаправленной связи, представленной ранее и проиллюстрированной рис. 5.2. В неавтономных методах обучения для подстройки вектора параметров некоторого элемента требуются сигналы, существующие в других элементах. Методы обучения обладают порядком, наиболее распространены методы обучения первого, второго и квазивторого порядков. В данной работе рассматриваются методы первого порядка с учителем.

Сети последовательно представляются шаблоны обучения, после чего иницируется подстройка параметров сети. Один цикл представления данных и подстройки вектора параметров именуется *эпохой (epoch) обучения*. Количество шаблонов, входящих в одну эпоху обучения может варьироваться. В случае, когда эпоха состоит из одного шаблона, говорят об *on-line* обучении. В случае, когда в эпоху входит множество шаблонов, то имеет место пакетное (*batch*) обучение. В данной работе рассматривается пакетное обучение, при этом в одну эпоху обучения входят все шаблоны из обучающей выборки. Применение концепции адаптивных элементов позволяет применять [71, 72, 73] модель распределенных вычислений [74] при обучении нейронных сетей.

Методы обучения первого порядка

Ключевой идеей, лежащей в основе функционирования адаптивного элемента и концепции обучения, является понятие полного дифференциала функции, который для общей записи выражения 5.1 имеет вид:

$$dy = \frac{\partial T(\mathbf{x}, \Theta)}{\partial \mathbf{x}} d\mathbf{x} + \frac{\partial T(\mathbf{x}, \Theta)}{\partial \Theta} d\Theta. \quad (5.29)$$

Формула 5.29 с точки зрения обучения может быть интерпретирована следующим образом. Желаемое изменение выходного вектора dy может быть достигнуто как за счёт изменения параметров элемента $d\Theta$, так и за счёт изменения входного сигнала $d\mathbf{x}$. Частные производные определяют силу влияния изменений входного вектора и изменений параметров на изменение выходного

вектора, или, говоря по другому, чувствительность выхода элемента к его входу и к его параметрам. Из формулы 5.29 естественно следует, например, частное свойство, состоящее в том, что если элемент не является адаптивным, т.е. не содержит параметров, которые можно адаптировать, то изменение выходного вектора возможно только за счёт изменения входного сигнала.

Выражение 5.28 на некоторой обучающей выборке представляет собой зависимость СКО для всех шаблонов выборки от вектора параметров сети. Строгое решение задачи минимизации СКО в общем случае затруднительно, однако данная задача может быть решена путём итеративных приближений. Для этого необходимо, задавшись некоторым начальным значением вектора Θ_0 , последовательно корректировать его на величину $\Delta\Theta$, наблюдая при этом изменение величины E , количество итераций, затраченное время и другие параметры, которые детально описаны далее.

Величина $\Delta\Theta$ ищется из условия убывания функции ошибки E , для этого выполняется вычисление градиента функции E для каждого параметра вектора Θ . Задача обучения как задачи минимизации СКО для всей нейронной сети в целом переходит в задачу подстройки параметров адаптивных элементов так, используя соответствующие *локальные* (с позиции адаптивного элемента) градиенты $\partial e / \partial \theta_i$.

Если считать примеры, подаваемые для обучения сети независимыми друг от друга, то локальный градиент при подаче единственного примера может быть вычислен по формуле:

$$\delta\theta_m = \frac{\partial e}{\partial \theta_m} = \frac{\partial e}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \theta_m} = \Delta z \frac{\partial z}{\partial \theta_m}, \quad (5.30)$$

при этом выходная ошибка Δz оказывается общим для всех параметров коэффициентом, вычисляемой вне самой сети. Если рассмотреть всю сеть как некий адаптивный элемент, то Δz играет для него роль входного сигнала ошибки x_B (см. рис. 5.2).

Рассмотрим следующий пример. Предположим, что z , как функция, зависит от некоторого переменного u , сигнала или параметра, опосредовано, т.е. через другие функции:

$$z = z(g_1(u), g_2(u), \dots, g_k(u)), \quad (5.31)$$

тогда вычисление частной производной функции по параметру u подчиняется двум правилам: правилу дифференцирования сложной функции и правилу вычисления полной производной:

$$\frac{\partial z}{\partial u} = \sum_{k=1}^K \left(\frac{\partial z}{\partial g_k} \frac{\partial g_k}{\partial u} \right). \quad (5.32)$$

Такое правило позволяет вычислить локальные градиенты для всех адаптируемых параметров, выводя их последовательно через те сигналы, которые зависят от них непосредственно. В более традиционном описании нейронных сетей, например в [6], непосредственное вычисление по формуле 5.30 оказывается возможным для параметров выходного слоя сети, а вычисление параметров скрытых слоёв сети проводится с использованием правила «цепного» дифференцирования, ключевой фрагмент которого и представлен формулой 5.32.

После получения значения локального градиента $\delta\theta_m$ необходимо выполнить подстройку этого параметра на величину $\Delta\theta_m$. Различные методы обучения предлагают варианты вычисления $\Delta\theta_m$ на основе $\delta\theta_m$, наиболее важным, и фактически, базовым для всех методов первого порядка является метод градиентного спуска.

Градиентный спуск

Метод градиентного спуска является самым простым методом обучения сети. Адаптируемый параметр θ корректируется на величину $\Delta\theta_i$ согласно выражению:

$$\theta_{i+1} = \theta_i + \Delta\theta_i, \quad (5.33)$$

где θ_{i+1} — скорректированное значение параметра, θ_i — исходное значение параметра, $\Delta\theta_i$ — корректирующее изменение. При этом величина корректирующего изменения определяется выражением:

$$\Delta\theta_i = -\varepsilon\delta\theta_i, \quad (5.34)$$

где ε — коэффициент скорости обучения, $\delta\theta_i$ — локальный градиент элемента.

В выражении (5.34) знак минус перед коэффициентом необходим для изменения параметра θ как аргумента функции E в сторону уменьшения значения последней. Важно уделять особое внимание выбору коэффициента скорости

обучения ε : маленькая величина коэффициента приведёт к увеличению времени (количества итераций), необходимого для обучения, однако слишком большая величина приведёт к дестабилизации обучения ввиду чрезмерного приращения параметра так, что он будет «проскакивать» оптимальное значение. О влиянии коэффициента обучения будет сказано позднее в результатах численного моделирования. Как правило, значение коэффициента ε принимают из условия (5.35):

$$0 < \varepsilon < 1. \quad (5.35)$$

Метод градиентного спуска является базовым методом, на основе которого строятся другие автономные методы первого и так называемого квазивторого порядка.

Momentum

Добавление эффекта инерции (*momentum*) при изменении параметров является методикой усреднения, позволяющей в ряде случаев значительно повысить стабильность процесса обучения (достижения параметрами своих оптимальных значений θ_i). Данный метод, в целом, использует усреднённое значение изменений параметров в предыдущих эпохах для вычисления измерения параметра в текущей эпохе, что позволяет сделать изменение параметров более плавным. Используется экспоненциальное среднее значений измерений параметров за все предыдущие эпохи, с этом случае выражение для вычисления коррекции (5.34) принимает вид (5.34):

$$\Delta\theta_i = \mu\Delta\theta_{i-1} - (1 - \mu)\varepsilon\delta\theta_i, \quad (5.36)$$

где $\Delta\theta_i$ — корректирующее изменение текущей (i -ой) эпохи, $\Delta\theta_{i-1}$ корректирующее изменение предыдущей эпохи, μ — коэффициент инерции, ε — коэффициент скорости обучения, $\delta\theta_i$ — локальный градиент элемента.

Коэффициент инерции μ определяет меру влияния предыдущих подстроек на текущую и выбирается исходя из условия (5.37):

$$0 < \mu < 1. \quad (5.37)$$

Левая часть в выражении (5.36) представляет собой влияние предыдущих подстроек значения параметра θ на текущую подстройку, при этом корректиру-

ющее изменение предыдущей эпохи $\Delta\theta_{i-1}$ взвешено коэффициентом инерции μ , следовательно, чем больше коэффициент инерции, тем более сильное влияние оказывает история изменения параметра на текущее изменение. Правая часть выражения повторяет соответствующее выражение (5.34) для метода градиентного спуска, однако включает взвешивающий коэффициент $(1 - \mu)$ для учёта доли влияния предыдущих эпох. В случае, когда коэффициент инерции μ равен 0, метод Momentum вырождается в метод градиентного спуска, при этом история измерения корректирующих значений за предыдущие эпохи не влияет на корректирующее значение текущей эпохи (выражение (5.36) переходит в (5.34)).

Delta-Bar-Delta

В работе [37] подробно рассмотрен метод, известный под названием *Delta-Bar-Delta*. В отличие от метода градиентного спуска и момента, принципиальное расширение данного метода заключается в том, что для каждого адаптивного параметра вводится индивидуальный коэффициент скорости обучения. После каждой эпохи обучения происходит как подстройка адаптируемых параметров, так и подстройка коэффициента скорости обучения. Для упрощения выкладок рассмотрим один из адаптируемых параметров, который обозначим через θ . Для корректировки его скорости изменения вводится вспомогательный параметр f , также изменяющийся с течением номера эпохи по правилу (5.38).

$$f_i = \gamma f_{i-1} + (1 - \gamma)\delta\theta_i, \quad (5.38)$$

где коэффициент γ ($0 < \gamma < 1$) определяет «глубину памяти» накопления истории предыдущих значений градиента. Для текущей эпохи вспомогательный параметр f определяет градиент, накопленный за предыдущие эпохи. Если знак величины градиента текущей эпохи $\delta\theta_i$ совпадает со знаком коэффициента f_i , то скорость обучения увеличивается, иначе – уменьшается. Величины изменений скорости обучения определяются выражением:

$$\varepsilon_i = \begin{cases} \varepsilon_{i-1} + k & \text{для } d_i f_i > 0, \\ \varepsilon_{i-1} \cdot \phi & \text{для } d_i f_i \leq 0. \end{cases} \quad (5.39)$$

Параметры ϕ и k , выбираемые в диапазоне от нуля до единицы, определя-

ют, насколько велико будет изменение скорости обучения при каждой подстройке. Вектор, составленный из значений скоростей ε_i , вычисляемых по формуле (5.39), и значение градиента $\delta\theta_i$ используются в формуле (5.34) для вычисления нового значения вектора адаптируемых параметров.

Адаптивный усилитель

В процессе обучения нейронной сети в течение одной эпохи обучения в адаптивном усилителе происходит накопление локального градиента $\delta\theta_m$, который в дальнейшем используется для подстройки коэффициента усиления в соответствии с выбранным методом обучения [75]. С учётом передаточной функции адаптивного усилителя (5.4) выражение (5.30) принимает вид:

$$\delta\theta_{m,i} = x_f \cdot x_b, \quad (5.40)$$

где $\delta\theta_{m,i}$ - локальный градиент при представлении сети i -ого шаблона обучения, x_f , x_b - входные значения при прямом и обратном прохождении сигнала соответственно. Значение локального градиента $\delta\theta_m$ после завершения эпохи определяется выражением 5.41:

$$\delta\theta_m = \sum_{i=1}^N \delta\theta_{m,i}, \quad (5.41)$$

где N — количество шаблонов обучения.

Методы обучения второго порядка

В методах обучения второго порядка [76] учитывается не только наклон, но и кривизна изменения функции ошибки E в пространстве коэффициентов усиления. Наклон кривой, являющийся первой производной функции ошибки, определяет скорость изменения величины ошибки, в то время как кривизна, являющаяся второй производной функции ошибки, определяет скорость изменения самой зависимости ошибки от весовых коэффициентов, т.е. определяет скорость замедления изменения ошибки.

Методы обучения второго порядка, подобно иным методам минимизации величины функции ошибки E , являются итеративными. Начиная с определенного начального значения коэффициентов усиления θ , в методе выполняется

корректировка коэффициента в направлении, противоположном градиенту:

$$\boldsymbol{\theta}_m = \boldsymbol{\theta}_{m-1} - \varepsilon \mathbf{R} \delta \boldsymbol{\theta}_m, \quad (5.42)$$

где $\boldsymbol{\theta}_m$ — значение весовых коэффициентов в m -ую эпоху обучения, ε — коэффициент скорости обучения, $\delta \boldsymbol{\theta}_m$ — сумма локальных градиентов для всех шаблонов обучения в рамках m -ой эпохи. Нововведением в методах второго порядка является коэффициент \mathbf{R} , учитывающий вторую производную функции ошибки. В зависимости от метода выбора и изменения коэффициентов ε и \mathbf{R} определены различные методы обучения второго порядка. Вырожденным случаем является $\mathbf{R} = 1$, при котором имеем место метод градиентного спуска и информация о кривизне поверхности ошибки не используется.

Другой отличительной особенностью методов второго порядка является необходимость выполнять вычисление корректировок для всех коэффициентов усиления одновременно, что в определенном смысле ограничивает самостоятельность поведения элементов в случае применения концепции адаптивных элементов [77, 78].

Метод Гаусса-Ньютона

В методе Гаусса-Ньютона корректировочное значение весовых коэффициентов непосредственно вовлекает вторую производную функции ошибки и имеет следующий вид:

$$\mathbf{R} = \mathbf{H}^{-1} \quad (5.43)$$

$$\Delta \boldsymbol{\theta}_m = -\varepsilon \mathbf{R} \delta \boldsymbol{\theta}_m, \quad (5.44)$$

где \mathbf{H} — матрица вторых производных функции ошибки, являющаяся матрицей Гесса, элементы которой имеют следующий вид:

$$H_{ij} = \frac{\partial^2 E}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \quad (5.45)$$

На практике непосредственное использование матрицы Гесса нецелесообразно [79, 80, 37] и она заменяется следующей аппроксимацией:

$$\tilde{H}_{ij} = \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N \left[\left(-\frac{\partial z_n}{\partial \theta_i} \right) \left(-\frac{\partial z_n}{\partial \theta_j} \right) \right], \quad (5.46)$$

где N — количество шаблонов обучения.

Метод Левенберга-Марквардта

В методе Левенберга-Марквардта [81, 82] коэффициент скорости обучения ε заменяется на новый член e^λ , где e — основание натурального логарифма, λ — коэффициент метода:

$$\mathbf{R} = (\mathbf{H} + e^\lambda \mathbf{I})^{-1} \quad (5.47)$$

$$\Delta \boldsymbol{\theta}_m = -\mathbf{R} \delta \boldsymbol{\theta}_m, \quad (5.48)$$

где \mathbf{I} — единичная матрица. Введение члена e^λ позволяет добиться предотвратить увеличение ошибки, в отличие от метода Гаусса-Ньютона, который, в некоторых ситуациях, допускает увеличение величины ошибки.

В рамках каждой эпохи значение коэффициента λ итеративно выбирается таким образом, что бы обеспечить уменьшение величины функции ошибки E . Начиная с некоторого начального значения λ_0 коэффициент уменьшается на величину $\Delta \lambda$ до тех пор, пока будет достигнуто уменьшение величины ошибки.

При малых значениях параметра λ метод Левенберга-Марквардта эквивалентен методу Гаусса-Ньютона, т.к. величина e^λ становится малой и значения вторых производных функции ошибки играют значительную роль в определении величины корректировки коэффициентов усиления. При больших значениях параметра λ метод Левенберга-Марквардта эквивалентен методу наискорейшего спуска, т.к. более значительное воздействие на формирование величины корректировки коэффициентов усиления будут оказывать значения первой производной функции ошибки.

5.2 Определение направления прихода с использованием искусственных нейронных сетей

5.2.1 Формирование вектора входных данных

В общем случае применения *стационарной модели* излучаемый источником сигнал $s(t)$ полагается узкополосным радиосигналом на некоторой несущей частоте f_0 в полосе Δf и является реализацией стационарного эргодического случайного процесса. Такой процесс может быть представлен суммой гармоник:

$$s(t) = \sum_k (a_k \cos(2\pi(f_0 + f_k)t) + b_k \sin(2\pi(f_0 + f_k)t)), \quad (5.49)$$

где a_k и b_k — независимые гауссовские случайные величины с нулевым средним.

В некоторой i -ой точке приема антенной системы наблюдаемый сигнал $x_i(t)$ имеет вид:

$$x_i(t) = as(t - D_i) + \xi_i(t), \quad (5.50)$$

где a — амплитудный множитель, D_i — величина задержки приема сигнала, $\xi_i(t)$ — шум измерений. Шум полагается некоррелированным с сигналом. В частотной области за период наблюдения T_o такой сигнал может быть представлен вектором \mathbf{X}_i , состоящим из $N = T\Delta f$ отсчетов спектра:

$$\mathbf{X}_i[n] = aS[n]e^{-j2\pi D_i n/(NT)} + \xi_{f,i}[n], \quad (5.51)$$

где S — спектр излученного сигнала, $\xi_{f,i}$ — спектр шума измерений. С целью оценки времени задержки приема сигнала для каждого индекса n составляется корреляционная матрица \mathbf{Q}_n :

$$\mathbf{Q}_n^0 = \hat{\mathbf{E}}^0 [(\mathbf{X}_0[n], \mathbf{X}_1[n], \dots, \mathbf{X}_K[n]) \cdot (\mathbf{X}_0[n], \mathbf{X}_1[n], \dots, \mathbf{X}_K[n])^H], \quad (5.52)$$

где H — оператор эрмитового сопряжения, а оператор усреднения, для некоторой функции $y(t)$, имеет следующий вид [13]:

$$\hat{\mathbf{E}}^0(y(t)) \triangleq \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{1}{2Z} \int_{-Z}^Z y(t + t') dt'. \quad (5.53)$$

Элементы матрицы $q_{n;i,j}$ имеют вид:

$$q_{n;i,j} = a^2 P_{n;s} e^{-j2\pi N/(NT)(D_j - D_i)} + P_{\xi;n;i,j}, \quad (5.54)$$

где $P_{n;s}$ — мощность излученного сигнала на частоте $n/(NT)$, $P_{\xi;n;i,j}$ — спектральная плотность мощности шума измерений на частоте $n/(NT)$ в точках i и j . Шум в различных точках приема полагается некоррелированным:

$$P_{\xi;n;i,j} = 0 \text{ при } i \neq j. \quad (5.55)$$

Важно отметить, что корреляционные матрицы \mathbf{Q}_n не содержат случайно начальной фазы излученного сигнала. После усреднения по n от 1 до N составляется матрица Φ :

$$\Phi = 2\pi f_0 \begin{pmatrix} 0 & \Delta D_{1,2} & \cdots & \Delta D_{1,K-1} & \Delta D_{1,K} \\ \Delta D_{2,1} & 0 & \cdots & \Delta D_{2,K-1} & \Delta D_{2,K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \Delta D_{K-1,1} & \vdots & \cdots & 0 & \Delta D_{K-1,K} \\ \Delta D_{K,1} & \Delta D_{K,2} & \cdots & \Delta D_{K,K-1} & 0 \end{pmatrix} + \boldsymbol{\xi}, \quad (5.56)$$

где $\boldsymbol{\xi}$ — матрица шумовых коэффициентов, $\Delta D_{i,j}$ — элементы матрицы Φ , представляющие собой попарные разницы в задержке приёма излученного сигнала в точках приёма i и j АС.

В случае применения *циклостационарной модели* выражение для формирования корреляционной матрицы (5.52) учитывает [83, 84] циклостационарные характеристики сигнала и параметр α :

$$\mathbf{Q}_n^\alpha = \hat{\mathbf{E}}^\alpha [(\mathbf{X}_0[n], \mathbf{X}_1[n], \cdots, \mathbf{X}_K[n]) \cdot (\mathbf{X}_0[n], \mathbf{X}_1[n], \cdots, \mathbf{X}_K[n])^H], \quad (5.57)$$

где оператор усреднения, для некоторой функции $y(t)$, имеет следующий вид [13]:

$$\hat{\mathbf{E}}^\alpha(y(t)) \triangleq \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{1}{2Z} \int_{-Z}^Z y(t+t') e^{-j2\pi\alpha t'} dt'. \quad (5.58)$$

Дальнейшие выкладки для получения матрицы Φ в случае циклостационарной модели остаются без изменений.

5.2.2 Оптимальное решение на основе метода максимального правдоподобия

Рассмотрим оптимальное решение задачи оценки величины пеленга для случая стационарной модели. Данное решение основывается на максимизации логарифма функции правдоподобия в частотной области [85] относительно оцениваемого параметра β — угла между ИИ и опорным направлением антенной системы. Для частоты f_m логарифм функции правдоподобия имеет вид [86]:

$$L(\beta) = L_0(|X_{*,m}|, P_\xi) - L_1(|X_{*,m}|, P_\xi, a, P_s) - L_2(X_{*,m}, P_\xi, a, \beta, P_s), \quad (5.59)$$

где L — логарифм функции правдоподобия, $X_{*,m}$ — комплексная амплитуда гармоники с частотой $f_0 + f_m$, P_ξ — спектральная плотность мощности шума в точках приема. Функции L_0 , L_1 — сложные нелинейные функции. Фактически от угла β зависит только функция L_2 , поэтому на максимизация L сводится к минимизации L_2 численным методом.

Аналитическое выражение функции L_2 для частоты f_m имеет следующий вид:

$$L_2 = \sum_{i=1}^{K-1} \sum_{k=i+1}^K V_{i,k} \cos(2\pi f_m D_i - 2\pi f_m D_k + \phi_{i,k}), \quad (5.60)$$

где параметры $V_{i,k}$ и $\phi_{i,k}$ определены следующим образом:

$$\begin{aligned} \phi_{i,k} &= -\arg(X_{i,m}) + \arg(X_{k,m}) \\ V_{i,k} &= \frac{2|X_{i,m}||X_{k,m}|}{P_{\xi,i}P_{\xi,k} \left(\frac{1}{a^2 P_s} + \text{tr} \left(-\mathbf{P}_\xi^{-1} \right) \right)}. \end{aligned} \quad (5.61)$$

Максимизация функции правдоподобия выполняется для всех частот сигнала. Оптимальный метод обладает наибольшей точностью, однако в виду нелинейного и сложного характера функции L_2 максимизация выполняется численными методами, что требует значительных вычислительных ресурсов.

5.2.3 Решение с использованием искусственных нейронных сетей

В работе предложено решение, основывающееся на использовании искусственных нейронных сетей (ИНС), позволяющее значительно снизить требуемые вычислительные ресурсы за счет снижения точности.

Предложенное решение заключается в синтезе ИНС специальной струк-

туры [87, 88, 89], рассматриваемой как систему с входом и выходом. Оценки, получаемые данной ИНС приближают [90, 91] оценки, полученные по методу максимального правдоподобия [9]. На вход системы подаётся вектор данных \mathbf{P} , сформированный на основе спектров сигналов, принимаемых в точках приёма:

$$\mathbf{P} = M^\alpha(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_K), \quad (5.62)$$

где M — алгоритмическое преобразование, α — циклическая частота, являющаяся параметром алгоритмического преобразования M , \mathbf{X}_i — вектор коэффициентов ряда Фурье сигнала, принятого в i -ой точке приема антенной системы. На рис. 5.15 показана структурная схема получения оценки пеленга $\hat{\beta}$.

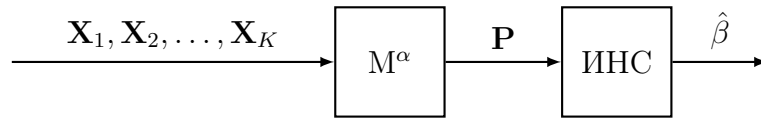


Рисунок 5.15 — Структурная схема выполнения процедуры оценки пеленга

Вид алгоритмического преобразования M и выбор циклической частоты α обусловлены применяемой моделью сигналов.

В литературе [8, 7] показано, что для скалярного параметра максимизация функции правдоподобия L_2 достигается путём минимизации среднеквадратической ошибки (СКО) [92]:

$$E = \frac{1}{N_p} \sqrt{\sum_i (\hat{\beta}_i - \beta_i)^2} \quad (5.63)$$

$$\min(R) \rightarrow \max(L_2),$$

где E — СКО, N_p — количество шаблонов обучения.

По результатам измерений наблюдаемых сигналов в точках приема формируется оценка корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{Q}}_n^\alpha$ и оценка матрицы $\hat{\Phi}$:

$$\hat{\Phi}_{K \times K} = 2\pi f_0 \begin{pmatrix} 0 & \Delta\hat{D}_{1,2} & \cdots & \Delta\hat{D}_{1,K-1} & \Delta\hat{D}_{1,K} \\ \Delta\hat{D}_{2,1} & 0 & \cdots & \Delta\hat{D}_{2,K-1} & \Delta\hat{D}_{2,K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \Delta\hat{D}_{K-1,1} & \vdots & \cdots & 0 & \Delta\hat{D}_{K-1,K} \\ \Delta\hat{D}_{K,1} & \Delta\hat{D}_{K,2} & \cdots & \Delta\hat{D}_{K,K-1} & 0 \end{pmatrix} \quad (5.64)$$

где $\Delta\hat{D}_{i,j}$ — оценка задержки прихода сигнала между i -ой и j -ой точкой при-

ёма АС. Входной вектор данных \mathbf{P} составляется из элементов лежащих выше главной диагонали.

На рис. 5.16 приведена структурная схема используемой нейронной сети, топология которой является развитием [86, 93, 94] известной [10] топологии «многослойный перцептрон». ИНС состоит из входного и скрытого слоев. Входной слой представлен рядом адаптивных усилителей, сигналы с которых суммируются и подаются на функциональные преобразователи. В свою очередь сигналы с функциональных преобразователей подаются на адаптивные усилители скрытого слоя, сигналы с которых, суммируясь, поступают на специальный конечный функциональный преобразователь. Нейронная сеть предназначена для обработки вектора входных данных \mathbf{P} размерностью $K \times 1$ и включает в себя L нейронов скрытого слоя.

Выходной сигнал сети формируется специальным конечным нейроном, входящим в скрытый слой. Структурная схема такого нейрона показана на рис. 5.17.

Нейрон выходного слоя реализован алгоритмически в парадигме адаптивных элементов со следующими функциями прямого и обратного распространения сигналов:

$$\hat{\beta} = \arg(p + jq) \quad (5.65)$$

$$p_b = \frac{\partial \hat{\alpha}}{\partial p} \quad (5.66)$$

$$q_b = \frac{\partial \hat{\alpha}}{\partial q}, \quad (5.67)$$

где p и q — сигналы, поступающие на вход нейрона при прямом прохождении, p_b и q_b — сигналы, распространяющиеся от нейрона в процессе обратного распространения.

5.2.4 Численное моделирование

С целью оценки применимости предложенного решения проведено имитационное моделирование. В качестве модели сигнала принята модель узкополосного стационарного сигнала 5.49, нижняя граница Крамера-Рао для данного случая описана в [95, 96, 97]. Основные параметры моделирования указаны в таблице 5.1.

В качестве антенной системы использована двухкольцевая антенная си-

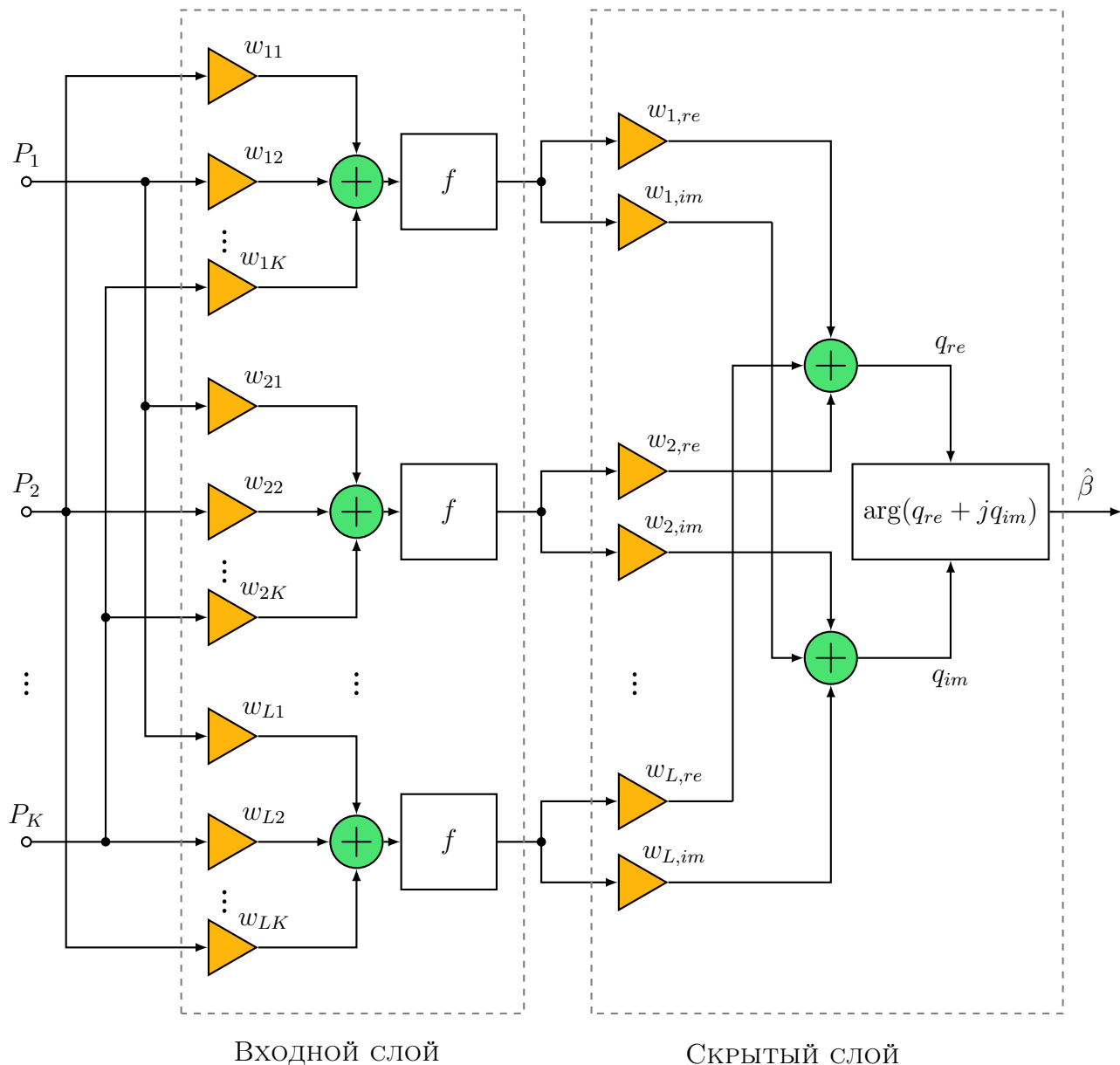


Рисунок 5.16 — Структурная схема нейронной сети для оценки пеленга, где \mathbf{P} — входной вектора данных размерностью $K \times 1$, L — количество нейронов скрытого слоя; P_i — элементы входного вектора данных, w_{ij} — элементы матрицы весовых коэффициентов \mathbf{W} , f — функции активации нейронов скрытого слоя, $\hat{\beta}$ — оценка величины пеленга

стема, структурная схема которой показана на рис. 5.18 и основные параметры которой указаны в таблице 5.2.

Искусственная нейронная сеть предложенной топологии синтезирована в базе адаптивных элементов при помощи разработанного набора библиотек [98], фреймворка [99] и свободного программного обеспечения [100]. Обучение проведено на описанной модели по методу «обучение с учителем» с использованием метода обучения второго порядка, основанного на алгоритме Левенберга-Марквардта [81, 82]. На рис. 5.19 показано изменение СКО оцен-

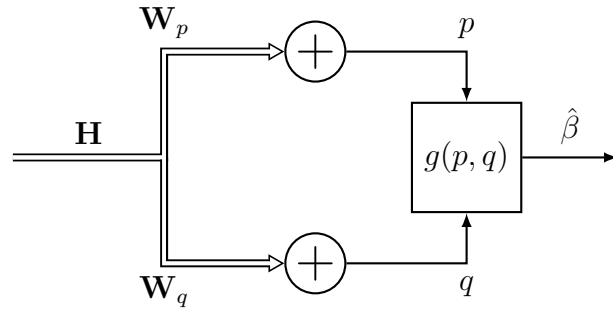


Рисунок 5.17 — Структурная схема выходного нейрона, где \mathbf{H} — вектор сигналов, поступающий со скрытого слоя нейронной сети, \mathbf{W}_p — матрица весовых коэффициентов усилителей, соединенных с ветвью формирования сигнала p , \mathbf{W}_q — матрица весовых коэффициентов усилителей, соединенных с ветвью формирования сигнала q , p и q — вспомогательные сигналы, g — функциональное преобразование над сигналами p и q , $\hat{\beta}$ — оценка величины пеленга β

Таблица 5.1 — Основные параметры численного моделирования

Параметр	Обозначение	Значение
Несущая частота излучаемого сигнала	f_0	50 МГц
Эффективная ширина полосы сигнала	Δf	32 кГц
Период наблюдения сигнала	T_o	1 мс
Мощность излучаемого сигнала	P_s	1 мкВт
Скорость распространения сигнала	c	$2.99 \cdot 10^8$ м/с

ки пеленга в процессе обучения, показано, что примерно 9000 эпох обучения достаточно для уменьшения ошибки до уровня 10^{-3} .

Ошибка оценки пеленга после завершения обучения определена следующим образом:

$$\Delta\beta = \beta - \hat{\beta}, \quad (5.68)$$

где $\Delta\beta$ — ошибка оценки пеленга, β — истинная величина пеленга, $\hat{\beta}$ — оценка величины пеленга, полученная при помощи оценщика на основе ИНС. Величина ошибки после завершения процесса обучения для различных углов показана на рис. 5.20.

Из рис. 5.19 и рис. 5.20, описывающих изменение характеристик сети в процессе обучения, видно практически полное совпадение результатов для тестовой и обучающей выборок, что говорит о хороших аппроксимационных свойствах предложенной топологии и об отсутствии «переобучения» [37].

В рамках данной работы точность оценки пеленга оценщиком на основе ИНС сравнивается с точностью оценщика на основе ММП и с нижней грани-

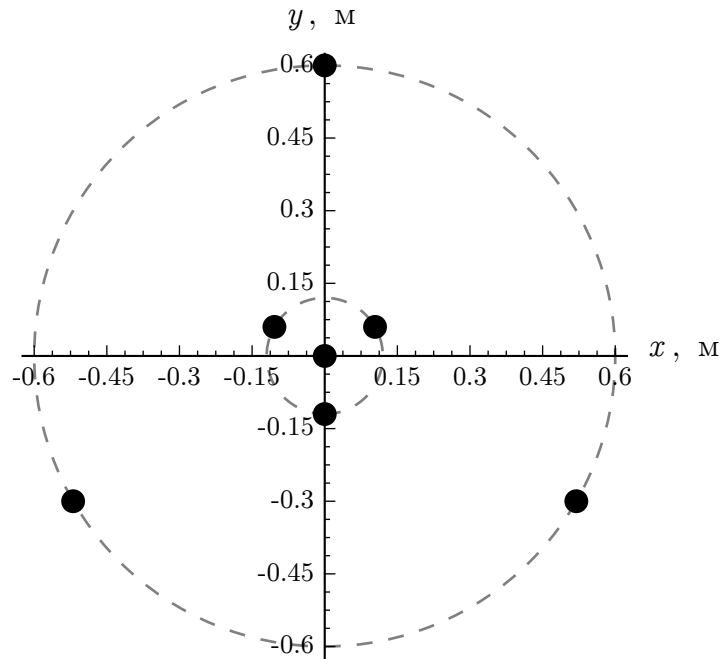


Рисунок 5.18 — Структурная схема антенной системы. Черными точками показаны положения точек приема, представленных всенаправленными излучателями

цей Рамера-Крао. Наблюдения выполняются в присутствии аддитивного белого Гауссовского шума для обеспечения наибольшей нижней границы Крамера-Рао [101]. Граница Крамера-Рао ошибок оценки направления прихода сигнала для случая использования кольцевой антенной системы и стационарной модели сигнала имеет вид:

$$\sigma_{CRLB} = \frac{c\sqrt{1 + Mq}}{\pi f_0 q \sqrt{8MM_r T \Delta f}}, \quad (5.69)$$

Таблица 5.2 — Параметры антенной системы

Параметр	Обозначение	Значение
Тип антенной системы		Двух кольцевая антенная система
Количество колец		2
Общее количество точек приема	M	7
Количество элементов в 1-ом кольце	M_1	3
Количество элементов в 2-ом кольце	M_2	3
Радиус 1-ого кольца	r_1	0.12 м
Радиус 2-ого кольца	r_1	0.6 м

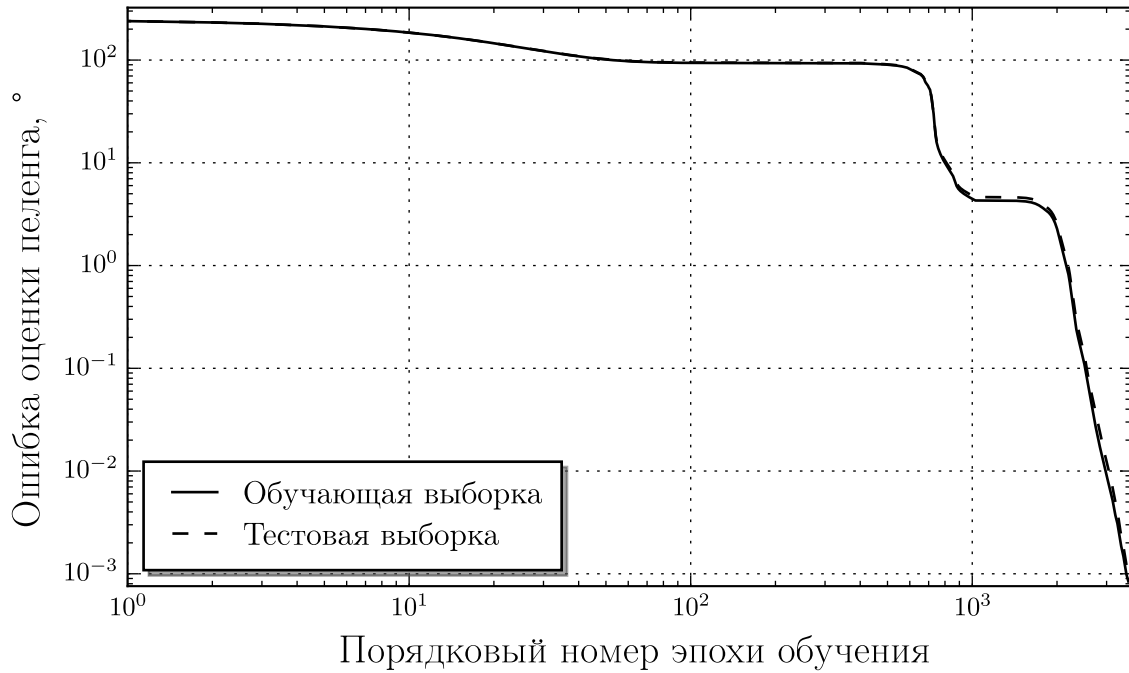


Рисунок 5.19 — Изменение ошибки оценки пеленга в процессе обучения для обучающей и тестовой выборок

где

$$M = \sum_j M_j \quad (5.70)$$

$$M_r = \sum_j M_j r_j^2. \quad (5.71)$$

Зависимость точности оценки от отношения сигнал-шум в абсолютном выражении показана на рис. 5.21, из графики видно, что точность СКО оценщика на основе ИНС близка к СКО оценщика на основе ММП и так же убывает с ростом отношения сигнал-шум.

Зависимость точности оценки направления прихода сигнала от отношения сигнал-шум в процентах по отношению к нижней границе Крамера-Рао определена следующим образом:

$$\kappa_{MLE} = 100 \times \frac{\sigma_{MLE}}{\sigma_{CRLB}} \% \quad (5.72)$$

$$\kappa_{ANN} = 100 \times \frac{\sigma_{ANN}}{\sigma_{CRLB}} \% , \quad (5.73)$$

где κ_{MLE} — относительная точность оценщика на основе метода максимального правдоподобия, κ_{ANN} — относительная точность оценщика на осно-

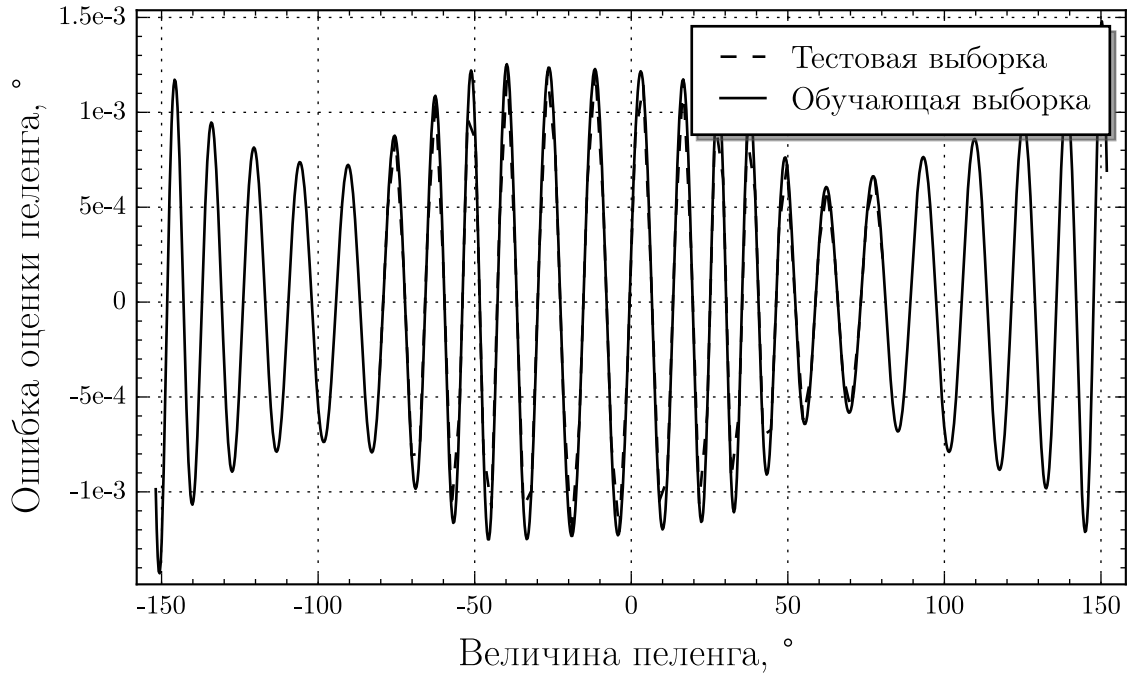


Рисунок 5.20 — Зависимость ошибки оценки пеленга от величины пеленга после завершения процесса обучения для обучающей и тестовой выборки

в искусственных нейронных сетях, σ_{MLE} — СКО оценки пеленга оценителем на основе ММП, σ_{MLE} — СКО оценки пеленга оценителем на основе ИНС, σ_{CRLB} — нижняя граница Крамера-Рао. Данная зависимость показана на рис. 5.22, отдельно следует оценить потерю в точности. Зависимость потери точности оценки пеленга в процентах по отношению к нижней границе Крамера-Рао $\Delta\kappa$ показан на рис. 5.23 и определена следующим образом:

$$\Delta\kappa = |\kappa_{MLE} - \kappa_{ANN}|. \quad (5.74)$$

Из графиков на рис. 5.22 и рис. 5.23 видно, что в рассматриваемом диапазоне сигнал-шум от -8 дБ до 20 дБ потеря в точности у оценителя на основе ИНС по сравнению с оценителем на основе ММП составляет менее 5% по отношению к нижней границе Крамера-Рао.

В рамках работы так же проведено численное моделирование зависимости точности оценки пеленга от истинного значения пеленга. Соответствующие графики для отношений сигнал-шум 8 дБ и 16 дБ показана на рис. 5.24. Из графиков видно, что зависимость оцениваемого параметра от его истинного значения отсутствует.

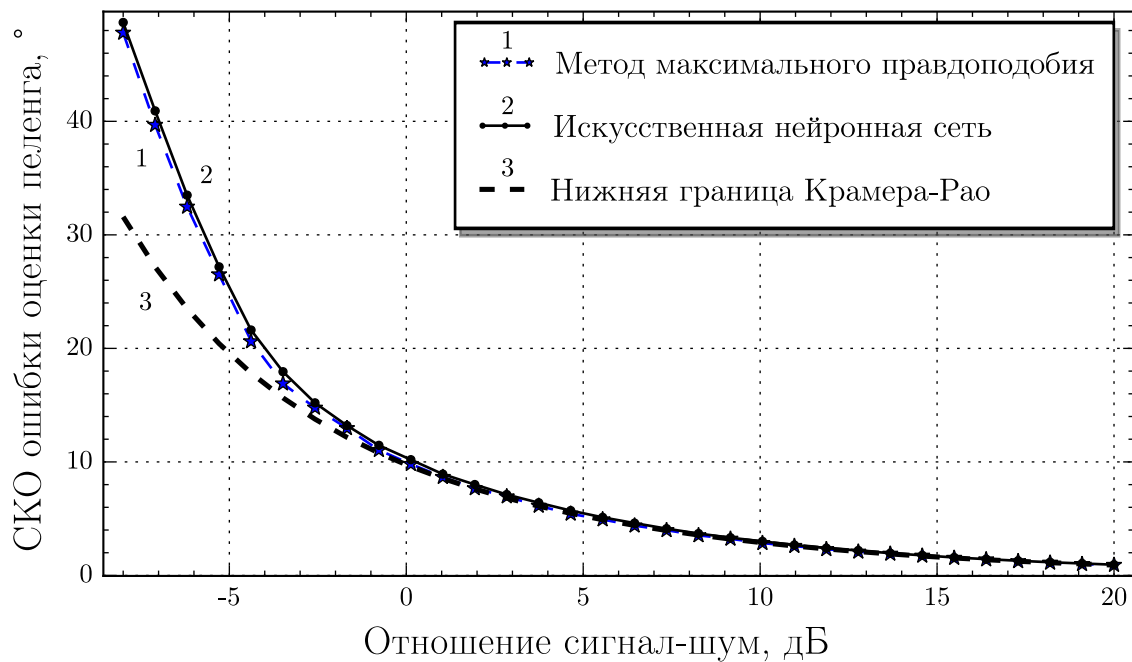


Рисунок 5.21 — Зависимость точности оценки направления прихода сигнала от отношения сигнал-шум для различных оценщиков

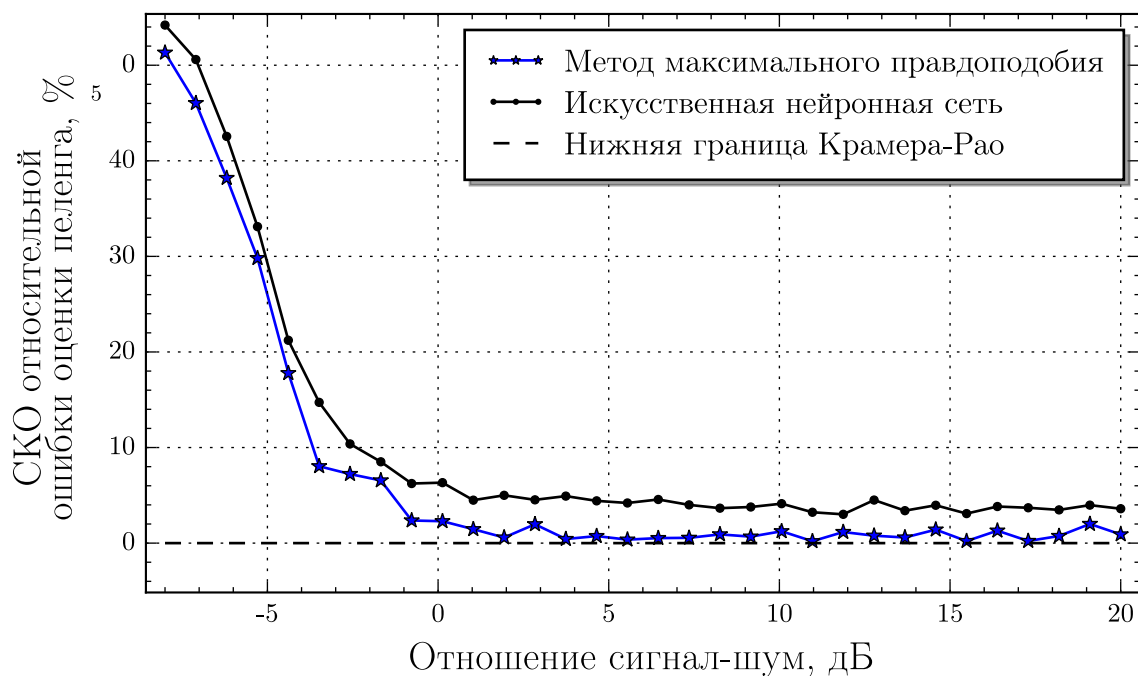


Рисунок 5.22 — Зависимость точности оценки направления прихода сигнала от отношения сигнал-шум в процентах по отношению к нижней границе Крамера-Рао

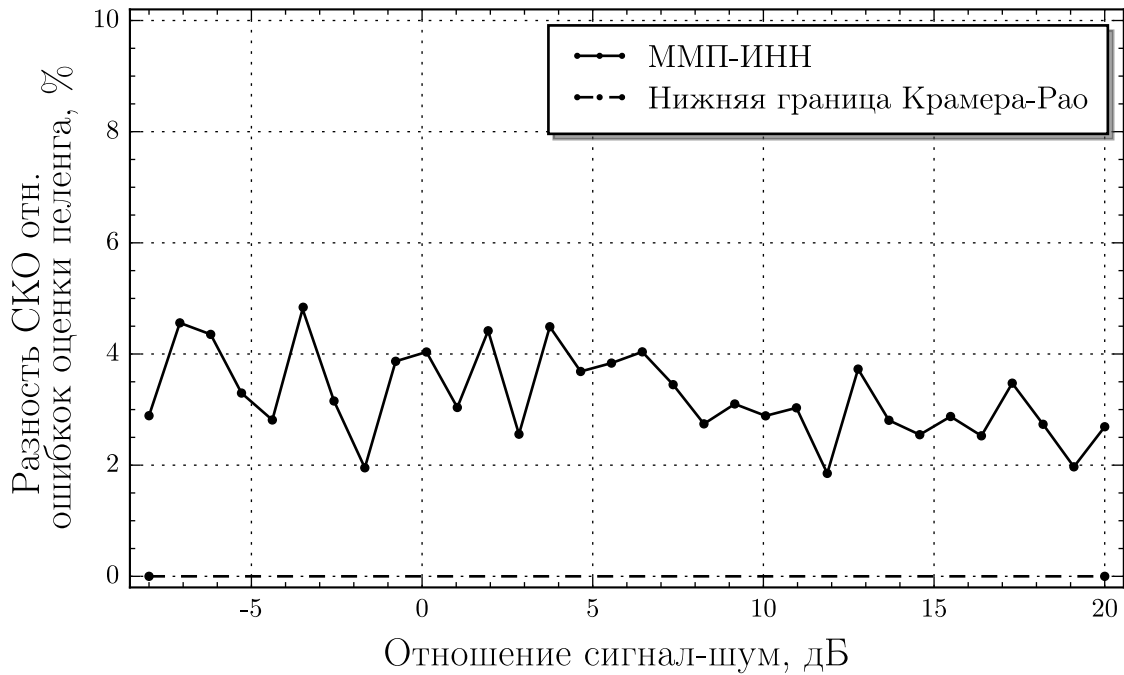


Рисунок 5.23 — Зависимость относительной потери в точности оценки пеленга при использовании оценщика на основе ИНС по сравнению с оценщиком на основе ММП. Потеря точности приведена в процентах относительно нижней границы Крамера-Рао

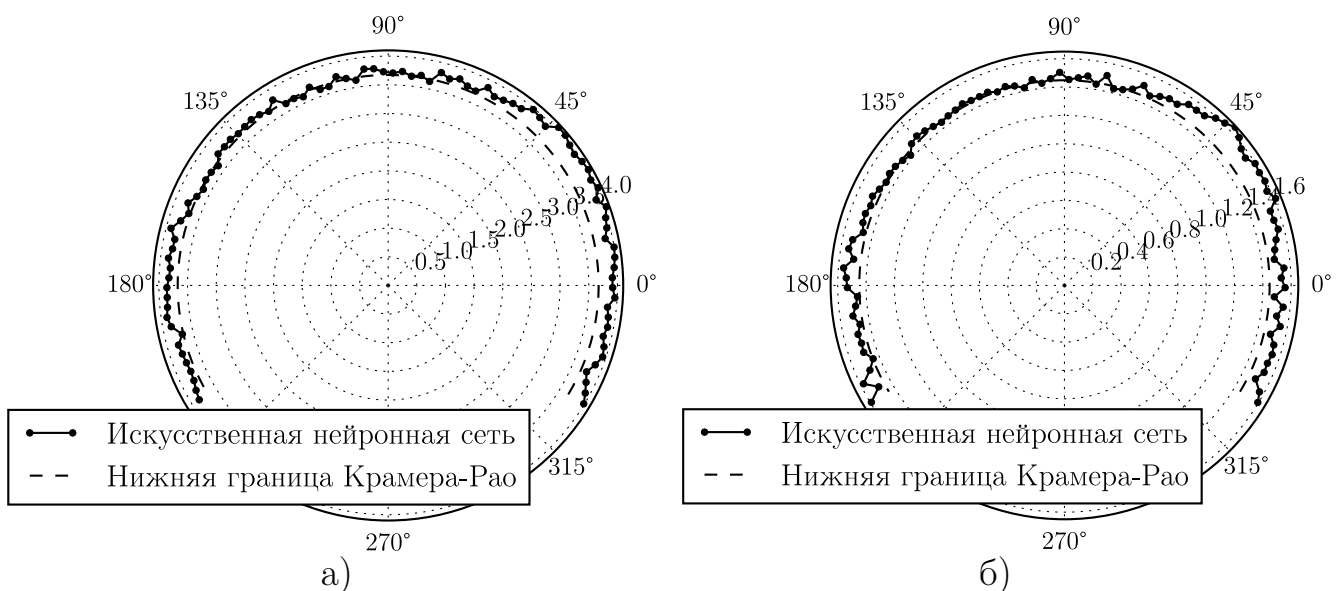


Рисунок 5.24 — Зависимость точности оценки направления прихода сигнала от истинного значения направления прихода сигнала при отношении сигнал-шум 8 дБ (слева) и 16 дБ (справа)

5.3 Выводы по главе 5

В главе рассмотрены основные принципы синтеза искусственных нейронных сетей (ИНС) на основе разработанной автором концепции адаптивных элементов, являющейся существенным развитием широко известного диаграмматического подхода описания ИНС с использованием направленных графов.

На основе данной концепции была разработана топология ИНС, выполняющая оценку угла пеленга на источника радиосигнала (направления прихода сигнала). Данная топология отличается тем, что выходной слой ИНС содержит специальный нейрон, функция активации которого вычисляет аргумент комплексного числа. Для представленной топологии сети представлена процедура её обучения состоящая в том, что сеть приближает оценки направления прихода сигнала по методу максимального правдоподобия, построенные на основе модельных данных при известной структуре пассивной радиолокационной системы.

Также в главе приведены результаты имитационного численного моделирования для случая узкополосного стационарного радиосигнала и антенной системы кольцевой структуры. Приведено сравнение точности получаемых оценок с нижней границей Крамера-Рао. Показано, что в рассматриваемом диапазоне отношений сигнал-шум оценщик на основе ИНС обладает не более чем на 10% меньшей по сравнению с оценщиком по методу МП точностью, однако требует для выполнения единичной оценки в 12 раз меньше времени работы ЭВМ.

Заключение

Диссертационная работа посвящена разработке алгоритмов цифровой обработки радиосигналов, обеспечивающих повышение точности оценивания параметров их моделей за счет рассмотрения таких сигналов как реализаций циклоstationарных случайных процессов. Проведенный обзор по материалам отечественных и зарубежных источников в области теории циклоstationарных случайных процессов, цифровой обработки сигналов, параметрической обработки сигналов и теории ИНС показал, что выбранное направление исследований является востребованным, актуальным и перспективным. По результатам исследований, проведенных в рамках данной диссертации, получены следующие основные результаты и сделаны следующие выводы:

1. Приведено теоретическое описание циклоstationарных свойств и синтезированы модели радиосигналов, являющихся реализациями циклоstationарных случайных процессов: радиосигналов с амплитудной и амплитудно-импульсной модуляциями.
2. Выведены аналитические выражения для собственных и взаимных ЦСПМ радиосигналов, представленных квадратурными компонентами и синтезированы структурные схемы систем, формирующих их оценки.
3. Разработано два алгоритма оценки собственных и взаимных ЦСПМ: алгоритм $2N$ -БПФ и блочный алгоритм вычисления усреднённых циклических периодограмм, позволяющих выполнить оценку характеристики на всей двухчастотной плоскости с одинаковой точностью.
4. Предложен подход к обработке сигналов в двухточечной модели приема с целью определения задержки сигнала на основе анализа собственных и взаимных ЦХ.
5. Выполнен анализ точности определения задержки с использованием разработанного алгоритма на примере модели приема сигнала с квадратурно-фазовой манипуляцией на фоне помехи в виде сигнала со ступенчатой квадратурно-фазовой манипуляцией и в присутствии случайного широкополосного гауссовского процесса. Анализ показал воз-

возможность оценки задержки в присутствии помехового сигнала, а также увеличения точности оценки задержки в 4-6 раз в присутствии белого гауссовского шума.

6. Проведен анализ применения разработанных алгоритмов обработки циклоstationарных сигналов для определения пути распространения информационного сигнала по шине данных цифрового устройства на основе обработки экспериментальных данных, полученных с помощью опытного стенда измерения побочного электромагнитного излучения в ближней зоне.
7. Разработан быстродействующий алгоритм формирования оценок направления прихода радиосигналов на основе обработки их циклоstationарных характеристик с использованием ИНС. Предложена топология ИНС, соответствующая модели двухточечного приема сигнала и модели применяемой антенной системы. Анализ быстродействия предложенного алгоритма показал снижение требуемого для получения единичной оценки времени в 12 раз по сравнению с методами численной оптимизации при снижении точности не более 10% в диапазоне ОСШ от -8 дБ до 18 дБ.

Список сокращений и условных обозначений

- АКФ — Автокорреляционная функция
- АС — Антенная система
- АЦП — Аналого-цифровой преобразователь
- ВКФ — Взаимная корреляционная функция
- ВСПМ — Взаимная спектральная плотность мощности
- ИИ — Источник излучения
- ИНС — Искусственная нейронная сеть
- ИРИ — источник радиоизлучений
- КО — Комплексная огибающая
- ОП — отношение правдоподобия
- ППФ — Полосно-пропускающий фильтр
- РБФ — Радиальная базисная функция
- РД — разностно-дальномерный
- РК — радиоконтроль
- РЛС — радиолокационная станция
- СВ — случайная величина
- СКО — Среднеквадратическая ошибка
- СПМ — Спектральная плотность мощности
- ТП — точка приема
- ФНЧ — Фильтр нижних частот
- ФП — функция правдоподобия
- ЦАКФ — Циклическая автокорреляционная функция
- ЦВКФ — Циклическая взаимная корреляционная функция
- ЦВСПМ — Циклическая взаимная спектральная плотность мощности
- ЦСПМ — Циклическая спектральная плотность мощности
- ACF — Autocorrelation function
- AM — Amplitude modulation
- ANN — Artificial neural network
- AOA — Angle-of-Arrival

- BPAM — Binary pulse amplitude modulation
- BPF — Band-pass filter
- BPSK — Binary phase-shift keying
- CACF — Cyclic autocorrelation function
- CCCF — Cyclic cross correlation function
- CCF — Cross correlation function
- CPSD — Cross power spectral density
- CRLB — Cramer-Rao lower bound
- CSCD — Cross spectral correlation density
- DOA — Direction-of-Arrival
- LPF — Low-pass filter
- MLE — Maximum likelihood estimator
- NN — Neural network
- OQPSK — Offset quadrature phase-shift keying
- PAM — Pulse amplitude modulation
- PSD — Power spectral density
- PSK — Phase-shift keying
- QPSK — Quadrature phase-shift keying
- RBF — Radial basis function
- SCD — Spectral correlation density
- SNOI — Signal not of interest
- SOI — Signal of interest
- SQPSK — Staggered quadrature phase-shift keying
- TDOA — Time-difference-of-arrival
- TOA — Time-of-arrival
- WGN — White Gaussian noise
- WLLS — Weighted linear least squares

Список литературы

- [1] *Гладышев Е. Г.* О периодически коррелированных случайных последовательностях // *ДАН СССР*. — 1961. — Т. 137. — С. 2236–2239.
- [2] *Гладышев Е. Г.* Периодически и почти—периодически коррелированные случайные процессы с непрерывным временем // *Теория вероятности и ее применение*. — 1963. — Т. 8, № 2. — С. 184–189.
- [3] *Franks L. E.* *Signal Theory*. — Englewood Cliffs, N.J.: Prentice Hall, 1969.
- [4] *Gardner W. A., Napolitano A., Paura L.* Cyclostationarity: Half a century of research // *Signal Processing*. — 2006. — Vol. 86, no. 4. — Pp. 639–697.
- [5] *Галушкин А. И.* Нейронные сети. Основы теории. — Москва: Горячая Линия — Телеком, 2012. — С. 496.
- [6] *Haykin S.* *Neural Networks — A Comprehensive Foundation*. — Prentice Hall, 1998. — P. 842.
- [7] *Baum E.* Supervised Learning of Probability Distributions by Neural Networks // *American Institute of Physics*. — 1988. — Pp. 52–61.
- [8] *Setiono R.* A neural network construction algorithm which maximizes the likelihood function // *Connection Science*. — 1995. — Vol. 7, no. 2. — Pp. 147–166.
- [9] *Cervellera C., Maccio D., Muselli M.* Deterministic learning for maximum—likelihood estimation through neural networks // *IEEE Transactions on Neural Networks*. — 2008. — Vol. 19, no. 8. — Pp. 1456–1467.
- [10] *Татузов А. Л.* Нейронные сети в задачах радиолокации. — Москва: Радиотехника, 2009. — С. 432.
- [11] *Gardner W. A.* *Introduction to Random Processes With Application to Signals and Systems*. — 2 edition. — McGraw-Hill, 1990.

- [12] *Gardner W. A.* Statistical Spectral Analysis — A Nonprobabilistic Theory. — Prentice Hall, 1988.
- [13] *Gardner W. A.* Cyclostationarity in Communications and Signal Processing. — IEEE Press, 1994.
- [14] *Gardner W. A.* Measurement of spectral correlation // *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. — 1986. — Vol. 34. — Pp. 1111–1123.
- [15] *Welch P.* The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms // *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics*. — 1967. — Vol. 15. — Pp. 70–73.
- [16] *Roberts R. S., Brown W. A., Loomis H. H.* Computationally efficient algorithms for cyclic spectral analysis // *IEEE Signal Processing Magazine*. — 1991. — Vol. 8, no. 3. — Pp. 38–49.
- [17] *Roth P. R.* Effective measurements using digital signal analysis // *IEEE Spectrum*. — 1971. — April. — Vol. 8, no. 4. — Pp. 62–70.
- [18] *Knapp C. H., Carter G. C.* The Generalized Correlation Method for Estimation of Time Delay // *IEEE Transaction on Acoustic, Speech and Signal Processing*. — 1976. — Vol. 24, no. 4. — Pp. 320–327.
- [19] *Carter G. C., Nuttall A. H., Cable P. G.* The smoothed coherence transform // *Proceedings of the IEEE*. — 1973. — October. — Vol. 61, no. 10. — Pp. 1497–1497.
- [20] *Eckart C.* Optimal Rectifier Systems for the Detection of Steady Signals // *Scripps Institution of Oceanography*. — 1952.
- [21] *Hannan E. J., Thomson P. J.* Estimating group delay // *Biometrika*. — 1973. — Vol. 60, no. 2. — Pp. 241–253.
- [22] *Aguilar C. L., Mohino I., Perez L. A.* A comparative study of time-delay estimation techniques for convolutive speech mixtures // *Advances in Computer Science*. — 2012. — Pp. 291–296.
- [23] *Shaltaf S. J., Mohammad A. A.* // *American Journal of Applied Sciences*. — 2009. — Vol. 6, no. 4. — Pp. 703–708.

- [24] *So H. S.* Passive Source Localization: Algorithms and Analysis, Handbook of Position Location: Theory, Practice and Advances, Chapter 2, S. A. Zekavat and M. Buehrer. — Wiley-IEEE Press, 2011.
- [25] *Munoz D.* Position Location Techniques and Applications. — Academic Press, 2009.
- [26] *Gardner W. A., Chen C. K.* Signal—Selective Time—Difference—of—Arrival Estimation for Passive Location of Man—Made Signal Sources in Highly Corruptive Environments, Part I: Theory and Method // *IEEE Transactions on Signal Processing*. — 1992. — Vol. 40, no. 5. — Pp. 1168–1183.
- [27] *Gardner W. A., Chen C. K.* Signal—Selective Time—Difference—of—Arrival Estimation for Passive Location of Man—Made Signal Sources in Highly Corruptive Environments, Part II: Algorithms and Performance // *IEEE Transactions on Signal Processing*. — 1992. — Vol. 40, no. 5. — Pp. 1185–1197.
- [28] *Gardner W. A., Spooner C. M.* Detection and Source Location of Weak Cyclostationary Signals: Simplifications of the Maximum—Likelihood Receiver // *IEEE Transactions on Communications*. — 1993. — Vol. 43, no. 6.
- [29] *Хайкин С.* Нейронные сети: полный курс, 2-е изд., испр.: Пер. с англ. — Москва: ООО «И.Д. Вильямс», 2006. — С. 1104.
- [30] *Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л.* Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечёткие системы: Пер. с польск. — Москва: Горячая линия — Телеком, 2006. — Р. 452.
- [31] *Narendra K. S.* Identification and Control of Dynamical Systems Using Neural Networks // *IEEE Transactions on Neural Networks*. — 1990. — Vol. 1, no. 1. — Pp. 4–27.
- [32] *Eric Wan A.* Diagrammatic Methods for Deriving and Relating Temporal Neural Network Algorithms // *Proceedings of Summer School on Neural Networks*. — 1997. — Pp. 63–98.
- [33] *Arabshahi P.* Book Review: «M. H. Hassoun, Fundamentals of Artificial Neural Networks» // *IEEE Transaction on Neural Networks*. — 1997. — Vol. 3. — Pp. 793–794.

- [34] *Hassoun M. H.* Fundamentals of Artificial Neural Networks. — The MIT Press, 1995. — P. 511.
- [35] *Nguyen D.* Improving the learning speed of 2-layer neural networks by choosing initial values of the adaptive weights // *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks*. — 1990. — Vol. 3. — Pp. 21–26.
- [36] *Battiti R.* First- and Second-Order Methods for Learning: Between Steepest Descent and Newton’s Method // *Neural Computation*. — 1992. — Vol. 4. — Pp. 141–166.
- [37] *Samarasinghe S.* Neural Networks for Applied Sciences and Engineering: From Fundamentals to Complex Pattern Recognition. — 1 edition. — Auerbach Publications, 2006. — P. 570.
- [38] *Gardner W. A., Franks L. E.* Characterization of Cyclostationary Random Signal Processes // *IEEE Transactions on Information Theory*. — 1975. — Vol. 21, no. 1. — Pp. 4–14.
- [39] **Ефимов Е. Н., Шевгунов Т. Я.** Циклостационарные модели радиосигналов с квадратурной амплитудной модуляцией // *Электросвязь*. — 2016. — № 11. — С. 61–67.
- [40] *Шевгунов Т. Я., Ефимов Е. Н., Жуков Д. М.* Алгоритм 2N-БПФ для оценки циклической спектральной плотности мощности // *Электросвязь*. — 2017. — № 6. — С. 50–57.
- [41] *Марпл-мл. С. Л.* Цифровой спектральный анализ и его приложения. — Москва: Мир, 1990.
- [42] *Yue X., Liang X.* Basic Properties of Circulant Matrices and Anti-Circular Matrices // *Formalized Mathematics*. — 2008. — Vol. 16, no. 4. — Pp. 355–360.
- [43] **Ефимов Е. Н., Шевгунов Т. Я.** Оценка циклостационарных характеристик случайных процессов с использованием алгоритма усреднённых циклических периодограмм // 72-я Международная конференция «Радиоэлектронные устройства и системы для инфокоммуникационных технологий» (REDS — 2017) / МТУСИ. — Москва: 2017. — С. 87–91.

- [44] *Johnson S. G., Frigo M.* A modified split-radix FFT with fewer arithmetic operations // *IEEE Transaction on Signal Processing*. — 2007. — Vol. 55, no. 1. — Pp. 111–119.
- [45] *Holt C. R.* Two—Channel Likelihood Detectors for Arbitrary Linear Channel Distortion // *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*. — 1987. — Vol. 35, no. 3.
- [46] *Gardner W. A.* Signal interception: A unifying theoretical framework for feature detection // *IEEE Transactions on Communications*. — 1988. — Vol. COM-36. — Pp. 897–906.
- [47] *Gardner W. A., Spooner C. M.* Signal interception: Performance advantages of cyclic feature detectors // *IEEE Transactions on Communications*. — 1992. — Vol. 40. — Pp. 149–159.
- [48] **Ефимов Е. Н., Шевгунов Т. Я., Филимонова Д. В.** Применение циклоstationарных характеристик при оценке времени запаздывания сигналов // X Всероссийская конференция «Радиолокация и радиосвязь» / Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН. — Москва: 2016. — С. 353–358.
- [49] *Torrieri D. J.* Statistical Theory of Passive Location Systems // *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. — 1984. — Vol. 20, no. 2. — Pp. 183–198.
- [50] *Kay S. M.* Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory. — NJ: Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1993.
- [51] *Carter G. C.* Coherence and Time Delay Estimation // *Processing of the IEEE*. — 1987. — Vol. 75, no. 2.
- [52] **Ефимов Е. Н., Шевгунов Т. Я.** Оценка времени задержки циклоstationарных радиосигналов // XLIII Международная молодёжная научная конференция «Гагаринские чтения» / МАИ. — Москва: 2017. — С. 621–622. — ISBN: 978-5-90363-115-5.
- [53] *Дубровин А. В., Сосулин Ю. Г.* Одноэтапное оценивание местоположения источника радиоизлучения комбинированной пассивной системой // *Радиотехника и электроника*. — 1998. — Т. 43, № 12. — С. 1486–1494.

- [54] *O'Donoghue N., Moura J. M.F.* On the Product of Independent Complex Gaussians // *IEEE Transactions on Signal Processing*. — 2012. — Vol. 60, no. 3.
- [55] Анализ нейросетевого метода обработки дискретного косинусного преобразования для оценки времени запаздывания сигнала / А. А. Валайтите, **Е. Н. Ефимов**, Е. В. Садовская, Т. Я. Шевгунов // Московская молодёжная научно-практическая конференция «Инновации в авиации и космонавтике — 2014» / МАИ. — Москва: 2014. — С. 141–142.
- [56] *Тадеусевич Р.* Элементарное введение в технологию нейронных сетей с примерами программ / Пер. с польск. — Москва: Горячая линия — Телеком, 2011. — С. 408.
- [57] Mathematica® Neural Networks: Train and Analyze Neural Networks to Fit Your Data. — 1 edition. — 2005.
- [58] **Ефимов Е. Н., Шевгунов Т. Я.** Построение нейронных сетей прямого распространения с использованием адаптивных элементов // V Всероссийская конференция «Радиолокация и радиосвязь» / ИРЭ РАН. — 2011.
- [59] **Ефимов Е. Н., Шевгунов Т. Я.** Построение нейронных сетей прямого распространения с использованием адаптивных элементов // *Журнал радиоэлектроники*. — 2012. — № 8. — С. 1–16. — ISSN: 1684-1719. URL: <http://jre.cplire.ru/win/aug12/4/text.html>.
- [60] **Ефимов Е. Н., Шевгунов Т. Я.** Разработка и исследование методики построения нейронных сетей на основе адаптивных элементов // *Труды МАИ*. — 2012. — № 51. — С. 1–22. — ISSN: 1727-6942. URL: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=29159>.
- [61] **Ефимов Е. Н., Шевгунов Т. Я.** Применение нейронных сетей радиально-базисных функций для идентификации точечных рассеивателей в радиолокационных изображениях // 14-я Международная Конференция «Цифровая обработка сигналов и её применение» / ИПУ РАН. — Москва: 2012. — С. 247–250.
- [62] **Ефимов Е. Н., Шевгунов Т. Я.** Нейросетевая идентификация центров рассеяния радиолокационных изображений в информационно-

- телекоммуникационных системах // Международная конференция «Авиация и космонавтика — 2012» / МАИ. — 2012. — С. 263–264.
- [63] **Ефимов Е. Н., Шевгунов Т. Я.** Идентификация точечных рассеивателей радиолокационных изображений с использованием нейронных сетей радиально-базисных функций // IV Всероссийский межотраслевой молодёжный научно-технический форум «Молодежь и будущее авиации и космонавтики — 2012». — Москва, ВВЦ: 2012.
- [64] **Ефимов Е. Н., Шевгунов Т. Я.** Анализ РЛ-изображений с использованием нейронных сетей // Молодёжная научно-практическая конференция «Инновации в авиации и космонавтике — 2012» / МАИ. — Москва: 2012. — С. 91–92.
- [65] **Ефимов Е. Н., Шевгунов Т. Я.** Идентификация точечных рассеивателей с использованием нейронных сетей радиально-базисных функций // 19-я международной научно-технической конференции студентов и аспирантов «Радиоэлектроника, электротехника и энергетика» / МЭИ. — Москва: 2013. — С. 111.
- [66] **Ефимов Е. Н., Шевгунов Т. Я.** Идентификация точечных рассеивателей радиолокационных изображений с использованием нейронных сетей радиально-базисных функций // *Труды МАИ*. — 2013. — № 68. — С. 1–10. — ISSN: 1727-6942. URL: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=41959>.
- [67] **Efimov E., Shevgunov T.** Radar target identification based on feature extraction performed with RBF artificial neural networks // Proceedings of the General Assembly and Scientific Symposium (URSI GASS) / XXXIth URSI. — Beijing: IEEE, 2014. — Pp. 1–4. — DOI: [10.1109/URSIGASS.2014.6929360](https://doi.org/10.1109/URSIGASS.2014.6929360). ISBN: 978-1-4673-5225-3. URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6929360/>.
- [68] **Ефимов Е. Н., Шевгунов Т. Я.** Анализ схемы построения нейронной сети на основе простых адаптивных элементов в задачах обработки информации в авиационных и космических системах // Международная конференция «Авиация и космонавтика — 2011» / МАИ. — Москва: 2011. — С. 16–17.

- [69] *Pei J. S., Mai E.C.* Neural Network Initialization for Modeling Nonlinear Functions in Engineering Mechanics // *The 24th International Modal Analysis Conference (IMAC XXIV)*. — 2006.
- [70] *Inden B., Jin Y.* Evolving neural fields for problems with large input and output spaces // *Neural Networks*. — 2012. — Vol. 28. — Pp. 24–39.
- [71] **Ефимов Е. Н., Шевгунов Т. Я.** Применение модели распределенных вычислений MapReduce для параллельных вычислений при обучении нейронных сетей // 12-я Международная конференция «Авиация и космонавтика — 2013» / МАИ. — Москва: 2013. — С. 594–595.
- [72] **Ефимов Е. Н., Шевгунов Т. Я.** Использование модели MapReduce при обучении нейронных сетей // IV Научно-техническая конференция молодых учёных и специалистов «Актуальные вопросы развития систем и средств ВКО» / ГСКБ «Алмаз». — Москва: 2013.
- [73] **Ефимов Е. Н., Шевгунов Т. Я.** Применение распределенных вычислений в процессе обучения нейронных сетей // Московская молодёжная научно-практическая конференция «Инновации в авиации и космонавтике — 2013» / МАИ. — Москва: 2013. — С. 228–229.
- [74] *Dean J., Ghemawat S.* Mapreduce: Simplified data processing on large clusters // *Operating Systems Design and Implementation*. — 2004. — Pp. 137–149.
- [75] **Ефимов Е. Н., Шевгунов Т. Я.** Разработка методики построения нейронной сети на основе простых адаптивных элементов // III Международный межотраслевой молодёжный научно-технический форум «Молодёжь и будущее авиации и космонавтики — 2011» / МАИ. — Москва, ВВЦ: 2011. — С. 122–123.
- [76] *Hagan M. T., Demuth H. B., Beale M. H.* Neural Network Design. — Martin Hagan, 2002. — P. 736.
- [77] Fast and Efficient Second—Order Method for Training Radial Basis Function Networks / T. Xie, H. Yu, J. Hewlett et al. // *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*. — 2012. — Vol. 23, no. 4.

- [78] *Sivanandam S. N., Sumathi S.* Introduction to Neural Networks Using MATLAB 6.0. — Tata McGraw-Hill, 2005.
- [79] *Wilamowski B., Yu H.* Improved Computation for Levenberg-Marquardt Training // *IEEE Transactions on Neural Networks*. — 2010. — Vol. 21, no. 6.
- [80] *Wilamowski B., Yu H.* Neural Network Learning without Backpropagation // *IEEE Transactions on Neural Networks*. — 2010. — Vol. 21, no. 11.
- [81] *Levenberg K.* A method for the solution of certain problems in least squares // *Q. Appl. Math.* — 1944. — Vol. 2. — Pp. 164–168.
- [82] *Marquardt D. W.* An algorithm for least-squares estimation of non-linear parameters // *J. Soc. Ind. Appl. Math.* — 1963. — Vol. 11. — Pp. 431–441.
- [83] *Шевгунов Т. Я., Ефимов Е. Н., Филимонова Д. В.* Синтез искусственных нейронных сетей прямого распространения, приближающих оценки максимального правдоподобия // 19-я Международная Конференция «Цифровая обработка сигналов и её применение» / ИПУ РАН. — Москва: 2017. — С. 818–822.
- [84] Оценка направления прихода сигнала с использованием искусственных нейронных сетей максимального правдоподобия / Т. Я. Шевгунов, Е. Н. Ефимов, Д. В. Филимонова, Д. И Воскресенский // *Цифровая обработка сигналов*. — 2017. — № 2. — С. 59–64.
- [85] *Jenkins G. M., Watts D. G.* Spectral Analysis and its applications. — Holden-Day, 1968.
- [86] *Efimov E., Shevgunov T., Filimonova D.* Angle of arrival estimator based on artificial neural networks // 17-th International Radar Symposium (IRS). — Krakow: 2016. — ISSN: 2155-5753. ISBN: 978-1-5090-2518-3. DOI: [10.1109/IRS.2016.7497355](https://doi.org/10.1109/IRS.2016.7497355). URL: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7497355/>.
- [87] *Ефимов Е. Н., Шевгунов Т. Я., Филимонова Д. В.* Синтез оценки пеленга по методу максимального правдоподобия в нейросетевом базисе //

Научно-техническая конференция молодых ученых и специалистов по тематике «Актуальные вопросы развития систем и средств ВКО», посвященная 80-летию со дня рождения А. А. Леманского / ГСКБ «Алмаз-Антей». — Москва: 2015.

- [88] **Ефимов Е. Н., Шевгунов Т. Я., Филимонова Д. В.** Оценка направления прихода сигнала по методу максимального правдоподобия при помощи искусственных нейронных сетей // IX Всероссийская конференция «Радиолокация и радиосвязь» / Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН. — Москва: 2015. — С. 239–243.
- [89] **Ефимов Е. Н., Шевгунов Т. Я.** Оценка времени задержки приема циклоstationарных сигналов в пассивной системе радиолокации при помощи искусственных нейронных сетей // Международная молодёжная научная конференция «Гагаринские чтения» / МАИ. — Т. 1. — Москва: 2016. — С. 559–560.
- [90] **Шевгунов Т. Я., Ефимов Е. Н., Филимонова Д. В.** Применение нейронных сетей прямого распространения для формирования оценок параметров по методу максимального правдоподобия // *Радиотехника: «Научко-емкие технологии»*. — 2015. — № 8. — С. 42–47. — ISSN: 1999-8465. URL: <http://www.radiotec.ru/catalog.php?cat=jr8&art=16727>.
- [91] **Ефимов Е. Н., Шевгунов Т. Я.** Формирование оценки направления прихода сигнала с использованием искусственных нейронных сетей // *Труды МАИ*. — 2015. — № 82. — С. 1–17. — ISSN: 1727-6942. URL: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=58786>.
- [92] *Fradsen P. E.* Unconstrained optimization. — 3 edition. — Informatics and Mathematical Modelling, Technical University of Denmark, 2004.
- [93] **Ефимов Е. Н., Шевгунов Т. Я.** Формирование оценки направления прихода сигнала с использованием искусственных нейронных сетей // 70-я Международная конференция «Радиоэлектронные устройства и системы для инфокоммуникационных технологий» (REDS — 2015) / МТУСИ. — Москва: 2015. — С. 98–101.
- [94] Artificial neural network based signal processing for perspective onboard systems / **Е. Efimov**, Т. Shevgunov, А. Valaytite, Е. Sadovskaya // Proceedings

of the 29-th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences (ICAS — 2014). — St. Petersburg: 2014. — ISBN: 3-932182-80-4.

- [95] Дубровин А. В., Сосулин Ю. Г. Одноэтапное оценивание местоположения источника радиоизлучения пассивной системой, состоящей из узкобазовых подсистем // *Радиотехника и электроника*. — 2004. — Т. 49, № 2. — С. 156–170.
- [96] Дубровин А. В., Сосулин Ю. Г. Одноэтапное оценивание местоположения источника радиоизлучения комбинированной пассивной системой // *Радиотехника и электроника*. — 2007. — Т. 51, № 4. — С. 441–457.
- [97] Дубровин А. В. Потенциальная точность пеленгования комплексами с антенными решетками, имеющими конфигурацию в виде набора произвольного числа колец // *Радиотехника и электроника*. — 2006. — Т. 51, № 13. — С. 268–270.
- [98] Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ, № 2012610557, *Python NeuralLib for SageMath*. Авторы: Т. Я. Шевгунов, **Е. Н. Ефимов**. Заявка № 2011618648. Дата поступления 17 ноября 2011 г. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 10 января 2012 г.
- [99] Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ, № 2015663432, *Фреймворк для синтеза и анализа искусственных нейронных сетей произвольной топологии*. Авторы: Т. Я. Шевгунов, **Е. Н. Ефимов**. Заявка № 2015660235. Дата поступления 28 октября 2015 г. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 17 декабря 2015 г.
- [100] Stein W. A. Sage Mathematics Software, The Sage Development Team. — 2015. — URL: <http://www.sagemath.org>.
- [101] Stoica P., Babu P. The Gaussian Data Assumption Leads to the Largest Cramer-Rao Bound // *IEEE Signal Processing Magazine*. — 2011. — no. 133.

СПИСОК РИСУНКОВ

2.1	Модуль циклической автокорреляционной функции амплитудно-модулированного сигнала	32
2.2	Последовательность амплитудно-модулированных прямоугольных импульсов	32
2.3	Автокорреляционная функция бесконечной последовательности амплитудно-модулированных прямоугольных импульсов	33
2.4	Графики некоторых вспомогательных функций	34
2.5	Циклическая автокорреляционная функция $R_S^\alpha(\tau)$ в области α и τ	35
2.6	ЦАКФ $R_S^t(f)$ в области t и f	36
2.7	ЦАКФ $R_S^t(f)$ в области t и f	37
2.8	ЦСПМ $R_S^\alpha(f)$	38
2.9	Структурная схема анализатора циклостационарных свойств радиосигнала $X(t)$	39
2.10	Структурная схема анализатора циклостационарных свойств пары радиосигналов $X(t)$ и $Y(t)$	41
3.1	Разбиение двухчастотной плоскости «частота–циклическая частота» на повторяющиеся области. Лиловый ромб — носитель ЦСПМ, красный прямоугольник — область вычисления оценок алгоритма $2N$ -БПФ	44
3.2	Формирование фрагментов сигнала	45
3.3	Элемент разрешения ЦСПМ для метода с усреднением во времени и сетка узлов, в которых производится её вычисление в алгоритме $2N$ -БПФ	46
3.4	Формирование матриц: а) циркулянтной матрицы $\mathbf{XR}(k)$, б) антициркулянтной матрицы $\mathbf{XL}(k)$	50
3.5	Оценка ЦСПМ амплитудно-модулированного сигнала	53
3.6	Сечения ЦСПМ АМ-сигнала на характерных циклических частотах: $\alpha = 0$ и $\alpha = 2F_0$	54

3.7	Оценка ЦСПМ сигнала с амплитудно-импульсной модуляцией . . .	55
3.8	Сечения ЦСПМ АИМ-сигнала на характерных циклических частотах: а) $\alpha = 0$, б) $\alpha = 1/T$, в) $\alpha = 2/T$, г) $\alpha = 3/T$	56
3.9	Периодограммы Уэлча: а) компонентов $s_1(t)$ и $s_2(t)$ отдельно, б) смеси сигналов $s(t)$	62
3.10	Модуль ЦСПМ сигнала $s(t)$	63
3.11	Модуль участка ЦСПМ сигнала $s(t)$ в окрестности характерных циклических частот	64
3.12	Модули сечений ЦСПМ сигнала $s(t)$ на характерных циклических частотах $\hat{\alpha}_1$ и $\hat{\alpha}_2$	65
4.1	Модель приемной системы	80
4.2	Модель приёмной системы	81
4.3	Структура спектра рассматриваемой модели: пунктирной линией обозначены гармоники, анализ которых выполняется для оценки ВСПМ, непрерывной — при оценке ЦВСПМ при циклической частоте равной удвоенной частоте несущего колебания	84
4.4	Гистограммы распределения плотностей вероятностей случайных векторов модели 4.14	88
4.5	Гистограммы распределения плотностей вероятностей случайных векторов модели 4.27	91
4.6	Периодограммы Уэлча $S_s(f)$ и $S_m(f)$ сигналов $s(t)$ и $m(t)$ соответственно	93
4.7	Модуль взаимной циклической спектральной плотности мощности $S_{12}^\alpha(f)$	94
4.8	Модуль взаимной циклической спектральной плотности мощности $S_{12}^\alpha(f)$	95
4.9	Оценка наклона фазовой характеристики ВЦСПМ при различных значениях циклической частоты α	96
4.10	Оценка наклона фазовой характеристики ВЦСПМ при различных значениях циклической частоты α	97
4.11	Периодограмма Уэлча сигнала $s(t)$	98
4.12	Модуль взаимной циклической спектральной плотности мощности $S_{12}^\alpha(f)$	99

4.13	Модуль взаимной циклической спектральной плотности мощности $S_{12}^{\alpha}(f)$	100
4.14	Оценка наклона фазовой характеристики ВЦСПМ при различных значениях циклической частоты α	101
4.15	Оценка наклона фазовой характеристики ВЦСПМ при различных значениях циклической частоты α	102
4.16	Зависимость коэффициентов корреляции получаемых оценок времени задержки прихода сигнала от отношения сигнал-шум	104
4.17	Зависимость статистических характеристик получаемых оценок от отношения сигнал-помеха: а) среднеквадратические ошибки ε_i , б) смещения b_i , г) среднеквадратические отклонения σ_i , д) дисперсии σ_i^2 ; гистограммы получаемых оценок времени задержки прихода сигнала на различных циклических частотах при различных отношениях сигнал-помеха: в) 0 дБ, е) 8 дБ	106
4.18	Измерительный стенд в сборке: а) размещение тестовой платы в измерительном стенде, б) расположение пробников электромагнитного поля над поверхностью платы	107
4.19	Пример записанного цифрового сигнала: а) временная область, б) частотная область	108
4.20	Модуль ЦСПМ сигнала $x[n]$	109
4.21	Модуль участка ЦСПМ сигнала $x[n]$ в окрестности характерной циклической частоты α_0	110
4.22	Сечения модуля ЦСПМ сигнала $x[n]$ при различных характерных циклических частотах	110
4.23	Модуль ВЦСПМ сигналов $x[n]$ и $y[n]$	111
4.24	Модуль участка ВЦСПМ сигналов $x[n]$ и $y[n]$ в окрестности характерной циклической частоты α_0	111
4.25	Модуль и аргумент ЦСПМ сигналов $x[n]$ и $y[n]$ при циклической частоте $\alpha = \alpha_0$	112
4.26	Модуль и аргумент отношения ЦСПМ сигналов $x[n]$ и $y[n]$ при циклической частоте $\alpha = \alpha_0$	113
5.1	Обобщённое представление нейронной сети	116
5.2	Структура сигнальных связей адаптивного элемента	116

5.3	Структурная схема сумматора при прямом прохождении сигнала (а) и обратном распространении ошибки (б)	117
5.4	Структурная схема разветвителя при прямом прохождении сигнала (а) и обратном распространении ошибки (б)	118
5.5	Структурная схема усилителя при прямом прохождении сигнала (а) и обратном распространении ошибки (б)	118
5.6	Структурная схема функционального преобразователя при прямом прохождении сигнала (а) и обратном распространении ошибки (б)	119
5.7	График сигмоидной функции активации (а) и ее первой производной (б)	120
5.8	График функции активации гиперболического тангенса (а) и его первой производной (б)	121
5.9	График гауссовской функции активации (а) и ее первой производной (б)	122
5.10	График квадратичной функции активации (а) и ее первой производной (б)	122
5.11	График линейной функции активации (а) и ее первой производной (б)	123
5.12	Структурная схема классического нейрона при прямом прохождении сигнала (а) и обратном распространении ошибки (б)	123
5.13	Структурная схема РБФ-нейрона при прямом прохождении сигнала	125
5.14	Структурная схема РБФ-нейрона при обратном распространении ошибки	125
5.15	Структурная схема выполнения процедуры оценки пеленга	139
5.16	Структурная схема нейронной сети для оценки пеленга	141
5.17	Структурная схема выходного нейрона	142
5.18	Структурная схема антенной системы	143
5.19	Изменение ошибки оценки пеленга в процессе обучения для обучающей и тестовой выборки	144
5.20	Зависимость ошибки оценки пеленга от величины пеленга после завершения процесса обучения для обучающей и тестовой выборки	145
5.21	Зависимость точности оценки направления прихода сигнала от отношения сигнал-шум для различных оценщиков	146

5.22	Зависимость точности оценки направления прихода сигнала от отношения сигнал-шум в процентах по отношению к нижней границе Крамера-Рао	146
5.23	Зависимость относительной потери в точности оценки пеленга при использовании оценителя на основе ИНС по сравнению с оценителем на основе ММП	147
5.24	Зависимость точности оценки направления прихода сигнала от истинного значения направления прихода сигнала при отношении сигнал-шум 8 дБ (слева) и 16 дБ (справа)	147

СПИСОК ТАБЛИЦ

3.1	Параметры тестовых сигналов	62
4.1	Параметры сигналов $s(t)$ и $m(t)$	92
4.2	Результаты оценки величины задержки прихода сигнала $s(t)$ в случае игнорирования информации о циклостационарной природе сигнала (сечение $\alpha = 0$)	94
4.3	Результаты оценки величины задержки прихода сигнала $s(t)$ в случае использования информации о циклостационарной природе сигнала (сечение $\alpha = \beta$)	95
4.4	Результаты оценки величины задержки прихода сигнала $s(t)$ по наклону фазовой характеристики сечения ВЦСПМ, полученного при различных значениях циклической частоты α	99
4.5	Основные характеристики осциллографа Teledyne LeCroy — SDA 813ZiA	107
4.6	Оцененные величины задержки сигналов при различных положениях пробника	113
5.1	Основные параметры численного моделирования	142
5.2	Параметры антенной системы	143

Приложение А

Свидетельства о государственной регистрации программ

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2012610557

Python NeuraLLib for SageMath

Правообладатель(ли): *Шевгунов Тимофей Яковлевич (RU),
Ефимов Евгений Николаевич (RU)*

Автор(ы): *Шевгунов Тимофей Яковлевич,
Ефимов Евгений Николаевич (RU)*

Заявка № 2011618648

Дата поступления 17 ноября 2011 г.

Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ
10 января 2012 г.



*Руководитель Федеральной службы по интеллектуальной
собственности, патентам и товарным знакам*

Б.П. Симонов

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2015663432

**Фреймворк для синтеза и анализа искусственных
нейронных сетей произвольной топологии**

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего профессионального
образования «Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)» (RU)*

Авторы: *Шевгунов Тимофей Яковлевич (RU),
Ефимов Евгений Николаевич (RU)*

Заявка № 2015660235

Дата поступления 28 октября 2015 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 17 декабря 2015 г.

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г.П. Ивлиев

