Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева» (КНИТУ-КАИ)

На правах рукописи

Купоросова Елена Серафимовна

АВТОНОМНАЯ ПЕРСОНАЛЬНАЯ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА НАЗЕМНОГО ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ С КОРРЕКЦИЕЙ УГЛОВ НАКЛОНА ПО ОПОРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Специальность 05.11.16 – Информационно-измерительные и управляющие системы (в приборостроении)

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
кандидат технических наук,
доцент Потапов А.А

Казань, 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. В связи с ростом потребностей в обеспечении высокой точности определения местоположения наземных подвижных объектов широкое распространение получают комплексные информационно-измерительные системы (ИИС), построенные на базе бесплатформенных инерциальных систем и спутниковой радионавигации. Особое место среди таких систем занимают пешеходные навигационные системы, применяемые для наземного позиционирования подвижного объекта (человека, служебной собаки или робота) при выполнении спасательных или других оперативных работ в зданиях с разветвленной коридорной сетью.

Для решения данных задач возникает потребность в автономной персональной ИИС, которая обеспечивала бы требуемую точность определения местоположения в условиях наличия прерываний в сигналах спутниковой навигации, их неудовлетворительного качества или полного отсутствия. Возможность построения автономной персональной ИИС зависит от габаритов, энергопотребления и стоимости инерциальных датчиков первичной информации (ДПИ) – акселерометров и датчиков угловых скоростей. Требованиям минимальных габаритов, энергопотребления и стоимости удовлетворяют чаще всего современные микроэлектромеханические (МЭМС) датчики. Однако, этим датчикам свойственны такие погрешности, как шум и значительный дрейф нуля, которые, не будучи скомпенсированными, приводят к росту погрешностей определения ориентации и местоположения. Несмотря на появление на рынке дешевых инерциальных датчиков, точность решения навигационной задачи остается низкой, особенно при длительном применении (порядка десятков минут).

Задача повышения точности автономных персональных ИИС определения местоположения наземных подвижных объектов (ПО), ориентированных на применение МЭМС-датчиков, остается на современном этапе их развития весьма актуальной.

Степень разработанности темы. Задача разработки автономных персональных ИИС решается на основе классических методов проектирования БИНС, широко представленных в работах отечественных и зарубежных авторов (А.Ю. Ишлинский, Д.С. Пельпор, Ю.Н. Осокин, Е.Р. Рахтиенко, П.В. Бромберг, В.Я. Распопов, В.В. Матвеев, Шаймарданов И.Х., Дзуев А.А., W. Li, E. Foxlin и др.).

Решением задач в области инерциальной навигации занимаются ведущие предприятия Российской Федерации, такие как АО «Инерциальные технологии «Технокомплекса» (г. Раменское), ОАО «АНПП «ТЕМП-АВИА» (г. Арзамас), ФГУП «Научно-производственное объединение автоматики им. академика Н.А. Семихатова» (г. Екатеринбург), ОАО «Радиоавионика» (г. Санкт-Петербург), «Концерн «Центральный научно-исследовательский институт «Электроприбор» (г. Санкт-Петербург) и другие, а также ряд зарубежных фирм, прежде всего Honeywell (США) и Inertial Elements (Индия).

Подходы, возможные для применения при построении пешеходных навигационных систем, изложены в работах как отечественных научных школ: ФГБОУ ВПО «Тульский государственный университет», Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Сибирский федеральный университет (г. Красноярск), Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Северный (Арктический) федеральный университет им. М.В. Ломоносова, Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ» (Москва), Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского, так и зарубежных: Научный исламский университет Малайзии, г. Бандар Бару Нилаи (Малайзия), Геопространственный институт Университета Ноттингема (Великобритания), 26-й институт Китайской корпорации электронных технологий (Китай), Юго-восточный университет (Китай), Технический университет Тампере (Финляндия).

Несмотря на значительные достижения в области разработки, проектирования и исследования автономных персональных ИИС, такие системы, как правило, нуждаются в коррекции определения позиционных координат с помощью использования более точных ДПИ, а также с помощью внешних и внутренних источников коррекции. Основным из внешних источников коррекции является ГНСС, применение которой внутри зданий или в условиях плотной городской застройки невозможно в связи с искажением и периодическим отсутствием сигналов спутниковых радионавигационных систем. Поэтому при использовании инерциальной ИИС в этих условиях необходим дополнительный источник коррекции без накопления погрешностей с течением времени, входящий в состав самой ИИС.

Объектом исследования является автономная персональная ИИС определения местоположения наземного ПО в некотором пространстве, недоступном для применения средств спутниковой навигационной системы.

Предмет исследования - способы, модели и алгоритмы компенсации накапливающейся со временем погрешности в определении угловой ориентации блока ДПИ, а также в определении местоположения наземного ПО с помощью малогабаритных автономных персональных ИИС.

Целью работы является повышение точности определения местоположения наземного ПО с помощью автономной персональной ИИС за счет компенсации накапливающейся со временем погрешности в определении угловой ориентации блока ДПИ, закрепленного на ПО.

Научная задача исследования заключается в научно-обоснованной технической разработке автономной персональной ИИС наземного позиционирования с коррекцией углов наклона по опорной поверхности.

Решение поставленной задачи научного исследования проводится по следующим основным направлениям:

- аналитический обзор состояния методов повышения точности автономных персональных ИИС наземного позиционирования;

- разработка способа определения углов наклона блока ДПИ относительно плоскости горизонта без накопления погрешности измерения;

- оценка погрешностей определения углов наклона блока ДПИ относительно опорной поверхности;

- разработка методов повышения точности работы автономной персональной ИИС наземного позиционирования;

- оценка разработанных методов повышения точности определения местоположения на имитационной математической модели ИИС.

Методология и методы исследования. Для решения поставленных задач применялись основные положения теоретической механики, теории погрешностей технических измерений, методы статистической обработки и оптимальной фильтрации экспериментальных данных, методы проективной геометрии, методы анализа и синтеза измерительных каналов, методы экспериментального исследования и оценки эффективности ИИС, методы математического моделирования. Полученные результаты базируются на применении основных положений общей теории БИНС и теории построения комплексных навигационных систем.

Научная новизна диссертации заключается в следующем:

1) Разработан новый способ и алгоритм определения углов наклона блока ДПИ относительно как опорной плоскости, так и плоскости горизонта, новизна которых заключается в компенсации накапливающейся с течением времени погрешности в определении этих углов посредством установки на блоке ДПИ нескольких дальномерных датчиков. Научная новизна подтверждена патентом РФ №2646941.

2) Разработано новое устройство определения углов наклона блока ДПИ относительно как опорной плоскости, так и плоскости горизонта, новизна которого заключается в компенсации накапливающейся с течением времени погрешности в определении угловой ориентации блока ДПИ за счет применения схемы комплексирования инерциальной и дальномерной систем угловой ориентации (СУО). Научная новизна подтверждена патентом РФ №2649026.

3) Разработана имитационная математическая модель автономной персональной ИИС, позволяющая:

- исследовать работу системы в процессе моделирования движения блока ДПИ с заданными изменениями его линейных и угловых координат во времени;

- оценить точность определения местоположения ПО при подаче на вход модели ИИС информации, полученной с реальных датчиков в ходе выполнения натурного эксперимента.

Практическая ценность работы:

1) Разработан способ, который позволяет определять углы наклона блока ДПИ на основе информации, полученной посредством лучевого сканирования опорной поверхности, что обеспечивает возможность обнуления накапливающихся погрешностей измерений углов крена и тангажа блока ДПИ.

2) Получены формулы определения углов наклона блока ДПИ, позволяющие выполнить калибровку дальномерной СУО в лабораторных условиях методами математического планирования эксперимента с применением соответствующего контрольно–измерительного оборудования и алгоритмически скомпенсировать возможные инструментальные погрешности системы.

3) Построена имитационная математическая модель автономной персональной ИИС, позволяющая решать задачи, связанные с проектированием ИИС.

Положения, выносимые на защиту:

1) Научно-обоснованная техническая разработка автономной персональной ИИС наземного позиционирования с коррекцией углов наклона по опорной поверхности за счет улучшения ее технических характеристик и расширения эксплуатационных возможностей (п. 1 паспорта специальности 05.11.16).

2) Новый способ и алгоритм определения углов наклона блока ДПИ относительно плоскости горизонта (п. 6 паспорта специальности 05.11.16).

3) Новое устройство определения углов наклона блока ДПИ относительно плоскости горизонта с применением комплексирования инерциальной и

дальномерной СУО, позволяющее повысить точность инерциальной ИИС (п. 6 паспорта специальности 05.11.16).

4) Имитационная математическая модель автономной персональной ИИС, которая позволяет задавать программу движения ПО и блока ДПИ, формировать текущие значения угловых и линейных параметров движения объекта, производить оценку точности работы ИИС при различных режимах (п. 5 паспорта специальности 05.11.16).

Степень достоверности результатов определяется:

- применением адекватных математических моделей и использованием современных методов анализа информационно-измерительных систем;

- использованием для построения алгоритмов данных об изменении кинематических параметров движения ПО, полученных экспериментально;

- результатами оценки эффективности применения разработанной системы современными методами математического моделирования;

- опытом реализации и внедрения полученных научно-технических результатов.

Реализация и внедрение результатов работы. Полученные научно-технические результаты внедрены и использованы в ООО Специальное Конструкторское Бюро «Новые Технологии» (г. Казань) в виде способа и устройства определения углов наклона блока инерциальных измерителей комплексной системы угловой ориентации относительно плоскости горизонта. Имитационная математическая модель навигационной системы прошла испытания и подтвердила свою работоспособность. Результаты внедрения подтверждены соответствующим актом.

Апробация работы. Основные положения и результаты диссертации докладывались и обсуждались на Международной молодежной научной конференции «Туполевские чтения» (г. Казань, 2015, 2017 гг.), на Внутривузовской молодежной научной конференции «Иностранный язык как средство профессиональной коммуникации» (г. Казань, 2016 г.), на международной молодёжной научной конференции «Гагаринские чтения-2017» (г. Москва, 2017 г.).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 7 научных работ, из них две статьи в журналах, включенных в актуальный Перечень ВАК по специальности 05.11.16, два патента РФ на изобретение, три публикации в сборниках трудов и тезисов докладов на международных конференциях.

Личный вклад автора заключается в научно-техническом обосновании разработки автономной персональной ИИС наземного позиционирования с коррекцией углов наклона по опорной поверхности; в разработке новых способа и алгоритма определения углов наклона блока ДПИ относительно плоскости горизонта; в разработке нового устройства определения углов наклона блока ДПИ относительно плоскости горизонта с применением комплексирования инерциальной и дальномерной систем угловой ориентации; в разработке математической модели движения автономной персональной ИИС, в апробации, опубликовании и внедрении результатов исследования. Все теоретические и экспериментальные результаты получены автором лично, либо при его определяющем участии. Публикации, отражающие основные результаты диссертации, написаны автором лично. Патенты разработаны совместно с научным руководителем.

Диссертация соответствует паспорту специальности 05.11.16 «Информационно-измерительные и управляющие системы (в приборостроении)» по пунктам:

1) «Научное обоснование перспективных информационно-измерительных … систем, … повышение эффективности существующих систем» (разработаны принципы построения автономной персональной ИИС наземного позиционирования с коррекцией углов наклона по опорной поверхности) – п.1 паспорта специальности 05.11.16.

2) «Исследование возможностей и путей совершенствования существующих и создания новых … образцов информационно-измерительных … систем, улучшение их технических, эксплуатационных … характеристик, разработка новых принципов построения и технических решений» (разработаны новые способ

и алгоритм определения углов наклона блока ДПИ относительно плоскости горизонта) – п.6 паспорта специальности 05.11.16.

3) «Методы анализа технического состояния, диагностики и идентификации информационно-измерительных … систем» (разработана имитационная математическая модель для оценки точности работы ИИС) – п.5 паспорта специальности 05.11.16.

Структура и объем работы.

Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы, включающего 74 наименования, и пяти приложений. Работа без приложений изложена на 152 страницах, включая 42 рисунка и 9 таблиц.

Глава 1. АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР СОСТОЯНИЯ МЕТОДОВ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ АВТОНОМНЫХ ПЕРСОНАЛЬНЫХ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ НАЗЕМНОГО ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ

1.1 Анализ требований и особенностей построения автономных персональных информационно-измерительных систем наземного позиционирования

Автономная персональная информационно-измерительная система (ИИС) наземного позиционирования предназначена для вычисления координат местоположения ПО с закрепленным на нем блоком инерциальных датчиков первичной информации (ДПИ) [1] при выполнении спасательных или других работ в опасных внешних условиях без использования сигналов глобальной навигационной спутниковой системы (ГНСС) [2]. В качестве наземного ПО - носителя блока ДПИ может быть человек, выполняющий оперативную работу [3], служебная собака [4] или робот [5].

Основа автономной персональной ИИС наземного позиционирования традиционная [6]. Блок-схема приведена на рисунке 1.1. По классификации видов структурных схем ИИС схема на рисунке 1.1 относится к типовым структурным схемам с параллельными измерительными каналами [7].

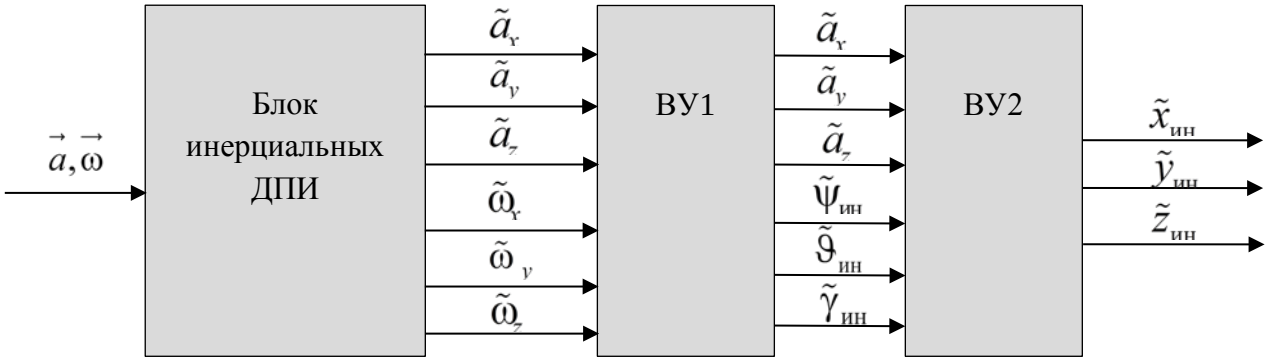


Рисунок 1.1 – Блок-схема схема автономной персональной ИИС наземного позиционирования

Обозначения на рисунке 1.1:

ДПИ - датчики первичной информации (датчики угловых скоростей, акселерометры);

ВУ1, ВУ2 – вычислительные устройства, реализующие алгоритм инерциального счисления пути;

$\vec{a} = \vec{i} \cdot a_x + \vec{j} \cdot a_y + \vec{k} \cdot a_z$ - вектор кажущегося ускорения блока ДПИ;

$\vec{\omega} = \vec{i} \cdot \omega_x + \vec{j} \cdot \omega_y + \vec{k} \cdot \omega_z$ - вектор угловой скорости блока ДПИ;

$\tilde{a}_x, \tilde{a}_y, \tilde{a}_z$ – нормированные сигналы акселерометров, пропорциональные проекциям вектора $\vec{a}$ на оси связанной системы координат;

$\tilde{\omega}_x, \tilde{\omega}_y, \tilde{\omega}_z$ – нормированные сигналы датчиков угловых скоростей, пропорциональные проекциям вектора $\vec{\omega}$ на оси связанной системы координат;

$\tilde{\vartheta}_{\text{ин}}, \tilde{\gamma}_{\text{ин}}, \tilde{\psi}_{\text{ин}}$ – нормированные сигналы с выходов ВУ1, пропорциональные углам тангажа ϑ, крена γ и рысканья ψ блока ДПИ соответственно;

$\tilde{x}_{\text{ин}}, \tilde{y}_{\text{ин}}, \tilde{z}_{\text{ин}}$ - нормированные сигналы с выходов ВУ2, пропорциональные координатам местоположения наземного ПО в навигационной системе координат;

знак «~» обозначает нормированный сигнал, приведенный к размерности соответствующей кинематической переменной.

Блок ДПИ включает в себя трехосевой датчик угловых скоростей (гироскоп) и трехосевой акселерометр, каждый из которых измеряет одну из проекций вектора абсолютной угловой скорости или ускорения блока ДПИ на оси системы координат, связанной с корпусом блока ДПИ [8]. Измеренные ускорения и угловые скорости обрабатываются с помощью алгоритма инерциального счисления пути. Для инерциального определения координат местоположения ПО необходимо [6]:

- непрерывно измерять проекции ускорения ПО с помощью акселерометров;
- определять с помощью гироскопов ориентацию осей чувствительности акселерометров относительно навигационной системы координат;
- дважды интегрировать сигналы акселерометров по времени;

- знать информацию о начальных значениях координат и скоростей в навигационной системе координат.

На выходе ИИС формируется вектор состояния, который содержит все данные, необходимые для определения местоположения ПО, а именно: углы рысканья, крена и тангажа, угловые скорости, координаты, линейные скорости, абсолютные ускорения блока ДПИ.

К персональным ИИС для наземных ПО предъявляются следующие требования: малые массогабаритные характеристики, малая стоимость элементной базы, универсальность, полная автономность и помехозащищенность [9].

Однако автономной работе ИИС свойственно значительное накопление ошибок определения местоположения ПО с течением времени из-за наличия погрешностей в сигналах ДПИ, а также в связи с проблемами согласования периода дискретности поступления информации с ДПИ и периодом обработки поступающей информации в ВУ, возникающими при реализации алгоритма инерциального счисления пути [10, 11].

1.2 Классификация методов повышения точности автономных персональных информационно-измерительных систем наземного позиционирования

При анализе основные методы повышения точности автономных персональных ИИС наземного позиционирования, применяемые сегодня на практике, удобно разделить на две основные группы:

- методы повышения точности работы ДПИ;
- методы повышения точности алгоритма счисления пути [74].

В свою очередь каждую из основных групп можно разделить на подгруппы.

Подгруппы методов повышения точности работы ДПИ:

- методы компенсации систематических погрешностей ДПИ;
- методы компенсации случайных погрешностей ДПИ путем оптимальной фильтрации;
- методы комплексирования [74].

Подгруппы методов повышения точности алгоритма счисления пути:

- методы эвристического снижения дрейфа (*HDR*, *iHDE*);

- методы коррекции по нулевой скорости (*ZUPT*).

Классификация методов повышения точности автономных персональных ИИС наземного позиционирования в общем виде представлена на рисунке 1.2.

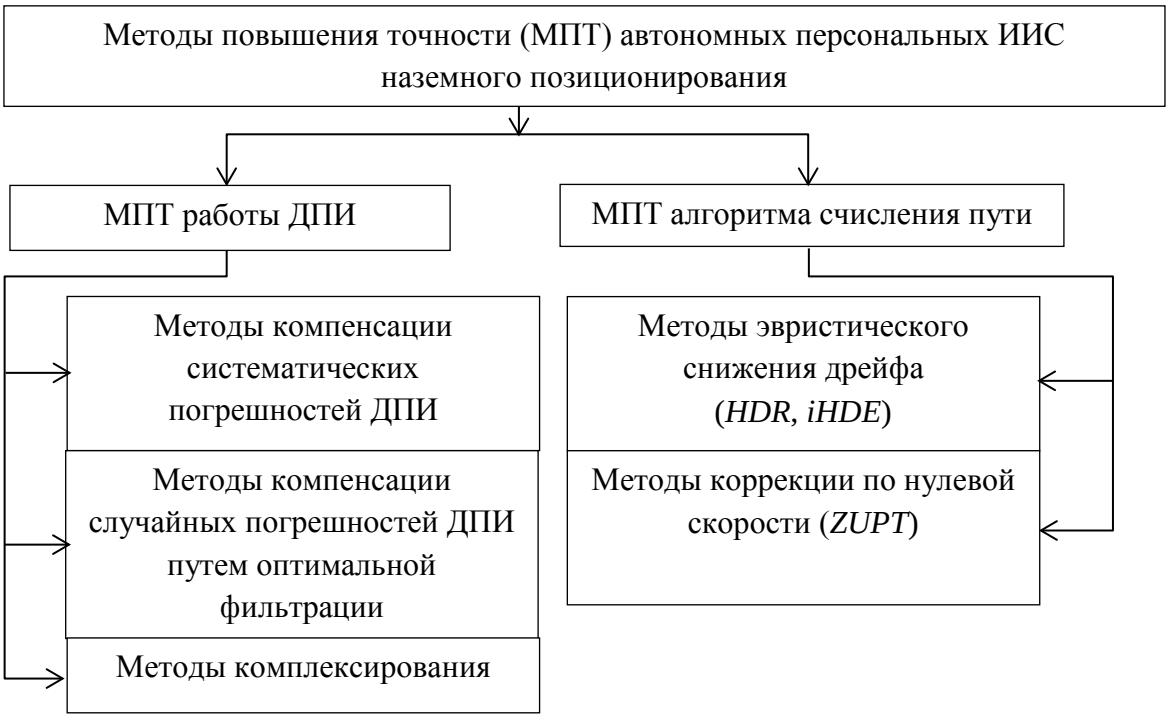


Рисунок 1.2 - Классификация методов повышения точности автономных персональных ИИС наземного позиционирования

1.3 Методы компенсации систематических погрешностей датчиков первичной информации

Для компенсации систематических погрешностей ДПИ используется калибровка [12, 13]. Наиболее распространенные в лабораторных условиях методы калибровки *MEMS*-датчиков по измеряемым параметрам: шестипозиционный метод – *six-position method* (*SPM*), модифицированный (*MSPM*), многопозиционный и модифицированный многопозиционный методы – *multi-position method* (*MPM*) и *MMPM* соответственно [14], [15].

С помощью метода *SPM* можно оценить смещение нуля ДПИ и их коэффициенты чувствительности. Параметры неортогональности осей ДПИ

оценивают, применяя метод *MSPM*. В этом случае измерение проводят в 9-ти и более положениях блока ДПИ с заданной угловой ориентацией, а для оценки параметров применяют метод наименьших квадратов. Методы *MPM* и *MMPM* основаны на том, что при отсутствии внешних воздействий (переносных угловых скоростей и ускорений) сумма квадратов показаний трехосевых ДПИ (гироскопов или акселерометров) равна квадрату опорного воздействия. Отличие между методами состоит в том, что при калибровке методом *MPM* в качестве опорных сигналов используется угловая скорость Земли и ускорение свободного падения, а при калибровке методом *MMPM* для задания опорного сигнала применяется дополнительная аппаратура с контролируемым значением опорного сигнала [14, 15].

1.4 Методы компенсации случайных погрешностей датчиков первичной информации

В существующих автономных персональных ИИС наземного позиционирования происходит значительное увеличение погрешности в определении местоположения объекта во времени из-за наличия шумовых составляющих в сигналах ДПИ – датчиков угловых скоростей и акселерометров [10, 11].

Случайные погрешности инерциальных ДПИ представляют в виде суммы составляющих: шум квантования (*Quantization Noise*); случайный уход (дрейф) угла (*Angle Random Walk*); нестабильность нулевого сигнала (*Bias Instability*); случайный уход (дрейф) выходного сигнала (*Rate Random Walk*); тренд выходного сигнала (*Rate Ramp*); коррелированный шум (*Correlated Noise*); синусоидальный шум (*Sinusoidal Noise*) [16, 17].

Компенсация случайных погрешностей ДПИ возможна путем оптимальной фильтрации. Наибольшее применение в технических системах нашел фильтр Калмана, предназначенный для оптимального подавления измерительного шума [18]. Различают следующие разновидности фильтров Калмана: классический, адаптивный и расширенный.

Классический вариант фильтра Калмана представляет собой рекуррентный алгоритм, определяющий оптимальную оценку параметров динамической системы. Применяется в случае, когда шум может быть охарактеризован как гауссовский [19].

Так как характер движения ПО заранее неизвестен, что как раз характерно для реальных задач, то приходится использовать различные методы адаптации фильтров Калмана [20]. Параметры таких фильтров корректируются в соответствии с входными данными. Другими словами, алгоритм фильтра «подстраивается» к оцениваемым параметрам модели поступающей информации.

Во многих случаях зависимость между данными измерений (координаты, углы, скорости) и динамическими параметрами ПО имеет нелинейный характер. Для нелинейной системы применяется расширенный фильтр Калмана (*Extended Kalman Filter*, *EKF*), который является субоптимальным алгоритмом фильтрации [21, 22]. «Расширенность» по сравнению с линейным фильтром состоит в возможности применения нелинейной модели движения ПО и/или модели измерений [23].

1.5 Методы комплексирования

Для снижения погрешностей работы ДПИ используется внешняя по отношению к инерциальным ДПИ информация и обработка этой информации по способу компенсации или фильтрации [24], в том числе с применением оптимальных (калмановских) или субоптимальных фильтров [6, 18].

В качестве внешней информации для целей комплексирования используют:

- информацию нескольких инерциальных блоков ДПИ с различной ориентацией измерительных осей относительно связанной системы координат (структурная избыточность) [25-27];

- информацию от системы радиомаяков [28, 29];

- видеоинформацию от визуальных средств коррекции [30] (например, видеокамеры) [31];

- информацию о плане улиц (зданий) [32] по схемам «точка-точка», «точка-кривая», «кривая-кривая» [33];

- информацию о параметрах атмосферы [34, 35];

- информацию о напряженности магнитного поля Земли [35, 36];

- информацию от картографической базы данных значений магнитного поля с привязкой к координатам пространства, в котором планируется движение ПО [37];

- информацию о количестве шагов на основании результата детектирования блока датчика нагрузки [38];

- информацию о виртуальной скорости ПО с учетом особенностей походки [3, 8].

На рисунке 1.3 приведены методы комплексирования, которые преимущественно используют для получения более точного результата измерений с помощью персональных ИИС наземного позиционирования [74].

Снизить влияние независимых стохастических ошибок измерения наблюдаемых параметров движения позволяет установка нескольких блоков ДПИ таким образом, что одноименные оси систем координат, связанных с блоками, образуют неортогональную систему осей. Например, установка четырех блоков ДПИ на гранях тетраэдра в приборе *Osmium MIMU22BTP* (рисунок 1.4) [26, 27].

Данные с ДПИ поступают в блок обработки сигналов, где происходит их согласование и калибровка. Наличие устройства обработки данных с плавающей точкой позволяет определить наиболее достоверные значения измеряемых сигналов в системе координат, связанной с тетраэдром: проекций вектора кажущегося ускорения $\tilde{a}_x, \tilde{a}_y, \tilde{a}_z$ и проекций вектора угловой скорости $\tilde{\omega}_x, \tilde{\omega}_y, \tilde{\omega}_z$ и выполнить навигационные вычисления, формирующие выходные сигналы: приращения линейных координат (dx, dy, dz) и угловое положение прибора *Osmium MIMU22BTP* в неподвижной системе отсчета, а также ковариационную матрицу ошибок.

Рисунок 1.3 – Методы комплексирования

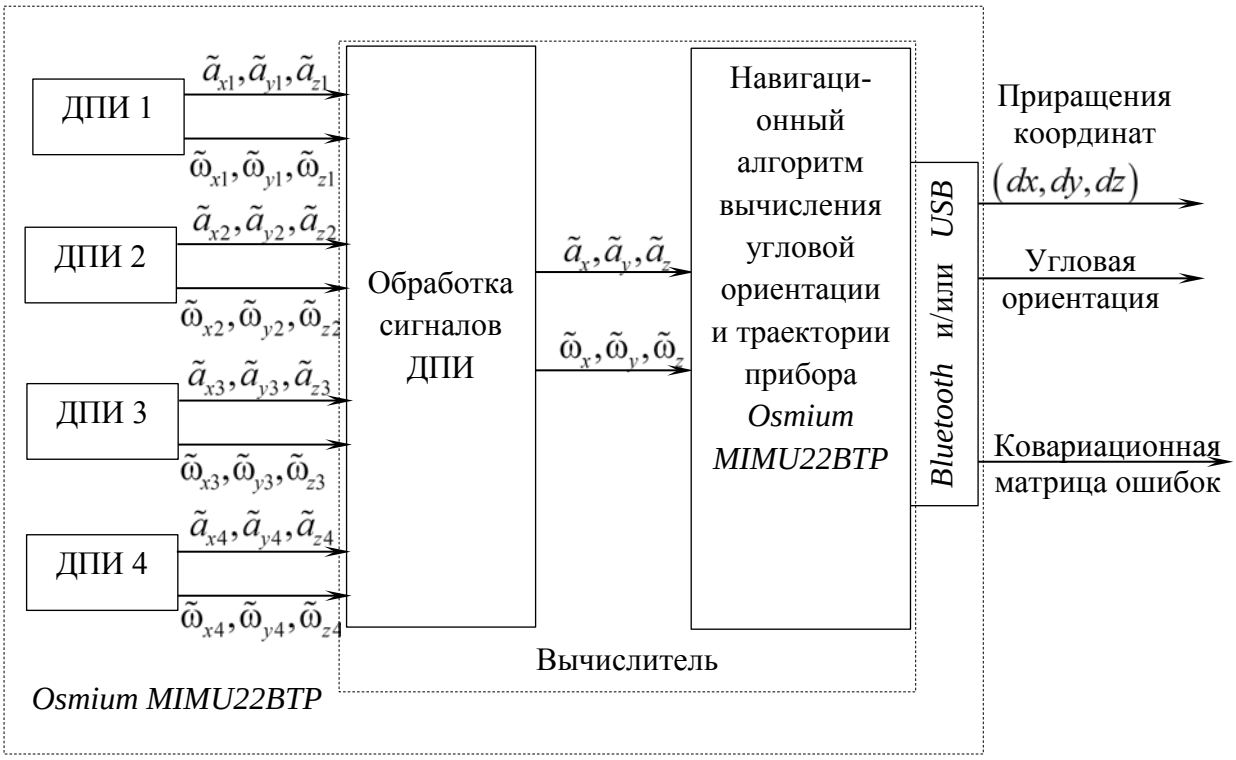


Рисунок 1.4 - Блок-схема прибора *Osmium MIMU22BTP*

Методы комплексирования нескольких ДПИ с различными принципами действия:

1) Метод комплексирования инерциальных ДПИ с системой определения траектории перемещения и текущего местоположения объекта внутри помещений в реальном времени, имеющей устоявшееся название *Real Time Location System* (*RTLS*), может существенно повысить точность инерциального счисления пути, если на объекте проведения оперативных работ развернута инфраструктура *RTLS* [29]. Основу *RTLS* составляют базовые радиоэлектронные станции, размещенные в реперных точках с фиксированными координатами и объединенные сетью передачи данных серверному программному обеспечению. Базовые радиоэлектронные станции взаимодействуют с активной радиоэлектронной меткой, прикрепленной к ПО, а серверное программное обеспечение по поступающей от базовых радиоэлектронных станций информации вычисляет координаты метки относительно реперных точек и накапливает полученные данные. Эту внешнюю по отношению к ИИС информацию можно комплексировать с данными инерциального счисления пути по методу компенсации или фильтрации.

2) Метод комплексирования инерциальных ДПИ с визуальными средствами коррекции заключается в размещении на торсе ПО блока *Visual Compass*, в который входят лазерный сканер, монокулярная камера и дополнительные инерциальные ДПИ, отслеживающие динамические движения этого блока [31]. Внешняя информация об ориентации блока *Visual Compass* извлекается из изображений, снятых видеокамерой. При обработке изображений по технологии компьютерного зрения используется факт наличия в зданиях множества элементов с перпендикулярными или параллельными краями (стены, двери, окна). Применение видеокоррекций параметров ориентации значительно улучшает точность оценок местоположения и ориентации. Кроме того, по изображениям рассчитываются и сохраняются в базе данных вместе с соответствующими местоположениями векторы-дескрипторы. При перемещении по зданию камера снимает изображения окружающего пространства и происходит извлечение дескрипторов. При этом осуществляется быстрое сравнение снимаемого камерой изображения с базой данных на предмет обнаружения повторного прохождения данного участка здания с целью коррекции местоположения ПО. Комплексирование данных измерения ориентации и местоположения ПО, полученных на выходах ИИС и блока *Visual Compass*, выполняют на основе фильтра Калмана или на основе робастной оптимизации с использованием графов.

3) Метод комплексирования инерциальных ДПИ с базой картографических данных местности представлен в работе [33]. Данный метод оценивает ошибки дрейфа гироскопа, сравнивая курс, полученный от ДПИ, с ближайшим доминантным направлением улицы или коридора в здании в картографической базе данных. Существует несколько алгоритмов согласования курса ПО с картографическими данными, построенных на базе метода максимального правдоподобия: «точка-точка», «точка-кривая», «кривая-кривая».

Достоинство метода в том, что он устойчив к кратковременным отклонениям ПО от выбранного направления движения. Такие отклонения обычно происходят в случаях, когда ПО уклоняется от другого ПО, пересекает улицу или поворачивается. Трудности использования метода согласования с картой в

помещении связаны с тем, что траектория объектов в помещении не всегда совпадает с геометрией картографических данных.

4) Метод комплексирования инерциальных ДПИ с бароальтиметром предназначен для повышения точности определения высоты ПО относительно опорной поверхности. Современные миниатюрные бароальтиметры с цифровым выходом имеют чувствительность 0,02 мбар (2 Па), что обеспечивает при комплексировании их с ИИС определение высоты местоположения с погрешностью менее 1 м [34, 35].

5) Метод комплексирования инерциальных ДПИ с магнитометрами используется для решения проблем повышения точности определения курса [35, 36]. Гироскопические измерения рыскания, содержащие достаточно большие ошибки, комплексируются с абсолютными курсовыми измерениями от магнитометров по способу компенсации или фильтрации. При комплексировании по способу фильтрации используют фильтр Калмана для оценивания ошибок рыскания, что улучшает точность выработки курса.

6) Метод «фингепринтинга» (*fingerprinting*) использует картографическую базу данных значений магнитного поля с привязкой к координатам, полученную в результате предварительного сканирования [37]. При измерении напряженности магнитного поля с помощью магнитометров происходит сравнение показаний магнитометров с картографической базой данных для уточнения местоположения ПО.

7) В патентном документе [38] приводится информация о методе получения информации о нулевой скорости на базе шагомера. Устройство включает в себя блок датчика нагрузки, который располагается в каблуке обуви, и измерительный блок, который измеряет количество шагов на основании результата детектирования.

8) Метод, учитывающий особенности походки человека, по мнению авторов литературных источников [3, 8], позволяет существенно уменьшить погрешности вычисления горизонтальных проекций вектора скорости ПО и, соответственно, уменьшить погрешности определения координат ПО относительно навигационной

системы координат. При вычислении проекций скорости используется информация о динамике походки человека, а вычисления выполняют с периодичностью, соответствующей не фиксированным интервалам времени, а частоте шагов. Для определения времени, соответствующего началу и окончанию шага, а также для вычисления длины и направления шага используются показания инерциальных ДПИ. Оценку средней скорости ПО на шаге получают путем деления длины шага на его длительность. Эту скорость используют в качестве внешнего измерения скорости для персональной ИИС. Путем комплексирования инерциальных ДПИ с кинетической моделью походки, а также используя модель аппроксимации погрешностей ускорений, вызванных ошибками горизонтирования, осуществляют снижение скоростных ошибок ИИС.

Анализируя методы комплексирования ДПИ персональной ИИС при движении ПО внутри здания, приходим к выводу, что среди известных методов комплексирования нет метода, использующего в качестве внешней информации угловую ориентацию блока ДПИ относительно опорной поверхности, например, потолка. Эту информацию можно получить, например, с использованием миниатюрных современных лучевых дальномеров, установив их определенным образом на блоке ДПИ. На рисунке 1.5 название данного метода помещено в штриховую рамку. Теоретические основы данного метода комплексирования изложены в главе 3.

1.6 Методы повышения точности алгоритма счисления пути

Для повышения точности алгоритма счисления пути применяют следующие методы (рисунок 1.5):

- методы эвристического снижение дрейфа;

- методы коррекции по нулевой скорости (*ZUPT*) на базе информации от инерциальных ДПИ.

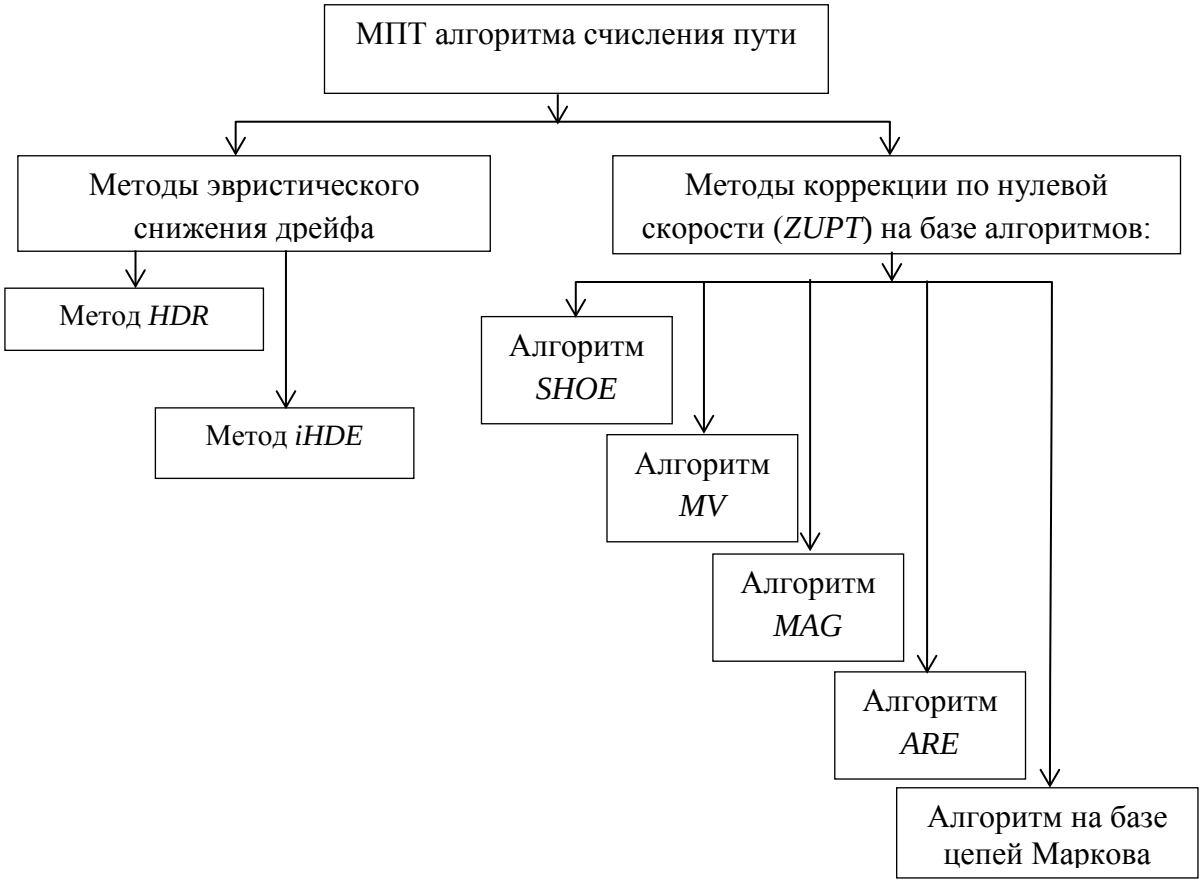


Рисунок 1.5 - Методы повышения точности алгоритма счисления пути

К методам эвристического снижения дрейфа относятся методы *Heuristic Drift Reduction* (*HDR*) и *Improved Heuristic Drift Elimination* (*iHDE*).

Метод *HDR* учитывает тот факт, что многие улицы и коридоры частично имеют прямолинейную форму [39]. Упрощающее допущение о прямолинейности траектории ПО позволяет корректировать измеряемую угловую скорость блока ДПИ относительно вертикальной оси и угол направления шага в базовой системе отсчета, определяемый с учетом скорректированной угловой скорости. Применение двойной частотной фильтрации сигнала ДУС обеспечивает вполне эффективное сглаживание колебаний угловой скорости на доминантной частоте 1 Гц и выходного шума ДУС, который характерен для ходьбы. Скорректированная угловая скорость имеет существенное запаздывание по сравнению с кинематической переменной, вызванное действием двойного низкочастотного фильтра. Если пренебречь этой проблемой, то траектории крутых поворотов на угол ±90° строятся по расчетам как длинные кривые. Поэтому для компенсации запаздывания полезного сигнала на выходе системы установлено звено, реверсирующее эффект двойного низкочастотного фильтра.

Однако метод *HDR* имеет существенный недостаток, если алгоритм используется в зданиях сложной формы с криволинейными коридорами. В этом случае возможно даже ухудшение качества работы персональной ИИС.

Указанный недостаток метода *HDR* устранен в *iHDE* [40]. Предлагаемая реализация метода *iHDE* предусматривает наличие двух дополнительных алгоритмов.

Первый алгоритм, анализирующий движение, определяет направление большого шага и принимает решение об изогнутости траектории. Это решение формируется в виде двоичных кодов *SS* и *SLP*. Параметр *SS* контролирует длину шага, а параметр *SLP* – изгиб линии пути на основе анализа данных по курсу за 5 последних шагов. При коротком шаге и увеличении угла направления шага свыше некоторого граничного значения параметры *SS* и *SLP* принимают нулевые значения, отключающие коррекцию *HDR*.

Второй алгоритм вычисляет абсолютную ошибку по курсу относительно доминантного направления, определенного селектором доминантного направления на основании данных вычисления угла курса, полученного путем комплексирования алгоритма инерциального счисления пути и информации от магнитометров, а также среднеквадратическую ошибку по углу курса. Выходные сигналы второго алгоритма поступают на вход расширенного фильтра Калмана для последующей коррекции маршрута и дрейфа гироскопа.

Примечательно, что коррекция типа *HDR* в методе *iHDE* работает в случае, если доминантная траектория точно прямолинейна. Этим метод *iHDE* отличается от метода *HDR*, который всегда использует коррекцию, даже при изогнутых траекториях.

Метод *ZUPT* на базе информации от инерциальных ДПИ использует данные о шагах ПО, проводя коррекции по нулевой скорости поступательного движения блока ДПИ [22, 31, 41-43]. В этом случае в алгоритм персональной ИИС определения местоположения ПО добавляется алгоритм обнуления скорости в момент завершения шага. Известны четыре алгоритма обнуления скорости [42]:

- алгоритм оптимального прогнозирования положения (*The Stance Hypothesis Optimal Detector, SHOE*);

- алгоритм анализа дисперсии ускорения при изменении местоположения (*The Acceleration Moving Variance Detector, MV*);

- алгоритм анализа амплитуды ускорения (*The Acceleration Magnitude Detector, MAG*);

- алгоритм анализа интенсивности угловой скорости (*The Angular Rate Energy Detector, ARE*).

Значения выходных сигналов, вычисленных по перечисленным выше алгоритмам обнуления скорости, сравниваются с так называемой пороговой границей, определяемой как 10^x, где показатель степени x для каждого алгоритма индивидуален. Так для алгоритма *SHOE* x=4,7, для алгоритма *MV* x=3,5, для алгоритма *MAG* x=3,3, для алгоритма *ARE* x=4,6 [42]. Если результат меньше данной границы, то принимается решение, что ПО неподвижен (происходит обнуление скорости), если больше – то ПО движется. Такая коррекция заметно повышает точность определения местоположения, однако ошибки в определении курса сохраняются значительными. В результате исследования реальной системы *Osmium MIMU22TP* (Индия), где использован метод коррекции по нулевой скорости, показано, что погрешность счисления пути составила 26,6 %, что является недостаточным для длительного применения (приложение А).

Для оценки эффективности работы алгоритмов *MV*, *MAG*, *ARE*, *SHOE* с их помощью выполнена обработка выходных сигналов блока ДПИ при двух способах его закрепления на ПО – на поясе и на обуви [43]. Результаты эксперимента показали, что алгоритмы *SHOE* и *ARE* имеют меньшую погрешность оценки состояния движения оператора как при креплении блока ДПИ на поясе ПО, так и на его обуви. Алгоритмы *MV* и *MAG* показали недопустимо большой процент погрешности, особенно при закреплении блока ДПИ на поясе. При этом эксперимент показал, что вклад алгоритма *ARE,* который является составной частью алгоритма *SHOE*, содержащего кроме информации по угловым скоростям

информацию по ускорениям, - в оценку состояния движения оператора более весом при закреплении блока ДПИ на обуви.

При изменении темпа движения (быстрая ходьба, бег) погрешность определения местоположения ПО по алгоритмам *ZUPT* возрастает. С целью уменьшения этой погрешности авторы *Park S. K., Suh Y.S.* предлагают еще один вариант использования данных о шагах ПО, моделируя процесс выполнения шага цепью Маркова с четырьмя состояниями: 1 – подошва обуви с ДПИ неподвижна, 2 – подошва вращается по часовой стрелке (вид справа), начиная шаг, 3 – подошва вращается против часовой стрелки при маховом движении шагающей ноги вперед, 4 – подошва вращается по часовой стрелке при завершении шага и переходе в состояние 1 [44]. Смена состояний определяется путем сравнения показаний датчика угловой скорости с граничными областями допустимых значений, характерных для каждого из состояний цепи Маркова. При этом большую роль играет правильный выбор значений элементов матрицы вероятностей перехода цепи из одного состояния в другое, который варьируется в зависимости от темпа движения. Следует отметить, что при формировании сигнала с ДУС часть информации, относящаяся к промежуточным состояниям ДПИ, не принадлежащим состояниям цепи Маркова, не учитывается при оценке перехода цепи из одного состояния в другое.

1.7 Сравнительная характеристика методов повышения точности автономных персональных информационно-измерительных систем

Сравнительная характеристика методов компенсации систематических погрешностей ДПИ приведена в таблице 1.1.

Таблица 1.1 - Сравнительная характеристика методов компенсации систематических погрешностей ДПИ

Название метода	Решаемая задача	Достоинства	Недостатки
Калибровка ДПИ методом *SPM*	Компенсации систематических погрешностей ДПИ	Позволяет оценить смещение нуля ДПИ и их коэффициенты чувствительности с помощью простых соотношений	Необходимость точного задания известной угловой ориентации осей

Название метода	Решаемая задача	Достоинства	Недостатки
Калибровка ДПИ методом *MSPM*	Компенсации систематических погрешностей ДПИ	Позволяет оценить параметры неортогональности осей ДПИ	блока ДПИ относительно системы отсчета
Калибровка ДПИ методом *MPM*	Компенсация систематических погрешностей ДПИ	В каждом из *n* различных положений блока ДПИ его угловая ориентация относительно заданной системы отсчета произвольна. Не требует дополнительной аппаратуры для задания опорного сигнала	Требует большого числа измерений для обеспечения заданной точности определения параметров. Применим для калибровки только высокоточных ИИС определения местоположения ПО
Калибровка ДПИ методом *MMPM*	Компенсации систематических погрешностей ДПИ	Применим для калибровки ДПИ среднего и низкого класса точности, к которым относятся ДПИ на базе *MEMS*	Требует дополнительной аппаратуры для задания опорного сигнала

Сравнительная характеристика методов компенсации случайных погрешностей ДПИ приведена в таблице 1.2.

Таблица 1.2 - Сравнительная характеристика методов компенсации случайных погрешностей ДПИ

Название метода	Решаемая задача	Достоинства	Недостатки
Классический фильтр Калмана	Компенсация шумовых параметров ДПИ	Позволяет получить оптимальную оценку полного вектора состояния, т. е. оценку основных ошибок ИИС	Необходимо иметь подробное описание шумовых параметров ДПИ, оцениванию доступны только наблюдаемые компоненты вектора состояния
Адаптивный фильтр Калмана	Компенсация шумовых параметров ДПИ	Позволяет получить оптимальную оценку полного вектора состояния ИИС. Фильтр стремится компенсировать влияние системы и восстановить исходный сигнал, устранив внесенные системой искажения	Требуется время на адаптацию
Расширенный фильтр Калмана	Компенсация шумовых параметров ДПИ	Применим для нелинейной системы	Коэффициент усиления фильтра не может быть вычислен априорно. Все параметры фильтра изменяются случайным образом, так как являются функциями оценки.

Сравнительная характеристика методов комплексирования нескольких ДПИ приведена в таблице 1.3.

Таблица 1.3 - Сравнительная характеристика методов комплексирования нескольких ДПИ

Название метода	Решаемая задача	Достоинства	Недостатки
Структурная избыточность ДПИ	Повышение надежности	Снижение влияния независимых стохастических ошибок измерения наблюдаемых параметров движения	Увеличение массогабаритных характеристик, что не является существенным в виду миниатюрности конструкции ДПИ
Метод комплексирования ИИС с *RTLS*	Коррекция местоположения и параметров ориентации	Высокая точность	Требует специальной инфраструктуры (радиомаяки, *Wi-Fi* роутеры, ультразвуковые передатчики и т.д.)
Метод комплексирования ИИС с визуальными средствами коррекции	Коррекция местоположения и параметров ориентации	Высокая надежность определения доминантного направления движения	Дополнительное оборудование - видеокамера
Метод комплексирования ИИС с базой картографических данных местности	Коррекция ошибок положения и курса	Более точная коррекция траектории в сравнении с методами *HDR* и *iHDE*	Необходима карта местности с координатами опорных точек и направлений
Метод комплексирования ИИС с бароальтиметром	Коррекция высоты	Бароальтиметр входит в состав большинства ДПИ	Необходимость тарировки показаний прибора перед каждым применением
Метод комплексирования ИИС с магнитометрами	Повышение точности определения курса	Магнитометры входит в состав большинства ДПИ	Искажение измерений магнитометров при наличии магнитных возмущений
Метод «фингепринтинга»	Коррекция местоположения	Снижение ошибок определения местоположения	Картографическая база данных значений магнитного поля должна быть составлена заранее. Коррекция по курсу не производится.
Метод *ZUPT* на базе шагомера	Коррекция фазы детектирования шага	Возможность комплексирования с другими методами *ZUPT*. Использование датчика нагрузки в качестве генератора электрической энергии для питания ИИС	Необходимость специальной установки датчика нагрузки на обуви

Название метода	Решаемая задача	Достоинства	Недостатки
Учет особенностей походки человека	Ограничение роста погрешностей при вычислении углов ориентации и горизонт. составляющих скорости	Возможность расположения ДПИ на талии или на торсе. Снижение скоростных ошибок ИИС	Не позволяет корректировать погрешность курса. Увеличение погрешности при изменении динамики походки

Сравнительная характеристика методов повышения точности алгоритма счисления пути приведена в таблице 1.4.

Таблица 1.4 - Сравнительная характеристика методов повышения точности алгоритма счисления пути

Название метода	Решаемая задача	Достоинства	Недостатки
Метод *HDR*	Коррекция ошибок положения и курса при движении по прямолинейной траектории	Простота реализации	Увеличение погрешности из-за невозможности отключения коррекции в случае изогнутых траекторий
Метод *iHDE*	Коррекция ошибок положения и курса при движении по прямолинейной траектории	Возможность отключения коррекции в случае изогнутых траекторий	Работает только при наличии информации о доминантных направлениях возможного движения
Метод *ZUPT* на базе алгоритма *SHOE, ARE*	Уменьшение ошибки вычисления скорости по сигналам акселерометров	Повышение точности определения местоположения. Возможность установки блока ДПИ на поясе или на обуви	Ошибки по курсу сохраняются значительными
Метод *ZUPT* на базе алгоритма *MV, MAG*	Уменьшение ошибки вычисления скорости по сигналам акселерометров	Повышение точности определения местоположения.	Ошибки по курсу сохраняются значительными. Увеличение погрешности определения местоположения ПО при изменении темпа его движения. Установка ДПИ только на обуви. Большой процент погрешности по сравнению с алгоритмами *SHOE, ARE.*
Метод *ZUPT* на базе алгоритма, использующего цепи Маркова	Уменьшение ошибки вычисления скорости по сигналам акселерометров	Повышение точности определения местоположения. Погрешность определения местоположения ПО не зависит от темпа его движения	Ошибки по курсу сохраняются значительными. Установка ДПИ только на обуви.

ВЫВОДЫ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ НАУЧНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

1. Автономной работе ИИС свойственно значительное накопление ошибок определения местоположения ПО с течением времени из-за наличия погрешностей в сигналах ДПИ, а также в связи с проблемами согласования периода дискретности поступления информации с ДПИ и периодом обработки поступающей информации в ВУ, возникающими при реализации алгоритма инерциального счисления пути. Систематизированы и изучены существующие подходы, позволяющие повысить точность персональных ИИС без использования сигналов спутниковой навигации. Выполнена их классификация с выявлением достоинств и недостатков (таблицы 1.1 – 1.4), позволяющая провести сравнительную оценку методов с точки зрения их практического применения.

2. Анализ рассмотренных методов показал, что погрешности в определении местоположения складываются из двух составляющих: это погрешность определения угловой ориентации блока ДПИ и погрешность, связанная с интегрированием скорости движения объекта. Все рассмотренные методы в основном направлены на компенсацию погрешности, связанной с интегрированием скорости. Существующие подходы, касающиеся компенсации погрешностей определения угловой ориентации блока ДПИ, являются на сегодняшний день недостаточными.

Актуально рассмотреть способ определения углов наклона блока ДПИ относительно плоскости горизонта с помощью дополнительных датчиков, использующих неинерциальный принцип измерения, свободных от радиотехнических помех и допускающих по своим геометрическим параметрам компактную установку на блоке ДПИ. Таким образом, постановка задачи заключается в научно-обоснованной технической разработке автономной персональной ИИС наземного позиционирования с коррекцией углов наклона по опорной поверхности.

3. Решение поставленной задачи научного исследования проводится по следующим основным направлениям:

- аналитический обзор состояния методов повышения точности автономных персональных ИИС наземного позиционирования;

- разработка способа определения углов наклона блока ДПИ относительно плоскости горизонта без накопления погрешности измерения;

- оценка погрешностей определения углов наклона блока ДПИ относительно опорной поверхности;

- разработка методов повышения точности работы автономной персональной ИИС наземного позиционирования;

- оценка разработанных методов повышения точности определения местоположения на имитационной математической модели ИИС.

Глава 2. РАЗРАБОТКА СПОСОБА ОПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛОВ НАКЛОНА БЛОКА ДАТЧИКОВ ПЕРВИЧНОЙ ИНФОРМАЦИИ ОТНОСИТЕЛЬНО ПЛОСКОСТИ ГОРИЗОНТА БЕЗ НАКОПЛЕНИЯ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ

2.1 Постановка задачи

При выполнении оперативных работ строительные конструкции здания (пол, потолок, стены и т.д.) могут служить вспомогательной системой отсчета для альтернативного определения угловых координат блока ДПИ, используемых для повышения точности определения координат местоположения ПО. В данной главе предлагается способ использования системы отсчета такого рода. Для реализации этого способа необходимо установить на блоке ДПИ несколько датчиков (дальномеров - ДМ), измеряющих расстояния от мест их установки до опорной поверхности, измерительные оси которых ориентированы определенным образом относительно системы координат, связанной с блоком ДПИ. Поскольку результаты измерения ДМ зависят от углового положения блока ДПИ относительно опорной поверхности, ставилась задача построения алгоритма определения углов наклона блока ДПИ по результатам измерений ДМ.

Основные подзадачи, которые при этом требуется решить:

- обзор датчиков расстояния (дальномеров);
- построение схемы дополнительной системы угловой ориентации (СУО) с ДМ;
- построение математической модели расстояния до опорной горизонтальной поверхности;
- построение алгоритма определения опорных углов наклона блока ДПИ относительно опорной горизонтальной поверхности для произвольного числа ДМ;
- получение аналитических выражений опорных углов наклона блока ДПИ с использованием показаний трех и четырех ДМ;
- построение математической модели расстояния до опорной поверхности, плоскость которой имеет уклон по отношению к плоскости горизонта;

- построение алгоритма определения углов уклона опорной поверхности относительно плоскости горизонта;

- построение алгоритма определения углов наклона блока ДПИ относительно плоскости горизонта.

2.2 Обзор датчиков расстояния (дальномеров)

Для измерения расстояний до объектов, координаты которых нас интересуют, используются датчики расстояний (дальномеры) [45]. Все они делятся на 2 типа: контактные и бесконтактные. Контактный метод основан на непосредственном контакте датчика с объектом [46]. Более универсальным является бесконтактный метод.

По принципу работы бесконтактные датчики делятся на индуктивные, оптические, ультразвуковые и лазерные. Все они имеют электрический выходной сигнал, величина которого пропорциональна измеряемому расстоянию до объекта [47].

Индуктивные ДМ применяются для измерения расстояний до металлических объектов. Диапазон измерения: 1…26 мм [48].

Принцип измерения расстояний оптическим дальномером основан на решении прямоугольных либо равнобедренных треугольников, которые образуются между глазом наблюдателя и базисом дальномера (рейкой). Такие дальномеры применяются, в основном, в наблюдательных приборах и служат для измерения дистанции с небольшой точностью, ошибка при этом не менее 10% [45].

Ультразвуковой ДМ работает путем направления звукового сигнала на какой-то предмет, который, в свою очередь, отражает его. Факторы, влияющие на точность измерений ультразвуковым ДМ [49]:

1) Наличие паразитных эхо-сигналов: поскольку измерения проводятся в неидеальных условиях, отражение происходит не только от интересующего объекта. Отражение от вторичных целей, рельефа местности, подстилающей поверхности, а также вторичные переотражения порождают целый ряд сторонних сигналов.

2) Форма и материал отражающих объектов.

3) Частота: повышение частоты увеличивает разрешающую способность системы, но также увеличивается и затухание сигнала от расстояния. Тем более с ростом частоты возрастает влияние ветра на звуковую волну.

4) Сторонние помеховые сигналы, лежащие в рабочей области частот приемника.

Ввиду перечисленных причин, малый по мощности полезный отраженный сигнал может быть пропущен. В то же время сильная помеха может быть воспринята в качестве искомого ответа. В связи с этим использовать ультразвуковые приборы можно в том случае, когда не требуется точных замеров [50].

В настоящее время высокоточное определение расстояния осуществляется с помощью лазерных дальномеров, которые подразделяются на [51]:

1) лазерные импульсные дальномеры [52], определяющие дальность по времени распространения лазерного импульса до объекта и обратно;

2) лазерные фазовые дальномеры [53], измеряющие дальность путем определения сдвига фазы гармонически модулированного оптического излучения лазера или светодиода по отношению к опорному колебанию.

Точность измерения дальности импульсным ДМ определяется точностью измерения времени прохождения импульса энергии до объекта и обратно и составляет 0,1-0,2 м [54, 55].

Лазерные фазовые ДМ в отличие от импульсных обладают существенно меньшей дальностью измерения, но при этом гораздо большей точностью. Погрешность измерения расстояния Δl не превышает 1 мм и определяется формулой [56]:

$$\Delta l = c\frac{\Delta\varphi}{4\pi f}, \tag{2.1}$$

где c – скорость света, м/с;

$\Delta\varphi$ - погрешность разности фаз измеряемого и опорного сигналов;

f – частота модуляции, Гц.

Использование лазерных ДМ выбрано в качестве приоритетного. Данные датчики являются миниатюрными [57], что позволяет разместить их на блоке ДПИ, закрепленном на ПО.

2.3 Построение схемы дополнительной системы угловой ориентации с дальномерами

Предлагается схема дополнительной СУО с ДМ, показанная на рисунке 2.1.

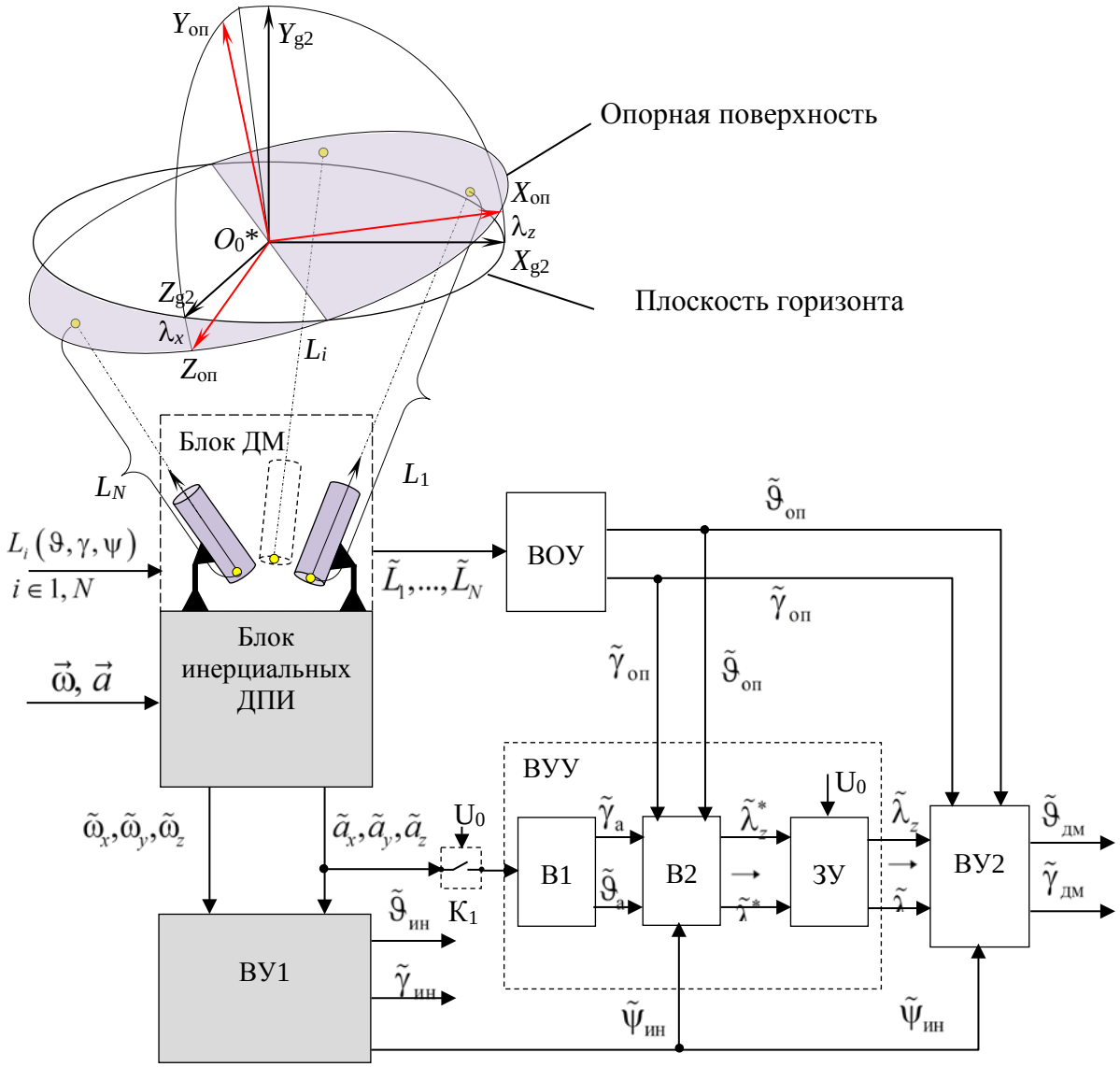


Рисунок 2.1 – Схема дополнительной СУО с ДМ

Обозначения на рисунке 2.1:

$L_i(\vartheta,\gamma,\psi)$, $i \in 1,N$ – расстояния до опорной поверхности, измеряемые ДМ;

$\vec{a} = \vec{i} \cdot a_x + \vec{j} \cdot a_y + \vec{k} \cdot a_z$ - вектор кажущегося ускорения блока ДПИ;

$\vec{\omega} = \vec{i} \cdot \omega_x + \vec{j} \cdot \omega_y + \vec{k} \cdot \omega_z$ - вектор угловой скорости блока ДПИ;

$\tilde{L}_1, \tilde{L}_2, ..., \tilde{L}_N$ – нормированные сигналы на выходах ДМ, пропорциональные соответствующим расстояниям до опорной поверхности;

$\tilde{a}_x, \tilde{a}_y, \tilde{a}_z$ – нормированные сигналы на выходах акселерометров, пропорциональные проекциям вектора $\vec{a}$ на оси связанной системы координат;

$\tilde{\omega}_x, \tilde{\omega}_y, \tilde{\omega}_z$ – нормированные сигналы на выходах датчиков угловых скоростей, пропорциональные проекциям вектора $\vec{\omega}$ на оси связанной системы координат;

ВОУ – вычислитель опорных углов, формирующий на выходе оценки углов опорного тангажа и опорного крена;

$\tilde{\vartheta}_{оп}, \tilde{\gamma}_{оп}$ – нормированные сигналы с выходов ВОУ, пропорциональные углам опорного тангажа $\vartheta_{оп}$ и опорного крена $\gamma_{оп}$, определяющим угловое положение блока ДПИ относительно негоризонтальной (в общем случае) опорной поверхности;

ВУ1– вычислительное устройство, реализующее алгоритм инерциального вычисления углов ориентации блока ДПИ относительно неподвижной горизонтальной системы координат;

$\tilde{\vartheta}_{ин}, \tilde{\gamma}_{ин}, \tilde{\psi}_{ин}$ – нормированные сигналы с выходов ВУ1, пропорциональные углам тангажа ϑ, крена γ и рысканья ψ соответственно;

ВУУ – вычислитель углов уклона λ_z, λ_x относительно плоскости горизонта;

В1 – вычислитель углов тангажа $\tilde{\vartheta}_а$ и крена $\tilde{\gamma}_а$ блока ДПИ по показаниям акселерометров при детектировании неподвижного состояния ПО;

В2 – вычислитель углов уклона опорной поверхности относительно плоскости горизонта при детектировании неподвижного состояния ПО;

$\tilde{\lambda}_z^*, \tilde{\lambda}_x^*$ - нормированные сигналы с выходов В2, пропорциональные углам уклона опорной поверхности λ_z, λ_x относительно плоскости горизонта в момент детектирования неподвижного состояния ПО;

ЗУ – запоминающее устройство, сохраняющее в процессе движения на своем выходе сигналы углов уклона опорной поверхности относительно плоскости горизонта $\tilde{\lambda}_z, \tilde{\lambda}_x$, полученные в момент детектирования неподвижного состояния ПО;

$\tilde{\lambda}_z, \tilde{\lambda}_x$ – нормированные сигналы с выходов ВУУ, пропорциональные углам уклона опорной поверхности λ_z, λ_x относительно плоскости горизонта, вычисленным в момент детектирования неподвижного состояния ПО;

ВУ2 – вычислительное устройство, определяющее опорные углы отклонения блока ДПИ относительно плоскости горизонта;

$\tilde{\vartheta}_{\text{дм}}, \tilde{\gamma}_{\text{дм}}$ – нормированные сигналы с выходов ВУ2, пропорциональные углам опорного тангажа $\vartheta_{\text{дм}}$ и опорного крена $\gamma_{\text{дм}}$ относительно плоскости горизонта.

Принцип работы дополнительной СУО с ДМ заключается в следующем.

В контрольных точках траектории ПО при неподвижном положении блока ДПИ ключ $К_1$ замыкает линии связи с выходов акселерометров на входы вычислителя В1 блока ВУУ по сигналу U_0. По сигналам акселерометров в вычислителе В1 определяются углы блока ДПИ относительно плоскости горизонта $\tilde{\vartheta}_{\text{а}}, \tilde{\gamma}_{\text{а}}$, информация о которых поступает на вход вычислителя В2. Сюда же поступают значения опорных углов $\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}, \tilde{\gamma}_{\text{оп}}$ с выхода блока ВОУ и сигнал по углу рысканья $\tilde{\psi}_{\text{ин}}$ с выхода ВУ1. Алгоритм, реализованный в блоке В2, на основе поступившей информации вычисляет углы уклона опорной поверхности относительно плоскости горизонта, формируя на выходе сигналы $\tilde{\lambda}_z^*, \tilde{\lambda}_x^*$, поступающие на вход запоминающего устройства ЗУ. При размыкании ключа $К_1$ на выходе блока ЗУ сохраняются сигналы $\tilde{\lambda}_z, \tilde{\lambda}_x$ до следующей контрольной точки.

Если опорная поверхность имеет уклон относительно плоскости горизонта, то результаты измерения дальностей зависят не только от углов отклонения блока ДПИ относительно плоскости горизонта, но и от азимутальной ориентации блока ДПИ относительно неподвижной системы координат, т.е. от угла рысканья. При

вычислении углов уклона $\tilde{\lambda}_z, \tilde{\lambda}_x$ и углов $\tilde{\vartheta}_{дм}, \tilde{\gamma}_{дм}$ на входы блоков ВУУ и ВУ2 должна также поступать информация и по углу рысканья $\tilde{\psi}_{ин}$, вычисленному в блоке ВУ1.

Алгоритм, реализованный в блоке ВУ2, на базе поступающей в блок информации об опорных углах $\tilde{\vartheta}_{оп}, \tilde{\gamma}_{оп}$ и углах $\tilde{\lambda}_z, \tilde{\lambda}_x$ уклона опорной поверхности, вычисляет опорные углы блока ДПИ относительно плоскости горизонта, формируя на выходе сигналы $\tilde{\vartheta}_{дм}, \tilde{\gamma}_{дм}$.

Для получения аналитических выражений углов наклона блока ДПИ с использованием показаний ДМ применены кинематические схемы и системы координат, приведенные в приложении Б.

Матрицы, входящие в схемы, составляются в соответствии с понятием однородных координат проективного пространства [58, 59], согласно которому различные преобразования в трехмерном пространстве могут быть сведены к двум видам – вращению и переносу.

Для компактного представления этих преобразований и связей между системами координат используются схемы в виде направленного графа. В вершинах графа располагаются системы координат, а на ребрах графа выносится информация о последовательности поворотов и об используемых углах поворота или о параллельном переносе систем координат и радиусе-векторе, определяющем координаты нового полюса [60].

Методика преобразования координат с применением формул (Б.1) – (Б.14), приведенных в приложении Б, используется для получения математических выражений при поэтапном решении поставленных задач в следующих разделах главы, вначале для частного случая с горизонтальной опорной поверхностью, а затем – при наличии уклона опорной поверхности относительно плоскости горизонта.

2.4 Построение математической модели расстояния до опорной горизонтальной поверхности

Задача построения математической модели расчета расстояний, измеряемых ДМ, установленными на блоке ДПИ, до опорной горизонтальной поверхности решается с использованием теории однородных координат проективного пространства [58]. Исходными данными для решения задачи являются параметры кинематической модели движения ПО и геометрические параметры расположения опорной поверхности.

Расстояние L_i, измеряемое от места установки ДМ (от точек O_{di}) до точек K_i пересечения положительных полуосей X_{di} с горизонтальной опорной поверхностью определяется по формуле [61]:

$$L_i = \sqrt{\left(x_g^{K_i} - x_g^{O_{di}}\right)^2 + \left(y_g^{K_i} - y_g^{O_{di}}\right)^2 + \left(z_g^{K_i} - z_g^{O_{di}}\right)^2}, \tag{2.2}$$

где $x_g^{K_i}$, $y_g^{K_i}$, $z_g^{K_i}$ – координаты точки K_i в системе $O_0X_gY_gZ_g$;

$x_g^{O_{di}}$, $y_g^{O_{di}}$, $z_g^{O_{di}}$ – координаты точки O_{di} в системе $O_0X_gY_gZ_g$.

Координаты точки O_{di} в нормальной земной системе координат $O_0X_gY_gZ_g$ определяются как координаты радиуса – вектора $\mathbf{R}_{O_0O_{di}} = [x_g^{O_{di}} \quad y_g^{O_{di}} \quad z_g^{O_{di}}]^{\mathrm{T}}$.

Координаты точки O_{di} в системе $O_cX_cY_cZ_c$: $\mathbf{R}_{O_cO_{di}} = \left[x_{di} \quad y_{di} \quad z_{di}\right]^{\mathrm{T}}$. Однородные координаты точки O_{di} в системе $O_cX_cY_cZ_c$ определяют вектор $\mathbf{r}_{O_cO_{di}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{O_cO_{di}} \\ 1 \end{bmatrix}$. Для определения искомого вектора $\mathbf{r}_{O_0O_{di}}$ однородных координат точки O_{di} в системе $O_0X_gY_gZ_g$ используется формула преобразования координат (приложение Б):

$$\mathbf{r}_{O_0O_{di}} = \mathbf{M}_{g,g1} \cdot \mathbf{M}_{g1,c} \cdot \mathbf{r}_{O_cO_{di}} = \mathbf{M}_{g,c} \cdot \mathbf{r}_{O_cO_{di}}, \tag{2.3}$$

где $\mathbf{M}_{g,c} = \mathbf{M}_{g,g1} \cdot \mathbf{M}_{g1,c}$.

Выражение для матрицы $\mathbf{M}_{g,c}$:

$$\mathbf{M}_{g,c} = \mathbf{M}_{g,g1} \cdot \mathbf{M}_{g1,c} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{R}_{O_0O_c} \\ \mathbf{G}_0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{g1,c} & \mathbf{G}_0^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{G}_0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{g1,c} & \mathbf{R}_{O_0O_c} \\ \mathbf{G}_0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{2.4}$$

При подстановке выражения (2.4) в формулу (2.3) получается:

$$\mathbf{r}_{O_0O_{di}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{g1,c} & \mathbf{R}_{O_0O_c} \\ \mathbf{G}_0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{O_cO_{di}} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{g1,c}\mathbf{R}_{O_cO_{di}} + \mathbf{R}_{O_0O_c} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{O_0O_{di}} \\ 1 \end{bmatrix}. \qquad (2.5)$$

Таким образом, координаты точки O_{di} в системе координат $O_0X_gY_gZ_g$ определяются формулой:

$$\begin{bmatrix} x_g^{O_{di}} \\ y_g^{O_{di}} \\ z_g^{O_{di}} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_{g1,c}\mathbf{R}_{O_cO_{di}} + \mathbf{R}_{O_0O_c} = \mathbf{C}_{g1,c} \begin{bmatrix} x_{di} \\ y_{di} \\ z_{di} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_g \\ y_g \\ z_g \end{bmatrix}. \qquad (2.6)$$

Координаты точки K_i в системе координат $O_0X_gY_gZ_g$ находятся из уравнений проекций вектора $\vec{R}_{O_{di}K_i}$ на координатные плоскости $X_gO_0Y_g$, $Y_gO_0Z_g$ (рисунок 2.2).

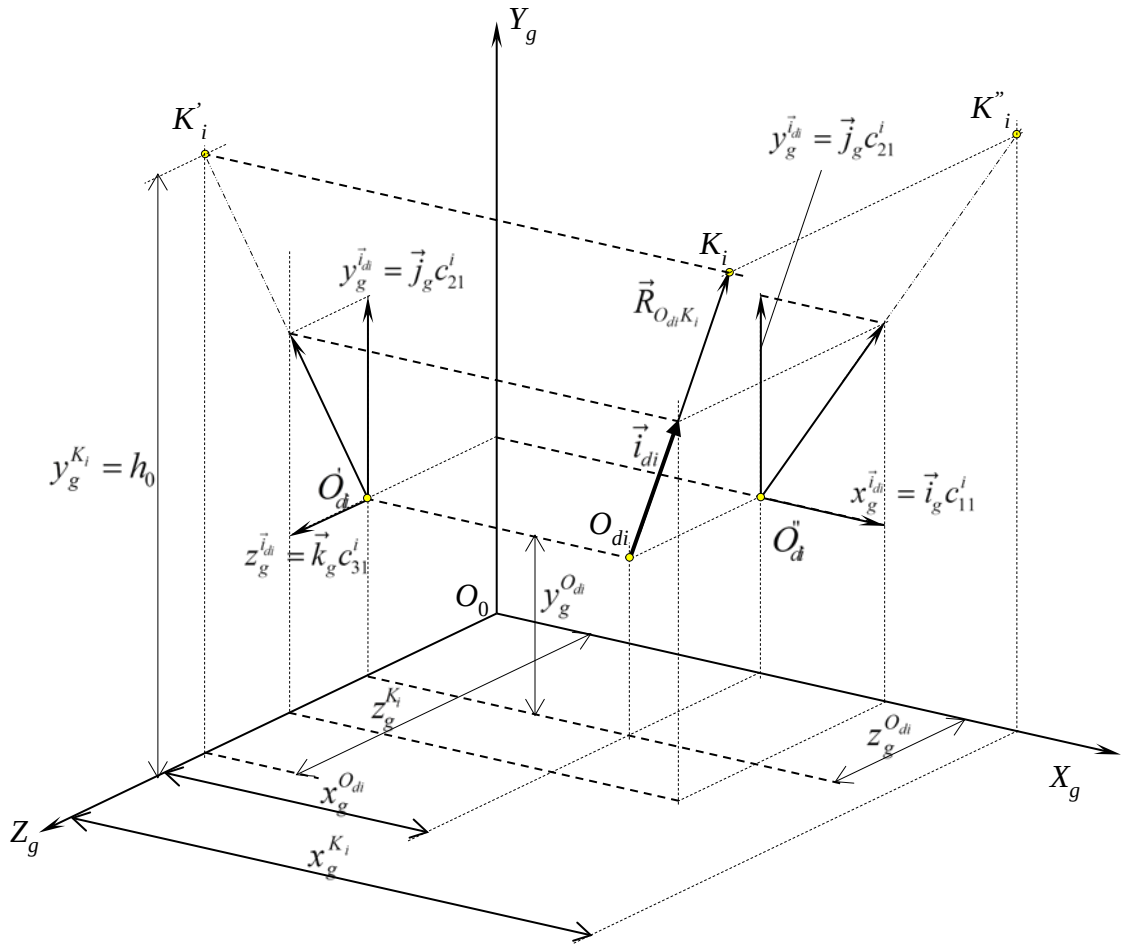


Рисунок 2.2 – Проекции орта $\vec{i}_{di}$ измерительной оси i – того дальномера на координатные плоскости нормальной земной системы координат

Эти уравнения записываются как уравнения прямых, проходящих через проекции O'_{di}, O''_{di} точки O_{di} с угловыми коэффициентами, определяемыми отношениями проекций $x_g^{\vec{i}_{di}}$, $y_g^{\vec{i}_{di}}$, $z_g^{\vec{i}_{di}}$ орта $\vec{i}_{di}$ оси X_{di}.

$$y = y_g^{O_{di}} + \frac{y_g^{\vec{i}_{di}}}{x_g^{\vec{i}_{di}}}\left(x - x_g^{O_{di}}\right), \quad y = y_g^{O_{di}} + \frac{y_g^{\vec{i}_{di}}}{z_g^{\vec{i}_{di}}}\left(z - z_g^{O_{di}}\right). \tag{2.7}$$

При подстановке в уравнения (2.7) вместо переменной y вертикальной координаты точки K_i, равной высоте помещения h_0, горизонтальные координаты $x = x_g^{K_i}$, $z = z_g^{K_i}$ точки K_i в нормальной земной системе координат определяются формулами:

$$x_g^{K_i} = x_g^{O_{di}} + \frac{x_g^{\vec{i}_{di}}}{y_g^{\vec{i}_{di}}}\left(h_0 - y_g^{O_{di}}\right), \qquad z_g^{K_i} = z_g^{O_{di}} + \frac{z_g^{\vec{i}_{di}}}{y_g^{\vec{i}_{di}}}\left(h_0 - y_g^{O_{di}}\right). \tag{2.8}$$

Проекции орта $\vec{i}_{di}$ на оси системы координат $O_0X_gY_gZ_g$ получены из уравнения:

$$\begin{bmatrix} x_g^{\vec{i}_{di}} & y_g^{\vec{i}_{di}} & z_g^{\vec{i}_{di}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \mathbf{C}_{g,di} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} c_{11}^i & c_{21}^i & c_{31}^i \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \tag{2.9}$$

где $\mathbf{C}_{g,di} = \mathbf{C}_{g1,c}\mathbf{C}_{c1,di} = \left(c_{kj}^i\right)_{3\times3}$;

c_{11}^i, c_{21}^i, c_{31}^i– элементы матрицы направляющих косинусов $\mathbf{C}_{g,di}$, определяемые по формулам:

$$\left.\begin{aligned}
&c_{11}^i = \sin\sigma_i\left(\sin\gamma\sin\psi - \cos\gamma\cos\psi\sin\vartheta\right) + \cos\psi\cos\sigma_i\cos\mu_i\cos\vartheta - \\
&-\cos\sigma_i\sin\mu_i\left(\cos\gamma\sin\psi + \cos\psi\sin\gamma\sin\vartheta\right); \\
&c_{21}^i = \sin\vartheta\cos\sigma_i\cos\mu_i + \cos\vartheta\sin\gamma\sin\mu_i\cos\sigma_i + \cos\gamma\cos\vartheta\sin\sigma_i; \\
&c_{31}^i = \sin\sigma_i\left(\cos\psi\sin\gamma + \cos\gamma\sin\psi\sin\vartheta\right) - \cos\sigma_i\cos\mu_i\cos\vartheta\sin\psi - \\
&-\cos\sigma_i\sin\mu_i\left(\cos\gamma\cos\psi - \sin\gamma\sin\psi\sin\vartheta\right).
\end{aligned}\right\} \tag{2.10}$$

Формулы (2.8) после подстановки в них выражений (2.9) примут вид:

$$x_g^{K_i} = x_g^{O_{di}} + \frac{c_{11}^i}{c_{21}^i}\left(h_0 - y_g^{O_{di}}\right), \qquad z_g^{K_i} = z_g^{O_{di}} + \frac{c_{31}^i}{c_{21}^i}\left(h_0 - y_g^{O_{di}}\right). \tag{2.11}$$

Величина дальности L_i определяется после подстановки в (2.2) координат (2.11).

$$L_i = \sqrt{\left(\frac{c_{11}^i}{c_{21}^i}\right)^2 \left(h_0 - y_g^{O_{di}}\right)^2 + \left(h_0 - y_g^{O_{di}}\right)^2 + \left(\frac{c_{31}^i}{c_{21}^i}\right)^2 \left(h_0 - y_g^{O_{di}}\right)^2} = \\ = \frac{\left(h_0 - y_g^{O_{di}}\right)}{c_{21}^i} \sqrt{\left(c_{11}^i\right)^2 + \left(c_{21}^i\right)^2 + \left(c_{31}^i\right)^2}. \quad (2.12)$$

При вычислении расстояния (2.12), измеряемого ДМ от точки O_{di} до опорной поверхности верхней (ОПВ - потолок), направляющий косинус c_{21}^i должен иметь положительное значение, так как в противном случае измерительная ось ДМ будет направлена в опорную поверхность нижнюю (ОПН - пол). Полярность направляющего косинуса c_{21}^i при выбранной схеме крепления блока ДПИ на ПО зависит от угла установки дальномера σ_i.

Если ДМ измеряют расстояния от точек O_{di} до ОПН, вертикальная координата h_0 точек K_i равна нулю и формула (2.2) примет в этом случае вид:

$$L_i = -\frac{y_g^{O_{di}}}{c_{21}^i} \sqrt{\left(c_{11}^i\right)^2 + \left(c_{21}^i\right)^2 + \left(c_{31}^i\right)^2}. \quad (2.13)$$

Так как при расчете по формуле (2.13) направляющий косинус c_{21}^i должен иметь отрицательное значение, знак расстояния L_i будет положительным.

2.5 Построение алгоритма определения опорных углов наклона блока датчиков первичной информации относительно опорной горизонтальной поверхности для произвольного числа дальномеров

В общем случае на блоке ДПИ установлено N>2 ДМ согласно схеме, приведенной на рисунке 2.1. Исходными данными для построения алгоритма являются конструктивная схема расположения ДМ на блоке ДПИ, выходные сигналы ДМ, пропорциональные измеряемым дальностям.

2.5.1 Вывод уравнений связи углов наклона блока датчиков первичной информации относительно опорной поверхности с расстояниями, измеряемыми дальномерами

При построении алгоритма информация $\tilde{L}_i,\ i \in 1, N$, поступающая с выходов ДМ, является исходной, на основании которой определяются опорные значения углов крена $\tilde{\gamma}_{\text{дм}}$ и тангажа $\tilde{\vartheta}_{\text{дм}}$ блока ДПИ.

Проекция $y_g^{\vec{R}_{O_{di}K_i}}$ радиуса-вектора $\vec{R}_{O_{di}K_i} = \vec{i}_{di} L_i$ на нормаль к опорной поверхности:

$$y_g^{\vec{R}_{O_{di}K_i}} = \begin{bmatrix} c_{21}^i & c_{22}^i & c_{23}^i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} L_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = c_{21}^i L_i, \tag{2.14}$$

где $c_{21}^i = \sin\vartheta \cos\sigma_i \cos\mu_i + \cos\vartheta \sin\gamma \sin\mu_i \cos\sigma_i + \cos\gamma \cos\vartheta \sin\sigma_i$.

С другой стороны,

$$y_g^{\vec{R}_{O_{di}K_i}} = h_0 - h_i, \tag{2.15}$$

где h_0 – расстояние от ОПН до ОПВ по нормали к ОПВ;

h_i – расстояние точки O_{di} до ОПН, измеренное по нормали к горизонтальной плоскости $X_g O_0 Z_g$.

Расстояние h_i определяется по формуле

$$h_i = y_g + y_g^{\vec{R}_{O_c O_{di}}}, \tag{2.16}$$

где y_g – расстояние точки O_c до ОПН, измеренное по нормали к горизонтальной плоскости $X_g O_0 Z_g$;

$y_g^{\vec{R}_{O_c O_{di}}}$ –проекция радиуса-вектора $\vec{R}_{O_c O_{di}}$ на нормаль к ОПВ, определяемая формулой

$$y_g^{\vec{R}_{O_c O_{di}}} = \begin{bmatrix} c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{di} \cos\nu_i \\ y_{di} \\ -r_{di} \sin\nu_i \end{bmatrix}, \tag{2.17}$$

где $c_{21} = \sin\vartheta,\ c_{22} = \cos\vartheta\cos\gamma,\ c_{23} = -\cos\vartheta\sin\gamma$ – направляющие косинусы матрицы $\mathbf{C}_{g1,c}$.

При подстановке выражений (2.16), (2.17) в формулу (2.15) получается:

$$y_g^{\vec{R}_{O_{di}K_i}} = \Delta h - r_{di}\cos\nu_i\sin\vartheta - y_{di}\cos\vartheta\cos\gamma - r_{di}\sin\nu_i\cos\vartheta\sin\gamma, \qquad (2.18)$$

где $\Delta h = h_0 - y_g$.

Учитывая, что информацию о кинематических переменных $L_i, i \in 1, N$, определяемых по формуле (2.12) или (2.13), ДМ выдают в виде нормированных сигналов $\tilde{L}_i, i \in 1, N$, при подстановке выражения (2.18) в формулу (2.14) получается:

$$\begin{gathered}\operatorname{tg}\vartheta\left(\cos\sigma_i\cos\mu_i\tilde{L}_i + r_{di}\cos\nu_i\right) + \left(\tilde{L}_i\sin\sigma_i + y_{di}\right)\cos\gamma + \\ +\left(\tilde{L}_i\sin\mu_i\cos\sigma_i + r_{di}\sin\nu_i\right)\sin\gamma = \frac{\Delta h}{\cos\vartheta}, \\ -\frac{\pi}{2} < \gamma < \frac{\pi}{2}, \quad -\frac{\pi}{2} < \vartheta < \frac{\pi}{2}, \quad i \in 1, N.\end{gathered} \qquad (2.19)$$

Получена система уравнений (2.19), неизвестными в которой являются углы ϑ и γ, а исходной информацией – выходные сигналы ДМ $\tilde{L}_i$, пропорциональные расстояниям L_i, и конструктивные параметры установки ДМ на блоке ДПИ – $r_{di}, y_{di}, \nu_i, \mu_i, \sigma_i, i \in 1, N$.

2.5.2 Алгоритм определения углов наклона блока датчиков первичной информации относительно опорной поверхности по показаниям дальномеров

Исходными данными для решения системы уравнений (2.19) для произвольного числа ДМ N>2 являются координаты установки ДМ на блоке ДПИ в системе координат $O_cX_cY_cZ_c$: радиус-вектор r_{di} полюса O_{di}, углы μ_i и σ_i.

Рассмотрена следующая схема размещения ДМ на блоке ДПИ:

- полюсы O_{di} размещены на поверхности цилиндра радиуса $r_{di} = r_d,\ i \in 1, N$, осью которого является ось O_cY_c, на высоте y_d над плоскостью $X_cO_cZ_c$, одинаковой для всех ДМ. Угловой шаг положения полюсов O_{di} одинаков для всех ДМ и равен $\Delta\nu = \nu_{i+1} - \nu_i = 2\pi / N,\ i \in 1, N-1$;

- системы координат $O_{di}X_{di}Y_{di}Z_{di}$, $i \in 1, N$ повернуты вокруг оси Y_{c1} относительно системы $O_{di}X_{c1}Y_{c1}Z_{c1}$ на углы $\mu_i = \nu_i = \frac{2\pi}{N}(i-1)$, $i \in 1, N$. В этом случае координатные плоскости $X_{di}O_{di}Y_{di}$, $i \in 1, N$ пройдут через ось O_cY_c;

- измерительные оси ДМ повернуты вокруг оси Z_{di} относительно плоскости $X_{c1}O_{di}Z_{c1}$ на углы σ_i, номинальное значение которых одинаково для всех ДМ.

При принятых значениях конструктивных параметров уравнения (2.19) примут вид:

$$\begin{gathered}\operatorname{tg}\vartheta\left(\tilde{L}_i \cos\mu_i \cos\sigma_i + r_d \cos\nu_i\right) + \cos\gamma\left(\tilde{L}_i \sin\sigma_i + y_d\right) + \\ + \sin\gamma\left(\tilde{L}_i \sin\mu_i \cos\sigma_i + r_d \sin\nu_i\right) = \frac{\Delta h}{\cos\vartheta}, \qquad -\frac{\pi}{2} < \vartheta < \frac{\pi}{2}, \\ -\frac{\pi}{2} < \gamma < \frac{\pi}{2}, \qquad \mu_i = \nu_i = \frac{2\pi}{N}(i-1), \qquad i \in 1, N.\end{gathered} \tag{2.20}$$

Уравнения (2.20) приводятся к виду:

$$\begin{gathered} f_{1i}\left(\tilde{L}_i\right)\operatorname{tg}\vartheta + f_{2i}\left(\tilde{L}_i\right)\cos\gamma + f_{3i}\left(\tilde{L}_i\right)\sin\gamma = \frac{\Delta h}{\cos\vartheta}, \\ -\frac{\pi}{2} < \gamma < \frac{\pi}{2}, \qquad -\frac{\pi}{2} < \vartheta < \frac{\pi}{2}, \qquad i \in 1, N, \end{gathered} \tag{2.21}$$

где $f_{1i}\left(\tilde{L}_i\right) = \cos\mu_i \cos\sigma_i \tilde{L}_i + r_d \cos\nu_i$,

$f_{2i}\left(\tilde{L}_i\right) = \sin\sigma_i \tilde{L}_i + y_d$, $f_{3i}\left(\tilde{L}_i\right) = \sin\mu_i \cos\sigma_i \tilde{L}_i + r_d \sin\nu_i$.

Используя все N уравнений (2.21), составляется новая система путем приравнивания левых частей разных уравнений, т.к. правые части у всех уравнений одинаковые.

$$\begin{gathered} \left(f_{2i}\left(\tilde{L}_i\right) - f_{2k}\left(\tilde{L}_k\right)\right)\cos\gamma + \left(f_{3i}\left(\tilde{L}_i\right) - f_{3k}\left(\tilde{L}_k\right)\right)\sin\gamma = \left(f_{1k}\left(\tilde{L}_k\right) - f_{1i}\left(\tilde{L}_i\right)\right)\operatorname{tg}\vartheta, \\ -\frac{\pi}{2} < \gamma < \frac{\pi}{2}, \qquad -\frac{\pi}{2} < \vartheta < \frac{\pi}{2}, \quad i \in 1, N-1, \quad k \in 2, N, \quad k > i. \end{gathered} \tag{2.22}$$

Количество уравнений вида (2.22) равно n_1, определяемое как число сочетаний из N по два: $n_1 = C_N^2 = \frac{N!}{2!(N-2)!}$ [61]. Из полученных n_1 уравнений составляются системы уравнений вида:

$$\left.\begin{array}{l}\left[f_{2i}\left(\tilde{L}_i\right)-f_{2k}\left(\tilde{L}_k\right)\right]\cos\gamma+\left[f_{3i}\left(\tilde{L}_i\right)-f_{3k}\left(\tilde{L}_k\right)\right]\sin\gamma=\left[f_{1k}\left(\tilde{L}_k\right)-f_{1i}\left(\tilde{L}_i\right)\right]\mathrm{tg}\vartheta,\\ \left[f_{2j}\left(\tilde{L}_j\right)-f_{2n}\left(\tilde{L}_n\right)\right]\cos\gamma+\left[f_{3j}\left(\tilde{L}_j\right)-f_{3n}\left(\tilde{L}_n\right)\right]\sin\gamma=\left[f_{1n}\left(\tilde{L}_n\right)-f_{1j}\left(\tilde{L}_j\right)\right]\mathrm{tg}\vartheta,\\ i\in 1,N-1,\quad k>i,\qquad j\in 1,N-1,\quad n>j,\ n\neq k.\end{array}\right\}\quad(2.23)$$

Максимальное количество систем уравнений вида (2.23) n_2 равно числу сочетаний из n_1 по два:

$$n_2=C_{n_1}^2=\frac{n_1!}{2!(n_1-2)!}.$$

Заметим, что число n_2 систем из двух уравнений вида (2.23) следует выбирать с учетом конструктивной схемы расположения ДМ на блоке ДПИ.

Полученные уравнения решаются как системы линейных алгебраических уравнений относительно переменных $\cos\gamma,\sin\gamma$. Получается несколько решений вида:

$$\left.\begin{array}{l}\cos\gamma=F_c\left(\tilde{L}_i,\tilde{L}_k,\tilde{L}_j,\tilde{L}_n\right)\mathrm{tg}\vartheta,\\ \sin\gamma=F_s\left(\tilde{L}_i,\tilde{L}_k,\tilde{L}_j,\tilde{L}_n\right)\mathrm{tg}\vartheta,\end{array}\right\}\quad(2.24)$$

из которых определяется тангенс опорного угла крена

$$\mathrm{tg}\gamma_{\text{оп}}=\frac{F_s\left(\tilde{L}_i,\tilde{L}_k,\tilde{L}_j,\tilde{L}_n\right)}{F_c\left(\tilde{L}_i,\tilde{L}_k,\tilde{L}_j,\tilde{L}_n\right)}=\varphi\left(\tilde{L}_i,\tilde{L}_k,\tilde{L}_j,\tilde{L}_n\right)\quad(2.25)$$

и сигнал, пропорциональный опорному углу крена

$$\tilde{\gamma}_{\text{оп}}=\mathrm{arctg}\left[\varphi\left(\tilde{L}_i,\tilde{L}_k,\tilde{L}_j,\tilde{L}_n\right)\right].\quad(2.26)$$

В результате анализа полученных решений выбирается наилучший результат, исходя из особенностей конструктивной схемы и сложности математической формулы решения уравнений.

Тангенс угла тангажа выражается через косинус угла крена из формулы (2.24), а затем через тангенс угла крена с последующей подстановкой формулы (2.25).

$$\mathrm{tg}\vartheta = \frac{1}{F_c\left(\tilde{L}_i, \tilde{L}_k, \tilde{L}_j, \tilde{L}_n\right)}\cos\gamma = \frac{1}{F_c\left(\tilde{L}_i, \tilde{L}_k, \tilde{L}_j, \tilde{L}_n\right)} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\left[\varphi\left(\tilde{L}_i, \tilde{L}_k, \tilde{L}_j, \tilde{L}_n\right)\right]^2}}.$$

Сигнал, пропорциональный опорному углу тангажа:

$$\tilde{\vartheta}_{\text{оп}} = \mathrm{arctg}\left(\frac{1}{F_c\left(\tilde{L}_i, \tilde{L}_k, \tilde{L}_j, \tilde{L}_n\right)} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\left[\varphi\left(\tilde{L}_i, \tilde{L}_k, \tilde{L}_j, \tilde{L}_n\right)\right]^2}}\right). \qquad (2.27)$$

Блок-схема алгоритма определения углов наклона блока ДПИ относительно горизонтальной опорной поверхности приведена на рисунке 2.3.

Решение уравнений (2.23) найдено для частных случаев при N=3 и N=4.

2.6 Получение аналитических выражений опорных углов наклона блока датчиков первичной информации с использованием показаний трех и четырех дальномеров

2.6.1 Схема с тремя дальномерами

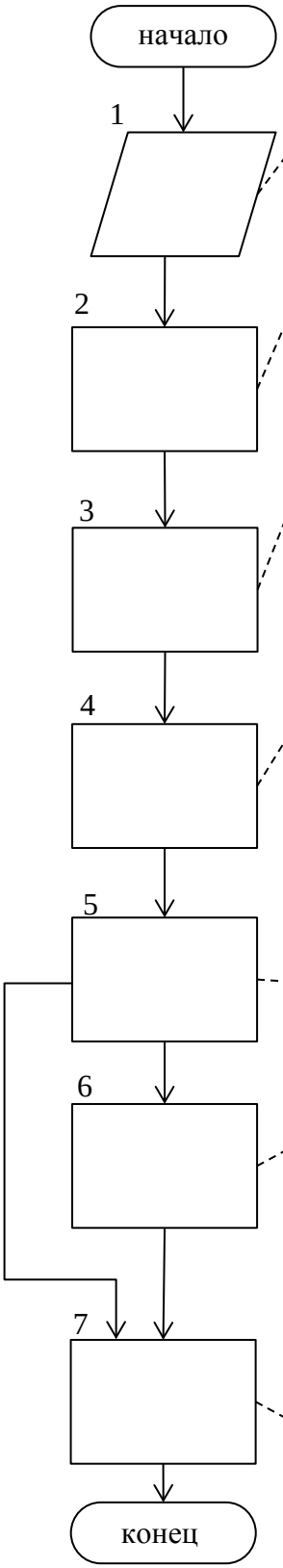
Вывод формул определения углов наклона блока ДПИ относительно опорной горизонтальной поверхности для системы с тремя ДМ выполнен в соответствии с алгоритмом (рисунок 2.3).

1) При N=3 углы σ_i, μ_i, ν_i примут значения:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma,\ \mu_1 = \nu_1 = 0,\ \mu_2 = \nu_2 = \frac{2\pi}{3},\ \mu_3 = \nu_3 = \frac{4\pi}{3}.$$

2) Уравнения (2.20) приводятся к виду:

$$\left.\begin{aligned}
&\mathrm{tg}\vartheta\left(\cos\sigma\tilde{L}_1 + r_d\right) + \cos\gamma\left(\sin\sigma\tilde{L}_1 + y_d\right) = \frac{\Delta h}{\cos\vartheta},\\
&\cos\gamma\left(\tilde{L}_2\sin\sigma + y_d\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\gamma\left(\tilde{L}_2\cos\sigma + r_d\right) - \frac{1}{2}\mathrm{tg}\vartheta\left(\tilde{L}_2\cos\sigma + r_d\right) = \frac{\Delta h}{\cos\vartheta},\\
&\cos\gamma\left(\tilde{L}_3\sin\sigma + y_d\right) - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\gamma\left(\tilde{L}_3\cos\sigma + r_d\right) - \frac{1}{2}\mathrm{tg}\vartheta\left(\tilde{L}_3\cos\sigma + r_d\right) = \frac{\Delta h}{\cos\vartheta}.
\end{aligned}\right\} \qquad (2.28)$$



Задание исходных данных:

$$N, \vec{r}_{di}, \mu_i, \sigma_i, \nu_i, i \in 1, N$$

Приведение уравнений (2.20) к виду:

$$\begin{cases} f_{1i}\left(\tilde{L}_i\right)\mathrm{tg}\vartheta + f_{2i}\left(\tilde{L}_i\right)\cos\gamma + f_{3i}\left(\tilde{L}_i\right)\sin\gamma = \dfrac{\Delta h}{\cos\vartheta}, \\ -\dfrac{\pi}{2} < \gamma < \dfrac{\pi}{2}, \quad -\dfrac{\pi}{2} < \vartheta < \dfrac{\pi}{2}, \quad i \in 1, N \end{cases} \tag{2.21}$$

Составление из уравнений (2.21) системы из $n_1 = C_N^2$ уравнений:

$$\begin{cases} \left(f_{2i}\left(\tilde{L}_i\right) - f_{2k}\left(\tilde{L}_k\right)\right)\cos\gamma + \left(f_{3i}\left(\tilde{L}_i\right) - f_{3k}\left(\tilde{L}_k\right)\right)\sin\gamma = \\ = \left(f_{1k}\left(\tilde{L}_k\right) - f_{1i}\left(\tilde{L}_i\right)\right)\mathrm{tg}\vartheta, \quad i \in 1, N-1, \quad k \in 2, N, \quad k > i. \end{cases} \tag{2.22}$$

Составление из уравнений (2.22) систем уравнений общим количеством $n_2 = C_{n_1}^2$:

$$\left.\begin{aligned} &\left[f_{2i}\left(\tilde{L}_i\right) - f_{2k}\left(\tilde{L}_k\right)\right]\cos\gamma + \left[f_{3i}\left(\tilde{L}_i\right) - f_{3k}\left(\tilde{L}_k\right)\right]\sin\gamma = \\ &= \left[f_{1k}\left(\tilde{L}_k\right) - f_{1i}\left(\tilde{L}_i\right)\right]\mathrm{tg}\vartheta, \\ &\left[f_{2j}\left(\tilde{L}_j\right) - f_{2n}\left(\tilde{L}_n\right)\right]\cos\gamma + \left[f_{3j}\left(\tilde{L}_j\right) - f_{3n}\left(\tilde{L}_n\right)\right]\sin\gamma = \\ &= \left[f_{1n}\left(\tilde{L}_n\right) - f_{1j}\left(\tilde{L}_j\right)\right]\mathrm{tg}\vartheta, \\ &i \in 1, N-1, \quad k > i, \quad j \in 1, N-1, \qquad n > j, \ n \neq k. \end{aligned}\right\} \tag{2.23}$$

Решение уравнений (2.23). Результат решения – получение нескольких выражений вида:

$$\cos\gamma = F_c\left(\tilde{L}_i, \tilde{L}_k, \tilde{L}_j, \tilde{L}_n\right)\mathrm{tg}\vartheta, \qquad \sin\gamma = F_s\left(\tilde{L}_i, \tilde{L}_k, \tilde{L}_j, \tilde{L}_n\right)\mathrm{tg}\vartheta$$

Определение опорного угла крена:

$$\mathrm{tg}\gamma_{\text{оп}} = \frac{F_s\left(\tilde{L}_i, \tilde{L}_k, \tilde{L}_j, \tilde{L}_n\right)}{F_c\left(\tilde{L}_i, \tilde{L}_k, \tilde{L}_j, \tilde{L}_n\right)} = \varphi\left(\tilde{L}_i, \tilde{L}_k, \tilde{L}_j, \tilde{L}_n\right),$$

$$\tilde{\gamma}_{\text{оп}} = \mathrm{arctg}\left[\varphi\left(\tilde{L}_i, \tilde{L}_k, \tilde{L}_j, \tilde{L}_n\right)\right]$$

Определение опорного угла тангажа:

$$\mathrm{tg}\vartheta_{\text{оп}} = \frac{1}{F_c\left(\tilde{L}_i, \tilde{L}_k, \tilde{L}_j, \tilde{L}_n\right)}\cos\gamma_{\text{оп}},$$

$$\cos\gamma_{\text{оп}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \mathrm{tg}^2\gamma_{\text{оп}}}} = F_\gamma\left(\tilde{L}_i, \tilde{L}_k, \tilde{L}_j, \tilde{L}_n\right),$$

$$\tilde{\vartheta}_{\text{оп}} = \mathrm{arctg}\left[\frac{F_\gamma\left(\tilde{L}_i, \tilde{L}_k, \tilde{L}_j, \tilde{L}_n\right)}{F_c\left(\tilde{L}_i, \tilde{L}_k, \tilde{L}_j, \tilde{L}_n\right)}\right]$$

Рисунок 2.3 – Блок-схема алгоритма определения углов наклона блока ДПИ относительно опорной поверхности

3) Получена система из $n_1 = C_3^2 = \dfrac{3!}{2!(3-2)!} = 3$ уравнений путем приравнивания левых частей первого и второго уравнений, первого и третьего уравнений, второго и третьего уравнений системы (2.28).

$$\left.\begin{aligned}
&2\left(\tilde{L}_2 - \tilde{L}_1\right)\sin\sigma\cos\gamma + \sqrt{3}\left(\tilde{L}_2\cos\sigma + r_d\right)\sin\gamma = \mathrm{tg}\vartheta\left(\left(2\tilde{L}_1 + \tilde{L}_2\right)\cos\sigma + 3r_d\right),\\
&2\left(\tilde{L}_3 - \tilde{L}_1\right)\sin\sigma\cos\gamma - \sqrt{3}\left(\tilde{L}_3\cos\sigma + r_d\right)\sin\gamma = \mathrm{tg}\vartheta\left(\left(2\tilde{L}_1 + \tilde{L}_3\right)\cos\sigma + 3r_d\right),\\
&2\left(\tilde{L}_2 - \tilde{L}_3\right)\sin\sigma\cos\gamma + \sqrt{3}\left(\left(\tilde{L}_2 + \tilde{L}_3\right)\cos\sigma + 2r_d\right)\sin\gamma = \mathrm{tg}\vartheta\left(\tilde{L}_2 - \tilde{L}_3\right)\cos\sigma.
\end{aligned}\right\} \qquad (2.29)$$

4) Из уравнений (2.26) составлены $n_2 = C_{n_1}^2 = C_3^2 = 3$ системы уравнений вида (2.23).

$$\left.\begin{aligned}
&2\left(\tilde{L}_2 - \tilde{L}_1\right)\sin\sigma\cos\gamma + \sqrt{3}\left(\tilde{L}_2\cos\sigma + r_d\right)\sin\gamma = \mathrm{tg}\vartheta\left(\left(2\tilde{L}_1 + \tilde{L}_2\right)\cos\sigma + 3r_d\right),\\
&2\left(\tilde{L}_3 - \tilde{L}_1\right)\sin\sigma\cos\gamma - \sqrt{3}\left(\tilde{L}_3\cos\sigma + r_d\right)\sin\gamma = \mathrm{tg}\vartheta\left(\left(2\tilde{L}_1 + \tilde{L}_3\right)\cos\sigma + 3r_d\right),
\end{aligned}\right\} \qquad (2.30)$$

$$\left.\begin{aligned}
&2\left(\tilde{L}_2 - \tilde{L}_1\right)\sin\sigma\cos\gamma + \sqrt{3}\left(\tilde{L}_2\cos\sigma + r_d\right)\sin\gamma = \mathrm{tg}\vartheta\left(\left(2\tilde{L}_1 + \tilde{L}_2\right)\cos\sigma + 3r_d\right),\\
&2\left(\tilde{L}_2 - \tilde{L}_3\right)\sin\sigma\cos\gamma + \sqrt{3}\left(\left(\tilde{L}_2 + \tilde{L}_3\right)\cos\sigma + 2r_d\right)\sin\gamma = \mathrm{tg}\vartheta\left(\tilde{L}_2 - \tilde{L}_3\right)\cos\sigma,
\end{aligned}\right\} \qquad (2.31)$$

$$\left.\begin{aligned}
&2\left(\tilde{L}_3 - \tilde{L}_1\right)\sin\sigma\cos\gamma - \sqrt{3}\left(\tilde{L}_3\cos\sigma + r_d\right)\sin\gamma = \mathrm{tg}\vartheta\left(\left(2\tilde{L}_1 + \tilde{L}_3\right)\cos\sigma + 3r_d\right),\\
&2\left(\tilde{L}_2 - \tilde{L}_3\right)\sin\sigma\cos\gamma + \sqrt{3}\left(\left(\tilde{L}_2 + \tilde{L}_3\right)\cos\sigma + 2r_d\right)\sin\gamma = \mathrm{tg}\vartheta\left(\tilde{L}_2 - \tilde{L}_3\right)\cos\sigma.
\end{aligned}\right\} \qquad (2.32)$$

5) Результат решения полученных систем уравнений относительно переменных $\cos\gamma, \sin\gamma$:

$$\left.\begin{aligned}
&\cos\gamma = \frac{\left[\left(\tilde{L}_1\tilde{L}_2 + \tilde{L}_1\tilde{L}_3 + \tilde{L}_2\tilde{L}_3\right)\cos^2\sigma + 2r_d\left(\tilde{L}_1 + \tilde{L}_2 + \tilde{L}_3\right)\cos\sigma + 3r_d^2\right]}{\left[\left(2\tilde{L}_2\tilde{L}_3 - \tilde{L}_1\left(\tilde{L}_3 + \tilde{L}_2\right)\right)\cos\sigma - \left(2\tilde{L}_1 - \tilde{L}_3 - \tilde{L}_2\right)r_d\right]\sin\sigma}\mathrm{tg}\vartheta,\\
&\sin\gamma = \frac{\sqrt{3}\left[\left(\tilde{L}_3 - \tilde{L}_2\right)\left(\tilde{L}_1\cos\sigma + r_d\right)\right]}{\left[\left(2\tilde{L}_2\tilde{L}_3 - \tilde{L}_1\left(\tilde{L}_3 + \tilde{L}_2\right)\right)\cos\sigma - \left(2\tilde{L}_1 - \tilde{L}_3 - \tilde{L}_2\right)r_d\right]}\mathrm{tg}\vartheta.
\end{aligned}\right\} \qquad (2.33)$$

6) Определение тангенса опорного угла крена:

$$\mathrm{tg}\gamma_{\text{оп}} = \frac{\sqrt{3}\left(\tilde{L}_3 - \tilde{L}_2\right)\left(\tilde{L}_1\cos\sigma + r_d\right)\sin\sigma}{\left[\left(\tilde{L}_1\tilde{L}_2 + \tilde{L}_1\tilde{L}_3 + \tilde{L}_2\tilde{L}_3\right)\cos^2\sigma + 2r_d\left(\tilde{L}_1 + \tilde{L}_2 + \tilde{L}_3\right)\cos\sigma + 3r_d^2\right]}.$$

Выражение для сигнала, пропорционального опорному углу крена:

$$\tilde{\gamma}_{\text{оп}} = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}\left(\tilde{L}_3 - \tilde{L}_2\right)\left(\tilde{L}_1 \cos\sigma + r_d\right)\sin\sigma}{\left(\tilde{L}_1\tilde{L}_2 + \tilde{L}_1\tilde{L}_3 + \tilde{L}_2\tilde{L}_3\right)\cos^2\sigma + 2r_d\left(\tilde{L}_1 + \tilde{L}_2 + \tilde{L}_3\right)\cos\sigma + 3r_d^2} \right). \qquad (2.34)$$

7) Выражение для тангенса опорного угла тангажа:

$$\operatorname{tg}\vartheta_{\text{оп}} = Q\left(\tilde{L}_1, \tilde{L}_2, \tilde{L}_3\right) / \sqrt{V\left(\tilde{L}_1, \tilde{L}_2, \tilde{L}_3\right)}, \qquad (2.35)$$

где $Q\left(\tilde{L}_1, \tilde{L}_2, \tilde{L}_3\right) = \sin\sigma\left\{\left[2\tilde{L}_2\tilde{L}_3 - \tilde{L}_1\left(\tilde{L}_3 + \tilde{L}_2\right)\right]\cos\sigma - \left(2\tilde{L}_1 - \tilde{L}_3 - \tilde{L}_2\right)r_d\right\}$;

$$V\left(\tilde{L}_1, \tilde{L}_2, \tilde{L}_3\right) = \left[\left(\tilde{L}_1\tilde{L}_2 + \tilde{L}_1\tilde{L}_3 + \tilde{L}_2\tilde{L}_3\right)\cos^2\sigma + 2r_d\left(\tilde{L}_1 + \tilde{L}_2 + \tilde{L}_3\right)\cos\sigma + 3r_d^2\right]^2 +$$
$$+3\left[\left(\tilde{L}_3 - \tilde{L}_2\right)\left(\tilde{L}_1\cos\sigma + r_d\right)\right]^2 \sin^2\sigma.$$

Формула для сигнала, пропорционального опорному углу тангажа:

$$\tilde{\vartheta}_{\text{оп}} = \operatorname{arctg}\left(\frac{Q\left(\tilde{L}_1, \tilde{L}_2, \tilde{L}_3\right)}{\sqrt{V\left(\tilde{L}_1, \tilde{L}_2, \tilde{L}_3\right)}} \right). \qquad (2.36)$$

В частном случае при r_d=0 формулы (2.34), (2.36) примут вид:

$$\tilde{\gamma}_{\text{оп}} = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}\left(\tilde{L}_3 - \tilde{L}_2\right)\tilde{L}_1 \operatorname{tg}\sigma}{\left(\tilde{L}_1\tilde{L}_2 + \tilde{L}_1\tilde{L}_3 + \tilde{L}_2\tilde{L}_3\right)} \right), \qquad (2.37)$$

$$\tilde{\vartheta}_{\text{оп}} = \operatorname{arctg}\left(\frac{\left[2\tilde{L}_2\tilde{L}_3 - \tilde{L}_1\left(\tilde{L}_3 + \tilde{L}_2\right)\right]}{\sqrt{\left(\tilde{L}_1\tilde{L}_2 + \tilde{L}_1\tilde{L}_3 + \tilde{L}_2\tilde{L}_3\right)^2 \operatorname{ctg}^2\sigma + 3\left(\tilde{L}_3 - \tilde{L}_2\right)^2 \tilde{L}_1^2}} \right). \qquad (2.38)$$

Частный случай r_d =0 означает, что точка отсчета расстояний до опорной поверхности для всех ДМ одна и находится она на пересечении измерительных осей ДМ с осью O_cY_c в точке A_d. Если фактические точки отсчета O_{di} находятся на окружности радиуса r_d, то при вычислении опорных углов по формулам (2.34), (2.36) каждый из сигналов $\tilde{L}_i, i \in 1,3$ есть сумма сигнала $\tilde{L}_i^*$, соответствующего расстоянию $L_i = O_{di}K_i$, измеренному ДМ$_i$, и сигнала $\delta\tilde{L}$, соответствующего расстоянию $A_dO_{di} = r_d/\cos\sigma$, одинаковому для всех ДМ:

$$\tilde{L}_i = \tilde{L}_i^* + \delta\tilde{L},\ i \in 1,3.$$

2.6.2 Схема с четырьмя дальномерами

Вывод формул определения углов наклона блока ДПИ относительно опорной горизонтальной поверхности для системы с четырьмя ДМ выполнен в соответствии с алгоритмом (рисунок 2.3).

1) При N=4 углы μ_i, ν_i примут значения:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 = \sigma,\ \mu_1 = \nu_1 = 0,\ \ \mu_2 = \nu_2 = \frac{\pi}{2},\ \ \mu_3 = \nu_3 = \pi,\ \ \mu_4 = \nu_4 = \frac{3\pi}{2}.$$

2) Уравнения (2.20) приводятся к виду:

$$\left.\begin{aligned}
&\mathrm{tg}\vartheta\left(\tilde{L}_1\cos\sigma + r_d\right) + \cos\gamma\left(\tilde{L}_1\sin\sigma + y_d\right) = \frac{\Delta h}{\cos\vartheta},\\
&\cos\gamma\left(\tilde{L}_2\sin\sigma + y_d\right) + \sin\gamma\left(\tilde{L}_2\cos\sigma + r_d\right) = \frac{\Delta h}{\cos\vartheta},\\
&-\mathrm{tg}\vartheta\left(\tilde{L}_3\cos\sigma + r_d\right) + \cos\gamma\left(\tilde{L}_3\sin\sigma + y_d\right) = \frac{\Delta h}{\cos\vartheta},\\
&\cos\gamma\left(\tilde{L}_4\sin\sigma + y_d\right) - \sin\gamma\left(\tilde{L}_4\cos\sigma + r_d\right) = \frac{\Delta h}{\cos\vartheta}.
\end{aligned}\right\} \tag{2.39}$$

3) Получена система из $n_1 = C_4^2 = \dfrac{4!}{2!(4-2)!} = 6$ уравнений путем поочередного приравнивания левых частей уравнений (2.39).

$$\left.\begin{aligned}
&\left(\tilde{L}_1 - \tilde{L}_2\right)\sin\sigma\cos\gamma - \left(\tilde{L}_2\cos\sigma + r_d\right)\sin\gamma = -\mathrm{tg}\vartheta\left(\tilde{L}_1\cos\sigma + r_d\right),\\
&\left(\tilde{L}_1 - \tilde{L}_3\right)\sin\sigma\cos\gamma = -\mathrm{tg}\vartheta\left(\left(\tilde{L}_3 + \tilde{L}_1\right)\cos\sigma + 2r_d\right),\\
&\left(\tilde{L}_1 - \tilde{L}_4\right)\sin\sigma\cos\gamma + \left(\tilde{L}_4\cos\sigma + r_d\right)\sin\gamma = -\mathrm{tg}\vartheta\left(\tilde{L}_1\cos\sigma + r_d\right),\\
&\left(\tilde{L}_2 - \tilde{L}_3\right)\sin\sigma\cos\gamma + \left(\tilde{L}_2\cos\sigma + r_d\right)\sin\gamma = -\mathrm{tg}\vartheta\left(\tilde{L}_3\cos\sigma + r_d\right),\\
&\left(\tilde{L}_2 - \tilde{L}_4\right)\sin\sigma\cos\gamma + \left(\left(\tilde{L}_2 + \tilde{L}_4\right)\cos\sigma + 2r_d\right)\sin\gamma = 0,\\
&\left(\tilde{L}_3 - \tilde{L}_4\right)\sin\sigma\cos\gamma + \sin\gamma\left(\tilde{L}_4\cos\sigma + r_d\right) = \mathrm{tg}\vartheta\left(\tilde{L}_3\cos\sigma + r_d\right).
\end{aligned}\right\} \tag{2.40}$$

4) Из уравнений (2.40) составляется $n_2 = C_{n_1}^2 = C_6^2 = 15$ систем уравнений вида (2.23). Однако целесообразно выделить только те системы уравнений, которые содержат сигналы от всех ДМ, т.е. сигналы $\tilde{L}_i$, $i \in 1,4$:

$$\left.\begin{aligned}&\left(\tilde{L}_1-\tilde{L}_2\right)\sin\sigma\cos\gamma-\left(\tilde{L}_2\cos\sigma+r_d\right)\sin\gamma=-\mathrm{tg}\vartheta\left(\tilde{L}_1\cos\sigma+r_d\right),\\&\left(\tilde{L}_3-\tilde{L}_4\right)\sin\sigma\cos\gamma+\sin\gamma\left(\tilde{L}_4\cos\sigma+r_d\right)=\mathrm{tg}\vartheta\left(\tilde{L}_3\cos\sigma+r_d\right),\end{aligned}\right\}\qquad(2.41)$$

$$\left.\begin{aligned}&\left(\tilde{L}_1-\tilde{L}_3\right)\sin\sigma\cos\gamma=-\mathrm{tg}\vartheta\left(\left(\tilde{L}_3+\tilde{L}_1\right)\cos\sigma+2r_d\right),\\&\left(\tilde{L}_2-\tilde{L}_4\right)\sin\sigma\cos\gamma+\left(\left(\tilde{L}_2+\tilde{L}_4\right)\cos\sigma+2r_d\right)\sin\gamma=0,\end{aligned}\right\}\qquad(2.42)$$

$$\left.\begin{aligned}&\left(\tilde{L}_1-\tilde{L}_4\right)\sin\sigma\cos\gamma+\left(\tilde{L}_4\cos\sigma+r_d\right)\sin\gamma=-\mathrm{tg}\vartheta\left(\tilde{L}_1\cos\sigma+r_d\right),\\&\left(\tilde{L}_2-\tilde{L}_3\right)\sin\sigma\cos\gamma+\left(\tilde{L}_2\cos\sigma+r_d\right)\sin\gamma=-\mathrm{tg}\vartheta\left(\tilde{L}_3\cos\sigma+r_d\right),\end{aligned}\right\}\qquad(2.43)$$

5) Результат решения полученных систем уравнений относительно переменных $\cos\gamma,\sin\gamma$ имеет 3 варианта:

<u>Вариант 1.</u> Решение уравнений (2.41):

$$\left.\begin{aligned}\cos\gamma&=\frac{\left[\left(\tilde{L}_2\tilde{L}_3-\tilde{L}_1\tilde{L}_4\right)\cos\sigma+r_d\left(\tilde{L}_2+\tilde{L}_3-\tilde{L}_1-\tilde{L}_4\right)\right]\mathrm{ctg}\sigma}{\left[\left(\tilde{L}_1\tilde{L}_4-2\tilde{L}_2\tilde{L}_4+\tilde{L}_2\tilde{L}_3\right)\cos\sigma+r_d\left(\tilde{L}_1-\tilde{L}_2+\tilde{L}_3-\tilde{L}_4\right)\right]}\mathrm{tg}\vartheta,\\\sin\gamma&=\frac{\left[\left(2\tilde{L}_1\tilde{L}_3-\tilde{L}_2\tilde{L}_3-\tilde{L}_1\tilde{L}_4\right)\cos\sigma+r_d\left(\tilde{L}_1-\tilde{L}_2+\tilde{L}_3-\tilde{L}_4\right)\right]}{\left[\left(\tilde{L}_1\tilde{L}_4-2\tilde{L}_2\tilde{L}_4+\tilde{L}_2\tilde{L}_3\right)\cos\sigma+r_d\left(\tilde{L}_1-\tilde{L}_2+\tilde{L}_3-\tilde{L}_4\right)\right]}\mathrm{tg}\vartheta.\end{aligned}\right\}\qquad(2.44)$$

<u>Вариант 2.</u> Решение уравнений (2.42):

$$\left.\begin{aligned}\cos\gamma&=\frac{\left(\left(\tilde{L}_3+\tilde{L}_1\right)\cos\sigma+2r_d\right)}{\left(\tilde{L}_3-\tilde{L}_1\right)\sin\sigma}\mathrm{tg}\vartheta,\\\sin\gamma&=\frac{\left(\tilde{L}_2-\tilde{L}_4\right)\left(\left(\tilde{L}_3+\tilde{L}_1\right)\cos\sigma+2r_d\right)}{\left(\tilde{L}_1-\tilde{L}_3\right)\left(\left(\tilde{L}_2+\tilde{L}_4\right)\cos\sigma+2r_d\right)}\mathrm{tg}\vartheta.\end{aligned}\right\}\qquad(2.45)$$

<u>Вариант 3.</u> Решение уравнений (2.43):

$$\left.\begin{aligned}\cos\gamma&=\frac{\left[\left(\tilde{L}_3\tilde{L}_4-\tilde{L}_1\tilde{L}_2\right)\cos\sigma+r_d\left(\tilde{L}_3+\tilde{L}_4-\tilde{L}_1-\tilde{L}_2\right)\right]\cos\sigma}{\left\{\left[\tilde{L}_1\tilde{L}_2-2\tilde{L}_2\tilde{L}_4+\tilde{L}_3\tilde{L}_4\right]\cos\sigma+r_d\left(\tilde{L}_1-\tilde{L}_4-\tilde{L}_2+\tilde{L}_3\right)\right\}\sin\sigma}\mathrm{tg}\vartheta,\\\sin\gamma&=\frac{\left[\left(\tilde{L}_1\tilde{L}_2-2\tilde{L}_1\tilde{L}_3+\tilde{L}_3\tilde{L}_4\right)\cos\sigma+r_d\left(\tilde{L}_2-\tilde{L}_3-\tilde{L}_1+\tilde{L}_4\right)\right]}{\left\{\left[\tilde{L}_1\tilde{L}_2-2\tilde{L}_2\tilde{L}_4+\tilde{L}_3\tilde{L}_4\right]\cos\sigma+r_d\left(\tilde{L}_1-\tilde{L}_4-\tilde{L}_2+\tilde{L}_3\right)\right\}}\mathrm{tg}\vartheta.\end{aligned}\right\}\qquad(2.46)$$

6) Определение тангенса опорного угла крена для трех вариантов решений:

$$\mathrm{tg}\gamma_{\text{оп1}} = \frac{\left[\left(2\tilde{L}_1\tilde{L}_3 - \tilde{L}_2\tilde{L}_3 - \tilde{L}_1\tilde{L}_4\right)\cos\sigma + r_d\left(\tilde{L}_1 - \tilde{L}_2 + \tilde{L}_3 - \tilde{L}_4\right)\right]\mathrm{tg}\sigma}{\left[\left(\tilde{L}_2\tilde{L}_3 - \tilde{L}_1\tilde{L}_4\right)\cos\sigma + r_d\left(\tilde{L}_2 + \tilde{L}_3 - \tilde{L}_1 - \tilde{L}_4\right)\right]},$$

$$\mathrm{tg}\gamma_{\text{оп2}} = \frac{\left(\tilde{L}_4 - \tilde{L}_2\right)\sin\sigma}{\left(\tilde{L}_2 + \tilde{L}_4\right)\cos\sigma + 2r_d},$$

$$\mathrm{tg}\gamma_{\text{оп3}} = \frac{\left[\left(\tilde{L}_1\tilde{L}_2 - 2\tilde{L}_1\tilde{L}_3 + \tilde{L}_3\tilde{L}_4\right)\cos\sigma + r_d\left(\tilde{L}_2 - \tilde{L}_3 - \tilde{L}_1 + \tilde{L}_4\right)\right]\mathrm{tg}\sigma}{\left[\left(\tilde{L}_3\tilde{L}_4 - \tilde{L}_1\tilde{L}_2\right)\cos\sigma + r_d\left(\tilde{L}_3 + \tilde{L}_4 - \tilde{L}_1 - \tilde{L}_2\right)\right]}.$$

Выражения для сигнала, пропорционального опорному углу крена для трех вариантов решений:

$$\tilde{\gamma}_{\text{оп1}} = \mathrm{arctg}\left(\frac{\left[\left(2\tilde{L}_1\tilde{L}_3 - \tilde{L}_2\tilde{L}_3 - \tilde{L}_1\tilde{L}_4\right)\cos\sigma + r_d\left(\tilde{L}_1 - \tilde{L}_2 + \tilde{L}_3 - \tilde{L}_4\right)\right]\mathrm{tg}\sigma}{\left(\tilde{L}_2\tilde{L}_3 - \tilde{L}_1\tilde{L}_4\right)\cos\sigma + r_d\left(\tilde{L}_2 + \tilde{L}_3 - \tilde{L}_1 - \tilde{L}_4\right)}\right), \quad (2.47)$$

$$\tilde{\gamma}_{\text{оп2}} = \mathrm{arctg}\left(\frac{\left(\tilde{L}_4 - \tilde{L}_2\right)\sin\sigma}{\left(\tilde{L}_2 + \tilde{L}_4\right)\cos\sigma + 2r_d}\right), \quad (2.48)$$

$$\tilde{\gamma}_{\text{оп3}} = \mathrm{arctg}\left(\frac{\left[\left(\tilde{L}_1\tilde{L}_2 - 2\tilde{L}_1\tilde{L}_3 + \tilde{L}_3\tilde{L}_4\right)\cos\sigma + r_d\left(\tilde{L}_2 - \tilde{L}_3 - \tilde{L}_1 + \tilde{L}_4\right)\right]\mathrm{tg}\sigma}{\left(\tilde{L}_3\tilde{L}_4 - \tilde{L}_1\tilde{L}_2\right)\cos\sigma + r_d\left(\tilde{L}_3 + \tilde{L}_4 - \tilde{L}_1 - \tilde{L}_2\right)}\right). \quad (2.49)$$

Наиболее простое выражение для сигнала, пропорционального опорному углу крена, (2.48). Выбирается данный вариант как наиболее удачный для выполнения дальнейших выкладок.

7) Выражение для тангенса опорного угла тангажа:

$$\mathrm{tg}\vartheta_{\text{оп}} = \frac{\left(\tilde{L}_3 - \tilde{L}_1\right)\sin\sigma}{\left(\left(\tilde{L}_3 + \tilde{L}_1\right)\cos\sigma + 2r_d\right)}\cos\gamma, \quad (2.50)$$

где $\cos\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 + \mathrm{tg}^2\gamma_{\text{оп2}}}} = \dfrac{\left(\tilde{L}_2 + \tilde{L}_4\right)\cos\sigma + 2r_d}{\sqrt{\left[\left(\tilde{L}_2 + \tilde{L}_4\right)\cos\sigma + 2r_d\right]^2 + \left(\tilde{L}_4 - \tilde{L}_2\right)^2\sin^2\sigma}}.$

Подставив в формулу (2.50) выражение для косинуса угла крена, получим:

$$\mathrm{tg}\vartheta_{\text{дм}} = \frac{\left(\tilde{L}_3 - \tilde{L}_1\right)\left[\left(\tilde{L}_2 + \tilde{L}_4\right)\cos\sigma + 2r_d\right]\sin\sigma}{\left(\left(\tilde{L}_3 + \tilde{L}_1\right)\cos\sigma + 2r_d\right)\sqrt{\left[\left(\tilde{L}_2 + \tilde{L}_4\right)\cos\sigma + 2r_d\right]^2 + \left(\tilde{L}_4 - \tilde{L}_2\right)^2\sin^2\sigma}}. \quad (2.51)$$

Формула для сигнала, пропорционального опорному углу тангажа:

$$\tilde{\vartheta}_{\text{оп}} = \operatorname{arctg}\left(\frac{\left(\tilde{L}_3 - \tilde{L}_1\right)\left[\left(\tilde{L}_2 + \tilde{L}_4\right)\cos\sigma + 2r_d\right]\sin\sigma}{\left(\left(\tilde{L}_3 + \tilde{L}_1\right)\cos\sigma + 2r_d\right)\sqrt{\left[\left(\tilde{L}_2 + \tilde{L}_4\right)\cos\sigma + 2r_d\right]^2 + \left(\tilde{L}_4 - \tilde{L}_2\right)^2 \sin^2\sigma}} \right). \quad (2.52)$$

В частном случае при r_d=0 формулы (2.48), (2.52) примут вид:

$$\left.\begin{aligned} \tilde{\gamma}_{\text{оп}} &= \operatorname{arctg}\left(\frac{\left(\tilde{L}_4 - \tilde{L}_2\right)\operatorname{tg}\sigma}{\left(\tilde{L}_2 + \tilde{L}_4\right)} \right), \\ \tilde{\vartheta}_{\text{оп}} &= \operatorname{arctg}\left(\frac{\left(\tilde{L}_3 - \tilde{L}_1\right)\left(\tilde{L}_2 + \tilde{L}_4\right)\sin\sigma}{\left(\tilde{L}_3 + \tilde{L}_1\right)\sqrt{\left(\tilde{L}_2 + \tilde{L}_4\right)^2 \cos^2\sigma + \left(\tilde{L}_4 - \tilde{L}_2\right)^2 \sin^2\sigma}} \right). \end{aligned}\right\} \quad (2.53)$$

Частный случай r_d =0 означает, что точка отсчета расстояний до опорной поверхности A_d для всех ДМ одна и находится она на пересечении измерительных осей ДМ с осью O_cY_c. Если фактические точки отсчета O_{di} находятся на окружности радиуса r_d, то при вычислении опорных углов по формулам (2.53) каждый из сигналов $\tilde{L}_i, i \in 1,4$ есть сумма сигнала $\tilde{L}_i^*$, соответствующего расстоянию $L_i = O_{di}K_i$, измеренному ДМ$_i$, и сигнала $\delta\tilde{L}$, соответствующего расстоянию $A_dO_{di} = r_d/\cos\sigma$, одинаковому для всех ДМ:

$$\tilde{L}_i = \tilde{L}_i^* + \delta\tilde{L},\ i \in 1,4.$$

Полученные аналитические выражения опорных углов наклона блока ДПИ с использованием показаний трех и четырех дальномеров инвариантны к высоте движения блока ДПИ, которая является переменным параметром в процессе движения ПО.

2.7 Построение математической модели расстояния до опорной поверхности, плоскость которой имеет уклон по отношению к плоскости горизонта

Определение углов наклона блока ДПИ относительно опорной поверхности, выполненное при допущении, что плоскость опорной поверхности горизонтальна, является частным случаем. Если плоскость опорной поверхности имеет уклон

относительно плоскости горизонта, то углы $\tilde{\gamma}_{\text{оп}}$ и $\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}$, вычисленные дальномерной СУО, будут характеризовать углы наклона блока ДПИ относительно негоризонтальной опорной поверхности, что внесет дополнительную погрешность при вычислении углов ориентации блока ДПИ. Поэтому необходимо решить задачу определения углов наклона блока ДПИ относительно плоскости горизонта.

Для решения этой задачи с использованием теории однородных координат проективного пространства строится математическая модель расстояний, измеряемых ДМ, установленными на блоке ДПИ, до опорной поверхности, имеющей уклон относительно плоскости горизонта. Исходными данными для построения математической модели являются параметры кинематической модели движения ПО и геометрические параметры расположения опорной поверхности.

Расстояние L_i, измеряемое от места установки ДМ (от точек O_{di}) до точек K_i^* пересечения положительных полуосей X_{di} с плоскостью опорной поверхности определяется по формуле [61]:

$$L_i = \sqrt{\left(x_g^{K_i^*} - x_g^{O_{di}}\right)^2 + \left(y_g^{K_i^*} - y_g^{O_{di}}\right)^2 + \left(z_g^{K_i^*} - z_g^{O_{di}}\right)^2}, \qquad (2.54)$$

где $x_g^{K_i^*}$, $y_g^{K_i^*}$, $z_g^{K_i^*}$ – координаты точки K_i^* в системе $O_0X_gY_gZ_g$;

$x_g^{O_{di}}$, $y_g^{O_{di}}$, $z_g^{O_{di}}$ – координаты точки O_{di} в системе $O_0X_gY_gZ_g$.

Координаты точки K_i^* в нормальной земной системе координат $O_0X_gY_gZ_g$ определяются как координаты радиуса – вектора $\mathbf{R}_{O_0K_i^*} = \begin{bmatrix} x_{\text{g}}^{K_i^*} & y_{\text{g}}^{K_i^*} & z_{\text{g}}^{K_i^*} \end{bmatrix}^{\text{T}}$.

Координаты точки K_i^* в системе $O_0^*X_{\text{оп}}Y_{\text{оп}}Z_{\text{оп}}$: $\mathbf{R}_{O_0^*K_i^*} = \begin{bmatrix} x_{\text{оп}}^{K_i^*} & y_{\text{оп}}^{K_i^*} & z_{\text{оп}}^{K_i^*} \end{bmatrix}^T$.

Однородные координаты точки K_i^* в системе $O_0^*X_{\text{оп}}Y_{\text{оп}}Z_{\text{оп}}$ определяют вектор $\mathbf{r}_{O_0^*K_i^*} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{O_0^*K_i^*} \\ 1 \end{bmatrix}$. Для определения искомого вектора $\mathbf{r}_{O_0^*K_i^*} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{O_0^*K_i^*} \\ 1 \end{bmatrix}$ однородных координат точки K_i^* в системе $O_0^*X_{\text{оп}}Y_{\text{оп}}Z_{\text{оп}}$ используется формула преобразования координат (приложение Б):

$$\mathbf{r}_{O_0K_i^*} = \mathbf{M}_{g,g2} \cdot \mathbf{M}_{g2,\text{оп}} \cdot \mathbf{r}_{O_0^*K_i^*} = \mathbf{M}_{g,\text{оп}} \cdot \mathbf{r}_{O_0^*K_i^*}, \tag{2.55}$$

где $\mathbf{M}_{g,\text{оп}} = \mathbf{M}_{g,g2} \cdot \mathbf{M}_{g2,\text{оп}}$.

Выражение для матрицы $\mathbf{M}_{g,\text{оп}}$:

$$\mathbf{M}_{g,\text{оп}} = \mathbf{M}_{g,g2} \cdot \mathbf{M}_{g2,\text{оп}} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{R}_{O_0O_0^*} \\ \mathbf{G}_0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{g2,\text{оп}} & \mathbf{G}_0^{\text{т}} \\ \mathbf{G}_0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{g2,\text{оп}} & \mathbf{R}_{O_0O_0^*} \\ \mathbf{G}_0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.56}$$

При подстановке выражения (2.56) в формулу (2.55) получается:

$$\mathbf{r}_{O_0K_i^*} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{g2,\text{оп}} & \mathbf{R}_{O_0O_0^*} \\ \mathbf{G}_0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{O_0^*K_i^*} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{g2,\text{оп}}\mathbf{R}_{O_0^*K_i^*} + \mathbf{R}_{O_0O_0^*} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{O_0K_i^*} \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2.57}$$

Таким образом, координаты точки K_i^* в системе $O_0X_gY_gZ_g$ определяются формулой:

$$\begin{bmatrix} x_{\text{g}}^{K_i^*} \\ y_{\text{g}}^{K_i^*} \\ z_{\text{g}}^{K_i^*} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_{g2,\text{оп}}\mathbf{R}_{O_0^*K_i^*} + \mathbf{R}_{O_0O_0^*} = \mathbf{C}_{g2,\text{оп}} \cdot \begin{bmatrix} x_{\text{оп}}^{K_i^*} \\ y_{\text{оп}}^{K_i^*} \\ z_{\text{оп}}^{K_i^*} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ h_0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.58}$$

Координаты точки K_i^* в системе $O_0^*X_{\text{оп}}Y_{\text{оп}}Z_{\text{оп}}$ находятся из уравнения проекций прямой $\overline{O_{di}K_i}$, проходящей через точки O_{di}, K_i и K_i^* (рисунок 2.4).

Уравнения проекций прямой $\overline{O_{di}K_i}$ [61]:

$$\left.\begin{aligned} y &= y_{\text{оп}}^{O_{di}} + \frac{y_{\text{оп}}^{K_i} - y_{\text{оп}}^{O_{di}}}{x_{\text{оп}}^{K_i} - x_{\text{оп}}^{O_{di}}}\left(x - x_{\text{оп}}^{O_{di}}\right), \\ y &= y_{\text{оп}}^{O_{di}} + \frac{y_{\text{оп}}^{K_i} - y_{\text{оп}}^{O_{di}}}{z_{\text{оп}}^{K_i} - z_{\text{оп}}^{O_{di}}}\left(z - z_{\text{оп}}^{O_{di}}\right), \end{aligned}\right\} \tag{2.59}$$

где $x_{\text{оп}}^{O_{di}}$, $y_{\text{оп}}^{O_{di}}$, $z_{\text{оп}}^{O_{di}}$ – координаты точки O_{di} в системе $O_0^*X_{\text{оп}}Y_{\text{оп}}Z_{\text{оп}}$;

$x_{\text{оп}}^{K_i}$, $y_{\text{оп}}^{K_i}$, $z_{\text{оп}}^{K_i}$ – координаты точки K_i в системе $O_0^*X_{\text{оп}}Y_{\text{оп}}Z_{\text{оп}}$.

Так как точка K_i^* принадлежит плоскости $X_{\text{оп}}O_0^*Z_{\text{оп}}$, то ее ордината $y_{\text{оп}}^{K_i^*}$ равна нулю. При подстановке в уравнения (2.59) значения переменной y=0 получаются остальные координаты точки K_i^*.

$$\left.\begin{aligned} x_{\text{оп}}^{K_i^*} &= x_{\text{оп}}^{O_{di}} - \frac{x_{\text{оп}}^{K_i} - x_{\text{оп}}^{O_{di}}}{y_{\text{оп}}^{K_i} - y_{\text{оп}}^{O_{di}}} y_{\text{оп}}^{O_{di}}, \\ z_{\text{оп}}^{K_i^*} &= z_{\text{оп}}^{O_{di}} - \frac{z_{\text{оп}}^{K_i} - z_{\text{оп}}^{O_{di}}}{y_{\text{оп}}^{K_i} - y_{\text{оп}}^{O_{di}}} y_{\text{оп}}^{O_{di}}. \end{aligned}\right\} \qquad (2.60)$$

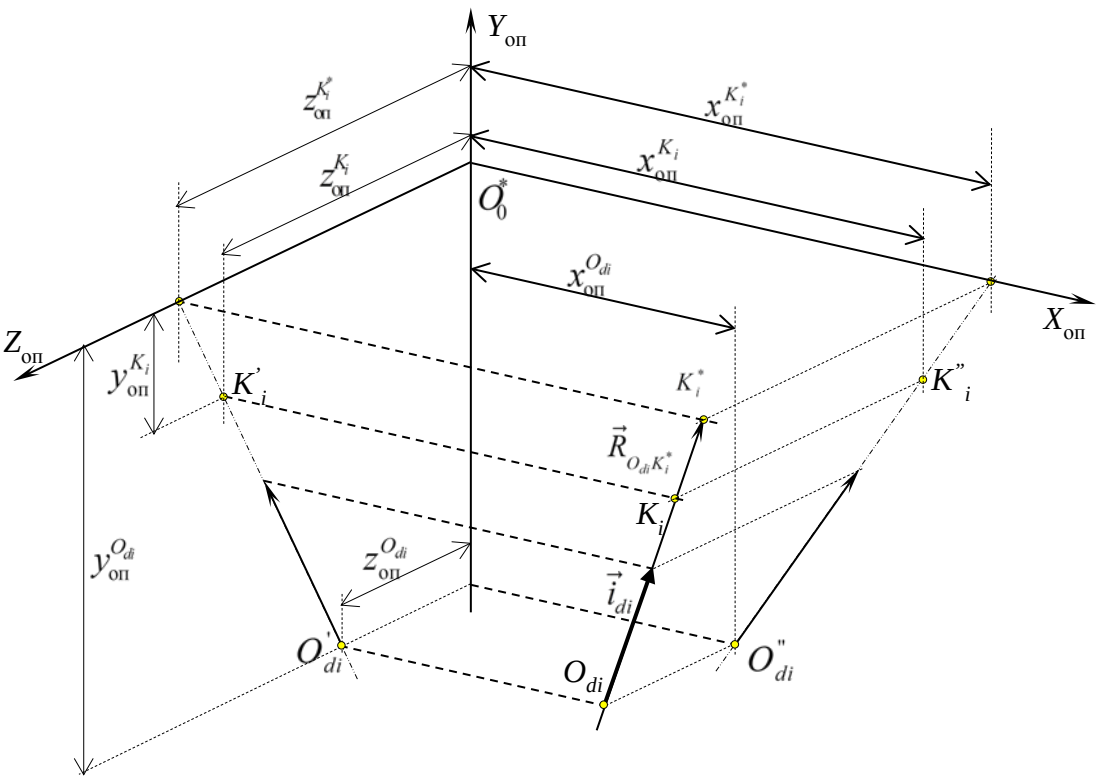


Рисунок 2.4 - Проекции орта $\vec{i}_{di}$ измерительной оси i – того ДМ на координатные плоскости системы координат, связанной с опорной поверхностью

Координаты точек O_{di} и K_i в системе координат $O_0^* X_{\text{оп}} Y_{\text{оп}} Z_{\text{оп}}$ находятся аналогично по схеме (приложение Б):

$$O_0^* X_{\text{оп}} Y_{\text{оп}} Z_{\text{оп}} \frac{(1,3)\mathbf{M}_{\text{оп},g2}}{-\lambda_x, -\lambda_z} O_0^* X_{g2} Y_{g2} Z_{g2} \frac{(p)\mathbf{M}_{g2,g}}{-\mathbf{R}_{O_0 O_0^*}} O_0 X_g Y_g Z_g ,$$

$$\mathbf{r}_{O_0^* K_i} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{O_0^* K_i} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{\text{оп},g2} \cdot \mathbf{M}_{g2,g} \cdot \mathbf{r}_{O_0 K_i} = \mathbf{M}_{\text{оп},g} \cdot \mathbf{r}_{O_0 K_i} = \mathbf{M}_{\text{оп},g} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{O_0 K_i} \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{r}_{O_0^* O_{di}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{O_0^* O_{di}} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{\text{оп},g} \cdot \mathbf{r}_{O_0 O_{di}} = \mathbf{M}_{\text{оп},g} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{O_0 O_{di}} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{\text{оп},g2} \left(\mathbf{R}_{O_0 O_{di}} - \mathbf{R}_{O_0 O_0^*} \right) \\ 1 \end{bmatrix}$$

где $\mathbf{M}_{\text{оп},g} = \mathbf{M}_{\text{оп},g2} \cdot \mathbf{M}_{g2,g}$.

Выражение для матрицы $\mathbf{M}_{\text{оп},g}$:

$$\mathbf{M}_{\text{оп},g} = \mathbf{M}_{\text{оп},g2} \cdot \mathbf{M}_{g2,g} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{\text{оп},g2} & \mathbf{G}_0^{\text{т}} \\ \mathbf{G}_0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{E} & -\mathbf{R}_{O_0O_0^*} \\ \mathbf{G}_0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{\text{оп},g2} & -\mathbf{C}_{\text{оп},g2}\mathbf{R}_{O_0O_0^*} \\ \mathbf{G}_0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

Координаты точки K_i в системе координат $O_0^* X_{\text{оп}} Y_{\text{оп}} Z_{\text{оп}}$:

$$\begin{bmatrix} x_{\text{оп}}^{K_i} \\ y_{\text{оп}}^{K_i} \\ z_{\text{оп}}^{K_i} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_{\text{оп},g2} \cdot \begin{bmatrix} x_{\text{g}}^{K_i} \\ 0 \\ z_{\text{g}}^{K_i} \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

Координаты точки O_{di} в системе координат $O_0^* X_{\text{оп}} Y_{\text{оп}} Z_{\text{оп}}$:

$$\begin{bmatrix} x_{\text{оп}}^{O_{di}} \\ y_{\text{оп}}^{O_{di}} \\ z_{\text{оп}}^{O_{di}} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_{\text{оп},g2} \cdot \begin{bmatrix} x_g^{O_{di}} \\ -\left(h_0 - y_g^{O_{di}}\right) \\ z_g^{O_{di}} \end{bmatrix}. \quad (2.63)$$

Координаты точек K_i и O_{di} в нормальной земной системе координат определены в разделе 2.4 (формулы (2.11) и (2.6)).

2.8 Построение алгоритма определения углов уклона опорной поверхности относительно плоскости горизонта

Задача определения углов уклона опорной поверхности относительно плоскости горизонта решается с использованием теории однородных координат проективного пространства. Исходными данными для решения задачи является информация с акселерометров блока ДПИ и информация с дальномерной СУО (опорные углы наклона блока ДПИ относительно горизонтальной опорной поверхности).

Матрицы вращения $\mathbf{C}_{\text{оп},c} = \mathbf{C}_{\text{оп},g2}\mathbf{C}_{g2,g}\mathbf{C}_{g,g1}\mathbf{C}_{g1,c} = \mathbf{C}_{\text{оп},g1}\mathbf{C}_{g1,c}$ и $\mathbf{C}_{\text{оп1,с}}$ определяют угловую связь между одними и теми же системами – системой $O_{\text{с}}X_{\text{с}}Y_{\text{с}}Z_{\text{с}}$, связанной с блоком ДПИ, и системой $O_0^* X_{\text{оп}} Y_{\text{оп}} Z_{\text{оп}}$, связанной с опорной поверхностью, поэтому направляющие косинусы матриц $\mathbf{C}_{\text{оп},c}$ и $\mathbf{C}_{\text{оп1,с}}$ должны совпадать.

При приравнивании $c_{ij}^{\text{оп},c} = c_{ij}^{\text{оп}1,c}$, $i \in 1, j \in 1,3$, получается система линейных алгебраических уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
&\cos\lambda_z \cos\vartheta \cos\psi + \sin\lambda_z \sin\vartheta - \cos\vartheta_{\text{оп}} \cos\psi_{\text{оп}} = 0,\\
&\cos\lambda_z \left(\sin\gamma \sin\psi - \cos\gamma \cos\psi \sin\vartheta\right) + \sin\lambda_z \cos\gamma \cos\vartheta +\\
&+\cos\gamma_{\text{оп}} \sin\vartheta_{\text{оп}} \cos\psi_{\text{оп}} = \sin\gamma_{\text{оп}} \sin\psi_{\text{оп}},\\
&\cos\lambda_z \left(\cos\gamma \sin\psi + \cos\psi \sin\gamma \sin\vartheta\right) - \sin\lambda_z \cos\vartheta \sin\gamma -\\
&-\cos\psi_{\text{оп}} \sin\gamma_{\text{оп}} \sin\vartheta_{\text{оп}} = \cos\gamma_{\text{оп}} \sin\psi_{\text{оп}}.
\end{aligned}\right\} \qquad (2.64)$$

Система (2.64) решается методом Крамера [61] относительно переменных $\cos\lambda_z$, $\sin\lambda_z$, $\cos\psi_{\text{оп}}$.

Общий определитель системы (2.64):

$$D_z = \sin\vartheta_{\text{оп}} \left[\cos\psi \sin\left(\gamma - \gamma_{\text{оп}}\right) + \sin\psi \cos\left(\gamma - \gamma_{\text{оп}}\right) \sin\vartheta\right] + \cos\vartheta_{\text{оп}} \cos\vartheta \sin\psi. \qquad (2.65)$$

Частный определитель системы (2.64) по переменной $\cos\lambda_z$:

$$D_{cz} = \left[\sin\vartheta \sin\vartheta_{\text{оп}} + \cos\vartheta_{\text{оп}} \cos\vartheta \cos\left(\gamma - \gamma_{\text{оп}}\right)\right] \sin\psi_{\text{оп}}. \qquad (2.66)$$

Частный определитель системы (2.64) по переменной $\sin\lambda_z$:

$$\begin{aligned}
D_{sz} = &\cos\vartheta_{\text{оп}} \left[\cos\psi \sin\vartheta \cos\left(\gamma - \gamma_{\text{оп}}\right) - \sin\psi \sin\left(\gamma - \gamma_{\text{оп}}\right)\right] \sin\psi_{\text{оп}} -\\
&-\cos\vartheta \cos\psi \sin\vartheta_{\text{оп}} \sin\psi_{\text{оп}}.
\end{aligned} \qquad (2.67)$$

Частный определитель системы (2.64) по переменной $\cos\psi_{\text{оп}}$:

$$D_{c\psi} = \left[\cos\left(\gamma - \gamma_{\text{оп}}\right) \cos\psi - \sin\left(\gamma - \gamma_{\text{оп}}\right) \sin\psi \sin\vartheta\right] \sin\psi_{\text{оп}}. \qquad (2.68)$$

Решение уравнений (2.64):

$$\left.\begin{aligned}
&\cos\lambda_z = \frac{D_{cz}^{\sin\psi_{\text{оп}}}}{D_z} \sin\psi_{\text{оп}}, \quad \sin\lambda_z = \frac{D_{sz}^{\sin\psi_{\text{оп}}}}{D_z} \sin\psi_{\text{оп}}, \quad \cos\psi_{\text{оп}} = \frac{D_{c\psi}^{\sin\psi_{\text{оп}}}}{D_z} \sin\psi_{\text{оп}},\\
&\operatorname{tg}\lambda_z = \frac{D_{sz}^{\sin\psi_{\text{оп}}}}{D_{cz}^{\sin\psi_{\text{оп}}}}, \qquad \operatorname{tg}\psi_{\text{оп}} = \frac{D_z}{D_{c\psi}^{\sin\psi_{\text{оп}}}},
\end{aligned}\right\} \qquad (2.69)$$

где $D_{cz}^{\sin\psi_{\text{оп}}}$, $D_{sz}^{\sin\psi_{\text{оп}}}$, $D_{c\psi}^{\sin\psi_{\text{оп}}}$ – частные производные определителей D_{cz}, D_{sz}, $D_{c\psi}$ по переменной $\sin\psi_{\text{оп}}$:

$$\left.\begin{aligned}
&D_{cz}^{\sin\psi_{\text{оп}}} = \sin\vartheta\sin\vartheta_{\text{оп}} + \cos\vartheta_{\text{оп}}\cos\vartheta\cos\left(\gamma-\gamma_{\text{оп}}\right),\\
&D_{sz}^{\sin\psi_{\text{оп}}} = \cos\vartheta_{\text{оп}}\left[\cos\psi\sin\vartheta\cos\left(\gamma-\gamma_{\text{оп}}\right)-\sin\psi\sin\left(\gamma-\gamma_{\text{оп}}\right)\right]-\\
&-\cos\vartheta\cos\psi\sin\vartheta_{\text{оп}},\\
&D_{c\psi}^{\sin\psi_{\text{оп}}} = \cos\left(\gamma-\gamma_{\text{оп}}\right)\cos\psi-\sin\left(\gamma-\gamma_{\text{оп}}\right)\sin\psi\sin\vartheta.
\end{aligned}\right\} \tag{2.70}$$

Формулы для вычисления углов λ_z, $\psi_{\text{оп}}$:

$$\lambda_z = \operatorname{arctg}\left(\frac{D_{sz}^{\sin\psi_{\text{оп}}}}{D_{cz}^{\sin\psi_{\text{оп}}}}\right), \qquad \psi_{\text{оп}} = \operatorname{arctg}\left(\frac{D_z}{D_{c\psi}^{\sin\psi_{\text{оп}}}}\right). \tag{2.71}$$

При приравнивании $c_{ij}^{\text{оп},c} = c_{ij}^{\text{оп}1,c}$, $i \in 2, j \in 1,2$, получается система линейных алгебраических уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
&\cos\lambda_x\left(\cos\lambda_z\sin\vartheta-\sin\lambda_z\cos\vartheta\cos\psi\right)-\sin\lambda_x\cos\vartheta\sin\psi=\sin\vartheta_{\text{оп}},\\
&\cos\lambda_x\left(\cos\lambda_z\cos\gamma\cos\vartheta-\sin\lambda_z\left(\sin\gamma\sin\psi-\cos\gamma\cos\psi\sin\vartheta\right)\right)+\\
&+\sin\lambda_x\left(\cos\psi\sin\gamma+\cos\gamma\sin\psi\sin\vartheta\right)=\cos\gamma_{\text{оп}}\cos\vartheta_{\text{оп}}.
\end{aligned}\right\} \tag{2.72}$$

Система (2.72) решается методом Крамера [61] относительно переменных $\cos\lambda_x$, $\sin\lambda_x$.

Общий определитель системы (2.72):

$$D_x = \cos\lambda_z\left(\sin\vartheta\cos\psi\sin\gamma+\cos\gamma\sin\psi\right)-\sin\lambda_z\cos\vartheta\sin\gamma. \tag{2.73}$$

Частный определитель системы (2.72) по переменной $\cos\lambda_x$:

$$D_{cx} = \sin\vartheta_{\text{оп}}\left(\cos\psi\sin\gamma+\cos\gamma\sin\psi\sin\vartheta\right)+\cos\gamma_{\text{оп}}\cos\vartheta_{\text{оп}}\cos\vartheta\sin\psi. \tag{2.74}$$

Частный определитель системы (2.72) по переменной $\sin\lambda_x$:

$$\begin{aligned}
&D_{sx} = \cos\lambda_z\left(\sin\vartheta\cos\gamma_{\text{оп}}\cos\vartheta_{\text{оп}}-\cos\gamma\cos\vartheta\sin\vartheta_{\text{оп}}\right)+\\
&+\sin\lambda_z\left[\sin\vartheta_{\text{оп}}\left(\sin\gamma\sin\psi-\cos\gamma\cos\psi\sin\vartheta\right)-\cos\vartheta\cos\psi\cos\gamma_{\text{оп}}\cos\vartheta_{\text{оп}}\right].
\end{aligned} \tag{2.75}$$

Функции $\cos\lambda_z$, $\sin\lambda_z$ с учетом решения (2.71) выражаются через $\operatorname{tg}\lambda_z$:

$$\left.\begin{aligned}
&\cos\lambda_z = \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\lambda_z}} = \frac{D_{cz}^{\sin\psi_{\text{оп}}}}{\sqrt{\left(D_{cz}^{\sin\psi_{\text{оп}}}\right)^2+\left(D_{sz}^{\sin\psi_{\text{оп}}}\right)^2}},\\
&\sin\lambda_z = \frac{\operatorname{tg}\lambda_z}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\lambda_z}} = \frac{D_{sz}^{\sin\psi_{\text{оп}}}}{\sqrt{\left(D_{cz}^{\sin\psi_{\text{оп}}}\right)^2+\left(D_{sz}^{\sin\psi_{\text{оп}}}\right)^2}}.
\end{aligned}\right\} \tag{2.76}$$

Выражения для определителей D_x, D_{sx} с учетом формул (2.76):

$$D_x = \frac{D_{cz}^{\sin\psi_{оп}}\left(\sin\vartheta\cos\psi\sin\gamma + \cos\gamma\sin\psi\right) - D_{sz}^{\sin\psi_{оп}}\cos\vartheta\sin\gamma}{\sqrt{\left(D_{cz}^{\sin\psi_{оп}}\right)^2 + \left(D_{sz}^{\sin\psi_{оп}}\right)^2}}\ , \qquad (2.77)$$

$$D_{sx} = \frac{1}{\sqrt{\left(D_{cz}^{\sin\psi_{оп}}\right)^2 + \left(D_{sz}^{\sin\psi_{оп}}\right)^2}}\left\{D_{cz}^{\sin\psi_{оп}}\left(\sin\vartheta\cos\gamma_{оп}\cos\vartheta_{оп} - \cos\gamma\cos\vartheta\sin\vartheta_{оп}\right) + \right.$$
$$\left. + D_{sz}^{\sin\psi_{оп}}\left[\sin\vartheta_{оп}\left(\sin\gamma\sin\psi - \cos\gamma\cos\psi\sin\vartheta\right) - \cos\vartheta\cos\psi\cos\gamma_{оп}\cos\vartheta_{оп}\right]\right\} \qquad (2.78)$$

Решение уравнений (2.72):

$$\cos\lambda_x = \frac{D_{cx}}{D_x}, \qquad \sin\lambda_x = \frac{D_{sx}}{D_x}, \qquad \mathrm{tg}\lambda_x = \frac{D_{sx}}{D_{cx}}. \qquad (2.79)$$

Угол уклона λ_x вычисляется по формуле

$$\lambda_x = \mathrm{arctg}\left(\frac{D_{sx}}{D_{cx}}\right). \qquad (2.80)$$

Углы уклона опорной поверхности λ_z, λ_x вычисляются с целью коррекции выходных сигналов дальномерной СУО в контрольных точках маршрута ПО за короткие промежутки времени, когда блок ДПИ находится в неподвижном положении. Для вычисления углов уклона по формулам (2.71), (2.80) необходима исходная информация об истинном значении углов ориентации блока ДПИ γ, ϑ, ψ относительно нормальной системы координат $O_0X_gY_gZ_g$ и информация об углах наклона блока ДПИ $\gamma_{оп}$, $\vartheta_{оп}$ относительно опорной поверхности.

Углы ориентации блока ДПИ относительно плоскости горизонта γ и ϑ определяются по показаниям акселерометров [3] в ВУУ (рисунок 2.1), когда ПО с блоком ДПИ остается неподвижным в течение нескольких секунд, и оформляются в виде нормированных сигналов, которые обозначим символами $\tilde{\gamma}_a, \tilde{\vartheta}_a$ Угол рысканья ψ относительно нормальной земной системы координат $O_0X_gY_gZ_g$ вычисляется в соответствии с алгоритмом инерциального счисления пути [3] и формируется на выходе вычислителя ВУ1 (рисунок 2.1) в виде нормированного сигнала $\tilde{\psi}_{ин}$.

Дальномерная СУО формирует на выходе нормированные значения углов наклона блока ДПИ относительно опорной поверхности $\tilde{\gamma}_{\text{оп}}$, $\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}$, вычисляемые по формулам, полученным в разделе 2.5.

Таким образом, при подстановке нормированных значений сигналов $\tilde{\gamma}_a$, $\tilde{\vartheta}_a$, $\tilde{\psi}_{\text{ин}}$, $\tilde{\gamma}_{\text{оп}}$, $\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}$ вместо соответствующих углов в формулы (2.71), (2.80):

$$\gamma=\tilde{\gamma}_a,\ \vartheta=\tilde{\vartheta}_a,\ \psi=\tilde{\psi}_{\text{ин}},\ \gamma_{\text{оп}}=\tilde{\gamma}_{\text{оп}},\ \vartheta_{\text{оп}}=\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}$$

на выходе блока ВУУ в соответствии с формулами (2.71), (2.80) формируются нормированные сигналы $\tilde{\lambda}_z$, $\tilde{\lambda}_x$.

Блок-схема алгоритма определения углов уклона опорной поверхности относительно плоскости горизонта приведена на рисунке 2.5.

2.9 Построение алгоритма определения углов наклона блока датчиков первичной информации относительно плоскости горизонта

Исходными данными для решения задачи определения углов наклона блока ДПИ относительно плоскости горизонта с учетом негоризонтальности опорной поверхности являются:

- нормированные сигналы на выходе ВУУ негоризонтальности опорной поверхности $\tilde{\lambda}_z$, $\tilde{\lambda}_x$;

- нормированные сигналы на выходе вычислителя дальномерной СУО $\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}$, $\tilde{\gamma}_{\text{оп}}$, представляющие собой опорные углы блока ДПИ относительно негоризонтальной опорной поверхности.

2.9.1 Определение угла тангажа относительно плоскости горизонта

Определение угла тангажа относительно плоскости горизонта осуществляется путем решения уравнения $c_{ij}^{\text{оп},c}=c_{ij}^{\text{оп1},c}$ при i=1, j=1 с учетом исходных данных $\tilde{\lambda}_z$, $\tilde{\lambda}_x$, $\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}$, $\tilde{\gamma}_{\text{оп}}$.

$$\cos\tilde{\lambda}_z\cos\tilde{\lambda}_x\operatorname{tg}\vartheta-\left(\cos\tilde{\psi}_{\text{ин}}\sin\tilde{\lambda}_z\cos\tilde{\lambda}_x+\sin\tilde{\lambda}_x\sin\tilde{\psi}_{\text{ин}}\right)=\frac{\sin\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}}{\cos\vartheta}. \qquad (2.81)$$

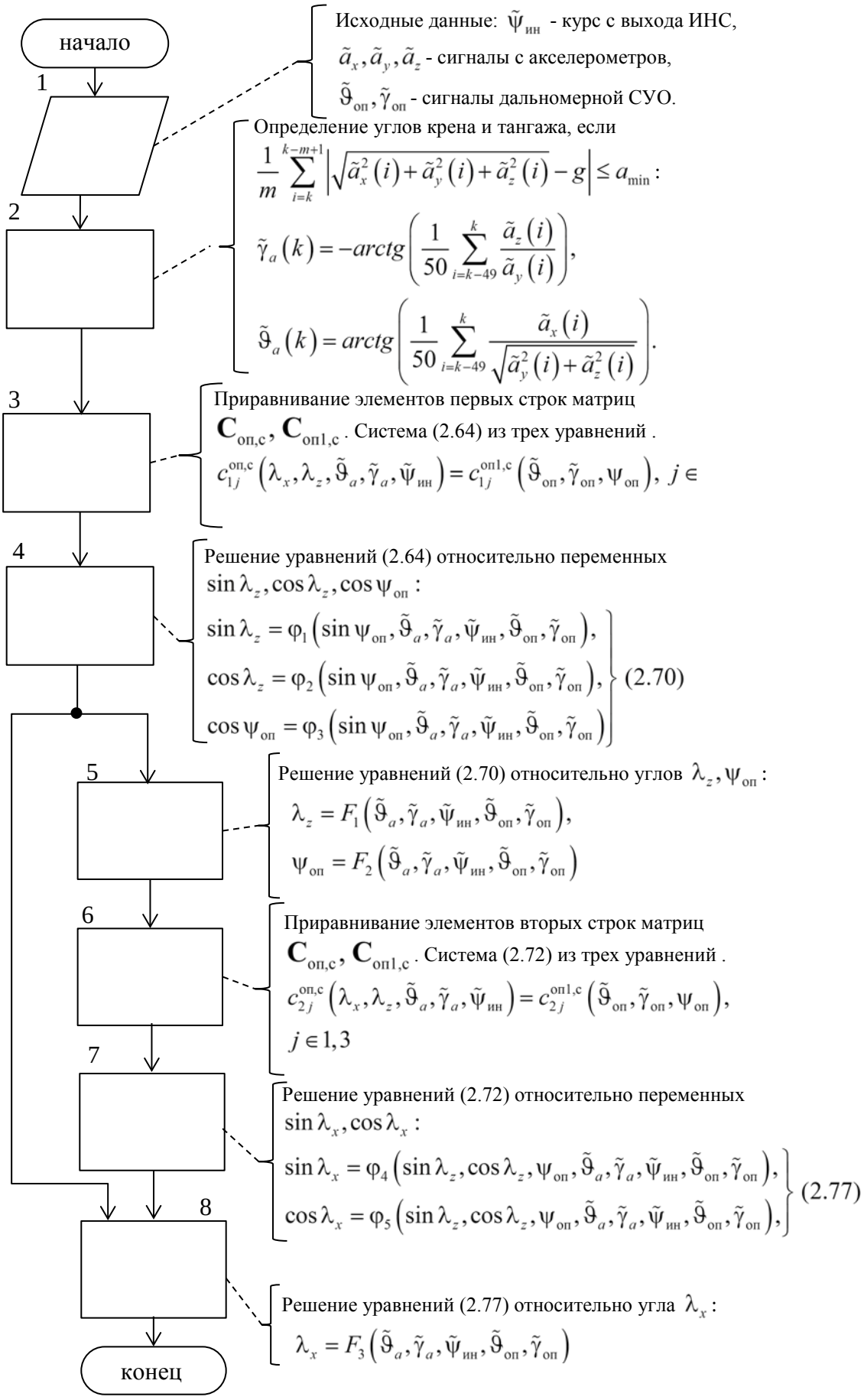


Рисунок 2.5 – Блок-схема алгоритма определения углов уклона опорной поверхности относительно плоскости горизонта

Вводятся обозначения:

$$\left.\begin{aligned} &A = \cos\tilde{\lambda}_z \cos\tilde{\lambda}_x, \\ &B = \left(\cos\tilde{\psi}_{\text{ин}} \sin\tilde{\lambda}_z \cos\tilde{\lambda}_x + \sin\tilde{\lambda}_x \sin\tilde{\psi}_{\text{ин}}\right), \\ &C = \sin\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}. \end{aligned}\right\}. \tag{2.82}$$

При подстановке в уравнение (2.81) выражений (2.82) и формулы $\frac{1}{\cos\vartheta} = \sqrt{1+\text{tg}^2\vartheta}$ получается уравнение

$$A\text{tg}\vartheta - B = C\sqrt{1+\text{tg}^2\vartheta}. \tag{2.83}$$

При возведении уравнения (2.83) в квадрат получается

$$\left(A^2 - C^2\right)\text{tg}^2\vartheta - 2AB\text{tg}\vartheta + B^2 - C^2 = 0. \tag{2.84}$$

Решение уравнения (2.84):

$$\text{tg}\vartheta_{1,2} = \frac{AB \pm C\sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{\left(A^2 - C^2\right)}. \tag{2.85}$$

При $\tilde{\lambda}_z = \tilde{\lambda}_x = 0$: $A = 1,\ B = 0, C = \sin\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}$, $\vartheta = \tilde{\vartheta}_{\text{оп}}$, а формула (2.85) принимает вид:

$$\text{tg}\vartheta_{1,2} = \frac{\pm\sin\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}\sqrt{1-\sin^2\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}}}{1-\sin^2\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}} = \frac{\pm\sin\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}}{\cos\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}} = \pm\text{tg}\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}. \tag{2.86}$$

Так как формула (2.86) есть тождество, в решении (2.85) перед квадратным корнем выбирается знак плюс.

Окончательно получается:

$$\text{tg}\vartheta = \frac{AB + C\sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{\left(A^2 - C^2\right)}. \tag{2.87}$$

Сигнал угла тангажа $\tilde{\vartheta}_{\text{ДМ}}$ на выходе вычислителя дальномерной СУО:

$$\tilde{\vartheta}_{\text{дм}} = \text{arctg}\left(\frac{AB + C\sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{\left(A^2 - C^2\right)}\right). \tag{2.88}$$

2.9.2 Определение угла крена относительно плоскости горизонта

Определение угла крена относительно плоскости горизонта осуществляется путем решения уравнения $c_{ij}^{\text{оп},c} = c_{ij}^{\text{оп}1,c}$ при i=2, j=2 с учетом исходных данных $\tilde{\lambda}_z$, $\tilde{\lambda}_x$, $\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}$, $\tilde{\gamma}_{\text{оп}}$, $\tilde{\vartheta}_{\text{дм}}$.

$$\begin{aligned}&\left(\cos\lambda_z\cos\lambda_x\cos\gamma\cos\tilde{\vartheta}_{\text{дм}} - \sin\lambda_z\cos\lambda_x\left(\sin\gamma\sin\tilde{\psi}_{\text{ин}} - \cos\gamma\cos\tilde{\psi}_{\text{ин}}\sin\tilde{\vartheta}_{\text{дм}}\right)\right) + \\ &+\sin\lambda_x\left(\cos\tilde{\psi}_{\text{ин}}\sin\gamma + \cos\gamma\sin\tilde{\psi}_{\text{ин}}\sin\tilde{\vartheta}_{\text{дм}}\right) = \cos\tilde{\gamma}_{\text{оп}}\cos\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}.\end{aligned} \tag{2.89}$$

Вводятся обозначения:

$$\left.\begin{aligned}&P = \cos\tilde{\psi}_{\text{ин}}\sin\tilde{\lambda}_x - \sin\tilde{\lambda}_z\cos\tilde{\lambda}_x\sin\tilde{\psi}_{\text{ин}},\\ &Q = \cos\tilde{\lambda}_z\cos\tilde{\lambda}_x\cos\tilde{\vartheta}_{\text{дм}} + \left(\sin\tilde{\lambda}_z\cos\tilde{\lambda}_x\cos\tilde{\psi}_{\text{ин}} + \sin\tilde{\lambda}_x\sin\tilde{\psi}_{\text{ин}}\right)\sin\tilde{\vartheta}_{\text{дм}},\\ &R = \cos\tilde{\gamma}_{\text{оп}}\cos\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}.\end{aligned}\right\} \tag{2.90}$$

При подстановке в уравнение (2.89) выражений (2.90) и формулы $\dfrac{1}{\cos\gamma} = \sqrt{1+\text{tg}^2\gamma}$ получается

$$P\text{tg}\gamma + Q = R\sqrt{1+\text{tg}^2\gamma}\,. \tag{2.91}$$

При возведении уравнения (2.91) в квадрат получается

$$\left(P^2 - R^2\right)\text{tg}^2\gamma + 2PQ\text{tg}\gamma + Q^2 - R^2 = 0\,. \tag{2.92}$$

Решение уравнения (2.92):

$$\text{tg}\gamma_{1,2} = \frac{-PQ \pm R\sqrt{P^2+Q^2-R^2}}{\left(P^2-R^2\right)}\,. \tag{2.93}$$

При $\tilde{\lambda}_z = \tilde{\lambda}_x = 0$ выражения (2.90) примут вид

$$P = 0,\;\; Q = \cos\tilde{\vartheta}_{\text{дм}},\;\; R = \cos\tilde{\gamma}_{\text{оп}}\cos\tilde{\vartheta}_{\text{дм}}\,.$$

Формула (2.93) с учетом $\gamma = \tilde{\gamma}_{\text{оп}}$ станет тождеством:

$$\text{tg}\gamma = \frac{\pm\cos\tilde{\gamma}_{\text{оп}}\cos\tilde{\vartheta}_{\text{дм}}\sqrt{\cos^2\tilde{\vartheta}_{\text{дм}}\left(1-\cos^2\tilde{\gamma}_{\text{оп}}\right)}}{-\cos^2\tilde{\gamma}_{\text{оп}}\cos^2\tilde{\vartheta}_{\text{дм}}} = \frac{\pm\sin\tilde{\gamma}_{\text{оп}}}{-\cos\tilde{\gamma}_{\text{оп}}} = \mp\text{tg}\tilde{\gamma}_{\text{оп}}. \tag{2.94}$$

На основании (2.94) в решении (2.93) перед корнем выбирается знак минус.

Окончательно получается:

$$\mathrm{tg}\gamma = \frac{-PQ - R\sqrt{P^2 + Q^2 - R^2}}{\left(P^2 - R^2\right)}. \qquad (2.95)$$

Сигнал угла крена $\tilde{\gamma}_{\text{дм}}$ на выходе вычислителя дальномерной СУО:

$$\tilde{\gamma}_{\text{дм}} = \mathrm{arctg}\left(\frac{-PQ - R\sqrt{P^2 + Q^2 - R^2}}{\left(P^2 - R^2\right)}\right). \qquad (2.96)$$

Таким образом, получен алгоритм определения углов наклона блока датчиков первичной информации относительно плоскости горизонта, блок-схема которого приведена на рисунке 2.6.

ВЫВОДЫ

1. На основе теории однородных координат проективного пространства построены математические модели расстояний, измеряемых *i*-тым ДМ до опорной плоскости, которая горизонтальна или имеет уклон относительно плоскости горизонта.

2. Разработан способ определения углов наклона блока ДПИ относительно опорной поверхности на основе ДМ, позволяющий определить углы наклона без накопления погрешности по времени. На данный способ получен патент РФ на изобретение №2646941 [62].

3. Разработан алгоритм определения углов наклона блока ДПИ относительно опорной поверхности с учетом количества ДМ и их расположения на блоке ДПИ.

4. Разработан алгоритм определения углов наклона блока ДПИ относительно плоскости горизонта без накопления погрешности измерения, который позволяет применить его для общего случая, когда плоскость опорной поверхности имеет уклон относительно плоскости горизонта.

5. Достоинством разработанных алгоритмов является инвариантность к высоте движения блока ДПИ, которая является переменным параметром в процессе движения ПО.

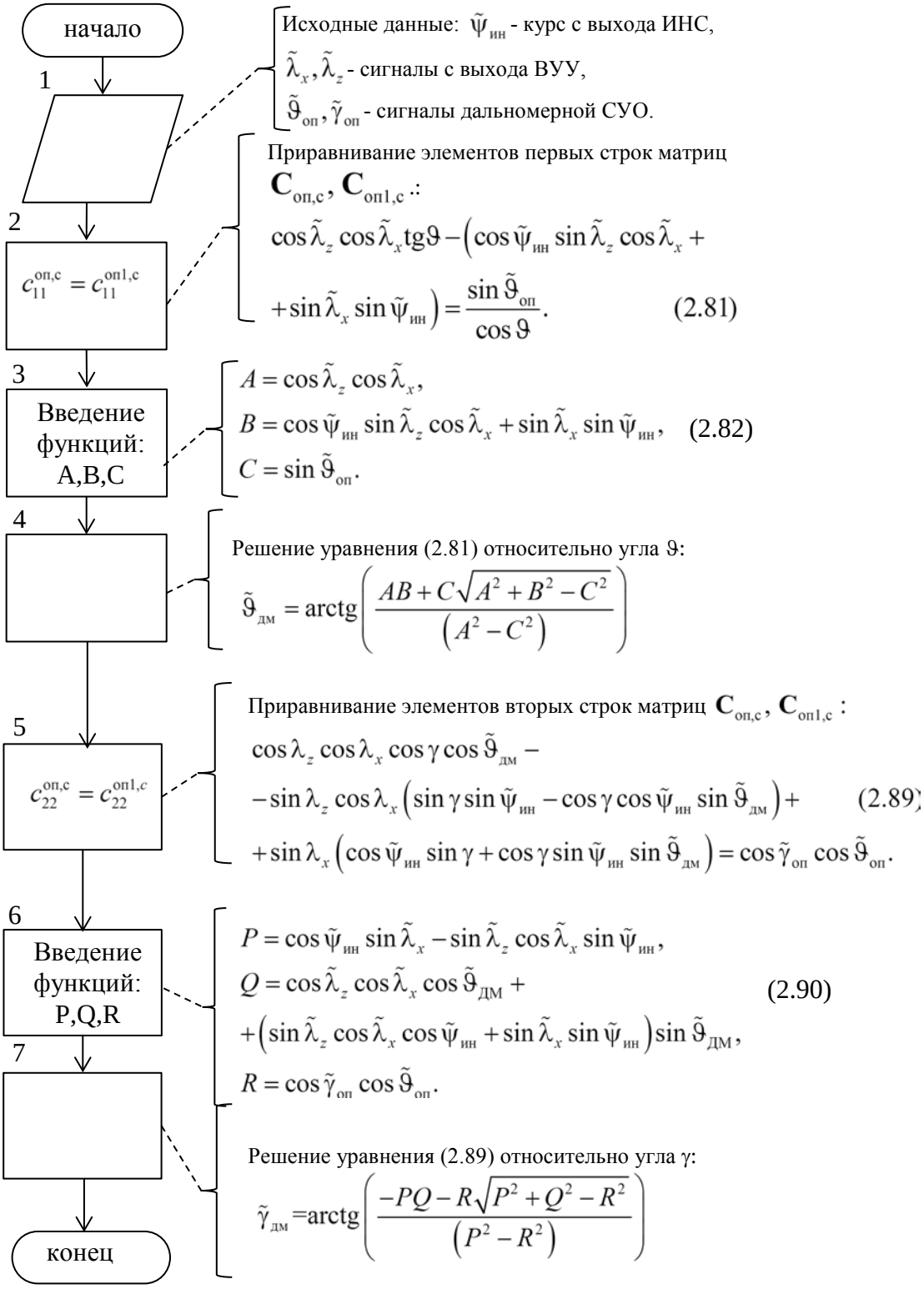


Рисунок 2.6 – Блок-схема алгоритма определения углов наклона блока ДПИ относительно плоскости горизонта

Глава 3. ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УГЛОВ НАКЛОНА БЛОКА ДАТЧИКОВ ПЕРВИЧНОЙ ИНФОРМАЦИИ ОТНОСИТЕЛЬНО ОПОРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

3.1 Постановка задачи

По сравнению с погрешностями ДМ и методическими погрешностями алгоритма основной вклад в погрешность определения углов наклона блока ДПИ вносят инструментальные погрешности установки ДМ [63]. В данной главе рассматривается влияние отклонения геометрических характеристик кинематической схемы установки системы ДМ на платформе блока ДПИ от их номинальных значений на погрешность определения углов наклона блока ДПИ.

Положение i - того ДМ в системе координат, связанной с блоком ДПИ, определяется пятью независимыми параметрами: координатами y_{di}, r_{di}, ν_i центра O_{di}, являющегося началом отсчета расстояния до ОПВ или ОПН, и углами μ_i, σ_i поворота системы координат, связанной с i - тым ДМ. В принятой схеме установки ДМ (п. 2.5.2 главы 2) номинальные значения координат $y_{di}^{\text{ном}} = y_d$, $r_{di}^{\text{ном}} = r_d$, $\sigma_i^{\text{ном}} = \sigma$ одинаковы для всех ДМ, а номинальные значения углов $\nu_i^{\text{ном}} = \nu_i^*$, $\mu_i^{\text{ном}} = \mu_i^*$ индивидуальны для каждого ДМ, причем $\nu_i^* = \mu_i^*$.

Для оценки влияния на точность вычисления углов наклона блока ДПИ именно инструментальных погрешностей установки ДМ принимается допущение об идеальности характеристик последних, т.е. текущее значение нормированного сигнала на выходе i - того ДМ точно равно измеряемому расстоянию:

$$\tilde{L}_i(t) = L_i(t), \;\; i \in 1, N . \tag{3.1}$$

При точном соответствии действительных значений параметров установки ДМ номинальным переменные $\tilde{L}_i, L_i$ обозначаются символом «*»:

$$\tilde{L}_i^*(t) = L_i^*(t), \;\; i \in 1, N . \tag{3.2}$$

В этом случае вычисленные значения опорных углов $\tilde{\gamma}^*_{\text{оп}}$, $\tilde{\vartheta}^*_{\text{оп}}$ должны точно совпасть с действительными значениями углов наклона блока ДПИ относительно опорной поверхности $\gamma_{\text{оп}}$, $\vartheta_{\text{оп}}$:

$$\tilde{\gamma}^*_{\text{оп}}(t) = \gamma_{\text{оп}}(t), \qquad \tilde{\vartheta}^*_{\text{оп}}(t) = \vartheta_{\text{оп}}(t). \tag{3.3}$$

При отличии действительных значений параметров установки системы ДМ на платформе блока ДПИ от номинальных получаются соотношения:

$$\left.\begin{aligned} &\tilde{L}_i = L_i^* + \Delta L_i\left(\Delta y_{di}, \Delta r_{di}, \Delta\nu_i, \Delta\mu_i, \Delta\sigma_i\right), \ i \in 1, N \\ &\tilde{\gamma}_{\text{оп}} = \gamma_{\text{оп}} + \Delta\tilde{\gamma}_{\text{оп}}\left(\Delta L_i, i \in 1, N\right), \\ &\tilde{\vartheta}_{\text{оп}} = \vartheta_{\text{оп}} + \Delta\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}\left(\Delta L_i, i \in 1, N\right), \end{aligned}\right\} \tag{3.4}$$

где $\Delta y_{di}, \Delta r_{di}, \Delta\nu_i, \Delta\mu_i, \Delta\sigma_i$ – инструментальные погрешности параметров установки ДМ;

$\Delta L_i\left(\Delta y_{di}, \Delta r_{di}, \Delta\nu_i, \Delta\mu_i, \Delta\sigma_i\right)$ – отклонение текущего расстояния, измеряемого i - тым ДМ, от номинального значения L_i^*, обусловленное инструментальными погрешностями установки ДМ на платформе блока ДПИ;

$\Delta\tilde{\gamma}_{\text{оп}}$, $\Delta\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}$ – погрешности вычисления опорных углов крена и тангажа.

Требуется исследовать влияние инструментальных погрешностей установки ДМ на погрешности вычисления опорных углов крена и тангажа в ожидаемом диапазоне изменения кинематических углов ψ, ϑ, γ ориентации блока ДПИ и расстояния h_0 от ОПН до ОПВ.

Основные задачи, которые требуется решить:

- получение аналитической зависимости расстояния, измеряемого ДМ, от погрешностей его установки на блоке ДПИ;

- получение уравнений чувствительности погрешностей определения опорных углов наклона к погрешностям установки ДМ на блоке ДПИ;

- проведение факторного эксперимента в пространстве конструктивных параметров установки ДМ на блоке ДПИ;

- разработка рекомендаций по дальнейшей алгоритмической компенсации возможных инструментальных погрешностей системы.

3.2 Получение аналитической зависимости расстояния, измеряемого дальномерами, от погрешностей его установки на блоке датчиков первичной информации

В главе 2 получена математическая модель расстояния, измеряемого *i*-тым ДМ до ОПВ (формула 2.12):

$$L_i = \frac{\left(h_0 - y_g^{O_{di}}\right)}{c_{21}^i}\sqrt{\left(c_{11}^i\right)^2 + \left(c_{21}^i\right)^2 + \left(c_{31}^i\right)^2}\,. \tag{3.5}$$

При неизменной величине h_0 расстояние L_i есть функция переменных $y_g^{O_{di}}$, c_{11}^i, c_{21}^i, c_{31}^i, которые в свою очередь есть функции параметров установки ДМ:

$$\left.\begin{aligned}
&y_g^{O_{di}} = y_g + r_{di}\cos\nu_i\sin\vartheta + y_{di}\cos\gamma\cos\vartheta + r_{di}\sin\nu_i\cos\vartheta\sin\gamma,\\
&c_{11}^i = \sin\sigma_i\left(\sin\gamma\sin\psi - \cos\gamma\cos\psi\sin\vartheta\right) + \cos\psi\cos\sigma_i\cos\mu_i\cos\vartheta -\\
&-\cos\sigma_i\sin\mu_i\left(\cos\gamma\sin\psi + \cos\psi\sin\gamma\sin\vartheta\right),\\
&c_{21}^i = \sin\vartheta\cos\sigma_i\cos\mu_i + \cos\vartheta\sin\gamma\sin\mu_i\cos\sigma_i + \cos\gamma\cos\vartheta\sin\sigma_i,\\
&c_{31}^i = \sin\sigma_i\left(\cos\psi\sin\gamma + \cos\gamma\sin\psi\sin\vartheta\right) - \cos\sigma_i\cos\mu_i\cos\vartheta\sin\psi -\\
&-\cos\sigma_i\sin\mu_i\left(\cos\gamma\cos\psi - \sin\gamma\sin\psi\sin\vartheta\right).
\end{aligned}\right\} \tag{3.6}$$

Переменная y_g есть ордината полюса O_c системы координат, связанной с блоком ДПИ.

При разложении функции (3.5) в ряд Тейлора [61] в пространстве факторов y_{di}, r_{di}, ν_i, μ_i, σ_i в малой окрестности точки, координаты которой есть номинальные значения параметров установки ДМ, получается уравнение

$$\begin{aligned}
L_i = L_i^* &+ \left(\frac{\partial L_i}{\partial y_g^{O_{di}}}\right)^*\left(\frac{\partial y_g^{O_{di}}}{\partial r_{di}}\right)^*\Delta r_{di} + \left(\frac{\partial L_i}{\partial y_g^{O_{di}}}\right)^*\left(\frac{\partial y_g^{O_{di}}}{\partial y_{di}}\right)^*\Delta y_{di} + \left(\frac{\partial L_i}{\partial y_g^{O_{di}}}\right)^*\left(\frac{\partial y_g^{O_{di}}}{\partial \nu_i}\right)^*\Delta\nu_i +\\
&+\left(\left(\frac{\partial L_i}{\partial c_{11}^i}\right)^*\left(\frac{\partial c_{11}^i}{\partial \mu_i}\right)^* + \left(\frac{\partial L_i}{\partial c_{21}^i}\right)^*\left(\frac{\partial c_{21}^i}{\partial \mu_i}\right)^* + \left(\frac{\partial L_i}{\partial c_{31}^i}\right)^*\left(\frac{\partial c_{31}^i}{\partial \mu_i}\right)^*\right)\Delta\mu_i +\\
&+\left(\left(\frac{\partial L_i}{\partial c_{11}^i}\right)^*\left(\frac{\partial c_{11}^i}{\partial \sigma_i}\right)^* + \left(\frac{\partial L_i}{\partial c_{21}^i}\right)^*\left(\frac{\partial c_{21}^i}{\partial \sigma_i}\right)^* + \left(\frac{\partial L_i}{\partial c_{31}^i}\right)^*\left(\frac{\partial c_{31}^i}{\partial \sigma_i}\right)^*\right)\Delta\sigma_i,
\end{aligned} \tag{3.7}$$

где L_i^* – расстояние от точки O_{di} до ОПВ при номинальных значениях параметров установки ДМ.

Частные производные функции L_i и переменных $y_g^{O_{di}}, c_{11}^i, c_{21}^i, c_{31}^i$, вычисленные при номинальных значениях параметров установки ДМ, определяются выражениями:

$$\left.\begin{aligned}
&\left(\frac{\partial y_g^{O_{di}}}{\partial r_{di}}\right)^* = \cos\nu_i^* \sin\vartheta + \sin\nu_i^* \cos\vartheta \sin\gamma,\\
&\left(\frac{\partial y_g^{O_{di}}}{\partial y_{di}}\right)^* = \cos\gamma\cos\vartheta,\\
&\left(\frac{\partial y_g^{O_{di}}}{\partial \nu_i}\right)^* = r_d\left(\cos\nu_i^* \cos\vartheta\sin\gamma - \sin\vartheta\sin\nu_i^*\right).
\end{aligned}\right\} \tag{3.8}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\left(\frac{\partial c_{11}^i}{\partial \mu_i}\right)^* = -\cos\sigma\left[\cos\psi\cos\vartheta\sin\mu_i^* + \left(\cos\gamma\sin\psi + \cos\psi\sin\gamma\sin\vartheta\right)\cos\mu_i^*\right],\\
&\left(\frac{\partial c_{21}^i}{\partial \mu_i}\right)^* = \cos\sigma\left(\cos\vartheta\sin\gamma\cos\mu_i^* - \sin\vartheta\sin\mu_i^*\right),\\
&\left(\frac{\partial c_{31}^i}{\partial \mu_i}\right)^* = \cos\sigma\left[\sin\mu_i^*\cos\vartheta\sin\psi - \cos\mu_i^*\left(\cos\gamma\cos\psi - \sin\gamma\sin\psi\sin\vartheta\right)\right].
\end{aligned}\right\} \tag{3.9}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\left(\frac{\partial c_{11}^i}{\partial \sigma_i}\right)^* = \cos\sigma\left(\sin\gamma\sin\psi - \cos\gamma\cos\psi\sin\vartheta\right) - \cos\psi\sin\sigma\cos\mu_i^*\cos\vartheta +\\
&+\sin\sigma\sin\mu_i^*\left(\cos\gamma\sin\psi + \cos\psi\sin\gamma\sin\vartheta\right),\\
&\left(\frac{\partial c_{21}^i}{\partial \sigma_i}\right)^* = \cos\gamma\cos\vartheta\cos\sigma - \left(\sin\vartheta\cos\mu_i^* + \cos\vartheta\sin\gamma\sin\mu_i^*\right)\sin\sigma,\\
&\left(\frac{\partial c_{31}^i}{\partial \sigma_i}\right)^* = \cos\sigma\left(\cos\psi\sin\gamma + \cos\gamma\sin\psi\sin\vartheta\right) + \sin\sigma\cos\mu_i^*\cos\vartheta\sin\psi +\\
&+\sin\sigma\sin\mu_i^*\left(\cos\gamma\cos\psi - \sin\gamma\sin\psi\sin\vartheta\right).
\end{aligned}\right\} \tag{310}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\left(\frac{\partial L_i}{\partial y_g^{O_{di}}}\right)^* = -\frac{1}{c_{21}^{i*}}\sqrt{\left(c_{11}^{i*}\right)^2+\left(c_{21}^{i*}\right)^2+\left(c_{31}^{i*}\right)^2},\\
&\left(\frac{\partial L_i}{\partial c_{11}^i}\right)^* = \frac{c_{11}^{i*}\left(h_0-\left(y_g^{O_{di}}\right)^*\right)}{c_{21}^{i*}\sqrt{\left(c_{11}^{i*}\right)^2+\left(c_{21}^{i*}\right)^2+\left(c_{31}^{i*}\right)^2}},\\
&\left(\frac{\partial L_i}{\partial c_{21}^i}\right)^* = -\frac{\left(h_0-\left(y_g^{O_{di}}\right)^*\right)}{\left(c_{21}^{i*}\right)^2}\sqrt{\left(c_{11}^{i*}\right)^2+\left(c_{21}^{i*}\right)^2+\left(c_{31}^{i*}\right)^2}+\frac{\left(h_0-\left(y_g^{O_{di}}\right)^*\right)}{\sqrt{\left(c_{11}^{i*}\right)^2+\left(c_{21}^{i*}\right)^2+\left(c_{31}^{i*}\right)^2}},\\
&\left(\frac{\partial L_i}{\partial c_{31}^i}\right)^* = \frac{c_{31}^{i*}\left(h_0-\left(y_g^{O_{di}}\right)^*\right)}{c_{21}^{i*}\sqrt{\left(c_{11}^{i*}\right)^2+\left(c_{21}^{i*}\right)^2+\left(c_{31}^{i*}\right)^2}}.
\end{aligned}\right\}\quad(3.11)$$

Значения переменных $y_g^{O_{di}}, c_{11}^i, c_{21}^i, c_{31}^i$, помеченные в (3.11) символом «*», вычисляются по формулам:

$$\left.\begin{aligned}
&\left(y_g^{O_{di}}\right)^* = y_g + r_d\cos\nu_i^*\sin\vartheta + y_d\cos\gamma\cos\vartheta + r_d\sin\nu_i^*\cos\vartheta\sin\gamma,\\
&c_{11}^{i*} = \sin\sigma\left(\sin\gamma\sin\psi-\cos\gamma\cos\psi\sin\vartheta\right)+\\
&+\cos\sigma\left[\cos\psi\cos\mu_i^*\cos\vartheta-\sin\mu_i^*\left(\cos\gamma\sin\psi+\cos\psi\sin\gamma\sin\vartheta\right)\right],\\
&c_{21}^{i*} = \left(\sin\vartheta\cos\mu_i^*+\cos\vartheta\sin\gamma\sin\mu_i^*\right)\cos\sigma+\cos\gamma\cos\vartheta\sin\sigma,\\
&c_{31}^{i*} = \sin\sigma\left(\cos\psi\sin\gamma+\cos\gamma\sin\psi\sin\vartheta\right)-\\
&-\cos\sigma\left[\cos\mu_i^*\cos\vartheta\sin\psi+\sin\mu_i^*\left(\cos\gamma\cos\psi-\sin\gamma\sin\psi\sin\vartheta\right)\right].
\end{aligned}\right\}\quad(3.12)$$

Вводятся обозначения:

$$\left.\begin{aligned}
&L_i^{r_{di}} = \left(\frac{\partial L_i}{\partial y_g^{O_{di}}}\right)^*\left(\frac{\partial y_g^{O_{di}}}{\partial r_{di}}\right)^*,\quad L_i^{y_{di}} = \left(\frac{\partial L_i}{\partial y_g^{O_{di}}}\right)^*\left(\frac{\partial y_g^{O_{di}}}{\partial y_{di}}\right)^*,\quad L_i^{\nu_i} = \left(\frac{\partial L_i}{\partial y_g^{O_{di}}}\right)^*\left(\frac{\partial y_g^{O_{di}}}{\partial \nu_i}\right)^*,\\
&L_i^{\mu_i} = \left(\frac{\partial L_i}{\partial c_{11}^i}\right)^*\left(\frac{\partial c_{11}^i}{\partial \mu_i}\right)^*+\left(\frac{\partial L_i}{\partial c_{21}^i}\right)^*\left(\frac{\partial c_{21}^i}{\partial \mu_i}\right)^*+\left(\frac{\partial L_i}{\partial c_{31}^i}\right)^*\left(\frac{\partial c_{31}^i}{\partial \mu_i}\right)^*,\\
&L_i^{\sigma_i} = \left(\frac{\partial L_i}{\partial c_{11}^i}\right)^*\left(\frac{\partial c_{11}^i}{\partial \sigma_i}\right)^*+\left(\frac{\partial L_i}{\partial c_{21}^i}\right)^*\left(\frac{\partial c_{21}^i}{\partial \sigma_i}\right)^*+\left(\frac{\partial L_i}{\partial c_{31}^i}\right)^*\left(\frac{\partial c_{31}^i}{\partial \sigma_i}\right)^*.
\end{aligned}\right\}\quad(3.13)$$

С учетом обозначений (3.13) уравнение (3.7) примет вид:

$$L_i = L_i^* + L_i^{r_{di}}\Delta r_{di} + L_i^{y_{di}}\Delta y_{di} + L_i^{\nu_i}\Delta\nu_i + L_i^{\mu_i}\Delta\mu_i + L_i^{\sigma_i}\Delta\sigma_i,\quad(3.14)$$

Получено уравнение чувствительности расстояния L_i, измеряемого i - тым ДМ, к инструментальным погрешностям параметров установки ДМ на платформе блока ДПИ. Ясно, что номинальное расстояние L_i^* и частные производные $L_i^{y_{di}}$, $L_i^{r_{di}}$, $L_i^{\nu_i}$, $L_i^{\mu_i}$, $L_i^{\sigma_i}$ зависят от углов ψ, ϑ, γ пространственной ориентации блока ДПИ и расстояния h_0.

3.3 Получение уравнений чувствительности погрешностей определения опорных углов наклона к погрешностям установки дальномеров на блоке датчиков первичной информации

3.3.1 Схема с тремя ДМ

В вычислительное устройство дальномерной СУО поступают сигналы с трех ДМ:

$$\tilde{L}_i = L_i^* + \Delta L_i, \qquad i = 1,2,3. \tag{3.15}$$

Сигналы опорных углов крена и тангажа вычисляются по формулам, полученным в главе 2:

$$\tilde{\gamma}_{\text{оп}} = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}\left[\left(\tilde{L}_3 - \tilde{L}_2\right)\left(\tilde{L}_1 \cos\sigma + r_d\right)\right]\sin\sigma}{\left(\tilde{L}_1\tilde{L}_2 + \tilde{L}_1\tilde{L}_3 + \tilde{L}_2\tilde{L}_3\right)\cos^2\sigma + 2r_d\left(\tilde{L}_1 + \tilde{L}_2 + \tilde{L}_3\right)\cos\sigma + 3r_d^2} \right), \tag{3.16}$$

$$\tilde{\vartheta}_{\text{оп}} = \operatorname{arctg}\left(\frac{Q\left(\tilde{L}_1, \tilde{L}_2, \tilde{L}_3\right)}{\sqrt{V\left(\tilde{L}_1, \tilde{L}_2, \tilde{L}_3\right)}} \right) \quad . \tag{3.17}$$

где $Q\left(\tilde{L}_1, \tilde{L}_2, \tilde{L}_3\right) = \sin\sigma\left\{\left[2\tilde{L}_2\tilde{L}_3 - \tilde{L}_1\left(\tilde{L}_3 + \tilde{L}_2\right)\right]\cos\sigma - \left(2\tilde{L}_1 - \tilde{L}_3 - \tilde{L}_2\right)r_d\right\}$;

$V\left(\tilde{L}_1, \tilde{L}_2, \tilde{L}_3\right) = \left(U_\vartheta^2 + 3F_\vartheta^2\right)$;

$U_\vartheta = \left(\tilde{L}_1\tilde{L}_2 + \tilde{L}_1\tilde{L}_3 + \tilde{L}_2\tilde{L}_3\right)\cos^2\sigma + 2r_d\left(\tilde{L}_1 + \tilde{L}_2 + \tilde{L}_3\right)\cos\sigma + 3r_d^2$;

$F_\vartheta = \left(\tilde{L}_3 - \tilde{L}_2\right)\left(\tilde{L}_1\cos\sigma + r_d\right)\sin\sigma$.

Вводятся обозначения:

$$\left.\begin{aligned} A_\gamma &= \sqrt{3}\left(\tilde{L}_3 - \tilde{L}_2\right)\left(\tilde{L}_1\cos\sigma + r_d\right)\sin\sigma, \\ B_\gamma &= \left(\tilde{L}_1\tilde{L}_2 + \tilde{L}_1\tilde{L}_3 + \tilde{L}_2\tilde{L}_3\right)\cos^2\sigma + 2r_d\left(\tilde{L}_1 + \tilde{L}_2 + \tilde{L}_3\right)\cos\sigma + 3r_d^2, \end{aligned}\right\} \tag{3.18}$$

$$\left.\begin{aligned} A_\vartheta &= \sin\sigma\left\{\left[2\tilde{L}_2\tilde{L}_3 - \tilde{L}_1\left(\tilde{L}_3 + \tilde{L}_2\right)\right]\cos\sigma - \left(2\tilde{L}_1 - \tilde{L}_3 - \tilde{L}_2\right)r_d\right\}, \\ B_\vartheta &= \left\{\left[\left(\tilde{L}_1\tilde{L}_2 + \tilde{L}_1\tilde{L}_3 + \tilde{L}_2\tilde{L}_3\right)\cos^2\sigma + 2r_d\left(\tilde{L}_1 + \tilde{L}_2 + \tilde{L}_3\right)\cos\sigma + 3r_d^2\right]^2 + \right. \\ &\left. +3\left[\left(\tilde{L}_3 - \tilde{L}_2\right)\left(\tilde{L}_1\cos\sigma + r_d\right)\right]^2\sin^2\sigma\right\}^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}\right\} \tag{3.19}$$

С учетом обозначений (3.18), (3.19) уравнения (3.16), (3.15) примут вид:

$$\tilde{\gamma}_{\text{оп}} = \operatorname{arctg}\left(\frac{A_\gamma}{B_\gamma}\right). \tag{3.20}$$

$$\tilde{\vartheta}_{\text{оп}} = \operatorname{arctg}\left(\frac{A_\vartheta}{B_\vartheta}\right) \tag{3.21}$$

Разложим функцию (3.20) в линеаризованный ряд Тейлора [61] в пространстве переменных $\tilde{L}_i = L_i^* + \Delta L_i$, $i = 1,2,3$.

$$\tilde{\gamma}_{\text{оп}} = \gamma_{\text{оп}} + \sum_{i=1}^{3}\frac{\left(A_\gamma\right)'_{L_i} B_\gamma^* - \left(B_\gamma\right)'_{L_i} A_\gamma^*}{\left(A_\gamma^*\right)^2 + \left(B_\gamma^*\right)^2}\Delta L_i\,. \tag{3.22}$$

Второе слагаемое в уравнении (3.22) есть погрешность вычисления опорного угла крена:

$$\Delta\tilde{\gamma}_{\text{оп}} = \sum_{i=1}^{3}\frac{\left(A_\gamma\right)'_{L_i} B_\gamma^* - \left(B_\gamma\right)'_{L_i} A_\gamma^*}{\left(A_\gamma^*\right)^2 + \left(B_\gamma^*\right)^2}\Delta L_i\,. \tag{3.23}$$

Выражения для частных производных $\left(A_\gamma\right)'_{L_i}$, $i = 1,2,3$:

$$\left.\begin{aligned} \left(A_\gamma\right)'_{L_1} &= \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\left(2\sigma\right)\left(L_3^* - L_2^*\right), \\ \left(A_\gamma\right)'_{L_2} &= -\sqrt{3}\sin\sigma\left(L_1^*\cos\sigma + r_d\right), \\ \left(A_\gamma\right)'_{L_3} &= \sqrt{3}\sin\sigma\left(L_1^*\cos\sigma + r_d\right). \end{aligned}\right\} \tag{3.24}$$

Выражения для частных производных $\left(B_\gamma\right)'_{L_i}$, $i=1,2,3$:

$$\left.\begin{aligned}\left(B_\gamma\right)'_{L_1}&=\left(L_2^*+L_3^*\right)\cos^2\sigma+2r_d\cos\sigma,\\ \left(B_\gamma\right)'_{L_2}&=\left(L_1^*+L_3^*\right)\cos^2\sigma+2r_d\cos\sigma,\\ \left(B_\gamma\right)'_{L_3}&=\left(L_1^*+L_2^*\right)\cos^2\sigma+2r_d\cos\sigma.\end{aligned}\right\}\qquad(3.25)$$

Переменные A_γ, B_γ при номинальных значениях параметров установки ДМ вычисляются по формулам:

$$\left.\begin{aligned}A_\gamma^*&=\sqrt{3}\left(L_3^*-L_2^*\right)\left(L_1^*\cos\sigma+r_d\right)\sin\sigma,\\ B_\gamma^*&=\left(L_1^*L_2^*+L_1^*L_3^*+L_2^*L_3^*\right)\cos^2\sigma+2r_d\left(L_1^*+L_2^*+L_3^*\right)\cos\sigma+3r_d^2.\end{aligned}\right\}\qquad(3.26)$$

При подстановке в (3.23) вариаций $\Delta L_i=L_i-L_i^*$, $i=1,2,3$ (уравнение 3.14) получается выражение

$$\Delta\tilde{\gamma}_{\text{оп}}=\sum_{i=1}^{3}\frac{\left(A_\gamma\right)'_{L_i}B_\gamma^*-\left(B_\gamma\right)'_{L_i}A_\gamma^*}{\left(A_\gamma^*\right)^2+\left(B_\gamma^*\right)^2}\left(L_i^{r_{di}}\Delta r_{di}+L_i^{y_{di}}\Delta y_{di}+L_i^{\nu_i}\Delta\nu_i+L_i^{\mu_i}\Delta\mu_i+L_i^{\sigma_i}\Delta\sigma_i\right).\qquad(3.27)$$

Вводятся обозначения коэффициентов чувствительности погрешности вычисления опорного угла крена:

$$\left.\begin{aligned}&\tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{r_{di}}=\frac{\left(A_\gamma\right)'_{L_i}B_\gamma^*-\left(B_\gamma\right)'_{L_i}A_\gamma^*}{\left(A_\gamma^*\right)^2+\left(B_\gamma^*\right)^2}L_i^{r_{di}},\quad \tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{y_{di}}=\frac{\left(A_\gamma\right)'_{L_i}B_\gamma^*-\left(B_\gamma\right)'_{L_i}A_\gamma^*}{\left(A_\gamma^*\right)^2+\left(B_\gamma^*\right)^2}L_i^{y_{di}},\\ &\tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{\nu_i}=\frac{\left(A_\gamma\right)'_{L_i}B_\gamma^*-\left(B_\gamma\right)'_{L_i}A_\gamma^*}{\left(A_\gamma^*\right)^2+\left(B_\gamma^*\right)^2}L_i^{\nu_i},\quad \tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{\mu_i}=\frac{\left(A_\gamma\right)'_{L_i}B_\gamma^*-\left(B_\gamma\right)'_{L_i}A_\gamma^*}{\left(A_\gamma^*\right)^2+\left(B_\gamma^*\right)^2}L_i^{\mu_i},\\ &\tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{\sigma_i}=\frac{\left(A_\gamma\right)'_{L_i}B_\gamma^*-\left(B_\gamma\right)'_{L_i}A_\gamma^*}{\left(A_\gamma^*\right)^2+\left(B_\gamma^*\right)^2}L_i^{\sigma_i},\quad i=1,2,3.\end{aligned}\right\}\qquad(3.28)$$

С учетом обозначений (3.27) уравнение (3.26) примет вид:

$$\Delta\tilde{\gamma}_{\text{оп}}=\sum_{i=1}^{3}\left(\tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{r_{di}}\Delta r_{di}+\tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{y_{di}}\Delta y_{di}+\tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{\nu_i}\Delta\nu_i+\tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{\mu_i}\Delta\mu_i+\tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{\sigma_i}\Delta\sigma_i\right).\qquad(3.29)$$

Разложим функцию (3.21) в линеаризованный ряд Тейлора [61] в пространстве переменных $\tilde{L}_i = L_i^* + \Delta L_i$, $i = 1,2,3$.

$$\tilde{\vartheta}_{\text{оп}} = \vartheta_{\text{оп}} + \sum_{i=1}^{3} \frac{\left(A_\vartheta\right)'_{L_i} B_\vartheta^* - \left(B_\vartheta\right)'_{L_i} A_\vartheta^*}{\left(A_\vartheta^*\right)^2 + \left(B_\vartheta^*\right)^2} \Delta L_i \,. \tag{3.30}$$

Второе слагаемое в уравнении (3.30) есть погрешность вычисления опорного угла тангажа:

$$\Delta\tilde{\vartheta}_{\text{оп}} = \sum_{i=1}^{3} \frac{\left(A_\vartheta\right)'_{L_i} B_\vartheta^* - \left(B_\vartheta\right)'_{L_i} A_\vartheta^*}{\left(A_\vartheta^*\right)^2 + \left(B_\vartheta^*\right)^2} \Delta L_i \,. \tag{3.31}$$

Выражения для частных производных $\left(A_\vartheta\right)'_{L_i}$, $i = 1,2,3$:

$$\left.\begin{aligned} \left(A_\vartheta\right)'_{L_1} &= -\sin\sigma\left(\cos\sigma\left(L_2^* + L_3^*\right) + 2r_d\right), \\ \left(A_\vartheta\right)'_{L_2} &= \sin\sigma\left[\left(2L_3^* - L_1^*\right)\cos\sigma + r_d\right], \\ \left(A_\vartheta\right)'_{L_3} &= \sin\sigma\left[\left(2L_2^* - L_1^*\right)\cos\sigma + r_d\right]. \end{aligned}\right\} \tag{3.32}$$

Выражения для частных производных $\left(B_\vartheta\right)'_{L_i}$, $i = 1,2,3$:

$$\left.\begin{aligned} \left(B_\vartheta\right)'_{L_1} &= \frac{2U_\vartheta^*\left[\left(L_2^* + L_3^*\right)\cos^2\sigma + 2r_d\cos\sigma\right] + 3F_\vartheta^*\left(L_3^* - L_2^*\right)\sin\left(2\sigma\right)}{2\sqrt{V\left(L_1^*, L_2^*, L_3^*\right)}}, \\ \left(B_\vartheta\right)'_{L_2} &= \frac{2U_\vartheta^*\left[\left(L_1^* + L_3^*\right)\cos^2\sigma + 2r_d\cos\sigma\right] - 6F_\vartheta^*\left(L_1^*\cos\sigma + r_d\right)\sin\sigma}{2\sqrt{V\left(L_1^*, L_2^*, L_3^*\right)}}, \\ \left(B_\vartheta\right)'_{L_3} &= \frac{2U_\vartheta^*\left[\left(L_1^* + L_2^*\right)\cos^2\sigma + 2r_d\cos\sigma\right] + 6F_\vartheta^*\left(L_1^*\cos\sigma + r_d\right)\sin\sigma}{2\sqrt{V\left(L_1^*, L_2^*, L_3^*\right)}}. \end{aligned}\right\} \tag{3.33}$$

Переменные $U_\vartheta, F_\vartheta, V\left(\tilde{L}_1, \tilde{L}_2, \tilde{L}_3\right), A_\vartheta, B_\vartheta$ при номинальных значениях параметров установки ДМ вычисляются по формулам:

$$\left.\begin{aligned} U_\vartheta^* &= \left(L_1^*L_2^* + L_1^*L_3^* + L_2^*L_3^*\right)\cos^2\sigma + 2r_d\left(L_1^* + L_2^* + L_3^*\right)\cos\sigma + 3r_d^2, \\ F_\vartheta^* &= \left(L_3^* - L_2^*\right)\left(L_1^*\cos\sigma + r_d\right)\sin\sigma, \\ V\left(L_1^*, L_2^*, L_3^*\right) &= \left(\left(U_\vartheta^*\right)^2 + 3\left(F_\vartheta^*\right)^2\right), \end{aligned}\right\} \tag{3.34}$$

$$\left.\begin{aligned} A_{\vartheta}^{*} &= \sin\sigma\left\{\left[2L_2^{*}L_3^{*} - L_1^{*}\left(L_3^{*}+L_2^{*}\right)\right]\cos\sigma - \left(2L_1^{*} - L_3^{*} - L_2^{*}\right)r_d\right\}, \\ B_{\vartheta}^{*} &= \sqrt{V\left(L_1^{*}, L_2^{*}, L_3^{*}\right)}. \end{aligned}\right\} \tag{3.35}$$

При подстановке в (3.35) вариаций $\Delta L_i = L_i - L_i^{*}$, $i = 1,2,3$ (уравнение 3.14) получается выражение

$$\Delta\tilde{\vartheta}_{\text{оп}} = \sum_{i=1}^{3}\frac{\left(A_{\vartheta}\right)'_{L_i} B_{\vartheta}^{*} - \left(B_{\vartheta}\right)'_{L_i} A_{\vartheta}^{*}}{\left(A_{\vartheta}^{*}\right)^2 + \left(B_{\vartheta}^{*}\right)^2}\left(L_i^{r_{di}}\Delta r_{di} + L_i^{y_{di}}\Delta y_{di} + L_i^{\nu_i}\Delta\nu_i + L_i^{\mu_i}\Delta\mu_i + L_i^{\sigma_i}\Delta\sigma_i\right) \tag{3.36}$$

Вводятся обозначения коэффициентов чувствительности погрешности вычисления опорного угла тангажа:

$$\left.\begin{aligned} \tilde{\vartheta}_{\text{оп}}^{r_{di}} &= \frac{\left(A_{\vartheta}\right)'_{L_i} B_{\vartheta}^{*} - \left(B_{\vartheta}\right)'_{L_i} A_{\vartheta}^{*}}{\left(A_{\vartheta}^{*}\right)^2 + \left(B_{\vartheta}^{*}\right)^2} L_i^{r_{di}}, \quad \tilde{\vartheta}_{\text{оп}}^{y_{di}} = \frac{\left(A_{\vartheta}\right)'_{L_i} B_{\vartheta}^{*} - \left(B_{\vartheta}\right)'_{L_i} A_{\vartheta}^{*}}{\left(A_{\vartheta}^{*}\right)^2 + \left(B_{\vartheta}^{*}\right)^2} L_i^{y_{di}}, \\ \tilde{\vartheta}_{\text{оп}}^{\nu_i} &= \frac{\left(A_{\vartheta}\right)'_{L_i} B_{\vartheta}^{*} - \left(B_{\vartheta}\right)'_{L_i} A_{\vartheta}^{*}}{\left(A_{\vartheta}^{*}\right)^2 + \left(B_{\vartheta}^{*}\right)^2} L_i^{\nu_i}, \quad \tilde{\vartheta}_{\text{оп}}^{\mu_i} = \frac{\left(A_{\vartheta}\right)'_{L_i} B_{\vartheta}^{*} - \left(B_{\vartheta}\right)'_{L_i} A_{\vartheta}^{*}}{\left(A_{\vartheta}^{*}\right)^2 + \left(B_{\vartheta}^{*}\right)^2} L_i^{\mu_i}, \\ \tilde{\vartheta}_{\text{оп}}^{\sigma_i} &= \frac{\left(A_{\vartheta}\right)'_{L_i} B_{\vartheta}^{*} - \left(B_{\vartheta}\right)'_{L_i} A_{\vartheta}^{*}}{\left(A_{\vartheta}^{*}\right)^2 + \left(B_{\vartheta}^{*}\right)^2} L_i^{\sigma_i}, \quad i = 1,2,3. \end{aligned}\right\} \tag{3.37}$$

С учетом обозначений (3.37) уравнение (3.36) примет вид:

$$\Delta\tilde{\vartheta}_{\text{оп}} = \sum_{i=1}^{3}\left(\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}^{r_{di}}\Delta r_{di} + \tilde{\vartheta}_{\text{оп}}^{y_{di}}\Delta y_{di} + \tilde{\vartheta}_{\text{оп}}^{\nu_i}\Delta\nu_i + \tilde{\vartheta}_{\text{оп}}^{\mu_i}\Delta\mu_i + \tilde{\vartheta}_{\text{оп}}^{\sigma_i}\Delta\sigma_i\right). \tag{3.38}$$

Получены уравнения чувствительности (3.29), (3.38) погрешностей вычисления опорных углов крена и тангажа дальномерной СУО с тремя ДМ к инструментальным погрешностям параметров установки ДМ на платформе блока ДПИ.

3.3.2 Схема с четырьмя ДМ

В вычислительное устройство дальномерной СУО поступают сигналы с четырех ДМ:

$$\tilde{L}_i = L_i^{*} + \Delta L_i, \qquad i = 1,2,3,4. \tag{3.39}$$

Сигналы опорных углов крена и тангажа вычисляются по формулам, поученным в главе 2:

$$\tilde{\gamma}_{\text{оп}} = \operatorname{arctg}\left(\frac{A_\gamma}{B_\gamma}\right), \tag{3.40}$$

$$\tilde{\vartheta}_{\text{оп}} = \operatorname{arctg}\left(\frac{A_\vartheta}{B_\vartheta}\right), \tag{3.41}$$

где $A_\gamma = \left(\tilde{L}_4 - \tilde{L}_2\right)\sin\sigma$;

$B_\gamma = \left(\tilde{L}_2 + \tilde{L}_4\right)\cos\sigma + 2r_d$;

$A_\vartheta = \left(\tilde{L}_3 - \tilde{L}_1\right)\left[\left(\tilde{L}_2 + \tilde{L}_4\right)\cos\sigma + 2r_d\right]\sin\sigma$;

$B_\vartheta = \left(\left(\tilde{L}_3 + \tilde{L}_1\right)\cos\sigma + 2r_d\right)\sqrt{\left[\left(\tilde{L}_2 + \tilde{L}_4\right)\cos\sigma + 2r_d\right]^2 + \left(\tilde{L}_4 - \tilde{L}_2\right)^2 \sin^2\sigma}$.

Разложим функцию (3.40) в линеаризованный ряд Тейлора [61] в пространстве переменных $\tilde{L}_i = L_i^* + \Delta L_i$, $i = 2,4$.

$$\tilde{\gamma}_{\text{оп}} = \gamma_{\text{оп}} + \frac{\left(A_\gamma\right)'_{L_2} B_\gamma^* - \left(B_\gamma\right)'_{L_2} A_\gamma^*}{\left(A_\gamma^*\right)^2 + \left(B_\gamma^*\right)^2}\Delta L_2 + \frac{\left(A_\gamma\right)'_{L_4} B_\gamma^* - \left(B_\gamma\right)'_{L_4} A_\gamma^*}{\left(A_\gamma^*\right)^2 + \left(B_\gamma^*\right)^2}\Delta L_4. \tag{3.42}$$

Сумма второго и третьего слагаемых в уравнении (3.42) есть погрешность вычисления опорного угла крена:

$$\Delta\tilde{\gamma}_{\text{оп}} = \frac{\left(A_\gamma\right)'_{L_2} B_\gamma^* - \left(B_\gamma\right)'_{L_2} A_\gamma^*}{\left(A_\gamma^*\right)^2 + \left(B_\gamma^*\right)^2}\Delta L_2 + \frac{\left(A_\gamma\right)'_{L_4} B_\gamma^* - \left(B_\gamma\right)'_{L_4} A_\gamma^*}{\left(A_\gamma^*\right)^2 + \left(B_\gamma^*\right)^2}\Delta L_4. \tag{3.43}$$

Выражения для частных производных $\left(A_\gamma\right)'_{L_i}$, $\left(B_\gamma\right)'_{L_i}$, $i = 2,4$:

$$\left.\begin{aligned} \left(A_\gamma\right)'_{L_2} &= -\sin\sigma, & \left(A_\gamma\right)'_{L_4} &= \sin\sigma, \\ \left(B_\gamma\right)'_{L_2} &= \cos\sigma, & \left(B_\gamma\right)'_{L_4} &= \cos\sigma. \end{aligned}\right\} \tag{3.44}$$

Переменные A_γ, B_γ при номинальных значениях параметров установки ДМ вычисляются по формулам:

$$\left.\begin{aligned} A_\gamma^* &= \left(L_4^* - L_2^*\right)\sin\sigma, \\ B_\gamma^* &= \left(L_2^* + L_4^*\right)\cos\sigma + 2r_d. \end{aligned}\right\}. \tag{3.45}$$

При подстановке в (3.43) вариаций $\Delta L_i = L_i - L_i^*,\ i = 2,4$ (уравнение 3.14) получается выражение:

$$\Delta\tilde{\gamma}_{\text{оп}} = \frac{\left(A_\gamma\right)'_{L_2} B_\gamma^* - \left(B_\gamma\right)'_{L_2} A_\gamma^*}{\left(A_\gamma^*\right)^2 + \left(B_\gamma^*\right)^2}\left(L_2^{r_{d2}}\Delta r_{d2} + L_2^{y_{d2}}\Delta y_{d2} + L_2^{\nu_2}\Delta\nu_2 + L_2^{\mu_2}\Delta\mu_2 + L_2^{\sigma_2}\Delta\sigma_2\right) +$$
$$+\frac{\left(A_\gamma\right)'_{L_4} B_\gamma^* - \left(B_\gamma\right)'_{L_4} A_\gamma^*}{\left(A_\gamma^*\right)^2 + \left(B_\gamma^*\right)^2}\left(L_4^{r_{d4}}\Delta r_{d4} + L_4^{y_{d4}}\Delta y_{d4} + L_4^{\nu_4}\Delta\nu_4 + L_4^{\mu_4}\Delta\mu_4 + L_4^{\sigma_4}\Delta\sigma_4\right). \tag{3.46}$$

Вводятся обозначения коэффициентов чувствительности погрешности вычисления опорного угла крена:

$$\left.\begin{aligned}
&\tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{r_{d2}} = \frac{\left(A_\gamma\right)'_{L_2} B_\gamma^* - \left(B_\gamma\right)'_{L_2} A_\gamma^*}{\left(A_\gamma^*\right)^2 + \left(B_\gamma^*\right)^2} L_2^{r_{d2}}, \quad \tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{y_{d2}} = \frac{\left(A_\gamma\right)'_{L_2} B_\gamma^* - \left(B_\gamma\right)'_{L_2} A_\gamma^*}{\left(A_\gamma^*\right)^2 + \left(B_\gamma^*\right)^2} L_2^{y_{d2}},\\
&\tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{\nu_2} = \frac{\left(A_\gamma\right)'_{L_2} B_\gamma^* - \left(B_\gamma\right)'_{L_2} A_\gamma^*}{\left(A_\gamma^*\right)^2 + \left(B_\gamma^*\right)^2} L_2^{\nu_2}, \quad \tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{\mu_2} = \frac{\left(A_\gamma\right)'_{L_2} B_\gamma^* - \left(B_\gamma\right)'_{L_2} A_\gamma^*}{\left(A_\gamma^*\right)^2 + \left(B_\gamma^*\right)^2} L_2^{\mu_2},\\
&\tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{\sigma_2} = \frac{\left(A_\gamma\right)'_{L_2} B_\gamma^* - \left(B_\gamma\right)'_{L_2} A_\gamma^*}{\left(A_\gamma^*\right)^2 + \left(B_\gamma^*\right)^2} L_2^{\sigma_2},
\end{aligned}\right\} \tag{3.47}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{r_{d4}} = \frac{\left(A_\gamma\right)'_{L_2} B_\gamma^* - \left(B_\gamma\right)'_{L_2} A_\gamma^*}{\left(A_\gamma^*\right)^2 + \left(B_\gamma^*\right)^2} L_4^{r_{d4}}, \quad \tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{y_{d4}} = \frac{\left(A_\gamma\right)'_{L_2} B_\gamma^* - \left(B_\gamma\right)'_{L_2} A_\gamma^*}{\left(A_\gamma^*\right)^2 + \left(B_\gamma^*\right)^2} L_2^{y_{d4}},\\
&\tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{\nu_4} = \frac{\left(A_\gamma\right)'_{L_2} B_\gamma^* - \left(B_\gamma\right)'_{L_2} A_\gamma^*}{\left(A_\gamma^*\right)^2 + \left(B_\gamma^*\right)^2} L_4^{\nu_4}, \quad \tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{\mu_4} = \frac{\left(A_\gamma\right)'_{L_2} B_\gamma^* - \left(B_\gamma\right)'_{L_2} A_\gamma^*}{\left(A_\gamma^*\right)^2 + \left(B_\gamma^*\right)^2} L_4^{\mu_4},\\
&\tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{\sigma_4} = \frac{\left(A_\gamma\right)'_{L_2} B_\gamma^* - \left(B_\gamma\right)'_{L_2} A_\gamma^*}{\left(A_\gamma^*\right)^2 + \left(B_\gamma^*\right)^2} L_4^{\sigma_4},
\end{aligned}\right\} \tag{3.48}$$

С учетом обозначений (3.47), (3.48) уравнение (3.46) примет вид:

$$\Delta\tilde{\gamma}_{\text{оп}} = \tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{r_{d2}}\Delta r_{d2} + \tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{y_{d2}}\Delta y_{d2} + \tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{\nu_2}\Delta\nu_2 + \tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{\mu_2}\Delta\mu_2 + \tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{\sigma_2}\Delta\sigma_2 +$$
$$+\tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{r_{d4}}\Delta r_{d4} + \tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{y_{d4}}\Delta y_{d4} + \tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{\nu_4}\Delta\nu_4 + \tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{\mu_4}\Delta\mu_4 + \tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{\sigma_4}\Delta\sigma_4. \tag{3.49}$$

Разложим функцию (3.41) в линеаризованный ряд Тейлора [61] в пространстве переменных $\tilde{L}_i = L_i^* + \Delta L_i,\ i = 1, 2, 3, 4$.

$$\tilde{\vartheta}_{\text{оп}} = \vartheta_{\text{оп}} + \sum_{i=1}^{4} \frac{\left(A_{\vartheta}\right)'_{L_i} B_{\vartheta}^{*} - \left(B_{\vartheta}\right)'_{L_i} A_{\vartheta}^{*}}{\left(A_{\vartheta}^{*}\right)^2 + \left(B_{\vartheta}^{*}\right)^2} \Delta L_i \,. \tag{3.50}$$

Второе слагаемое в уравнении (3.50) есть погрешность вычисления опорного угла тангажа:

$$\Delta\tilde{\vartheta}_{\text{оп}} = \sum_{i=1}^{4} \frac{\left(A_{\vartheta}\right)'_{L_i} B_{\vartheta}^{*} - \left(B_{\vartheta}\right)'_{L_i} A_{\vartheta}^{*}}{\left(A_{\vartheta}^{*}\right)^2 + \left(B_{\vartheta}^{*}\right)^2} \Delta L_i \,. \tag{3.51}$$

Выражения для частных производных $\left(A_{\vartheta}\right)'_{L_i}$, $i = 1, 2, 3, 4$:

$$\left.\begin{aligned}
\left(A_{\vartheta}\right)'_{L_1} &= -\left[\left(L_2^{*} + L_4^{*}\right)\cos\sigma + 2r_d\right]\sin\sigma, \\
\left(A_{\vartheta}\right)'_{L_2} &= \frac{1}{2}\left(L_3^{*} - L_1^{*}\right)\sin\left(2\sigma\right), \\
\left(A_{\vartheta}\right)'_{L_3} &= \left[\left(L_2^{*} + L_4^{*}\right)\cos\sigma + 2r_d\right]\sin\sigma, \\
\left(A_{\vartheta}\right)'_{L_4} &= \frac{1}{2}\left(L_3^{*} - L_1^{*}\right)\sin\left(2\sigma\right).
\end{aligned}\right\} \tag{3.52}$$

Выражения для частных производных $\left(B_{\vartheta}\right)'_{L_i}$, $i = 1, 2, 3, 4$:

$$\left.\begin{aligned}
\left(B_{\vartheta}\right)'_{L_1} &= \cos\sigma\sqrt{\left[\left(L_2^{*} + L_4^{*}\right)\cos\sigma + 2r_d\right]^2 + \left(L_4^{*} - L_2^{*}\right)^2 \sin^2\sigma}, \\
\left(B_{\vartheta}\right)'_{L_2} &= \frac{\left(\left(L_3^{*} + L_1^{*}\right)\cos\sigma + 2r_d\right)\left(L_2^{*} + L_4^{*}\cos\left(2\sigma\right) + 2r_d\cos\sigma\right)}{\sqrt{\left[\left(L_2^{*} + L_4^{*}\right)\cos\sigma + 2r_d\right]^2 + \left(L_4^{*} - L_2^{*}\right)^2 \sin^2\sigma}}, \\
\left(B_{\vartheta}\right)'_{L_3} &= \cos\sigma\sqrt{\left[\left(L_2^{*} + L_4^{*}\right)\cos\sigma + 2r_d\right]^2 + \left(L_4^{*} - L_2^{*}\right)^2 \sin^2\sigma}, \\
\left(B_{\vartheta}\right)'_{L_4} &= \frac{\left(\left(L_3^{*} + L_1^{*}\right)\cos\sigma + 2r_d\right)\left(L_2^{*}\cos\left(2\sigma\right) + L_4^{*} + 2r_d\cos\sigma\right)}{\sqrt{\left[\left(L_2^{*} + L_4^{*}\right)\cos\sigma + 2r_d\right]^2 + \left(L_4^{*} - L_2^{*}\right)^2 \sin^2\sigma}}.
\end{aligned}\right\} \tag{3.53}$$

Переменные A_{ϑ}, B_{ϑ} при номинальных значениях параметров установки ДМ вычисляются по формулам:

$$\left.\begin{aligned}
A_{\vartheta} &= \left(L_3^{*} - L_1^{*}\right)\left[\left(L_2^{*} + L_4^{*}\right)\cos\sigma + 2r_d\right]\sin\sigma, \\
B_{\vartheta} &= \left(\left(L_3^{*} + L_1^{*}\right)\cos\sigma + 2r_d\right)\sqrt{\left[\left(L_2^{*} + L_4^{*}\right)\cos\sigma + 2r_d\right]^2 + \left(L_4^{*} - L_2^{*}\right)^2 \sin^2\sigma}.
\end{aligned}\right\} \tag{3.54}$$

При подстановке в (3.51) вариаций $\Delta L_i = L_i - L_i^*,\ i = 2,4$ (уравнение 3.14) получается выражение:

$$\Delta\tilde{\vartheta}_{\text{оп}} = \sum_{i=1}^{4} \frac{\left(A_\vartheta\right)'_{L_i} B_\vartheta^* - \left(B_\vartheta\right)'_{L_i} A_\vartheta^*}{\left(A_\vartheta^*\right)^2 + \left(B_\vartheta^*\right)^2} \left(L_i^{r_{di}} \Delta r_{di} + L_i^{y_{di}} \Delta y_{di} + L_i^{\nu_i} \Delta\nu_i + L_i^{\mu_i} \Delta\mu_i + L_i^{\sigma_i} \Delta\sigma_i \right) \quad (3.55)$$

Вводятся обозначения коэффициентов чувствительности погрешности вычисления опорного угла тангажа:

$$\left.\begin{aligned}
&\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}^{r_{di}} = \frac{\left(A_\vartheta\right)'_{L_i} B_\vartheta^* - \left(B_\vartheta\right)'_{L_i} A_\vartheta^*}{\left(A_\vartheta^*\right)^2 + \left(B_\vartheta^*\right)^2} L_i^{r_{di}}, \quad \tilde{\vartheta}_{\text{оп}}^{y_{di}} = \frac{\left(A_\vartheta\right)'_{L_i} B_\vartheta^* - \left(B_\vartheta\right)'_{L_i} A_\vartheta^*}{\left(A_\vartheta^*\right)^2 + \left(B_\vartheta^*\right)^2} L_i^{y_{di}}, \\
&\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}^{\nu_i} = \frac{\left(A_\vartheta\right)'_{L_i} B_\vartheta^* - \left(B_\vartheta\right)'_{L_i} A_\vartheta^*}{\left(A_\vartheta^*\right)^2 + \left(B_\vartheta^*\right)^2} L_i^{\nu_i}, \quad \tilde{\vartheta}_{\text{оп}}^{\mu_i} = \frac{\left(A_\vartheta\right)'_{L_i} B_\vartheta^* - \left(B_\vartheta\right)'_{L_i} A_\vartheta^*}{\left(A_\vartheta^*\right)^2 + \left(B_\vartheta^*\right)^2} L_i^{\mu_i}, \\
&\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}^{\sigma_i} = \frac{\left(A_\vartheta\right)'_{L_i} B_\vartheta^* - \left(B_\vartheta\right)'_{L_i} A_\vartheta^*}{\left(A_\vartheta^*\right)^2 + \left(B_\vartheta^*\right)^2} L_i^{\sigma_i}, \quad i = 1,2,3,4.
\end{aligned}\right\} \quad (3.56)$$

С учетом обозначений (3.56) уравнение (3.55) примет вид:

$$\Delta\tilde{\vartheta}_{\text{оп}} = \sum_{i=1}^{4} \left(\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}^{r_{di}} \Delta r_{di} + \tilde{\vartheta}_{\text{оп}}^{y_{di}} \Delta y_{di} + \tilde{\vartheta}_{\text{оп}}^{\nu_i} \Delta\nu_i + \tilde{\vartheta}_{\text{оп}}^{\mu_i} \Delta\mu_i + \tilde{\vartheta}_{\text{оп}}^{\sigma_i} \Delta\sigma_i \right). \quad (3.57)$$

Получены уравнения чувствительности (3.49), (3.57) погрешностей вычисления опорных углов крена и тангажа дальномерной СУО с четырьмя ДМ к инструментальным погрешностям параметров установки ДМ на платформе блока ДПИ.

3.4 Проведение факторного эксперимента в пространстве конструктивных параметров установки ДМ на блоке ДПИ

Уравнения чувствительности погрешностей вычисления опорных значений углов крена (3.29), (3.49) и тангажа (3.38), (3.57) есть уравнения с переменными коэффициентами, которые при выбранных номинальных значениях конструктивных параметров установки ДМ зависят от углов крена и тангажа блока ДПИ, а также от его расстояния от ОПВ $\left(h_0 - y_g^{O_{di}}\right)$. Возникает задача оценки

предельных областей существования погрешностей вычисления опорных углов крена и тангажа блока ДПИ в пространстве конструктивных параметров установки ДМ при их возможных отклонениях от номинальных значений с учетом изменения углового положения блока ДПИ в допустимых пределах углов крена и тангажа.

В группу независимых конструктивных параметров установки ДМ на блоке ДПИ входят пять величин:

1) угол σ_i, $i=\in 1, N$ наклона измерительной оси ДМ к плоскости $X_cO_cZ_c$ системы координат, связанной с блоком ДПИ;

2) угол μ_i, $i=\in 1, N$ между плоскостями $X_{c1}O_{di}Y_{c1}$ и $X_{di}O_{di}Y_{di}$;

3) радиус окружности r_{di}, $i=\in 1, N$ на которой располагается центр O_{di};

4) ордината y_{di}, $i=\in 1, N$ центра O_{di} в связанной системе координат $X_cO_cZ_c$;

5) угол ν_i, $i=\in 1, N$, определяющий положение радиуса-вектора в плоскости $X_cO_cZ_c$.

Номинальные значения конструктивных параметров σ^*, r_d^*, y_d^* одинаковы для всех ДМ. Номинальные значения параметров μ_i^*, $i=\in 1, N$ и $\nu_i^*=\mu_i^*$, $i=\in 1, N$ индивидуальны и зависят от количества ДМ N. При размещении на блоке ДПИ N ДМ получается $5\cdot N$ независимых конструктивных параметров, каждый из которых имеет случайное отклонение от своего номинала.

$$\left.\begin{array}{ll} r_{di}=r_d^*+\Delta r_{di}, & y_{di}=y_d^*+\Delta y_{di}, \\ \nu_i=\nu_i^*+\Delta\nu_i, & \mu_i=\mu_i^*+\Delta\mu_i, \\ \sigma_i=\sigma^*+\Delta\sigma_i, & i\in 1,N. \end{array}\right\} \qquad (3.58)$$

Учитывая габариты исследуемого объекта и технологию установки ДМ, принимаются следующие значения допусков конструктивных параметров, соответствующие современным реальным техническим возможностям:

$$\Delta r_d=\pm 1\text{мм},\ \Delta y_d=\pm 1\text{мм},\ \Delta\nu=\pm 1^{\circ},\ \Delta\mu=\pm 1^{\circ},\ \Delta\sigma=\pm 1^{\circ}. \qquad (3.59)$$

Для каждого из конструктивных параметров план всех возможных вариантов значений отклонений (3.59) соответствует матрице планирования полного факторного эксперимента (ПФЭ) типа 2^N, приведенной в таблице 3.1 для N=3 [64].

Таблица 3.1 – Матрица планирования ПФЭ 2^3

k	$(z_{i1})_k$	$(z_{i1})_k$	$(z_{i1})_k$
1	-1	-1	-1
2	1	-1	-1
3	-1	1	-1
4	1	1	-1
5	-1	-1	1
6	1	-1	1
7	-1	1	1
8	1	1	1

Символами $(z_{i1})_k, i \in 1,5$ обозначены нормированные факторы, связанные с действительными переменными формулами:

$$\left.\begin{aligned} &z_{i1} = \frac{r_{di} - r_d^*}{|\Delta r_d|}, \qquad z_{i2} = \frac{y_{di} - y_d^*}{|\Delta y_d|}, \qquad z_{i3} = \frac{\nu_i - \nu^*}{|\Delta \nu|}, \\ &z_{i4} = \frac{\mu_i - \mu^*}{|\Delta \mu|}, \qquad z_{i5} = \frac{\sigma_i - \sigma^*}{|\Delta \sigma|}, \qquad i \in 1, N. \end{aligned}\right\} \tag{3.60}$$

При выбранных значениях единиц варьирования (3.59) значения нормированных факторов в таблице 3.1 совпадают со значениями действительных переменных. Номинальные значения факторов для случая N=3 приведены в таблице 3.2.

Таблица 3.2 – Номинальные значения и единицы варьирования факторов

№ п/п	Факторы	Номинальное значение	Единица варьирования
1	r_{di}, i=∈1, 3	r_d*=10 мм	λ_1=|Δr_d|=1 мм
2	y_{di}, i=∈1, 3	y_d*=10 мм	λ_2=|Δy_d|=1 мм
3	ν_i, , i=∈1, 3	ν_1^*=0	λ_3=|$\Delta\nu$|=1 градус
		ν_2^*=2π/3	
		ν_3^*=4π/3	
4	μ_i, , i=∈1, 3	μ_1^*=0	λ_4=|$\Delta\mu$|=1 градус
		μ_2^*=2π/3	
		μ_3^*=4π/3	
5	σ_i, , i=∈1, 3	σ^*=π/3	λ_5=|$\Delta\sigma$|=1 градус

Диапазон изменения углов тангажа и крена при определении предельных границ области погрешностей определения опорных углов блока ДПИ приведен в таблице 3.3.

Таблица 3.3 – Область поиска предельных значений погрешностей вычисления опорных углов наклона в пространстве угловых координат ϑ, γ.

№ п/п	ϑ,°		γ,°
1	-30	+30	-30
2	-30	+30	-20
3	-30	+30	-10
4	-30	+30	0
5	-30	+30	+10
6	-30	+30	+20
7	-30	+30	+30

Для каждой строки значений углов крена и тангажа (таблица 3.3) определяются значения коэффициентов чувствительности и погрешностей вычисления опорных углов при изменении каждого из конструктивных параметров установки ДМ в соответствии с таблицей 3.1, определяются минимальные и максимальные значения погрешностей, которые затем суммируются.

Для системы с тремя ДМ расчет выполнен по программе, текст которой приведен в приложении В. Расчет выполнен при значении расстояния между ОПН и ОПВ 3 м, расстояния блока ДПИ от ОПН 1,8 м. Результаты расчета приведены в виде графиков границ областей погрешностей вычисления опорных углов крена и тангажа на рисунках 3.1 – 3.2. Результаты аналогичного расчета для системы с четырьмя ДМ отражены на рисунках 3.3 – 3.4.

Как показали результаты расчета, наибольшее влияние на величину погрешности вычисления опорных углов крена и тангажа оказывают инструментальные погрешности углов выставки измерительных осей ДМ, т.е. факторы $\sigma_i, \mu_i, \ i \in 1, N$.

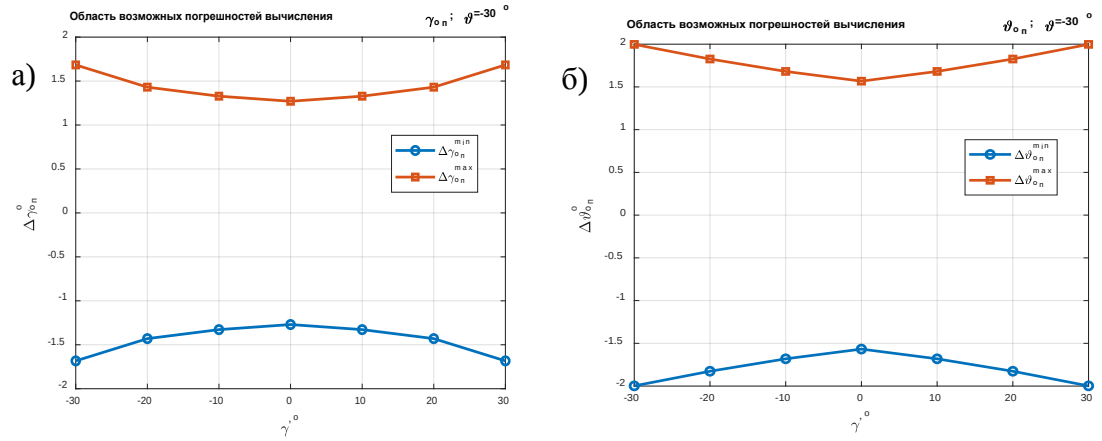


Рисунок 3.1 – Границы области погрешности вычисления опорных углов крена (а) и тангажа (б) в зависимости от угла крена блока ДПИ при значении угла тангажа минус 30° для системы с тремя ДМ

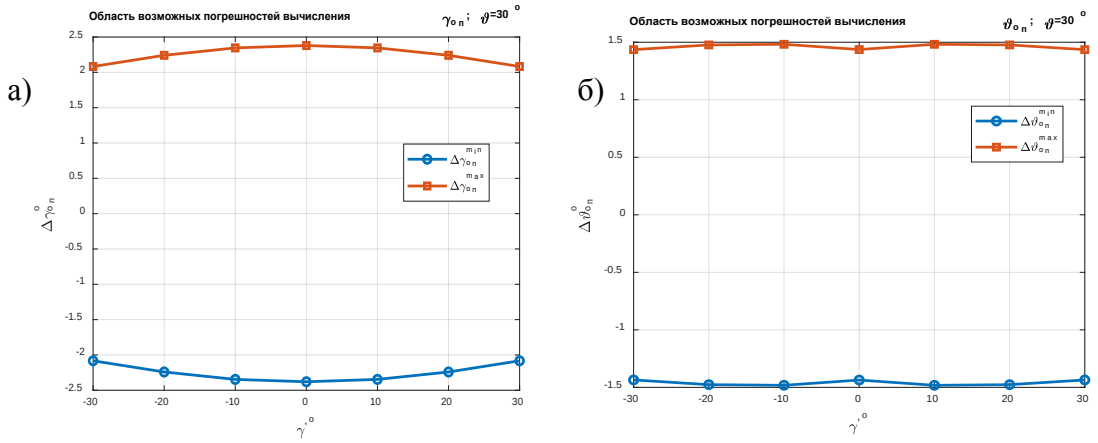


Рисунок 3.2 – Границы области погрешности вычисления опорных углов крена (а) и тангажа (б) в зависимости от угла крена блока ДПИ при значении угла тангажа 30° для системы с тремя ДМ

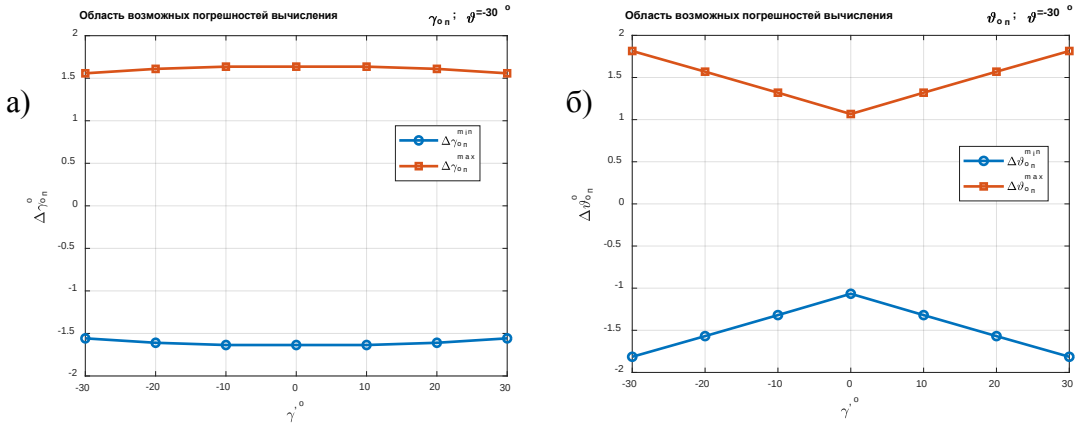


Рисунок 3.3 – Границы области погрешности вычисления опорных углов крена (а) и тангажа (б) в зависимости от угла крена блока ДПИ при значении угла тангажа минус 30° для системы с четырьмя ДМ

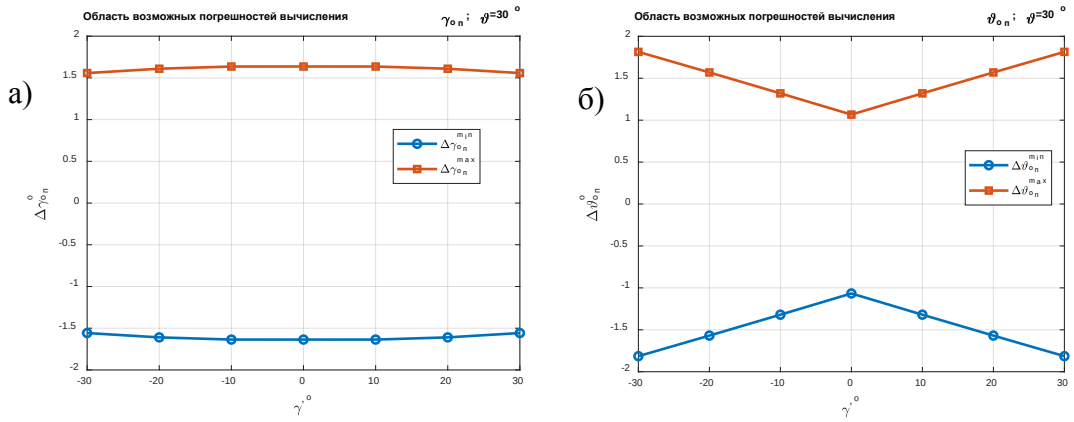


Рисунок 3.4 – Границы области погрешности вычисления опорных углов крена (а) и тангажа (б) в зависимости от угла крена блока ДПИ при значении угла тангажа 30° для системы с четырьмя ДМ

Представляет интерес факторное исследование Simulink-модели дальномерной СУО, структурная схема которой для системы с тремя ДМ приведена на рисунке 3.5.

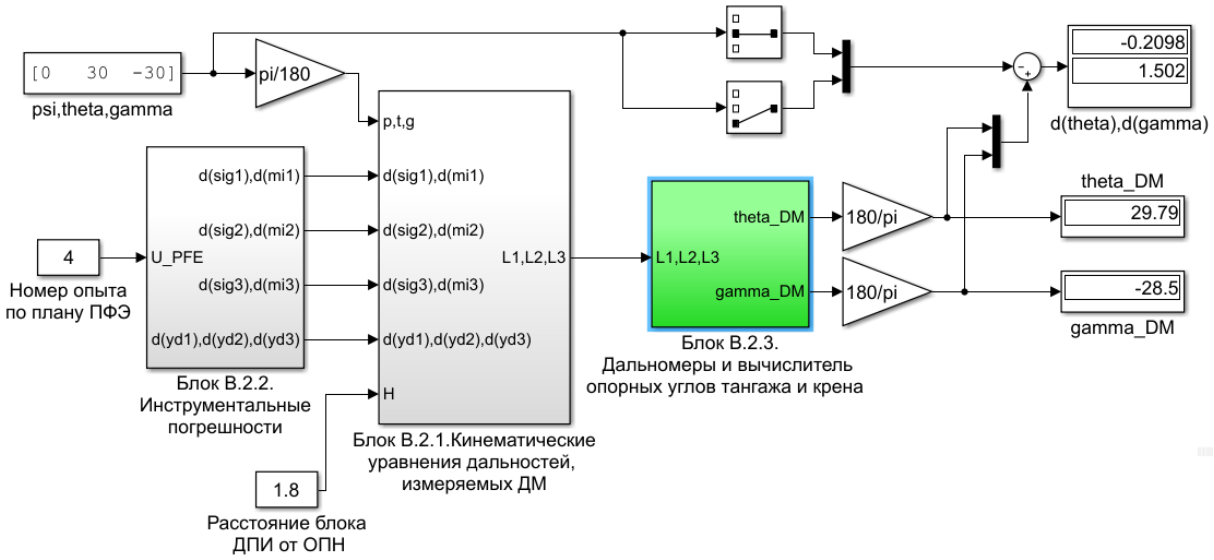


Рисунок 3.5 – Структурная схема модели дальномерной СУО в режиме факторного исследования

Модель дальномерной СУО входит в состав имитационной математической модели персональной ИИС, описание и структура которой приведены в приложении Г. Отличие приведенной схемы модели дальномерной СУО от описанной в приложении состоит в организации дополнительных блоков и связей, необходимых для выполнения ПФЭ. В основном это касается схемы блока «В.2.2.Инструментальные погрешности», приведенной на рисунке 3.6.

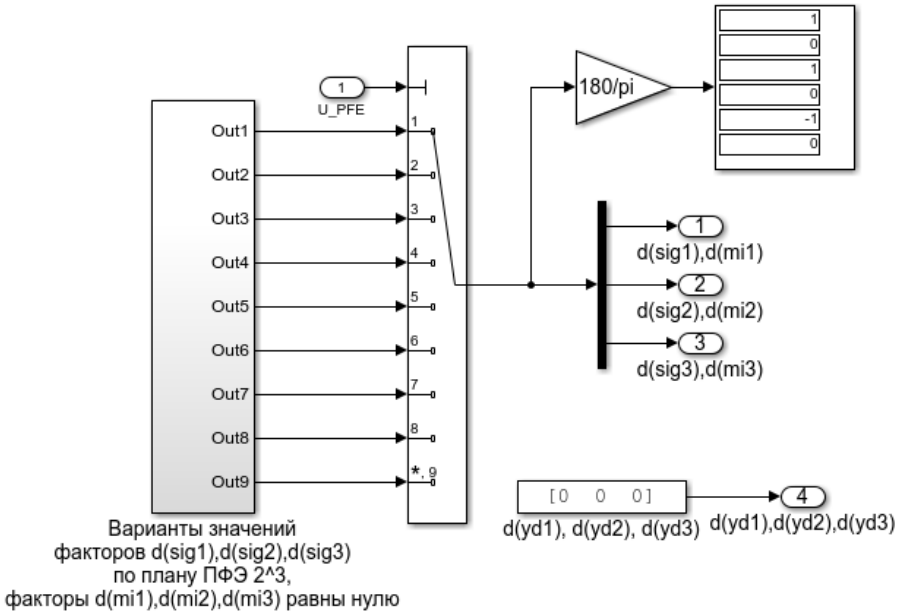


Рисунок 3.6 – Структурная схема подсистемы «Блок В.2.2.Инструментальные погрешности»

Полный факторный эксперимент типа 2^N позволяет получить уравнение регрессии, представляющее собой зависимость целевой функции от факторов в заданной области их изменения [64].

Целевыми функциями являются погрешности вычисления опорных углов крена и тангажа. В качестве факторов выберем наиболее значимые σ_i, $i \in 1, N$ с единицами варьирования λ_5=1 градус. Структура уравнений регрессии для N=3 с учетом $z_{5i} = \Delta\sigma_i$, $i \in 1,3$ имеет вид [64]:

$$\left.\begin{aligned} \Delta\tilde{\gamma}_{\text{оп}} &= b_0^{\gamma} + \sum_{i=1}^{3} b_i^{\gamma}\Delta\sigma_i + b_4^{\gamma}\Delta\sigma_1\Delta\sigma_2 + b_5^{\gamma}\Delta\sigma_1\Delta\sigma_3 + b_6^{\gamma}\Delta\sigma_2\Delta\sigma_3 + b_7^{\gamma}\Delta\sigma_1\Delta\sigma_2\Delta\sigma_3, \\ \Delta\tilde{\vartheta}_{\text{оп}} &= b_0^{\vartheta} + \sum_{i=1}^{3} b_i^{\vartheta}\Delta\sigma_i + b_4^{\vartheta}\Delta\sigma_1\Delta\sigma_2 + b_5^{\vartheta}\Delta\sigma_1\Delta\sigma_3 + b_6^{\vartheta}\Delta\sigma_2\Delta\sigma_3 + b_7^{\vartheta}\Delta\sigma_1\Delta\sigma_2\Delta\sigma_3, \end{aligned}\right\} \quad (3.61)$$

где $b_i^{\gamma}, b_i^{\vartheta}$, $i \in 0, 7$ – искомые коэффициенты уравнений регрессии.

Коэффициенты уравнений регрессии вычисляются по формуле [64]

$$\mathbf{B} = \left(\mathbf{X}^{\text{т}}\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^{\text{т}}\mathbf{Y}, \quad (3.62)$$

где $\mathbf{X}$ – полная матрица планирования ПФЭ 2^3:

$$\mathbf{X}=\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix};$$

B – матрица искомых коэффициентов уравнений регрессии:

$$\mathbf{B}=\begin{bmatrix} b_0^{\gamma} & b_1^{\gamma} & b_2^{\gamma} & b_3^{\gamma} & b_4^{\gamma} & b_5^{\gamma} & b_6^{\gamma} & b_7^{\gamma} \\ b_0^{\vartheta} & b_1^{\vartheta} & b_2^{\vartheta} & b_3^{\vartheta} & b_4^{\vartheta} & b_5^{\vartheta} & b_6^{\vartheta} & b_7^{\vartheta} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}};$$

Y – матрица значений целевых функций $\Delta\tilde{\gamma}_{\text{оп}}$ и $\Delta\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}$, полученных при выполнении ПФЭ:

$$\mathbf{Y}=\begin{bmatrix} (\Delta\tilde{\gamma}_{\text{оп}})_1 & (\Delta\tilde{\gamma}_{\text{оп}})_2 & (\Delta\tilde{\gamma}_{\text{оп}})_3 & (\Delta\tilde{\gamma}_{\text{оп}})_4 & (\Delta\tilde{\gamma}_{\text{оп}})_5 & (\Delta\tilde{\gamma}_{\text{оп}})_6 & (\Delta\tilde{\gamma}_{\text{оп}})_7 & (\Delta\tilde{\gamma}_{\text{оп}})_8 \\ (\Delta\tilde{\vartheta}_{\text{оп}})_1 & (\Delta\tilde{\vartheta}_{\text{оп}})_2 & (\Delta\tilde{\vartheta}_{\text{оп}})_3 & (\Delta\tilde{\vartheta}_{\text{оп}})_4 & (\Delta\tilde{\vartheta}_{\text{оп}})_5 & (\Delta\tilde{\vartheta}_{\text{оп}})_6 & (\Delta\tilde{\vartheta}_{\text{оп}})_7 & (\Delta\tilde{\vartheta}_{\text{оп}})_8 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.$$

Так как единицы варьирования факторов $z_{5i}=\Delta\sigma_i,\ i\in 1,3$ равны 1, коэффициенты $b_i^{\gamma}, b_i^{\vartheta},\ i\in 1,3$ есть оценки коэффициентов чувствительности $\tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{\sigma_i}, \tilde{\vartheta}_{\text{оп}}^{\sigma_i}, i\in 1,3$. В таблице 3.4 приведены значения коэффициентов уравнений регрессии и значения коэффициентов чувствительности $\tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{\sigma_i}, \tilde{\vartheta}_{\text{оп}}^{\sigma_i}, i\in 1,3$, полученные соответственно при реализации плана ПФЭ 2^3 на Simulink-модели дальномерной СУО при идеальных характеристиках ДМ и при расчете по программе приложения В при значениях γ=-30°, ϑ=-30°.

По результатам расчета видно, что оценка коэффициентов чувствительности выполнена с высокой точностью. Кроме того, ПФЭ позволяет определить влияние на целевые функции взаимодействий факторов в виде их произведений. Например, для функции $\Delta\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}$ влияние взаимодействия $\Delta\sigma_1\Delta\sigma_3$, оцениваемое коэффициентом b_5^{γ}=0,0037, оказалось выше, чем влияние фактора $\Delta\sigma_3$, оцениваемое коэффициентом b_3^{γ}=0,02. Коэффициенты b_0^{γ}=8,75e-04 и $b_0^{\vartheta}=0,0076$ оценивают

величины целевых функций в центре ПФЭ, т.е. их теоретическое значение должно быть равно нулю. Если можно принять $b_0^{\gamma} \approx 0$, то величина $b_0^{\vartheta} = 0,0076$ говорит о том, что ощутимо влияние на целевую функцию $\Delta\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}$ квадратов факторов, оценка которых смешана с коэффициентом b_0^{ϑ}.

Таблица 3.4 – Результаты расчета коэффициентов уравнений регрессии и коэффициентов чувствительности при значениях γ=-30°, ϑ=-30°

k	$\Delta\sigma_{1k}^{\circ}$	$\Delta\sigma_{2k}^{\circ}$	$\Delta\sigma_{3k}^{\circ}$	$\left(\Delta\tilde{\gamma}_{\text{оп}}\right)_k$	$\left(\Delta\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}\right)_k$	b_{k-1}^{γ}	b_{k-1}^{ϑ}	$\tilde{\gamma}_{\text{оп}}^{\sigma_i}$, $i \in 1,3$	$\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}^{\sigma_i}$, $i \in 1,3$
1	-1	-1	-1	-0,9901	-0,7368	8,75e-4	0,0076		
2	1	-1	-1	-0,6266	1,3810	0,1784	1,0607	0,1784	1,0606
3	-1	1	-1	0,3294	-1,4020	0,659	-0,3348	0,6589	-0,3347
4	1	1	-1	0,6805	0,7083	0,1526	0,0200	0,1526	0,0200
5	-1	-1	1	-0,6891	-0,7036	-0,0031	-0,0019		
6	1	-1	1	-0,3266	1,4290	-0,0003	0,0037		
7	-1	1	1	0,6399	-1,3700	0,0023	-0,0003		
8	1	1	1	0,9896	0,7550	-5e-5	-1,2e-5		

3.5 Разработка рекомендаций по дальнейшей алгоритмической компенсации возможных инструментальных погрешностей системы

При использовании в составе автономной персональной ИИС дальномерной СУО встает задача алгоритмической компенсации погрешностей параметров установки ДМ на блоке ДПИ, влияющих на точность определения опорных углов крена и тангажа последнего. Для решения поставленной задачи необходимо иметь инструмент воздействия на алгоритм вычисления опорных углов с целью коррекции результатов расчета при минимизации погрешности их определения. Формулы расчета опорных углов крена и тангажа для систем с тремя и четырьмя ДМ получены при номинальных значениях параметров установки ДМ и не имеют возможности коррекции результатов расчета при индивидуальном изменении величины каждого из конструктивных параметров.

Ставится задача получения формул расчета опорных углов, на которые можно воздействовать указанным образом. Задача упрощается при допущениях:

- корректирующие порции изменения конструктивных параметров имеют первый порядок малости, так что их произведениями можно пренебречь;

- имеет смысл учесть в формулах корректирующие добавки лишь к тем конструктивным параметрам, которые имеют наибольшее влияние на результат.

К таким параметрам относятся углы ориентации измерительных осей ДМ $\sigma_i, \mu_i,\ i \in 1, N$. В этом случае для системы с тремя ДМ получается шесть корректирующих факторов, для системы с четырьмя ДМ – восемь. В качестве примера рассматривается получение формул расчета опорных углов с возможностью их коррекции при калибровке дальномерной СУО для системы с тремя ДМ при наличии горизонтальной ОПВ.

3.5.1 Получение коррекционных формул определения опорных углов для системы с тремя ДМ при наличии горизонтальной ОПВ

В соответствии с алгоритмом определения опорных углов блока ДПИ, приведенном на рисунке 2.3, исходными уравнениями для получения искомых формул являются уравнения (2.22), которые для случая N=3 имеют вид:

$$\left.\begin{aligned}
&\left(f_{21}\left(\tilde{L}_1\right)-f_{22}\left(\tilde{L}_2\right)\right)\cos\gamma+\left(f_{31}\left(\tilde{L}_1\right)-f_{32}\left(\tilde{L}_2\right)\right)\sin\gamma=\left(f_{12}\left(\tilde{L}_2\right)-f_{11}\left(\tilde{L}_1\right)\right)\mathrm{tg}\vartheta,\\
&\left(f_{21}\left(\tilde{L}_1\right)-f_{23}\left(\tilde{L}_3\right)\right)\cos\gamma+\left(f_{31}\left(\tilde{L}_1\right)-f_{33}\left(\tilde{L}_3\right)\right)\sin\gamma=\left(f_{13}\left(\tilde{L}_3\right)-f_{11}\left(\tilde{L}_1\right)\right)\mathrm{tg}\vartheta,\\
&\left(f_{22}\left(\tilde{L}_2\right)-f_{23}\left(\tilde{L}_3\right)\right)\cos\gamma+\left(f_{32}\left(\tilde{L}_2\right)-f_{33}\left(\tilde{L}_3\right)\right)\sin\gamma=\left(f_{13}\left(\tilde{L}_3\right)-f_{12}\left(\tilde{L}_2\right)\right)\mathrm{tg}\vartheta
\end{aligned}\right\} \quad (3.63)$$

$$-\gamma_m<\gamma<\gamma_m, \qquad -\vartheta_m<\vartheta<\vartheta_m, \quad \gamma_m<\frac{\pi}{2}, \quad \vartheta_m<\frac{\pi}{2}.$$

Выражения для конструктивных параметров, входящих в формулы для функций $f_{ij}\left(\tilde{L}_j\right),\ i, j \in 1,3$, с учетом допущений записываются в виде:

$$\left.\begin{aligned}
&r_{di}=r_d^*, \qquad y_{di}=y_d^*, \qquad \nu_i=\nu_i^*,\\
&\sigma_i=\sigma^*+\Delta\sigma_i, \qquad \mu_i=\mu_i^*+\Delta\mu_i,\\
&\nu_1^*=\mu_1^*=0, \quad \nu_2^*=\mu_2^*=\frac{2}{3}\pi, \qquad \nu_3^*=\mu_3^*=\frac{4}{3}\pi.
\end{aligned}\right\} \quad (3.64)$$

Выражения для функций $f_{ij}\left(\tilde{L}_j\right),\ i, j \in 1,3$ записываются в виде суммы номинальной и корректирующей составляющих:

$$f_{ij}\left(\tilde{L}_j\right)=f_{ij}^*\left(\tilde{L}_j\right)+\Delta f_{ij}\left(\tilde{L}_j,\Delta\sigma_j,\Delta\mu_j\right),\ \ i, j \in 1,\ 3. \quad (3.65)$$

Составляющие функций $f_{ij}\left(\tilde{L}_j\right),\ i,j\in 1,3$ записываются в виде:

$$\left.\begin{aligned} f_{11}^*\left(\tilde{L}_1\right) &= \tilde{L}_1\cos\left(\sigma^*\right)+r_d^*,\\ f_{12}^*\left(\tilde{L}_2\right) &= -\frac{1}{2}\left(\tilde{L}_2\cos\left(\sigma^*\right)+r_d^*\right),\\ f_{13}^*\left(\tilde{L}_3\right) &= -\frac{1}{2}\left(\tilde{L}_3\cos\left(\sigma^*\right)+r_d^*\right),\end{aligned}\right\} \tag{3.66}$$

$$\left.\begin{aligned} \Delta f_{11}\left(\tilde{L}_1,\Delta\sigma_1\right) &= -\tilde{L}_1\sin\left(\sigma^*\right)\Delta\sigma_1,\\ \Delta f_{12}\left(\tilde{L}_2,\Delta\sigma_2,\Delta\mu_2\right) &= \frac{1}{2}\tilde{L}_2\left(\sin\left(\sigma^*\right)\Delta\sigma_2-\sqrt{3}\cos\left(\sigma^*\right)\Delta\mu_2\right),\\ \Delta f_{13}\left(\tilde{L}_3,\Delta\sigma_3,\Delta\mu_3\right) &= \frac{1}{2}\tilde{L}_3\left(\sin\left(\sigma^*\right)\Delta\sigma_3+\sqrt{3}\cos\left(\sigma^*\right)\Delta\mu_3\right),\end{aligned}\right\} \tag{3.67}$$

$$\left.\begin{aligned} f_{21}^*\left(\tilde{L}_1\right) &= \sin\left(\sigma^*\right)\tilde{L}_1+y_d^*, & \Delta f_{21}\left(\tilde{L}_1,\Delta\sigma_1\right) &= \cos\left(\sigma^*\right)\tilde{L}_1\Delta\sigma_1,\\ f_{22}^*\left(\tilde{L}_2\right) &= \sin\left(\sigma^*\right)\tilde{L}_2+y_d^*, & \Delta f_{22}\left(\tilde{L}_2,\Delta\sigma_2\right) &= \cos\left(\sigma^*\right)\tilde{L}_2\Delta\sigma_2,\\ f_{23}^*\left(\tilde{L}_3\right) &= \sin\left(\sigma^*\right)\tilde{L}_3+y_d^*, & \Delta f_{23}\left(\tilde{L}_3,\Delta\sigma_3\right) &= \cos\left(\sigma^*\right)\tilde{L}_3\Delta\sigma_3,\end{aligned}\right\} \tag{3.68}$$

$$\left.\begin{aligned} f_{31}^*\left(\tilde{L}_1\right) &= 0,\\ f_{32}^*\left(\tilde{L}_2\right) &= \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\tilde{L}_2\cos\left(\sigma^*\right)+r_d^*\right),\\ f_{33}^*\left(\tilde{L}_3\right) &= -\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\tilde{L}_3\cos\left(\sigma^*\right)+r_d^*\right),\end{aligned}\right\} \tag{3.69}$$

$$\left.\begin{aligned} \Delta f_{31}\left(\tilde{L}_1,\Delta\mu_1\right) &= \tilde{L}_1\cos\left(\sigma^*\right)\Delta\mu_1,\\ \Delta f_{32}\left(\tilde{L}_2,\Delta\sigma_2,\Delta\mu_2\right) &= -\frac{1}{2}\tilde{L}_2\left(\cos\left(\sigma^*\right)\Delta\mu_2+\sqrt{3}\sin\left(\sigma^*\right)\Delta\sigma_2\right),\\ \Delta f_{33}\left(\tilde{L}_3,\Delta\sigma_3,\Delta\mu_3\right) &= -\frac{1}{2}\tilde{L}_3\left(\cos\left(\sigma^*\right)\Delta\mu_3-\sqrt{3}\sin\left(\sigma^*\right)\Delta\sigma_3\right).\end{aligned}\right\} \tag{3.70}$$

Вводятся обозначения коэффициентов уравнений (3.63):

$$\left.\begin{aligned} A_{1c} &= f_{21}\left(\tilde{L}_1\right)-f_{22}\left(\tilde{L}_2\right)=A_{1c}^*+\Delta u_1^c,\\ A_{1s} &= f_{31}\left(\tilde{L}_1\right)-f_{32}\left(\tilde{L}_2\right)=A_{1s}^*+\Delta u_1^s,\\ A_{1t} &= f_{12}\left(\tilde{L}_2\right)-f_{11}\left(\tilde{L}_1\right)=A_{1t}^*+\Delta u_1^t,\end{aligned}\right\} \tag{3.71}$$

$$\left.\begin{aligned} A_{2c} &= f_{21}\left(\tilde{L}_1\right) - f_{23}\left(\tilde{L}_3\right) = A_{2c}^* + \Delta u_2^c, \\ A_{2s} &= f_{31}\left(\tilde{L}_1\right) - f_{33}\left(\tilde{L}_3\right) = A_{2s}^* + \Delta u_2^s, \\ A_{2t} &= f_{13}\left(\tilde{L}_3\right) - f_{11}\left(\tilde{L}_1\right) = A_{2t}^* + \Delta u_2^t, \end{aligned}\right\} \tag{3.72}$$

$$\left.\begin{aligned} A_{3c} &= f_{22}\left(\tilde{L}_2\right) - f_{23}\left(\tilde{L}_3\right) = A_{3c}^* + \Delta u_3^c, \\ A_{3s} &= f_{32}\left(\tilde{L}_2\right) - f_{33}\left(\tilde{L}_3\right) = A_{3s}^* + \Delta u_3^s, \\ A_{3t} &= f_{13}\left(\tilde{L}_3\right) - f_{12}\left(\tilde{L}_2\right) = A_{3t}^* + \Delta u_3^t. \end{aligned}\right\} \tag{3.73}$$

Компоненты выражений (3.71) – (3.73):

$$\left.\begin{aligned} A_{1c}^* &= \left(\tilde{L}_1 - \tilde{L}_2\right)\sin\left(\sigma^*\right), \\ A_{1s}^* &= -\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\tilde{L}_2\cos\left(\sigma^*\right) + r_d^*\right), \\ A_{1t}^* &= -\frac{1}{2}\left[\left(\tilde{L}_2 + 2\tilde{L}_1\right)\cos\left(\sigma^*\right) + 3r_d^*\right], \end{aligned}\right\} \tag{3.74}$$

$$\left.\begin{aligned} \Delta u_1^c &= \left(\tilde{L}_1\Delta\sigma_1 - \tilde{L}_2\Delta\sigma_2\right)\cos\left(\sigma^*\right), \\ \Delta u_1^s &= \tilde{L}_1\cos\left(\sigma^*\right)\Delta\mu_1 + \frac{1}{2}\tilde{L}_2\left(\cos\left(\sigma^*\right)\Delta\mu_2 + \sqrt{3}\sin\left(\sigma^*\right)\Delta\sigma_2\right), \\ \Delta u_1^t &= \frac{1}{2}\tilde{L}_2\left(\sin\left(\sigma^*\right)\Delta\sigma_2 - \sqrt{3}\cos\left(\sigma^*\right)\Delta\mu_2\right) + \tilde{L}_1\sin\left(\sigma^*\right)\Delta\sigma_1, \end{aligned}\right\} \tag{3.75}$$

$$\left.\begin{aligned} A_{2c}^* &= \sin\left(\sigma^*\right)\left(\tilde{L}_1 - \tilde{L}_3\right), \\ A_{2s}^* &= \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\tilde{L}_3\cos\left(\sigma^*\right) + r_d^*\right), \\ A_{2t}^* &= -\frac{1}{2}\left[\left(\tilde{L}_3 + 2\tilde{L}_1\right)\cos\left(\sigma^*\right) + 3r_d^*\right], \end{aligned}\right\} \tag{3.76}$$

$$\left.\begin{aligned} \Delta u_2^c &= \cos\left(\sigma^*\right)\left(\tilde{L}_1\Delta\sigma_1 - \tilde{L}_3\Delta\sigma_3\right), \\ \Delta u_2^s &= \tilde{L}_1\cos\left(\sigma^*\right)\Delta\mu_1 + \frac{1}{2}\tilde{L}_3\left(\cos\left(\sigma^*\right)\Delta\mu_3 - \sqrt{3}\sin\left(\sigma^*\right)\Delta\sigma_3\right), \\ \Delta u_2^t &= \frac{1}{2}\tilde{L}_3\left(\sin\left(\sigma^*\right)\Delta\sigma_3 + \sqrt{3}\cos\left(\sigma^*\right)\Delta\mu_3\right) + \tilde{L}_1\sin\left(\sigma^*\right)\Delta\sigma_1. \end{aligned}\right\} \tag{3.77}$$

$$\left.\begin{aligned}
&A_{3c}^{*}=\left(\tilde{L}_2-\tilde{L}_3\right)\sin\left(\sigma^{*}\right),\\
&A_{3s}^{*}=f_{32}\left(\tilde{L}_2\right)-f_{33}\left(\tilde{L}_3\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\left(\tilde{L}_2+\tilde{L}_3\right)\cos\left(\sigma^{*}\right)+2r_d^{*}\right),\\
&A_{3t}^{*}=f_{13}\left(\tilde{L}_3\right)-f_{12}\left(\tilde{L}_2\right)=\frac{1}{2}\left(\tilde{L}_2-\tilde{L}_3\right)\cos\left(\sigma^{*}\right),
\end{aligned}\right\} \tag{3.78}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\Delta u_3^{c}=\cos\left(\sigma^{*}\right)\tilde{L}_2\Delta\sigma_2-\cos\left(\sigma^{*}\right)\tilde{L}_3\Delta\sigma_3,\\
&\Delta u_3^{s}=\frac{1}{2}\left(\left(\tilde{L}_3\Delta\mu_3-\tilde{L}_2\Delta\mu_2\right)\cos\left(\sigma^{*}\right)-\sqrt{3}\left(\tilde{L}_3\Delta\sigma_3+\tilde{L}_2\Delta\sigma_2\right)\sin\left(\sigma^{*}\right)\right),\\
&\Delta u_3^{t}=\frac{1}{2}\left(\left(\tilde{L}_3\Delta\sigma_3-\tilde{L}_2\Delta\sigma_2\right)\sin\left(\sigma^{*}\right)+\sqrt{3}\cos\left(\sigma^{*}\right)\left(\tilde{L}_3\Delta\mu_3+\tilde{L}_2\Delta\mu_2\right)\right).
\end{aligned}\right\} \tag{3.79}$$

Уравнения (3.63) с учетом обозначений (3.71) – (3.73) запишутся в виде:

$$\begin{aligned}
&\left.\begin{aligned}
&A_{1c}\cos\gamma+A_{1s}\sin\gamma=A_{1t}\mathrm{tg}\vartheta,\\
&A_{2c}\cos\gamma+A_{2s}\sin\gamma=A_{2t}\mathrm{tg}\vartheta,\\
&A_{3c}\cos\gamma+A_{3s}\sin\gamma=A_{3t}\mathrm{tg}\vartheta,
\end{aligned}\right\}\\
&-\gamma_m<\gamma<\gamma_m,\quad -\vartheta_m<\vartheta<\vartheta_m,\\
&\gamma_m<\frac{\pi}{2},\ \ \vartheta_m<\frac{\pi}{2}.
\end{aligned} \tag{3.80}$$

При матричной форме записи уравнения (3.80) запишутся в виде:

$$\mathbf{AF}=\mathbf{Q}\mathrm{tg}\left(\vartheta\right). \tag{3.81}$$

Матрицы в уравнении (3.81) определяются выражениями:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} A_{1c} & A_{1s}\\ A_{2c} & A_{2s}\\ A_{3c} & A_{3s}\end{bmatrix};\quad \mathbf{F}=\begin{bmatrix}\cos\left(\gamma\right)\\ \sin\left(\gamma\right)\end{bmatrix};\qquad \mathbf{Q}=\begin{bmatrix} A_{1t}\\ A_{2t}\\ A_{3t}\end{bmatrix}. \tag{3.82}$$

Относительно матрицы **F** уравнение (3.82) решается методом наименьших квадратов [61]:

$$\mathbf{F}=\left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\right)^{-1}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}\mathrm{tg}\left(\vartheta\right). \tag{3.83}$$

Вводится обозначение:

$$\mathbf{V}=\left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}\right)^{-1}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}. \tag{3.84}$$

Выражения для искомых переменных $\cos\left(\gamma\right)$, $\sin\left(\gamma\right)$ записываются в виде:

$$\left.\begin{aligned}\cos(\gamma)&=\mathbf{V}(1)\operatorname{tg}(\vartheta),\\ \sin(\gamma)&=\mathbf{V}(2)\operatorname{tg}(\vartheta).\end{aligned}\right\} \tag{3.85}$$

Из системы (3.83) находится решение для опорного угла крена:

$$\left.\begin{aligned}\operatorname{tg}(\gamma)&=\frac{\mathbf{V}(2)}{\mathbf{V}(1)},\\ \tilde{\gamma}_{\text{оп}}&=\operatorname{arctg}\left(\frac{\mathbf{V}(2)}{\mathbf{V}(1)}\right).\end{aligned}\right\} \tag{3.86}$$

Решение для тангенса угла тангажа:

$$\operatorname{tg}(\vartheta)=\frac{1}{\mathbf{V}(1)}\cos(\gamma)=\frac{1}{\mathbf{V}(1)}\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\mathbf{V}(2)}{\mathbf{V}(1)}\right)^2}}=\frac{sign(\mathbf{V}(1))}{\sqrt{(\mathbf{V}(1))^2+(\mathbf{V}(2))^2}}. \tag{3.87}$$

В соответствии с формулой (3.87) определяется опорный угол тангажа:

$$\tilde{\vartheta}_{\text{оп}}=\operatorname{arctg}\left(\frac{sign(\mathbf{V}(1))}{\sqrt{(\mathbf{V}(1))^2+(\mathbf{V}(2))^2}}\right). \tag{3.88}$$

3.5.2 Алгоритм компенсации инструментальных погрешностей конструктивных параметров установки ДМ в лабораторных условиях

Для выполнения эксперимента требуется стенд с поворотным устройством, на котором устанавливается блок ДПИ с закрепленными на нем ДМ, и горизонтальная ОПВ. Эксперимент выполняется для нескольких стационарных угловых положений блока ДПИ с точным определением значений его углов крена и тангажа по измерительным устройствам стенда. В каждой позиции блока ДПИ выполняются операции:

1) При нулевых значениях вариаций $\Delta\sigma_i, \Delta\mu_i,\ i\in 1,N$ определяются опорные углы крена и тангажа блока ДПИ и сравниваются с показаниями измерительных устройств стенда. Если погрешности вычисления опорных углов находятся в допустимых пределах, то необходимость в дальнейшем испытании дальномерной СУО отпадает. В противном случае такие испытания проводятся по следующей схеме.

2) В пространстве факторов $\Delta\sigma_i, \Delta\mu_i,\ i \in 1, N$ определяются координаты (N+1) вершин исходного выпуклого многоугольника, именуемого в теории математического планирования эксперимента «симплекс» [65].

3) Для текущего углового положения блока ДПИ выполняется расчет значений опорных углов крена и тангажа при реализации в алгоритме расчета координат всех вершин симплекса в соответствии с формулами, выведенными в разделе 3.5.1. Полученные значения сравниваются с показаниями измерительных средств стенда и определяются погрешности определения опорных углов при реализации координат каждой из вершин симплекса.

4) В соответствии с симплексным методом поиска оптимума выполняется расчет координат новой вершины симплекса, отраженной по отношению к вершине, в которой погрешность вычисления опорных углов максимальна, и выполняется эксперимент по вычислению опорных углов при реализации в алгоритме расчета координат новой вершины симплекса. Процесс поиска корректирующих значений конструктивных параметров $\Delta\sigma_i, \Delta\mu_i,\ i \in 1, N$ продолжается до достижения заданной точности вычисления опорных углов блока ДПИ.

3.5.3 Рекомендации по определению параметров амортизирующего подвеса блока ДПИ на ПО методами факторного эксперимента

При установке персональной ИИС на робота, управляемого оператором по каналу телесвязи, большое влияние на точность работы навигационной системы имеет выбор параметров схемы защиты блока ДПИ от вибраций объекта. Задача оптимизации параметров амортизирующего подвеса блока аппаратуры на подвижном основании методами факторного эксперимента рассмотрена в статье [66]. Блок ДПИ подвешивается на подвижном основании с помощью резиновых шнуров, которые на модели подвеса располагаются в одной плоскости, полагая, что основное возмущение со стороны подвижного объекта на блок аппаратуры передается вдоль вертикальной оси. Для факторного исследования схемы амортизирующего подвеса выбираются параметры опорной схемы подвеса: масса

объекта, длина, тип и количество шнуров, жесткость шнуров, углы их установки, статическое удлинение и др.).

Задача обеспечения значения собственной частоты продольных колебаний объекта, удовлетворяющей условию $f_y \le f_1 / \sqrt{2}$, где f_y - собственная частота продольных колебаний объекта, f_1 - частота возмущения, решена в работе [66].

Реализация достигнутых результатов позволит существенно уменьшить амплитуду вибраций блока ДПИ на основной частоте возмущения, что должно снизить погрешность построения траектории ПО и повысить точность телеуправления им.

ВЫВОДЫ

1. Получены уравнения чувствительности погрешностей вычисления опорных углов крена и тангажа дальномерной СУО к погрешностям установки системы ДМ на блоке ДПИ для схемы с 3-мя ДМ и с 4-мя ДМ.

2. Оценка погрешностей определения углов наклона блока датчиков первичной информации относительно опорной поверхности показала, что наибольшее влияние на величину погрешности вычисления опорных углов крена и тангажа блока ДПИ оказывают инструментальные погрешности углов $\sigma_i, \mu_i,\ i \in 1, N$ выставки направлений измерительных осей ДМ относительно связанной системы координат.

3. На основе проведенного полного факторного эксперимента типа 2^N, где N – число ДМ, в пространстве конструктивных параметров установки ДМ на блоке ДПИ при их изменении в пределах ±1 мм и $\pm 1^{\circ}$ относительно номинала определены предельные области погрешностей вычисления опорных углов крена и тангажа, которые составляют ± (1,6…1,8)$^{\circ}$ для системы с четырьмя ДМ и ± (1,5…2,4)$^{\circ}$ для системы с тремя ДМ.

4. Реализация ПФЭ на Simulink-модели дальномерной СУО позволяет при детерминированной постановке ПФЭ получить оценки коэффициентов чувствительности моделей погрешностей вычисления опорных углов крена и тангажа, неточность определения которых по сравнению с расчетом по аналитическим зависимостям не превышает сотых долей процента.

5. С целью повышения точности определения координат ПО разработаны рекомендации по калибровке устройства вычисления опорных углов для конкретной конструкции дальномерной СУО, которая заключается в отладке параметров алгоритма в лабораторных условиях методами математического планирования эксперимента с применением соответствующего контрольно–измерительного оборудования.

Глава 4. РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ РАБОТЫ АВТОНОМНОЙ ПЕРСОНАЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ НАЗЕМНОГО ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ

4.1 Постановка задачи

Для системного объединения разработанных алгоритмов определения углов наклона блока ДПИ в данной главе решается задача их схемной реализации и построения комплексной системы на основе комплексирования инерциальной и дальномерной СУО с возможностью дополнительного повышения точности на базе эвристических методов, в качестве которых за основу взяты методы коррекции по нулевой скорости (*ZUPT*) [22, 31, 41-43] и методы эвристического снижения дрейфа (*HDR* и *iHDE*) [39, 40].

Основные подзадачи, которые требуется при этом решить:

- разработка схемы комплексной СУО;
- разработка алгоритма обнуления выходов интеграторов;
- разработка алгоритма коррекции путевой скорости ПО на приоритетных направлениях.

4.2 Разработка схемы комплексной системы угловой ориентации

Схема персональной ИИС определения местоположения наземного ПО (рисунок 4.1) включает в себя комплексную СУО и вычислительное устройство (ВУ2), формирующее на выходе координаты местоположения ПО.

Комплексная СУО (рисунок 4.2) содержит инерциальную СУО, дальномерную СУО и блок компенсации, состоящий из двух структурно одинаковых схем компенсации, каждая из которых содержит два сумматора и низкочастотный фильтр [24]. Принцип работы дальномерной СУО изложен в главе 2 (рисунок 2.1). На устройство определения углов наклона блока ДПИ, суть которого заключается в применении схемы комплексирования инерциальной и дальномерной СУО, получен патент РФ на изобретение №2649026 [67].

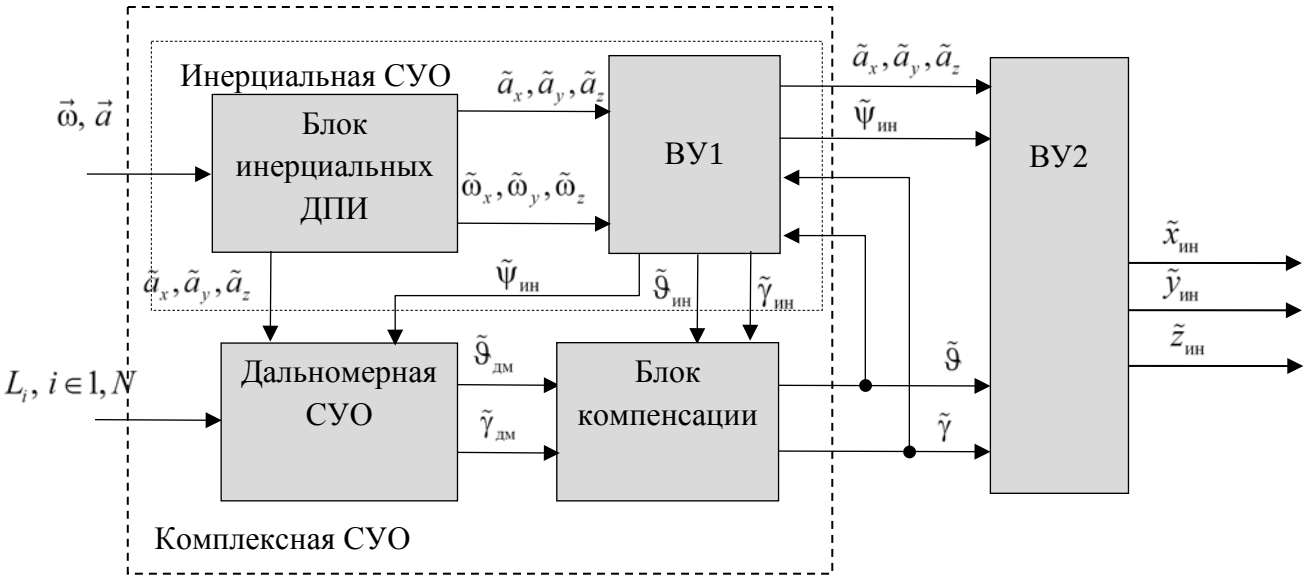


Рисунок 4.1 – Блок-схема автономной персональной ИИС наземного позиционирования

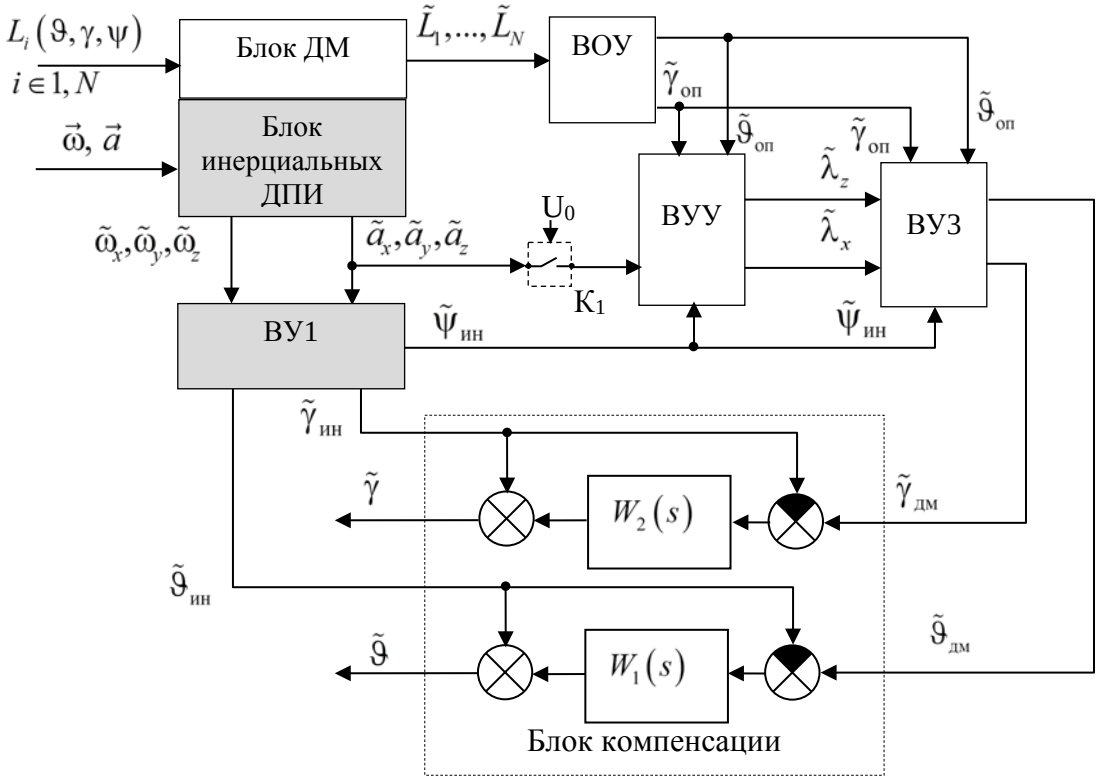


Рисунок 4.2 – Блок-схема комплексной СУО

Низкочастотные фильтры блока компенсации построены как апериодические звенья с передаточными функциями $W_1(s)=\dfrac{1}{T_1 s+1}$, $W_2(s)=\dfrac{1}{T_2 s+1}$, постоянные времени T_1, T_2 которых определены из условия минимума установившейся дисперсии погрешности оценки полезного сигнала [24].

Выходные сигналы $\tilde{\vartheta}$ и $\tilde{\gamma}$ комплексной СУО вычисляются по формулам

$$\begin{aligned}\tilde{\vartheta}&=\left(1-W_1(\mathrm{s})\right)\tilde{\vartheta}_{\text{ин}}+W_1(\mathrm{s})\tilde{\vartheta}_{\text{дм}},\\ \tilde{\gamma}&=\left(1-W_2(\mathrm{s})\right)\tilde{\gamma}_{\text{ин}}+W_2(\mathrm{s})\tilde{\gamma}_{\text{дм}}.\end{aligned}\tag{4.1}$$

Выходные сигналы $\tilde{\vartheta}_{\text{ин}}$, $\tilde{\gamma}_{\text{ин}}$ инерциальной СУО содержат погрешности $\varepsilon_{\vartheta}^{\text{ин}}, \varepsilon_{\gamma}^{\text{ин}}$:

$$\tilde{\vartheta}_{\text{ин}}=\vartheta+\varepsilon_{\vartheta}^{\text{ин}}, \qquad \tilde{\gamma}_{\text{ин}}=\gamma+\varepsilon_{\gamma}^{\text{ин}}.\tag{4.2}$$

Выходные сигналы $\tilde{\vartheta}_{\text{дм}}$, $\tilde{\gamma}_{\text{дм}}$ дальномерной СУО содержат погрешности $\varepsilon_{\vartheta}^{\text{дм}}, \varepsilon_{\gamma}^{\text{дм}}$:

$$\tilde{\vartheta}_{\text{дм}}=\vartheta+\varepsilon_{\vartheta}^{\text{дм}}, \tilde{\gamma}_{\text{дм}}=\gamma+\varepsilon_{\gamma}^{\text{дм}}.\tag{4.3}$$

Скорректированные сигналы на выходе комплексной СУО имеют вид:

$$\begin{aligned}\tilde{\vartheta}&=\vartheta+W_1(s)\varepsilon_{\vartheta}^{\text{дм}}+\left(1-W_1(s)\right)\varepsilon_{\vartheta}^{\text{ин}}=\vartheta+\varepsilon_{\vartheta}^{\Sigma},\\ \tilde{\gamma}&=\gamma+W_2(s)\varepsilon_{\gamma}^{\text{дм}}+\left(1-W_2(s)\right)\varepsilon_{\gamma}^{\text{ин}}=\gamma+\varepsilon_{\gamma}^{\Sigma}.\end{aligned}\tag{4.4}$$

Результирующие погрешности вычисления тангажа $\varepsilon_{\vartheta}^{\Sigma}$ и крена $\varepsilon_{\gamma}^{\Sigma}$ равны:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\vartheta}^{\Sigma}&=W_1(s)\varepsilon_{\vartheta}^{\text{дм}}+\left(1-W_1(s)\right)\varepsilon_{\vartheta}^{\text{ин}}=\frac{1}{W_1 s+1}\varepsilon_{\vartheta}^{\text{дм}}+\frac{W_1 s}{W_1 s+1}\varepsilon_{\vartheta}^{\text{ин}},\\ \varepsilon_{\gamma}^{\Sigma}&=W_2(s)\varepsilon_{\gamma}^{\text{дм}}+\left(1-W_2(s)\right)\varepsilon_{\gamma}^{\text{ин}}=\frac{1}{W_2 s+1}\varepsilon_{\gamma}^{\text{дм}}+\frac{W_2 s}{W_2 s+1}\varepsilon_{\gamma}^{\text{ин}}.\end{aligned}\tag{4.5}$$

Таким образом, благодаря комплексированию выходные сигналы (4.1) содержат значения измеряемых углов ϑ и γ, неискаженные фильтрами, и погрешности (4.5), существенно ослабленные по сравнению с исходными погрешностями $\varepsilon_{\vartheta}^{\text{ин}}, \varepsilon_{\gamma}^{\text{ин}}, \varepsilon_{\vartheta}^{\text{дм}}, \varepsilon_{\gamma}^{\text{дм}}$. Как видно из выражения (4.5), существенное ослабление помех возможно при условии, когда частотный спектр шумовых помех

дальномеров находится правее граничных частот $1/T_i$, i=1, 2, а частотный спектр шумовых помех инерциальных датчиков – левее этих частот [68].

4.3 Разработка алгоритма обнуления выходов интеграторов

Учитывая, что наземный объект (человек) имеет возможность эпизодически останавливаться, для уменьшения погрешностей интегрирования предлагается алгоритм обнуления выходов интеграторов первого каскада, вычисляющих проекции скорости, при фиксации кратких (почти мгновенных) остановок ПО по показаниям акселерометров. Блок-схема, реализующая этот алгоритм, приведена на рисунке 4.3.

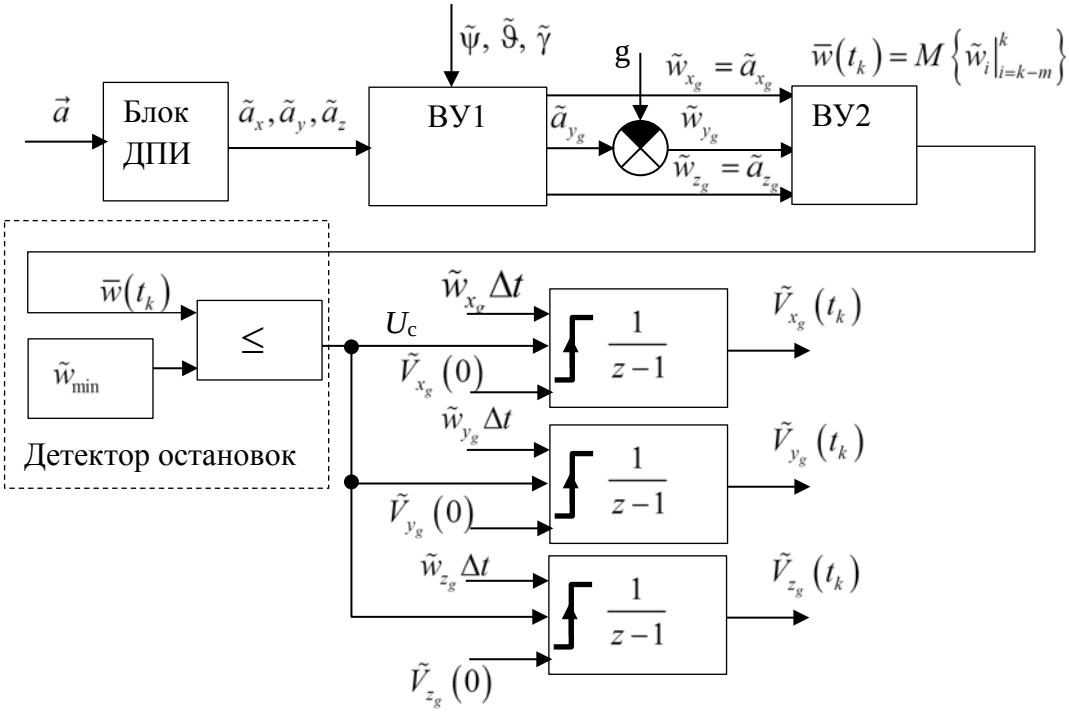


Рисунок 4.3 – Блок-схема, реализующая алгоритм обнуления выходов интеграторов

Обозначения на рисунке 4.3:

$\vec{a} = \vec{i} \cdot a_x + \vec{j} \cdot a_y + \vec{k} \cdot a_z$ - вектор кажущегося ускорения блока ДПИ;

$\tilde{a}_x, \tilde{a}_y, \tilde{a}_z$ - сигналы на выходе акселерометров;

$\tilde{\psi}, \tilde{\vartheta}, \tilde{\gamma}$ – сигналы комплексной СУО, пропорциональные углам рысканья, тангажа и крена блока ДПИ;

$\tilde{w}_{x_g}, \tilde{w}_{y_g}, \tilde{w}_{z_g}$ - проекции абсолютного ускорения на оси нормальной системы координат;

$\overline{w}(t_k) = M\left\{\tilde{w}_i\big|_{i=k-m}^{k}\right\}$ - математическое ожидание модуля абсолютного ускорения по выборке из (m+1) дискрет;

g=9,81 м/с^2 – ускорение свободного падения;

$\tilde{w}_{\min}$ – пороговое значение ускорения;

$U_{\text{с}}$ – сигнал сброса интеграторов;

$\tilde{w}_{x_g}\Delta t,\ \tilde{w}_{y_g}\Delta t,\ \tilde{w}_{z_g}\Delta t$ – произведения проекций абсолютного ускорения на период дискретности Δt (основные сигналы на входах интеграторов);

$\tilde{V}_{x_g}(t_k), \tilde{V}_{y_g}(t_k), \tilde{V}_{z_g}(t_k)$ – сигналы проекции скорости движения блока ДПИ на оси нормальной системы координат;

$\tilde{V}_{x_g}(0), \tilde{V}_{y_g}(0), \tilde{V}_{z_g}(0)$ – сигналы, задающие начальные значения проекций скорости блока ДПИ.

С блока ДПИ на ВУ1 поступают сигналы проекций кажущегося ускорения, которые преобразуются из связанной системы координат в проекции $\tilde{a}_{x_g}, \tilde{a}_{y_g}, \tilde{a}_{z_g}$ на оси нормальной системы координат. Затем эти сигналы преобразуются в проекции вектора абсолютного ускорения [69], которые поступают на вход вычислителя ВУ2, определяющего среднее значение модуля абсолютного ускорения $\overline{w}(t_k)$ по выборке из m+1 дискрет. Детектор остановок сравнивает модуль $\overline{w}(t_k)$ с пороговым значением $\tilde{w}_{\min}$. Если среднее значение модуля абсолютного ускорения меньше или равно $\tilde{w}_{\min}$, то детектируется неподвижное состояние и сигнал $U_{\text{с}}$ на выходе детектора остановок становится равным единице. Поступая на входы сброса интеграторов, сигнал $U_{\text{с}}$ обнуляет их выходы.

4.4 Разработка алгоритма коррекции путевой скорости подвижного объекта на приоритетных направлениях

Если известна карта коридорной сети здания, в котором должны выполняться оперативные работы с применением персональной ИИС, то эта информация может быть использована для коррекции движения ПО по приоритетным направлениям, согласованным с картой коридорной сети. Блок-схема, реализующая подобный алгоритм, приведена на рисунке 4.4.

Обозначения на рисунке 4.4:

$\vec{\omega}(k)$ - вектор угловой скорости блока ДПИ;

$\tilde{\vartheta}(k)$ и $\tilde{\gamma}(k)$ - выходные сигналы комплексной СУО;

$\tilde{\psi}(k)$ - текущее значение угла рысканья;

$\dot{\tilde{\psi}}(k)$ - текущее значение угловой скорости рыскания;

U_1^* - сигнал коррекции угла рысканья;

U_1 - сигнал коррекции угла рысканья, зависящий от характера движения ПО;

$\psi(0)$ - начальное значение угла рысканья;

U_{br} - сигнал прерывания коррекции путевой скорости при смене направления движения ПО;

$U_{Z_g}^*$ - сигнал индикации движения ПО вдоль направления, параллельного оси Z_g;

$U_{X_g}^*$ - сигнал индикации движения ПО вдоль направления, параллельного оси X_g;

$U_{V_{Xg}}$ - сигнал коррекции проекции путевой скорости на ось X_g;

$U_{V_{Zg}}$ - сигнал коррекции проекции путевой скорости на ось Z_g;

$V_{Z_g}(k)$, $V_{X_g}(k)$ - текущие значения проекций путевой скорости на ось Z_g и X_g соответственно.

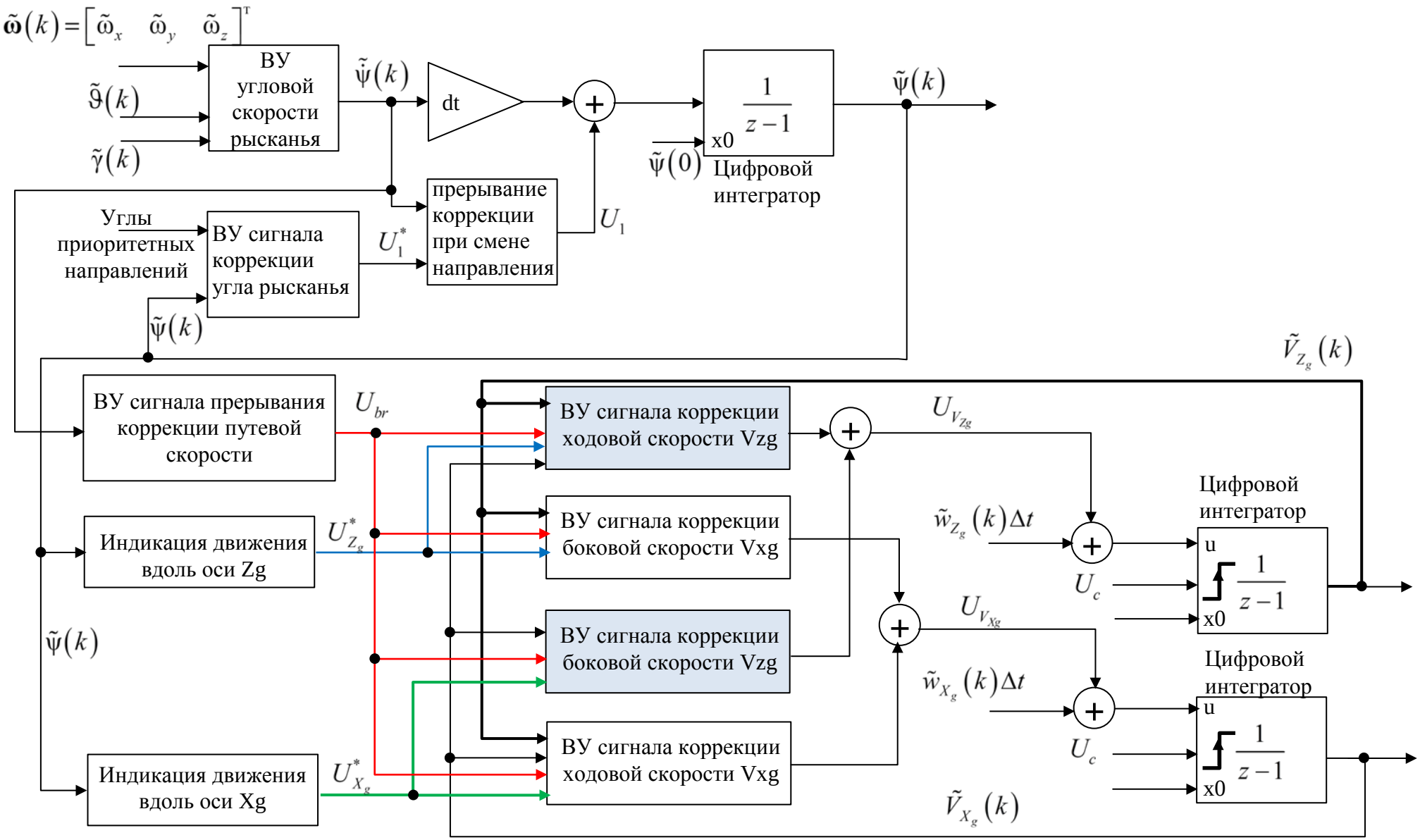


Рисунок 4.4 – Блок-схема, реализующая алгоритм коррекции путевой скорости ПО на приоритетных направлениях

Коррекция выполняется в 2 этапа: коррекция угла рысканья и коррекция путевой скорости.

4.4.1 Коррекция угла рысканья

Текущее значение угла рысканья $\tilde{\psi}(k), k = 0,1,2,...,n$ (сигнал с выхода цифрового интегратора) сравнивается с заданными углами приоритетных направлений в блоке «ВУ сигнала коррекции угла рысканья». Выбирается одно значение приоритетного угла, ближайшее к текущему $\tilde{\psi}(k)$.

Сигнал коррекции угла рысканья U_1^* формируется по формуле:

$$U_1^* = k_\psi \left(\tilde{\psi}_{\text{пр}} - \tilde{\psi} \right), \tag{4.6}$$

где $\tilde{\psi}_{\text{пр}}$ – угол приоритетного направления относительно первоначального направления движения, соответствующего значению $\tilde{\psi}_{\text{пр}}$=0;

$\tilde{\psi}$ – текущее значение вычисленного угла рысканья;

k_ψ – передаточный коэффициент.

Сигнал коррекции U_1^* подается на вход цифрового интегратора через блок «прерывание коррекции при смене направления». Смена направления при повороте на 90° фиксируется при превышении модулем угловой скорости рысканья $\Delta\tilde{\psi}(k) / \Delta t$ порогового значения $\dot{\psi}_m$=0,3 (1/с) ≈ 17 °/с. Сигнал прерывает подачу на вход цифрового интегратора угла рысканья сигнала коррекции U_1^*.

$$U_1 = \begin{cases} U_1^*, & \text{если } \left| \dfrac{\psi(k) - \psi(k-1)}{\Delta t} \right| < \dot{\psi}_m, \\ 0, & \text{если } \left| \dfrac{\psi(k) - \psi(k-1)}{\Delta t} \right| \geq \dot{\psi}_m. \end{cases} \tag{4.7}$$

Сигнал коррекции U_1 поступает на вход цифрового интегратора, вычисляющего угол рысканья, приближая текущее значение угла рысканья к приоритетному.

4.4.2 Коррекция путевой скорости

Схема координированной коррекции вектора путевой скорости приведена на рисунке 4.5. Если ПО идет вдоль оси X_g (Z_g), то проекцию путевой скорости на ось X_g (Z_g) условно назовем ходовой, а проекцию на перпендикулярное направление – боковой скоростью.

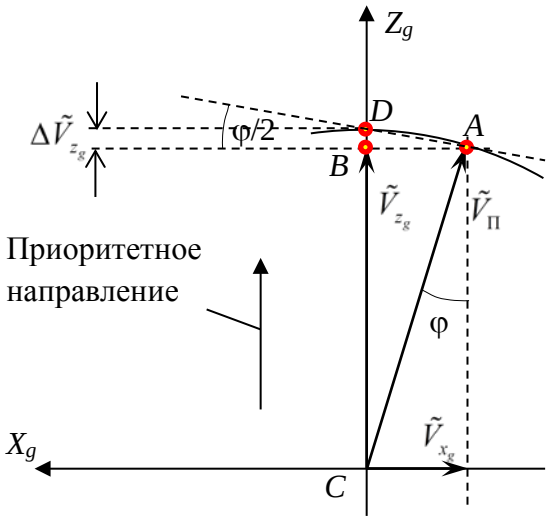


Рисунок 4.5 – Схема координированной коррекции вектора путевой скорости при движении по приоритетному направлению

На этапе коррекции путевой скорости формируются сигналы коррекции $U_{V_{Xg}}$ и $U_{V_{Zg}}$, поступающие на входы цифровых интеграторов, вычисляющих соответствующие проекции скорости. Основные сигналы на входах цифровых интеграторов – произведения сигналов, пропорциональных проекциям абсолютного ускорения, на шаг интегрирования Δt.

Рассмотрим процесс формирования сигналов коррекции на примере сигнала $U_{V_{Zg}}$.

Сигнал $U_{V_{Zg}}$ состоит из двух составляющих: сигнала коррекции ходовой скорости V_{Z_g} и сигнала коррекции боковой скорости V_{Z_g}.

Сигнал $U^{ход}_{V_{Zg}}$ формируется, когда ПО идет вдоль оси Z_g, а сигнал $U^{бок}_{V_{Zg}}$ - когда ПО идет вдоль оси X_g. При уменьшении модуля вычисленного значения «боковой» скорости $\tilde{V}_{x_g}$ до нуля «ходовая» скорость $\tilde{V}_{z_g}$ должна возрасти на величину $\Delta\tilde{V}_{z_g}$, чтобы вектор путевой скорости развернулся по приоритетному направлению. Величина приращения определяется из треугольника *ABD* (рисунок 4.5):

$$\Delta\tilde{V}_{z_g} = \frac{1}{2}\frac{\tilde{V}^2_{x_g}}{\tilde{V}_{z_g}}. \qquad (4.8)$$

Активацию формирования той или иной составляющей выполняют блоки «Индикация движения вдоль оси Z_g» и «Индикация движения вдоль оси X_g». Если ПО идет вдоль оси Z_g, то сигнал $U^*_{Z_g}$=1, иначе $U^*_{Z_g}$=0. Если ПО идет вдоль оси X_g, то $U^*_{X_g}$=1, иначе $U^*_{X_g}$=0. Определение приоритетного движения ПО выполняется по сигналу $\tilde{\psi}(k)$, скорректированному по приоритетному направлению.

Сигнал $U^{бок}_{V_{Zg}}$ стремится уменьшить боковую скорость V_{Z_g} до нуля. При этом сигнал $U^{ход}_{V_{Xg}}$ несколько увеличивает проекцию V_{X_g} таким образом, чтобы совместная коррекция соответствовала довороту вектора путевой скорости до приоритетного направления.

ВЫВОДЫ

1. Выполнена схемная реализация разработанных алгоритмов определения углов наклона блока ДПИ и построена комплексная система на основе комплексирования инерциальной и дальномерной СУО с возможностью дополнительного повышения точности на базе эвристических методов.

2. Разработано устройство определения углов наклона блока ДПИ, суть которого заключается в применении схемы комплексирования инерциальной и дальномерной систем угловой ориентации. На данное устройство получен патент РФ на изобретение №2649026 [67].

3. Разработан алгоритм обнуления выходов интеграторов первого каскада, вычисляющих проекции скорости, при фиксации кратких остановок ПО по показаниям акселерометров, который позволяет сбрасывать погрешность определения скорости.

4. Разработан алгоритм коррекции вектора путевой скорости на приоритетных направлениях движения ПО внутри здания, который использует информацию о плане здания, в котором идет движение.

Глава 5. ОЦЕНКА РАЗРАБОТАННЫХ МЕТОДОВ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ НА ИМИТАЦИОННОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

5.1 Постановка задачи

С целью оценки разработанных способов и алгоритмов, представленных в предыдущих главах, требуется построить имитационную математическую модель автономной персональной ИИС, структура которой приведена на рисунке 5.1

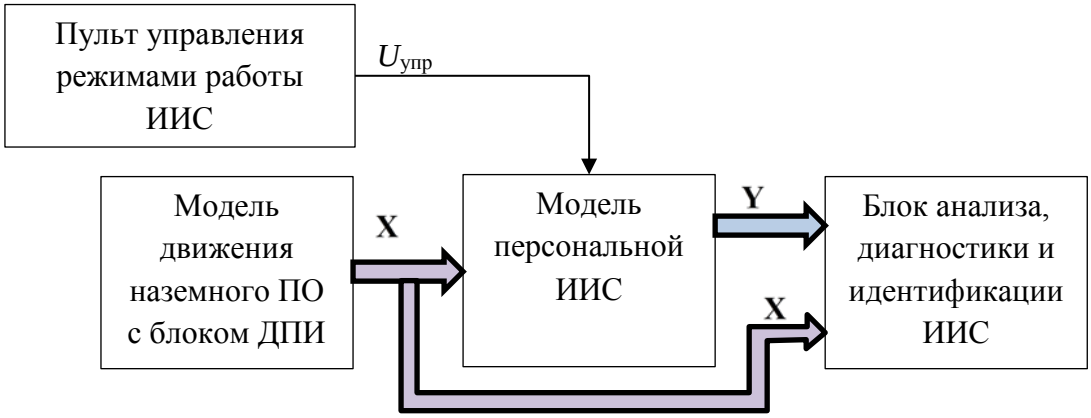


Рисунок 5.1 - Структурная схема имитационной математической модели

Построение математической модели требует решения следующих подзадач:

- построение модели движения наземного ПО с блоком ДПИ;
- построение модели персональной ИИС;
- представление результатов оценки точности определения координат местоположения ПО с помощью автономной персональной ИИС.

Для решения поставленных подзадач выбран следующий вид модели: дискретная динамическая имитационная модель со случайными сигналами и матричным преобразованием координат [70].

5.2 Построение модели движения наземного подвижного объекта с блоком датчиков первичной информации

Модель движения наземного ПО строится как кинематическая модель движения элемента робота андроидного типа, имитирующего походку человека.

Создание кинематической модели движения робота андроидного типа производится при допущении, что данный ПО состоит из нескольких жестких элементов, соединенных между собой с помощью шарниров. С каждым из элементов связана местная прямоугольная система координат, полюс которой в процессе движения ПО движется по некоторой траектории относительно неподвижной системы отсчета, а элемент совершает периодические угловые колебания относительно полюса.

При построении модели движения ПО с блоком ДПИ применяется схема преобразования координат проективного пространства, приведенная в приложении Б. Методика преобразования координат с применением формул (Б.1) – (Б.18), приведенных в приложении Б, используется для получения математических выражений при поэтапном решении поставленных задач в данном разделе главы, вначале для получения кинематических уравнений движения ПО, а затем – для кинематических уравнений движения блока ДПИ.

5.2.1 Кинематические уравнения движения ПО

На рисунке 5.1 приведена кинематическая схема модели ПО с указанием возможных мест крепления блока ДПИ.

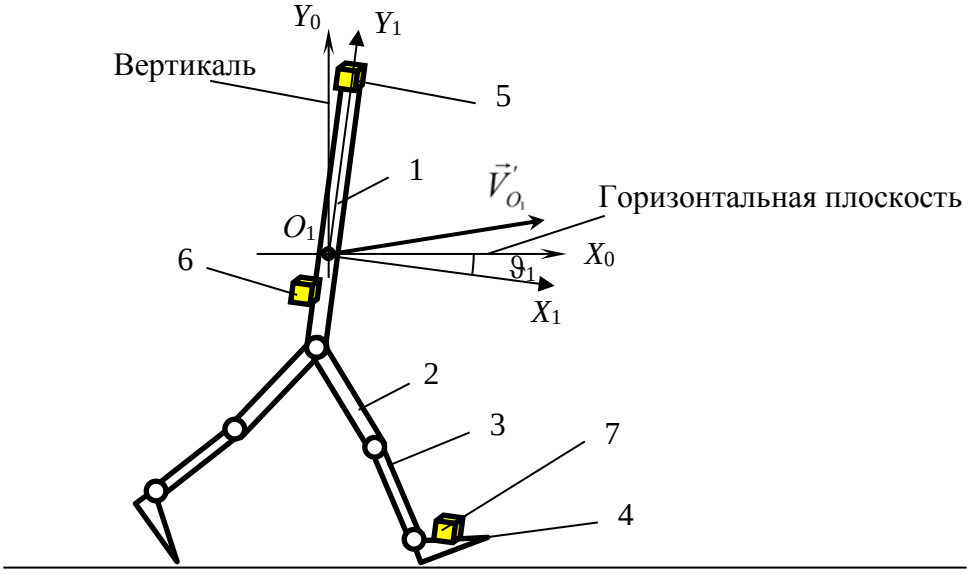


Рисунок 5.2 – Схема возможных мест крепления блока ДПИ на модели ПО

Обозначения на рисунке 5.1:

1 – верхняя часть тела;

2 – бедро;

3 – голень;

4 – стопа;

5 – блок ДПИ на шлеме;

6 – блок ДПИ на поясе;

7 – блок ДПИ на обуви;

$O_1X_1Y_1Z_1$ – система координат, связанная с элементом 1 ПО;

$O_1X_0Y_0Z_0$ –система координат, связанная с заданным положением вектора путевой скорости $\vec{V}_{п}^{*}$, направленным по касательной к заданной линии пути;

$\vec{V}_{O_1}^{'}$ – проекция вектора скорости $\vec{V}_{O_1}$ полюса O_1 на плоскость $X_1O_1Y_1$;

ϑ_1 – угол тангажа элемента 1.

Рассматривается задача построения кинематической модели движения элемента 1 ПО с блоком ДПИ, закрепленным на поясе или шлеме ПО. В качестве неподвижной навигационной системы координат, в которой будет определяться траекторию блока ДПИ, выбирается прямоугольная правая система осей $O_0X_gY_gZ_g$, полюс которой O_0 помещается в исходную точку движения ПО. Ось Y_g направляется по вертикали места вверх, оси X_g, Z_g образуют горизонтальную плоскость, по которой шагает ПО. С элементом 1 ПО связывается прямоугольная правая система осей $O_1X_1Y_1Z_1$, полюс которой O_1 помещается в точку элемента 1, расположенную примерно в центре масс ПО (на поясе).

Задается следующая исходная ориентация осей системы координат $O_1X_1Y_1Z_1$, связанной с элементом 1, определяющую угловое положение элемента 1 до начала движения ПО: ось Y_1 направлена по вертикали места вверх, ось X_1 указывает направление движения ПО, ось Z_1 дополняет систему связанных осей по правилу правой системы координат.

Пространственное движение элемента 1 ПО разделяется на продольное и боковое движения. Угловой координатой продольного движения элемента 1 является угол тангажа ϑ_1, поступательное продольное движение элемента 1 характеризуется изменением вектора скорости $\vec{V}_{O_1}^{'}$ по величине и направлению в плоскости $X_0O_1Y_0$. В боковом угловом движении элемента 1 ПО координатами являются угол крена γ и угол рысканья ψ относительно заданного направления движения. Поступательное боковое движение элемента 1 ПО характеризуется изменением путевого угла Ψ, измеряемого между проекцией $\vec{V}_{\text{п}}^{O_1}$ вектора скорости $\vec{V}_{O_1}$ на горизонтальную плоскость и осью X_g земной системы координат.

Векторные кинематические траекторные уравнения движения точки O_1 в проекции на горизонтальную плоскость имеют вид:

$$\frac{d\vec{R}_{O_0O_1^{'}}}{dt} = \vec{V}_{\text{п}}^{O_1}, \qquad \frac{d\vec{V}_{\text{п}}^{O_1}}{dt} = \vec{a}_{\text{п}}^{O_1}, \tag{5.1}$$

где $\vec{R}_{O_0O_1^{'}}$ - радиус-вектор проекции $O_1^{'}\left(x_g, z_g\right)$ точки O_1 на горизонтальную плоскость;

$\vec{V}_{\text{п}}^{O_1} = \vec{i}_g V_{X_g}^{O_1} + \vec{k}_g V_{Z_g}^{O_1}$ - вектор путевой скорости точки O_1;

$\vec{a}_{\text{п}}^{O_1} = \vec{i}_g a_{X_g}^{O_1} + \vec{k}_g a_{Z_g}^{O_1}$ - проекция вектора абсолютного ускорения точки O_1 на горизонтальную плоскость (путевое ускорение).

Уравнения (5.1) в проекциях на оси неподвижной системы координат:

$$\left.\begin{aligned} &V_{X_g}^{O_1} = \frac{dx_{1g}}{dt} = V_{\text{п}}^{O_1}\cos\left(\Psi\right),\ V_{Z_g}^{O_1} = \frac{dz_{1g}}{dt} = -V_{\text{п}}^{O_1}\sin\left(\Psi\right), \\ &a_{X_g}^{O_1} = \frac{dV_{X_g}^{O_1}}{dt} = \frac{dV_{\text{п}}^{O_1}}{dt}\cos\left(\Psi\right) + V_{Z_g}^{O_1}\frac{d\Psi}{dt}, \\ &a_{Z_g}^{O_1} = \frac{dV_{Z_g}^{O_1}}{dt} = -V_{X_g}^{O_1}\frac{d\Psi}{dt} - \frac{dV_{\text{п}}^{O_1}}{dt}\sin\left(\Psi\right). \end{aligned}\right\} \tag{5.2}$$

В статье [71] выполнен анализ данных эксперимента, проведенного с участием человека в качестве ПО. Человек двигался по замкнутому прямоугольному маршруту с блоком ДПИ *ADIS*16405, закрепленным на поясе

пользователя. В процессе эксперимента выполнена запись показаний инерциальных датчиков, установленных в блоке ДПИ, в виде массивов данных с шагом дискретности по времени $\Delta t \approx 0{,}025$ с. Массивы показаний датчиков обработаны с применением библиотеки программ сглаживания случайных сигналов *Curve Fitting Tool* (*MatLab*) методом скользящего среднего (*Moving Average*) с размером окна (*Span*) 15 дискрет [72]. К сглаженным сигналам применено преобразование Фурье с построением частотного спектра распределения амплитуд гармоник ряда Фурье [73]. В результате анализа полученных данных с блока ДПИ и видеозаписи движения ПО сделаны выводы:

- в установившемся режиме движения полюс O_1 совершает вертикальные колебания от некоторой высоты H_{min} до высоты H_{max}. Высота H_{min} соответствует моменту начала или окончания шага, а высота H_{max} определяет положение полюса O_1 в верхней точке траектории, когда линия опорной ноги вертикальна;

- основная частота колебаний параметров продольного движения $\dot{\vartheta}, a_x, a_y$ в проведенном эксперименте $f_1 \approx 1{,}546$ Гц ($\omega_1 = 9{,}714$ с$^{-1}$), период этих колебаний равен 0,647 с и соответствует времени выполнения шага одной ногой при установившейся ходьбе;

- основная частота колебаний параметров бокового движения $\dot{\gamma}, \dot{\psi}, a_z$ в проведенном эксперименте $f_2 \approx f_1/2 \approx 0{,}773$ Гц ($\omega_2 = \omega_1/2 = 4{,}857$ с$^{-1}$), период этих колебаний равен 1,294 с и соответствует времени выполнения двух шагов;

- средняя скорость движения человека, выполняющего 5 шагов за 3,22 с на длине пути 3 м, равна 0,93 м/с или 3,35 км/ч. Средняя длина шага L_1, измеренная между следами пяток разных ног, равна 0,6 м.

Изменение вертикальной координаты полюса O_1

$$h(t) = H(t) - H_{min}, \tag{5.3}$$

где $H(t)$ – текущая геометрическая высота полюса O_1, моделируется уравнениями:

$$\left.\begin{aligned}
&T_h\frac{d^2h}{dt^2}+\frac{dh}{dt}=\frac{dh^*}{dt},\\
&\frac{dh^*}{dt}=\begin{cases}\dfrac{dy}{dt}, & \text{если } y\ge 0,\\ -\dfrac{dy}{dt}, & \text{если } y<0,\end{cases}\\
&y(t)=y_m\cos(\omega_2 t),\quad \frac{dy}{dt}=-y_m\omega_2\sin(\omega_2 t),\\
&H(t)=h(t)+H_{min},
\end{aligned}\right\}\qquad(5.4)$$

где $y_m = H_{max} - H_{min}$ - диапазон вертикальных колебаний полюса O_1. Начальные условия для уравнений (5.4): $h(0)=y_m$, $\dot{h}(0)=0$.

Величина y_m зависит от длины шага L_1, длины ноги l и может быть приближенно оценена по формуле [8]:

$$y_m = l-\sqrt{l^2-0,25L_1^{\,2}}\,. \qquad (5.5)$$

Для l=1 м, L_1=0,6 м получим y_m≈0,046 м.

Пусть заданная линия пути движения ПО имеет вид прямоугольника, стороны которого сопряжены дугами радиуса R, а начальная и конечная точки маршрута совпадают с полюсом неподвижной системы координат O_0 (рисунок 5.3).

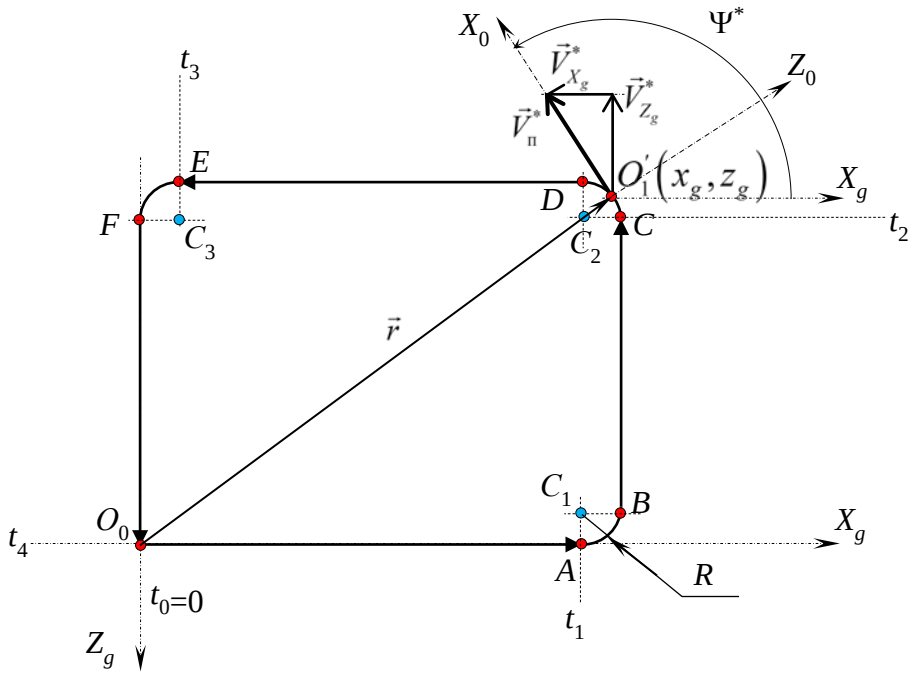


Рисунок 5.3 - Заданная линия пути полюса O_1 элемента 1 ПО

Принимается допущение, что в момент времени t=0 начальные значения углов ψ_1, ϑ_1, γ_1 равны нулю. ПО начинает движение из точки O_0 к точке A в течение времени t_1 при нулевом начальном значении путевой скорости. Путевая скорость представляется в виде суммы двух векторов:

$$\vec{V}_{\text{п}}^{O_1} = \vec{i}_0\left(V_{\text{п}}^* + \Delta V_{\text{п}1}\right) + \vec{k}_0 \Delta V_{\text{п}2}, \tag{5.6}$$

где $V_{\text{п}}^*$ – основная составляющая путевой скорости, определяющая процесс движения ПО по заданному маршруту;

$\Delta V_{\text{п}1}$ – составляющая путевой скорости, характеризующая колебания величины скорости относительно значения $V_{\text{п}}^*$;

$\Delta V_{\text{п}2}$ – составляющая путевой скорости, характеризующая боковые колебания полюса O_1 относительно заданной плоскости движения.

Установившееся значение скорости $V_{\text{п}}^*$ принимается равным $V_{\text{п}}^{\text{уст}} = 0{,}9\,\text{м/с}$. Процесс разгона ПО от скорости $V_{\text{п}}^* = 0$ до скорости $V_{\text{п}}^* = V_{\text{п}}^{\text{уст}}$ моделируется передаточной функцией инерционного звена:

$$V_{\text{п}}^* = \frac{1}{T_{\text{п}} p + 1} V_{\text{п}}^{\text{уст}}, \tag{5.7}$$

где $p = \dfrac{d}{dt}$;

$T_{\text{п}}$ – постоянная времени, которую примем равной 0,3 с.

При продольных колебаниях профиль скорости на каждом шаге включает колебания около 0,3 м/с относительно средней скорости ходьбы $V_{\text{п}}^*$ [8]:

$$\Delta V_{\text{п}1} = 0{,}3\sin\left(2\omega_2 t + \varphi_{x0}\right), \tag{5.8}$$

где $\varphi_{x0} = 0{,}2\pi$ – фазовый угол, согласующий продольные колебания профиля скорости полюса O_1 с его вертикальными колебаниями (5.4).

При боковых колебаниях полюса O_1 его смещение Δz_0 относительно вертикальной плоскости будет наибольшим в момент окончания шага в сторону

шагающей ноги. При $h=y_m$ смещение $\Delta z_0=0$, а скорость $\Delta V_{п2} = \Delta\dot{z}_0$ имеет экстремум. Уравнение для скорости $\Delta V_{п2}$ при установившемся движении записывается в виде:

$$\Delta V_{п2} = -\Delta\dot{z}_m \sin\left(\omega_2 t + \varphi_{z0}\right), \tag{5.9}$$

где $\varphi_{z0} = 0,4\pi$ – фазовый угол, согласующий боковые колебания полюса O_1 с его вертикальными колебаниями (5.4).

По результатам, приведенным в статье [71], амплитуда боковых колебаний полюса O_1 по скорости $\Delta\dot{z}_m = 0{,}15$ м/с.

Двигаясь от точки *A* до точки *B*, ПО выполняет поворот влево на 90 градусов. При этом вектор путевой скорости поворачивается с угловой скоростью, определяемой решением уравнения

$$T_\Psi \frac{d^2\Psi^*}{dt^2} + \frac{d\Psi^*}{dt} = \frac{V_п^{O_1'}}{R}\left(\Psi^*_{зад} - \Psi^*\right), \tag{5.10}$$

где $\Psi^*_{зад}$ – заданное значение угла пути;

T_Ψ – постоянная времени, характеризующая процесс изменения угловой скорости $\dfrac{d\Psi^*}{dt}$;

R – радиус разворота, равный в рассматриваемом примере одному метру;

$V_п^{O_1'} = \sqrt{\left(V_п^* + \Delta V_{п1}\right)^2 + \left(\Delta V_{п2}\right)^2} \approx V_п^* + \Delta V_{п1}$ – путевая скорость полюса O_1.

От точки *B* до точки *C* ПО движется по прямой в отрицательную сторону оси Z_g, достигая точки *C* в момент времени t_2. От точки *C* до точки *D* выполняется второй поворот влево на 90 градусов, и до точки *E* ПО движется вдоль отрицательного направления оси X_g, достигая точки *E* в момент времени t_3. От точки *E* до точки *F* выполняется третий поворот на 90° , после чего ПО движется в положительном направлении оси Z_g к точке O_0. Если программа движения предусматривает двойной обход по замкнутому маршруту, то перед точкой выполняется четвертый поворот и картина движения повторяется еще раз.

Программа выполнения поворотов при двойном обходе по замкнутому маршруту:

$$\Psi^*_{\text{зад}} = \begin{cases} 0, & \text{если } t \le 90\,\text{с}, \\ \dfrac{\pi}{2}, & \text{если } 180\,\text{с} \ge t > 90\,\text{с}, \\ \pi, & \text{если } 271{,}5\,\text{с} \ge t > 180\,\text{с}, \\ \dfrac{3}{2}\pi, & \text{если } 361{,}5\,\text{с} \ge t > 271{,}5\,\text{с}, \\ 2\pi, & \text{если } 452{,}5\,\text{с} \ge t > 361{,}5\,\text{с}, \\ \dfrac{5}{2}\pi, & \text{если } 542{,}5\,\text{с} \ge t > 452{,}5\,\text{с}, \\ 3\pi, & \text{если } 633\,\text{с} \ge t > 542{,}5\,\text{с}, \\ \dfrac{7}{2}\pi, & \text{если } 722\,\text{с} \ge t > 633\,\text{с} \end{cases} \tag{5.11}$$

На рисунке 5.4 показан фрагмент структурной схемы модели движения ПО, реализующий программу поворотов при двойном обходе замкнутого маршрута.

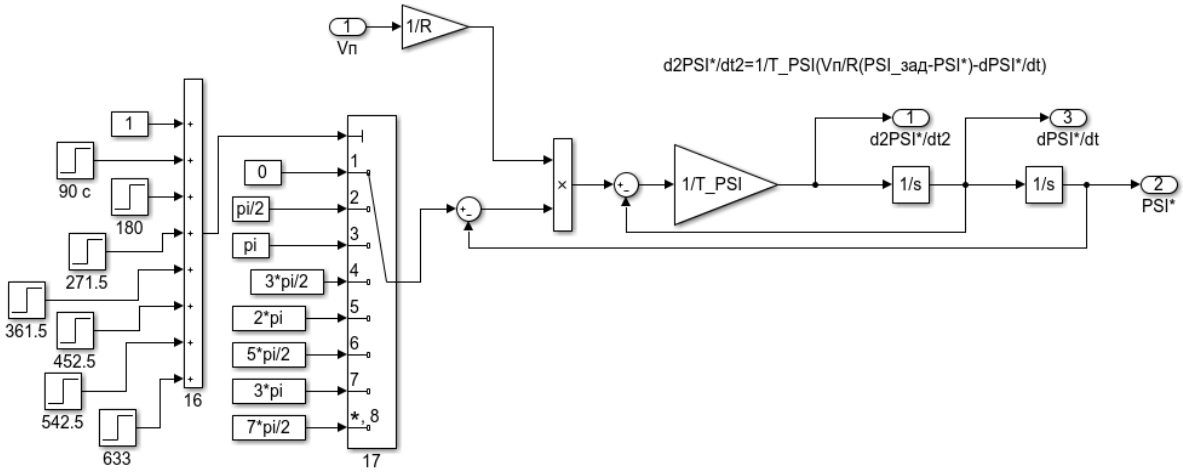


Рисунок 5.4 – Структурная схема модели выполнения поворотов ПО при двойном обходе замкнутого маршрута

Относительно направления движения ПО, задаваемого углом пути Ψ^*, вектор путевой скорости совершает колебания, отклоняясь от заданного направления на угол $\Delta\Psi$, определяемый формулой

$$\Delta\Psi = -\text{arctg}\left(\frac{\Delta V_{\text{п}2}}{V_{\text{п}}^{O_1}}\right). \tag{5.12}$$

Таким образом, угол пути складывается из двух составляющих:

$$\Psi = \Psi^* + \Delta\Psi. \tag{5.13}$$

Для производной угла пути по времени получается выражение:

$$\frac{d\Psi}{dt}=\frac{d\Psi^*}{dt}+\frac{d\Delta\Psi}{dt}. \tag{5.14}$$

Формула для производной $\frac{d\Delta\Psi}{dt}$:

$$\frac{d\Delta\Psi}{dt}=\frac{1}{\left(V_{\text{п}}^*+\Delta V_{\text{п}1}\right)^2+\left(\Delta V_{\text{п}2}\right)^2}\left(\left(\frac{dV_{\text{п}}^*}{dt}+\frac{d\Delta V_{\text{п}1}}{dt}\right)\Delta V_{\text{п}2}-\frac{d\Delta V_{\text{п}2}}{dt}\left(V_{\text{п}}^*+\Delta V_{\text{п}1}\right)\right) \tag{5.15}$$

Производные, входящие в уравнение (5.15), определяются формулами:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{dV_{\text{п}}^*}{dt}=\frac{p}{T_{\text{п}}p+1}V_{\text{п}}^{\text{уст}},\\&\frac{d\Delta V_{\text{п}1}}{dt}=0,6\omega_2\cos\left(2\omega_2 t+\varphi_{x0}\right),\end{aligned}\right\} \tag{5.16}$$

Принимается допущение, что при установившемся движении элемент 1 ПО совершает гармонические колебания по тангажу в диапазоне от 0^0 до минус $2\vartheta_m$. Значение $\vartheta=0$ соответствует максимальной высоте полюса O_1, а значение $\vartheta=-2\vartheta_m$ соответствует минимальной высоте полюса O_1, т.е. в начале каждого шага и в момент его завершения. Таким образом, при завершении каждого шага корпус робота наклоняется вперед.

Уравнение гармонических колебаний по тангажу, согласованное по фазе с колебаниями *h(t)*, имеет вид:

$$\vartheta_1(t)=\vartheta_m\left[\cos\left(2\omega_2 t+\varphi_\vartheta\right)-1\right], \tag{5.17}$$

где $\varphi_\vartheta=-0,2\pi$ – фазовый угол, согласующий колебания элемента 1 ПО по тангажу с его вертикальными колебаниями (5.4).

$\vartheta_m=0,69^{\text{o}}$ – амплитуда колебаний элемента 1 ПО по тангажу [71].

При симметричной ходьбе колебания элемента 1 ПО по крену должны быть симметричны относительно нуля, а по рысканью – симметричны относительного заданного направления движения. Принимается, что максимальный по модулю крен будет в момент завершения каждого шага в сторону шагающей ноги. Значение γ_1=0 соответствует максимальной высоте полюса O_1. Такая же схема колебаний

будет и по рысканью. Значения $\Delta\psi_1 = \Delta\psi_m$, $\gamma_1 = -\gamma_m$ соответствуют завершению шага с левой ноги, а $\Delta\psi_1 = -\Delta\psi_m$, $\gamma_1 = \gamma_m$ - с правой.

Уравнения изменения углов $\gamma_1(t)$ и $\Delta\psi_1(t)$, согласованные по фазе с уравнением $h(t)$, имеют вид:

$$\gamma_1(t) = -\gamma_m \sin\left(\omega_2 t + \varphi_\gamma\right), \qquad \Delta\psi_1(t) = \Delta\psi_m \sin\left(\omega_2 t + \varphi_\psi\right), \tag{5.18}$$

где $\varphi_\gamma = \varphi_\psi = -0{,}15\pi$ – фазовые углы;

$\gamma_m = 1{,}13^\circ$, $\Delta\psi_m = 0{,}4^\circ$ – амплитуды колебаний элемента 1 ПО по крену и рысканью [70].

Угол рысканья элемента 1 ПО и его угловая скорость рысканья складываются из двух составляющих:

$$\left.\begin{aligned} \psi_1 &= \Delta\psi_1 + \Psi^*, \\ \dot{\psi}_1 &= \Delta\dot{\psi}_1 + \dot{\Psi}^*. \end{aligned}\right\} \tag{5.19}$$

На рисунках 5.5 – 5.9 приведены графики, иллюстрирующие согласованность колебаний параметров движения элемента 1 ПО при установившемся движении.

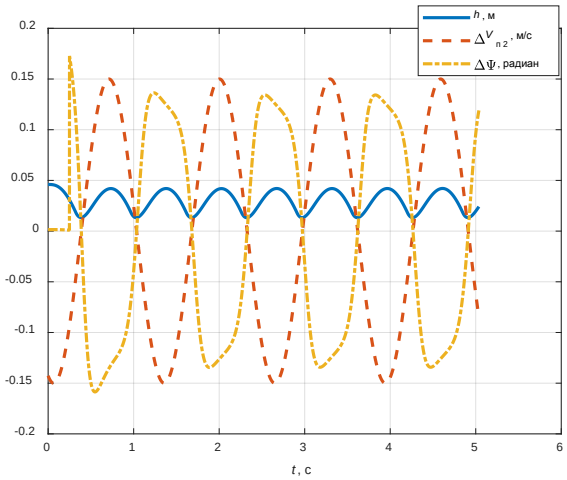


Рисунок 5.5 – Графики установившихся колебаний параметров движения элемента 1 ПО $h(t)$, $\Delta V_{п2}(t)$, $\Delta\Psi(t)$

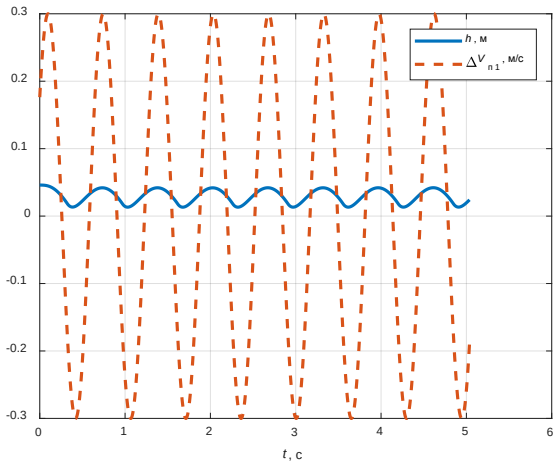


Рисунок 5.6 – Графики установившихся колебаний параметров движения элемента 1 ПО $h(t)$, $\Delta V_{\text{п}1}(t)$

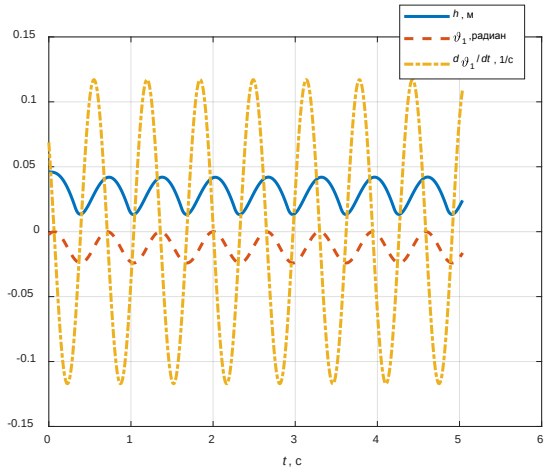


Рисунок 5.7 – Графики установившихся колебаний параметров движения элемента 1 ПО $h(t)$, $\vartheta_1(t)$, $\dot{\vartheta}_1(t)$

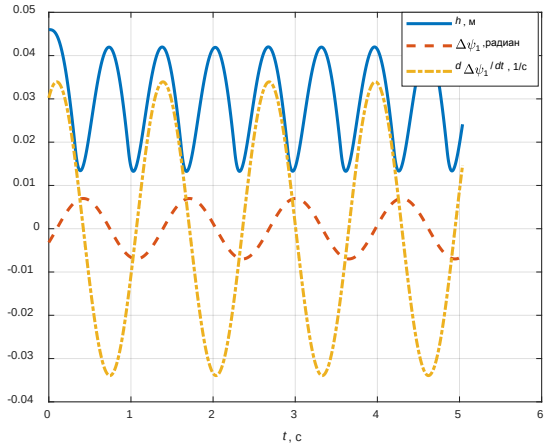


Рисунок 5.8 – Графики установившихся колебаний параметров движения элемента 1 ПО $h(t)$, $\Delta\psi_1(t)$, $\Delta\dot{\psi}_1(t)$

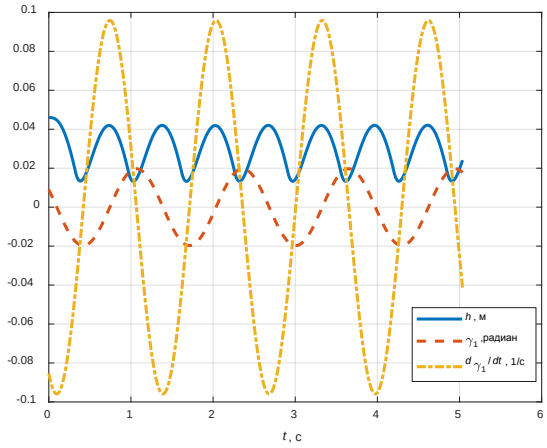


Рисунок 5.9 – Графики установившихся колебаний параметров движения элемента 1 ПО $h(t), \gamma_1(t), \dot{\gamma}_1(t)$

Для возможности кратковременных остановок ПО в процессе движения по замкнутому маршруту строится программа семи остановок ПО в центрах прямолинейных участков маршрута путем сформирования управляющего сигнала U_stop*(t) при двойном обходе замкнутого маршрута, которая имеет вид:

$$U\_stop^* = \begin{cases} 0, \quad \text{если } 45\,\text{с} > t \geq 0, \\ U\_stop^* + 1(t-45) = 1, \quad \text{если } 135\,\text{с} > t \geq 45, \\ U\_stop^* + 1(t-135) = 2, \text{если } 225\,\text{с} > t \geq 135, \\ U\_stop^* + 1(t-225) = 3, \text{если } 315\,\text{с} > t \geq 225, \\ U\_stop^* + 1(t-315) = 4, \text{если } 405\,\text{с} > t \geq 315, \\ U\_stop^* + 1(t-405) = 5, \text{если } 495\,\text{с} > t \geq 405, \\ U\_stop^* + 1(t-495) = 6, \text{если } 585\,\text{с} > t \geq 495, \\ U\_stop^* + 1(t-585) = 7, \text{если } 722\,\text{с} \geq t \geq 585. \end{cases} \tag{5.20}$$

На рисунке 5.10 показан фрагмент структурной схемы модели движения ПО, реализующий программу формирования управляющего сигнала U_stop*(t).

Сигнал U_stop*(t) поступает на вход изодромного звена с передаточной функцией $W(s) = \dfrac{s}{s+1}$ (рисунок 5.11). На выходе изодромного звена всякий раз при скачке сигнала U_stop*(t) возникает переходный процесс

$$\begin{aligned} &U\_stop(\tau) = \exp(-\tau) \cdot 1(\tau), \qquad \tau = t - t^*, \\ &t^* = 45 + (k-1) \cdot 90, \quad k = 1, 2, \ldots, 7 \end{aligned} \tag{5.21}$$

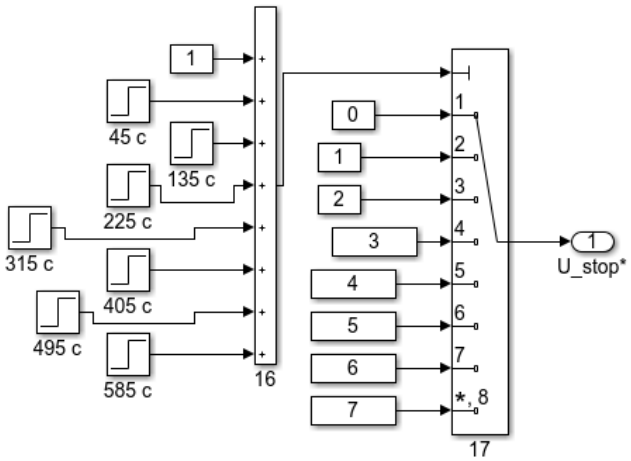


Рисунок 5.10 – Структурная схема, формирующая сигнал U_stop*(*t*), управляющий остановками ПО (подсистема «7 остановок»).

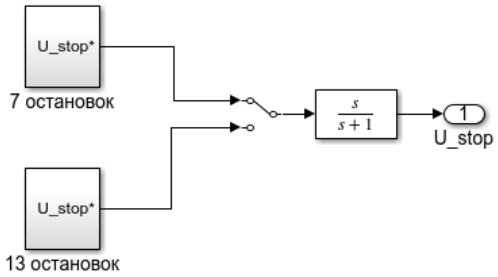


Рисунок 5.11 – Схема формирования сигнала U_stop (подсистема «Программа остановок»).

Сигнал U_stop управляет входом «*y*» апериодического звена, формирующего сигнал-множитель с именем Q_stop, в соответствии с условиями (рисунок 5.12):

$$y = \begin{cases} 1, & \text{если} \quad x = U\_stop - 0.3 \le 0, \\ 0, & \text{если} \quad x = U\_stop - 0.3 > 0. \end{cases} \tag{5.22}$$

Сигналы типа Q_stop входят сомножителями в выражения амплитуд всех кинематических параметров модели движения элемента ПО, обеспечивая их кратковременное обнуление во время остановок.

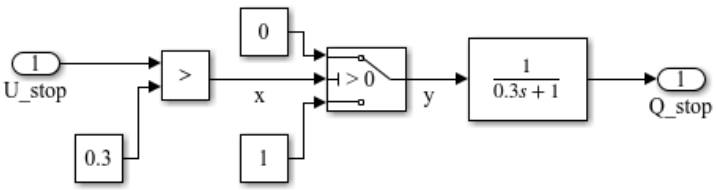


Рисунок 5.12 – Схема формирования сигнала-множителя Q_stop (подсистема «Детектор остановок»)

Аналогично условиям (5.22) формируется заданная путевая скорость с учетом остановок ПО (рисунок 5.13):

$$V_{зад} = \begin{cases} 0.9, & \text{если} \quad x = U\_stop - 0.3 \le 0, \\ 0, & \text{если} \quad x = U\_stop - 0.3 > 0. \end{cases} \tag{5.23}$$

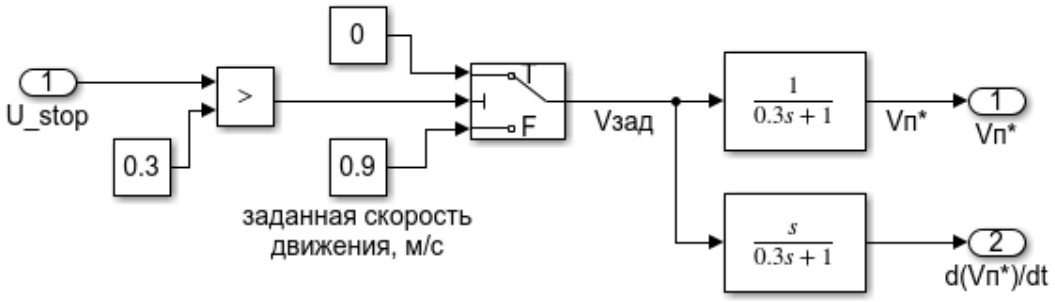


Рисунок 5.13 – Схема формирования заданного значения путевой скорости (подсистема «Управление путевой скоростью»).

5.2.1 Кинематические уравнения движения блока ДПИ

Основная задача вывода уравнений движения блока ДПИ – получить уравнения проекций вектора кажущегося ускорения блока ДПИ и проекций вектора его угловой скорости на оси системы координат $O_c X_c Y_c Z_c$.

Вектор скорости движения полюса O_c системы координат $O_c X_c Y_c Z_c$, связанной с блоком ДПИ, определяется по формуле [69]:

$$\vec{V}_{O_c} = \left(\frac{d\vec{R}_{O_0 O_c}}{dt} \right)_g = \vec{V}_{O_1} + \vec{\omega}_1 \times \vec{R}_{O_1 O_c}, \tag{5.24}$$

где $\vec{R}_{O_0 O_c}$ – радиус-вектор полюса O_c в земной системе координат;

$\left(\frac{d\vec{R}_{O_0 O_c}}{dt} \right)_g$ – производная радиуса-вектора $\vec{R}_{O_0 O_c}$ по времени относительно земной системы координат;

$\vec{R}_{O_1 O_c}$ – радиус-вектор полюса O_c в системе координат $O_1 X_1 Y_1 Z_1$, связанной с элементом 1 ПО;

$\vec{\omega}_1$ – вектор угловой скорости элемента 1 ПО.

Вектор ускорения полюса O_c в земной системе координат определяется формулой [69]:

$$\vec{a}_{O_c} = \left(\frac{d\vec{V}_{O_c}}{dt}\right)_g = \left(\frac{d\vec{V}_{O_1}}{dt}\right)_g + \left(\frac{d\vec{\omega}_1}{dt}\right)_g \times \vec{R}_{O_1O_c} + \vec{\omega}_1 \times \left(\frac{d\vec{R}_{O_1O_c}}{dt}\right)_g . \qquad (5.25)$$

Производная $\left(\frac{d\vec{V}_{O_1}}{dt}\right)_g$ есть вектор ускорения полюса O_1 в земной системе координат, определяемый выражением:

$$\vec{a}_{O_1} = \left(\frac{d\vec{V}_{O_1}}{dt}\right)_g = \vec{i}_g a_{x_g}^{O_1} + \vec{j}_g \frac{d^2h}{dt^2} + \vec{k}_g a_{z_g}^{O_1} . \qquad (5.26)$$

Вектор кажущегося ускорения $\vec{a}_{O_1}^r$ полюса O_1 в проекциях на оси земной системы координат выражается формулой:

$$\vec{a}_{O_1}^r = \vec{i}_g a_{x_g}^{O_1} + \vec{j}_g \left(\frac{d^2h}{dt^2} + g\right) + \vec{k}_g a_{z_g}^{O_1} . \qquad (5.27)$$

Производная $\left(\frac{d\vec{\omega}_1}{dt}\right)_g$ выражается через локальную производную $\left(\frac{d\vec{\omega}_1}{dt}\right)_1$ относительно системы координат $O_1X_1Y_1Z_1$:

$$\left(\frac{d\vec{\omega}_1}{dt}\right)_g = \left(\frac{d\vec{\omega}_1}{dt}\right)_1 + \vec{\omega}_1 \times \vec{\omega}_1 = \left(\frac{d\vec{\omega}_1}{dt}\right)_1 = \vec{i}_1 \frac{d\omega_{x1}}{dt} + \vec{j}_1 \frac{d\omega_{y1}}{dt} + \vec{k}_1 \frac{d\omega_{z1}}{dt} . \qquad (5.28)$$

Проекции вектора угловой скорости элемента 1 ПО на оси системы координат $O_1X_1Y_1Z_1$ определяются выражениями:

$$\left.\begin{aligned} \omega_{x1} &= \dot{\gamma}_1 + \dot{\psi}_1 \sin(\vartheta_1), \\ \omega_{y1} &= \dot{\psi}_1 \cos(\vartheta_1)\cos(\gamma_1) + \dot{\vartheta}_1 \sin(\gamma_1), \\ \omega_{z1} &= \dot{\vartheta}_1 \cos(\gamma_1) - \dot{\psi}_1 \cos(\vartheta_1)\sin(\gamma_1). \end{aligned}\right\} \qquad (5.29)$$

Продифференцировав выражения (5.29), получается:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d\omega_{x1}}{dt}=\ddot{\gamma}_1+\ddot{\psi}_1\sin(\vartheta_1)+\dot{\psi}_1\dot{\vartheta}_1\cos(\vartheta_1),\\
&\frac{d\omega_{y1}}{dt}=\ddot{\psi}_1\cos(\vartheta_1)\cos(\gamma_1)+\ddot{\vartheta}_1\sin(\gamma_1)+\dot{\vartheta}_1\dot{\gamma}_1\cos(\gamma_1)-\\
&-\dot{\psi}_1\dot{\vartheta}_1\sin(\vartheta_1)\cos(\gamma_1)-\dot{\psi}_1\dot{\gamma}_1\cos(\vartheta_1)\sin(\gamma_1),\\
&\frac{d\omega_{z1}}{dt}=\ddot{\vartheta}_1\cos(\gamma_1)-\dot{\vartheta}_1\dot{\gamma}_1\sin(\gamma_1)-\ddot{\psi}_1\cos(\vartheta_1)\sin(\gamma_1)-\\
&-\dot{\psi}_1\dot{\gamma}_1\cos(\vartheta_1)\cos(\gamma_1)+\dot{\psi}_1\dot{\vartheta}_1\sin(\vartheta_1)\sin(\gamma_1).
\end{aligned}\right\}\qquad(5.30)$$

Выражения для производных углов ψ_1, ϑ_1, γ_1 по времени.

$$\left.\begin{aligned}
&\dot{\vartheta}_1=-2\vartheta_m\omega_2\sin(2\omega_2 t+\varphi_\vartheta),\\
&\ddot{\vartheta}_1=-4\vartheta_m\omega_2^2\cos(2\omega_2 t+\varphi_\vartheta),\\
&\dot{\psi}_1=\dot{\Psi}^*+\Delta\psi_m\omega_2\cos(\omega_2 t+\varphi_\psi),\\
&\ddot{\psi}_1=\ddot{\Psi}^*-\Delta\psi_m\omega_2^2\sin(\omega_2 t+\varphi_\psi),\\
&\dot{\gamma}_1=-\gamma_m\omega_2\cos(\omega_2 t+\varphi_\gamma),\\
&\ddot{\gamma}_1=\gamma_m\omega_2^2\sin(\omega_2 t+\varphi_\gamma).
\end{aligned}\right\}\qquad(5.31)$$

Векторное произведение $\left(\frac{d\vec{\omega}_1}{dt}\right)_g\times\vec{R}_{O_1O_c}$:

$$\left(\frac{d\vec{\omega}_1}{dt}\right)_g\times\vec{R}_{O_1O_c}=\vec{i}_1\left(\dot{\omega}_{y1}z_{O_c}-\dot{\omega}_{z1}y_{O_c}\right)+\vec{j}_1\left(\dot{\omega}_{z1}x_{O_c}-\dot{\omega}_{x1}z_{O_c}\right)+\vec{k}_1\left(\dot{\omega}_{x1}y_{O_c}-\dot{\omega}_{y1}x_{O_c}\right).\qquad(5.32)$$

Векторное выражение для производной $\left(\frac{d\vec{R}_{O_1O_c}}{dt}\right)_g$:

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{d\vec{R}_{O_1O_c}}{dt}\right)_g=\left(\frac{d\vec{R}_{O_1O_c}}{dt}\right)_1+\vec{\omega}_1\times\vec{R}_{O_1O_c}=\\
&=\vec{i}_1\left(\omega_{y1}z_{O_c}-\omega_{z1}y_{O_c}\right)+\vec{j}_1\left(\omega_{z1}x_{O_c}-\omega_{x1}z_{O_c}\right)+\vec{k}_1\left(\omega_{x1}y_{O_c}-\omega_{y1}x_{O_c}\right).
\end{aligned}\qquad(5.33)$$

Векторное произведение $\vec{\omega}_1\times\left(\frac{d\vec{R}_{O_1O_c}}{dt}\right)_g$:

$$\vec{\omega}_1 \times \left(\frac{d\vec{R}_{O_1O_c}}{dt} \right)_g = \vec{i}_1 \left[\omega_{y1} \left(\omega_{x1} y_{O_c} - \omega_{y1} x_{O_c} \right) - \omega_{z1} \left(\omega_{z1} x_{O_c} - \omega_{x1} z_{O_c} \right) \right] +$$
$$+ \vec{j}_1 \left[\omega_{z1} \left(\omega_{y1} z_{O_c} - \omega_{z1} y_{O_c} \right) - \omega_{x1} \left(\omega_{x1} y_{O_c} - \omega_{y1} x_{O_c} \right) \right] + \tag{5.34}$$
$$+ \vec{k}_1 \left[\omega_{x1} \left(\omega_{z1} x_{O_c} - \omega_{x1} z_{O_c} \right) - \omega_{y1} \left(\omega_{y1} z_{O_c} - \omega_{z1} y_{O_c} \right) \right].$$

Вектор кажущегося ускорения полюса O_c определяется по формуле:

$$\vec{a}^r_{O_c} = \vec{i}_g a^{O_1}_{x_g} + \vec{j}_g \left(\frac{d^2h}{dt^2} + g \right) + \vec{k}_g a^{O_1}_{z_g} + \vec{i}_1 a^{O_c}_{x_1} + \vec{j}_1 a^{O_c}_{y_1} + \vec{k}_1 a^{O_c}_{z_1}. \tag{5.35}$$

Проекции ускорения $\vec{a}^r_{O_c}$ на оси системы координат $O_1X_1Y_1Z_1$ определяются выражениями:

$$\left.\begin{aligned}
a^{O_c}_{x_1} &= \left(\dot{\omega}_{y1} + \omega_{z1}\omega_{x1} \right) z_{O_c} + \left(\omega_{y1}\omega_{x1} - \dot{\omega}_{z1} \right) y_{O_c} - \left(\omega^2_{y1} + \omega^2_{z1} \right) x_{O_c}, \\
a^{O_c}_{y_1} &= \left(\dot{\omega}_{z1} + \omega_{x1}\omega_{y1} \right) x_{O_c} + \left(\omega_{z1}\omega_{y1} - \dot{\omega}_{x1} \right) z_{O_c} - \left(\omega^2_{x1} + \omega^2_{z1} \right) y_{O_c}, \\
a^{O_c}_{z_1} &= \left(\dot{\omega}_{x1} + \omega_{y1}\omega_{z1} \right) y_{O_c} + \left(\omega_{x1}\omega_{z1} - \dot{\omega}_{y1} \right) x_{O_c} - \left(\omega^2_{x1} + \omega^2_{y1} \right) z_{O_c}.
\end{aligned}\right\} \tag{5.36}$$

Проекции вектора (5.35) на оси системы координат $O_cX_cY_cZ_c$:

$$\begin{bmatrix} a^r_{x_c} \\ a^r_{y_c} \\ a^r_{z_c} \end{bmatrix} = \mathbf{C}^{\mathrm{T}}_{g1,\mathrm{c}} \begin{bmatrix} a^{O_1}_{x_g} \\ \dfrac{d^2h}{dt^2} + g \\ a^{O_1}_{z_g} \end{bmatrix} + \mathbf{C}^{\mathrm{T}}_{1',\mathrm{c}} \begin{bmatrix} a^{O_c}_{x_1} \\ a^{O_c}_{y_1} \\ a^{O_c}_{z_1} \end{bmatrix}. \tag{5.37}$$

Выражение (5.37) записывается в скалярном виде:

$$\left.\begin{aligned}
a^r_{x_c} &= c_{11} a^{O_1}_{x_g} + c_{21} \left(\frac{d^2h}{dt^2} + g \right) + c_{31} a^{O_1}_{z_g} + p_{11} a^{O_c}_{x_1} + p_{21} a^{O_c}_{y_1} + p_{31} a^{O_c}_{z_1}, \\
a^r_{y_c} &= c_{12} a^{O_1}_{x_g} + c_{22} \left(\frac{d^2h}{dt^2} + g \right) + c_{32} a^{O_1}_{z_g} + p_{12} a^{O_c}_{x_1} + p_{22} a^{O_c}_{y_1} + p_{32} a^{O_c}_{z_1}, \\
a^r_{z_c} &= c_{13} a^{O_1}_{x_g} + c_{23} \left(\frac{d^2h}{dt^2} + g \right) + c_{33} a^{O_1}_{z_g} + p_{13} a^{O_c}_{x_1} + p_{23} a^{O_c}_{y_1} + p_{33} a^{O_c}_{z_1}.
\end{aligned}\right\} \tag{5.38}$$

Проекции вектора угловой скорости блока ДПИ на связанные с ним оси вычисляются векторным уравнением:

$$\begin{bmatrix} \omega_x & \omega_y & \omega_z \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \mathbf{C}^{\mathrm{T}}_{1',\mathrm{c}} \begin{bmatrix} \omega_{x1} & \omega_{y1} & \omega_{z1} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}. \tag{5.39}$$

Уравнение (5.39) в скалярной форме:

$$\left.\begin{aligned}\omega_x &= p_{11}\omega_{x1} + p_{21}\omega_{y1} + p_{31}\omega_{z1},\\ \omega_y &= p_{12}\omega_{x1} + p_{22}\omega_{y1} + p_{32}\omega_{z1},\\ \omega_z &= p_{13}\omega_{x1} + p_{23}\omega_{y1} + p_{33}\omega_{z1}.\end{aligned}\right\} \tag{5.40}$$

Матрица преобразования однородных координат при переходе от связанной системы к нормальной земной определяется выражениями:

$$\left.\begin{aligned}&\mathbf{M}_{g,c} = \mathbf{M}_{g,g'}\mathbf{M}_{g',\text{ПО}}\mathbf{M}_{\text{ПО},1'}\mathbf{M}_{1',\text{c}} = \begin{bmatrix}\mathbf{C}_{g',\text{c}} & \mathbf{C}_{g',\text{ПО}}\mathbf{R}_{O_1O_c} + \mathbf{R}_{O_0O_1}\\ \mathbf{G}_0 & 1\end{bmatrix},\\ &\mathbf{C}_{g',\text{c}} = \mathbf{C}_{g',\text{ПО}}\mathbf{C}_{1',\text{c}} = \left(u_{ij}\right)_{3\times3}\cdot\left(p_{ij}\right)_{3\times3} = \left(q_{ij}\right)_{3\times3},\\ &\mathbf{M}_{g,c} = \mathbf{M}_{g,g1}\mathbf{M}_{g1,\text{c}} = \begin{bmatrix}\mathbf{C}_{g1,\text{c}} & \mathbf{R}_{O_0O_c}\\ \mathbf{G}_0 & 1\end{bmatrix}.\end{aligned}\right\} \tag{5.41}$$

При приравнивании выражений для матриц $\mathbf{C}_{g',\text{c}}$ и $\mathbf{C}_{g1,\text{c}}$ получаются формулы для вычисления кинематических углов ψ, ϑ, γ ориентации блока ДПИ как функций углов ориентации элемента 1 ψ_1, ϑ_1, γ_1, задаваемых в модели движения ПО в виде известных функций времени.

$$\left.\begin{aligned}&\vartheta = \arcsin\left(p_{11}\sin\vartheta_1 + p_{21}\cos\gamma_1\cos\vartheta_1 - p_{31}\cos\vartheta_1\sin\gamma_1\right),\\ &\gamma = \operatorname{arctg}\left(\frac{S_\gamma}{C_\gamma}\right), \qquad \psi = \operatorname{arctg}\left(\frac{S_\psi}{C_\psi}\right).\end{aligned}\right\} \tag{5.42}$$

Функции $S_\gamma, C_\gamma, S_\psi, C_\psi$ определяются выражениями:

$$\left.\begin{aligned}&S_\gamma = p_{33}\cos\vartheta_1\sin\gamma_1 - p_{13}\sin\vartheta_1 - p_{23}\cos\gamma_1\cos\vartheta_1,\\ &C_\gamma = p_{12}\sin\vartheta_1 + p_{22}\cos\gamma_1\cos\vartheta_1 - p_{32}\cos\vartheta_1\sin\gamma_1,\\ &S_\psi = p_{11}\cos\vartheta_1\sin\psi_1 - p_{21}\left(\cos\psi_1\sin\gamma_1 + \cos\gamma_1\sin\psi_1\sin\vartheta_1\right) -\\ &-p_{31}\left(\cos\gamma_1\cos\psi_1 - \sin\gamma_1\sin\psi_1\sin\vartheta_1\right),\\ &C_\psi = p_{11}\cos\vartheta_1\cos\psi_1 + p_{21}\left(\sin\gamma_1\sin\psi_1 - \cos\gamma_1\cos\psi_1\sin\vartheta_1\right) +\\ &+p_{31}\left(\cos\gamma_1\sin\psi_1 + \cos\psi_1\sin\gamma_1\sin\vartheta_1\right).\end{aligned}\right\} \tag{5.43}$$

Выражения для кинематических угловых скоростей блока ДПИ $\dot{\vartheta}$, $\dot{\gamma}$, $\dot{\psi}$ при условии $\mathbf{C}_{\text{ПО,c}} = \left(p_{ij}\right)_{3\times3} = const$ получаются дифференцированием формул (5.42) по времени:

$$\left.\begin{aligned}
&\dot{\vartheta}=\frac{1}{\cos\vartheta}\Big[\big(p_{11}\cos\vartheta_1-\big(p_{21}\cos\gamma_1-p_{31}\sin\gamma_1\big)\sin\vartheta_1\big)\dot{\vartheta}_1-\\
&-\big(p_{21}\sin\gamma_1+p_{31}\cos\gamma_1\big)\dot{\gamma}_1\cos\vartheta_1\Big],\\
&\dot{\gamma}=\frac{\left(\dot{S}_\gamma C_\gamma-S_\gamma\dot{C}_\gamma\right)}{C_\gamma^2}\cos^2\gamma,\\
&\dot{\psi}=\frac{\left(\dot{S}_\psi C_\psi-S_\psi\dot{C}_\psi\right)}{C_\psi^2}\cos^2\psi.
\end{aligned}\right\}\qquad(5.44)$$

Производные функций $S_\gamma, C_\gamma, S_\psi, C_\psi$ определяются выражениями:

$$\left.\begin{aligned}
&\dot{S}_\gamma=\big(p_{23}\cos\gamma_1\sin\vartheta_1-p_{33}\sin\vartheta_1\sin\gamma_1-p_{13}\cos\vartheta_1\big)\dot{\vartheta}_1+\\
&+\big(p_{23}\sin\gamma_1\cos\vartheta_1+p_{33}\cos\vartheta_1\cos\gamma_1\big)\dot{\gamma}_1,\\
&\dot{C}_\gamma=\big(p_{12}\cos\vartheta_1-p_{22}\cos\gamma_1\sin\vartheta_1+p_{32}\sin\vartheta_1\sin\gamma_1\big)\dot{\vartheta}_1-\\
&-\big(p_{32}\cos\vartheta_1\cos\gamma_1+p_{22}\sin\gamma_1\cos\vartheta_1\big)\dot{\gamma}_1,
\end{aligned}\right\}\qquad(5.45)$$

$$\left.\begin{aligned}
&\dot{S}_\psi=P^S_{\dot{\vartheta}_1}\dot{\vartheta}_1+P^S_{\dot{\psi}_1}\dot{\psi}_1+P^S_{\dot{\gamma}_1}\dot{\gamma}_1,\\
&P^S_{\dot{\vartheta}_1}=p_{31}\sin\gamma_1\sin\psi_1\cos\vartheta_1-p_{11}\sin\vartheta_1\sin\psi_1-p_{21}\cos\gamma_1\sin\psi_1\cos\vartheta_1,\\
&P^S_{\dot{\psi}_1}=p_{11}\cos\vartheta_1\cos\psi_1-p_{21}\big(\cos\gamma_1\cos\psi_1\sin\vartheta_1-\sin\psi_1\sin\gamma_1\big)+\\
&+p_{31}\big(\cos\gamma_1\sin\psi_1+\sin\gamma_1\cos\psi_1\sin\vartheta_1\big),\\
&P^S_{\dot{\gamma}_1}=p_{31}\big(\sin\gamma_1\cos\psi_1+\cos\gamma_1\sin\psi_1\sin\vartheta_1\big)-\\
&-p_{21}\big(\cos\psi_1\cos\gamma_1-\sin\gamma_1\sin\psi_1\sin\vartheta_1\big),
\end{aligned}\right\}\qquad(5.46)$$

$$\left.\begin{aligned}
&\dot{C}_\psi=P^C_{\dot{\vartheta}_1}\dot{\vartheta}_1+P^C_{\dot{\psi}_1}\dot{\psi}_1+P^C_{\dot{\gamma}_1}\dot{\gamma}_1,\\
&P^C_{\dot{\vartheta}_1}=p_{31}\cos\psi_1\sin\gamma_1\cos\vartheta_1-p_{11}\cos\psi_1\sin\vartheta_1-p_{21}\cos\gamma_1\cos\psi_1\cos\vartheta_1,\\
&P^C_{\dot{\psi}_1}=p_{31}\big(\cos\gamma_1\cos\psi_1-\sin\gamma_1\sin\psi_1\sin\vartheta_1\big)-p_{11}\sin\psi_1\cos\vartheta_1+\\
&+p_{21}\big(\sin\gamma_1\cos\psi_1+\cos\gamma_1\sin\psi_1\sin\vartheta_1\big),\\
&P^C_{\dot{\gamma}_1}=p_{21}\big(\cos\gamma_1\sin\psi_1+\sin\gamma_1\cos\psi_1\sin\vartheta_1\big)+\\
&+p_{31}\big(\cos\psi_1\cos\gamma_1\sin\vartheta_1-\sin\psi_1\sin\gamma_1\big).
\end{aligned}\right\}\qquad(5.47)$$

Кинематические уравнения для вычисления проекций угловой скорости блока ДПИ на оси связанной системы координат имеют вид [69]:

$$\left.\begin{aligned}\omega_x &= \dot{\gamma} + \dot{\psi}\sin\vartheta,\\ \omega_y &= \dot{\psi}\cos\vartheta\cos\gamma + \dot{\vartheta}\sin\gamma,\\ \omega_z &= \dot{\vartheta}\cos\gamma - \dot{\psi}\cos\vartheta\sin\gamma.\end{aligned}\right\} \tag{5.48}$$

Координаты полюса O_c в земной системе отсчета в соответствии с выражениями, приведенными в приложении Б, определяются формулой:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix}\mathbf{R}_{O_0O_c}\\ 1\end{bmatrix} &= \mathbf{M}_{g,g'}\mathbf{M}_{g',\text{ПО}}\begin{bmatrix}\mathbf{R}_{O_1O_c}\\ 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{E} & \mathbf{R}_{O_0O_1}\\ \mathbf{G}_0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{C}_{g',\text{ПО}} & \mathbf{G}_0^{\text{т}}\\ \mathbf{G}_0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{R}_{O_1O_c}\\ 1\end{bmatrix} =\\ &= \begin{bmatrix}\mathbf{C}_{g',\text{ПО}} & \mathbf{R}_{O_0O_1}\\ \mathbf{G}_0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{R}_{O_1O_c}\\ 1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{C}_{g',\text{ПО}}\mathbf{R}_{O_1O_c} + \mathbf{R}_{O_0O_1}\\ 1\end{bmatrix}.\end{aligned} \tag{5.49}$$

Из (5.49) следует:

$$\mathbf{R}_{O_0O_c} = \mathbf{C}_{g',\text{ПО}}\mathbf{R}_{O_1O_c} + \mathbf{R}_{O_0O_1}. \tag{5.50}$$

Формула (5.50) записывается через элементы входящих в нее матриц.

$$\begin{bmatrix}x_g\\ y_g\\ z_g\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}u_{11} & u_{12} & u_{13}\\ u_{21} & u_{22} & u_{23}\\ u_{31} & u_{32} & u_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_{O_c}\\ y_{O_c}\\ z_{O_c}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}x_{1g}\\ y_{1g}\\ z_{1g}\end{bmatrix}. \tag{5.51}$$

Ординаты полюсов O_1 и O_c в земной системе координат есть геометрические высоты этих точек, для которых вводятся обозначения:

$$H_1 = y_{1g}, \qquad H = y_{O_c}. \tag{5.52}$$

Высота полюса O_c определяется формулой:

$$\begin{aligned}H &= H_1 + u_{21}x_{O_c} + u_{22}y_{O_c} + u_{23}z_{O_c} =\\ &= H_1 + x_{O_c}\sin\vartheta_1 + y_{O_c}\cos\gamma_1\cos\vartheta_1 - z_{O_c}\cos\vartheta_1\sin\gamma_1.\end{aligned} \tag{5.53}$$

Вектор скорости полюса O_c:

$$\vec{V}_{O_c} = \left(\frac{d\vec{R}_{O_0O_c}}{dt}\right)_g = \vec{V}_{O_1} + \vec{\omega}_1 \times \vec{R}_{O_1O_c} \tag{5.54}$$

Векторное произведение $\vec{\omega}_1 \times \vec{R}_{O_1O_c}$:

$$\vec{\omega}_1 \times \vec{R}_{O_1O_c} = \vec{i}_1\left(\omega_{y1}z_{O_c} - y_{O_c}\omega_{z1}\right) + \vec{j}_1\left(x_{O_c}\omega_{z1} - \omega_{x1}z_{O_c}\right) + \vec{k}_1\left(\omega_{x1}y_{O_c} - x_{O_c}\omega_{y1}\right). \tag{5.55}$$

Проекции вектора (5.24) на оси нормальной системы координат.

$$\begin{bmatrix} V_{x_g}^{O_c} \\ V_{x_g}^{O_c} \\ V_{x_g}^{O_c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{x_g}^{O_1} \\ V_{x_g}^{O_1} \\ V_{x_g}^{O_1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{y1} z_{O_c} - y_{O_c} \omega_{z1} \\ x_{O_c} \omega_{z1} - \omega_{x1} z_{O_c} \\ \omega_{x1} y_{O_c} - x_{O_c} \omega_{y1} \end{bmatrix}. \tag{5.56}$$

Формула (5.56) позволяет сформировать начальные значения проекций скорости полюса O_c на оси нормальной системы координат, которые поступают на входы начальных значений цифровых интеграторов, вычисляющих текущие значения соответствующих проекций вектора путевой скорости (рисунок 4.3).

5.3 Построение модели персональной информационно-измерительной системы

5.3.1 Модели ДПИ

Модели датчиков первичной информации построены в соответствии с уравнениями:

$$\left.\begin{aligned} &\tilde{\omega}_x = \omega_x^* + \varepsilon_{\omega_x}, \quad \tilde{\omega}_y = \omega_y^* + \varepsilon_{\omega_y}, \quad \tilde{\omega}_z = \omega_z^* + \varepsilon_{\omega_z}, \\ &\omega_x^* = \begin{cases} 0, & \text{если} \quad |\omega_x| < \Delta_\omega, \\ \left(\omega_x - \Delta_\omega sign(\omega_x)\right), & \text{если} \quad |\omega_x| \geq \Delta_\omega, \end{cases} \\ &\omega_y^* = \begin{cases} 0, & \text{если} \quad |\omega_y| < \Delta_\omega, \\ \left(\omega_y - \Delta_\omega sign(\omega_y)\right), & \text{если} \quad |\omega_y| \geq \Delta_\omega, \end{cases} \\ &\omega_z^* = \begin{cases} 0, & \text{если} \quad |\omega_z| < \Delta_\omega, \\ \left(\omega_z - \Delta_\omega sign(\omega_z)\right), & \textit{если} \quad |\omega_z| \geq \Delta_\omega, \end{cases} \end{aligned}\right\} \tag{5.57}$$

$$\left.\begin{aligned} &\tilde{a}_x^r = a_x^{r*} + \varepsilon_{a_x^r}, \quad \tilde{a}_y^r = a_y^{r*} + \varepsilon_{a_y^r}, \quad \tilde{a}_z^r = a_z^{r*} + \varepsilon_{a_z^r}, \\ &a_x^{r*} = \begin{cases} 0, & \text{если} \quad |a_x^r| < \Delta_a, \\ \left(a_x^r - \Delta_a sign(a_x^r)\right), & \text{если} \quad |a_x^r| \geq \Delta_a, \end{cases} \\ &a_y^{r*} = \begin{cases} 0, & \text{если} \quad |a_x^r| < \Delta_a, \\ \left(a_y^r - \Delta_a sign(a_y^r)\right), & \text{если} \quad |a_y^r| \geq \Delta_a, \end{cases} \\ &a_z^{r*} = \begin{cases} 0, & \text{если} \quad |a_z^r| < \Delta_a, \\ \left(a_z^r - \Delta_a sign(a_z^r)\right), & \textit{если} \quad |a_z^r| \geq \Delta_a. \end{cases} \end{aligned}\right\} \tag{5.58}$$

Обозначения в уравнениях (5.57), (5.58):

$\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – проекции вектора угловой скорости блока ДПИ на оси системы координат $O_cX_cY_cZ_c$;

$\tilde{\omega}_x, \tilde{\omega}_y, \tilde{\omega}_z$ – нормированные сигналы на выходах датчиков угловой скорости;

$\omega_x^*, \omega_y^*, \omega_z^*$ – полезные составляющие выходных сигналов датчиков угловой скорости с учетом зон нечувствительности последних;

Δ_ω – ½ зоны нечувствительности датчиков угловой скорости;

$\varepsilon_{\omega_x}, \varepsilon_{\omega_y}, \varepsilon_{\omega_z}$ – шумы датчиков угловой скорости;

a_x^r, a_y^r, a_z^r – проекции вектора кажущегося ускорения блока ДПИ на оси системы координат $O_cX_cY_cZ_c$;

$\tilde{a}_x^r, \tilde{a}_y^r, \tilde{a}_z^r$ – нормированные сигналы на выходах акселерометров;

$a_x^{r*}, a_y^{r*}, a_z^{r*}$ – полезные составляющие выходных сигналов акселерометров с учетом зон нечувствительности последних;

Δ_a – ½ зоны нечувствительности акселерометров;

$\varepsilon_{a_x^r}, \varepsilon_{a_y^r}, \varepsilon_{a_z^r}$ – шумы акселерометров.

5.3.2 Модель вычислителя углов Эйлера

Модель вычислителя углов Эйлера выполняет интегрирование кинематических дифференциальных уравнений углового движения блока ДПИ [69]:

$$\left.\begin{aligned} \dot{\psi} &= \left(\omega_y \cos(\gamma) - \omega_z \sin(\gamma)\right) / \cos(\vartheta), \\ \dot{\vartheta} &= \omega_y \sin(\gamma) + \omega_z \cos(\gamma), \\ \dot{\gamma} &= \omega_x - \omega_y \cos(\gamma)\,\mathrm{tg}(\vartheta) + \omega_z \sin(\gamma)\,\mathrm{tg}(\vartheta). \end{aligned}\right\} \qquad (5.59)$$

При реализации процесса вычисления углов Эйлера по уравнениям (5.59) учтем, что все переменные в этих уравнениях получены в результате обработки исходной информации, поступающей с выходов тех или иных приборных устройств. Тогда уравнения (5.62) записываются в виде:

$$\left.\begin{aligned}
&\dot{\tilde{\psi}} = \left(\tilde{\omega}_y^e \cos\left(\tilde{\gamma}\right) - \tilde{\omega}_z^e \sin\left(\tilde{\gamma}\right)\right) / \cos\left(\tilde{\vartheta}\right),\\
&\dot{\tilde{\vartheta}} = \tilde{\omega}_y^e \sin\left(\tilde{\gamma}\right) + \tilde{\omega}_z^e \cos\left(\tilde{\gamma}\right),\\
&\dot{\tilde{\gamma}} = \tilde{\omega}_x^e - \tilde{\omega}_y^e \cos\left(\tilde{\gamma}\right)\mathrm{tg}\left(\tilde{\vartheta}\right) + \tilde{\omega}_z^e \sin\left(\tilde{\gamma}\right)\mathrm{tg}\left(\tilde{\vartheta}\right),
\end{aligned}\right\} \qquad (5.60)$$

где $\dot{\tilde{\psi}}$, $\dot{\tilde{\vartheta}}$, $\dot{\tilde{\gamma}}$ – вычисленные значения производных углов Эйлера;

$\tilde{\omega}_x^e$, $\tilde{\omega}_y^e$, $\tilde{\omega}_z^e$ – сигналы с выхода экстраполятора 1;

$\tilde{\vartheta}$, $\tilde{\gamma}$ – вычисленные значения углов Эйлера, причем

$$\tilde{\vartheta} = \begin{cases} \tilde{\vartheta}_{\text{КС}}, & \textit{если} \quad U\_KS = 1,\\ \tilde{\vartheta}_{\text{ИНС}}, & \textit{если} \quad U\_KS = 0, \end{cases} \qquad \tilde{\gamma} = \begin{cases} \tilde{\gamma}_{\text{КС}}, & \textit{если} \quad U\_KS = 1,\\ \tilde{\gamma}_{\text{ИНС}}, & \textit{если} \quad U\_KS = 0. \end{cases}$$

Уравнения (5.60) в матричном виде.

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{\psi}} \\ \dot{\tilde{\vartheta}} \\ \dot{\tilde{\gamma}} \end{bmatrix} = \mathbf{Q} \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_x^e \\ \tilde{\omega}_y^e \\ \tilde{\omega}_z^e \end{bmatrix}, \qquad (5.61)$$

где $\mathbf{Q} = \left(q_{ij}\right)_{3\times 3}$;

$$\left.\begin{aligned}
&q_{11} = 0, && q_{12} = \cos\left(\tilde{\gamma}\right) / \cos\left(\tilde{\vartheta}\right), && q_{13} = -\sin\left(\tilde{\gamma}\right) / \cos\left(\tilde{\vartheta}\right),\\
&q_{21} = 0, && q_{22} = \sin\left(\tilde{\gamma}\right), && q_{23} = \cos\left(\tilde{\gamma}\right),\\
&q_{31} = 1, && q_{32} = -\cos\left(\tilde{\gamma}\right)\mathrm{tg}\left(\tilde{\vartheta}\right), && q_{33} = \sin\left(\tilde{\gamma}\right)\mathrm{tg}\left(\tilde{\vartheta}\right).
\end{aligned}\right\} \qquad (5.62)$$

Уравнения (5.61) при переходе к разностным уравнениям примут вид:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\psi}\left(k\right) - \tilde{\psi}\left(k-1\right) \\ \tilde{\vartheta}\left(k\right) - \tilde{\vartheta}\left(k-1\right) \\ \tilde{\gamma}\left(k\right) - \tilde{\gamma}\left(k-1\right) \end{bmatrix} = \mathbf{Q}\left(k-1\right) \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_x^e\left(k-1\right) \\ \tilde{\omega}_y^e\left(k-1\right) \\ \tilde{\omega}_z^e\left(k-1\right) \end{bmatrix} \Delta t, \qquad (5.63)$$

где Δt – период дискретности (шаг интегрирования).

При реализации уравнений (5.63) в пакете Simulink используется звено с передаточной функцией $W\left(z\right) = z^{-1}$, на выходе которого сигнал отстает на один шаг дискретного времени k по отношению к сигналу входа, т.е., например, $\tilde{\psi}\left(k-1\right) = z^{-1}\tilde{\psi}\left(k\right)$. С учетом этого уравнения (5.63) записывается в виде:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\psi}(k)\left(1-z^{-1}\right) \\ \tilde{\vartheta}(k)\left(1-z^{-1}\right) \\ \tilde{\gamma}(k)\left(1-z^{-1}\right) \end{bmatrix} = z^{-1}\left(\mathbf{Q}(k) \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_x^e(k) \\ \tilde{\omega}_y^e(k) \\ \tilde{\omega}_z^e(k) \end{bmatrix} \Delta t \right). \tag{5.64}$$

Из (5.64) искомые переменные $\tilde{\psi}(k)$, $\tilde{\vartheta}(k)$, $\tilde{\gamma}(k)$ выражаются:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\psi}(k) \\ \tilde{\vartheta}(k) \\ \tilde{\gamma}(k) \end{bmatrix} = \frac{1}{z-1}\left(\mathbf{Q}(k) \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_x^e(k) \\ \tilde{\omega}_y^e(k) \\ \tilde{\omega}_z^e(k) \end{bmatrix} \Delta t \right). \tag{5.65}$$

5.3.3 Модель вычислителя проекций вектора абсолютного ускорения блока ДПИ на оси нормальной системы координат

Модель вычислителя проекций вектора абсолютного ускорения блока ДПИ на оси нормальной системы координат выполняет:

- проектирование вектора кажущегося ускорения на оси нормальной системы координат по формуле

$$\begin{bmatrix} \tilde{a}_{x_g}^r & \tilde{a}_{y_g}^r & \tilde{a}_{z_g}^r \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \mathbf{C}_{g1,c}\begin{bmatrix} \left(\tilde{a}_x^r\right)_e & \left(\tilde{a}_y^r\right)_e & \left(\tilde{a}_z^r\right)_e \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \tag{5.66}$$

где $\tilde{a}_{x_g}^r, \tilde{a}_{y_g}^r, \tilde{a}_{z_g}^r$ – вычисленные значения проекций вектора кажущегося ускорения на оси нормальной системы координат;

$\left(\tilde{a}_x^r\right)_e, \left(\tilde{a}_y^r\right)_e, \left(\tilde{a}_z^r\right)_e$ – нормированные сигналы с выхода подсистемы «Блок В.1.1.4.Экстраполятор 2»;

$\mathbf{C}_{g1,c} = \left(c_{ij}\right)_{3\times 3}$ – матрица направляющих косинусов (приложение Б);

- вычисление проекций вектора абсолютного ускорения на оси нормальной системы координат по формуле

$$\begin{bmatrix} \tilde{a}_{x_g} \\ \tilde{a}_{y_g} \\ \tilde{a}_{z_g} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{a}_{x_g}^r \\ \tilde{a}_{y_g}^r \\ \tilde{a}_{z_g}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \end{bmatrix}; \tag{5.67}$$

- фиксацию кратковременных остановок ПО с помощью детектора остановок;

- включение режима «ZUPT» по сигналу U_c=1 и передачу этого сигнала, выполняющего сброс выходов интеграторов, вычисляющих проекции скорости блока ДПИ, на вход подсистемы «Блок В.1.4.Вычислитель координат и проекций скорости блока ДПИ на оси земной СК» (приложение Г).

5.3.4 Модель вычислителя координат и проекций скорости блока ДПИ на оси земной системы координат

Модель вычислителя координат и проекций скорости блока ДПИ на оси земной системы координат реализует решение дифференциальных кинематических уравнений движения блока ДПИ

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d\tilde{V}_{x_g}}{dt}=\tilde{a}_{x_g}, \quad \frac{d\tilde{V}_{y_g}}{dt}=\tilde{a}_{y_g}, \quad \frac{d\tilde{V}_{z_g}}{dt}=\tilde{a}_{z_g}, \\ &\frac{d\tilde{x}_g}{dt}=\tilde{V}_{x_g}, \quad \frac{d\tilde{y}_g}{dt}=\tilde{V}_{y_g}, \quad \frac{d\tilde{z}_g}{dt}=\tilde{V}_{z_g}, \end{aligned}\right\} \tag{5.68}$$

записанных по аналогии с (5.65) в виде разностных уравнений:

$$\begin{bmatrix}\tilde{V}_{x_g}(k)\\ \tilde{V}_{y_g}(k)\\ \tilde{V}_{z_g}(k)\end{bmatrix}=\frac{1}{z-1}\begin{bmatrix}\tilde{a}_{x_g}(k)\\ \tilde{a}_{y_g}(k)\\ \tilde{a}_{z_g}(k)\end{bmatrix}\Delta t, \qquad \begin{bmatrix}\tilde{x}_g(k)\\ \tilde{y}_g(k)\\ \tilde{z}_g(k)\end{bmatrix}=\frac{1}{z-1}\begin{bmatrix}\tilde{V}_{x_g}(k)\\ \tilde{V}_{y_g}(k)\\ \tilde{V}_{z_g}(k)\end{bmatrix}\Delta t. \tag{5.69}$$

5.3.5 Модель дальномерной СУО

Модель дальномерной СУО построена в соответствии с алгоритмами вычисления дальностей и опорных углов при условии, что ОПВ горизонтальна, приведенными в главе 2.

5.3.6 Модель схемы комплексирования

Модель схемы комплексирования построена в соответствии с уравнениями, приведенными в разделе 4.2.

5.3.7 Модель обнуления выходов интеграторов

Модель обнуления выходов интеграторов, вычисляющих проекции путевой скорости на оси нормальной системы координат, построена в соответствии с блок-схемой, приведенной в разделе 4.3.

5.3.8 Модель коррекции угла рысканья и вектора путевой скорости по приоритетным направлениям

Модель коррекции угла рысканья и вектора путевой скорости по приоритетным направлениям построена в соответствии с блок-схемой, приведенной в разделе 4.4.

Созданная математическая модель персональной ИИС, структура и описание которой приведены в приложении Г, позволяет использовать в качестве тестовых сигналов имитационную модель движения наземного ПО, а также массивы с датчиков, полученные экспериментально. Модель предусматривает возможности дальнейшего развития при совершенствовании модели движения наземного ПО.

5.4 Представление результатов оценки точности определения координат местоположения подвижного объекта с помощью автономной персональной информационно-измерительной системы

Получена интервальная оценка разработанных способа и алгоритма определения углов наклона блока ДПИ, которая подтверждает их работоспособность и эффективность (рисунок 5.14). Так, СКО погрешности вычисления угла тангажа инерциальной СУО равно 0,208^{o}, а СКО той же погрешности для комплексированной СУО равно 0,058^{o}. При этом погрешность инерциальной СУО содержит постоянную составляющую с математическим ожиданием 0,257^{o}, а математическое ожидание погрешности комплексной СУО близко к нулю.

Выполнено моделирование движения ПО с блоком ДПИ при различных вариантах структуры автономной персональной ИИС:

- инерциальная ИИС без комплексирования;
- при комплексировании с дальномерной СУО;
- при комплексировании с дальномерной СУО и с алгоритмом обнуления выходов интеграторов;
- при комплексировании с дальномерной СУО и с алгоритмом коррекции по приоритетным направлениям;

- при комплексировании с дальномерной СУО и с алгоритмами обнуления выходов интеграторов и коррекции по приоритетным направлениям.

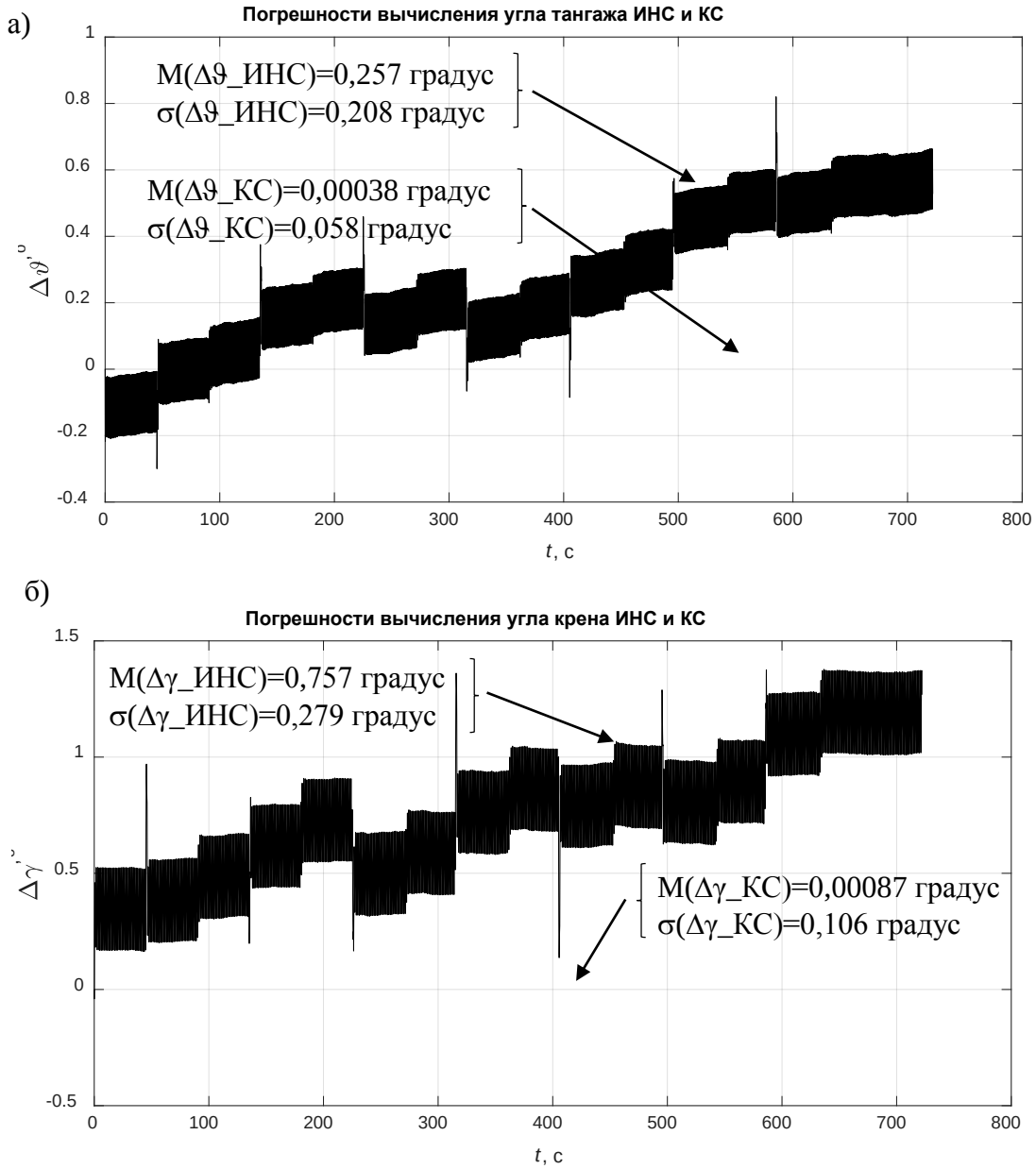


Рисунок 5.14 – Интервальная оценка способа и алгоритма определения углов наклона блока ДПИ: а – погрешности вычисления угла тангажа ИНС и КС; б - погрешности вычисления угла крена ИНС и КС

Программная траектория представляет собой замкнутый прямоугольный маршрут размером (80×80) м. ПО начинает движение из угла *A* квадрата, дважды обходя его по периметру против часовой стрелки со средней скоростью 3,2 км/ч, и возвращаясь к месту старта (рисунок 5.15).

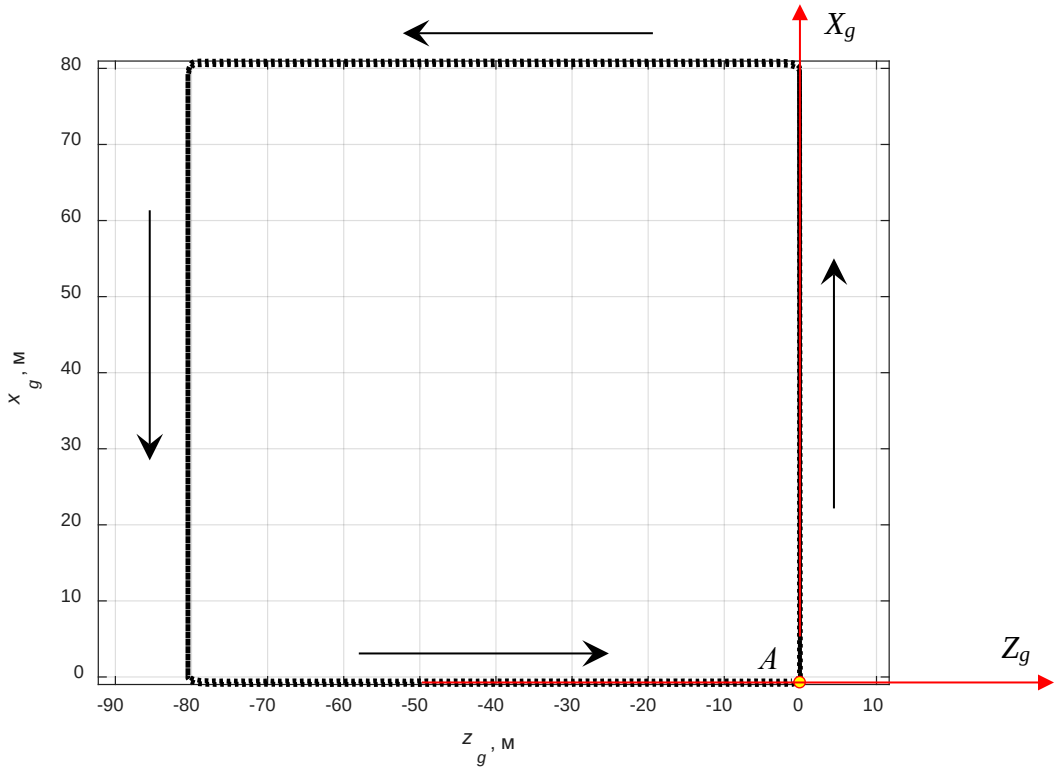


Рисунок 5.15 – Линия пути действительного движения блока ДПИ при двойном обходе ПО по замкнутому маршруту

Дойдя до середины стороны квадрата, ПО останавливается на одну секунду, а затем продолжает движение. Последний отрезок маршрута после седьмого поворота ПО проходит без остановки. Таким образом, за время всего движения ПО останавливается на одну секунду семь раз. Время движения ПО от старта до финиша равно 12 минутам.

На рисунках 5.16 – 5.20 приведены графики линий пути для некоторых вариантов моделирования.

Точность определения координат местоположения оценивалась по двум параметрам:

- погрешность определения пройденного расстояния в процентах по отношению к действительной длине линии пути;

- погрешность от несовпадения координат точки старта и вычисленных координат точки финиша в процентах по отношению к действительной длине линии пути.

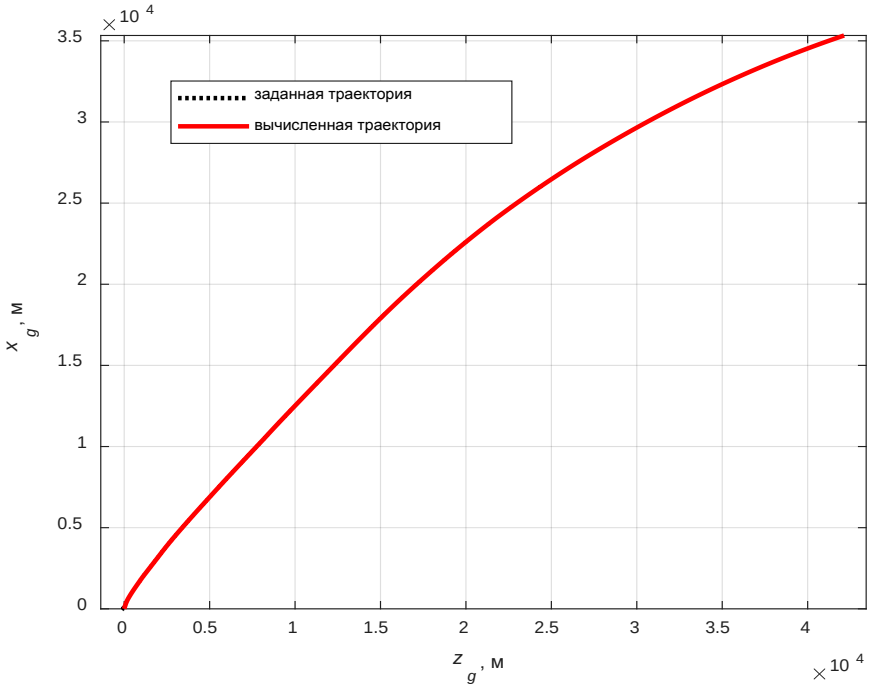


Рисунок 5.16 – Линия пути, вычисленная инерциальной ИИС без комплексирования и применения разработанных алгоритмов

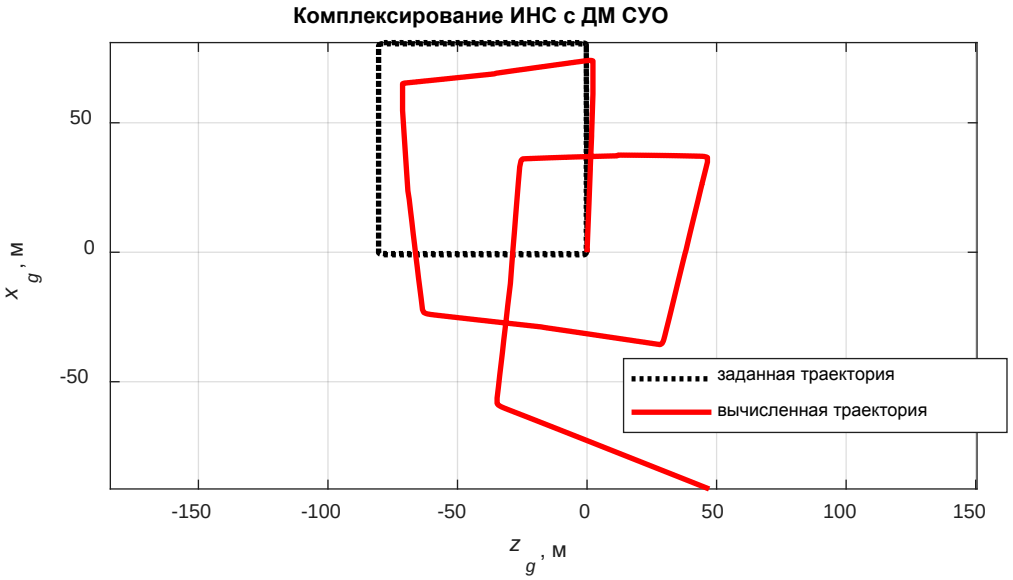


Рисунок 5.17 – Линия пути, вычисленная при комплексировании с дальномерной СУО без применения алгоритмов

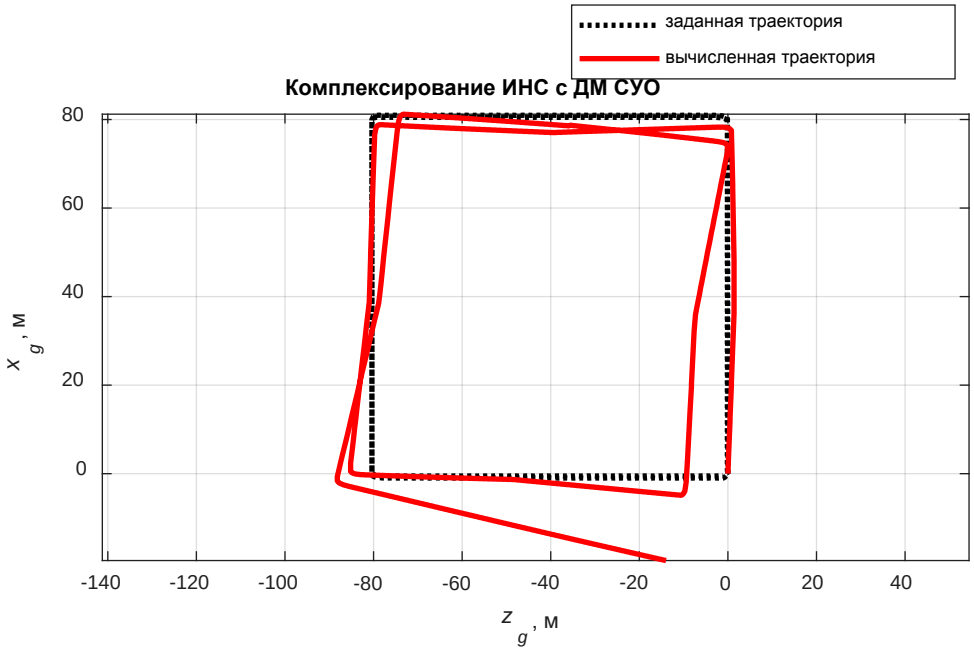


Рисунок 5.18 – Линия пути, вычисленная при комплексировании с дальномерной СУО и с алгоритмом обнуления выходов интеграторов

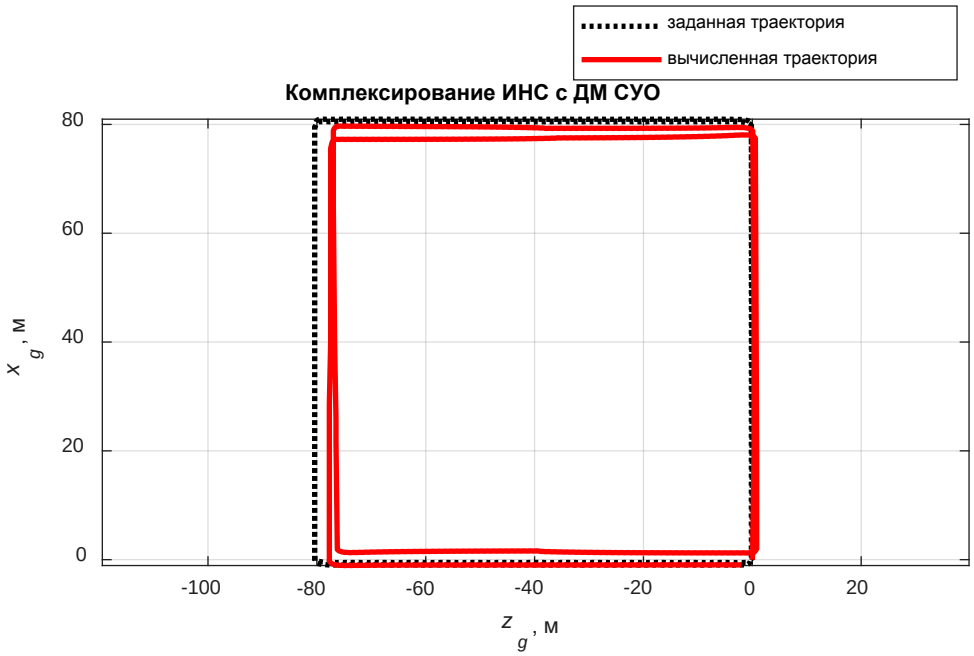


Рисунок 5.19 – Линия пути, вычисленная при комплексировании с дальномерной СУО и с алгоритмом коррекции по приоритетным направлениям

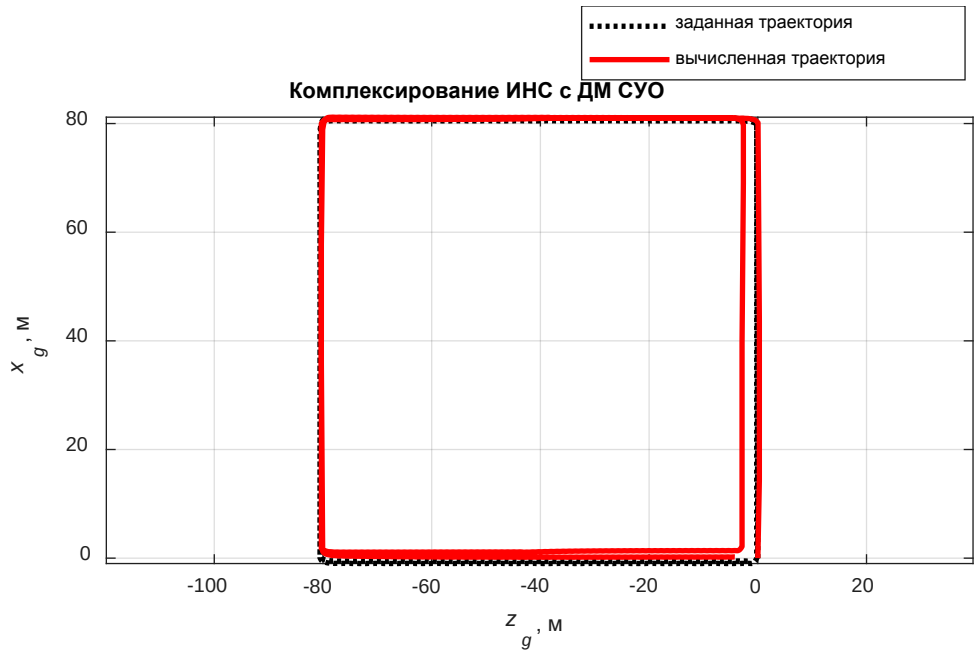


Рисунок 5.20 – Линия пути, вычисленная при комплексировании с дальномерной СУО и с алгоритмами обнуления выходов интеграторов и коррекции по приоритетным направлениям

Результаты оценки точности определения координат местоположения ПО для всех вариантов приведены в таблице 5.1.

Таблица 5.1. Результаты оценки точности определения координат местоположения ПО

Вариант	Длина линии пути, м	Вычисленный путь, м	Погрешность определения пройденного расстояния (σ)		Расстояние между точкой старта и вычисленной точкой финиша (σ)	
			м	%	м	%
Инерциальная ИИС без комплексирования	641,9	29870	29228	4553	18000	2804
При комплексировании с дальномерной СУО	641,9	661	19,1	2,98	103	16
При комплексировании и с алгоритмом обнуления	641,9	628	-13,9	-2,17	23	3,58
При комплексировании и с алгоритмом коррекции по приоритетным направлениям	641,9	619,1	-22,8	-3,55	1,0	0,16
При комплексировании и с алгоритмами обнуления и коррекции по приоритетным направлениям	641,9	629,5	-12,4	-1,93	3,2	0,5

ВЫВОДЫ

1. Разработана имитационная математическая модель персональной инерциальной ИИС, которая позволяет:

- задавать программу движения наземного ПО и блока ДПИ;

- формировать текущие значения угловых и линейных параметров движения объекта;

- производить оценку точности работы ИИС при различных режимах.

2. Получена интервальная оценка разработанных способа и алгоритма определения углов наклона блока ДПИ, которая подтверждает их работоспособность и эффективность.

3. Произведена оценка точности определения координат местоположения ПО с помощью автономной персональной ИИС, которая показала, что:

- удовлетворительная работа персональной ИИС без комплексирования с коррекцией углового положения блока ДПИ при его установке на шлеме (или поясе) практически невозможна;

- комплексирование персональной ИИС с дальномерной СУО существенно повышает точность определения координат местоположения ПО по сравнению с ИИС без комплексирования, однако, полученные результаты не удовлетворяют предъявляемым требованиям;

- алгоритм обнуления выходов интеграторов при обнаружении относительно неподвижных состояний блока ДПИ заметно повышает точность определения координат местоположения ПО, однако, при повторных обходах замкнутого маршрута картина линии пути имеет тенденцию к вращению в азимуте по часовой стрелке;

- существенное повышение точности построения линии пути и определения координат местоположения ПО дает алгоритм коррекции вектора путевой скорости на приоритетных направлениях. В сочетании с алгоритмом обнуления выходов интеграторов этот алгоритм дает наилучший показатель определения длины пройденного пути и удовлетворительную точность определения координат местоположения ПО.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Выполнена научно-обоснованная техническая разработка автономной персональной ИИС наземного позиционирования, в которой обеспечено улучшение технических характеристик системы посредством существенного уменьшения погрешности определения местоположения за счет введения дополнительной СУО, использующей неинерциальный принцип измерения, а также расширение эксплуатационных возможностей системы за счет ее универсальности, полной автономности и помехозащищенности.

2. Разработан новый способ и алгоритм определения углов наклона блока ДПИ без накопления погрешности с течением времени относительно как опорной плоскости, так и плоскости горизонта, что позволяет расширить эксплуатационные возможности инерциальной ИИС, увеличив временной диапазон ее использования.

3. Разработано новое устройство определения углов наклона блока ДПИ относительно как опорной плоскости, так и плоскости горизонта с применением комплексирования инерциальной и дальномерной СУО, позволяющее на порядок уменьшить погрешность вычисления углов наклона блока ДПИ относительно плоскости горизонта.

4. Разработана имитационная математическая модель персональной ИИС, позволяющая задавать программу движения ПО, формировать текущие значения угловых и линейных параметров движения объекта, формировать интервальные оценки точности работы ИИС при различных режимах.

5. Результаты диссертационной работы внедрены в ООО СКБ «Новые Технологии» (г. Казань) в виде способа и устройства определения углов наклона блока инерциальных измерителей комплексной системы угловой ориентации относительно плоскости горизонта. Результаты внедрения подтверждены соответствующим актом (приложение Д). Имитационная математическая модель навигационной системы прошла испытания и подтвердила свою работоспособность. Новизна и полезность технических решений подтверждены двумя патентами РФ на изобретение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каплин А.Ю., Степанов М.Г., Ярмолич А.Г. Оценка точности пешеходной навигационной системы методом имитационного моделирования // Радиопромышленность. – 2017. - №27 (4). - С. 6-12.

2. Фадеев С. Словарь сокращений современного русского языка. - С.-Пб.: Политехника, 1997. - 527 с.

3. Каплин А.Ю., Степанов М.Г. Использование автономной навигационной системы высокоточного позиционирования пешехода на местности // Информационно-измерительные системы. – 2015. - №6. – С.86-92.

4. Кирсанов А.В. Порядок использования навигационных систем в подготовке служебных собак: Учебно-практическое пособие. – Ростов-на-Дону: ФГКУ ДПО РШ СРС МВД России, 2016. – 16 с.

5. Ткачёв А. В., Шаныгин С. В. Обзор мобильных роботов, использующих бортовые системы навигации для автономного планирования пути к заданной цели // Молодой ученый. - 2015. - №19. - С. 215-219.

6. Матвеев В.В. Инерциальные навигационные системы: Учебное пособие. Изд-во ТулГУ, 2012.-199 с.

7. Солдаткин В.В. Построение и методы исследования информационно-измерительных систем: Учебное пособие / Под ред. проф. В.М. Солдаткина. - Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2008. - 198 с.

8. Дэвидсон П., Такала Я. Разработка алгоритмов инерциальной навигационной системы с учетом особенностей походки человека // Гироскопия и навигация. - 2013. - № 1(80). - С. 86-94.

9. Горенштейн И.А., Шульман И.А. Инерциальные навигационные системы. - М.: Машиностроение,1970. - 232 с.

10. Синютин С.А. Гибридные многоосевые датчики для бесплатформенных инерциальных навигационных систем // Ползуновский вестник. – 2015. - №1 (2). – С. 171-175.

11. Маринушкин П.С., Бахтина В.А., Подшивалов И.А., Стукач О.В. Вопросы разработки инерциальных пешеходных навигационных систем на основе МЭМС-датчиков // Наука и Образование. 2015. № 6. С. 157–173.

12. Шаймарданов И.Х., Дзуев А.А., Голиков В.П. Методы калибровки бесплатформенной навигационной системы (БИНС) различного класса точности // XXIII Санкт-Петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам. Сборник материалов. Под ред. Акад. РАН В.Г. Пешехонова. – СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн ЦНИИ «Электроприбор», 2016. - С. 46-51.

13. Николаев С.Г. Калибровка бесплатформенных инерциальных навигационных систем // Изв. ВУЗов. Приборостроение. – 2009. – Т.52 (№7). – С. 50-55.

14. Syed Z. Design and implementation issues of a portable navigation system: PHD Thesis. – Calgary, Canada: The University of Calgary, 2009. – 230 p.

15. Шаврин В.В., Конаков А.С., Тисленко В.И. Калибровка микроэлектромеханических датчиков ускорений и угловых скоростей в бесплатформенных инерциальных навигационных системах // Доклады ТУСУРа. - 2014. - №1 (25), часть 2. - С. 265-269.

16. Zhang X., Li Y., Mumford P., Rizos C. Allan Variance Analysis on Error Characters of MEMS Inertial Sensors for an FPGA-Based GPS/INS System // Proceedings of the International Symposium on GPS/GNSS: Tokyo, Japan. - 11–14 November 2010. - P. 127–133.

17. Кутовой Д. А., Ситников П. В., Федотов А. А., Якимов В. Л. Оценка основных характеристик бесплатформенного инерциального блока с использованием вариации Аллана // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. - 2014. - №1 (43). - С. 201-209.

18. Кузовков Н.Т., Салычев О.С. Инерциальная навигация и оптимальная фильтрация. – М.: Машиностроение, 1982. – 216 с.

19. Сеславин А.И. Фильтры Калмана. Методические указания для студентов специальности «Управление и информатика в технических системах». - М. - : МИИТ, 2011.- 16 с.

20. Грачев А.Н., Аль-Сабул Али Хусейн Хасан. Адаптивный расширенный фильтр Калмана для трассового сопровождения целей с использованием генетического алгоритма // Информатика и системы управления. – 2014. - №2 (40). – С. 102-112.

21. Bar-Shalom Y., Li X.R. and Kurubarajan T. Estimation with Application to Tracking and Navigation. – Wiley, 2001.

22. Jimenez A.R., Seco F., Prieto J.C., Guevara J. Indoor Pedestrian Navigation using an INS/EKF framework for Yaw Drift Reduction and a Foot-mounted IMU // in WPNC 2010: 7th Workshop on Positioning, Navigation and Communication. - 2010.

23. Семушин И.В., Цыгнаова Ю.В., Захаров К.В. Устойчивые алгоритмы фильтрации – обзор и новы результаты для систем судовождения // Информационные технологии и вычислительные сети. – 2013. - № 4. – С. 90-112.

24. Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем/ В.В. Матвеев, В.Я. Распопов / Под общ. ред. д.т.н. В. Я. Распопова. – СПб.: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2009. – 280 с.

25. Маринушкин П.С., Нестеренко Т.Г. Малогабаритная система персональной навигации на базе неортогонального инерциального измерительного блока с избыточной структурой. // Наука и Образование: Научное издание. – 2016. - №8. – С. 121-134.

26. Gupta A.K., Skog I., Handel P. Long-term performance evaluation of a foot-mounted pedestrian navigation device. IEEE Publ. - 2015. - P. 1-6.

27. Nilsson J-O., Skog I., Handel P. Aligning the forces – eliminating the misalignments in IMU arrays // IEEE Trans. Instrum. Meas. - Oct. 2014. - vol. 63, no. 10. - P. 2498-2500.

28. Никольский Б.А. Основы радиотехнических систем: учеб. . – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2013. – 315 с.

29. RTLS «Лабиринт» - система определения местоположения и перемещения в закрытых помещениях [Электронный ресурс] / Официальный сайт КБ «Навигационные Технологии». – Режим доступа: http://navi-tec.ru/rtls-labirint.

30. Kupervasser O., Rubinstein A. Correction of Inertial Navigation System's Errors by the Help of Video-Based Navigator Based on Digital Terrarium Map. // Positioning. – February 2013. - vol. 4, no. 1. – P. 89-108.

31. Кесслер К., Ашер К., Флад М., Троммер Г.Ф. Многосенсорная индивидуальная система навигации с визуальными средствами коррекции для использования внутри помещения // Гироскопия и навигация. – 2012. - №1 (76). – С. 67-84.

32. Peter M., Schater B., Jo Agilia Bitsch Link. Versatile Geo-referenced Maps for Indoor Navigation of Pedestrians // International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation. – November 2012.

33. Aggarwal P., Thomas D., Ojeda L., Borenstein J. Map Matching and Heuristic Elimination of Gyro Drift for Personal Navigation Systems in GPS-denied Conditions // Journal of Measurement Science and Technology. – 2011. - № 22. – P. 1-21.

34. Спецификация на инерциальный измерительный блок ADIS16448 Compact, Precision Ten Degrees of Freedom Inertial Sensor [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/ADIS16448.pdf.

35. Лю Ю., Цай Т., Ян Х., Лю Ч., Сун Ц., Юй М. Пешеходная интегрированная навигационная система с микроИИМ / GPS / магнетометром / бароальтиметром // Гироскопия и навигация. – 2015. - № 4 (91). – С. 29-41.

36. Абдулрахим Х., Семан К., Отман М., Шуиб Ф. М. М., Мур Т., Хайд К., Хилл К. Коррекция курсовых показаний пешеходных ИНС по данным магнитометров // Гироскопия и навигация. – 2014. - № 1 (84). – С. 50-61.

37. Chung J., Donahoe M., Schmandt C., Kim I. J., Razavai P., Wiseman M. Indoor location sensing using geo-magnetism // In Proceedings of the 9th International

Conference on Mobile Systems, Applications, and Services. - Washington, USA. - 28 June – 1 July 2011. – P. 141-154.

38. Патент РФ 2459181. Шагомер / Душа Д. Заявл. 27.04.2012. Опубл. 20.08.2012. Бюл. № 23.

39. Borenstein J., Ojeda L., Kwanmuang S. Heuristic Reduction of Gyro Drift in IMU-based Personnel Tracking Systems // Journal of Navigation. – 2010. - № 62 (1). – P. 41-58.

40. Jimenez A.R., Seco F., Zampella F., Prieto J.C., Guevara J. Improved Heuristic Drift Elimination with Magnetically-aided Dominant Directions (MiHDE) for Pedestrian Navigation in Complex Buildings // Journal of Location Based Services. – 2012. - №6 (3). – P. 186-210.

41. Лобусов Е.С., Фомичев А.В. Исследование режима ZUPT-коррекции для бесплатформенной инерциальной навигационной системы наземного подвижного объекта // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Приборостроение». – 2014. - №6 (99). – С. 15-24.

42. Skog I., Nilsson J.-O., Handel P. Evaluation of Zero-Velocity Detectors for Foot-Mounted Inertial Navigation Systems // International conference on indoor positioning and indoor navigation (IPIN). - 15-17 September 2010. – P. 1-6.

43. Купоросова Е.С. Оценка эффективности алгоритмов обнуления скорости пешеходной инерциальной навигационной системы при разных способах крепления блока датчиков первичной информации // XXIII Туполевские чтения (школа молодых ученых): Международная молодежная научная конференция, 8-10 ноября 2017: Материалы конференции. Сборник докладов: в 4 т. – Казань: Изд-во Академии наук РТ, 2017. – Т. 2. – С. 62-67.

44. Park S. K., Suh Y. S. A Zero Velocity Detection Algorithm Using Inertial Sensors Pedestrian Navigation Systems // Sensors. – 2010. - № 10. – P. 9163-9178.

45. Митрофанов С.С. Теоретические и физические основы устройства оптических приборов [Электронный ресурс] / Электронный учебник по дисциплине «Прикладная оптика». – Режим доступа: https://de.ifmo.ru/bk_netra/page.php?tutindex=33.

46. Олещук В.А., Верещагина А.С. Методы и средства измерений, испытаний и контроля: учеб. пособие. – Комсомольск-на-Амуре: ФГБОУ ВПО «КнАГТУ», 2015. – 92 с.

47. Крайнюк О.В. Использование оптических датчиков триангуляционного типа для диагностики качества литых автомобильных дисков на этапе производства // Автоматизация и управление в технических системах. – 2012. – № 1.

48. Датчики расстояния индуктивные [Электронный ресурс] / Официальный сайт ООО "АСИС ПРО". – Режим доступа: http://sensor365.ru.

49. Радж Балдеев, Раджендран В., Паланичами П. Применение ультразвука. – Москва: Техносфера, 2006. – 576 с.

50. Жмудь В.А., Кондратьев Н.О., Кузнецов К.А., Трубин В.Г., Димитров Л.В. Ультразвуковой датчик измерения расстояния HC-SR04 // Автоматика и программная инженерия. – 2017. - №4 (22). – С.18-26.

51. Бокшанский В.Б., Бондаренко Д.А., Вязовых М.В., Животовский И.В., Сахаров А.А., Семенков В.П. Лазерные приборы и методы измерения дальности. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. – 92 с.

52. Ставров А.А., Поздняков М.Г. Импульсные лазерные дальномеры для оптико-локационных систем // Доклады БГУИР. - 2003. - Т.1. - №2. - С. 59–65.

53. Бокшанский В.Б. Вязовых М.В., Е Тэ Вун. Метод высокоточного измерения дальности путем использования цифровой обработки ЭХО-сигнала // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Приборостроение» – 2011. - № S2. – С. 177-188.

54. Войновский В.А., Купцов А.В. Причины некорректных измерений дальностей с помощью лазерных альномеров, используемых в Вооруженных силах // Интерэкспо Гео-Сибирь. – 2013.

55. Вильнер В.Г., Ларюшин А. И., Мартынов В.Н., Рябокуль А.С. Усовершенствование импульсных полупроводниковых лазерных дальномеров для измерений в ближней зоне // Вестник МЭИ. – 2014. - № 3. – С. 83-88.

56. Берников Б.О., Бокшанский В.Б., Вязовых М.В., Перов А.Н. Исследование факторов, влияющих на погрешность измерения расстояния фазовым лазерным дальномером // Инженерный журнал: наука и инновации. – 2013. – вып. 9. – С. 1–8.

57. Миниатюрные лазерные дальномеры [Электронный ресурс] / Официальный сайт «FLIR system». Режим доступа: https://www.flir.com.

58. Зенкевич С.Л., Ющенко А.С. Основы управления манипуляционными роботами: Учебник для вузов. – 2-е изд., исправ. и доп. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 480 с.

59. Пантюшин С.В., Назаретов В.М., Тягунов О.А. Робототехника и гибкие автоматизированные производства: учеб. пособие / под ред. И.М. Макарова. - Том 5. Моделирование робототехнических систем и гибких автоматизированных производств. - М.: Высш. шк., 1986. — 175 с.

60. Потапов А.А. Параметры угловой ориентации подвижных объектов: прикладные задачи: Учеб. Пособие. – Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2010. – 90 с.

61. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗов. – М.: Наука, 1980. – 976 с.

62. Патент РФ 2646941. Способ определения углов наклона блока инерциальных измерителей комплексной системы угловой ориентации относительно плоскости горизонта / Потапов А.А., Купоросова Е.С. Заявл. 20.12.2016. Опубл. 12.03.2018. Бюл. № 8.

63. Жуков В.К. Теория погрешностей технических измерений: учебное пособие. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2009. – 180 с.

64. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: Наука, 1976. – 279 с.

65. Статистические методы в инженерных исследованиях. Лабораторный практикум/ Бородюк В.П., Вощинин А.П., Иванов А.З. Под редакцией Круга Г.К. М.: Высшая школа, 1983. 217 с.

66. Купоросова Е.С. Определение параметров амортизирующего подвеса инерциального модуля на подвижном объекте методами факторного эксперимента // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. – 2015. - № 4 (80). – С. 143-149.

67. Патент РФ 2649026. Устройство определения углов наклона блока инерциальных измерителей комплексной системы угловой ориентации относительно плоскости горизонта / Потапов А.А., Купоросова Е.С. Заявл. 20.12.2016. Опубл. 29.03.2018. Бюл. № 10.

68. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления / Изд. 4-е. перераб. и доп. – Спб.: Изд-во «Профессия», 2003 – 752 с.

69. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р.. Курс теоретической механики. Статика и кинематика. Динамика: в 2 т. — СПб.: Лань, 2006.— 730 с.

70. Бочкин А. И. Методика преподавания информатики: учеб. пособие. - Минск: Выш.шк.,1998. - 431 с.

71. Купоросова, Е.С. Влияние гармонических колебаний блока инерциальных измерителей на погрешность работы алгоритма счисления пути пешеходной навигационной системы // Электронный журнал «Труды МАИ». – 2016. - № 90. – С. 1-18.

72. MATLAB & Simulink Release Notes for R2008a [Электронный ресурс] / Официальный сайт «MathWorks». – Режим доступа: http:www.mathworks.com.

73. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных: Пер. с англ. – М.:Мир, 1989. – 540 с.

74. Купоросова, Е.С. Состояние вопросов повышения точности работы блока датчиков первичной информации пешеходных навигационных систем // Гагаринские чтения – 2017: Сборник тезисов докладов XLIII Международной молодёжной научной конференции, г. Москва, 5-19 апреля 2017 г. – М.: Моск. авиационный (национальный исследовательский университет), 2017. – С. 860-861.

Приложение А. ОЦЕНКА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПЕШЕХОДНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ *OSMIUM MIMU*22*TP* ПРИ ДВИЖЕНИИ ПО РАЗЛИЧНЫМ ПРЯМОУГОЛЬНЫМ МАРШРУТАМ

1. Постановка задачи

Требуется оценить точность построения траектории движения пешехода по прямоугольному маршруту с помощью автономной навигационной системы *Osmium MIMU*22*TP*, блок инерциальных датчиков которой закреплен на обуви пешехода.

Система *Osmium MIMU*22*TP* конструктивно представляет собой параллелепипед размером 13,5 мм×23,5 мм×31,0 мм (рисунок А.1), в котором находятся инерциальные датчики и сервисная электроника.

Рисунок А.1 - Пешеходная навигационная система *Osmium MIMU*22*TP*

Информация с выхода пешеходной навигационной системы (ПНС) в виде текущих значений координат ее местоположения в неподвижной системе отсчета *Oxyz* передается на компьютер (смартфон) по беспроводному каналу Bluetooth, также, как и команды управления передаются с компьютера на вход ПНС. Ориентация осей системы отсчета *Oxyz* сохраняется в памяти ПНС в момент включения ее в работу в исходной точке маршрута *O* при нулевых значениях координат *x*, *y*, *z*.

Испытания ПНС выполнены при движении по прямоугольнику с возвратом в исходную точку маршрута для варианта крепления блока *Osmium MIMU*22*TP* на обуви, приведенного на рисунке А.2.

Рисунок А.2 - Вариант крепления блока *Osmium MIMU22TP* на обуви

При креплении блока ПНС на левой ноге (рисунок А.2) ось *Y* системы координат, изображенной на блоке (рисунок А.1), направлена вперед, ось *Z* – вправо, ось *X* – вниз.

2. Движение по периметру двора (вариант *а* крепления блока ПНС)

На рисунке А.3 показана действительная траектория движения по периметру двора, длина пути равна 440 м. Движение выполнял человек, двигаясь со скоростью 4…5 км/час, не выдерживая паузу по завершении шага. Было выполнено три обхода по одному кругу и один троекратный обход. Результаты измерений координат в поворотных точках маршрута и по одной точке между ними приведены в таблицах А.1, А.2.

Таблица А.1. Значения координат при обходах двора по одному кругу

№ точки	1 эксперимент			2 эксперимент			3 эксперимент		
	X, м	Y, м	Z, м	X, м	Y, м	Z, м	X, м	Y, м	Z, м
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-7,78	33,78	1,7	9,76	-27,36	-3,83	21,73	17,26	3,76
3	-36,79	93,13	6,01	54,86	-4,36	0,15	106,86	-132,77	10,17
4	-33,05	67,95	14,03	78,18	-22,97	2,27	89,73	-185,25	11,79
5	-6,53	27,01	24,48	59,74	-69,33	12	106,29	-225,34	20,58
6	28,61	-8,65	24,4	10,33	-92,14	11,87	80,98	-267,43	20,16
7	69,34	-39,95	28,14	12,29	-61,66	10,84	65,99	-275,23	20,92
8	50,7	-70,65	28,76	0,31	-20,13	12,93	138,73	-194,48	35,8
9	-8,61	-109,71	37,35	-3,54	19,22	13,56	195,88	-199,13	40,72

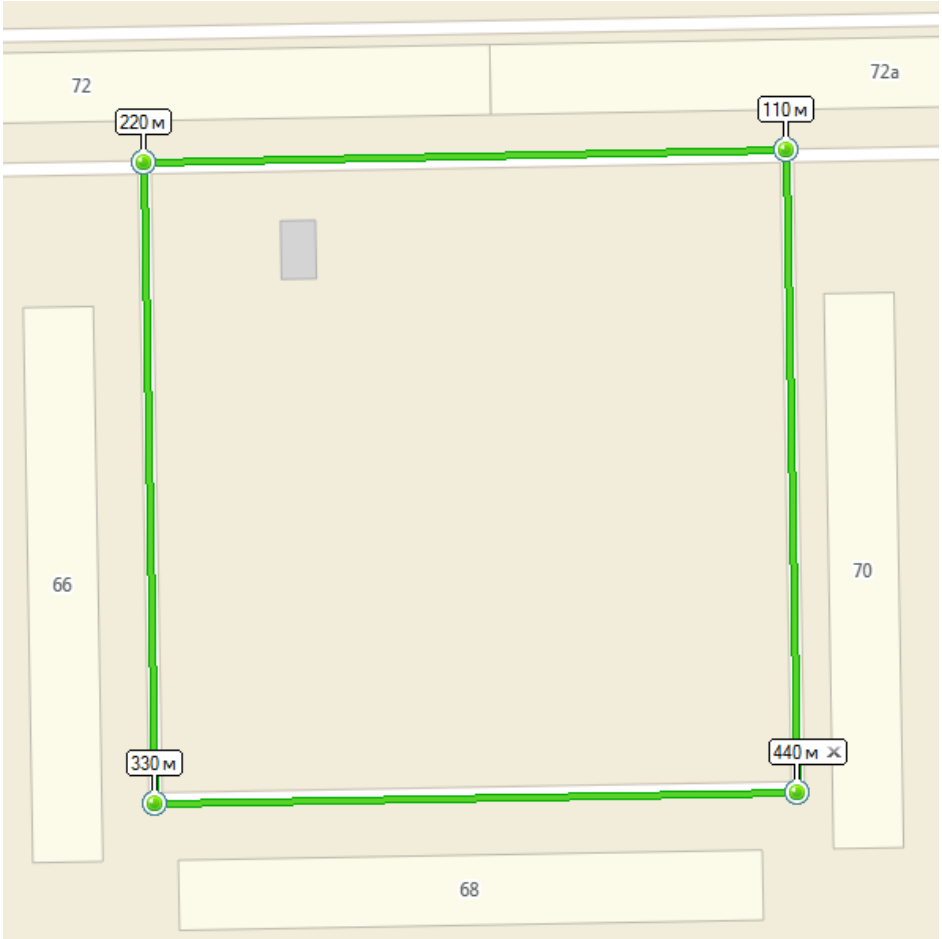


Рисунок А.3 – Действительная траектория движения по периметру двора

Таблица А.2. Значения координат при троекратном обходе двора

№ точки	X, м	Y, м	Z, м	№ точки	X, м	Y, м	Z, м
1	0	0	0	13	-345,32	-140,16	26,75
2	22,02	23,8	2,59	14	-392,02	-144,68	27,2
3	-60,11	-204,38	-0,02	15	-443,11	-153,31	27,18
4	-134,76	-219,66	6,72	16	-455,23	-109,17	30,83
5	-244,4	-163,06	11,58	17	-445,47	-99,64	32,01
6	-284,98	-184,48	11,17	18	-411,62	-101,15	32,92
7	-329,49	-211,07	11,4	19	-360,08	-122,91	35,96
8	-338,78	-180,69	14,78	20	-415,2	-113,39	38,17
9	-367,55	-142,37	14,94	21	-454,69	-117,32	38,03
10	-342,82	-123,57	16,39	22	-418,26	-97,83	47,24
11	-295,4	-126,38	21,9	23	-408,52	-78,15	45,53
12	-282,95	-154,44	25,32	24	-379,08	-73,86	48,05
				25	-336,67	-98,23	48,27

На рисунках А.4-А.7 по данным, приведенным в таблицах А.1, А.2, построены траектории движения.

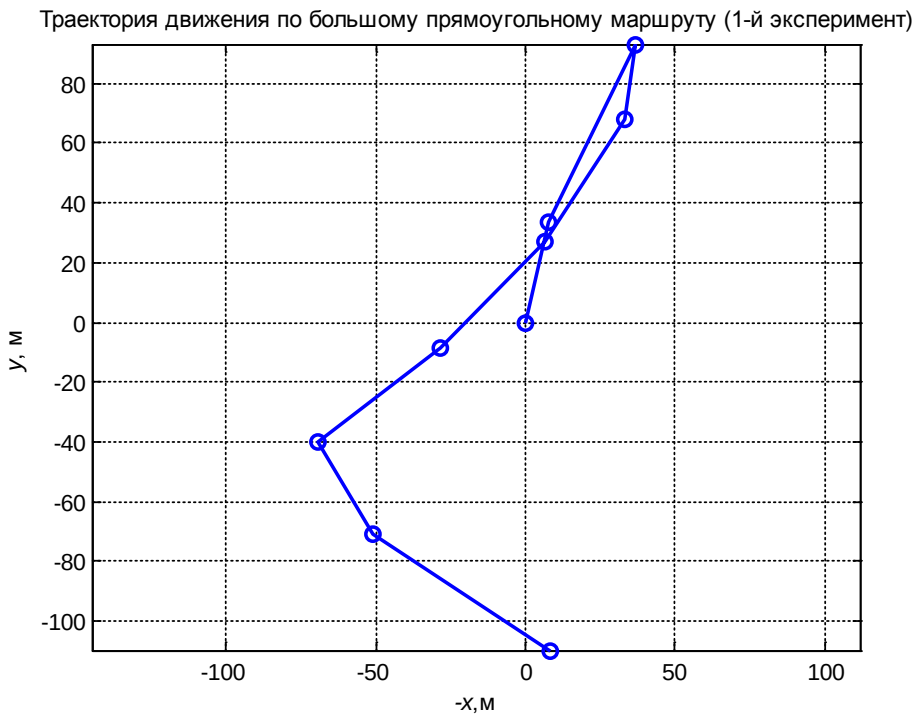


Рисунок А.4 – Траектория, построенная по результатам измерения координат при первом обходе двора

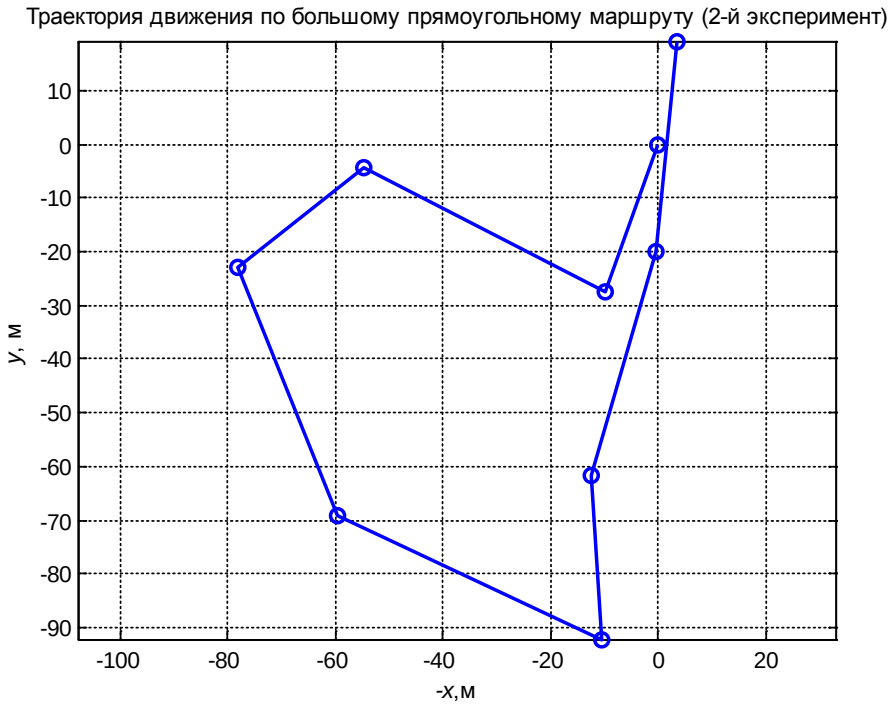


Рисунок А.5 – Траектория, построенная по результатам измерения координат при втором обходе двора

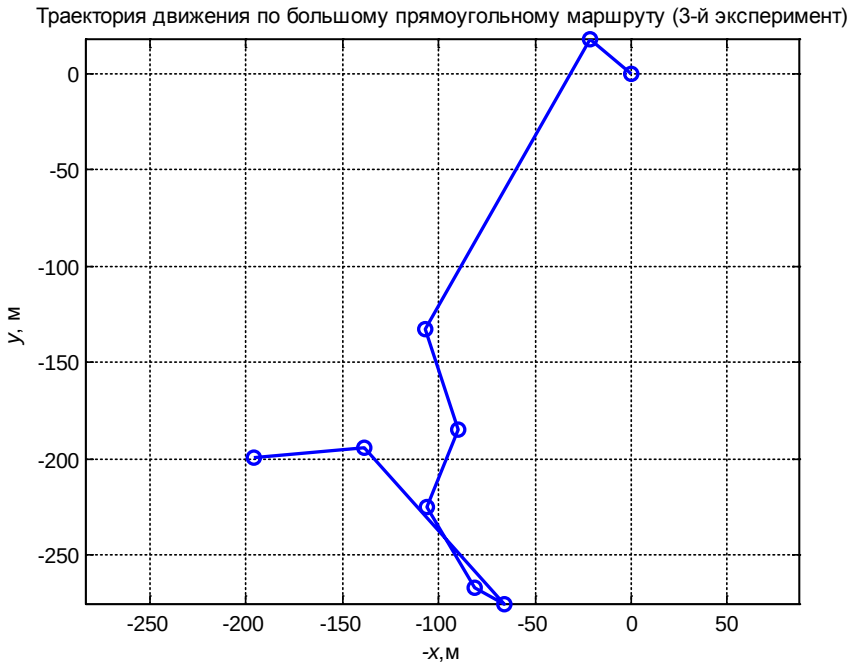


Рисунок А.6 – Траектория, построенная по результатам измерения координат при третьем обходе двора

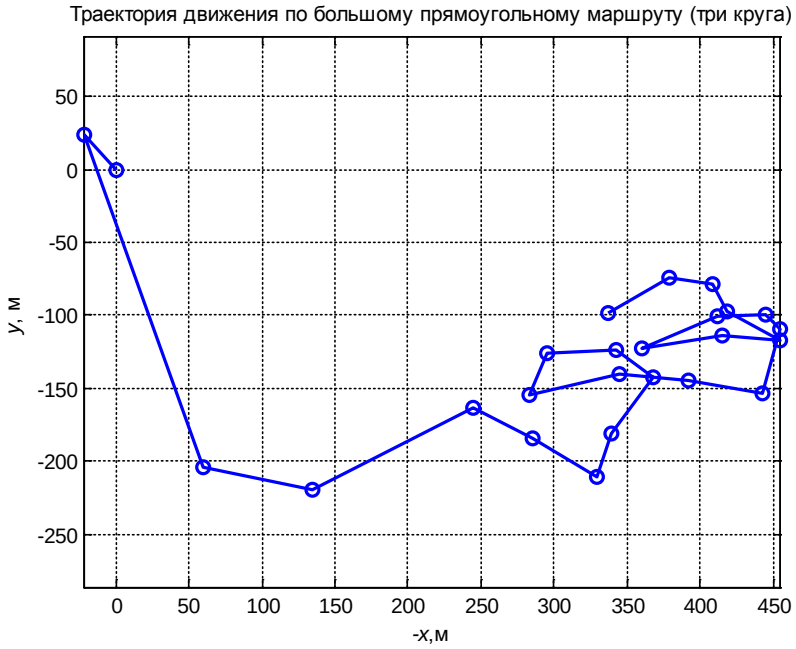


Рисунок А.7 – Траектория, построенная по результатам измерения координат при троекратном обходе двора

Как видно из рисунков, построенные схемы движения далеки от истинной траектории, что говорит о неудовлетворительной работе испытываемой ПНС Osmium MIMU 22BT при движении по улице.

3. Движение по коридору

3.1 Вариант (*а*) крепления блока ПНС

В этом опыте выполнено четыре эксперимента при движении по прямоугольнику размером 35 м на 4 м. В первых трех экспериментах человек выполнил по одному обходу, двигаясь с разным темпом. В первом эксперименте (таблица А.3, рисунок А.8) человек двигался медленно, выдерживая паузу при завершении шага. Во втором эксперименте (таблица А.4, рисунок А.9) движение было нормальным, в третьем эксперименте ходьба была быстрой (таблица А.5, рисунок А.10). В четвертом эксперименте было выполнено три непрерывных обхода прямоугольного маршрута в замедленном темпе (таблица А.6, рисунок А.11).

Таблица А.3. Эксперимент (офис) – 1 (один обход, медленная ходьба)

№ изм.	Реальное кол-во шагов	Расчетное кол-во шагов	Пройденная дистанция, м	Рассчитанная дистанция, м	V, км/ч	Координаты		
						X, м	Y, м	Z, м
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	31	10	35	36,19	2,51	-26,17	24,96	0,32
3	35	13	39	40,27	2,27	-23,63	28,16	0,35
4	67	22	74	76,57	2,32	6,48	8,01	0,71
5	72	24	78	80,97	2,07	4,6	4,07	0,71

Таблица А.4. Эксперимент (офис) – 2 (один обход, нормальная ходьба)

№ изм.	Реальное кол-во шагов	Расчетное кол-во шагов	Пройденная дистанция, м	Рассчитанная дистанция, м	V, км/ч	Координаты		
						X, м	Y, м	Z, м
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	26	1	35	36,31	3,73	-24,25	27,02	0,27
3	30	2	39	40,37	3,16	-21,65	30,14	0,33
4	57	3	74	76,97	3,38	6,81	7,13	0,63
5	61	5	78	81,22	3,14	4,61	3,54	0,68

Таблица А.5. Эксперимент (офис) – 3 (один обход, быстрая ходьба)

№ изм.	Реальное кол-во шагов	Расчетное кол-во шагов	Пройденная дистанция, м	Рассчитанная дистанция, м	V, км/ч	Координаты		
						X, м	Y, м	Z, м
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	22	2	35	36,41	4,85	-31,7	17,62	0,28
3	26	3	39	40,68	3,85	-30,07	21,56	0,32
4	48	5	74	76,41	4,05	3,38	9,13	0,58
5	51	7	78	80,54	3,77	2,41	5,33	0,6

Таблица А.6. Эксперимент (офис) – 4 (три обхода, медленная ходьба)

№ изм.	Реальное кол-во шагов	Расчетное кол-во шагов	Пройденная дистанция, м	Рассчитанная дистанция, м	V, км/ч	Координаты		
						X, м	Y, м	Z, м
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	31	13	35	36,4	3,12	-35,35	8,39	0,45
3	35	18	39	41,01	2,38	-35,01	12,91	0,48
4	64	30	74	77,77	2,62	1,49	12,63	0,93
5	69	32	78	82,29	2,31	0,35	8,7	0,96
6	99	48	113	119,02	2,45	-35,44	16,73	1,43
7	104	52	117	123,63	2,29	-36,23	21,2	1,45
8	134	59	152	160,04	2,31	1,43	23,03	1,87
9	138	62	156	164,73	2,27	2,24	18,78	1,92
10	168	75	191	201,32	2,35	-32,99	9,13	2,35
11	172	77	195	205,78	2,22	-34,87	13,16	2,33
12	202	88	230	242,04	2,3	-3,74	31,6	2,76
13	205	91	234	246,61	2,22	-0,56	28,35	2,76

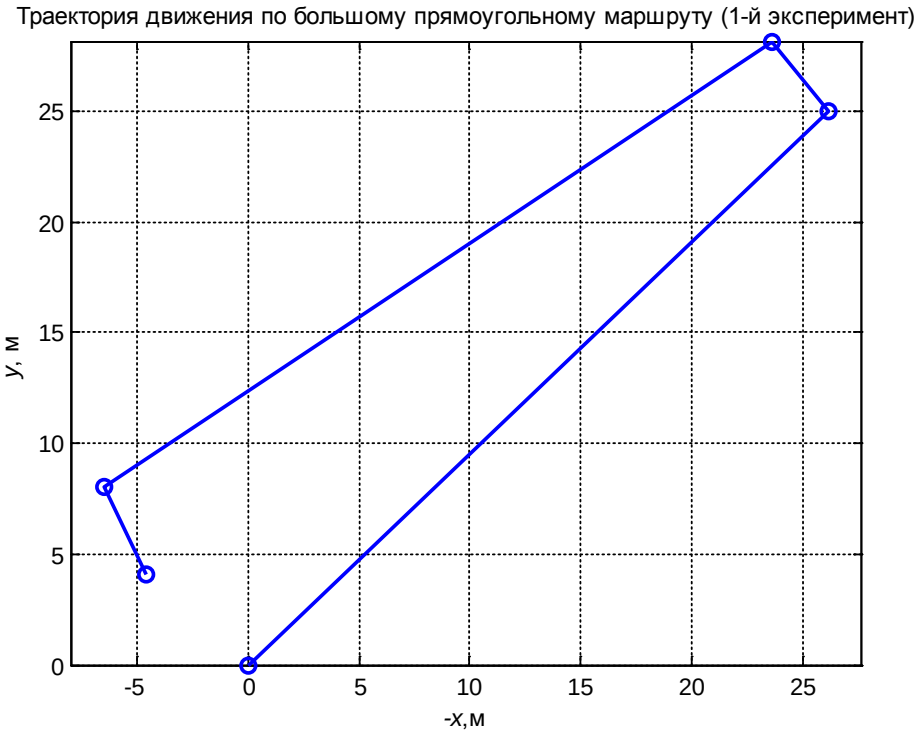


Рисунок А.8 – Траектория движения по прямоугольнику $35\,\text{м} \times 4\,\text{м}$ при медленной ходьбе

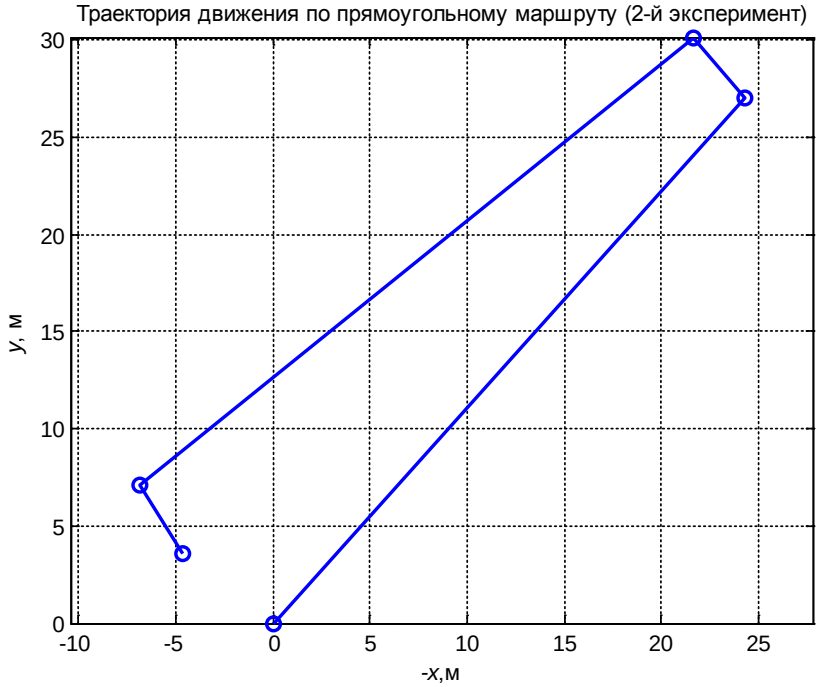


Рисунок А.9 – Траектория движения по прямоугольнику $35\,\text{м} \times 4\,\text{м}$ при нормальной ходьбе

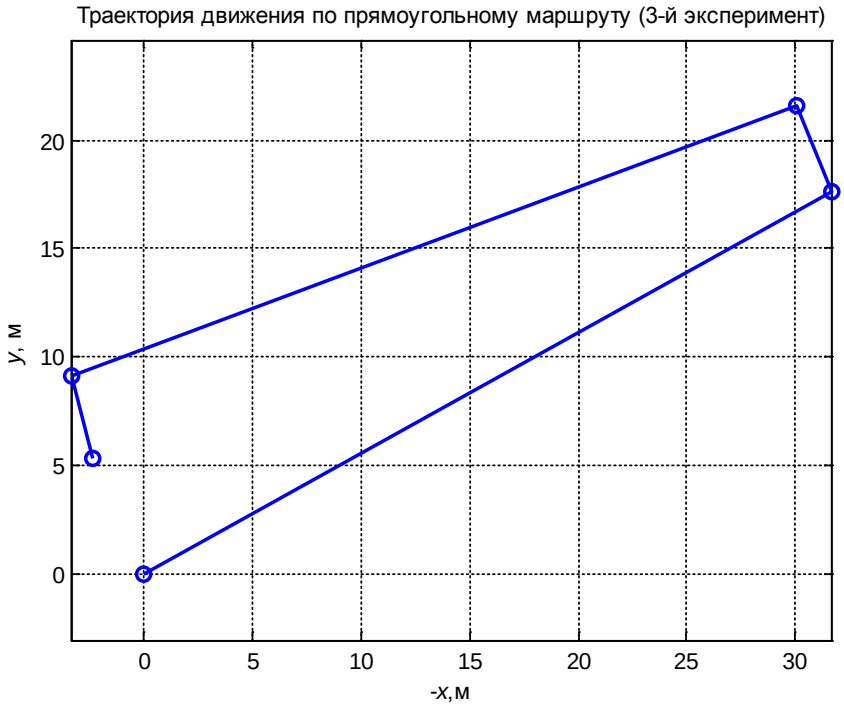


Рисунок А.10 – Траектория движения по прямоугольнику $35\,\text{м} \times 4\,\text{м}$ при быстрой ходьбе

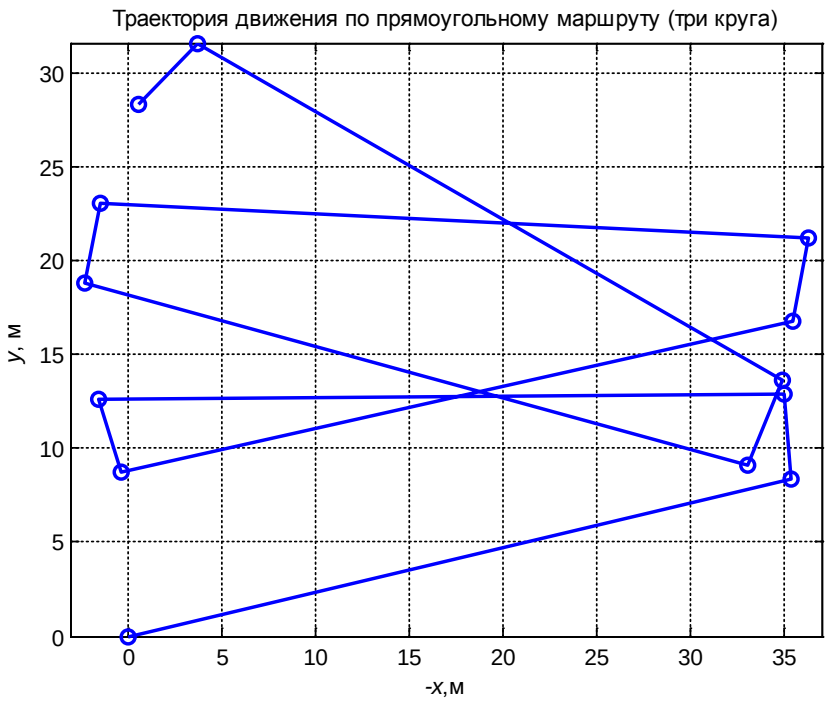


Рисунок А.11 – Траектория троекратного обхода прямоугольника $35\,\text{м} \times 4\,\text{м}$ при медленной ходьбе

Как следует из таблиц А.3 – А.5 и рисунков А.8 – А.10, построенные траектории при однократном обходе близки по размерам и пройденной дистанции действительному маршруту, но последняя точка пути не совпала с исходной, координаты которой приняты за ноль. Ошибка этого несовпадения составила приблизительно шесть метров, что превышает размер малой стороны прямоугольника. В четвертом эксперименте (таблица А.6, рисунок А.11) кроме этой ошибки траектория при очередном обходе заметно смещается относительно предыдущей. Также можно отметить в качестве недостатка неопределенность привязки исходной системы координат к плану здания.

Результаты оценки функционирования пешеходной навигационной системы Osmium MIMU22TP при движении по различным прямоугольным маршрутам приведены в таблице А.7.

Таблица А.7. Результаты оценки функционирования пешеходной навигационной системы *Osmium MIMU*22*TP*

Вариант	Длина линии пути, м	Вычисленный путь, м	Погрешность определения пройденного расстояния (σ)		Расстояние между точкой старта и вычисленной точкой финиша (σ)	
			м	%	м	%
1-й обход по квадрату 110×4	440	383,3	-56,7	-12,9	110	25
2-й обход по квадрату 110×4	440	327,1	-112,9	-25,7	19,5	4,4
3-й обход по квадрату 110×4	440	530,9	90,9	20,7	279,3	63,5
Трехкратный обход по квадрату 110×4	1320	1310,7	-9,3	-0,7	350,7	26,6
Один обход по офису, медленно	78	80,8	2,8	3,65	6,1	7,9
Один обход по офису, нормально	78	81,2	3,2	4,07	5,8	7,5
Один обход по офису, быстро	78	80,1	2,1	2,74	5,85	7,5
Три обхода по офису, медленно	234	246,4	12,4	5,3	28,4	12,1

Приложение Б. КИНЕМАТИЧЕСКИЕ СХЕМЫ И СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

Расположение систем координат для случая, когда опорная поверхность горизонтальна, показано на рисунке Б.1. При наличии уклона опорной поверхности относительно плоскости горизонта введены дополнительные системы координат, которые показаны на рисунке Б.2.

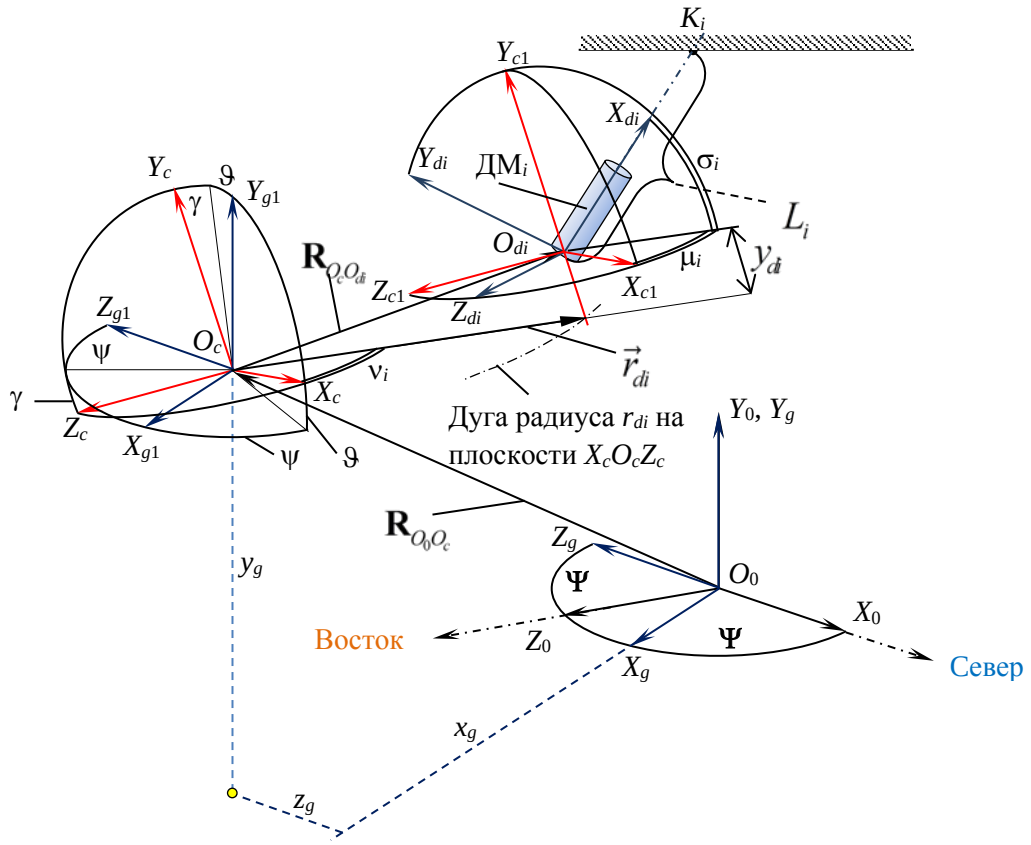


Рисунок Б.1 - Кинематическая схема определения дальности до опорной поверхности i – тым ДМ (опорная поверхность горизонтальна)

Описание систем координат, показанных на рисунке Б.1:

- $O_0X_0Y_0Z_0$ – местная географическая система координат. Полюс O_0 расположен в начальной точке маршрута на горизонтальной поверхности (плоскость X_0Z_0), по которой движется ПО. Ось X_0 направлена на Север, ось Z_0 – на Восток, ось Y_0 – по вертикали места вверх.

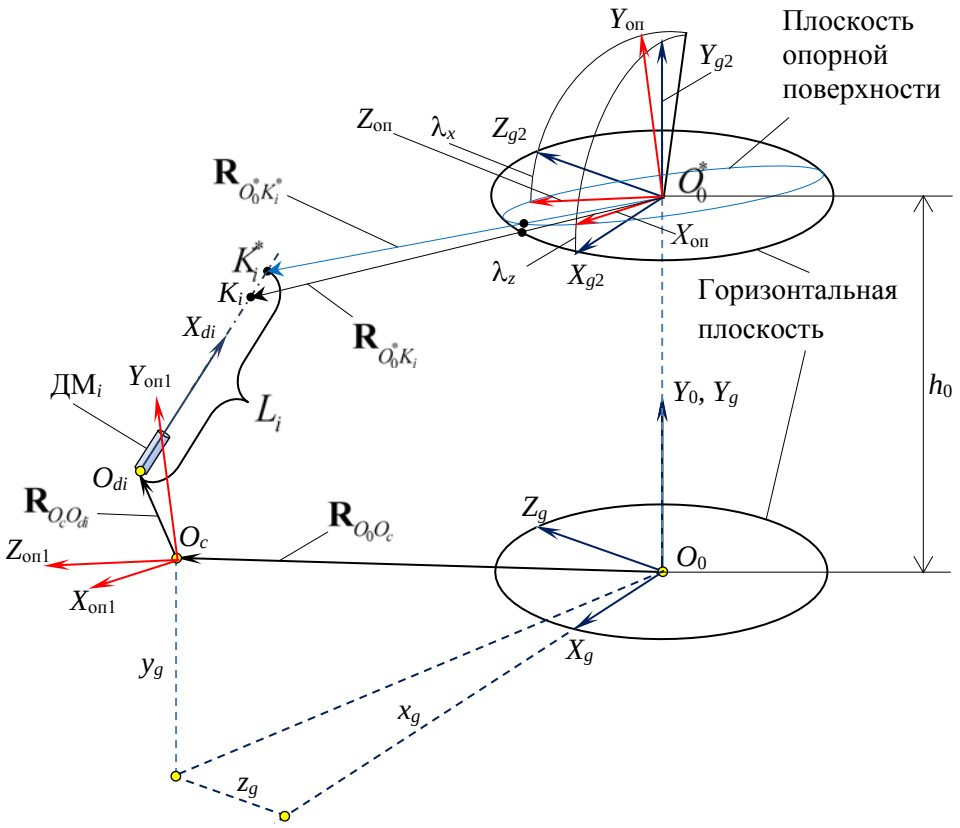


Рисунок Б.2 - Кинематическая схема измерения дальности до опорной поверхности *i*-тым ДМ (опорная поверхность имеет уклон относительно плоскости горизонта)

- $O_0X_gY_gZ_g$ – нормальная земная система координат, развернутая в азимуте относительно географической системы на угол Ψ, который может быть определен с помощью магнитометров, входящих в состав блока ДПИ. В системе координат $O_0X_gY_gZ_g$ строится траектория движения блока ДПИ.

- $O_cX_{g1}Y_{g1}Z_{g1}$ – нормальная система координат, оси которой параллельны одноименным осям нормальной земной системы координат, а полюс O_c связан с блоком ДПИ. Положение полюса O_c в системе координат $O_0X_gY_gZ_g$ определяется радиусом-вектором $\mathbf{R}_{O_0O_c} = [x_g \quad y_g \quad z_g]^{\mathrm{T}}$.

- $O_cX_cY_cZ_c$ – связанная с корпусом блока ДПИ система координат. Начало координат O_c находится в центре масс блока ДПИ, а по осям X_c, Y_c, Z_c выставляются оси чувствительности инерциальных датчиков. При определении углов ориентации системы $O_cX_cY_cZ_c$ относительно нормальной системы $O_cX_{g1}Y_{g1}Z_{g1}$ примем

следующую схему поворотов: $O_c X_{g1} Y_{g1} Z_{g1} \xrightarrow[\psi,\vartheta,\gamma]{(231)\mathbf{M}_{g1,c}} O_c X_c Y_c Z_c$. Углы поворотов назовем соответственно – угол рысканья (ψ), угол тангажа (ϑ), угол крена (γ). Угол рысканья – угол между проекцией оси X_c на горизонтальную плоскость и осью X_{g1}; угол тангажа – угол между осью X_c и горизонтальной плоскостью; угол крена – угол между плоскостью $X_c O_c Y_c$ и вертикальной плоскостью, проходящей через ось X_c.

- $O_{di} X_{c1} Y_{c1} Z_{c1}$ – вспомогательная система координат, оси которой параллельны одноименным осям связанной системы координат. Положение полюса O_{di} в системе координат $O_c X_c Y_c Z_c$ определяется радиусом-вектором (рисунок Б.3):

$$\mathbf{R}_{O_c O_{di}} = \begin{bmatrix} x_{di} & y_{di} & z_{di} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} r_{di}\cos\nu_i & y_{di} & -r_{di}\sin\nu_i \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}. \qquad (Б.1)$$

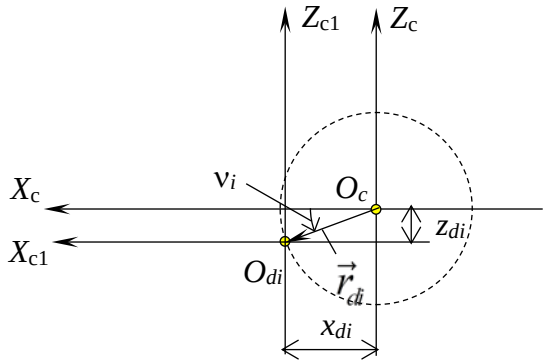


Рисунок Б.3 – Схема расположения i – того дальномера относительно связанной системы координат $O_c X_c Y_c Z_c$

- $O_{di} X_{di} Y_{di} Z_{di}$ – система координат, связанная с i – тым дальномером ДМ$_i$. Полюс O_{di} находится в точке установки ДМ$_i$ на блоке ДПИ, которую примем за начало отсчета измеряемой дальности L_i до опорной горизонтальной поверхности. Ось X_{di} направлена по измерительной оси ДМ$_i$ и составляет с плоскостью $X_{c1} O_{di} Z_{c1}$ угол σ_i. Плоскость $X_{di} O_{di} Y_{di}$ составляет с плоскостью $X_{c1} O_{di} Y_{c1}$ двугранный угол μ_i.

Описание дополнительных систем координат, приведенных на рисунке Б.2:

- $O_0^* X_{g2} Y_{g2} Z_{g2}$ – система координат, оси которой параллельны осям нормальной системы координат, а полюс O_0^* расположен на опорной поверхности.

- $O_0^* X_{\text{оп}} Y_{\text{оп}} Z_{\text{оп}}$ – система координат, связанная с опорной поверхностью. В общем случае плоскость опорной поверхности имеет уклон относительно горизонтальной плоскости, который зададим двумя последовательными поворотами системы координат $O_0^* X_{\text{оп}} Y_{\text{оп}} Z_{\text{оп}}$ относительно системы координат $O_0^* X_{g2} Y_{g2} Z_{g2}$: $O_0^* X_{g2} Y_{g2} Z_{g2} \xleftarrow[\lambda_z, \lambda_x]{(31)\mathbf{M}_{g2,\text{оп}}} O_0^* X_{\text{оп}} Y_{\text{оп}} Z_{\text{оп}}$. Полюс O_0^* поместим на опорной поверхности над полюсом O_0 земной системы координат, в которой положение полюса O_0^* определяется радиусом-вектором $\mathbf{R}_{O_0 O_0^*} = \begin{bmatrix} 0 & h_0 & 0 \end{bmatrix}^{\text{т}}$, где h_0 – расстояние от пола до потолка, измеренное по вертикали.

- $O_c X_{\text{оп}1} Y_{\text{оп}1} Z_{\text{оп}1}$ – система координат, оси которой параллельны осям опорной системы координат, а полюс связан с блоком ДПИ.

Системы координат, определяющие положение элемента ПО в пространстве и положение блока ДПИ относительно элемента ПО:

- $O_1 X_g' Y_g' Z_g'$ – нормальная система координат, оси которой параллельны одноименным осям системы $O_0 X_g Y_g Z_g$, а полюс помещен в точку O_1, принятую за центр элемента ПО, к которому крепится блок ДПИ. Положение точки O_1 в земной системе координат определяется радиусом-вектором $\mathbf{R}_{O_0 O_1}$;

- $O_1 X_1 Y_1 Z_1$ – система координат, связанная с элементом ПО, к которому крепится блок ДПИ. Относительно нормальной системы эта система координат занимает угловое положение, определяемое углами ψ_1 (рыскание элемента), ϑ_1 (тангаж элемента), γ_1(крен элемента), которые в процессе моделирования движения ПО должны быть заданы соответствующими функциями времени;

- $O_c X_1' Y_1' Z_1'$ – система координат, оси которой параллельны одноименным осям системы $O_1 X_1 Y_1 Z_1$, а полюс помещен в центр блока ДПИ – точку O_c. Положение точки O_c в системе координат $O_1 X_1 Y_1 Z_1$ определяется радиусом-вектором $\mathbf{R}_{O_1 O_c} = [x_{O_c} \quad y_{O_c} \quad z_{O_c}]^{\text{т}}$. Угловое положение блока ДПИ относительно элемента ПО

определяется углами δ_x, δ_y, δ_z поворота связанной системы относительно системы $O_c X_1' Y_1' Z_1'$.

Связь между введенными системами координат изобразим в виде графической схемы преобразования однородных координат в трехмерном пространстве (рисунок Б.4).

Матрицы вращения $\mathbf{M}_{0,g}, \mathbf{M}_{g1,c}, \mathbf{M}_{c1,di}, \mathbf{M}_{g2,\text{оп}}, \mathbf{M}_{\text{оп},g2}, \mathbf{M}_{\text{оп}1,c}, \mathbf{M}_{1',c}, \mathbf{M}_{g',\text{ПО}}$ и переноса $\mathbf{M}_{g,g1}, \mathbf{M}_{c,c1}, \mathbf{M}_{g,g2}, \mathbf{M}_{g2,g}, \mathbf{M}_{\text{оп},\text{оп}1}, \mathbf{M}_{\text{ПО},1'}, \mathbf{M}_{g,g'}$ имеют размер 4×4 и выражаются формулами:

$$\mathbf{M}_{0,g} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{0,g} & \mathbf{G}_0^{\text{т}} \\ \mathbf{G}_0 & 1 \end{bmatrix}; \mathbf{C}_{0,g} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & \sin\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\varphi & 0 & \cos\varphi \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{G}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \tag{Б.2}$$

$$\mathbf{M}_{g,g1} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{R}_{O_0 O_c} \\ \mathbf{G}_0 & 1 \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{Б.3}$$

$$\mathbf{M}_{g1,c} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{g1,c} & \mathbf{G}_0^{\text{т}} \\ \mathbf{G}_0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{Б.4}$$

$$\left.\begin{aligned} &\mathbf{C}_{g1,c} = \mathbf{C}_{g1,c}^{(2)} \cdot \mathbf{C}_{g1,c}^{(3)} \cdot \mathbf{C}_{g1,c}^{(1)} = \left(c_{ij}\right)_{3\times 3}; \qquad \mathbf{C}_{g1,c}^{(2)} = \begin{bmatrix} \cos\psi & 0 & \sin\psi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\psi & 0 & \cos\psi \end{bmatrix}; \\ &\mathbf{C}_{g1,c}^{(3)} = \begin{bmatrix} \cos\vartheta & -\sin\vartheta & 0 \\ \sin\vartheta & \cos\vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{C}_{g1,c}^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & -\sin\gamma \\ 0 & \sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix}; \\ &\mathbf{C}_{g1,c} = \begin{bmatrix} \cos\vartheta\cos\psi & \sin\gamma\sin\psi - \cos\gamma\cos\psi\sin\vartheta & \cos\gamma\sin\psi + \cos\psi\sin\gamma\sin\vartheta \\ \sin\vartheta & \cos\gamma\cos\vartheta & -\cos\vartheta\sin\gamma \\ -\cos\vartheta\sin\psi & \cos\psi\sin\gamma + \cos\gamma\sin\psi\sin\vartheta & \cos\gamma\cos\psi - \sin\gamma\sin\psi\sin\vartheta \end{bmatrix} \end{aligned}\right\} \tag{Б.5}$$

$$\mathbf{M}_{c,c1} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{R}_{O_c O_{di}} \\ \mathbf{G}_0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{Б.6}$$

$$\mathbf{M}_{c1,di} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{c1,di} & \mathbf{G}_0^{\text{т}} \\ \mathbf{G}_0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{Б.7}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\mathbf{C}_{c1,di}=\mathbf{C}^{(2)}_{c1,di}\cdot\mathbf{C}^{(3)}_{c1,di};\qquad \mathbf{C}^{(2)}_{c1,di}=\begin{bmatrix}\cos\mu_i & 0 & \sin\mu_i\\ 0 & 1 & 0\\ -\sin\mu_i & 0 & \cos\mu_i\end{bmatrix};\\
&\mathbf{C}^{(3)}_{c1,di}=\begin{bmatrix}\cos\sigma_i & -\sin\sigma_i & 0\\ \sin\sigma_i & \cos\sigma_i & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix};\ \mathbf{C}_{c1,di}=\begin{bmatrix}\cos\sigma_i\cos\mu_i & -\cos\mu_i\sin\sigma_i & \sin\mu_i\\ \sin\sigma_i & \cos\sigma_i & 0\\ -\cos\sigma_i\sin\mu_i & \sin\mu_i\sin\sigma_i & \cos\mu_i\end{bmatrix},
\end{aligned}\right\}\qquad (Б.8)$$

$$\left.\mathbf{M}_{g,g2}=\begin{bmatrix}\mathbf{E} & \mathbf{R}_{O_0O_0^*}\\ \mathbf{G}_0 & 1\end{bmatrix},\qquad \mathbf{R}_{O_0O_0^*}=\begin{bmatrix}0 & h_0 & 0\end{bmatrix},\right\}\qquad (Б.9)$$

$$\mathbf{M}_{g2,\text{оп}}=\begin{bmatrix}\mathbf{C}_{g2,\text{оп}} & \mathbf{G}_0^{\text{т}}\\ \mathbf{G}_0 & 1\end{bmatrix},\quad \mathbf{C}_{g2,\text{оп}}=\begin{bmatrix}\cos\lambda_z & -\sin\lambda_z\cos\lambda_x & \sin\lambda_z\sin\lambda_x\\ \sin\lambda_z & \cos\lambda_z\cos\lambda_x & -\cos\lambda_z\sin\lambda_x\\ 0 & \sin\lambda_x & \cos\lambda_x\end{bmatrix},\qquad (Б.10)$$

$$\mathbf{M}_{\text{оп},g2}=\begin{bmatrix}\mathbf{C}_{\text{оп},g2} & \mathbf{G}_0^{\text{т}}\\ \mathbf{G}_0 & 1\end{bmatrix},\quad \mathbf{C}_{\text{оп},g2}=\begin{bmatrix}\cos\lambda_z & \sin\lambda_z & 0\\ -\sin\lambda_z\cos\lambda_x & \cos\lambda_x\cos\lambda_z & \sin\lambda_x\\ \sin\lambda_x\sin\lambda_z & -\sin\lambda_x\cos\lambda_z & \cos\lambda_x\end{bmatrix},\qquad (Б.11)$$

$$\mathbf{M}_{g2,g}=\begin{bmatrix}\mathbf{E} & -\mathbf{R}_{O_0O_0^*}\\ \mathbf{G}_0 & 1\end{bmatrix},\qquad (Б.12)$$

$$\mathbf{M}_{\text{оп},\text{оп}1}=\begin{bmatrix}\mathbf{E} & \mathbf{R}_{O_0^*C}\\ \mathbf{G}_0 & 1\end{bmatrix},\quad \vec{R}_{O_0^*C}=\vec{R}_{O_0C}-\vec{R}_{O_0O_0^*},\qquad (Б.13)$$

$$\mathbf{M}_{\text{оп}1,c}=\begin{bmatrix}\mathbf{C}_{\text{оп}1,\text{c}} & \mathbf{G}_0^{\text{т}}\\ \mathbf{G}_0 & 1\end{bmatrix},\quad \mathbf{C}_{\text{оп}1,\text{c}}=\left(c_{ij}^{\text{оп}1,\text{c}}\right)_{3\times3},\qquad (Б.14)$$

$c_{11}^{\text{оп}1,c}=\cos\vartheta_{\text{оп}}\cos\psi_{\text{оп}}$,

$c_{12}^{\text{оп}1,c}=\sin\gamma_{\text{оп}}\sin\psi_{\text{оп}}-\cos\gamma_{\text{оп}}\cos\psi_{\text{оп}}\sin\vartheta_{\text{оп}}$,

$c_{13}^{\text{оп}1,c}=\cos\gamma_{\text{оп}}\sin\psi_{\text{оп}}+\cos\psi_{\text{оп}}\sin\gamma_{\text{оп}}\sin\vartheta_{\text{оп}}$,

$c_{21}^{\text{оп}1,c}=\sin\vartheta_{\text{оп}}$,

$c_{22}^{\text{оп}1,c}=\cos\gamma_{\text{оп}}\cos\vartheta_{\text{оп}}$,

$c_{23}^{\text{оп}1,c}=-\cos\vartheta_{\text{оп}}\sin\gamma_{\text{оп}}$,

$c_{31}^{\text{оп}1,c}=-\cos\vartheta_{\text{оп}}\sin\psi_{\text{оп}}$,

$c_{32}^{\text{оп}1,c}=\cos\psi_{\text{оп}}\sin\gamma_{\text{оп}}+\cos\gamma_{\text{оп}}\sin\psi_{\text{оп}}\sin\vartheta_{\text{оп}}$,

$c_{33}^{\text{оп}1,c}=\cos\gamma_{\text{оп}}\cos\psi_{\text{оп}}-\sin\gamma_{\text{оп}}\sin\psi_{\text{оп}}\sin\vartheta_{\text{оп}}$.

$$\mathbf{M}_{g,g'} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{R}_{O_0O_1} \\ \mathbf{G}_0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{R}_{O_0O_1} = \begin{bmatrix} x_{1g} \\ y_{1g} \\ z_{1g} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{G}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (Б.15)$$

$$\mathbf{M}_{g',ПО} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{g',ПО} & \mathbf{G}_0^{т} \\ \mathbf{G}_0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C}_{g',ПО} = \left(u_{ij}\right)_{3\times3}; \quad (Б.16)$$

$u_{11} = \cos\vartheta_1 \cos\psi_1;$

$u_{12} = \sin\gamma_1 \sin\psi_1 - \cos\gamma_1 \cos\psi_1 \sin\vartheta_1;$

$u_{13} = \cos\gamma_1 \sin\psi_1 + \cos\psi_1 \sin\gamma_1 \sin\vartheta_1;$

$u_{21} = \sin\vartheta_1;$

$u_{22} = \cos\gamma_1 \cos\vartheta_1;$

$u_{23} = -\cos\vartheta_1 \sin\gamma_1;$

$u_{31} = -\cos\vartheta_1 \sin\psi_1;$

$u_{32} = \cos\psi_1 \sin\gamma_1 + \cos\gamma_1 \sin\psi_1 \sin\vartheta_1;$

$u_{33} = \cos\gamma_1 \cos\psi_1 - \sin\gamma_1 \sin\psi_1 \sin\vartheta_1;$

$$\mathbf{M}_{ПО,1'} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{R}_{O_1O_c} \\ \mathbf{G}_0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{R}_{O_1O_c} = \begin{bmatrix} x_{O_c} \\ y_{O_c} \\ z_{O_c} \end{bmatrix}; \quad (Б.17)$$

$$\mathbf{M}_{1',c} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{1',c} & \mathbf{G}_0^{т} \\ \mathbf{G}_0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C}_{1',c} = \left(p_{ij}\right)_{3\times3}; \quad (Б.18)$$

$p_{11} = \cos\delta_z \cos\delta_y;$

$p_{12} = \sin\delta_x \sin\delta_y - \cos\delta_x \cos\delta_y \sin\delta_z;$

$p_{13} = \cos\delta_x \sin\delta_y + \cos\delta_y \sin\delta_x \sin\delta_z;$

$p_{21} = \sin\delta_z;$

$p_{22} = \cos\delta_x \cos\delta_z;$

$p_{23} = -\cos\delta_z \sin\delta_x;$

$p_{31} = -\cos\delta_z \sin\delta_y;$

$p_{32} = \cos\delta_y \sin\delta_x + \cos\delta_x \sin\delta_y \sin\delta_z;$

$p_{33} = \cos\delta_x \cos\delta_y - \sin\delta_x \sin\delta_y \sin\delta_z.$

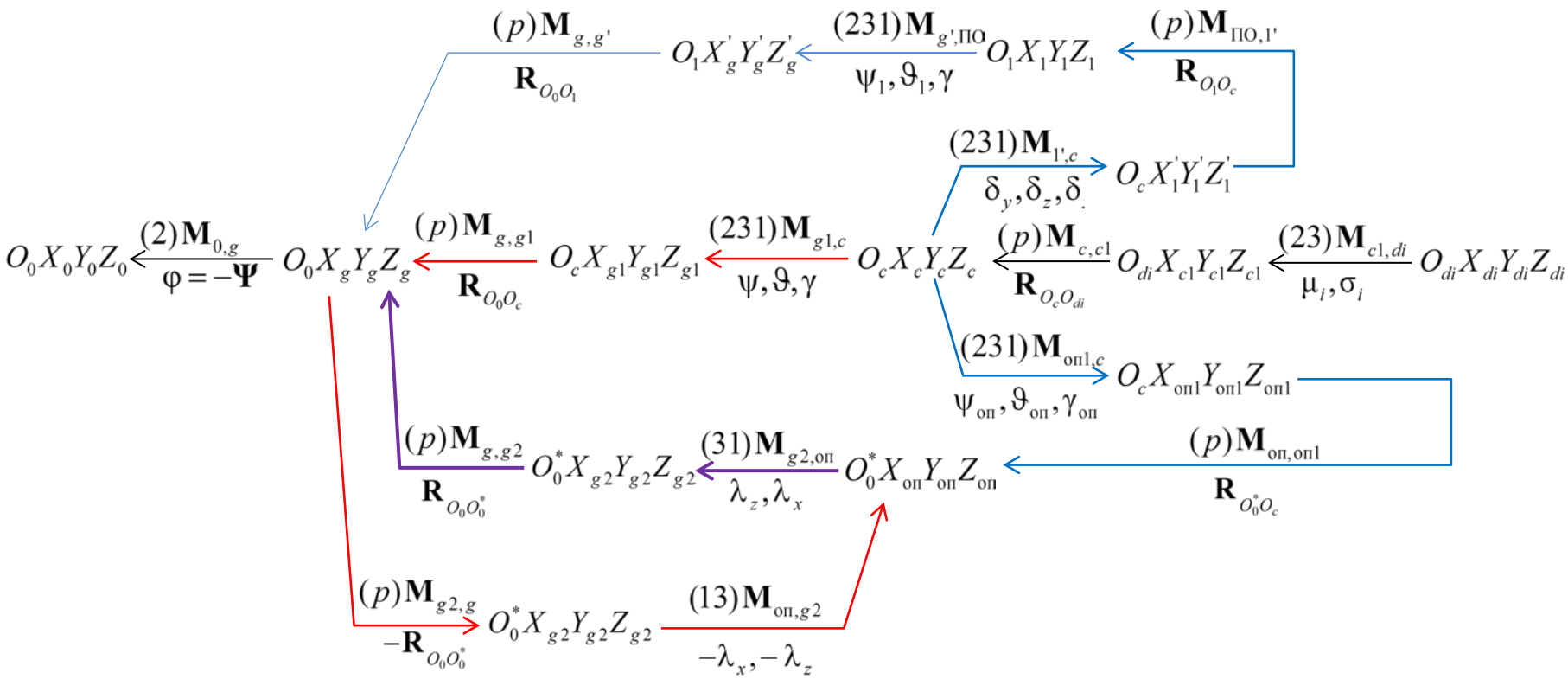


Рисунок Б.4 – Кинематическая схема связи между системами координат

(стрелками показаны направления преобразования координат)

Приложение В. ПРОГРАММА РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТОВ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПОГРЕШНОСТЕЙ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОПОРНЫХ УГЛОВ КРЕНА И ТАНГАЖА

Программа расчета коэффициентов чувствительности погрешностей вычисления опорных углов крена и тангажа дальномерной СУО с тремя ДМ к инструментальным погрешностям параметров установки ДМ на платформе блока ДПИ и определение границ областей погрешностей вычисления опорных углов крена и тангажа при изменении углов крена и тангажа в пределах (-30...+30) °.

Листинг программы:

```
clear
close all
% Исходные данные:
mu=[0 2*pi/3 4*pi/3];% радиан, азимутальные углы ориентации ДМ на блоке ДПИ
nu=[0 2*pi/3 4*pi/3];% радиан, азимутальные углы ориентации векторов rd
yd=0.01;% м, ордината полюсов Od1,Od2,Od3 в связанной СК
rd=0.01;% м, величина вектора rd (радиус окружности расположения полюсов
%                Od1,Od2,Od3
sigma=60*pi/180;% радиан, угол наклона осей ДМ к плоскости XcZc связанной СК
h0=3;% м, расстояние от ОПН до ОПВ (от пола до потолка)
yg=1.8;% м, расстояние от ОПН до полюса Oc связанной СК
%Заготовки массивов:
yg_Od_rd=zeros(1,3);
yg_Od_yd=zeros(1,3);
yg_Od_nu=zeros(1,3);
c11_mu=zeros(1,3);
c21_mu=zeros(1,3);
c31_mu=zeros(1,3);
c11_sig=zeros(1,3);
c21_sig=zeros(1,3);
c31_sig=zeros(1,3);
yg_Od=zeros(1,3);
c11=zeros(1,3);
c21=zeros(1,3);
```

```
c31=zeros(1,3);
L_yg_Od=zeros(1,3);
L_c11=zeros(1,3);
L_c21=zeros(1,3);
L_c31=zeros(1,3);
L_rd=zeros(1,3);
L_yd=zeros(1,3);
L_nu=zeros(1,3);
L_mu=zeros(1,3);
L_sig=zeros(1,3);
L=zeros(1,3);
g_op_rd=zeros(1,3);
g_op_yd=zeros(1,3);
g_op_nu=zeros(1,3);
g_op_mu=zeros(1,3);
g_op_sig=zeros(1,3);
t_op_rd=zeros(1,3);
t_op_yd=zeros(1,3);
t_op_nu=zeros(1,3);
t_op_mu=zeros(1,3);
t_op_sig=zeros(1,3);
err_g_rd=zeros(21,8);
err_g_yd=zeros(21,8);
err_g_nu=zeros(21,8);
err_g_mu=zeros(21,8);
err_g_sig=zeros(21,8);
err_t_rd=zeros(21,8);
err_t_yd=zeros(21,8);
err_t_nu=zeros(21,8);
err_t_mu=zeros(21,8);
err_t_sig=zeros(21,8);
   dg_rd_min=zeros(1,7);
   dg_rd_max=zeros(1,7);
   dg_yd_min=zeros(1,7);
   dg_yd_max=zeros(1,7);
   dg_nu_min=zeros(1,7);
   dg_nu_max=zeros(1,7);
   dg_mu_min=zeros(1,7);
```

```
   dg_mu_max=zeros(1,7);
   dg_sig_min=zeros(1,7);
   dg_sig_max=zeros(1,7);
   dt_rd_min=zeros(1,7);
   dt_rd_max=zeros(1,7);
   dt_yd_min=zeros(1,7);
   dt_yd_max=zeros(1,7);
   dt_nu_min=zeros(1,7);
   dt_nu_max=zeros(1,7);
   dt_mu_min=zeros(1,7);
   dt_mu_max=zeros(1,7);
   dt_sig_min=zeros(1,7);
   dt_sig_max=zeros(1,7);
%Диапазон изменения углов ориентации блока ДПИ:
Up=[0 45 90]*pi/180;% радиан, угол рысканья
n1=length(Up);
Ut=[-30 -20 -10 0 10 20 30]*pi/180;% радиан, угол тангажа
n2=length(Ut);
Ug=[-30 -20 -10 0 10 20 30]*pi/180;% радиан, угол крена
n3=length(Ug);
% Заготовки таблиц:
nt=n2*n3;
tab_g=zeros(nt,18);
tab_t=zeros(nt,18);
tab_L=zeros(nt,6);
it=0;
   psi=Up(1);
   for j=1:n2
      theta=Ut(j);
      for k=1:n3
         it=it+1;
         gamma=Ug(k);
         for m=1:3
 yg_Od_rd(m)=cos(nu(m))*sin(theta)+sin(nu(m))*cos(theta)*sin(gamma);
 yg_Od_yd(m)=cos(gamma)*cos(theta);
 yg_Od_nu(m)=rd*(cos(nu(m))*cos(theta)*sin(gamma)-sin(theta)*sin(nu(m)));
 c11_mu(m)=-cos(sigma)*(cos(psi)*cos(theta)*sin(mu(m))+...
    (cos(gamma)*sin(psi)+cos(psi)*sin(gamma)*sin(theta))*cos(mu(m)));
```

```
c21_mu(m)=cos(sigma)*(cos(theta)*sin(gamma)*cos(mu(m))-...
    sin(theta)*sin(mu(m)));
c31_mu(m)=cos(sigma)*(sin(mu(m))*cos(theta)*sin(psi)-...
    cos(mu(m))*(cos(gamma)*cos(psi)-sin(gamma)*sin(psi)*sin(theta)));
c11_sig(m)=cos(sigma)*(sin(gamma)*sin(psi)-cos(gamma)*cos(psi)*sin(theta))-...
    cos(psi)*sin(sigma)*cos(mu(m))*cos(theta)+...
    sin(sigma)*sin(mu(m))*(cos(gamma)*sin(psi)+cos(psi)*sin(gamma)*sin(theta));
c21_sig(m)=cos(gamma)*cos(theta)*cos(sigma)-(sin(theta)*cos(mu(m))+...
    cos(theta)*sin(gamma)*sin(mu(m)))*sin(sigma);
c31_sig(m)=cos(sigma)*(cos(psi)*sin(gamma)+cos(gamma)*sin(psi)*sin(theta))+...
    sin(sigma)*(cos(mu(m))*cos(theta)*sin(psi)+...
    sin(mu(m))*(cos(gamma)*cos(psi)-sin(gamma)*sin(psi)*sin(theta)));
yg_Od(m)=yg+rd*cos(nu(m))*sin(theta)+yd*cos(gamma)*cos(theta)+...
    rd*sin(nu(m))*cos(theta)*sin(gamma);
c11(m)=sin(sigma)*(sin(gamma)*sin(psi)-cos(gamma)*cos(psi)*sin(theta))+...
    cos(sigma)*(cos(psi)*cos(mu(m))*cos(theta)-...
    sin(mu(m))*(cos(gamma)*sin(psi)+cos(psi)*sin(gamma)*sin(theta)));
c21(m)=(sin(theta)*cos(mu(m))+cos(theta)*sin(gamma)*sin(mu(m)))*cos(sigma)+...
    cos(gamma)*cos(theta)*sin(sigma);
c31(m)=sin(sigma)*(cos(psi)*sin(gamma)+cos(gamma)*sin(psi)*sin(theta))-...
    cos(sigma)*(cos(mu(m))*cos(theta)*sin(psi)+...
    sin(mu(m))*(cos(gamma)*cos(psi)-sin(gamma)*sin(psi)*sin(theta)));
L(m)=(h0-yg_Od(m))*sqrt(c11(m)^2+c21(m)^2+c31(m)^2)/c21(m);
L_yg_Od(m)=-sqrt(c11(m)^2+c21(m)^2+c31(m)^2)/c21(m);
L_c11(m)=c11(m)*(h0-yg_Od(m))/(c21(m)*sqrt(c11(m)^2+c21(m)^2+c31(m)^2));
L_c21(m)=(h0-yg_Od(m))/sqrt(c11(m)^2+c21(m)^2+c31(m)^2)-...
    (h0-yg_Od(m))*sqrt(c11(m)^2+c21(m)^2+c31(m)^2)/c21(m)^2;
L_c31(m)=c31(m)*(h0-yg_Od(m))/(c21(m)*sqrt(c11(m)^2+c21(m)^2+c31(m)^2));
L_rd(m)=L_yg_Od(m)*yg_Od_rd(m);
L_yd(m)=L_yg_Od(m)*yg_Od_yd(m);
L_nu(m)=L_yg_Od(m)*yg_Od_nu(m);
L_mu(m)=L_c11(m)*c11_mu(m)+L_c21(m)*c21_mu(m)+L_c31(m)*c31_mu(m);
L_sig(m)=L_c11(m)*c11_sig(m)+L_c21(m)*c21_sig(m)+L_c31(m)*c31_sig(m);
        end
%-----------------------------------------------------------------
Ag_L(1)=0.5*3^0.5*sin(2*sigma)*(L(3)-L(2));
Ag_L(2)=-3^0.5*sin(sigma)*(L(1)*cos(sigma)+rd);
Ag_L(3)=3^0.5*sin(sigma)*(L(1)*cos(sigma)+rd);
```

```
Bg_L(1)=(L(2)+L(3))*(cos(sigma))^2+2*rd*cos(sigma);
Bg_L(2)=(L(1)+L(3))*(cos(sigma))^2+2*rd*cos(sigma);
Bg_L(3)=(L(1)+L(2))*(cos(sigma))^2+2*rd*cos(sigma);
Ag=3^0.5*(L(3)-L(2))*(L(1)*cos(sigma)+rd)*sin(sigma);
Bg=(L(1)*L(2)+L(1)*L(3)+L(2)*L(3))*(cos(sigma))^2+...
   2*rd*(L(1)+L(2)+L(3))*cos(sigma)+3*rd^2;
Qt=Bg;
Ft=(L(3)-L(2))*(L(1)*cos(sigma)+rd)*sin(sigma);
V=Qt^2+3*Ft^2;
At=sin(sigma)*((2*L(2)*L(3)-L(1)*(L(2)+L(3)))*cos(sigma)-...
   (2*L(1)-L(3)-L(2))*rd);
Bt=sqrt(V);
At_L(1)=-sin(sigma)*(cos(sigma)*(L(2)+L(3))+2*rd);
At_L(2)=sin(sigma)*((2*L(3)-L(1))*cos(sigma)+rd);
At_L(3)=sin(sigma)*((2*L(2)-L(1))*cos(sigma)+rd);
Bt_L(1)=(2*Qt*((L(2)+L(3))*(cos(sigma))^2+2*rd*cos(sigma))+...
   3*Ft*(L(3)-L(2))*sin(2*sigma))/(2*Bt);
Bt_L(2)=(2*Qt*((L(1)+L(3))*(cos(sigma))^2+2*rd*cos(sigma))-...
   6*Ft*(L(1)*cos(sigma)+rd)*sin(sigma))/(2*Bt);
Bt_L(3)=(2*Qt*((L(1)+L(2))*(cos(sigma))^2+2*rd*cos(sigma))+...
   6*Ft*(L(1)*cos(sigma)+rd)*sin(sigma))/(2*Bt);
for m=1:3
   % Коэффициенты g_op_rd,g_op_yd,t_op_rd,t_op_yd делим на 1000
   % и умножаем на 180/pi для перевода в размерность градус/мм
   g_op_rd(m)=(Ag_L(m)*Bg-Bg_L(m)*Ag)*L_rd(m)/(Ag^2+Bg^2)*180/pi/1000;
   g_op_yd(m)=(Ag_L(m)*Bg-Bg_L(m)*Ag)*L_yd(m)/(Ag^2+Bg^2)*180/pi/1000;
   g_op_nu(m)=(Ag_L(m)*Bg-Bg_L(m)*Ag)*L_nu(m)/(Ag^2+Bg^2);
   g_op_mu(m)=(Ag_L(m)*Bg-Bg_L(m)*Ag)*L_mu(m)/(Ag^2+Bg^2);
   g_op_sig(m)=(Ag_L(m)*Bg-Bg_L(m)*Ag)*L_sig(m)/(Ag^2+Bg^2);
  t_op_rd(m)=(At_L(m)*Bt-Bt_L(m)*At)*L_rd(m)/(At^2+Bt^2)*180/pi/1000;
   t_op_yd(m)=(At_L(m)*Bt-Bt_L(m)*At)*L_yd(m)/(At^2+Bt^2)*180/pi/1000;
   t_op_nu(m)=(At_L(m)*Bt-Bt_L(m)*At)*L_nu(m)/(At^2+Bt^2);
   t_op_mu(m)=(At_L(m)*Bt-Bt_L(m)*At)*L_mu(m)/(At^2+Bt^2);
   t_op_sig(m)=(At_L(m)*Bt-Bt_L(m)*At)*L_sig(m)/(At^2+Bt^2);
end
```

```
% Таблица коэффициентов чувствительности погрешности вычисления опорного
% угла крена
tab_g(it,1:18)=[psi*180/pi,theta*180/pi,gamma*180/pi,g_op_rd(1),...
    g_op_rd(2),g_op_rd(3),g_op_yd(1),g_op_yd(2),g_op_yd(3),g_op_nu(1),...
    g_op_nu(2),g_op_nu(3),g_op_mu(1),g_op_mu(2),g_op_mu(3),...
    g_op_sig(1),g_op_sig(2),g_op_sig(3)];
% Таблица коэффициентов чувствительности погрешности вычисления опорного
% угла тангажа
tab_t(it,1:18)=[psi*180/pi,theta*180/pi,gamma*180/pi,t_op_rd(1),...
    t_op_rd(2),t_op_rd(3),t_op_yd(1),t_op_yd(2),t_op_yd(3),t_op_nu(1),...
    t_op_nu(2),t_op_nu(3),t_op_mu(1),t_op_mu(2),t_op_mu(3),...
    t_op_sig(1),t_op_sig(2),t_op_sig(3)];
% Таблица значений дальностей
tab_L(it,1:6)=[psi*180/pi,theta*180/pi,gamma*180/pi,L(1),L(2),L(3)];
      end
   end
%-------------------------------------------------------------------------------
% Определение границ областей погрешностей вычисления опорных углов крена и
тангажа при изменении угла крена от -30 градусов до +30 градусов при значениях
угла тангажа -30 градусов, 0, +30 градусов по группам конструктивных параметров:
1-я группа-радиусы rd(1),rd(2),rd(3) при отклонении их от номинала
на величину плюс-минус 1 мм; 2-я группа-координаты yd(1),yd(2),yd(3) при
отклонении их от номинала на величину плюс-минус 1 мм; 3-я группа-углы
nu(1),nu(2),nu(3) при отклонении их от номинала на величину плюс-минус 1
градус; 4-я группа-углы mu(1),mu(2),mu(3) при отклонении их от номинала на
величину плюс-минус 1 градус; 5-я группа-углы sig(1),sig(2),sig(3) при
отклонении их от номинала на величину плюс-минус 1 градус.
%-------------------------------------------------------------------------------
% Матрица инструментальных погрешностей для всех конструктивных
параметров:
x=[-1 -1 -1
   1 -1 -1
   -1 1 -1
   1 1 -1
   -1 -1 1
   1 -1 1
   -1 1 1
   1 1 1];
```

```
% Угол тангажа минус 30 градусов
for i=1:7
   for j=1:8
      err_g_rd(i,j)=tab_g(i,4)*x(j,1)+tab_g(i,5)*x(j,2)+tab_g(i,6)*x(j,3);
      err_g_yd(i,j)=tab_g(i,7)*x(j,1)+tab_g(i,8)*x(j,2)+tab_g(i,9)*x(j,3);
      err_g_nu(i,j)=tab_g(i,10)*x(j,1)+tab_g(i,11)*x(j,2)+tab_g(i,12)*x(j,3);
      err_g_mu(i,j)=tab_g(i,13)*x(j,1)+tab_g(i,14)*x(j,2)+tab_g(i,15)*x(j,3);
      err_g_sig(i,j)=tab_g(i,16)*x(j,1)+tab_g(i,17)*x(j,2)+tab_g(i,18)*x(j,3);

      err_t_rd(i,j)=tab_t(i,4)*x(j,1)+tab_t(i,5)*x(j,2)+tab_t(i,6)*x(j,3);
      err_t_yd(i,j)=tab_t(i,7)*x(j,1)+tab_t(i,8)*x(j,2)+tab_t(i,9)*x(j,3);
      err_t_nu(i,j)=tab_t(i,10)*x(j,1)+tab_t(i,11)*x(j,2)+tab_t(i,12)*x(j,3);
      err_t_mu(i,j)=tab_t(i,13)*x(j,1)+tab_t(i,14)*x(j,2)+tab_t(i,15)*x(j,3);
      err_t_sig(i,j)=tab_t(i,16)*x(j,1)+tab_t(i,17)*x(j,2)+tab_t(i,18)*x(j,3);
   end
   dg_rd_min(i)=min(err_g_rd(i,:));
   dg_rd_max(i)=max(err_g_rd(i,:));
   dg_yd_min(i)=min(err_g_yd(i,:));
   dg_yd_max(i)=max(err_g_yd(i,:));
   dg_nu_min(i)=min(err_g_nu(i,:));
   dg_nu_max(i)=max(err_g_nu(i,:));
   dg_mu_min(i)=min(err_g_mu(i,:));
   dg_mu_max(i)=max(err_g_mu(i,:));
   dg_sig_min(i)=min(err_g_sig(i,:));
   dg_sig_max(i)=max(err_g_sig(i,:));
   dt_rd_min(i)=min(err_t_rd(i,:));
   dt_rd_max(i)=max(err_t_rd(i,:));
   dt_yd_min(i)=min(err_t_yd(i,:));
   dt_yd_max(i)=max(err_t_yd(i,:));
   dt_nu_min(i)=min(err_t_nu(i,:));
   dt_nu_max(i)=max(err_t_nu(i,:));
   dt_mu_min(i)=min(err_t_mu(i,:));
   dt_mu_max(i)=max(err_t_mu(i,:));
   dt_sig_min(i)=min(err_t_sig(i,:));
   dt_sig_max(i)=max(err_t_sig(i,:));
end
dg_sum_min=dg_rd_min+dg_yd_min+dg_nu_min+dg_mu_min+dg_sig_min;
dg_sum_max=dg_rd_max+dg_yd_max+dg_nu_max+dg_mu_max+dg_sig_max;
```

```
dt_sum_min=dt_rd_min+dt_yd_min+dt_nu_min+dt_mu_min+dt_sig_min;
dt_sum_max=dt_rd_max+dt_yd_max+dt_nu_max+dt_mu_max+dt_sig_max;
figure(40)
plot(tab_g(1:7,3),dg_sum_min,'-o',tab_g(1:7,3),dg_sum_max,'-s','LineWidth',2);grid
 xlabel('\gamma,^o')
 ylabel('\Delta\gamma_o_п^o')
 legend('\Delta\gamma_o_п^m^i^n','\Delta\gamma_o_п^m^a^x')
 title('Область возможных погрешностей вычисления \gamma_o_п;  \vartheta=-
30^o')
 figure(50)
plot(tab_t(1:7,3),dt_sum_min,'-o',tab_t(1:7,3),dt_sum_max,'-s','LineWidth',2);grid
 xlabel('\gamma,^o')
 ylabel('\Delta\vartheta_o_п^o')
 legend('\Delta\vartheta_o_п^m^i^n','\Delta\vartheta_o_п^m^a^x')
 title('Область возможных погрешностей вычисления \vartheta_o_п;  \vartheta=-
30^o')
%-----------------------------------------------------------------
 % Угол тангажа 0 градусов
for i=22:28
   k=i-14;
   n=i-21;
   for j=1:8
      err_g_rd(k,j)=tab_g(i,4)*x(j,1)+tab_g(i,5)*x(j,2)+tab_g(i,6)*x(j,3);
      err_g_yd(k,j)=tab_g(i,7)*x(j,1)+tab_g(i,8)*x(j,2)+tab_g(i,9)*x(j,3);
      err_g_nu(k,j)=tab_g(i,10)*x(j,1)+tab_g(i,11)*x(j,2)+tab_g(i,12)*x(j,3);
      err_g_mu(k,j)=tab_g(i,13)*x(j,1)+tab_g(i,14)*x(j,2)+tab_g(i,15)*x(j,3);
      err_g_sig(k,j)=tab_g(i,16)*x(j,1)+tab_g(i,17)*x(j,2)+tab_g(i,18)*x(j,3);
      err_t_rd(k,j)=tab_t(i,4)*x(j,1)+tab_t(i,5)*x(j,2)+tab_t(i,6)*x(j,3);
      err_t_yd(k,j)=tab_t(i,7)*x(j,1)+tab_t(i,8)*x(j,2)+tab_t(i,9)*x(j,3);
      err_t_nu(k,j)=tab_t(i,10)*x(j,1)+tab_t(i,11)*x(j,2)+tab_t(i,12)*x(j,3);
      err_t_mu(k,j)=tab_t(i,13)*x(j,1)+tab_t(i,14)*x(j,2)+tab_t(i,15)*x(j,3);
      err_t_sig(k,j)=tab_t(i,16)*x(j,1)+tab_t(i,17)*x(j,2)+tab_t(i,18)*x(j,3);
   end
   dg_rd_min(n)=min(err_g_rd(k,:));
   dg_rd_max(n)=max(err_g_rd(k,:));
   dg_yd_min(n)=min(err_g_yd(k,:));
   dg_yd_max(n)=max(err_g_yd(k,:));
   dg_nu_min(n)=min(err_g_nu(k,:));
```

```
    dg_nu_max(n)=max(err_g_nu(k,:));
    dg_mu_min(n)=min(err_g_mu(k,:));
    dg_mu_max(n)=max(err_g_mu(k,:));
    dg_sig_min(n)=min(err_g_sig(k,:));
    dg_sig_max(n)=max(err_g_sig(k,:));
    dt_rd_min(n)=min(err_t_rd(k,:));
    dt_rd_max(n)=max(err_t_rd(k,:));
    dt_yd_min(n)=min(err_t_yd(k,:));
    dt_yd_max(n)=max(err_t_yd(k,:));
    dt_nu_min(n)=min(err_t_nu(k,:));
    dt_nu_max(n)=max(err_t_nu(k,:));
    dt_mu_min(n)=min(err_t_mu(k,:));
    dt_mu_max(n)=max(err_t_mu(k,:));
    dt_sig_min(n)=min(err_t_sig(k,:));
    dt_sig_max(n)=max(err_t_sig(k,:));
end
dg_sum_min=dg_rd_min+dg_yd_min+dg_nu_min+dg_mu_min+dg_sig_min;
dg_sum_max=dg_rd_max+dg_yd_max+dg_nu_max+dg_mu_max+dg_sig_max;
dt_sum_min=dt_rd_min+dt_yd_min+dt_nu_min+dt_mu_min+dt_sig_min;
dt_sum_max=dt_rd_max+dt_yd_max+dt_nu_max+dt_mu_max+dt_sig_max;
figure(60)
plot(tab_g(22:28,3),dg_sum_min,'-o',tab_g(22:28,3),dg_sum_max,'-s','LineWidth',2);
grid
 xlabel('\gamma,^o')
 ylabel('\Delta\gamma_o_п^o')
 legend('\Delta\gamma_o_п^m^i^n','\Delta\gamma_o_п^m^a^x')
 title('Область возможных погрешностей вычисления \gamma_o_п; \vartheta=0^o')
 figure(70)
plot(tab_t(22:28,3),dt_sum_min,'-o',tab_t(22:28,3),dt_sum_max,'-s','LineWidth',2);grid
 xlabel('\gamma,^o')
 ylabel('\Delta\vartheta_o_п^o')
 legend('\Delta\vartheta_o_п^m^i^n','\Delta\vartheta_o_п^m^a^x')
 title('Область возможных погрешностей вычисления \vartheta_o_п; \vartheta=0^o')
% Угол тангажа плюс 30 градусов
for i=43:49
    k=i-28;
    n=i-42;
```

```
    for j=1:8
        err_g_rd(k,j)=tab_g(i,4)*x(j,1)+tab_g(i,5)*x(j,2)+tab_g(i,6)*x(j,3);
        err_g_yd(k,j)=tab_g(i,7)*x(j,1)+tab_g(i,8)*x(j,2)+tab_g(i,9)*x(j,3);
        err_g_nu(k,j)=tab_g(i,10)*x(j,1)+tab_g(i,11)*x(j,2)+tab_g(i,12)*x(j,3);
        err_g_mu(k,j)=tab_g(i,13)*x(j,1)+tab_g(i,14)*x(j,2)+tab_g(i,15)*x(j,3);
        err_g_sig(k,j)=tab_g(i,16)*x(j,1)+tab_g(i,17)*x(j,2)+tab_g(i,18)*x(j,3);
        err_t_rd(k,j)=tab_t(i,4)*x(j,1)+tab_t(i,5)*x(j,2)+tab_t(i,6)*x(j,3);
        err_t_yd(k,j)=tab_t(i,7)*x(j,1)+tab_t(i,8)*x(j,2)+tab_t(i,9)*x(j,3);
        err_t_nu(k,j)=tab_t(i,10)*x(j,1)+tab_t(i,11)*x(j,2)+tab_t(i,12)*x(j,3);
        err_t_mu(k,j)=tab_t(i,13)*x(j,1)+tab_t(i,14)*x(j,2)+tab_t(i,15)*x(j,3);
        err_t_sig(k,j)=tab_t(i,16)*x(j,1)+tab_t(i,17)*x(j,2)+tab_t(i,18)*x(j,3);
    end
    dg_rd_min(n)=min(err_g_rd(k,:));
    dg_rd_max(n)=max(err_g_rd(k,:));
    dg_yd_min(n)=min(err_g_yd(k,:));
    dg_yd_max(n)=max(err_g_yd(k,:));
    dg_nu_min(n)=min(err_g_nu(k,:));
    dg_nu_max(n)=max(err_g_nu(k,:));
    dg_mu_min(n)=min(err_g_mu(k,:));
    dg_mu_max(n)=max(err_g_mu(k,:));
    dg_sig_min(n)=min(err_g_sig(k,:));
    dg_sig_max(n)=max(err_g_sig(k,:));
    dt_rd_min(n)=min(err_t_rd(k,:));
    dt_rd_max(n)=max(err_t_rd(k,:));
    dt_yd_min(n)=min(err_t_yd(k,:));
    dt_yd_max(n)=max(err_t_yd(k,:));
    dt_nu_min(n)=min(err_t_nu(k,:));
    dt_nu_max(n)=max(err_t_nu(k,:));
    dt_mu_min(n)=min(err_t_mu(k,:));
    dt_mu_max(n)=max(err_t_mu(k,:));
    dt_sig_min(n)=min(err_t_sig(k,:));
    dt_sig_max(n)=max(err_t_sig(k,:));
end
dg_sum_min=dg_rd_min+dg_yd_min+dg_nu_min+dg_mu_min+dg_sig_min;
dg_sum_max=dg_rd_max+dg_yd_max+dg_nu_max+dg_mu_max+dg_sig_max;
dt_sum_min=dt_rd_min+dt_yd_min+dt_nu_min+dt_mu_min+dt_sig_min;
dt_sum_max=dt_rd_max+dt_yd_max+dt_nu_max+dt_mu_max+dt_sig_max;
```

```
figure(80)
plot(tab_g(43:49,3),dg_sum_min,'-o',tab_g(43:49,3),dg_sum_max,'-s','LineWidth',2);
grid
 xlabel('\gamma,^o')
 ylabel('\Delta\gamma_o_п^o')
 legend('\Delta\gamma_o_п^m^i^n','\Delta\gamma_o_п^m^a^x')
 title('Область возможных погрешностей вычисления \gamma_o_п;\vartheta=30^o')
 figure(90)
plot(tab_t(43:49,3),dt_sum_min,'-o',tab_t(43:49,3),dt_sum_max,'-s','LineWidth',2);grid
 xlabel('\gamma,^o')
 ylabel('\Delta\vartheta_o_п^o')
 legend('\Delta\vartheta_o_п^m^i^n','\Delta\vartheta_o_п^m^a^x')
 title('Область возможных погрешностей вычисления \vartheta_o_п;\vartheta=30^o')
```

Приложение Г. ОПИСАНИЕ И СТРУКТУРА ИМИТАЦИОННОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АВТОНОМНОЙ ПЕРСОНАЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

1 Общий вид структурной схемы имитационной модели персональной ИИС определения местоположения ПО

На рисунке Г.1 приведена структурная схема имитационной модели персональной ИИС определения местоположения ПО, состоящая из четырех подсистем с именами: «Блок А. Модель движения наземного ПО», «Блок В. Персональная ИИС», «Блок С. Управление структурой ИИС», «Блок D. Индикация параметров движения».

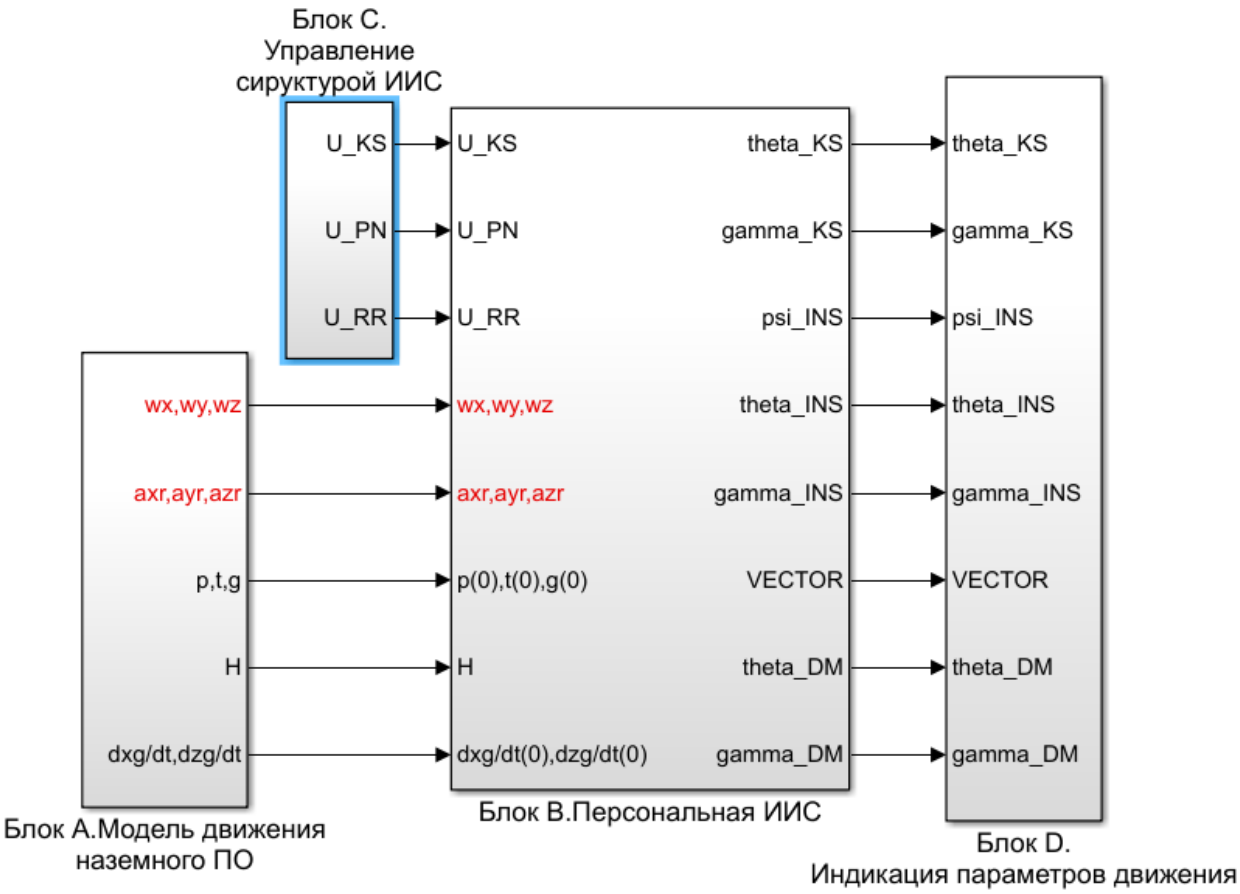


Рисунок Г.1– Общий вид структурной схемы имитационной модели персональной ИИС определения местоположения ПО

2 Структурная схема модели движения наземного ПО с блоком ДПИ

Общий вид схемы модели движения наземного ПО показан на рисунке Г.2.

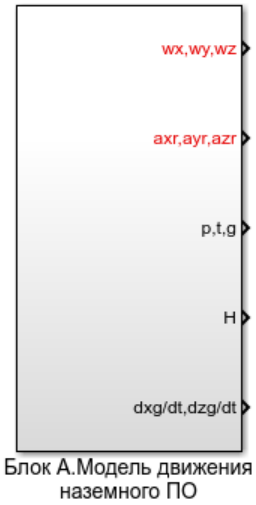


Рисунок Г.2 – Общий вид схемы модели движения наземного ПО

Список выходных параметров модели движения наземного ПО.

1) wx,wy,wz – проекции вектора угловой скорости блока ДПИ на связанные с ним оси, 1/с;

2) axr,ayr,azr – проекции вектора кажущегося ускорения блока ДПИ на связанные с ним оси, м/с^2;

3) p,t,g – углы рысканья, тангажа, крена блока ДПИ, радиан (на схему модели персональной ИИС эта информация поступает как начальные значения перечисленных углов);

4) H – высота центра блока ДПИ относительно нижней опорной поверхности, м;

5) dxg/dt,dzg/dt – проекции путевой скорости блока ДПИ на оси нормальной системы координат, м/с.

На рисунке Г.3 показана структурная схема блока А «Модель движения наземного ПО», включающая в себя четыре подсистемы, оформленные в виде блоков с именами: блок А.1 - «Поступательное движение элемента ПО», блок А.2 - «Угловые колебания элемента ПО и блока ДПИ», блок А.3 - «Поступательное движение блока ДПИ», блок А.4 - «Координаты положения блока ДПИ относительно ПО».

2.1 Блок А.1 «Поступательное движение элемента ПО».

На вход блока А.1 поступает информация об углах ориентации блока ДПИ относительно нормальной системы координат p=ψ, t=ϑ, g=γ в размерности «радиан».

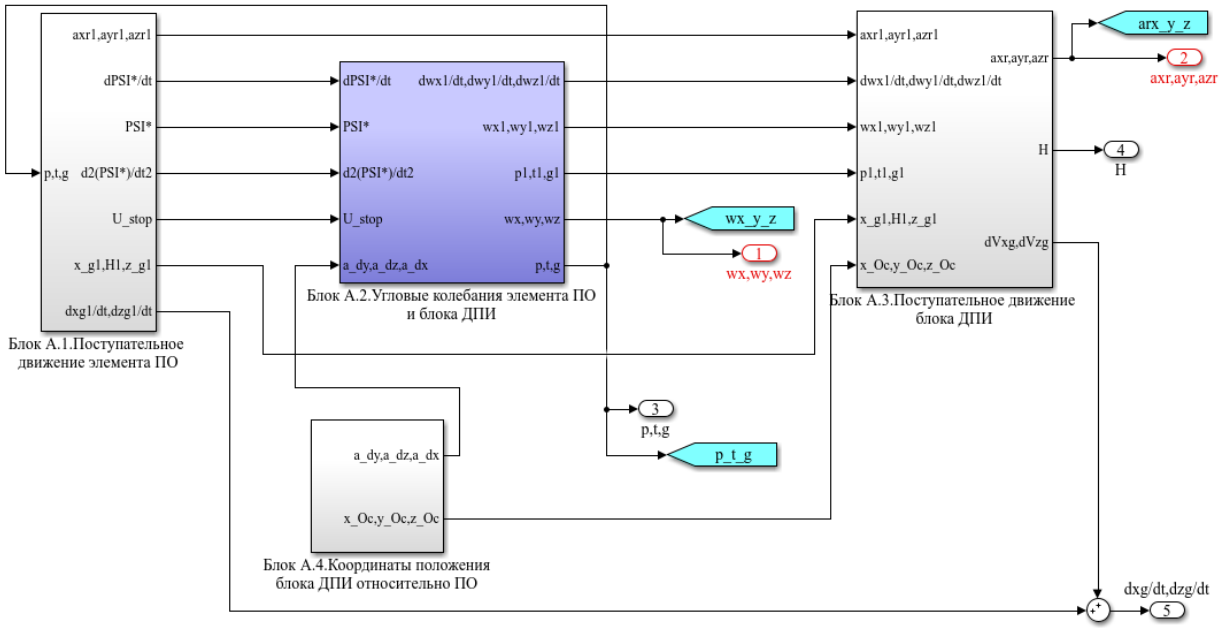


Рисунок Г.3 – Структурная схема блока А «Модель движения наземного ПО»

Список выходных параметров блока А.1.

1) axr1,ayr1,azr1 – проекции вектора кажущегося ускорения полюса O_1 элемента 1 ПО, м/с^2;

2) dPSI*/dt –составляющая угловой скорости программного изменения путевого угла элемента ПО, 1/с;

3) PSI* – программная составляющая угла пути элемента ПО, радиан;

4) d2PSI*/dt2 –составляющая углового ускорения программного изменения путевого угла элемента ПО, 1/с^2;

5) U_stop – сигнал управления остановками ПО;

6) x_g1,H1,z_g1 – координаты полюса O_1 в неподвижной системе отсчета, м;

7) dxg1/dt,dzg1/dt – проекции путевой скорости полюса O_1 на оси нормальной системы координат, м/с.

Структурная схема блока А.1 приведена на рисунке Г.4. Она включает в себя шесть подсистем, оформленных в виде блоков с именами: блок А.1.1 – «Путевое движение полюса О1», блок А.1.2 – «Повороты», блок А.1.3 – «Боковые колебания центра О1 относительно заданной линии пути», блок А.1.4 – «Движение полюса О1 по вертикали», блок А.1.5 – «Проекции кажущегося ускорения и радиуса-вектора центра О1 на оси земной СК», блок А.1.6 – «Матрица С_с_g».

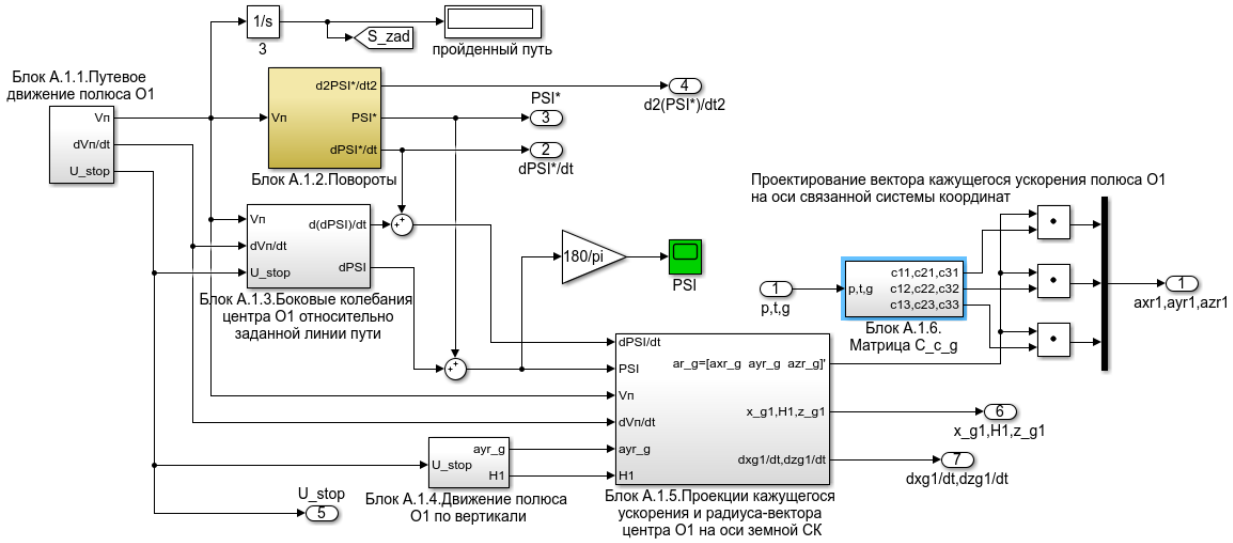


Рисунок Г.4 – Структурная схема

блока А.1 «Поступательное движение элемента ПО»

Структурная схема блока А.1.1 «Путевое движение полюса О1» приведена на рисунке Г.5. В схеме блока А.1.1 имеются подсистемы с именами «Программа остановок», «Детектор остановок», «Управление путевой скоростью.

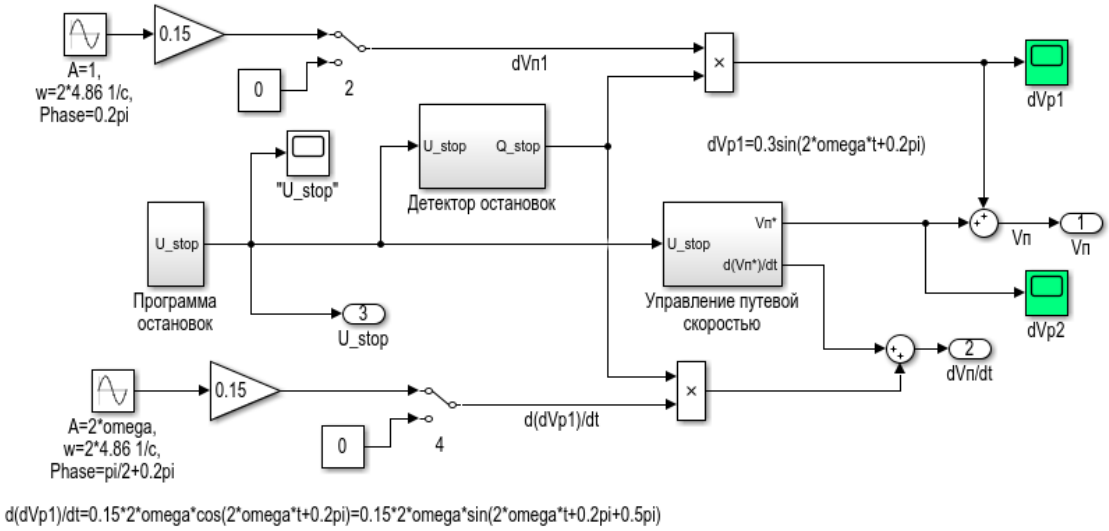


Рисунок Г.5 – Структурная схема блока А.1.1«Путевое движение полюса О1»

Структурные схемы блоков А.1.2 – А.1.6 приведены на рисунках Г.6 – Г.14.

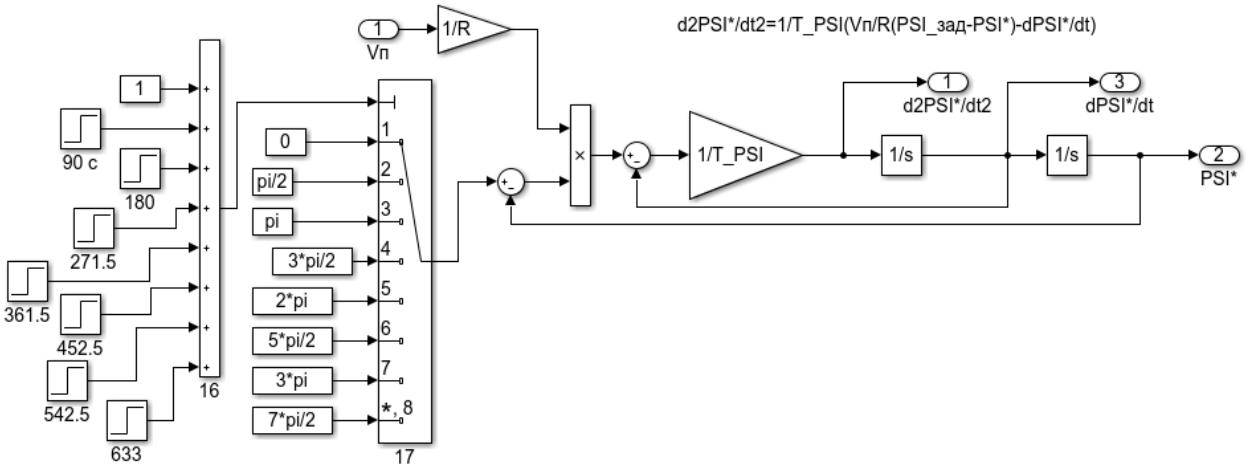


Рисунок Г.6 – Структурная схема блока А.1.2 «Повороты»

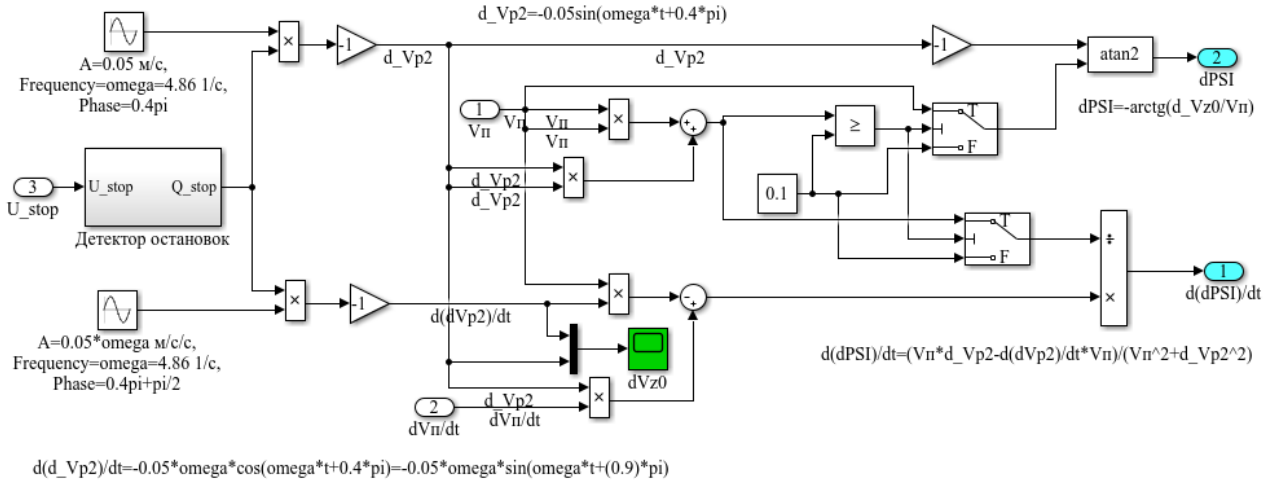


Рисунок Г.7 – Структурная схема

блока А.1.3 «Боковые колебания центра О1 относительно заданной линии пути»

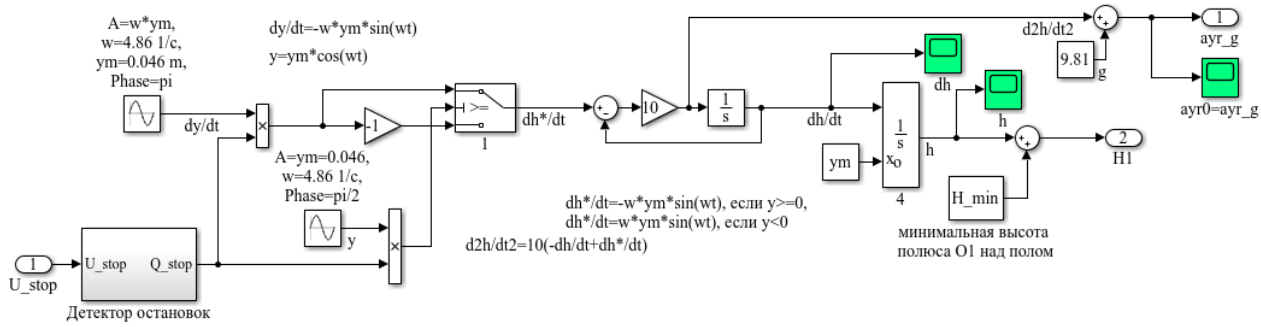


Рисунок Г.8 – Структурная схема

блока А.1.4 «Движение полюса О1 по вертикали»

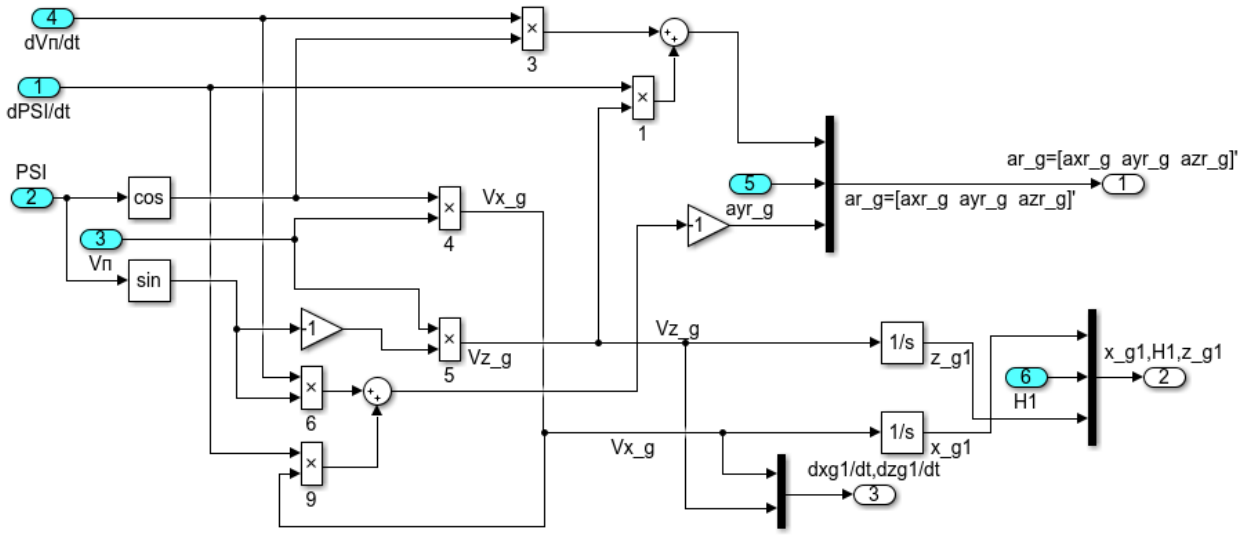


Рисунок Г.9 – Структурная схема блока А.1.5 «Проекции кажущегося ускорения и радиуса-вектора центра О1 на оси земной СК»

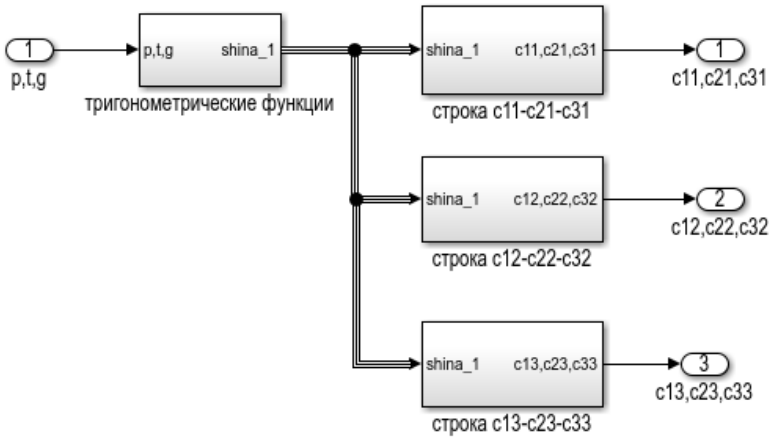


Рисунок Г.10 – Структурная схема блока А.1.6 «Матрица C_c_g»

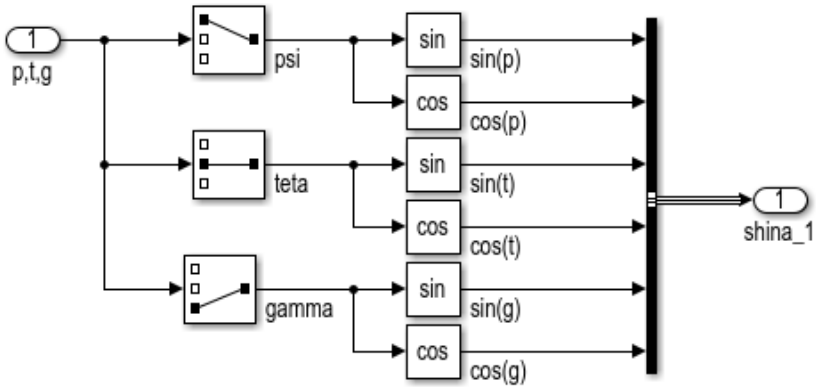


Рисунок Г.11 – Структурная схема подсистемы «Тригонометрические функции» блока А.1.6 «Матрица C_c_g»

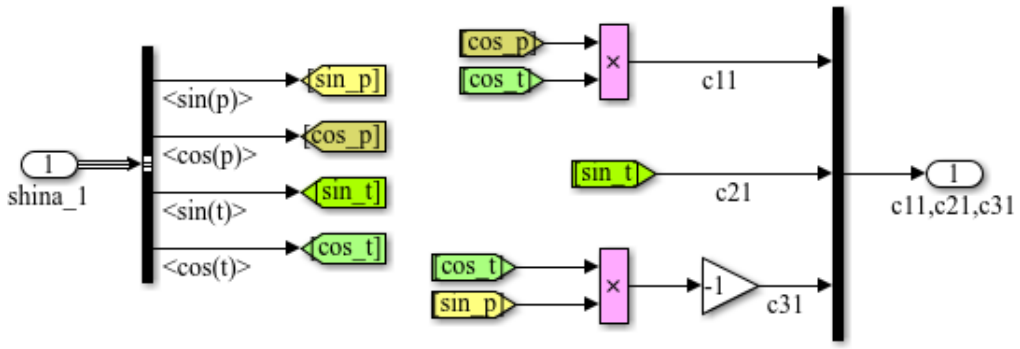


Рисунок Г.12 – Структурная схема подсистемы «Строка c11_c21_c31» блока А.1.6 «Матрица C_c_g»

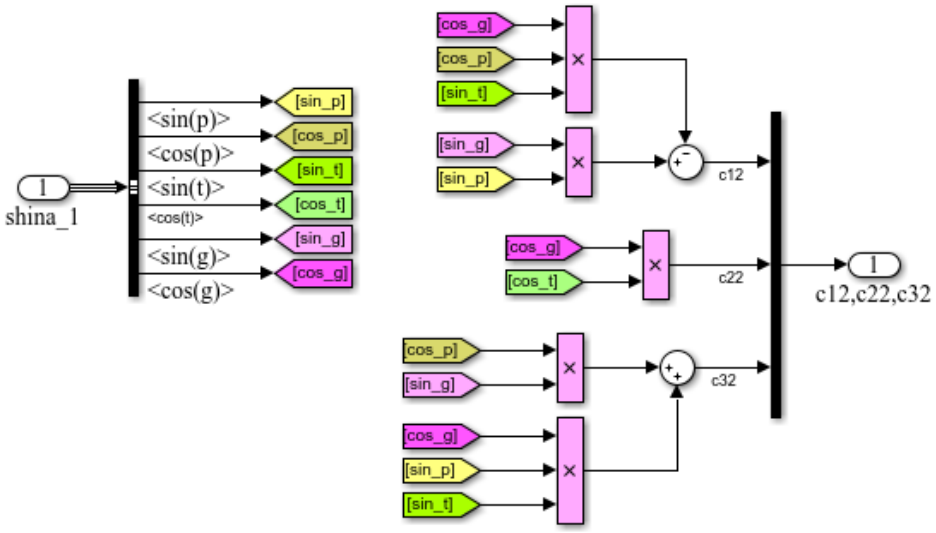


Рисунок Г.13 – Структурная схема подсистемы «Строка c12_c22_c32» блока А.1.6 «Матрица C_c_g»

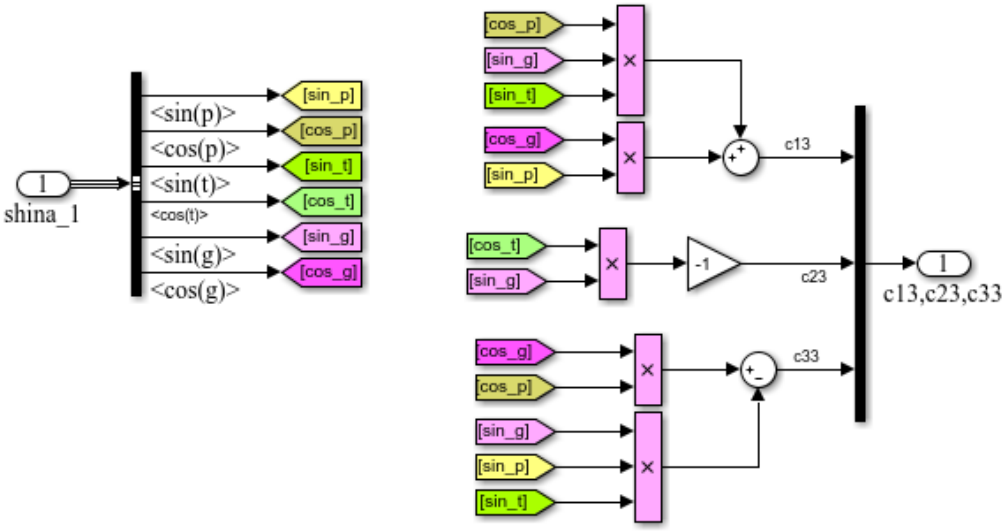


Рисунок Г.14 – Структурная схема подсистемы «Строка c13_c23_c33» блока А.1.6 «Матрица C_c_g»

2.2 Блок А.2 «Угловые колебания элемента ПО и блока ДПИ».

Список входных параметров блока А.2.

1) dPSI*/dt –составляющая угловой скорости программного изменения путевого угла элемента ПО, 1/с;

2) PSI* – программная составляющая угла пути элемента ПО, радиан;

3) d2PSI*/dt2 –составляющая углового ускорения программного изменения путевого угла элемента ПО, 1/с^2;

4) U_stop – сигнал управления остановками ПО;

5) a_dy,a_dz,a_dx – углы ориентации блока ДПИ относительно системы координат $O_1X_1Y_1Z_1$, связанной с элементом ПО, полученные тремя последовательными поворотами системы координат $O_cX_cY_cZ_c$ относительно осей Y, Z и X соответственно, радиан.

Список выходных параметров блока А.2.

1) dwx1/dt,dwy1/dt,dwz1/dt – проекции вектора углового ускорения элемента ПО на оси системы координат $O_1X_1Y_1Z_1$, 1/с^2;

2) wx1,wy1,wz1 – проекции вектора угловой скорости элемента ПО на оси системы координат $O_1X_1Y_1Z_1$, 1/с;

3) p1,t1,g1 – углы рысканья, тангажа и крена элемента ПО соответственно, радиан;

4) wx,wy,wz – проекции вектора угловой скорости блока ДПИ на оси системы координат $O_cX_cY_cZ_c$, 1/с;

5) p,t,g – углы рысканья, тангажа и крена блока ДПИ соответственно, радиан.

На рисунке Г.15 приведена структурная схема блока А.2, включающая в себя три подсистемы, оформленные в виде блоков: блок А.2.1 – «Углы ориентации элемента ПО и их производные по времени», блок А.2.2 – «Угловые скорости и ускорения элемента ПО в проекциях на оси СК O1X1Y1Z1», блок А.2.3 – «Угловое движение блока ДПИ». Структурные схемы блоков А.2.1 и А.2.2 показаны на рисунках Г.16, Г.17. Многоуровневая структура блока А.2.3 раскрыта на рисунках Г.18 – Г.25.

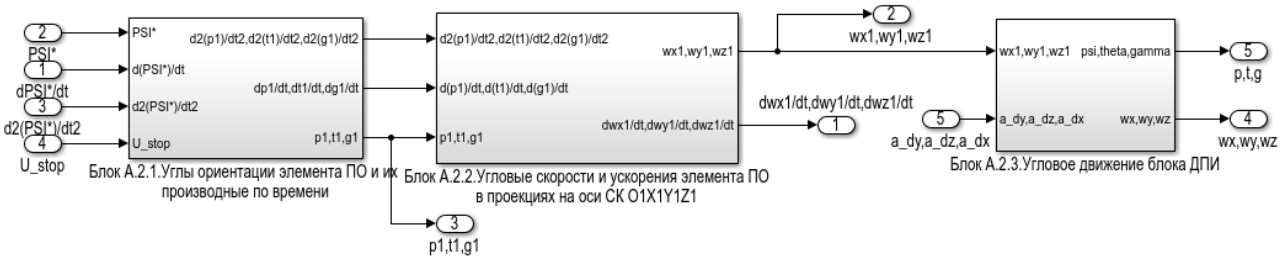


Рисунок Г.15 – Структурная схема

блока А.2 «Угловые колебания элемента ПО и блока ДПИ»

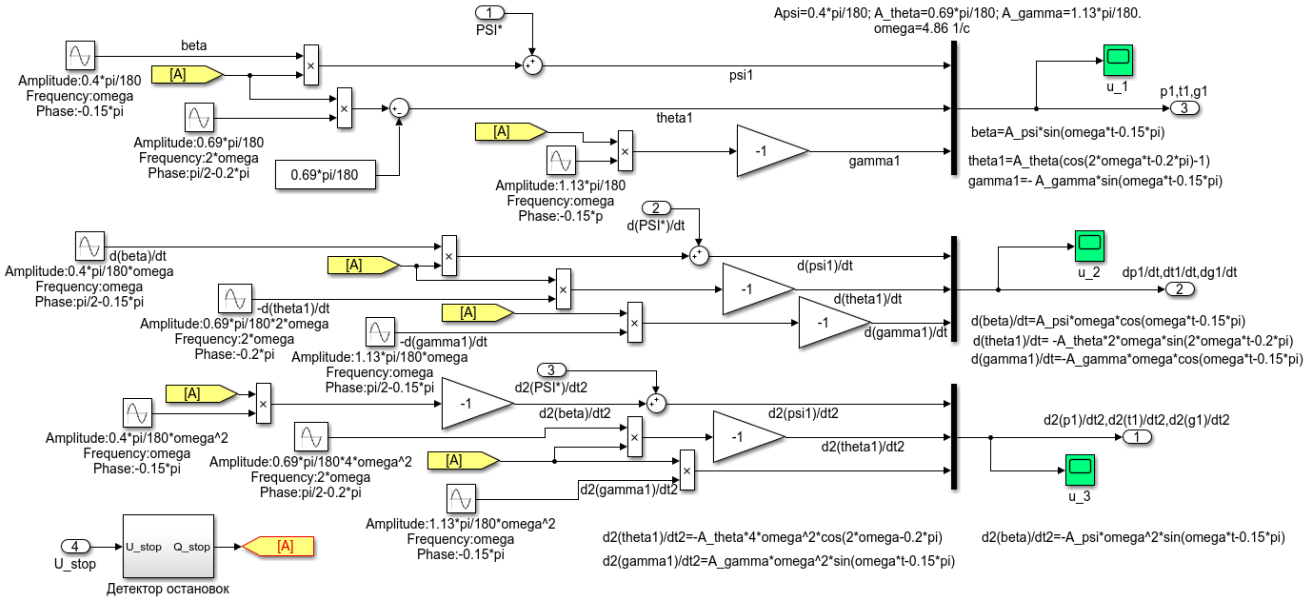


Рисунок Г.16 – Структурная схема

блока А.2.1 «Углы ориентации элемента ПО и их производные по времени»

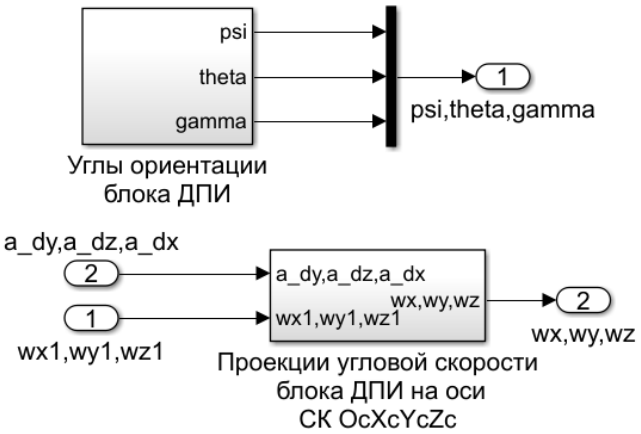


Рисунок Г.18 – Структурная схема блока А.2.3 «Угловое движение блока ДПИ»

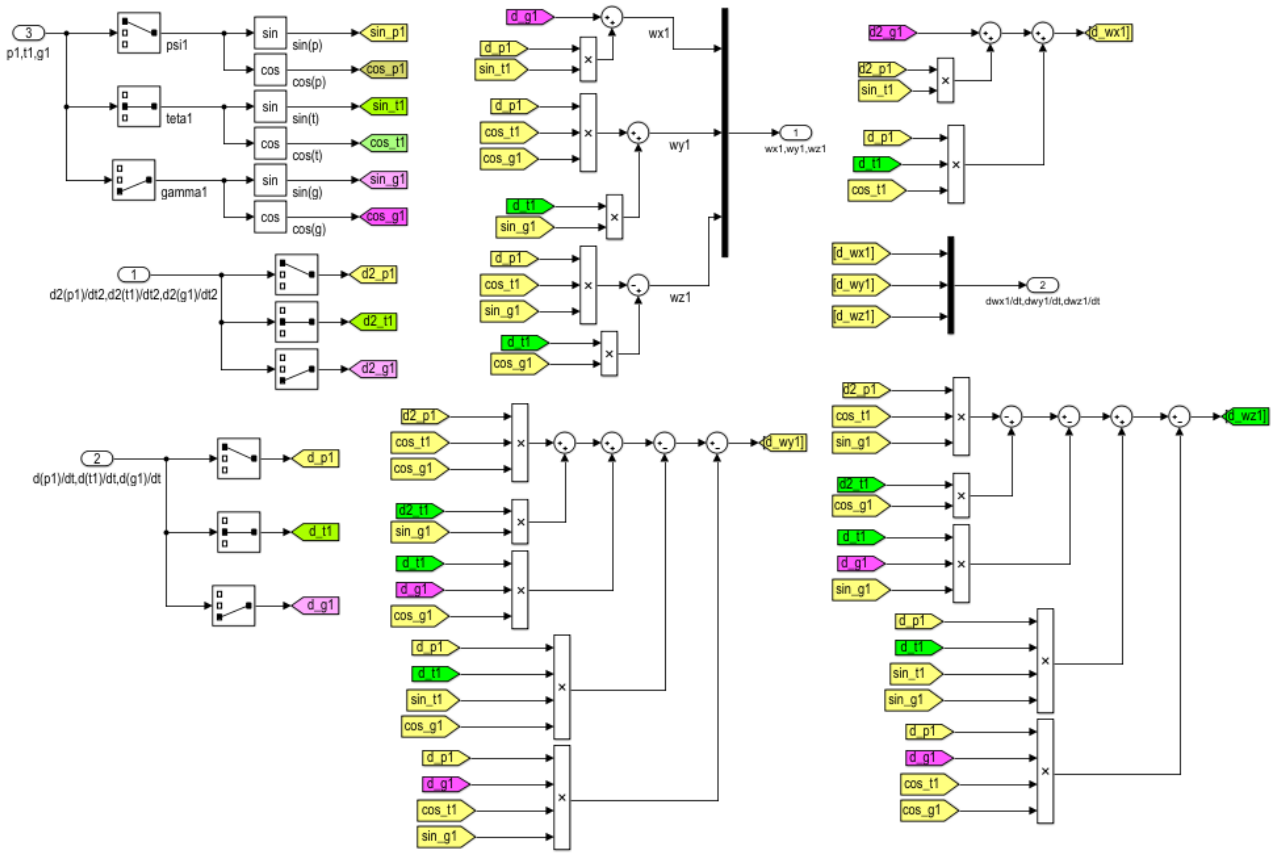


Рисунок Г.17 – Структурная схема блока А.2.2 «Угловые скорости и ускорения элемента ПО в проекциях на оси СК O1X1Y1Z1»

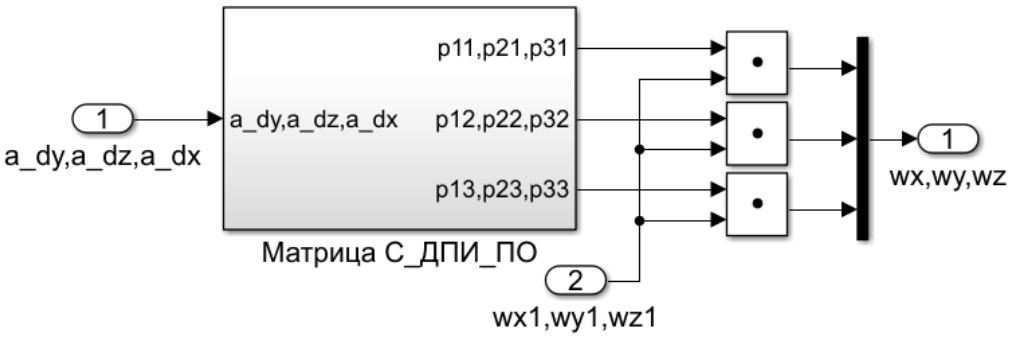


Рисунок Г.19 – Структурная схема подсистемы «Проекции угловой скорости блока ДПИ на оси СК OcXcYcZc» блока А.2.3 «Угловое движение блока ДПИ»

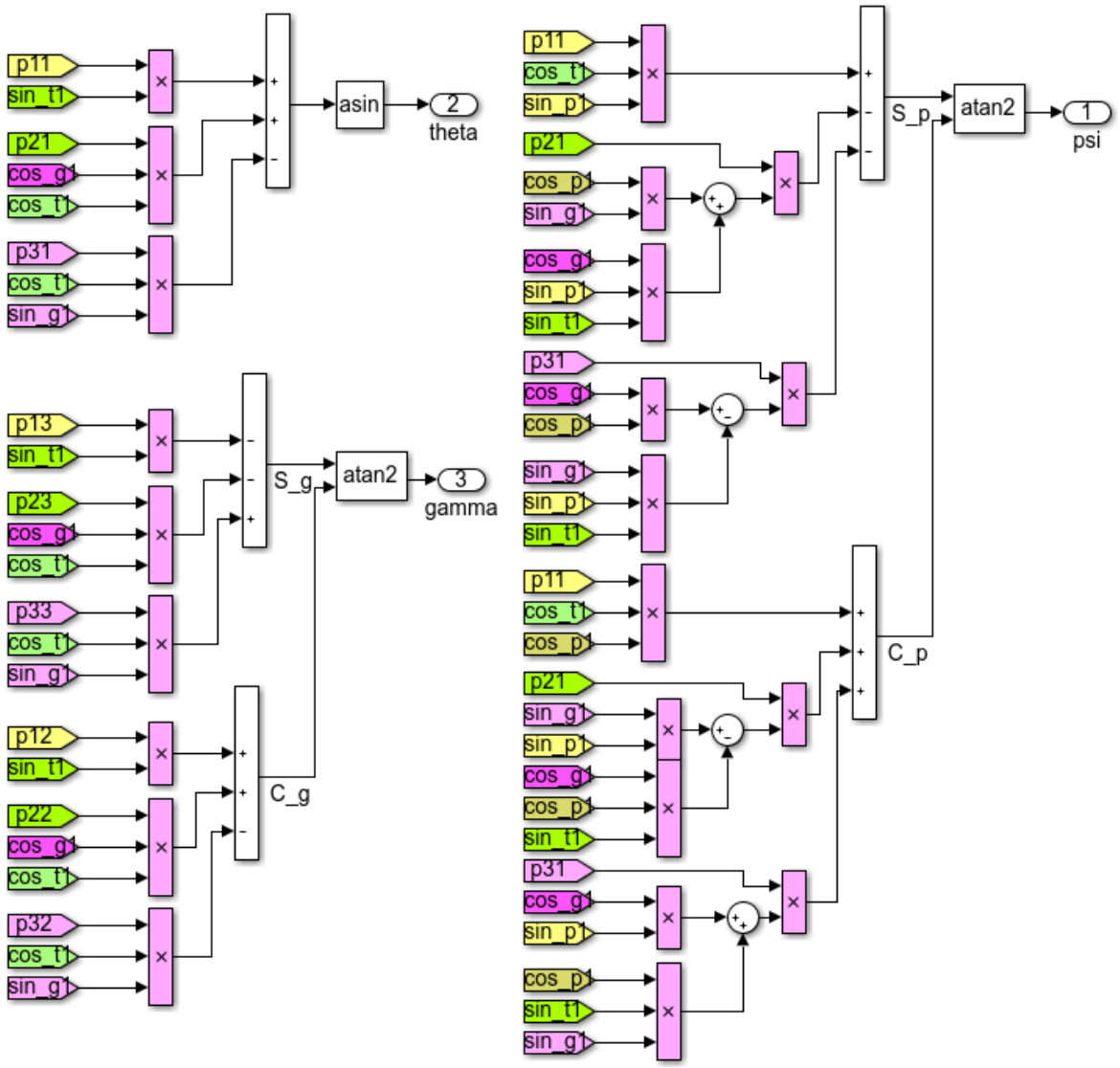


Рисунок Г.20 – Структурная схема подсистемы «Углы ориентации блока ДПИ» блока А.2.3 «Угловое движение блока ДПИ»

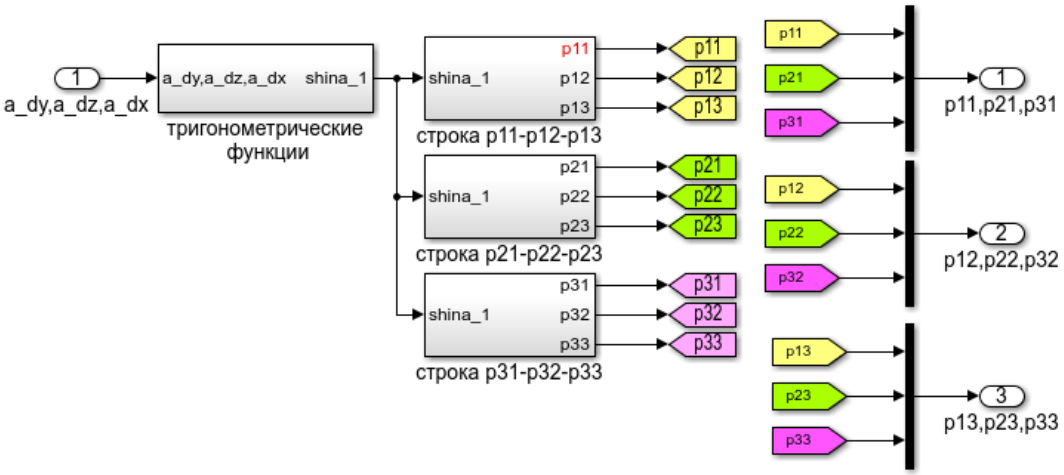


Рисунок Г.21 – Структурная схема подсистемы «Матрица С_ДПИ_ПО» блока А.2.3. «Угловое движение блока ДПИ» (рисунок 5.31)

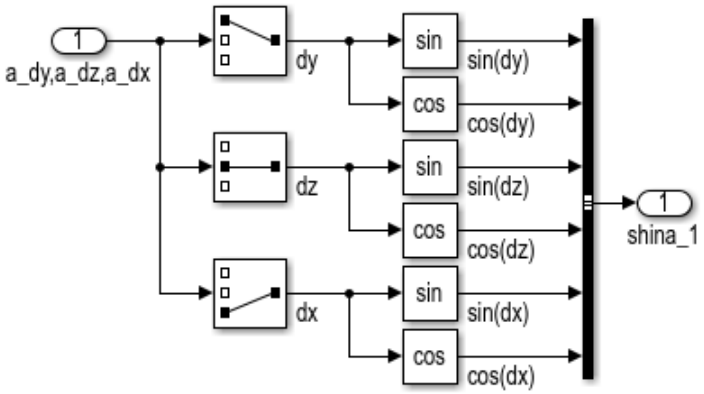


Рисунок Г.22 – Структурная схема подсистемы «тригонометрические функции» блока А.2.3 «Угловое движение блока ДПИ» (рисунок Г.21)

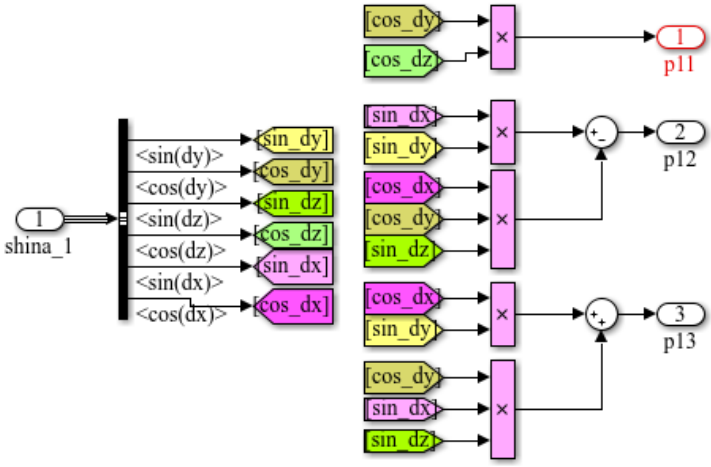


Рисунок Г.23 – Структурная схема подсистемы «строка p11_p12_p13» блока А.2.3. «Угловое движение блока ДПИ» (рисунок Г.21)

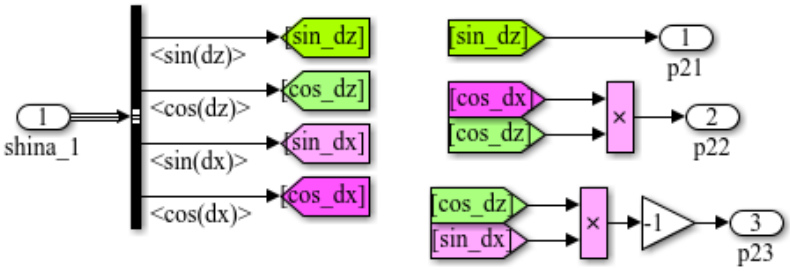


Рисунок Г.24 – Структурная схема подсистемы «строка p21_p22_p23» блока А.2.3. «Угловое движение блока ДПИ» (рисунок Г.21)

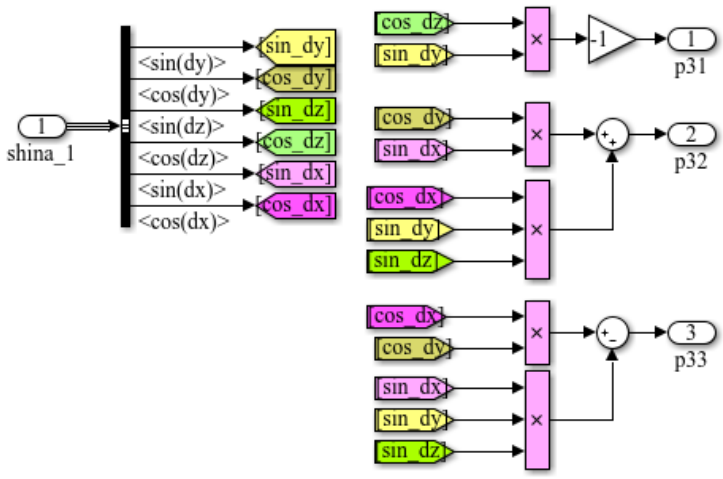


Рисунок Г.25 – Структурная схема подсистемы «строка p31_p32_p33» блока А.2.3. «Угловое движение блока ДПИ» (рисунок 5.32)

2.3 Блок А.3 «поступательное движение блока ДПИ».

Список входных параметров блока А.3.

1) axr1,ayr1,azr1 – проекции вектора кажущегося ускорения полюса O_1 элемента ПО, м/с^2;

2) dwx1/dt,dwy1/dt,dwz1/dt – проекции вектора углового ускорения элемента ПО на оси системы координат $O_1X_1Y_1Z_1$, 1/с^2;

3) wx1,wy1,wz1 – проекции вектора угловой скорости элемента ПО на оси системы координат $O_1X_1Y_1Z_1$, 1/с;

4) p1,t1,g1 – углы рысканья, тангажа и крена элемента ПО соответственно, радиан;

5) x_g1,H1,z_g1 – координаты полюса O_1 в неподвижной системе отсчета, м;

6) x_Oc,y_Oc,z_Oc – координаты полюса Oc в системе координат $O_1X_1Y_1Z_1$, м.

Список выходных параметров блока А.3.

1) axr,ayr,azr – проекции вектора кажущегося ускорения блока ДПИ на связанные с ним оси, м/с^2;

2) H – высота центра блока ДПИ относительно нижней опорной поверхности, м;

3) dVxg,dVzg – проекции вектора $\left(\dfrac{d\vec{R}_{O_1O_c}}{dt}\right)_g$ на оси X_g, Z_g, м/с.

На рисунке Г.26 приведена структурная схема блока А.3, включающая в себя четыре подсистемы, оформленные в виде блоков: блок А.3.1 – «Проекции вектора кажущегося ускорения блока ДПИ на оси СК O1X1Y1Z1», блок А.3.2 – «Проекции вектора кажущегося ускорения блока ДПИ на оси СК OcXcYcZc», блок А.3.3 – «Вычисление проекций вектора R_O1_Oc на оси земной СК», блок А.3.4 – «Вычисление проекций производной вектора R_O1_Oc на оси земной СК».

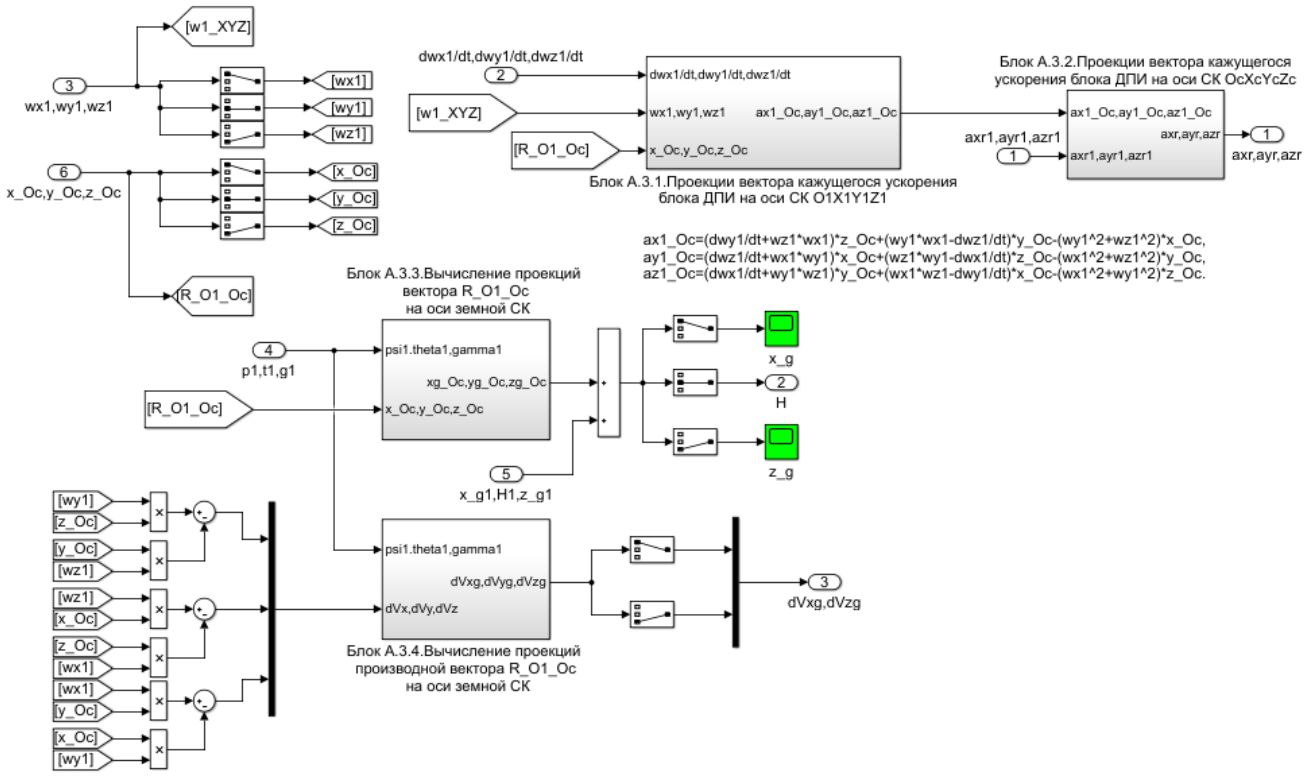


Рисунок Г.26 – Структурная схема
блока А.3 «Поступательное движение блока ДПИ»

Структурные схемы блоков А.3.1 – А.3.4 приведены на рисунках Г.27 – Г.35.

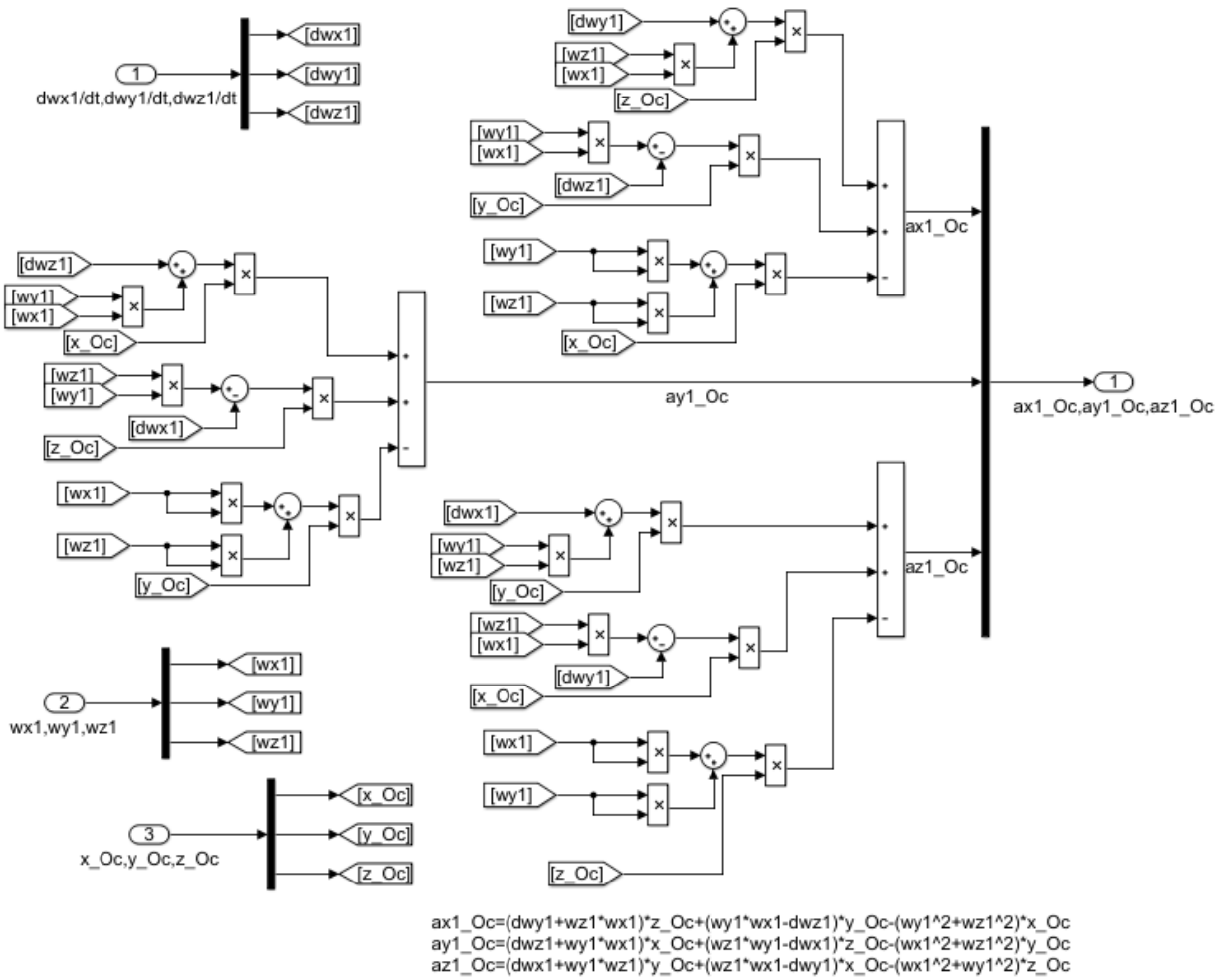


Рисунок Г.27 – Структурная схема блока А.3.1 «Проекции вектора кажущегося ускорения блока ДПИ на оси СК O1X1Y1Z1»

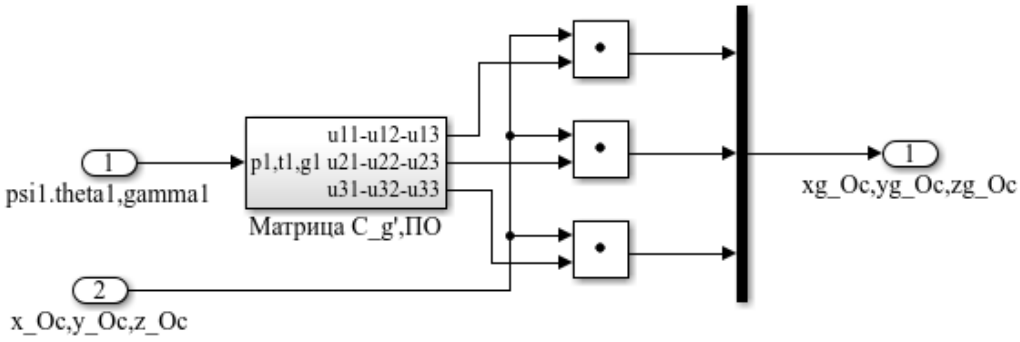


Рисунок Г.28 – Структурная схема блока А.3.3 «Вычисление проекций вектора R_O1_Oc на оси земной СК»

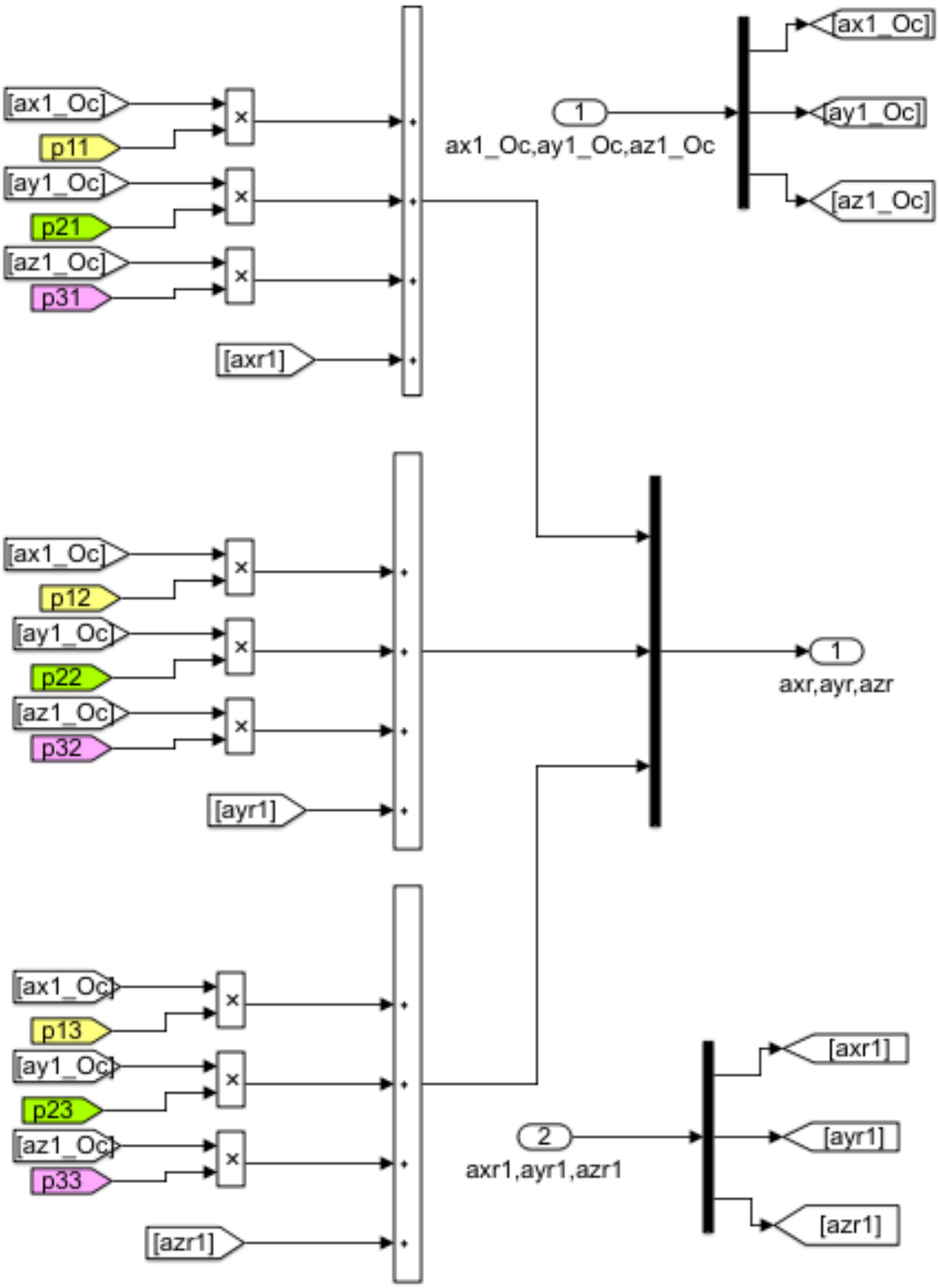


Рисунок Г.29 – Структурная схема блока А.3.2 «Проекции вектора кажущегося ускорения блока ДПИ на оси СК ОсХсYсZс»

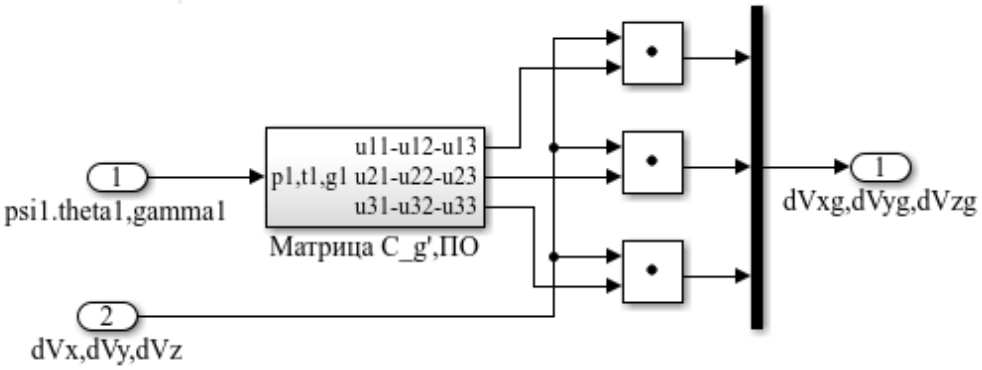


Рисунок Г.30 – Структурная схема блока А.3.4 «Вычисление проекций производной вектора R_O1_Oc на оси земной СК»

Рисунок Г.31 – Структурная схема подсистемы «Матрица C_g′,ПО», входящей в состав блоков А.3.3 и А.3.4 (рисунки 5.40, 5.41)

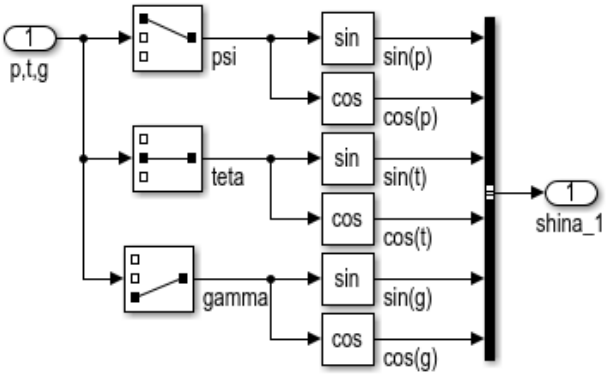


Рисунок Г.32 – Структурная схема подсистемы «тригонометрические функции» блока «Матрица C_g′,ПО» (рисунок 5.42)

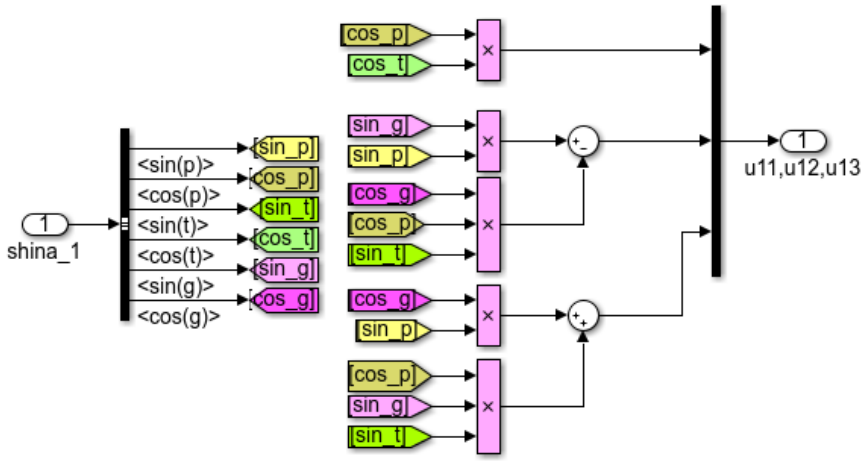


Рисунок Г.33 – Структурная схема подсистемы «строка u11_u12_u13» блока «Матрица C_g′,ПО» (рисунок 5.42)

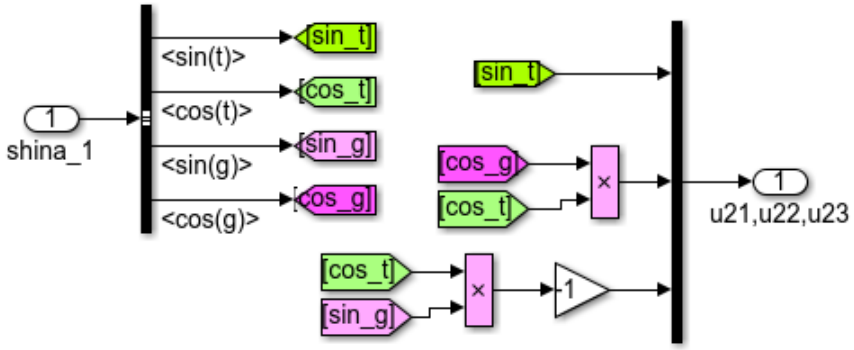


Рисунок Г.34 – Структурная схема подсистемы «строка u21_u22_u23» блока «Матрица C_g′,ПО» (рисунок 5.42)

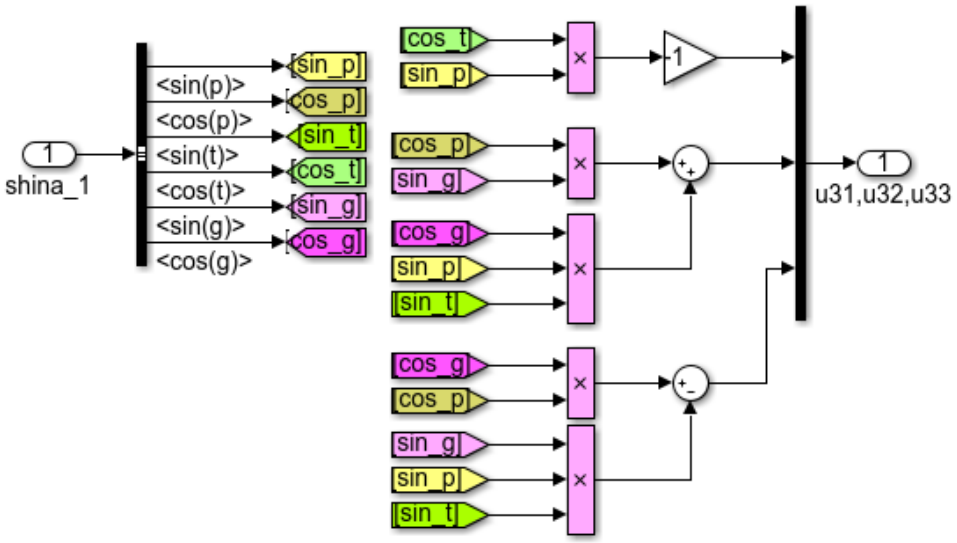


Рисунок Г.35 – Структурная схема подсистемы «строка u31_u32_u33» блока «Матрица C_g′,ПО» (рисунок 5.42)

2.4 Блок А.4 «Координаты положения блока ДПИ относительно ПО»

Блок А.4 содержит два звена типа «Constant» с угловыми и линейными координатами, определяющими положение блока ДПИ в системе координат $O_1X_1Y_1Z_1$, связанной с элементом ПО (рисунок Г.36).

Список выходных параметров блока А.4.

1) a_dy,a_dz,a_dx – углы $\delta_y, \delta_z, \delta_x$ ориентации блока ДПИ относительно элемента ПО, радиан;

2) x_Oc,y_Oc,z_Oc – координаты полюса O_c в системе координат $O_1X_1Y_1Z_1$, м.

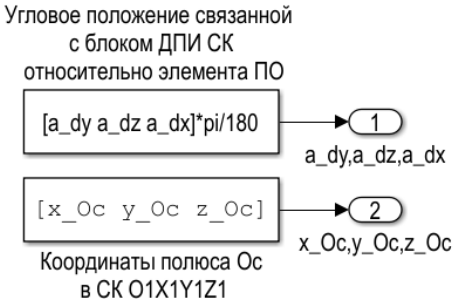


Рисунок Г.36 – Структурная схема

блока А.4 «Координаты положения блока ДПИ относительно ПО»

3 Структурная схема модели комплексной пешеходной ИИС определения местоположения ПО

На рисунке Г.37 показан общий вид схемы модели персональной ИИС «Блок В. Персональная ИИС».

Список входных параметров блока В.

1) U_KS – сигнал, управляющий структурой ИИС: U_KS=1 – инерциальная СУО работает в комплексе с дальномерной СУО; U_KS=0 – автономная работа инерциальной СУО;

2) U_PN – сигнал, управляющий режимом коррекции путевой скорости на приоритетных направлениях: U_PN=1 – коррекция включена; U_PN=0 – коррекция выключена;

3) U_RR – сигнал, управляющей сбросом выходов интеграторов, вычисляющих проекции вектора скорости блока ДПИ, при кратковременных остановках ПО (режим «ZUPT»): U_RR=1 – режим «ZUPT» включен; U_RR=0 – режим «ZUPT» выключен;

4) wx,wy,wz – проекции вектора угловой скорости блока ДПИ на оси системы координат $O_cX_cY_cZ_c$, 1/с;

5) axr,ayr,azr – проекции вектора кажущегося ускорения блока ДПИ на оси системы координат $O_cX_cY_cZ_c$, м/с^2;

6) p(0),t(0),g(0) – начальные значения углов ориентации блока ДПИ относительно нормальной системы координат (p=ψ, t=ϑ, g=γ), радиан;

7) H – высота полюса O_c относительно нижней опорной поверхности, м;

8) dxg/dt(0),dzg/dt(0) – начальные значения проекций вектора путевой скорости блока ДПИ на оси нормальной системы координат, м/с.

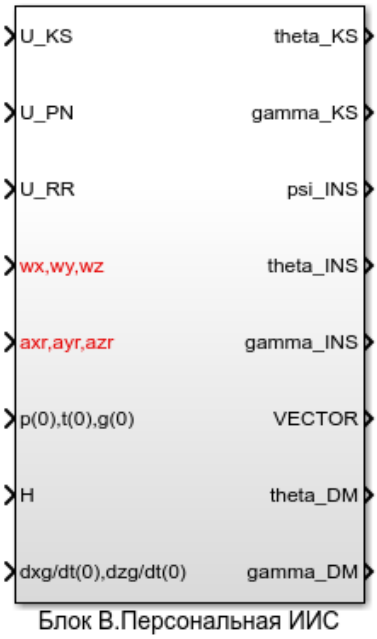


Рисунок Г.37 – Общий вид схемы модели персональной ИИС

Список выходных параметров блока B.

1) theta_KS – нормированный сигнал по углу тангажа блока ДПИ на выходе комплексной СУО, радиан;

2) gamma_KS – нормированный сигнал по крену блока ДПИ на выходе комплексной СУО, радиан;

3) psi_INS – нормированный сигнал по углу рысканья блока ДПИ на выходе инерциальной СУО, радиан;

4) theta_INS – нормированный сигнал по углу тангажа блока ДПИ на выходе инерциальной СУО, радиан;

5) gamma _INS – нормированный сигнал по углу крена блока ДПИ на выходе инерциальной СУО, радиан;

6) VECTOR – массив выходных параметров, включающий в себя:

- Uwx,Uwy,Uwz – нормированные сигналы с выходов датчиков угловых скоростей, 1/с;
- Uaxr,Uayr,Uazr – нормированные сигналы с выходов акселерометров, м/с^2;
- Uaxg,Uayg,Uazg – нормированные сигналы с выхода вычислителя, формирующего проекции абсолютного ускорения блока ДПИ на оси нормальной системы координат, м/с^2;
- xg,yg,zg – вычисленные значения координат блока ДПИ в земной системе координат, м;
- Vxg,Vyg,Vzg – вычисленные значения проекций вектора земной скорости блока ДПИ на оси нормальной системы координат, м/с;
- reset Rising – сигнал сброса выходов интеграторов, вычисляющих проекции вектора скорости блока ДПИ, в режиме «ZUPT»;

7) theta_DM – нормированный сигнал опорного угла тангажа блока ДПИ на выходе дальномерной СУО, радиан;

8) gamma _DM – нормированный сигнал опорного угла крена блока ДПИ на выходе дальномерной СУО, радиан.

На рисунке Г.38 приведена структурная схема модели персональной ИИС, включающая в себя три подсистемы: «Блок В.1.ИНС», «Блок В.2.Дальномерная СУО», «Блок В.3.Схема комплексирования».

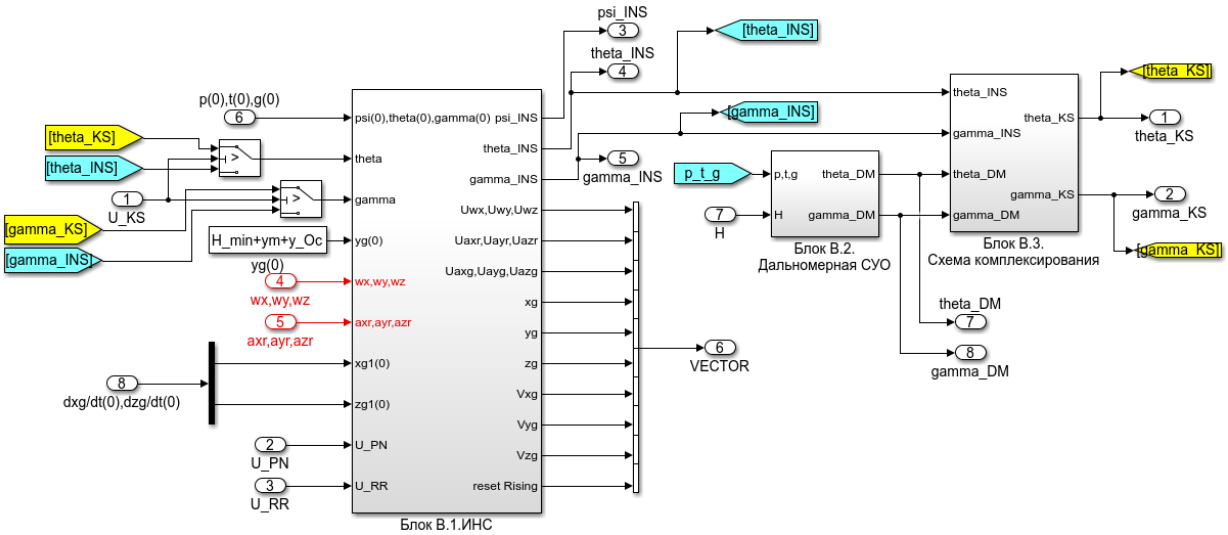


Рисунок Г.38 – Структурная схема модели «Блок В. Персональная ИИС»

3. 1 Подсистема «Блок В.1. ИНС»

Список входных параметров блока В.1.

1) psi(0),theta(0),gamma(0) – начальные значения углов ориентации блока ДПИ относительно нормальной системы координат (p=ψ, t=ϑ, g=γ), радиан;

2) theta – сигнал по углу тангажа блока ДПИ с выхода схемы комплексирования (theta_KS) при U_KS=1 или с выхода вычислителя ИНС (theta_INS) при U_KS=0, радиан;

3) gamma – сигнал по углу крена блока ДПИ с выхода схемы комплексирования (gamma _KS) при U_KS=1 или с выхода вычислителя ИНС (gamma _INS) при U_KS=0, радиан;

4) yg(0) – начальное значение высоты центра O_c блока ДПИ относительно нижней опорной поверхности, м;

5) wx,wy,wz – проекции вектора угловой скорости блока ДПИ на оси системы координат $O_cX_cY_cZ_c$, 1/с;

6) axr,ayr,azr – проекции вектора кажущегося ускорения блока ДПИ на оси системы координат $O_cX_cY_cZ_c$, м/с^2;

7) xg1(0) – начальное значение проекции путевой скорости блока ДПИ на ось X_g, м/с;

8) zg1(0) – начальное значение проекции путевой скорости блока ДПИ на ось Z_g, м/с;

9) U_PN – сигнал, управляющий режимом коррекции путевой скорости на приоритетных направлениях: U_PN=1 – коррекция включена; U_PN=0 – коррекция выключена;

10) U_RR – сигнал, управляющей сбросом выходов интеграторов, вычисляющих проекции вектора скорости блока ДПИ, при кратковременных остановках ПО (режим «ZUPT»): U_RR=1 – режим «ZUPT» включен; U_RR=0 – режим «ZUPT» выключен.

Список выходных параметров блока В.1.

1) psi_INS – нормированный сигнал по углу рысканья с выхода инерциальной СУО, радиан;

2) theta_INS – нормированный сигнал по углу тангажа блока ДПИ на выходе инерциальной СУО, радиан;

3) gamma_INS – нормированный сигнал по углу крена блока ДПИ на выходе инерциальной СУО, радиан;

4) Uwx,Uwy,Uwz – нормированные сигналы с выходов гироскопических датчиков угловой скорости, 1/с;

5) Uaxr,Uayr,Uazr – нормированные сигналы с выходов акселерометров, измеряющих проекции вектора кажущегося ускорения блока ДПИ на оси системы координат $O_cX_cY_cZ_c$, м/с^2;

6) Uaxg,Uayg,Uazg – нормированные сигналы с выходов вычислителя проекций абсолютного ускорения блока ДПИ на оси нормальной системы координат, м/с^2;

7) xg,yg,zg – вычисленные значения координат блока ДПИ в земной системе координат, м;

8) Vxg,Vyg,Vzg – вычисленные значения проекций вектора земной скорости блока ДПИ на оси нормальной системы координат, м/с;

9) reset Rising – сигнал сброса выходов интеграторов, вычисляющих проекции вектора путевой скорости блока ДПИ, в режиме «ZUPT».

На рисунке Г.39 приведена структурная схема подсистемы «Блок В.1. ИНС», включающая в себя четыре подсистемы: «Блок В.1.1.Датчики первичной

информации», «Блок В.1.2.Вычислитель углов Эйлера», «Блок В.1.3.Вычислитель проекций абсолютного ускорения блока ДПИ на оси нормальной СК», «Блок В.1.4.Вычислитель координат и проекций скорости блока ДПИ на оси земной СК».

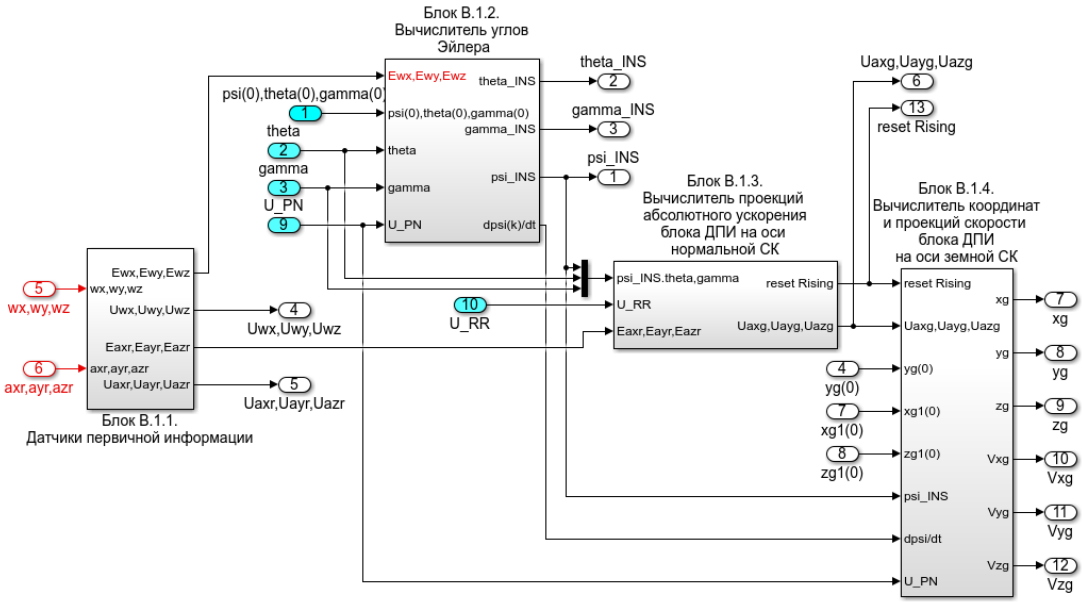


Рисунок Г.39 – Структурная схема подсистемы «Блок В.1.ИНС»

3.1.1 Модели датчиков первичной информации

На рисунке Г. приведена структурная схема подсистемы «Блок В.1.1.Датчики первичной информации», в состав которой входят четыре подсистемы: «Блок В.1.1.1.Датчики угловой скорости», «Блок В.1.1.2. Акселерометры», «Блок В.1.1.3. Экстраполятор 1», «Блок В.1.1.4. Экстраполятор 2».

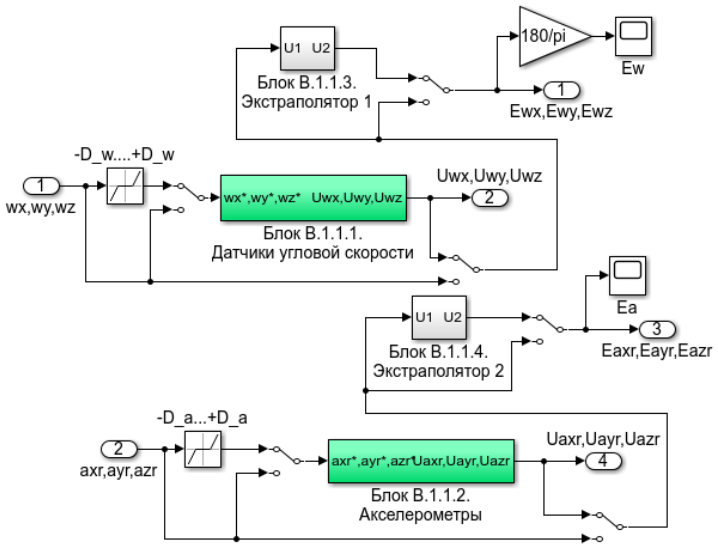


Рисунок Г.40 – Структурная схема подсистемы «Блок В.1.1.Датчики первичной информации»

Структурные схемы моделей ДПИ приведены на рисунках Г.41, Г.42.

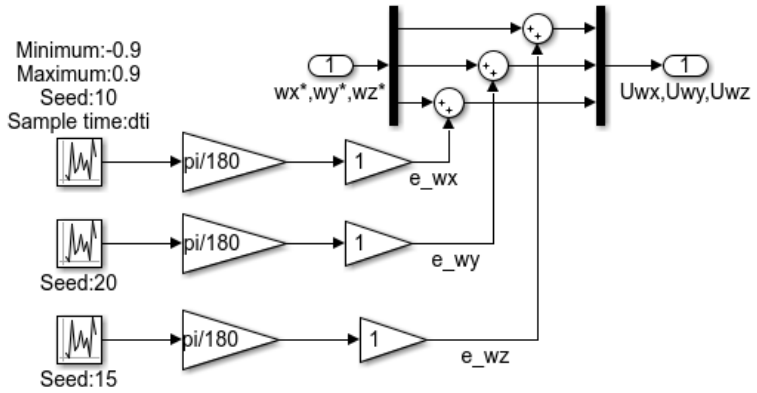


Рисунок Г.41 – Структурная схема подсистемы «Блок В.1.1.1.Датчики угловой скорости»

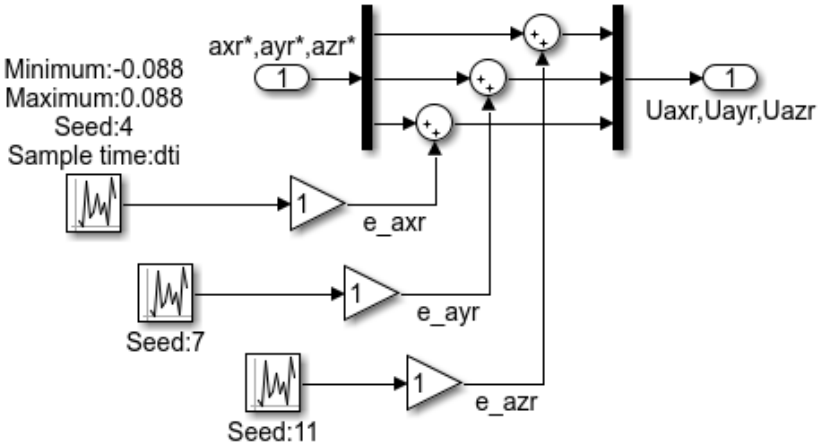


Рисунок Г.42 – Структурная схема подсистемы «Блок В.1.1.2.Акселерометры»

Структурная схема подсистем «Блок В.1.1.3. Экстраполятор 1», «Блок В.1.1.4. Экстраполятор 2» приведена на рисунке Г.43 и соответствует передаточной функции экстраполятора нулевого порядка [68]

$$W_{Э}(s)=\frac{1-\exp(-\tau s)}{s}.$$

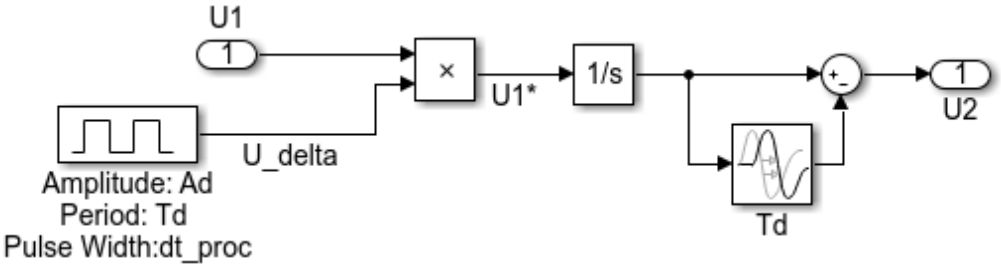


Рисунок Г.43 – Структурная схема подсистем «Блок В.1.1.3.Экстраполятор1», «Блок В.1.1.4.Экстраполятор 2»

Входной сигнал интегратора U1* равен произведению сигнала U1, поступающего с ДПИ, на импульсный сигнал U_delta, моделирующий функцию $\delta(t-k\tau),\ k=0,1,2,...$. Экстраполятор нулевого порядка удерживает на выходе сигнал $U_2(t)=U_1(k\tau),\quad k=0,1,2,...$ в течение всего периода дискретности Td=τ.

Основными выходными параметрами подсистемы «Блок В.1.1.Датчики первичной информации» являются нормированные сигналы на выходах экстраполяторов, обозначенные символами Ewx,Ewy,Ewz (проекции угловой скорости) и Eaxr,Eayr,Eazr (проекции кажущегося ускорения), которые поступают на входы вычислителей ИНС. Нормированные сигналы с выходов датчиков угловой скорости (Uwx,Uwy,Uwz) и с выходов акселерометров (Uaxr,Uayr,Uazr) поступают в блок индикации параметров движения с целью контроля этих сигналов.

3.1.2 Модель вычислителя углов Эйлера

Список входных параметров подсистемы «Блок В.1.2.Вычислитель углов Эйлера».

1) Ewx,Ewy,Ewz – нормированные сигналы с выхода подсистемы «Блок В.1.1.3.Экстраполятор1», несущие информацию о проекциях вектора угловой скорости блока ДПИ на оси системы координат $O_cX_cY_cZ_c$, 1/с;

2) psi(0),theta(0),gamma(0) – начальные значения углов рысканья, тангажа и крена блока ДПИ, радиан;

3) theta – сигнал по углу тангажа блока ДПИ с выхода схемы комплексирования (theta_KS) при U_KS=1 или с выхода вычислителя ИНС (theta_INS) при U_KS=0, радиан;

4) gamma – сигнал по углу крена блока ДПИ с выхода схемы комплексирования (gamma _KS) при U_KS=1 или с выхода вычислителя ИНС (gamma _INS) при U_KS=0, радиан;

5) U_PN – сигнал, управляющий режимом коррекции путевой скорости на приоритетных направлениях: U_PN=1 – коррекция включена; U_PN=0 – коррекция выключена.

Список выходных параметров подсистемы «Блок В.1.2.Вычислитель углов Эйлера».

1) theta_INS – нормированный сигнал по углу тангажа блока ДПИ на выходе инерциальной СУО, радиан;

2) gamma_INS – нормированный сигнал по углу крена блока ДПИ на выходе инерциальной СУО, радиан;

3) psi_INS – нормированный сигнал по углу рысканья с выхода инерциальной СУО, радиан;

4) dpsi(k)/dt – угловая скорость рысканья $\Delta\tilde{\psi}(k)/\Delta t$, 1/с.

На рисунке Г.44 приведена структурная схема подсистемы «Блок В.1.2.Вычислитель углов Эйлера», содержащая в своем составе две подсистемы: «Блок В.1.2.1.Матрица Q» и «Блок В.1.2.2.Коррекция угла psi на приоритетных направлениях».

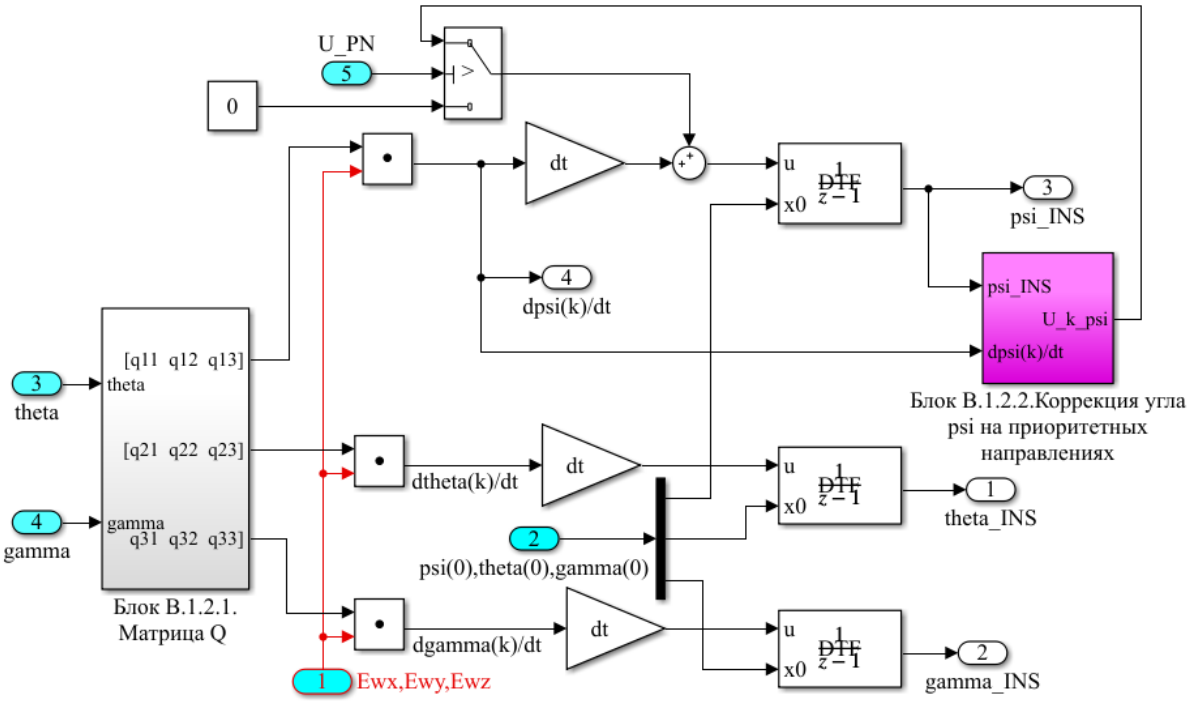


Рисунок Г.44 – Структурная схема подсистемы «Блок В.1.2.Вычислитель углов Эйлера»

Структурная схема подсистемы «Блок В.1.2.1.Матрица Q» приведена на рисунке Г.45.

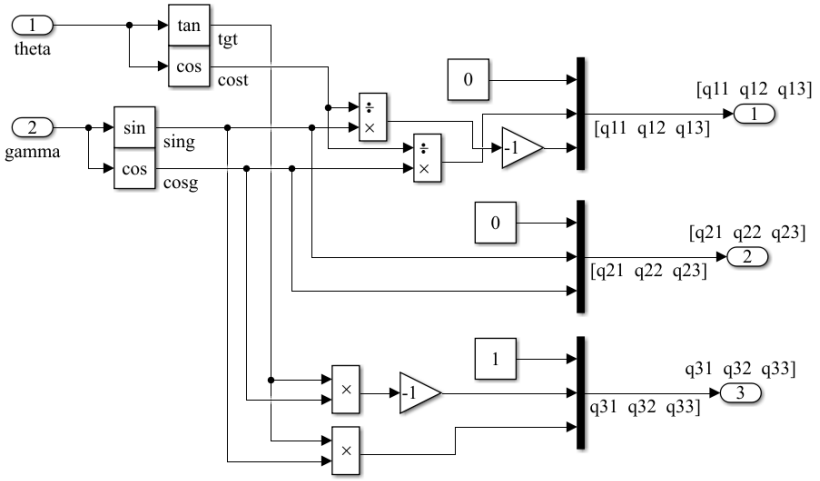


Рисунок Г.45 – Структурная схема подсистемы «Блок В.1.2.1.Матрица Q»

На рисунке Г.46 приведена структурная схема подсистемы «Блок В.1.2.2. Коррекция угла psi на приоритетных направлениях», состоящая из двух подсистем: «Формирование сигнала коррекции угла psi» и «Прерывание коррекции при смене направления».

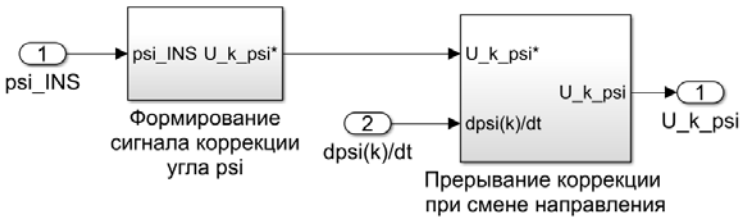


Рисунок Г.46 – Структурная схема подсистемы «Блок В.1.2.2. Коррекция угла psi на приоритетных направлениях»

Структурная схема подсистемы «Формирование сигнала коррекции угла psi», приведенная на рисунке Г.47, построена при условии, что очередная смена направления движения ПО происходит при повороте на угол ±90° по отношению к предыдущему направлению движения.

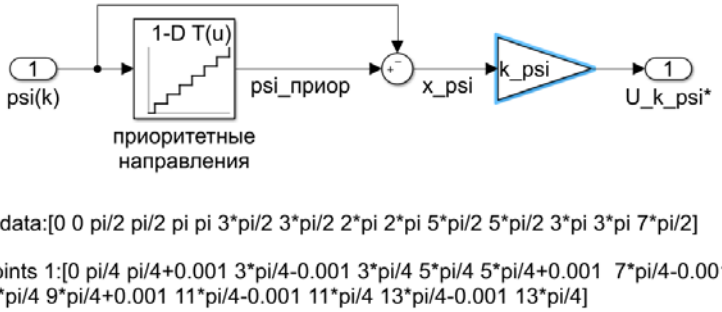


Рисунок Г.47 – Структурная схема подсистемы «Формирование сигнала коррекции угла psi»

Звено «1-D Lookup Table» (рисунок Г.47) реализует методом квантования конкретную программу зависимости угла приоритетного направления движения $\tilde{\psi}_{пр}$ (Table data) от текущего значения угла рысканья $\tilde{\psi}$ (Breakpoints 1) при условии выполнения семи поворотов на 90° каждый при двойном обходе замкнутого маршрута против часовой стрелки.

Структурная схема подсистемы «Прерывание коррекции при смене направления» приведена на рисунке Г.48.

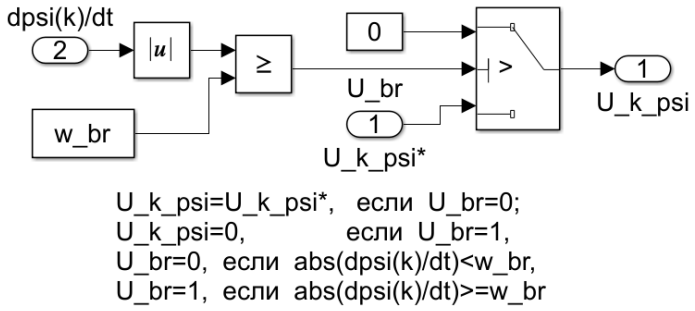


Рисунок Г.48 – Структурная схема подсистемы «Прерывание коррекции при смене направления»

3.1.3 Модель вычислителя проекций вектора абсолютного ускорения блока ДПИ на оси нормальной системы координат

Список входных параметров подсистемы «Блок В.1.3.Вычислитель проекций абсолютного ускорения блока ДПИ на оси нормальной СК».

1) psi_INS,theta,gamma – нормированные сигналы по углам рысканья, тангажа и крена блока ДПИ, сформированные на выходе инерциальной СУО (psi_INS, а также theta,gamma при U_KS=0) или на выходе комплексной СУО (theta,gamma при U_KS=1), радиан;

2) U_RR – сигнал, управляющей сбросом выходов интеграторов, вычисляющих проекции вектора скорости блока ДПИ, при кратковременных остановках ПО (режим «ZUPT»): U_RR=1 – режим «ZUPT» включен; U_RR=0 – режим «ZUPT» выключен;

3) Eaxr,Eayr,Eazr – нормированные сигналы с выхода подсистемы «Блок В.1.1.4.Экстраполятор2», несущие информацию о проекциях вектора кажущегося ускорения блока ДПИ на оси системы координат $O_cX_cY_cZ_c$, м/с^2.

Список выходных параметров подсистемы «Блок В.1.3.Вычислитель проекций абсолютного ускорения блока ДПИ на оси нормальной СК».

1) reset Rising – сигнал сброса выходов интеграторов, вычисляющих проекции вектора скорости блока ДПИ, в режиме «ZUPT»;

2) Uaxg,Uayg,Uazg – вычисленные значения проекций вектора абсолютного ускорения блока ДПИ на оси нормальной системы координат, м/с^2.

На рисунке Г.49 приведена структурная схема подсистемы «Блок В.1.3. Вычислитель проекций абсолютного ускорения блока ДПИ на оси нормальной СК», включающая в себя две подсистемы: «Блок В.1.3.1.Матрица C_g1,c» и «Блок В.1.3.2.Детектор остановок».

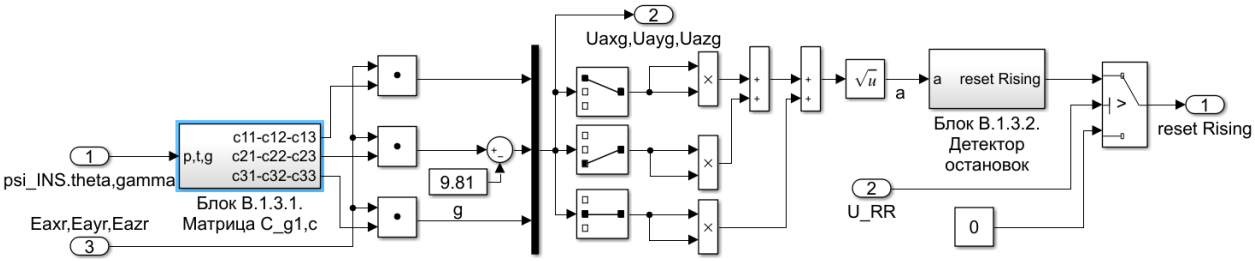


Рисунок Г.49 – Структурная схема подсистемы «Блок В.1.3. Вычислитель проекций абсолютного ускорения блока ДПИ на оси нормальной СК»

Структура подсистемы «Блок В.1.3.1.Матрица C_g1,c» точно такая же, как и структура подсистемы «Матрица C_g′,ПО», показанная на рисунках Г.31 – Г.35.

Структурная схема подсистемы «Блок В.1.3.2.Детектор остановок» приведена на рисунке Г.50.

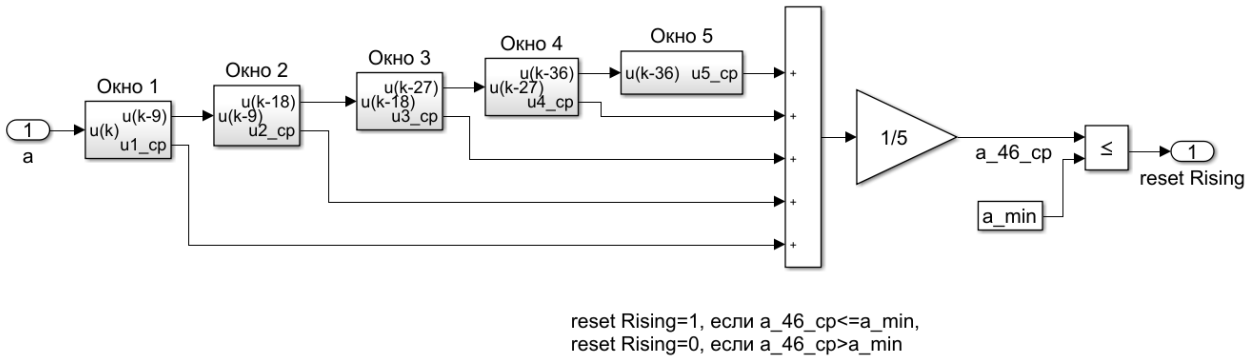


Рисунок Г.50 – Структурная схема подсистемы «Блок В.1.3.2.Детектор остановок»

Подсистема «Блок В.1.3.2.Детектор остановок» определяет среднее значение модуля абсолютного ускорения по выборке из 46 дискрет (a_46_cp) и сравнивает его с пороговым значением a_min. Если среднее значение модуля абсолютного ускорения меньше или равно a_min, сигнал reset Rising на выходе подсистемы становится равным единице. Среднее значение модуля ускорения вычисляется с помощью подсистем с именами «Окно 1», «Окно 2», «Окно 3», «Окно 4», «Окно 5», структурные схемы которых приведены на рисунках Г.51 – Г.55.

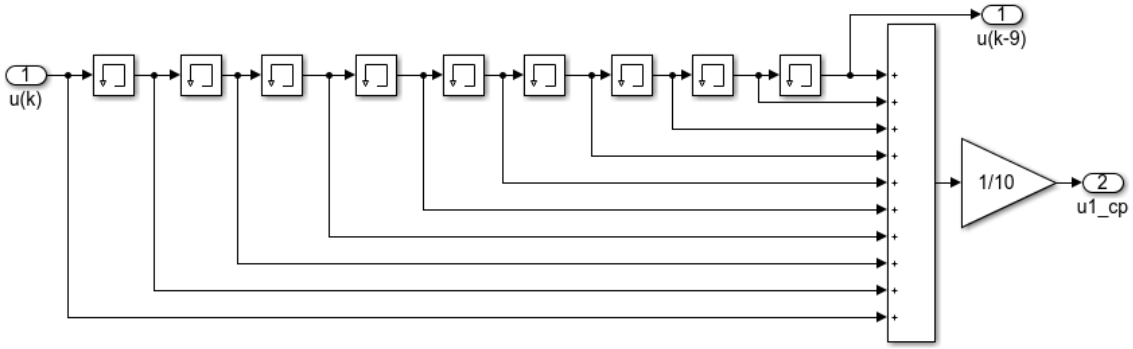


Рисунок Г.51 – Структурная схема подсистемы «Окно 1»

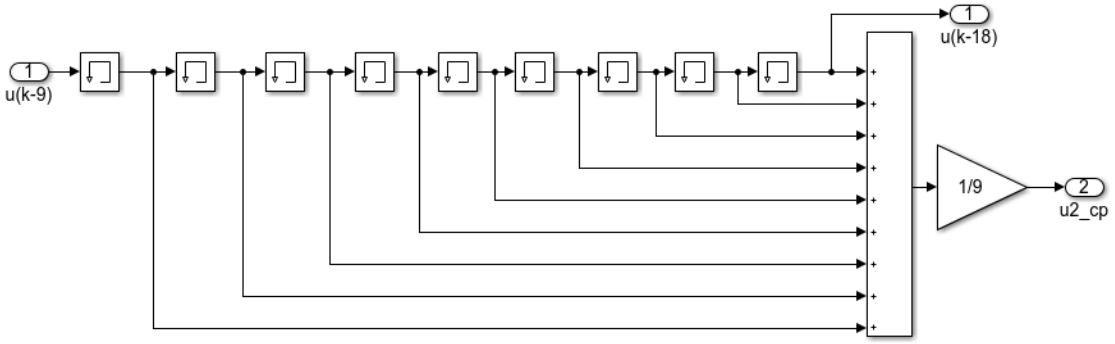


Рисунок Г.52 – Структурная схема подсистемы «Окно 2»

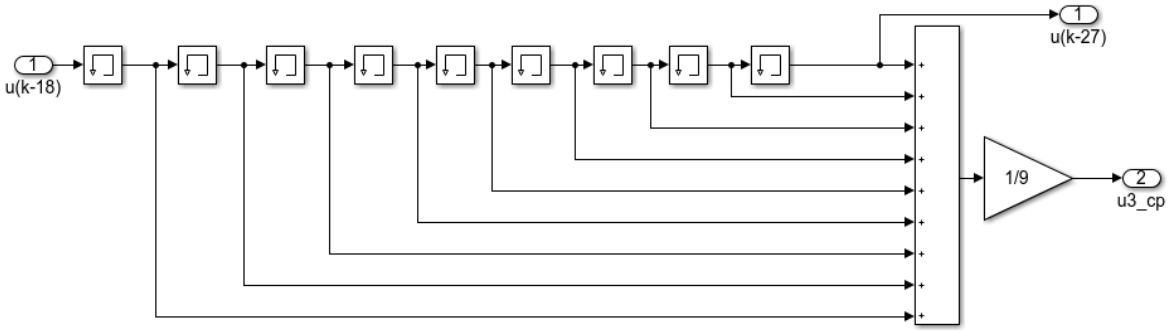


Рисунок Г.53 – Структурная схема подсистемы «Окно 3»

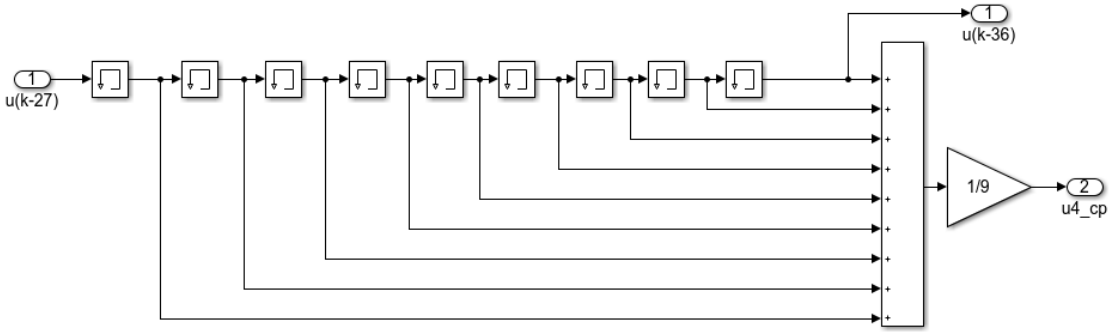


Рисунок Г.54 – Структурная схема подсистемы «Окно 4»

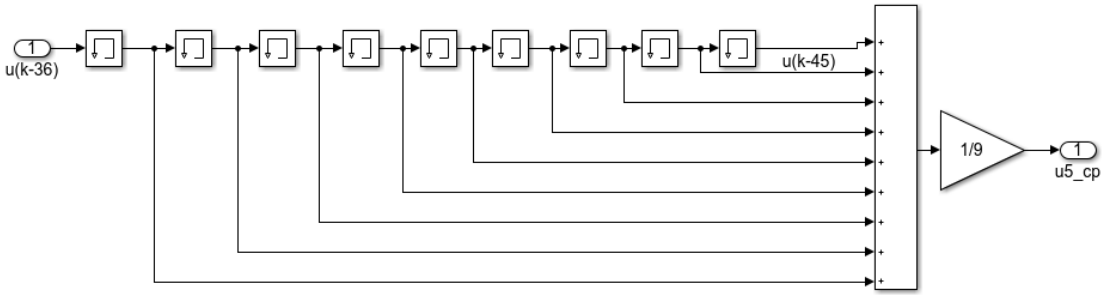


Рисунок Г.55 – Структурная схема подсистемы «Окно 5»

3.1.4 Модель вычислителя координат и проекций скорости блока ДПИ на оси земной системы координат

Список входных параметров подсистемы «Блок В.1.4.Вычислитель координат и проекций скорости блока ДПИ на оси земной СК».

1) reset Rising – сигнал сброса выходов интеграторов, вычисляющих проекции вектора скорости блока ДПИ, в режиме «ZUPT»;

2) Uaxg,Uayg,Uazg – вычисленные значения проекций вектора абсолютного ускорения блока ДПИ на оси нормальной системы координат, м/с2;

3) yg(0) – начальное значение расстояния блока ДПИ относительно нижней опорной поверхности, м;

4) xg1(0) – начальное значение проекции путевой скорости на ось X_g, м/с;

5) zg1(0) – начальное значение проекции путевой скорости на ось Z_g, м/с;

6) psi_INS – нормированный сигнал по углу рысканья с выхода инерциальной СУО, радиан;

7) dpsi/dt – нормированный сигнал по угловой скорости рысканья с выхода инерциальной СУО, 1/с;

8) U_PN – сигнал, управляющий режимом коррекции путевой скорости на приоритетных направлениях: U_PN=1 – коррекция включена; U_PN=0 – коррекция выключена.

Список выходных параметров подсистемы «Блок В.1.4.Вычислитель координат и проекций скорости блока ДПИ на оси земной СК».

1) xg,yg,zg – координаты местоположения блока ДПИ в земной системе координат, м;

2) Vxg,Vyg,Vzg – проекции вектора скорости блока ДПИ на оси нормальной системы координат, м/с.

На рисунке Г.56 приведена структурная схема подсистемы «Блок В.1.4. Вычислитель координат и проекций скорости блока ДПИ на оси земной СК», содержащая одну подсистему «Блок В.1.4.1.Коррекция путевой скорости на приоритетных направлениях».

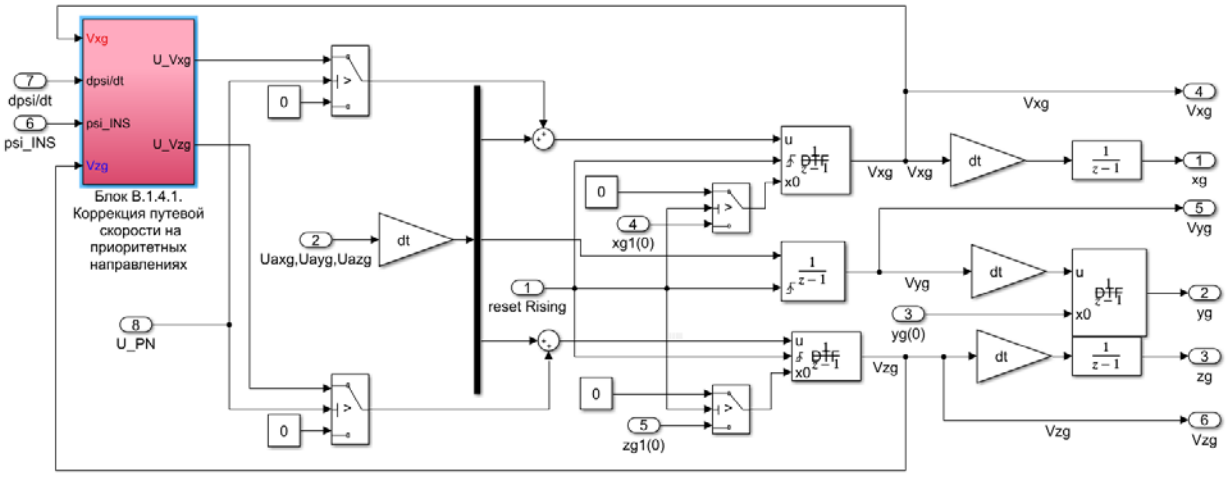


Рисунок Г.56 – Структурная схема подсистемы «Блок В.1.4. Вычислитель координат и проекций скорости блока ДПИ на оси земной СК»

Начальные значения проекций путевой скорости xg1(0) и yg1(0) подаются на входы «x0» цифровых интеграторов через ключи, управляемые сигналом сброса «reset Rising», который поступает также на входы сброса интеграторов. При значении reset Rising=1 на входы интеграторов «x0» будут поданы нули, которые и будут присвоены сигналам на выходах интеграторов.

Структурная схема подсистемы «Блок В.1.4.1.Коррекция путевой скорости на приоритетных направлениях» приведена на рисунке Г.57. Эта схема содержит

шесть подсистем с именами: «Индикация движения вдоль оси Zg» (рисунок Г.58), «Индикация движения вдоль оси Xg» (рисунок Г.59), «Коррекция «ходовой» скорости Vzg» (рисунок Г.60), «Коррекция «боковой» скорости Vxg» (рисунок Г.61), «Коррекция «боковой» скорости Vzg» (рисунок Г.62), «Коррекция «ходовой» скорости Vxg» (рисунок Г.63).

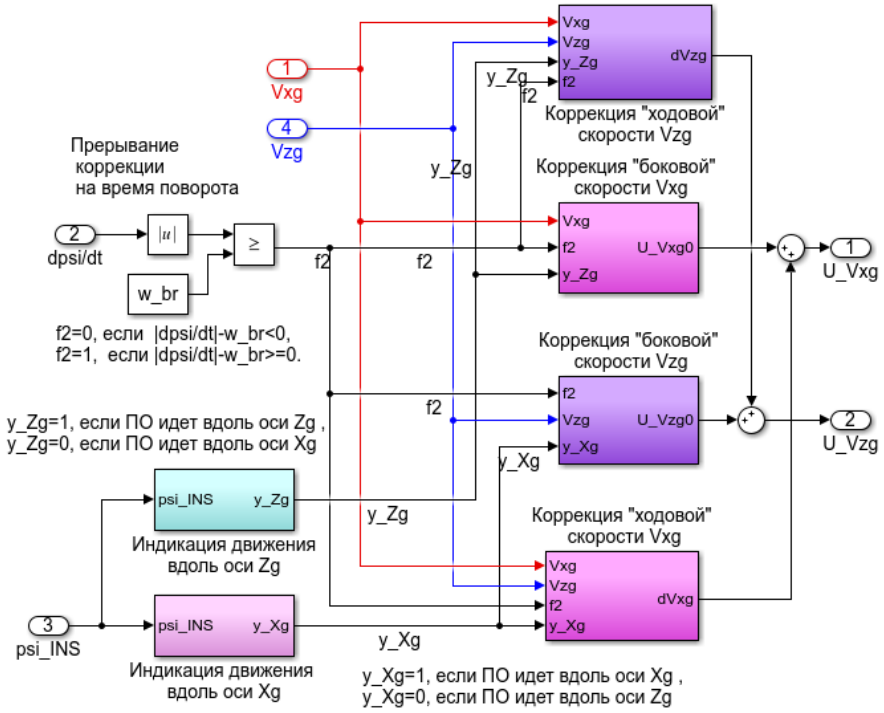


Рисунок Г.57 – Структурная схема подсистемы «Блок В.1.4.1.Коррекция путевой скорости на приоритетных направлениях»

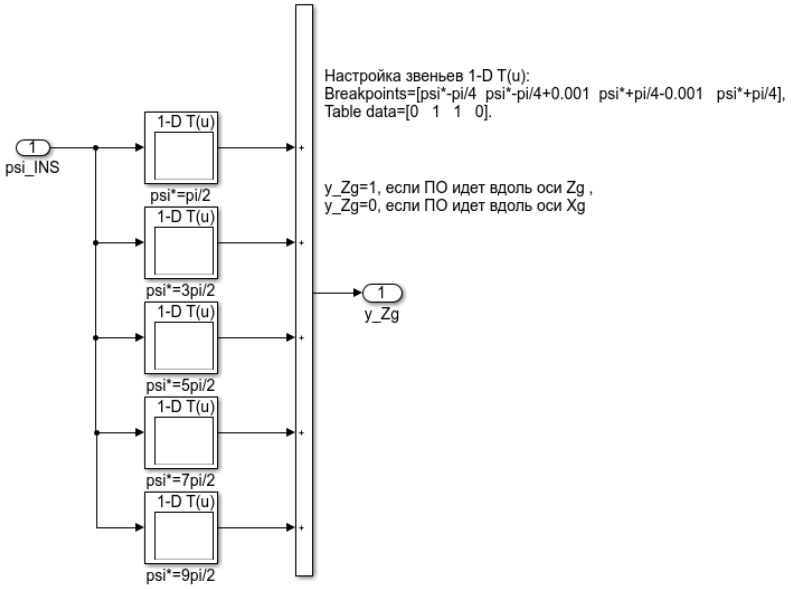


Рисунок Г.58 – Структурная схема подсистемы «Индикация движения вдоль оси Zg»

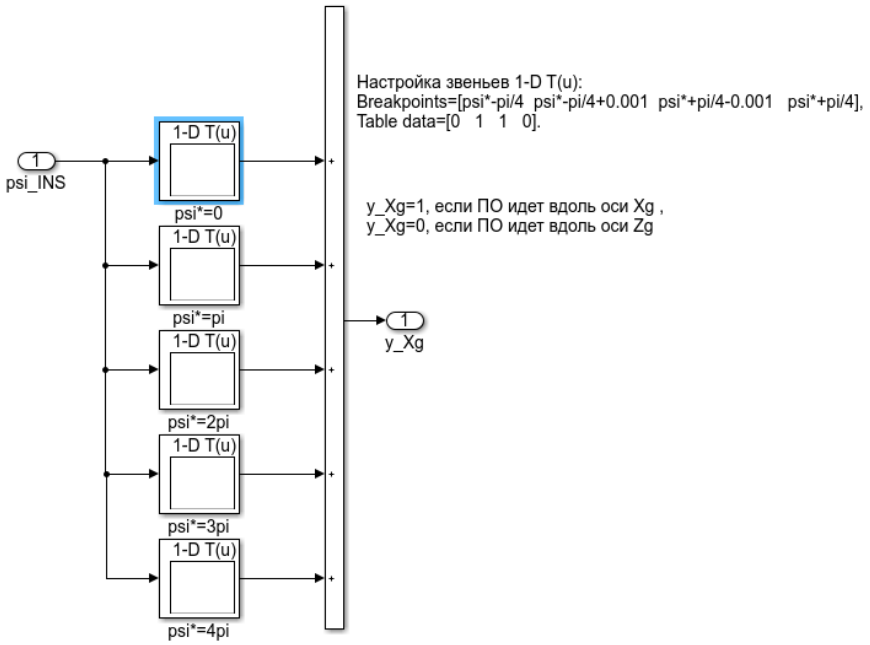


Рисунок Г.59 – Структурная схема

подсистемы «Индикация движения вдоль оси Xg»

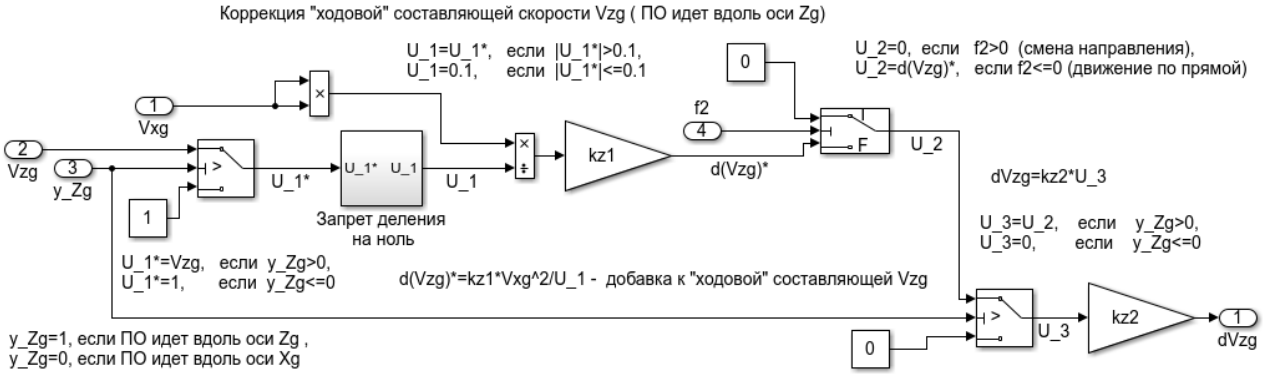


Рисунок Г.60 – Структурная схема

подсистемы «Коррекция «ходовой» скорости Vzg»

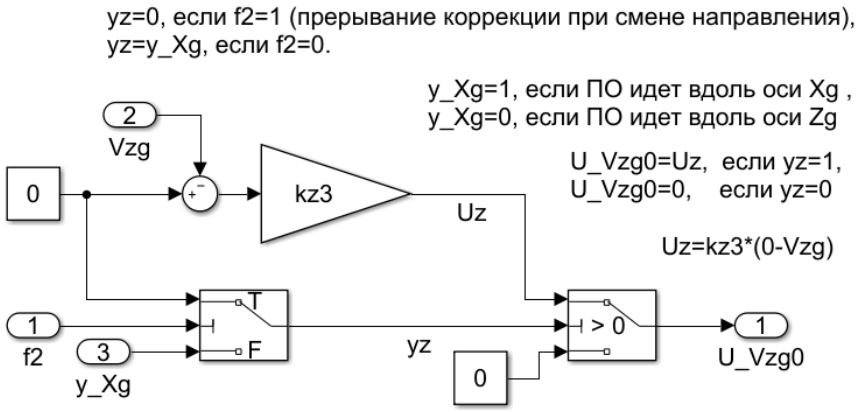


Рисунок Г.61 – Структурная схема

подсистемы «Коррекция «боковой» скорости Vzg»

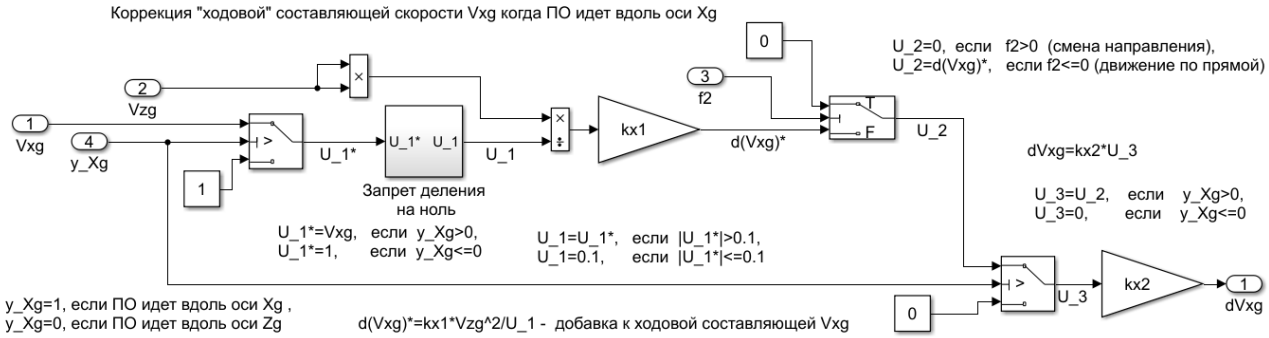


Рисунок Г.62 – Структурная схема

подсистемы «Коррекция «ходовой» скорости Vxg»

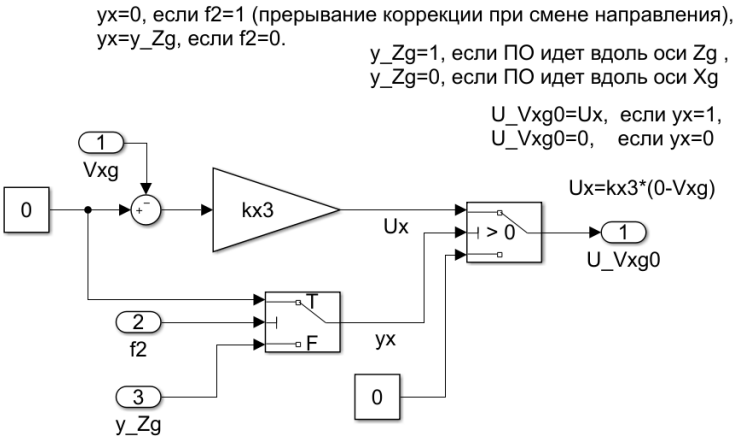


Рисунок Г.63 – Структурная схема

подсистемы «Коррекция «боковой» скорости Vxg»

Характеристика каждого из звеньев «1-D T(u)» представляет собой почти прямоугольную трапецию с нижним основанием в границах от (psi*-pi/4) до (psi*+pi/4) и с верхним основанием в границах от (psi*-pi/4+0.001) до (psi*+pi/4-0.001), где psi* – значение приоритетного угла рысканья. Если текущее значение угла рысканья psi_INS находится в границах верхнего основания трапеции, то выходной сигнал звена «1-D T(u)» равен единице, если же значение psi_INS находится за пределами границ нижнего основания трапеции, то выходной сигнал звена «1-D T(u)» равен нулю. Т.к. при многократных поворотах ПО угол рысканья может меняться неограниченно, то движению ПО вдоль одного и того же приоритетного направления соответствуют значения psi*, кратные углу π/2, т.е. psi*=kπ/2. При движении ПО вдоль оси X_g k=0, 2, 4,…, а при движении ПО вдоль

оси Z_g k=1, 3, 5, 7,… На рисунке Г.64 приведены графики изменения сигналов y_Xg и y_Zg при двойном обходе по замкнутому прямоугольному маршруту.

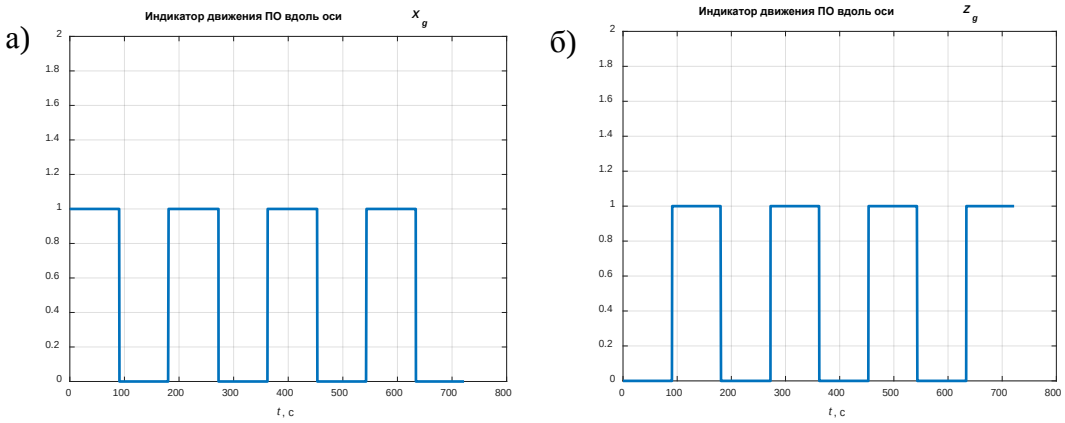


Рисунок Г.64 – Графики изменения выходных сигналов индикаторов движения ПО по приоритетным направлениям вдоль оси X_g (а) и вдоль оси Z_g (б) при двойном обходе по замкнутому прямоугольному маршруту

Структурные схемы, приведенные на рисунках Г.60 и Г.62 содержат подсистему «Запрет деления на ноль», структура которой показана на рисунке Г.65.

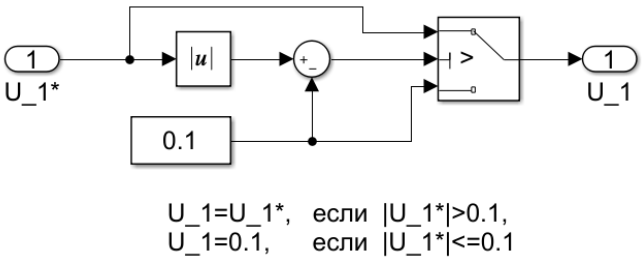


Рисунок Г.65 – Структурная схема подсистемы «Запрет деления на ноль»

3.2 Подсистема «Блок В.2. Дальномерная СУО»

Список входных параметров блока В.2.

1) p,t,g – кинематические углы рысканья, тангажа и крена блока ДПИ, радиан;

2) H – высота блока ДПИ относительно ОПН, м.

Список выходных параметров блока В.2.

1) theta_DM – вычисленное значение опорного угла тангажа блока ДПИ, радиан;

2) gamma_DM – вычисленное значение опорного угла крена блока ДПИ, радиан.

На рисунке Г.66 приведена структурная схема подсистемы «Блок В.2.Дальномерная СУО», содержащая три подсистемы: «Блок В.2.1.Кинематические уравнения дальностей, измеряемых ДМ», «Блок В.2.2.Инструментальные погрешности», «Блок В.2.3.Дальномеры и вычислитель опорных углов тангажа и крена».

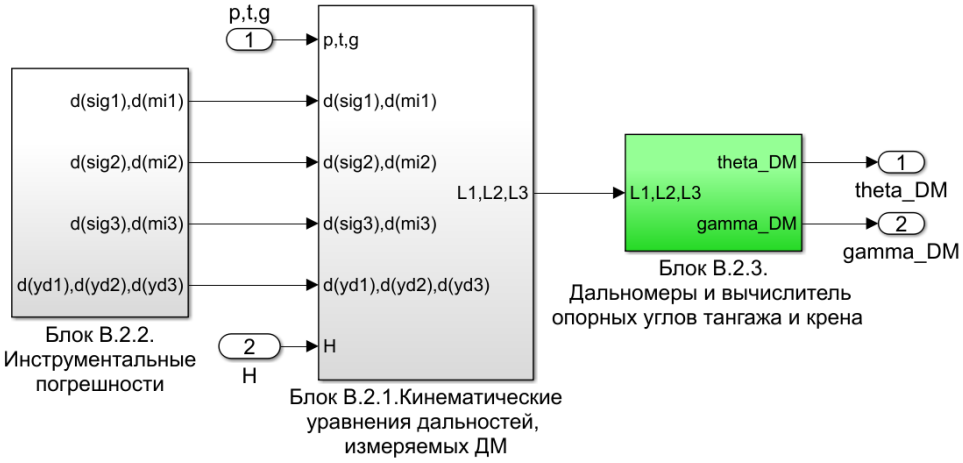


Рисунок Г.66 – Структурная схема подсистемы «Блок В.2.Дальномерная СУО»

3.2.1 Подсистема «Блок В.2.1. Кинематические уравнения дальностей, измеряемых ДМ»

Список входных параметров блока В.2.1.

1) p,t,g – кинематические углы рысканья, тангажа и крена блока ДПИ, радиан;

2) d(sig1), d(mi1) – отклонения от номинальных значений углов σ_1, μ_1, радиан;

3) d(sig2), d(mi2) – отклонения от номинальных значений углов σ_2, μ_2, радиан;

4) d(sig3), d(mi3) – отклонения от номинальных значений углов σ_3, μ_3, радиан;

5) H – высота блока ДПИ относительно ОПН, м.

Список выходных параметров блока В.2.1.

1) L1,L2,L3 – кинематические значения расстояний, измеряемых ДМ, м.

На рисунке Г.67 приведена структурная схема подсистемы «Блок В.2.1. Кинематические уравнения дальностей, измеряемых ДМ», содержащая шесть

подсистем: «Блок В.2.1.1.Элементы матрицы C_g_d1», «Блок В.2.1.2.Элементы матрицы C_g_d2», «Блок В.2.1.3.Элементы матрицы C_g_d3», «Блок В.2.1.4.Высота полюса Od1», «Блок В.2.1.5.Высота полюса Od2», «Блок В.2.1.6.Высота полюса Od3».

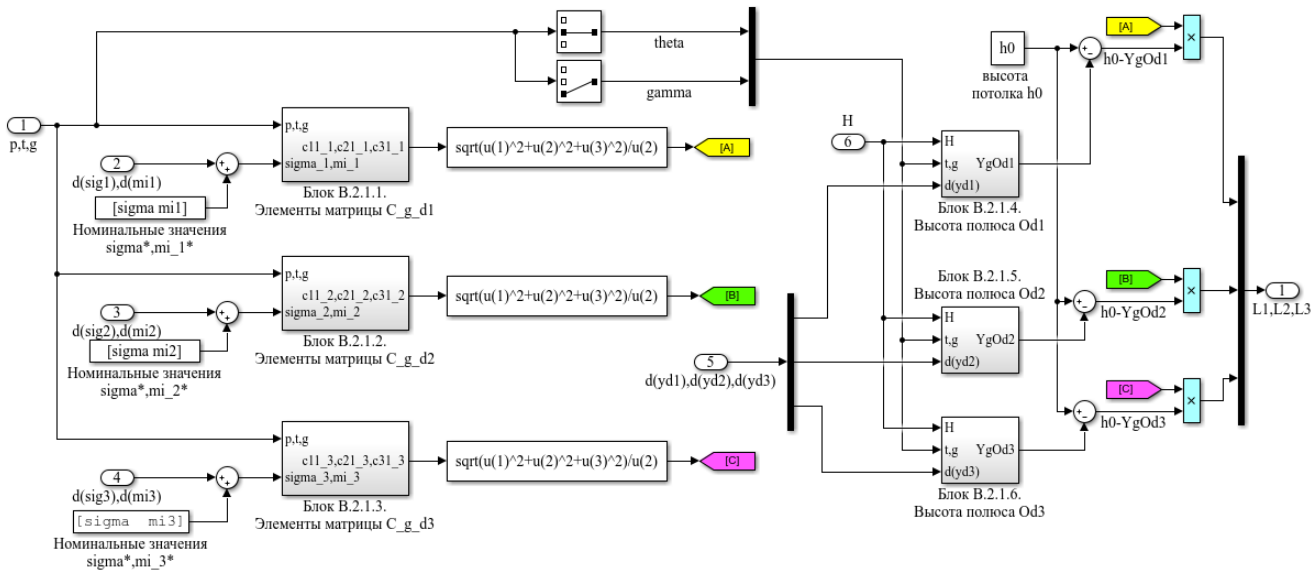


Рисунок Г.67 – Структурная схема подсистемы «Блок В.2.1. Кинематические уравнения дальностей, измеряемых ДМ»

Подсистема «Блок В.2.1» реализует вычисление действительных расстояний L_i. Вычисление коэффициентов матриц $\mathbf{C}_{g,di}$, i=1, 2, 3 выполняют подсистемы «Блок В.2.1.1.Элементы матрицы C_g_d1», «Блок В.2.1.2.Элементы матрицы C_g_d2», «Блок В.2.1.3.Элементы матрицы C_g_d3», структура которых одинакова, поэтому на рисунках Г.68 – Г.72 приведена структурная схема и ее детализация лишь для подсистемы «Блок В.2.1.1.Элементы матрицы C_g_d1».

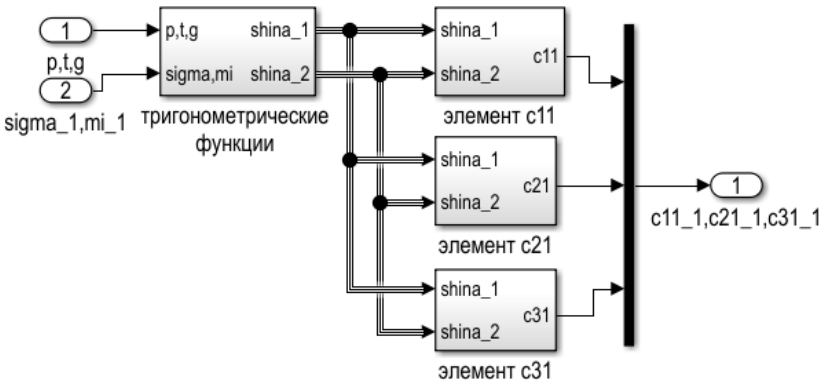


Рисунок Г.68 – Структурная схема подсистемы «Блок В.2.1.1.Элементы матрицы C_g_d1»

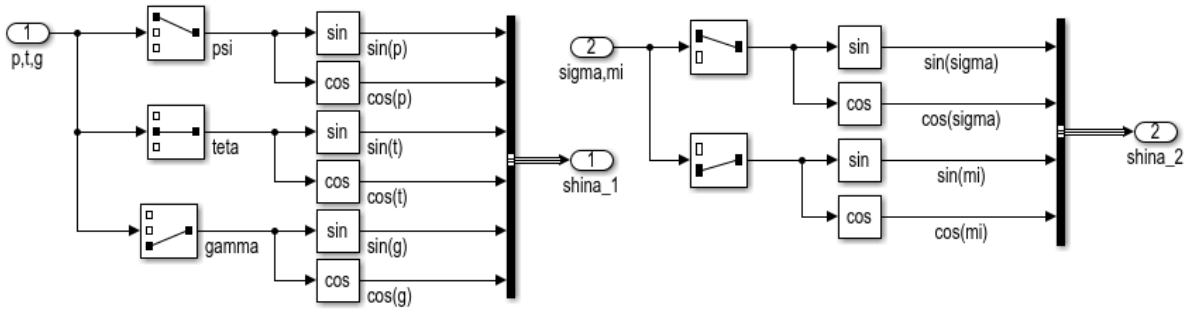


Рисунок Г.69 – Структурная схема

подсистемы «тригонометрические функции» (рисунок 5.80)

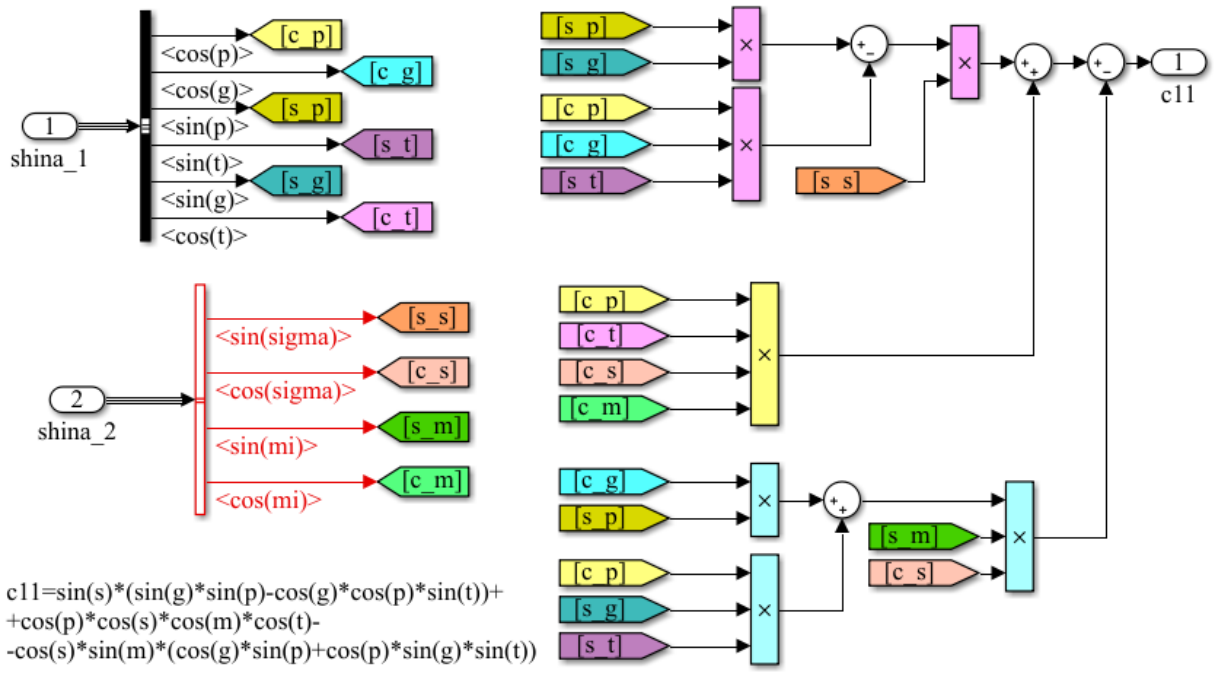


Рисунок Г.70 – Структурная схема подсистемы «элемент c11» (рисунок 5.80)

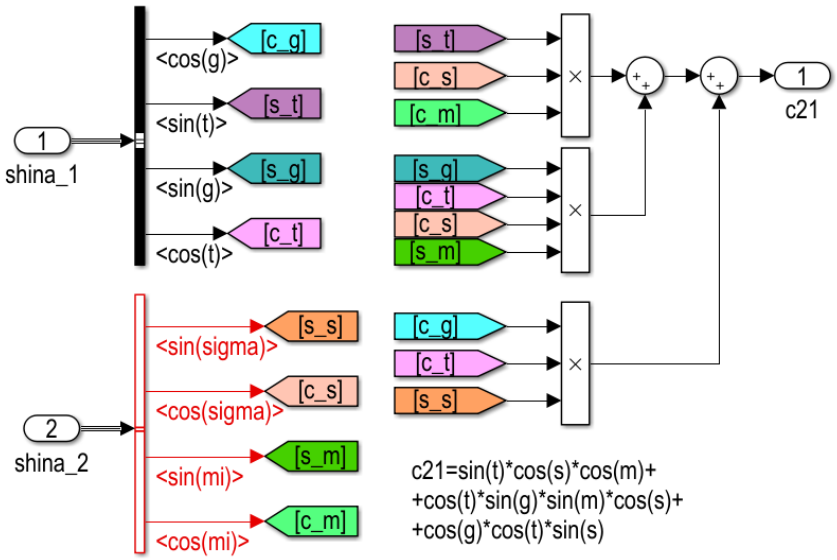


Рисунок Г.71 – Структурная схема подсистемы «элемент c21» (рисунок 5.80)

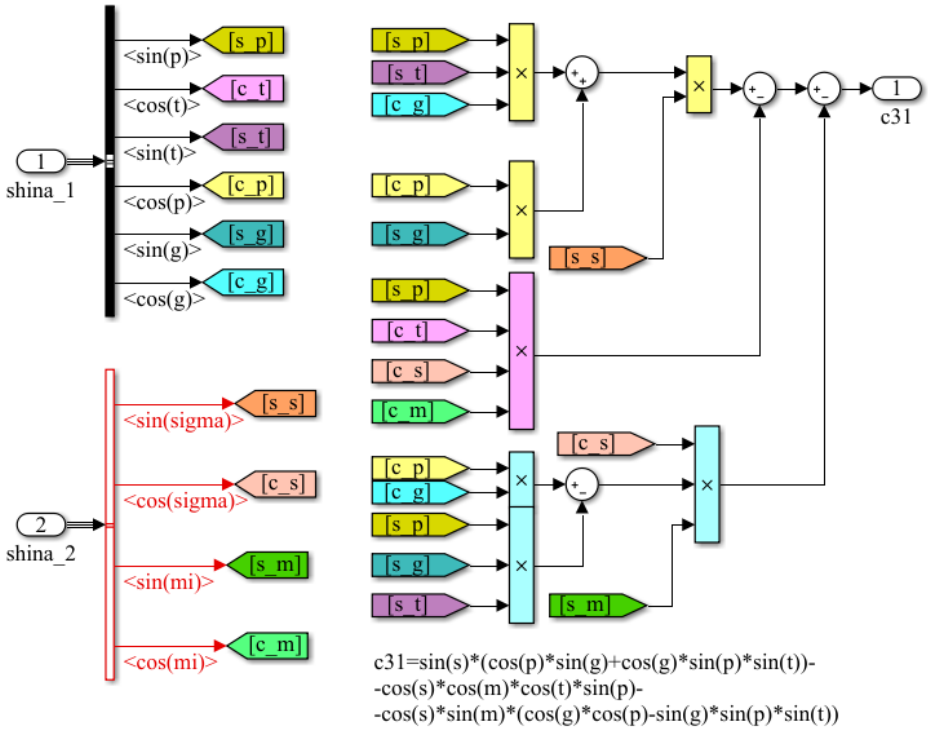


Рисунок Г.72 – Структурная схема подсистемы «элемент c31» (рисунок 5.80)

Вычисление высот $y_g^{O_{di}}$ выполняют подсистемы «Блок В.2.1.4.Высота полюса Od1», «Блок В.2.1.5.Высота полюса Od2», «Блок В.2.1.6.Высота полюса Od3», структура которых одинакова, поэтому на рисунке Г.73 приведена структурная схема лишь для подсистемы «Блок В.2.1.4.Высота полюса Od1».

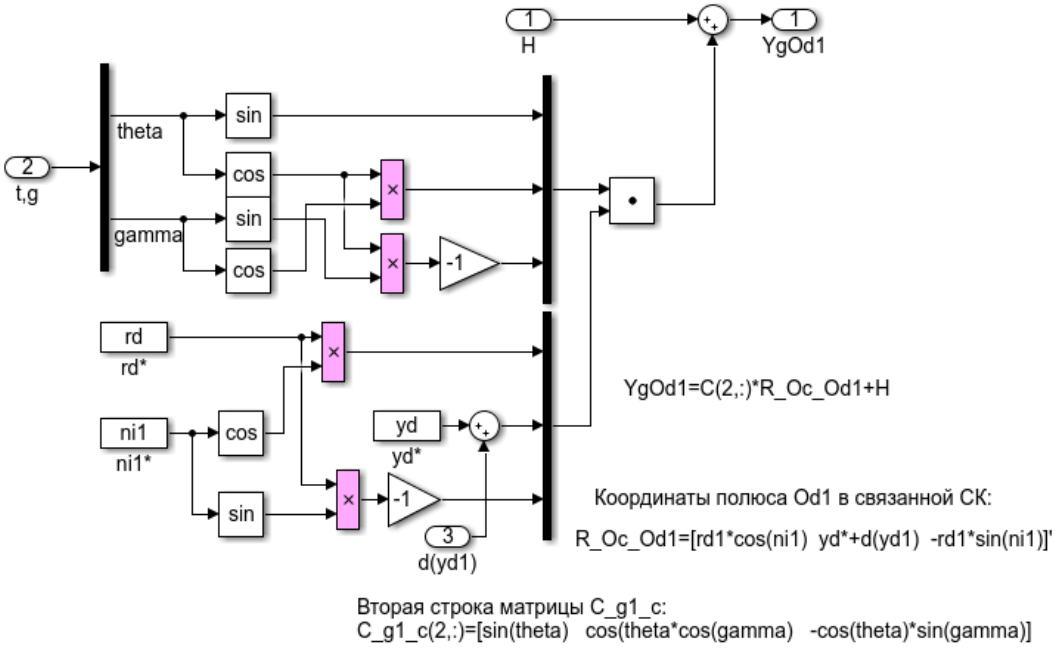


Рисунок Г.73 – Структурная схема
подсистемы «Блок В.2.1.4.Высота полюса Od1»

3.2.2 Подсистема «Блок В.2.2.Инструментальные погрешности»

Вычисление дальностей выполняется с учетом возможных инструментальных погрешностей основных конструктивных параметров установки ДМ на блоке ДПИ, задаваемых в подсистеме «Блок В.2.2.Инструментальные погрешности» (рисунок Г.74).

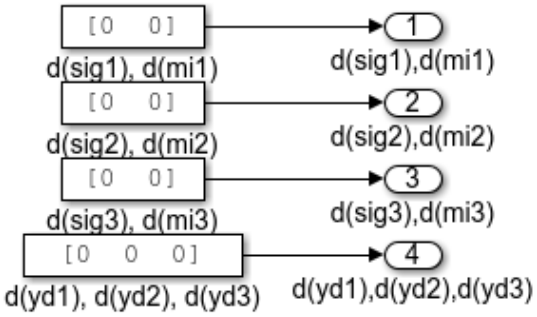


Рисунок Г.74 – Структурная схема подсистемы «Блок В.2.2.Инструментальные погрешности»

В схеме на рисунке Г.74 можно задать отклонения от номинальных значений следующих конструктивных параметров, существенно влияющих на точность определения опорных углов:

- угловых координат установки ДМ σ_i, μ_i, i=1, 2, 3 (d(sig1),d(sig2),d(sig3), d(mi1),d(mi2),d(mi3));

- ординат y_{d_i} центров O_{d_i}, $i = 1,2,3$ в системе координат $O_cX_cY_cZ_c$ (d(yd1),d(yd2),d(yd3)).

3.2.3 Подсистема «Блок В.2.3.Дальномеры и вычислитель опорных углов тангажа и крена»

Список входных параметров блока В.2.3.

1) L1,L2,L3 – кинематические значения расстояний, измеряемых ДМ, м.

Список выходных параметров блока В.2.3.

1) theta_DM – вычисленное значение опорного угла тангажа блока ДПИ, радиан;

2) gamma_DM – вычисленное значение опорного угла крена блока ДПИ, радиан.

На рисунке Г.75 приведена структурная схема подсистемы «Блок В.2.3.Дальномеры и вычислитель опорных углов тангажа и крена», содержащая три подсистемы: «Блок В.2.3.1.Дальномеры», «Блок В.2.3.2.Экстраполятор-3», «Блок В.2.3.3. Вычислитель опорных углов тангажа и крена».

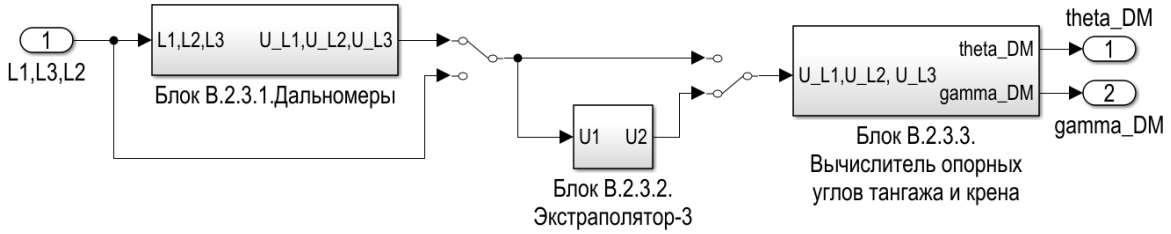


Рисунок Г.75 – Структурная схема подсистемы

«Блок В.2.3.Дальномеры и вычислитель опорных углов тангажа и крена»

Структурная схема подсистемы «Блок В.2.3.1.Дальномеры» приведена на рисунке Г.76.

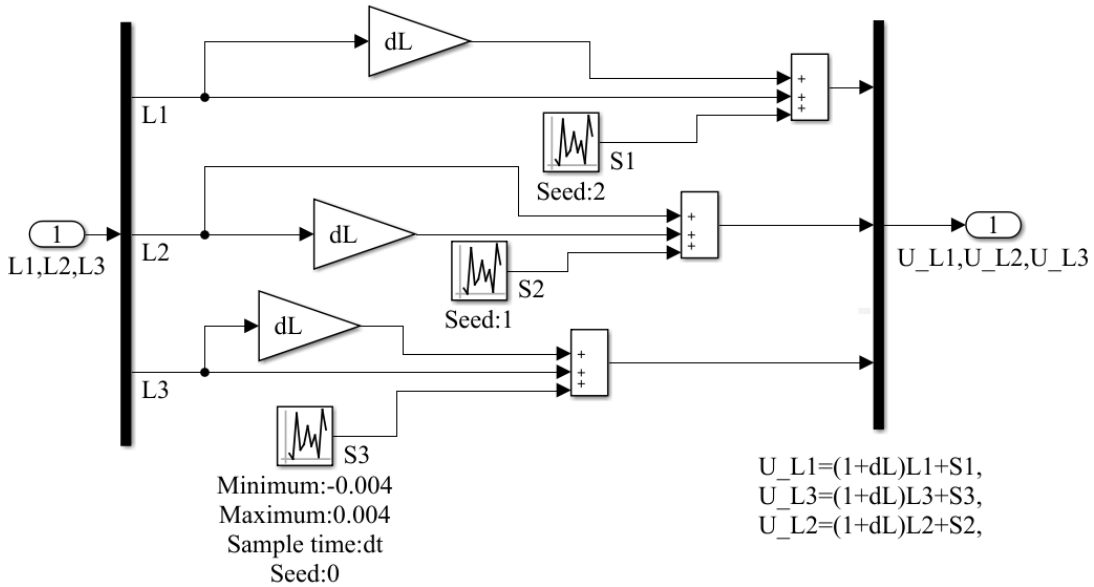


Рисунок Г.76 – Структурная схема подсистемы «Блок В.2.3.1.Дальномеры»

Подсистема «Блок В.2.3.2.Экстраполятор-3» имеет такую же структуру, что и подсистемы «Блок В.1.1.3. Экстраполятор1», «Блок В.1.1.4. Экстраполятор 2» (рисунок Г.43).

Вычисление опорных углов тангажа и крена выполняет подсистема «Блок В.2.3.3. Вычислитель опорных углов тангажа и крена» (рисунок Г.77).

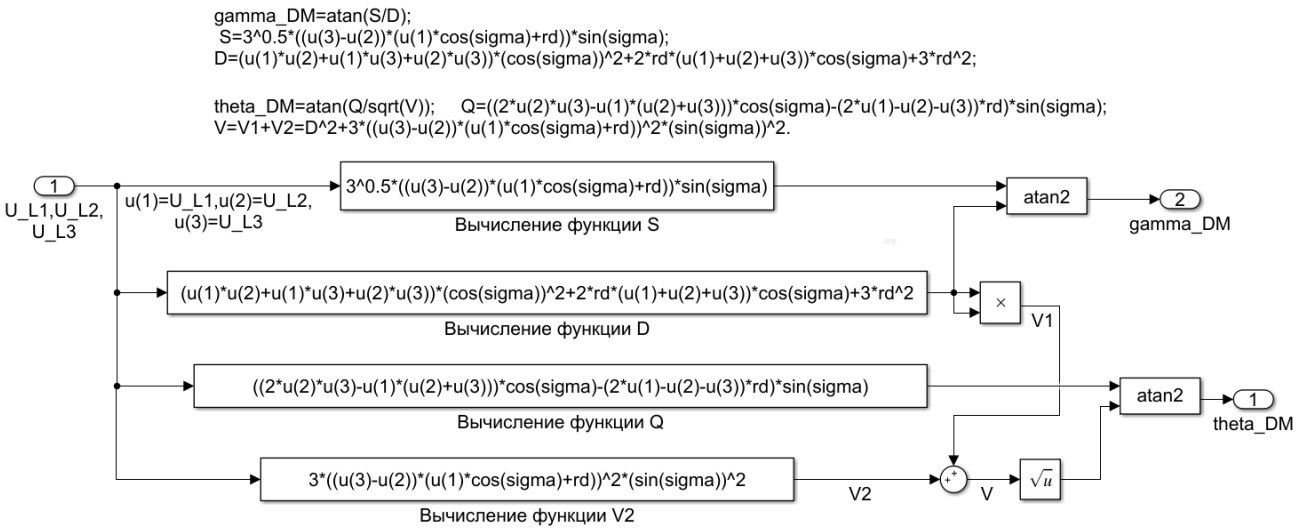


Рисунок Г.77 – Структурная схема

подсистемы «Блок В.2.3.3. Вычислитель опорных углов тангажа и крена»

3.3 Подсистема «Блок В.3. Схема комплексирования»

Список входных параметров блока В.3.

1) theta_INS – нормированный сигнал с выхода инерциальной СУО по углу тангажа блока ДПИ, радиан;

2) gamma_INS – нормированный сигнал с выхода инерциальной СУО по углу крена блока ДПИ, радиан;

3) theta_DM – нормированное значение опорного угла тангажа блока ДПИ, вычисленное дальномерной СУО, радиан;

4) gamma_DM – нормированное значение опорного угла крена блока ДПИ, вычисленное дальномерной СУО, радиан.

Список выходных параметров блока В.3.

1) theta_KS – нормированный сигнал на выходе комплексной системы по углу тангажа блока ДПИ, радиан;

2) gamma_KS – нормированный сигнал на выходе комплексной системы по углу крена блока ДПИ, радиан.

Структурная схема подсистемы «Блок В.3.Схема комплексирования» приведена на рисунке Г.78.

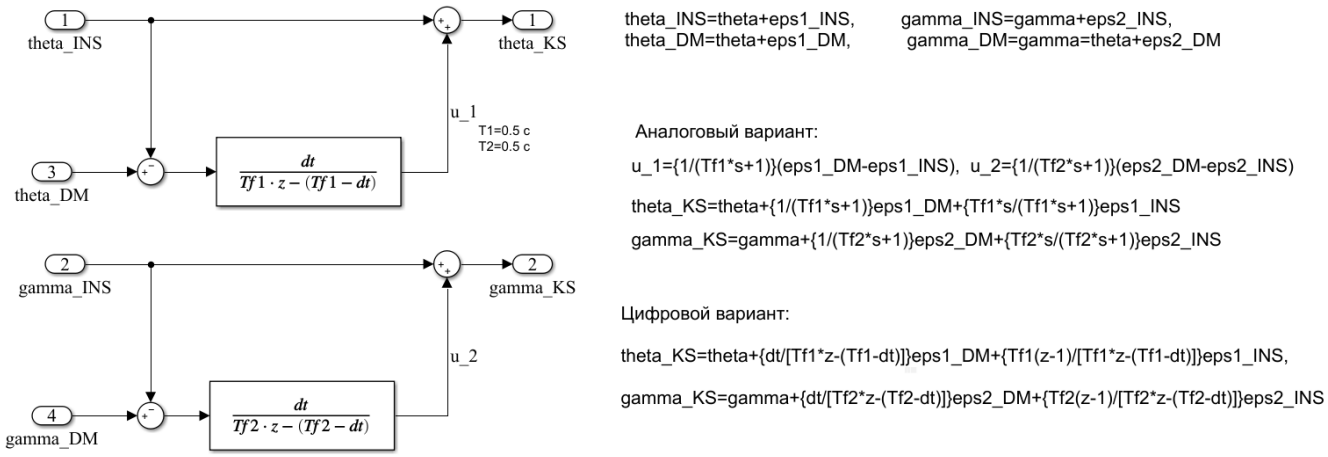


Рисунок Г.78 – Структурная схема

подсистемы «Блок В.3.Схема комплексирования»

Блок В.3 содержит два одинаковых по структуре фильтра, которые существенно подавляют шумовые помехи поступающих на входы фильтров сигналов с выходов инерциальной и дальномерной СУО.

В структурной схеме на рисунке Г.79 реализован цифровой вариант фильтра, при переходе к которому передаточная функция преобразуется к виду:

$W_1(z) = \dfrac{\Delta t}{T_{ф1} z - \left(T_{ф1} - \Delta t\right)}$, где Δt – период дискретности.

Приложение Д

ООО СКБ «Новые Технологии»

ИНН 1660288027 КПП 166001001
ОГРН 1171690009875
Тел/факс: [843] 228-53-07, 228-53-08

Адрес: 420073, Россия, РТ, Казань, ул. Гвардейская, 33, офис 305

АКТ

внедрения результатов диссертационной работы

Купоросовой Елены Серафимовны

на соискание ученой степени кандидата технических наук

Настоящим подтверждаю, что результаты диссертационной работы Купоросовой Е.С. «Автономная персональная информационно-измерительная система наземного позиционирования с коррекцией углов наклона по опорной поверхности» использованы ООО СКБ «Новые Технологии» при разработке на этапе НИР малогабаритной персональной навигационной системы с применением инерциального модуля ADIS16405.

В частности, были внедрены способ и устройство определения углов наклона блока инерциальных измерителей комплексной системы угловой ориентации относительно плоскости горизонта. Имитационная математическая модель навигационной системы прошла испытания и подтвердила свою работоспособность.

Предложенное в диссертационной работе комплексирование показаний разнородных датчиков обеспечивает достаточные тактико-технические характеристики, массогабаритные параметры и низкую стоимость системы, что является сложной научно-технической задачей, нерешенной на достаточном уровне в мировой практике. Среднеквадратическая погрешность определения местоположения в полностью автономном режиме не превышает 3 % от пройденной дистанции на протяжении времени не менее 15 минут, что значительно лучше в сравнении с погрешностью приобретенной пешеходной навигационной системой Osmium MIMU22BT производства фирмы «Inertial Elements», Индия.

Результаты диссертационной работы обеспечивают решение важных прикладных задач осуществления навигации на произвольных типах местности, а также внутри помещений и замкнутых пространств в условиях недоступности группировок глобальных навигационных спутниковых систем.

Директор Е.Ю. Максимов