

Содержание

1. Введение	4
2. Введение в космологию	7
2.1. Космологические модели Фридмана-Леметра-Робертсона-Уолкера .	7
2.2. Тёмная энергия	14
2.3. Космологические наблюдения	16
2.3.1. Сверхновые типа Ia	17
2.3.2. Барионные акустические осцилляции	19
2.3.3. Зависимость постоянной Хаббла от красного смещения . .	20
3. Космология на бране Рэндалл-Сандрум. Голографический принцип. Модель голографической тёмной энергии	23
3.1. Космология на бране Рэндалл-Сандрум	23
3.1.1. Теория Калуцы-Клейна	23
3.1.2. Введение в космологию на бране	26
3.1.3. Уравнения Эйнштейна на бране	27
3.2. Голографический принцип. Энтропия чёрных дыр	32
3.2.1. Термодинамика чёрной дыры	32
3.2.2. Энтропия Бекенштейна и обобщенный второй закон термодинамики для черных дыр	33
3.2.3. Излучение Хокинга	34
3.2.4. На пути к голографическому принципу. Степени свободы .	34
3.3. Модель голографической тёмной энергии	37
3.3.1. Применение голографического принципа к проблеме темной энергии	37
3.3.2. Уравнение состояние голографической тёмной энергии . .	40
3.3.3. Наблюдательные ограничения на модели HDE	40
3.3.4. Параметры “рывка” и “толчка” для модели голографической темной энергии	41
3.3.5. Сингулярность большого разрыва	43

4. Модель голографической энергии Цалиса. Исследование модели голографической тёмной энергии на бране	45
4.1. Модель голографической темной энергии Цалиса	45
4.2. Исследование модели голографической темной энергии Цалиса на бране Рэндалл-Сандрум	46
4.3. Исследование модели голографической темной энергии на бране Рэндалл-Сандрум	62
5. Заключение	69

1. Введение

Актуальность темы. Исследование термодинамики черных дыр [1, 2] позволило Герарду 'т Хоофту предложить знаменитый голографический принцип [3]. Голографический принцип утверждает, что вся информация, содержащаяся в некотором объеме пространства, может быть “закодирована” на границе этого пространства. Вскоре после этого Леонард Сасскинд дал точную интерпретацию этого принципа в рамках теории струн [4]. Более того, в 1997 году Хуан Малдасена [5] обосновал так наз. AdS/CFT соответствие, которое является наиболее успешной реализацией голографического принципа.

С другой стороны, с момента открытия ускоренного расширения Вселенной в 1998 году [6, 7], предложенная для объяснения этого явления темная энергия стала одной из центральных проблем теоретической физики и современной космологии. Текущие наблюдения говорят в пользу того, что темная энергия является ничем иным, как ненулевой энергией вакуума – космологической постоянной Эйнштейна Λ . Помимо этого Вселенная содержит большое количество холодной темной материи (CDM – cold dark matter), необходимой для объяснения возникновения крупномасштабных структур – скоплений и сверхскоплений галактик. Данная космологическая модель (называемая часто Λ CDM-моделью) страдает от двух теоретических проблем: так называемой проблемы совпадения и тонкой настройки. Для их решения за последние 20 лет были предложены многочисленные модели темной энергии. Считается, что проблема темной энергии может быть разрешена в рамках квантовой гравитации. Возможно, голографический принцип может играть важную роль в разрешении загадки темной энергии.

В 2004 г. М. Ли (Miao Li) предложил новую модель темной энергии, названную моделью голографической темной энергии [4]. В этой модели плотность темной энергии ρ_{de} зависит только от приведенной массы Планка $M_p \equiv \sqrt{1/8\pi G}$, где G - постоянная Ньютона и некоторого масштаба космологической длины L , который может быть выбран различным образом (горизонт событий, горизонт частиц, величина обратная постоянной Хаббла).

Модель голографической темной энергии является первой теоретической

моделью темной энергии, построенной на голографическом принципе и хорошо согласующейся с данными современных наблюдений.

В начале двадцатого века Калуца и Клейн попытались объединить электромагнетизм и гравитацию, предложив теорию пятимерного пространства-времени, с дополнительным пространственным измерением, компактифицированным по кругу. В 1999 году Лиза Рэндалл вместе с Раманом Сандрумом предложили альтернативу теории Калуцы-Клейна [9, 10], она заключается в том, что наш четырехмерный мир - не что иное, как бесконечно тонкая 3-брана, заключенная в $(4+n)$ -мерном пространстве-времени. Модели на бране Рэндалл-Сандрум широко изучаются в настоящее время, они позволяют разрешить ряд проблем, например, проблему иерархии.

В квалификационной работе мы объединим две модели, рассмотрев модель голографической темной энергии на бране Рэндалл-Сандрум. Для оценки параметров модели мы будем использовать данные наблюдений: диаграмму красное смещение – видимая звездная величина для сверхновых типа Ia [11], данные по барионным акустическим осцилляциям [12], зависимости параметра Хаббла от красного смещения [13].

Цели и задачи.

- 1) Изучить две модели голографической темной энергии на бране: модель голографической темной энергии Цалиса на бране Рэндалл-Сандрум и частный случай модели голографической темной энергии на бране Рэндалл-Сандрум с дополнительным отрицательным вкладом слагаемого, пропорционального квадрату хаббловского параметра.
- 2) Определить допустимые значения параметров в данных моделях.
- 3) Проанализировать наличие сингулярностей в будущем нашей Вселенной в рамках этих моделей.

Положения, выносимые на защиту:

- 1) Представлены новые классы космологических моделей, удовлетворительно описывающих данные наблюдений.
- 2) Получено ограничение на верхнее значение натяжения браны для рассмотренных моделей.
- 3) Найдены ограничения на параметры исследованных моделей.
- 4) Проанализировано возникновение сингулярностей в рассмотренных моделях, выявлено влияние параметров моделей на время сингулярности.

2. Введение в космологию

В этом разделе будут даны в сжатой форме основные сведения о космологических моделях Фридмана-Леметра-Робертсона-Уолкера. Всюду мы пользуемся натуральной системой единиц $c = \hbar = 1$, если не оговорено иное.

2.1. Космологические модели

Фридмана-Леметра-Робертсона-Уолкера

В основу современных космологических моделей положено представление о том, что Вселенная однородна и изотропна в больших масштабах. Таковую Вселенную можно описать метрикой Фридмана-Леметра-Робертсона-Уолкера:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\Omega_2^2 \right] \quad (1)$$

здесь t - космическое время, $a(t)$ - масштабный фактор, r - радиальная координата, Ω_2 - объем 2-сферы, а k - характеризует кривизну трехмерного пространства, значения $k = -1, 0, 1$ соответствуют открытой, плоской и замкнутой вселенной.

Далее можно получить уравнения, описывающие динамику масштабного фактора, используя уравнения общей теории относительности (ОТО) Эйнштейна. Перед тем, как представить уравнения Эйнштейна, рассмотрим кратко основы дифференциальной геометрии:

- 1) *Ковариантная производная* - обобщение понятие производной для тензорных полей на многообразиях. Для примера запишем формулы ковариантной производной для векторного поля $A^\mu(x)$ (2), ковариантного векторного поля $B_\mu(x)$ (3), и тензора третьего ранга с одним верхним и двумя нижними индексами $B_{\lambda\tau}^\nu$ (4):

$$\nabla_\nu A^\mu(x) = \partial_\nu A^\mu(x) + \Gamma_{\lambda\nu}^\mu A^\lambda(x) \quad (2)$$

$$\nabla_\nu B_\mu(x) = \partial_\nu B_\mu(x) - \Gamma_{\mu\nu}^\lambda B_\lambda(x) \quad (3)$$

$$\nabla_\nu B_{\lambda\tau}^\nu = \partial_\mu B_{\lambda\tau}^\nu + \Gamma_{\rho\mu}^\nu B_{\lambda\tau}^\rho - \Gamma_{\lambda\mu}^\rho B_{\rho\tau}^\nu - \Gamma_{\tau\mu}^\rho B_{\lambda\rho}^\nu \quad (4)$$

2) *Символы Кристоффеля.* Они являются координатными выражениями аффинной связности и определяются соотношением:

$$\Gamma_{\nu\lambda}^\mu = \frac{1}{2} g^{\mu\rho} (\partial_\nu g_{\rho\lambda} + \partial_\lambda g_{\rho\nu} - \partial_\rho g_{\nu\lambda}) \quad (5)$$

3) *Тензор Римана (тензор кривизны).* Представляет собой способ выражения кривизны произвольных многообразий аффинной связности и даётся выражением:

$$R^\mu{}_{\nu\lambda\rho} = \partial_\lambda \Gamma_{\nu\rho}^\mu - \partial_\rho \Gamma_{\nu\lambda}^\mu + \Gamma_{\sigma\lambda}^\mu \Gamma_{\nu\rho}^\sigma - \Gamma_{\sigma\rho}^\mu \Gamma_{\nu\lambda}^\sigma \quad (6)$$

4) *Тензор Риччи.* Сворачивая индексы тензора Римана друг с другом, можно построить новый тензор с меньшим числом индексов, характеризующий кривизну пространства:

$$R_{\mu\nu} \equiv R^\lambda{}_{\mu\lambda\nu} \quad (7)$$

перепишем в явном виде:

$$R_{\mu\nu} = \partial_\lambda \Gamma_{\mu\nu}^\lambda - \partial_\mu \Gamma_{\lambda\nu}^\lambda + \Gamma_{\rho\lambda}^\lambda \Gamma_{\mu\nu}^\rho - \Gamma_{\rho\mu}^\lambda \Gamma_{\nu\lambda}^\rho \quad (8)$$

5) *Скаляр кривизны.* Проведя свёртку тензора Риччи по его двум индексам, получаем:

$$R \equiv g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} \quad (9)$$

Основным принципом ОТО является то, что все локальные системы координат равноправны между собой, т.е. вид уравнений на гравитационное поле $g_{\mu\nu}$, записанных через ковариантные величины, не зависит от выбора координат. Для выполнения этого условия необходимо, чтобы действие для гравитационного действия S_{gr} было скаляром, то есть записывалось в виде интеграла по

инвариантному 4-объёму от скалярной плотности Лагранжа \mathcal{L}_{gr} :

$$S_{gr} = \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L}_{gr} \quad (10)$$

В простейшем случае возьмём в качестве лагранжиана постоянную величину $(-\Lambda)$, тогда получим:

$$S_{\Lambda} = -\Lambda \int d^4x \sqrt{-g} \quad (11)$$

Так как действие безразмерно, из этого следует, что величина Λ имеет размерность (масса)⁴. Однако действие (11) не может быть полным действием для гравитационного поля, так как S_{Λ} не содержит производных метрики $g_{\mu\nu}$, а следовательно при вариации не позволяло бы интерпретировать $g_{\mu\nu}$ как настоящее динамическое поле. Для того чтобы можно было рассматривать S_{gr} как действие для динамического поля, запишем действие Эйнштейна-Гильберта:

$$S_{EH} = -\frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} R \quad (12)$$

Здесь R – скаляр кривизны, константа G , имеющая размерность (масса)⁻², равна ньютоновской гравитационной постоянной.

Тензор Римана, а следовательно, и скаляр кривизны содержат первые производные от символов Кристоффеля. Последние содержат первые производные от метрического тензора $g_{\mu\nu}$. То есть действие Эйнштейна-Гильберта зависит от вторых производным метрического тензора. Проинтегрировав действие по частям и отбросив поверхностные члены, можно прийти к лагранжиану, зависящему только от первых производных полей, что нам и требуется.

Полное действие для гравитационного поля имеет вид суммы членов (11) и (12):

$$S_{gr} = S_{\Lambda} + S_{EH} \quad (13)$$

Для того, чтобы получить уравнение гравитационного поля, необходимо вычислить вариацию действия δS_{gr} при малом изменении метрики:

$$g_{\mu\nu} \rightarrow g_{\mu\nu} + \delta g_{\mu\nu} \quad (14)$$

Чтобы поварьировать S_Λ , воспользуемся следующей формулой:

$$\det(M + \delta M) = \det(M)(1 + \text{Tr}(M^{-1}\delta M) + o(\delta M)) \quad (15)$$

где M – произвольная невырожденная матрица. Применяя это соотношение для определителя метрического тензора получаем:

$$\delta g = g g^{\mu\nu} \delta g_{\mu\nu} \quad (16)$$

Приходим к выражению для вариации S_Λ :

$$\delta S_\Lambda = -\Lambda \int d^4x \delta\sqrt{-g} = -\frac{\Lambda}{2} \int d^4x \sqrt{-g} g^{\mu\nu} \delta g_{\mu\nu} \quad (17)$$

Вариация S_{EH} может быть записана в виде следующих трёх членов:

$$\delta S_{EH} = \delta S_1 + \delta S_2 + \delta S_3 \quad (18)$$

где:

$$\delta S_1 = -\frac{1}{16\pi G} \int d^4x R \delta\sqrt{-g} = -\frac{1}{32\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} R g^{\mu\nu} \delta g_{\mu\nu} \quad (19)$$

$$\delta S_2 = -\frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} \delta g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} \quad (20)$$

$$\delta S_3 = -\frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} g^{\mu\nu} \delta R_{\mu\nu} \quad (21)$$

Чтобы вычислить δS_2 , проварьлируем уравнение:

$$g^{\mu\nu} g_{\nu\lambda} = \delta_\nu^\mu \quad (22)$$

$$\delta(g^{\mu\nu} g_{\nu\lambda}) = 0 \quad g^{\mu\rho} \delta g_{\rho\lambda} + g_{\rho\lambda} \delta g^{\mu\rho} = 0 \quad g_{\rho\lambda} \delta g^{\mu\rho} = -g^{\mu\rho} \delta g_{\rho\lambda} \quad (23)$$

Свернём обе части этого равенства с матрицей $g^{\lambda\nu}$:

$$g^{\lambda\nu} g_{\rho\lambda} \delta g^{\mu\rho} = -g^{\mu\rho} \delta g_{\rho\lambda} g^{\lambda\nu} \quad \delta_\rho^\nu \delta g^{\mu\rho} = -g^{\mu\rho} \delta g_{\rho\lambda} g^{\lambda\nu} \quad \delta g^{\mu\rho} = -g^{\mu\nu} \delta g_{\rho\lambda} g^{\lambda\nu} \quad (24)$$

Следовательно:

$$\begin{aligned}\delta S_2 &= -\frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} \delta g_{\mu\nu} R_{\mu\nu} = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} R_{\mu\nu} g^{\mu\rho} \delta g_{\rho\lambda} g^{\lambda\nu} = \\ &= \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} R^{\mu\nu} \delta g_{\mu\nu}\end{aligned}\quad (25)$$

Для вычисления δS_3 , заметим, что $\Gamma_{\mu\nu}^\lambda A_\lambda dx$ есть изменение вектора при параллельном переносе из некоторой точки P в бесконечно близкую к ней P' . Поэтому $\delta\Gamma_{\mu\nu}^\lambda A_\lambda dx^\nu$ есть разность двух векторов, получающихся соответственно при двух параллельных переносах (с неварьированными и варьированными $\Gamma_{\mu\nu}^\lambda$) из точки P в одну и ту же точку P' . Разность же двух векторов в одной и той же точке является вектором, а поэтому $\delta\Gamma_{\mu\nu}^\lambda$ есть тензор. Найдём вариацию тензора Римана:

$$R^\mu{}_{\nu\lambda\rho} = \partial_\lambda \Gamma_{\nu\rho}^\mu - \partial_\rho \Gamma_{\nu\lambda}^\mu + \delta\Gamma_{\sigma\lambda}^\mu \Gamma_{\nu\rho}^\sigma + \Gamma_{\sigma\lambda}^\mu \delta\Gamma_{\nu\rho}^\sigma - \delta\Gamma_{\sigma\rho}^\mu \Gamma_{\nu\lambda}^\sigma - \Gamma_{\sigma\rho}^\mu \delta\Gamma_{\nu\lambda}^\sigma \quad (26)$$

С другой стороны:

$$\nabla_\lambda(\delta\Gamma_{\nu\rho}^\mu) - \nabla_\rho(\delta\Gamma_{\nu\lambda}^\mu) = \partial_\lambda \Gamma_{\nu\rho}^\mu - \partial_\rho \Gamma_{\nu\lambda}^\mu + \delta\Gamma_{\sigma\lambda}^\mu \Gamma_{\nu\rho}^\sigma + \Gamma_{\sigma\lambda}^\mu \delta\Gamma_{\nu\rho}^\sigma - \delta\Gamma_{\sigma\rho}^\mu \Gamma_{\nu\lambda}^\sigma - \Gamma_{\sigma\rho}^\mu \delta\Gamma_{\nu\lambda}^\sigma \quad (27)$$

т.е.

$$R^\mu{}_{\nu\lambda\rho} = \nabla_\lambda(\delta\Gamma_{\nu\rho}^\mu) - \nabla_\rho(\delta\Gamma_{\nu\lambda}^\mu) \quad (28)$$

Для вариации тензора Риччи получаем:

$$\delta R_{\mu\nu} = \nabla_\lambda(\delta\Gamma_{\mu\nu}^\lambda) - \nabla_\nu(\delta\Gamma_{\mu\lambda}^\lambda) \quad (29)$$

Подставляем в δS_3 :

$$\begin{aligned}\delta S_3 &= -\frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} g^{\mu\nu} [\nabla_\lambda(\delta\Gamma_{\mu\nu}^\lambda) - \nabla_\nu(\delta\Gamma_{\mu\lambda}^\lambda)] = \\ &= -\frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} \nabla_\lambda(g^{\mu\nu} \delta\Gamma_{\mu\nu}^\lambda - g^{\mu\nu} \delta\Gamma_{\mu\sigma}^\sigma)\end{aligned}\quad (30)$$

где во втором равенстве вынесли тензор $g^{\mu\nu}$ под знак ковариантной производной ($\nabla_\mu(g_{\nu\lambda}) = 0$) и переименовали индексы суммирования во втором члене. Так как

$\delta\Gamma_{\mu\nu}^\lambda$ тензор, перепишем выражение:

$$\nabla_\lambda(g^{\mu\nu}\delta\Gamma_{\mu\nu}^\lambda - g^{\mu\nu}\delta\Gamma_{\mu\sigma}^\sigma) = \nabla_\lambda w^\lambda \quad (31)$$

где w^λ - вектор, поэтому мы можем воспользоваться свойством:

$$\nabla_\mu A^\mu = \frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_\mu(\sqrt{-g}A^\mu) \quad (32)$$

Получаем:

$$g^{\mu\nu}\delta R_{\mu\nu} = \frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_\lambda(\sqrt{-g}w^\lambda) \quad (33)$$

Перепишем δS_3 :

$$\delta S_3 = -\frac{1}{16\pi G} \int d^4x \partial_\lambda(\sqrt{-g}w^\lambda) \quad (34)$$

Интеграл в δS_3 , по теореме Гаусса, может быть преобразован в интеграл от w^λ по гиперповерхности, охватывающей весь 4-объём. Поскольку на пределах интегрирования вариация поля равна нулю, то этот член исчезает. Следовательно, δS_3 не даёт вклад в уравнение гравитационного поля. Для вариации действия Эйнштейна-Гильберта получаем:

$$\delta S_{EH} = \delta S_1 + \delta S_2 = -\frac{1}{32\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} R g^{\mu\nu} \delta g_{\mu\nu} + \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} R^{\mu\nu} \delta g_{\mu\nu} = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} (R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R) \delta g_{\mu\nu} \quad (35)$$

и для δS_{gr} :

$$\delta S_{gr} = \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} (R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R) \delta g_{\mu\nu} - \frac{\Lambda}{2} \int d^4x \sqrt{-g} g^{\mu\nu} \delta g_{\mu\nu} \quad (36)$$

$$\frac{1}{16\pi G} (R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R) = \frac{\Lambda}{2} g^{\mu\nu} \quad (37)$$

Окончательно получаем уравнения Эйнштейна:

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R = 8\pi G \Lambda g^{\mu\nu} \quad (38)$$

Их можно записать в виде:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G\Lambda g_{\mu\nu} \quad (39)$$

где $G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$ - тензор Эйнштейна.

Уравнения (38) описывают динамику гравитационного поля без полей материи. Интерес представляет изучение гравитации в присутствии полей материи, служащих источниками гравитационного поля. Для того, чтобы описать такую более общую ситуацию, необходимо добавить к действию S_{gr} новое слагаемое:

$$S_m = \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L}_m \quad (40)$$

описывающее материю и её взаимодействие с гравитационным полем. Здесь лагранжиан \mathcal{L}_m является функцией гравитационных полей $g_{\mu\nu}$ и полей материи, которые мы не конкретизируем и условно обозначим символом ψ :

$$\mathcal{L}_m = \mathcal{L}_m(\psi, g_{\mu\nu}) \quad (41)$$

При добавлении действия S_m в действие теории уравнения Эйнштейна модифицируются следующим образом:

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}R = 8\pi G(\Lambda g^{\mu\nu} + T_{\mu\nu}) \quad (42)$$

Здесь симметричный тензор $T_{\mu\nu}$ определяется следующим равенством:

$$\delta S_m = \frac{1}{2} \int d^4x \sqrt{-g} T_{\mu\nu} \delta g^{\mu\nu} \quad (43)$$

и называется метрическим тензором энергии-импульса. Для идеальной жидкости $T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_\mu u_\nu + g_{\mu\nu}p$, где ρ и p - полная плотность энергии и общее давление всех компонентов во Вселенной соответственно. В плоском пространстве-времени тензор энергии-импульса сохраняется:

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0 \quad (44)$$

что приводит к законам сохранения энергии и импульса. Обобщением закона сохранения на случай искривлённого пространства является ковариантный закон сохранения:

$$\nabla_{\mu} T^{\mu\nu} = 0 \quad (45)$$

Примем лямбда-член $\Lambda g^{\mu\nu}$ равным нулю:

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi GT_{\mu\nu} \quad (46)$$

Для метрики Фридмана-Леметра-Робертсона-Уолкера можно получить два уравнения:

$$3M_p^2 H^2 = \rho - \frac{3M_p^2 k}{a^2} \quad (47)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{\rho + 3p}{6M_p^2} \quad (48)$$

Точка обозначает производную по космическому времени t . Параметр Хаббла $H \equiv \dot{a}/a$ имеет смысл скорости расширения Вселенной, а $M_p = \sqrt{\frac{1}{8\pi G}}$. Из закона сохранения энергии-импульса следует еще одно уравнение:

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) = 0 \quad (49)$$

Из второго уравнения Фридмана видно, что давление p влияет на ускорение космического расширения: если $p > -\rho/3$, темп расширения Вселенной будет замедляться; если $p < -\rho/3$ - увеличиваться. Если материальный состав Вселенной известен, то можно полностью реконструировать космологическую динамику Вселенной в прошлом и предсказать ее будущее.

2.2. Тёмная энергия

Как известно, Эйнштейн добавил в свои уравнения космологическую постоянную Λ , желая получить статическую космологическую модель. Когда было открыто расширение Вселенной, он заявил, что введение в уравнение космо-

гической постоянной было самой большой ошибкой в его жизни. Однако, в 1967 г. Я.Б. Зельдович вновь включил в уравнения Фридмана космологическую константу, исходя из соображений квантовой теории поля. В 1998 г. Адам Рисс, Сол Перлмуттер и другие обнаружили, что Вселенная расширяется с ускорением. Это великое открытие способствует возвращению концепции темной энергии – субстанции с отрицательным давлением, которая приводит к ускоренному расширению.

Считается, что наша Вселенная в основном содержит четыре компонента: барионное вещество, темную материю, излучение и темную энергию. Первое уравнение Фридмана можно переписать как:

$$H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_{r0}(1+z)^4 + \Omega_{b0}(1+z)^3 + \Omega_{dm0}(1+z)^3 + \Omega_{k0}(1+z)^2 + \Omega_{de0}X(z)} \quad (50)$$

Здесь $H_0 = 100h(km \cdot s^{-1} \cdot Mpc^{-1})$ представляет собой текущее значение параметра Хаббла, H - постоянная Хаббла как функция красного смещения, $z = a^{-1} - 1$ - красное смещение, $\Omega_{i0} \equiv \rho_{i0}/\rho_{c0} = \rho_{i0}/3H_0^2 M_p^2$ обозначают текущие доли плотностей соответствующих компонент в общей плотности энергии во Вселенной (нижние индексы “r”, “b”, “dm”, “k” и “de” означают излучение, барионную материю, темную материю, пространственную кривизну и темную энергию соответственно). Ясно, что $\sum_i \Omega_{i0} = 1$. Кроме того, полная плотность пылевидного вещества $\Omega_m = \Omega_b + \Omega_{dm}$, эффективная плотность энергии пространственной кривизны $\rho_k \equiv -3M_p^2 k/a^2$ и функция плотности DE:

$$X \equiv \frac{\rho_{de}(z)}{\rho_{de0}} = \exp \left[3 \int_0^z dz' \frac{1+w(z')}{1+z'} \right] \quad (51)$$

где $w \equiv p_{de}/\rho_{de}$ - параметр состояния темной энергии. Простейшей моделью темной энергией является космологическая постоянная, для которой $w = -1$. Эта модель обеспечивает наилучшее согласие с данными наблюдений и рассматривается как стандартная космологическая модель в настоящее время. Однако в стандартной модели остаются неразрешенными следующие вопросы: (а) почему космологическая постоянная очень мала по сравнению с величиной, предсказываемой из квантополевых соображений? (проблема тонкой настройки) и

2) почему в настоящее время $\rho_\Lambda \sim \rho_m$? (проблема совпадения). К сожалению, хотя сотни за последние 20 лет были предложены сотни моделей темной энергии, ее природа все еще остается неясной.

2.3. Космологические наблюдения

Правдоподобность космологических моделей можно оценить, используя общепринятые статистические методы, в частности, по критерию хи-квадрат. Для физической величины ξ с экспериментально измеренным значением ξ_{obs} , стандартным отклонением σ_ξ и теоретически предсказанным значением ξ_{th} функция χ^2 задается формулой:

$$\chi_\xi^2(\mathbf{p}) = \frac{(\xi_{\text{obs}} - \xi_{\text{th}}(\mathbf{p}))^2}{\sigma_\xi^2} \quad (52)$$

где \mathbf{p} обозначает параметры модели. Если существует множество различных космологических наблюдений, которые дают много разных $\chi_{\xi_i}^2$, то сумма χ^2 может быть выражена как сумма всех $\chi_{\xi_i}^2$, т.е.:

$$\chi^2(\mathbf{p}) = \sum_i \chi_{\xi_i}^2(\mathbf{p}) \quad (53)$$

Заметим, что уравнение (53) справедливо только для случая, когда измерения ξ_i являются независимыми событиями. Если измерения ξ_i связаны друг с другом, функция χ^2 выражается по формуле:

$$\chi^2(\mathbf{p}) = \sum_{i,j} \Delta_i (Cov^{-1})_{i,j} \Delta_j \quad (54)$$

здесь $\Delta_i \equiv \xi_{i,\text{obs}} - \xi_{i,\text{th}}(\mathbf{p})$ - вектор, состоящий из разницы между наблюдательными значениями и теоретическими значениями всех ξ_i , а Cov - ковариационная матрица, характеризующая информацию об ошибках данных.

Для однопараметрических и двухпараметрических моделей 68.3% доверительный интервал (1σ интервал) соответствует значениям хи-квадрат, для кото-

рых $\Delta\chi^2 = \chi^2 - \chi_{min}^2 < 1.0$ и 2.3 соответственно. 95.4% доверительный интервал (2σ интервал) определяется как $\Delta\chi^2 = \chi^2 - \chi_{min}^2 < 4.0$ или 6.17 для одно- и двух-параметрической модели соответственно.

В квалификационной работе использованы следующие данные наблюдений для определения допустимых параметров моделей: зависимость красное смещение – видимая звездная величина для сверхновых типа Ia, данные по барионным акустическим осцилляциям (зависимость масштаба осцилляций от красного смещения) и зависимость параметра Хаббла от красного смещения.

2.3.1. Сверхновые типа Ia

Сверхновые типа Ia (SNIa) - подкатегория катаклизмических переменных звезд, которые являются результатом термоядерных взрывов белых карликов. Белый карлик представляет собой ядро звезды, которая завершила свой нормальный жизненный цикл и в которой прекратились термоядерные реакции. При определённых условиях в белых карликах могут происходить дальнейшие реакции углеродно-кислородного синтеза, которые высвобождают огромное количество энергии. Белые карлики с низкой частотой вращения ограничены по своей массе пределом Чандрасекара - верхний предел массы, при котором звезда может существовать как белый карлик. После достижения этого предела белый карлик начинает сжиматься и его ядро достигнет температуры ядерного горения углерода. Существует два типа механизмов, дающих SNIa: первый - так называемый “single degenerate”, в котором белый карлик, аккрецирующий от двоичного компаньона, достигая предела Чандрасекара, второй - так называемый “double degenerate”, в котором гравитационное излучение заставляет вращающуюся пару белых карликов сливаться и превышать предел Чандрасекара. После начала ядерного синтеза со значительной частью вещества белого карлика происходит быстрая термоядерная реакция с выделением достаточного количества энергии, вызывающая взрыв сверхновой звезды.

Эта категория сверхновых обладает одинаковой максимальной светимостью из-за однородной массы белых карликов, которые взрываются посредством

механизма аккреции. SNIa может использоваться в качестве стандартных свечей для измерения фотометрического расстояния $d_L(z)$ и, таким образом, является самым простым инструментом для изучения истории расширения Вселенной.

В 1998 году, используя данные телескопа “Хаббл” по 16 удаленным и 34 соседним сверхновым, Рисс впервые установил, что Вселенная расширяется с ускорением. Вскоре после этого, основываясь на анализе 18 близлежащих сверхновых звезд и 42 сверхновых с высоким красным смещением, Перлмуттер подтвердил это открытие.

Теоретическое значение видимой звездной величины сверхновой с красным смещением z можно вычислить по формуле:

$$\mu_{th} = 5 \log_{10} \left[\frac{d_L(z_{hel}, z_{cmb})}{Mpc} \right] + 25 \quad (55)$$

где z_{cmb} и z_{hel} - значения красных смещений сверхновых относительно реликтового фона и Солнца. Фотометрическое расстояние d_L дается выражением:

$$d_L(z_{hel}, z_{cmb}) = (1 + z_{hel})r(z_{cmb}) \quad (56)$$

где:

$$r(z) = H_0^{-1} |\Omega_k|^{-1/2} \text{sinn} \left[|\Omega_k|^{1/2} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')} \right] \quad (57)$$

здесь $E(z) \equiv H(z)/H_0$ - приведенный параметр Хаббла, $\text{sinn}(x) = \sin(x)$, x , $\sinh(x)$ для $\Omega_k < 0$, $\Omega_k = 0$, и $\Omega_k > 0$ соответственно.

Значение χ^2 вычисляется по формуле:

$$\chi_{SN}^2 = \sum_i \frac{(\mu_{obs}(z_i) - \mu_{th}(z_i))^2}{\sigma_i^2} \quad (58)$$

Данные по сверхновым типа Ia можно найти в [11], мы будем пользоваться 530 значениями, исключив 50, для которых $|\mu_{obs} - \mu_{\Lambda CDM}| / \sigma_{obs} > 1.9$.

2.3.2. Барионные акустические осцилляции

Барионные акустические колебания (Baryon Acoustic Oscillations, BAO) представляют собой периодические в пространстве флуктуации плотности видимого барионного вещества, вызванные акустическими волнами плотности в первичной плазме ранней Вселенной. Подобно тому, как сверхновые являются стандартными свечами, BAO являются своего рода «стандартной линейкой», которая определяется максимальным расстоянием, пройденным акустическими волнами в первичной плазме до момента, когда произошла рекомбинация. Современная шкала BAO в основном измеряется при низких красных смещениях благодаря крупномасштабным исследованиям галактик.

Самым известным астрономическим проектом для исследования BAO является проект Sloan Digital Sky Survey (SDSS). В качестве одного из самых успешных исследований в истории астрономии SDSS был запущен в 2000 году. Благодаря наблюдениям в рамках SDSS созданы наиболее подробные трехмерные карты вселенной со спектрами более трех миллионов астрономических объектов.

В нашем анализе используются данные по измерениям так наз. акустического параметра $A(z)$. Теоретическое значение $A_{th}(z)$ задается формулой:

$$A_{th}(z) = \frac{D_v(z)H_0\sqrt{\Omega_{mo}}}{z} \quad (59)$$

где $D_v(z)$ - параметр расстояния, определяемый соотношением:

$$D_v(z) = \left\{ (1+z)^2 d_A^2(z) \frac{cz}{H(z)} \right\}^{1/3} \quad (60)$$

здесь $d_A(z)$ - расстояние по угловому диаметру:

$$d_A(z) = \frac{y(z)}{H_0(1+z)} \quad y(z) = \int_0^z \frac{dz}{E(z)} \quad E(z) = \frac{H(z)}{H_0} \quad (61)$$

Выражение для $A_{th}(z)$ можно переписать следующим образом через безразмер-

ные величины:

$$A_{th}(z) = \sqrt{\Omega_{mo}} \left(\frac{y^2(z)}{z^2 E(z)} \right) \quad (62)$$

Можно определить параметр χ_A^2 как:

$$\chi_A^2 = \Delta \mathbf{A}^T (C_A)^{-1} \Delta \mathbf{A} \quad (63)$$

где $\Delta \mathbf{A}$ - вектор-столбец с компонентами $\Delta A_i = A_{th}(z_i) - A_{obs}(z_i)$, а $(C_A)^{-1}$ - обратная матрица к ковариантной матрице 3×3 , элементы этой матрицы приведены в таблице (1).

Таблица 1: Данные по барионным акустическим осцилляциям [14]

z	$A(z)$	σ_A
0.44	0.474	0.034
0.60	0.442	0.020
0.73	0.424	0.021

2.3.3. Зависимость постоянной Хаббла от красного смещения

В настоящий момент достаточно хорошо изучена эволюция параметра Хаббла со временем. Параметр Хаббла может быть определен из формулы:

$$dt = -\frac{1}{H} \frac{dz}{1+z} \quad (64)$$

Таким образом, определение dz/dt позволяет прямо измерить $H(z)$. Эти измерения возможны благодаря имеющимся данным по возрасту эволюционирующих галактик, определённых из моделей звёздных популяций. Теоретическая зависимость постоянной Хаббла от красного смещения определяется по формуле:

$$H(z) = H_0 h(z) \quad (65)$$

Для моделей на бране Рэндалл-Сандрум зависимость постоянной Хаббла от красного смещения:

$$H(z) = H_0 h(z) (1 + \delta h(z))^{1/2} (1 + \delta)^{-1/2} \quad (66)$$

Значения критерия χ_H^2 равно:

$$\chi_H^2 = \sum_i \frac{(H_{obs}(z_i) - H_{th}(z_i))^2}{\sigma_i^2} \quad (67)$$

Данные по зависимости постоянной Хаббла от красного смещения были взяты из [15] и приведены в таблице (2).

Таблица 2: Зависимость постоянной Хаббла от красного смещения.

z	$H(z)$	σ_H
0.070	69	19.6
0.090	69	12
0.120	68.6	26.2
0.170	83	8
0.179	5	4
0.199	75	5
0.200	72.9	29.6
0.270	77	14
0.280	88.8	36.6
0.350	76.3	5.6
0.352	83	14
0.400	95	17
0.440	82.6	7.8
0.480	97	62
0.593	104	13
0.600	87.9	6.1
0.680	92	8
0.730	97.3	7
0.781	105	12
0.875	125	17
0.880	90	40
0.900	117	23
1.037	154	20
1.300	168	17
1.430	177	18
1.530	140	14
1.750	202	40
2.300	224	8

3. Космология на бране Рэндалл-Сандрум. Голографический принцип. Модель голографической тёмной энергии

В этой главе мы рассмотрим основы космологии мира на бране Рэндалл-Сандрум.

3.1. Космология на бране Рэндалл-Сандрум

3.1.1. Теория Калуцы-Клейна

Возникновение специальной теории относительности привело к выводу, что мы должны рассматривать физику в четырехмерном пространстве-времени, а не в трехмерном пространстве. Как наблюдатели, мы замечаем только «смешивание» пространства и времени на очень высоких скоростях благодаря таким релятивистским эффектам, как сокращение длины и замедление времени. Со времени предположения Минковского о четырехмерном пространстве-времени были выдвинуты и предположения о том, что наш мир имеет большее число измерений. Особенно важным примером такой теории была модель Калуцы-Клейна.

Целью Калуцы было объединение гравитации и электродинамики. На классическом уровне гравитация хорошо описывается ОТО. Это говорит о том, что материя заставляет вселенную изгибаться, а частицы движутся по геодезической в этой криволинейной геометрии. Если материя описывается четырехмерным тензором энергии-импульса, $T_{\mu\nu}$, а G - постоянная Ньютона, то:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi GT_{\mu\nu} \quad (68)$$

где $g_{\mu\nu}$, R и $R_{\mu\nu}$ - метрика, скаляр кривизны и тензор Риччи нашей Вселенной. Уравнения Эйнштейна, как было показано в главе 2, можно вывести из действия

Эйнштейна-Гильберта:

$$S_G = S_m + \frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{g} R \quad (69)$$

где $g = \det g_{\mu\nu}$ и:

$$T_{\mu\nu} = \left(\frac{2}{\sqrt{g}} \right) \frac{\delta S_m}{\delta g^{\mu\nu}} \quad (70)$$

Между тем уравнения Максвелла для калибровочного потенциала A_μ , связанного с источником электромагнитного тока, j_μ , определяются как:

$$\nabla_\mu F^{\mu\nu} = -\mu_0 j^\nu \quad (71)$$

где $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$. Уравнение (71) может быть получено из следующего действия:

$$S_{EM} = \tilde{S}_m - \frac{1}{4\mu_0} \int d^4x \sqrt{g} F^2 \quad (72)$$

где:

$$j^\mu = \left(\frac{1}{\sqrt{g}} \right) \frac{\delta \tilde{S}_m}{\delta A_\mu} \quad (73)$$

Если сложить действия (69) и (72), мы получим теорию Эйнштейна-Максвелла для гравитации, связанной с электромагнитным полем. Идея Калуцы состояла в том, чтобы рассмотреть чистую гравитацию в пяти измерениях. Игнорируя действие материи, пятимерное действие можно записать как:

$$S = \int d^4x dz \sqrt{\tilde{g}} \tilde{R} \quad (74)$$

где \tilde{g}_{AB} - пятимерная метрика, а \tilde{R} - соответствующий скаляр Риччи. У нас есть четыре исходных измерения, помеченные координатами x^μ , где $\mu = 0, 1, 2, 3$. Пятое измерение компактифицировано на окружности и обозначено координатой $0 \leq z \leq L$ (Z_2 симметрия¹).

¹Циклическая группа симметрии 2-ого порядка.

Теперь мы можем представить метрику как ряд Фурье вида:

$$\tilde{g}_{AB}(x, z) = \sum_n \tilde{g}_{AB}^{(n)}(x) e^{inz/L} \quad (75)$$

Мы получаем бесконечное количество полей в четырех измерениях. Моды с $n \neq 0$ соответствуют массивным полям с массой $|n|/L$. Нулевая мода соответствует безмассовому полю. Если мы будем брать L все более и более меньшим, то масса первой моды становится очень большой. Это означает, что если компактификация четвертого пространственного измерения происходит на круге достаточно малого радиуса, то фактически мы лишены возможности наблюдать проявления дополнительного измерения по причине того, что для возбуждения первой моды уже необходимо колоссальная энергия.

Остановимся на нулевой моде $\tilde{g}_{AB}(x)$. Можно определить $\tilde{g}_{\mu\nu}$, $\tilde{g}_{\mu z}$ и \tilde{g}_{zz} как четырехмерные поля $g_{\mu\nu}$, A_μ и ϕ . Определим компоненты метрики следующим образом:

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = e^{2\alpha\phi} g_{\mu\nu} + e^{2\beta\phi} A_\mu A_\nu \quad \tilde{g}_{\mu z} = e^{2\beta\phi} A_\mu \quad \tilde{g}_{zz} = e^{2\beta\phi} \quad (76)$$

где $\alpha = 1/2\sqrt{3}$ and $\beta = -1/\sqrt{3}$. Поскольку рассматривается только безмассовое поле, можно интегрировать z -часть действия (75). Мы находим, что четырехмерное эффективное действие дается формулой:

$$S_{\text{eff}} = L \int d^4x \sqrt{g} \left(R - \frac{(\partial\phi)^2}{2} - \frac{e^{-\sqrt{3}\phi} F^2}{4} \right) \quad (77)$$

Хотя мы намеревались получить теорию Эйнштейна-Максвелла, мы получили дополнительное слагаемое со скалярным полем ϕ и связь его с тензором электромагнитного поля. Поле ϕ называется дилатоном потому, что его можно устранить конформным преобразованием метрики.

Компактификации типа Калуцы-Клейна могут быть более сложными, чем круговыми. Важно то, что если дополнительное измерение мало, то не возбуждаются массивные моды полей.

Можно не ограничиваться одним дополнительным измерением. Фактически, теории с большим числом измерений стали очень модными в последние двадцать лет, главным образом, благодаря успехам теории струн как возможной квантовой теории гравитации. На квантовом уровне теория струн непротиворечива в двадцати шести измерениях, хотя эта цифра уменьшается до десяти, если рассмотреть суперсимметрию.

Традиционно сокращение числа видимых измерений до четырех производится с использованием методов Калуцы-Клейна. Если мы начнем с $(4 + n)$ -мерной теории, то n измерений компактифицируются на малом n -мерном многообразии. Различные многообразия обычно дают разные эффективные теории в четырех измерениях. Единственное, что объединяет все эти многообразия – их малость и компактность.

Однако существует альтернатива компактификации Калуцы-Клейна. Это идея мира на бране, где дополнительное измерение может быть бесконечным.

3.1.2. Введение в космологию на бране

Согласно этой точки зрения, наш четырехмерный мир - не что иное, как бесконечно тонкая 3-брана, заключенная в $(4 + n)$ -мерное пространство-время. Все поля стандартной модели “живут” только на бране, а гравитация может проявляться и в дополнительных измерениях.

Особый интерес представляют модели браны Рэндалла-Сундрума (RS). В модели RS-I есть две 3-браны с одинаковыми по величине и противоположными по знаку натяжениями, разделенные 5-мерным объемлющим пространством с метрикой анти-де Ситтера.

Самым важным в модели RS-I является то, что в ней возможно оригинальное решение проблемы иерархий. Известно, что характерные энергетические масштабы различных фундаментальных взаимодействий различаются на много порядков. В модели RS-I эта проблема разрешается.

Несмотря на это, в модели есть некоторые физические проблемы. По этой

причине мы проанализируем модель RS-II. В ней есть только одна брана, погруженная в бесконечное пространство с метрикой анти-де Ситтера. Напомним, что стандартные компактификации Калуцы-Клейна гарантируют, что гравитация выглядит четырехмерной, т.к. дополнительные измерения малы. В RS-II модели дополнительное измерение бесконечно! Гравитация может распространяться и в дополнительном измерении, поэтому мы ожидаем, что она будет выглядеть пятимерной даже для наблюдателя на бране.

RS-II-браны часто называют критическими, поскольку натяжение браны имеет такое значение, при котором индуцированная на бране метрика является метрикой Минковского. Если не требовать точной настройки, то имеем некритическую брану. Если натяжение такой браны превышает критическое значение, то она имеет метрику де Ситтера, в противном случае – анти-де Ситтера.

3.1.3. Уравнения Эйнштейна на бране

Прежде чем вывести уравнения Эйнштейна на бране, рассмотрим статическое решение. Общее действие состоит из действия Эйнштейна-Гильберта и действия браны, которые имеют вид:

$$S_{\text{EH}} = - \int d^5x \sqrt{-g^{(5)}} \left(\frac{R}{2\kappa_5^2} + \Lambda_5 \right) \quad (78)$$

$$S_{\text{brane}} = \int d^4x \sqrt{-g^{(4)}} (-\sigma) \quad (79)$$

здесь Λ_5 - объемная космологическая постоянная, а σ - (постоянное) натяжение браны. κ_5 - пятимерная гравитационная константа связи. Брана расположена в точке $z = 0$, и мы предполагаем симметрию Z_2 , т.е. мы отождествляем z с $-z$. Анзац для метрики:

$$ds^2 = e^{-2K(z)} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + dz^2 \quad (80)$$

Уравнения Эйнштейна, полученные из действия выше, дают два независимых уравнения:

$$6K'^2 = -\kappa_5^2 \Lambda_5 \quad (81)$$

$$3K'' = \kappa_5^2 \sigma \delta(z) \quad (82)$$

Первое уравнение может быть легко решено:

$$K = K(z) = \sqrt{-\frac{\kappa_5^2}{6} \Lambda_5} z \equiv kz \quad (83)$$

что говорит нам, что Λ_5 должно быть отрицательным. Если интегрировать второе уравнение от $-\epsilon$ до $+\epsilon$, взять предел $\epsilon \rightarrow 0$ и использовать симметрию Z_2 , то получим:

$$6K'|_0 = \kappa_5^2 \sigma \quad (84)$$

Вместе с уравнением (83) это говорит нам о том, что:

$$\Lambda_5 = -\frac{\kappa_5^2}{6} \sigma^2 \quad (85)$$

Таким образом, должна существовать тонкая настройка между натяжением браны и объемной космологической постоянной, чтобы существовали статические решения.

Установим $\kappa_5 \equiv 1$, поскольку это сильно упрощает уравнения. Запишем объемную метрику следующим образом:

- Brane metric:

$$ds^2 = a^2 b^2 (dt^2 - dz^2) - a^2 \delta_{ij} dx^i dx^j$$

- Einstein's five-dimensional equations:

$$R_\alpha \beta - \frac{1}{2} g_\alpha \beta R = 8\pi G^{(5)} T_\alpha \beta + \Lambda_4 g_\alpha \beta$$

$$ds^2 = a^2 b^2 (dt^2 - dz^2) - a^2 \delta_{ij} dx^i dx^j \quad (86)$$

Эта метрика согласуется с однородностью и изотропией на бране, расположенной в точке $z = 0$. Функции a и b являются функциями только t и z . Для этой метрики уравнения Эйнштейна будут иметь вид:

$$a^2 b^2 G^0_0 \equiv 3 \left[2 \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{\dot{a}\dot{b}}{ab} - \frac{a''}{a} + \frac{a'b'}{ab} + kb^2 \right] = a^2 b^2 [\rho_B + \rho \bar{\delta}(z - z_b)] \quad (87)$$

$$a^2 b^2 G^5_5 \equiv 3 \left[\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}\dot{b}}{ab} - 2 \frac{a'^2}{a^2} - \frac{a'b'}{ab} + kb^2 \right] = -a^2 b^2 T^5_5 \quad (88)$$

$$a^2 b^2 G^0_5 \equiv 3 \left[-\frac{\dot{a}'}{a} + 2 \frac{\dot{a}a'}{a^2} + \frac{\dot{a}b'}{ab} + \frac{a'\dot{b}}{ab} \right] = -a^2 b^2 T^0_5 \quad (89)$$

$$a^2 b^2 G^i_j \equiv \left[3 \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\ddot{b}}{b} - \frac{\dot{b}^2}{b^2} - 3 \frac{a''}{a} - \frac{b''}{b} + \frac{b'^2}{b^2} + kb^2 \right] \delta^i_j = -a^2 b^2 [p_B + p \bar{\delta}(z - z_b)] \delta^i_j \quad (90)$$

где объемный тензор энергии-импульса T^a_b записан в общем виде. Для модели Рэндалла – Сундрума возьмем $\rho_B = -p_B = \Lambda_5$ и $T^0_5 = 0$. В приведенных выше уравнениях точка представляет производную по t и штрих производную по z .

Если интегрировать tt -компоненту уравнений Эйнштейна по z от $-\epsilon$ до ϵ и использовать симметрию Z_2 (из этого следует, что $a(z) = a(-z)$, $b(z) = b(-z)$, $a'(z) = -a'(-z)$ и $b'(z) = -b'(-z)$), то в пределе $\epsilon \rightarrow 0$ получим:

$$\frac{a'}{a} \Big|_{z=0} = \frac{1}{6} ab \rho \quad (91)$$

Аналогично, интегрирование ij -компоненты и использование последнего уравнения дает:

$$\frac{b'}{b} \Big|_{z=0} = -\frac{1}{2} ab (\rho + p) \quad (92)$$

Эти два условия называются условиями сшивки и играют важную роль в космологии, описывая, как брана с некоторым заданным тензором энергии-импульса $T_{\mu\nu}$ может быть вложена в пространство-время более высокой размерности. Другие компоненты уравнений Эйнштейна должны быть совместимы с этими условиями. Нетрудно показать, что остается справедливым уравнение неразрывности

из фридмановской космологии:

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) = 0 \quad (93)$$

где использованы условия сшивки (91) и (92).

Ограничение 55-компоненты системы объемных уравнений на бране и повторное использование условий перехода дает:

$$\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}\dot{b}}{ab} + kb^2 = -\frac{a^2b^2}{3} \left[\frac{1}{12}\rho(\rho + 3p) + q_B \right] \quad (94)$$

Переход к космическому времени $d\tau = abdt$, запись $a = \exp(\alpha(t))$ и использование уравнения неразрывности дает:

$$\frac{d(H^2 e^{4\alpha})}{d\alpha} = \frac{2}{3}\Lambda_5 e^{4\alpha} + \frac{d}{d\alpha} \left(e^{4\alpha} \frac{\rho^2}{36} \right) \quad (95)$$

В этом уравнении $aH = da/d\tau$. Это уравнение может быть легко проинтегрировано, что дает:

$$H^2 = \frac{\rho^2}{36} + \frac{\Lambda_5}{6} + \frac{\mu}{a^4} \quad (96)$$

Запишем полную плотность и давление на бране как $\rho = \rho_M + \lambda$ и $p = p_M - \lambda$, выделив вклад материи на бране. Тогда мы получим уравнение Фридмана:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_M \left[1 + \frac{\rho_M}{2\lambda} \right] + \frac{\Lambda_4}{3} + \frac{\mu}{a^4} \quad (97)$$

где введены обозначения:

$$\frac{8\pi G}{3} = \frac{\lambda}{18} \quad (98)$$

$$\frac{\Lambda_4}{3} = \frac{\lambda^2}{36} + \frac{\Lambda_5}{6} \quad (99)$$

Если выполняется соотношение точной настройки (85) для статического решения в последнем уравнении, то $\Lambda_4 = 0$. В обратном случае на бране индуцируется фактически некоторая ненулевая космологическая постоянная.

Другой результат состоит в том, что четырехмерная ньютоновская гравитационная постоянная напрямую связана с натяжением браны в этой модели.

Константа μ появляется в выводе как константа интегрирования. Слагаемое, включающее μ , иногда называют “темным” излучением. Расширенная версия теоремы Бирхгофа говорит нам, что, если объемное пространство-время равно имеет антидеситтеровскую метрику, то эта постоянная равна нулю. В дальнейшем будем полагать, что $\mu = 0$ и $\Lambda_4 = 0$.

Наиболее значительным изменением уравнения Фрийдмана по сравнению с обычной космологией заключается в появлении члена, пропорционального ρ^2 . Таким образом, если плотность энергии вещества намного больше, чем натяжение браны, то скорость расширения пропорциональна ρ_M , а не $\sqrt{\rho_M}$. Только в пределе, когда натяжение браны намного больше плотности энергии вещества, имеем обычное поведение $H \propto \sqrt{\rho_M}$.

Наконец, мы можем вывести уравнение Райчаудхури из уравнения Фрийдмана и уравнения сохранения энергии:

$$\frac{dH}{d\tau} = -4\pi G(\rho_M + p_M) \left[1 + \frac{\rho_M}{\lambda} \right]. \quad (100)$$

Брана Рэндалл-Сундрум является простейшей моделью мира на бране, Однако, связана с такими глубокими вопросами, как AdS-CFT соответствие² и, следовательно, с голографическим принципом.

²Эквивалентность между пространством анти-де Ситтера (AdS), которые используются в теориях квантовой гравитации, сформулированных в терминах теории струн или М-теории и конформные теории поля (CFT), которые являются квантовыми теориями поля, включая теории, аналогичные теориям Янга – Миллса, описывающим элементарные частицы.

3.2. Голографический принцип. Энтропия чёрных дыр

В этом разделе рассматривается вопрос об энтропии черных дыр, ограничения на энтропию и связь энтропии черной дыры с голографическим принципом.

3.2.1. Термодинамика чёрной дыры

Понятие энтропии черной дыры мотивировано двумя результатами в общей теории относительности:

- 1) Теорема о площади горизонта черной дыры (Хокинг, 1971) утверждает, что площадь горизонта событий черной дыры никогда не уменьшается со временем:

$$dA \geq 0. \quad (101)$$

Более того, если две черные дыры сливаются, площадь новой черной дыры превысит общую площадь исходных черных дыр.

Например, объект, падающий в черную дыру Шварцшильда,³ увеличит массу черной дыры M . Следовательно, площадь горизонта $A = 16\pi M^2$ в четырехмерном пространстве увеличивается.

Теорема предлагает аналогию между областью черной дыры и термодинамической энтропией.

- 2) Так называемая теорема об “отсутствии волос” у черной дыры (no-hair), которая гласит, что стационарная черная дыра характеризуется только тремя величинами: массой, угловым моментом и зарядом.

С точки зрения внешнего наблюдателя, образование черной дыры нарушает второй закон термодинамики. Коллапсирующая система (звезда) может иметь произвольно большую энтропию, но в конечном состоянии ее во-

³Чёрная дыра, описываемая метрикой Шварцшильда:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2M}{\rho}\right) dt^2 - \frac{d\rho^2}{1 - \frac{2M}{\rho}} - \rho^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

обще нет. Различные начальные условия при коллапсе звезды приводят к неразличимым результатам.

3.2.2. Энтропия Бекенштейна и обобщенный второй закон термодинамики для черных дыр

Таким образом, теорема no-hair представляет собой парадокс, для которого теорема о площади предлагает решение. Когда термодинамическая система исчезает за горизонтом событий черной дыры, ее энтропия теряется для стороннего наблюдателя. Площадь горизонта событий обычно увеличивается, когда черная дыра поглощает материю. Таким образом, можно рассматривать увеличение площади горизонта черной дыры как своего рода компенсацию за потерю энтропии вещества.

Основываясь на этом рассуждении, Бекенштейн предположил, что черная дыра действительно несет энтропию, равную ее площади горизонта, $S_{\text{BH}} = \eta A$, где η - число порядка единицы. В дальнейшем будет видно, что $\eta = \frac{1}{4}$:

$$S_{\text{BH}} = \frac{A}{4} \quad (102)$$

Энтропия черной дыры определяется четвертью площади ее горизонта в единицах Планка. В обычных единицах это площадь горизонта, деленная примерно на 10^{-69} м^2 . Более того, Бекенштейн предположил, что второй закон термодинамики справедлив только для суммы энтропии черной дыры и энтропии вещества:

$$dS_{\text{total}} \geq 0 \quad (103)$$

Для одних только обычных материальных систем второй закон не обязателен. Но если энтропия черных дыр включена в баланс, то общая энтропия никогда не будет уменьшаться. Это называется обобщенным вторым законом термодинамики для черных дыр.

3.2.3. Излучение Хокинга

Первый закон термодинамики гласит, что черные дыры должны иметь температуру T :

$$dM = TdS_{\text{ВН}} \quad (104)$$

Действительно, уравнения Эйнштейна предполагают аналогичный «первый закон механики черной дыры» (Бардин, Картер и Хокинг, 1973). Энтропия - это область горизонта, а поверхностная гравитация черной дыры κ играет роль температуры:

$$dM = \frac{\kappa}{8\pi} dA \quad (105)$$

Например, черная дыра Шварцшильда в $D = 4$ имеет $\kappa = (4M)^{-1}$.

Абсолютно черное тело с ненулевой температурой должно излучать. Но для черной дыры это казалось бы невозможным. Этот парадокс был разрешен открытием, что черные дыры действительно излучают квантовый процесс. Хокинг показал, что удаленный наблюдатель обнаружит тепловой спектр частиц, выходящих из черной дыры с температурой:

$$T = \frac{\kappa}{2\pi} \quad (106)$$

Для черной дыры Шварцшильда в $D = 4$ эта температура составляет $\hbar c^3 / (8\pi G k M)$ или около 10^{26} кельвинов, деленная на массу черной дыры в граммах. Открытие излучения Хокинга прояснило толкование термодинамического описания черных дыр. Энтропия и температура черной дыры не менее реальны, чем ее масса.

3.2.4. На пути к голографическому принципу. Степени свободы

На вопрос о количестве степеней свободы голографический принцип отвечает в смысле площадей поверхностей в пространстве-времени. Для того, чтобы сам по себе этот вопрос имел смысл, следует ограничиться конечной областью. Предполагается также, что пространство-время асимптотически плоское. Применение ограничения Бекенштейна приводит нас к необходимости рассмотреть

сферическую поверхность, ограничивающую рассматриваемую область.

Число степеней свободы квантово-механической системы N можно определить как логарифм размерности N ее гильбертова пространства \mathcal{H} :

$$N = \ln \mathcal{N} = \ln \dim(\mathcal{H}) \quad (107)$$

Число степеней свободы равно (до множителя $\ln 2$) количеству бит информации, необходимой для характеристики состояния. В элементарной ячейке пространства-времени (кубе с ребром, равном планковской длине) можно локализовать энергию, не превышающую $M_p = 1.3 \times 10^{19}$ ГэВ. В противном случае образуется черная дыра. Если рассматривать квантовую теорию поля внутри конечного объема V , то в одной планковской ячейке может находиться не более одного “осциллятора”. Таким образом, общее количество осцилляторов равно V (если выразить объем в планковских единицах), а число состояний каждого осциллятора равно n , Тогда общее число независимых квантовых состояний в указанной области равно:

$$\mathcal{N} \sim n^V \quad (108)$$

а количество степеней свободы:

$$N \sim V \ln n \gtrsim V \quad (109)$$

Термодинамическая энтропия имеет статистическую интерпретацию. Пусть S - термодинамическая энтропия изолированной системы при некотором заданном значении макроскопических параметров, таких как энергия и объем. Тогда e^S - число независимых квантовых состояний, совместимых с этими макроскопическими параметрами. Таким образом, энтропия - это мера нашего незнания о детальном микроскопическом состоянии системы. Можно ослабить макроскопические параметры, например, потребовав только, чтобы энергия лежала в некотором конечном интервале. Тогда будет разрешено больше состояний, и энтропия будет больше.

В 3.2.2 мы получили ограничение Бекенштейна (102), из которого можно

определить энтропию, не зная деталей строения системы. Предел:

$$S \leq \frac{A}{4} \quad (110)$$

связан только с границей системы, микроскопические свойства системы при этом не имеют значения. Следовательно, число степеней свободы в области, ограниченной сферой области A , определяется как:

$$N = \frac{A}{4} \quad (111)$$

а число состояний:

$$\mathcal{N} = e^{A/4} \quad (112)$$

Таким образом, данный результат для энтропии приводит к гораздо меньшему числу степеней свободы, чем это следует из локальной теории поля.

Надо понимать, что большая часть энтропии в локальной теории поля (без учета гравитации) связана с высокоэнергетичными состояниями. Но сферическая поверхность не может содержать больше энергии-массы, чем черная дыра той же площади. Согласно решению Шварцшильда масса черной дыры определяется ее радиусом. Следовательно, масса M , содержащаяся в сфере радиуса R , подчиняется:

$$M \lesssim R \quad (113)$$

В локальной теории требуется только, чтобы каждый планковский объем содержал энергию, не превышающую планковскую. Для большего объема это приводит к тому, что $M \sim R^3$, и условие (113) нарушается.

Таким образом, большинство состояний, включенных в оценку энтропии в локальной теории поля, слишком массивны, чтобы быть гравитационно устойчивыми. Задолго до того, как квантовые поля могут быть возбуждены до такого уровня, образовалась бы черная дыра.

Из-за гравитации не все степени свободы, которые возможны в квантовой теории поля, могут быть реализованы и, следовательно, давать вклад в энтропию. Из всего выше сказанного можно сформулировать голографический прин-

цип следующим образом:

Область, ограниченная поверхностью с площадью A , полностью описывается не более чем $A/4$ степенями свободы (A выражается в единицах квадрата планковской длины).

3.3. Модель голографической тёмной энергии

3.3.1. Применение голографического принципа к проблеме темной энергии

Голографический принцип является самым важным краеугольным камнем квантовой гравитации и может быть полезен для решения многих проблем теоретической физики. Можно применить голографический принцип к проблеме темной энергии. Рассмотрим вселенную с характерным масштабом длины L . Голографический принцип утверждает, что все физические величины внутри Вселенной, включая плотность темной энергии ρ_{de} , могут быть описаны некоторыми величинами на границе Вселенной. Тогда есть только две физических величины, через которые можно выразить плотность темной энергии – планковская масса M_p и характерный масштаб L . На основе анализа размерностей можно записать:

$$\rho_{de} = C_1 M_p^4 + C_2 M_p^2 L^{-2} + C_3 L^{-4} + \dots \quad (114)$$

где C_1, C_2, C_3 - постоянные параметры. Первое слагаемое не представляется естественным (величина M_p^4 в 10^{120} раз больше возможной космологической постоянной). Коэн, Каплан и Нельсон отметили, что слагаемое с C_1 несовместимо с голографическим принципом. Можно заметить, что энергия, заключенная внутри области размером L равна $L^3 \Lambda^4$. Потребовав, чтобы эта энергия была меньше массы соответствующей черной дыры, имеем ограничение $L^3 \Lambda^4 < L M_p^2$. В результате характерный масштаб флуктуаций вакуума равен $\rho_{de} \sim \Lambda^4 \lesssim M_p^2 L^{-2}$. Таким образом, член C_1 отсутствует, а разложение в (114) должно начинаться со второго члена. Более того, по сравнению со вторым слагаемым третий и другие

члены пренебрежимо малы. Поэтому выражение для ρ_{de} можно переписать как:

$$\rho_{de} = 3C^2 M_p^2 L^{-2} \quad (115)$$

где C - другой постоянная. Далее важно выбрать конкретное выражение для масштаба L . В качестве L можно выбрать размер горизонта событий, горизонта частиц или обратную величину хаббловского параметра:

$$L = a(t) \left(\int_t^\infty \frac{dt'}{a(t')} \right) \quad (116)$$

$$L = a(t) \left(\int_0^t \frac{dt'}{a(t')} \right) \quad (117)$$

$$L = \frac{1}{H} \quad (118)$$

Рассмотрим вселенную, в которой доминируют голографическая темная энергия и материя. Для этого случая уравнение Фридмана можно записать в виде:

$$3M_p^2 H^2 = \rho_{de} + \rho_m \quad (119)$$

или иначе, через красное смещение z и доли плотности темной энергии и материи:

$$E(z) \equiv \frac{H(z)}{H_0} = \left(\frac{\Omega_{m0}(1+z)^3}{1 - \Omega_{de}(z)} \right)^{1/2} \quad (120)$$

где:

$$\Omega_{de} \equiv \frac{\rho_{de}}{\rho_c} = \frac{C^2}{L^2 H^2} \quad (121)$$

здесь $\rho_c \equiv 3M_p^2 H^2$ - критическая плотность Вселенной. Возьмем производную от Ω_{de} по $\ln a$ и используя уравнение (116), получим дифференциальное уравнение для Ω_{de} :

$$\Omega'_{de} = 2\Omega_{de} \left(-\frac{H'}{H} - 1 + \frac{\sqrt{\Omega_{de}}}{C} \right) \quad (122)$$

где штрих обозначает производную по $\ln a$. Из уравнения (119), можно получить:

$$-\frac{H'}{H} = \frac{3}{2} - \frac{\Omega_{de}}{2} - \frac{\Omega_{de}^{3/2}}{C} \quad (123)$$

Объединение уравнения (122) с уравнением (123) позволяет получить уравнение, определяющее динамическую эволюцию модели голографической темной энергии:

$$\frac{d\Omega_{de}}{dz} = -\frac{\Omega_{de}(1 - \Omega_{de})}{1 + z} \left(1 + \frac{2\sqrt{\Omega_{de}}}{C} \right) \quad (124)$$

Поскольку $0 < \Omega_{de} < 1$, $d\Omega_{de}/dz$ всегда отрицательно, а доля плотности темной энергии увеличивается при $z \rightarrow -1$. Это означает, что расширение Вселенной никогда не останавливается. Решая численно уравнение (124) и подставляя соответствующие результаты в (120), можно получить эволюцию параметра Хаббла $H(z)$ для модели темной энергии (в качестве примеров см. рисунок 1).

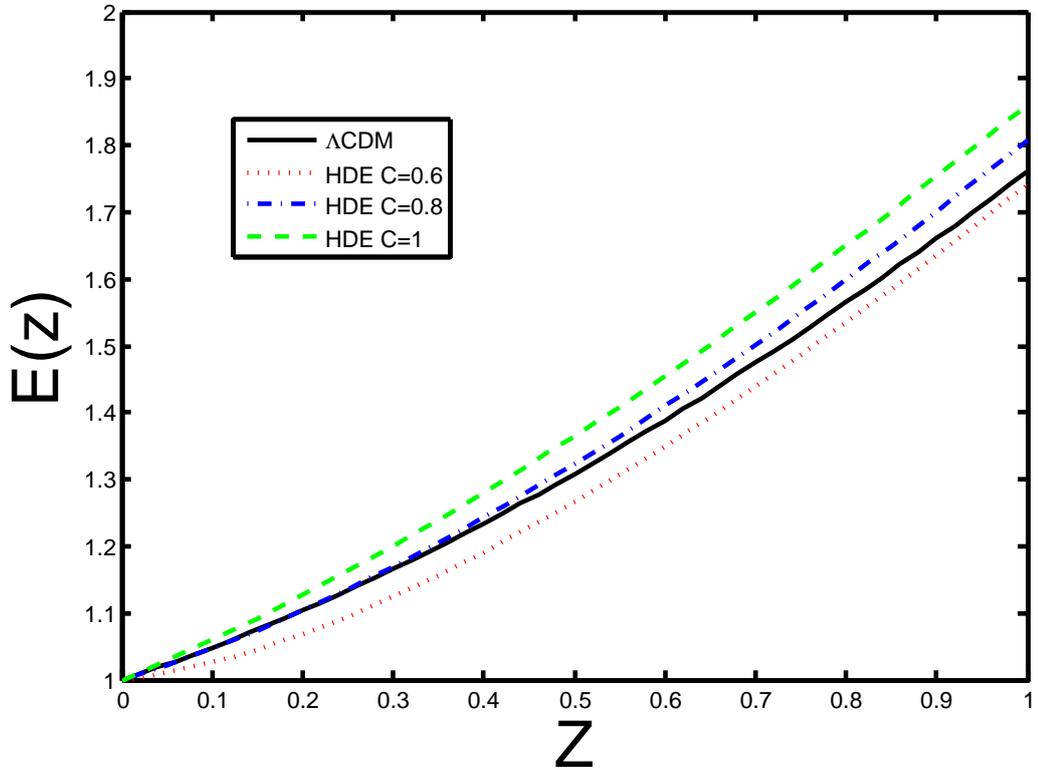


Рис. 1: Зависимость параметра Хаббла $H(z)$ для модели голографической темной энергии. Здесь принято $\Omega_{m0} = 0.3$. Для сравнения приведена кривая для модели Λ CDM [16]

3.3.2. Уравнение состояние голографической тёмной энергии

Из закона сохранения энергии следует, что:

$$\rho'_m + 3\rho_m = 0 \quad (125)$$

$$\rho'_{de} + 3(1 + w)\rho_{de} = 0 \quad (126)$$

Дифференцируя (115) по $\ln a$ и используя уравнение (126), можно получить параметр состояния для темной энергии в голографической модели:

$$w = -\frac{1}{3} - \frac{2\sqrt{\Omega_{de}}}{3C} \quad (127)$$

Когда плотность темной энергии невелика (т.е. в ранней вселенной с $\Omega_{de} \ll 1$), $w \simeq -1/3$, таким образом $\Omega_{de} \sim a^{-2}$. Когда темная энергия доминирует (т. е. в поздней вселенной с $\Omega_{de} \simeq 1$), то $w \simeq -1/3 - 2/3C$, таким образом, вселенная расширяется с ускорением, если $C > 0$. Более того, если $C = 1$, то $w = -1$, т.е. темная энергия ведет себя аналогично космологической постоянной Λ ; если $C > 1$, то $w > -1$ (квинтэссенция); для $C < 1$, $w < -1$, что соответствует фантомной энергии. В последнем случае вселенная заканчивает свое существование в сингулярности большого разрыва⁴. Таким образом, величина C является ключевым параметром, определяющим свойства голографической темной энергии. Следует отметить, что значение C не может быть получено из теоретических построений, эту величину можно только оценить, анализируя данные наблюдений.

3.3.3. Наблюдательные ограничения на модели HDE

Было проведено большое количество исследований для определения параметров модели голографической темной энергии с использованием различных данных наблюдений. В таблице 3 представлены ограничения на значения параметров голографической темной энергии, полученные за последние десять лет.

⁴Сингулярность, при которой масштабный фактор обращается в бесконечность за конечное время

Наиболее отличительной особенностью этой таблицы является то, что все комбинации данных наблюдений благоприятствуют случаю $C < 1$, что соответствует вселенной, заканчивающей свою эволюцию в сингулярности большого разрыва. Более того, в связи с быстрым увеличением объема данных наблюдений, разброс в оценках параметра C становится все меньше и меньше.

Таблица 3: Некоторые наблюдательные ограничения на модель голографической темной энергии, полученные за последние десять лет. Приведены оптимальные значения параметров и интервал 1σ допустимых значений.

Данные наблюдений	Ω_{m0}	C
gold04	$0.46^{+0.08}_{-0.13}$	$0.21^{+0.45}_{-0.14}$
gold04+WMAP3+SDSS(parameter A)	$0.28^{+0.03}_{-0.03}$	$0.81^{+0.23}_{-0.16}$
Chandra(X-ray gas mass fraction)	$0.24^{+0.06}_{-0.05}$	$0.61^{+0.45}_{-0.21}$
gold06+WMAP3+SDSS	$0.29^{+0.03}_{-0.03}$	$0.91^{+0.26}_{-0.18}$
gold06+WMAP3+SDSS+Chandra	$0.276^{+0.017}_{-0.016}$	$0.748^{+0.108}_{-0.109}$
Union2+WMAP7+BAO(SDSS DR7)	$0.273^{+0.017}_{-0.017}$	$0.696^{+0.074}_{-0.074}$
Union2.1+WMAP7+BAO+RSD	$0.283^{+0.017}_{-0.017}$	$0.750^{+0.098}_{-0.100}$
Planck2013+WP+lensing	$0.248^{+0.079}_{-0.079}$	$0.508^{+0.207}_{-0.207}$
SNLS3(linear β)+Planck2013+BAO	$0.288^{+0.015}_{-0.013}$	$0.768^{+0.112}_{-0.068}$

3.3.4. Параметры “рывка” и “толчка” для модели голографической темной энергии

Масштабный фактор a может быть разложен в ряд Тейлора около сегодняшнего момента времени t_0 следующим образом:

$$a(t) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{n!} [H_0(t - t_0)]^n \quad (128)$$

где:

$$A_n = \frac{a(t)^{(n)}}{a(t)H^n}, \quad n \in N \quad (129)$$

с $a(t)^{(n)} = d^n a(t)/dt^n$. Параметр Хаббла $H(z)$ содержит информацию о первой производной $a(t)$. Параметр торможения q задается формулой:

$$q = -A_2 = -\frac{\ddot{a}}{aH^2} \quad (130)$$

Следующая производная связана с параметрами “рывка” и “толчка” (r и s):

$$r \equiv \frac{\ddot{a}}{aH^3} \quad s \equiv \frac{r-1}{3(q-1/2)} \quad (131)$$

На диаграмме (r, s) имеем линию, форма которой зависит от космологической модели. Параметры r и s могут быть выражены несколько иначе:

$$r = 1 + \frac{9}{2}w(1+w)\Omega_{de} - \frac{9}{2}w'\Omega_{de} \quad (132)$$

$$s = 1 + w - \frac{1}{3}\frac{w'}{w} \quad (133)$$

Здесь штрих обозначает производную по $\ln a$. Пространственно плоская Λ CDM-модель соответствует неподвижной точке:

$$\left. \{s, r\} \right|_{\Lambda\text{CDM}} = \{0, 1\} \quad (134)$$

Отклонение данной модели темной энергии от этой точки устанавливает своего рода «расстояние» между этой моделью и моделью Λ CDM.

Для некоторых значений параметров исследованных моделей (r, s) диаграммы представлены на рисунке 2. Можно видеть, что кривые для моделей с $C < 1$ и $C > 1$ идут снизу вверх и сверху вниз соответственно (при увеличении времени). Более того, для $C < 1$ траектории на диаграмме проходят через точку $\{0, 1\}$, а для $C > 1$ кривые никогда не пересекают этой точки. Кроме того, для некоторых $C < 1$ r может достигать очень большого значения (~ 40 для $C = 0.21$ на рисунке). Таким образом, исследуя траектории на диаграмме (r, s) , можно легко понять отличие моделей голографической темной энергии с разными значениями C . Другими словами, параметр C играет решающую роль

в определении свойств HDE, а также определяет будущее Вселенной в рамках такой модели.

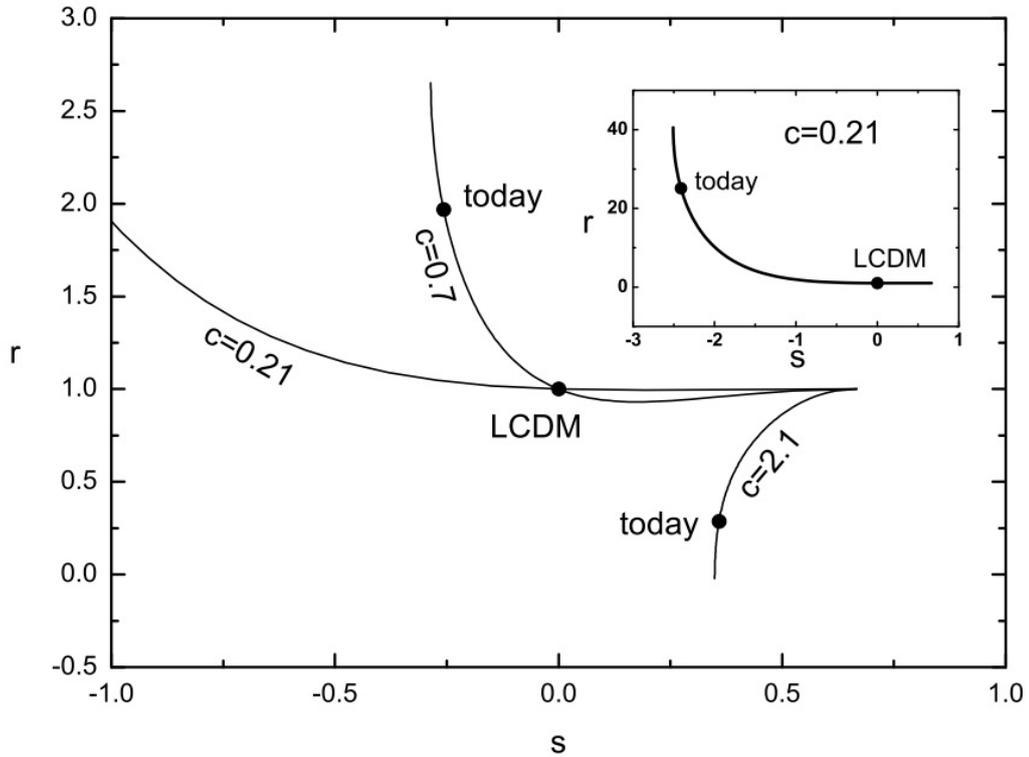


Рис. 2: Диаграммы $r(s)$ для модели голографической темной энергии для $C = 0.21; 0.7; 2.1$. На вставке показана полная кривая для случая $C = 0.21$. Круглые точки представляют сегодняшние значения для этих случаев. Модель Λ CDM соответствует неподвижной точке $\{0, 1\}$. Из [17].

3.3.5. Сингулярность большого разрыва

Рассмотрим будущее нашей Вселенной в рамках модели с голографической темной энергией. Данные наблюдений приводят к выводу, что C порядка 0.8, а значения $C \geq 1$ лежат вне интервала в 5 стандартных отклонений. В таких моделях горизонт событий уменьшается со временем. В такой вселенной может произойти в будущем сингулярность большого разрыва.

Тем не менее, модель голографической темной энергии является по существу квантовой гравитацией. Изучение эволюции вблизи большого разрыва показывает, что эффекты квантовой гравитации могут предотвратить сингуляр-

ность.

В частности, в [18] авторы рассмотрели сценарий мира на бране, когда уравнение Фридмана заменяется на следующее:

$$3M_p^2 H^2 = \rho \left(1 + \frac{\rho}{\rho_c} \right) \quad (135)$$

где $\rho_c = 2\lambda$, λ - натяжение браны:

$$\lambda = \frac{6(8\pi)^2 M_*^6}{M_p^2} \quad (136)$$

где M_* - фундаментальная планковская масса. Здесь предполагается простая модель мира бране с одним большим дополнительным измерением.

Наличие большого дополнительного измерения и сценария мира на бране соответствует эффективному параметру голографической модели C :

$$C_{\text{eff}} = C \sqrt{1 + 3C^2 M_p^2 R_h^{-2} \rho_c^{-1}} \quad (137)$$

В ранней Вселенной разница между $C_{\text{eff}}(t)$ и C мала. Это связано с тем, что размер будущего горизонта событий R_h является большим по сравнению с обратной величиной натяжения браны, т.е. второе слагаемое под корнем вносит малую поправку. Но как только горизонт событий R_h становится сравним с обратной величиной натяжения параметр $C_{\text{eff}}(t)$ увеличивается. В результате горизонт событий не может достичь нулевого значения. Для горизонта событий имеем решение в виде аттрактора:

$$R_h^{\text{min}} = \frac{\sqrt{3} C^2 M_p}{\sqrt{(1 - C^2) \rho_c}} \quad (138)$$

Таким образом, сингулярность большого разрыва устраняется.

4. Модель голографической энергии Цалиса. Исследование модели голографической тёмной энергии на бране

4.1. Модель голографической темной энергии Цалиса

Определение и вывод стандартной формулы для плотности голографической темной энергии ($\rho_{de} = 3C^2 M_p^2 L^{-2}$) зависит от соотношения между энтропией и площадью горизонта $S \sim A \sim L^2$ для черных дыр. Однако это определение HDE может быть изменено из-за квантовых соображений. Энтропия может быть пропорциональна площади горизонта в некоторой степени, что приводит к иной зависимости плотности темной энергии от масштаба L . Используя общее выражение для энтропии и голографический принцип, Цалис в [19] предложил новую модель голографической темной энергии, взяв выражение для энтропии горизонта черной дыры в виде:

$$S_\gamma = \mu A^\gamma \quad (139)$$

где μ - неизвестная константа, а γ - параметр неаддитивности. Очевидно, что энтропия Бекенштейна получается из этой формулы, если положить $\gamma = 1$ и $\mu = 1/4G$ (в единицах где $\hbar = k_B = c = 1$).

Это соотношение выводится в рамках квантовой гравитации и приводит к интересным результатам для космологии.

Основываясь на голографическом принципе, Коэн и др. предложили соотношение между энтропией системы S , масштабом L и плотностью энергии Λ :

$$L^3 \Lambda^3 \leq (S)^{3/4} \quad (140)$$

которые в сочетании с уравнением (139) приводит к верхнему пределу на плотность энергии Λ^4 :

$$\Lambda^4 \leq (\mu(4\pi)^\gamma) L^{2\gamma-4} \quad (141)$$

Плотность голографической темной энергии в модели Цалиса, таким образом, может быть записана как:

$$\rho_{de} = C^2 L^{2\gamma-4} \quad (142)$$

где C - неизвестный параметр. Рассмотрим плоскую вселенную Фрийдмана, для которой хаббловский горизонт является подходящим для выбора в качестве масштаба L , и нет никакого взаимодействия между темной энергией и другими компонентами вселенной. Таким образом ($L = H^{-1}$), плотность энергии и закон сохранения в модели Цалиса имеют вид:

$$\rho_{de} = C^2 H^{-2\gamma+4} \quad (143)$$

$$\dot{\rho}_{de} + 3H\rho_{de}(1 + \omega_{de}) = 0 \quad (144)$$

где $\omega_{de} = p_{de}/\rho_{de}$ и p_{de} обозначают уравнение параметра состояния и давление темной энергии соответственно.

4.2. Исследование модели голографической темной энергии Цалиса на бране Рэндалл-Сандрум

Плотность голографической темной энергии Цалиса дается выражением (142):

$$\rho_{de} = C^2 L^{2\gamma-4}$$

где L , следуя формулам (116-118), можно выбрать как: горизонт событий, горизонт частиц или обратную величину хаббловского параметра. Уравнение Фрийдмана для космологии на бране Рэндалл-Сандрум:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \rho \left(1 + \frac{\rho}{2\lambda}\right) \quad (145)$$

$$\rho = \rho_{de} + \rho_m \quad (146)$$

ρ_m - плотность материи, $\lambda \geq 0$ - натяжение на бране. Определим величину начальной плотности ρ_{tot} (в единицах квадрата параметра Хаббла) из уравнения:

$$1 = \rho_{tot}(1 + \delta) \quad \rho_{tot} = \frac{1}{(1 + \delta)} \quad (147)$$

где $\delta = \frac{\rho}{2\lambda}$. Начальное значение L_0 выберем так, чтобы плотность голографической темной энергии составляло долю Ω_{de} от ρ_{tot} . Ω_m или $1 - \Omega_{de}$ - доля материи. Понятно, что:

$$\Omega_{de} + \Omega_m = 1 \quad (148)$$

Тогда:

$$\begin{aligned} \frac{C^2}{L_0^{4-2\gamma}} &= \Omega_{de}\rho_{tot} \\ L_0 &= \left(\frac{C^2}{\Omega_{de}\rho_{tot}} \right)^{\frac{1}{4-2\gamma}} \end{aligned} \quad (149)$$

Подставим в уравнение Фридмана (145) уравнение (146), где значение ρ_{de} возьмем из (142), а значение ρ_m :

$$\rho_m = \frac{(1 - \Omega_{de})\rho_{tot}}{a^3} \quad (150)$$

Получим:

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \left(\frac{C^2}{L_0^{4-2\gamma}} + \frac{(1 - \Omega_{de})\rho_{tot}}{a^3} \right) \left(1 + \frac{\frac{C^2}{L_0^{4-2\gamma}} + \frac{(1 - \Omega_{de})\rho_{tot}}{a^3}}{2\lambda} \right) \quad (151)$$

В настоящий момент:

$$H_0^2 = \left(\frac{C^2}{L_0^{4-2\gamma}} + (1 - \Omega_{de})\rho_{tot} \right) (1 + \delta) \quad (152)$$

$$\delta = \frac{\left(\frac{C^2}{L_0^{4-2\gamma}} + (1 - \Omega_{de})\rho_{tot} \right)}{2\lambda} \quad (153)$$

где $a(0) = 1$.

Выберем в качестве L - горизонт событий:

$$\begin{aligned} L &= a(t)L' = a(t) \int_t^\infty \frac{dt'}{a} \\ L' &= \int_t^\infty \frac{dt'}{a} \end{aligned} \quad (154)$$

Возьмем производную по t в уравнение (154):

$$\frac{dL'}{dt} = \frac{1}{a(t)} \quad (155)$$

Перепишем уравнение Фридмана (151) с учетом уравнения (154):

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \left(\frac{C^2}{(aL')^{4-2\gamma}} + \frac{(1-\Omega_{de})\rho_{tot}}{a^3}\right) \left(1 + \frac{\frac{C^2}{(aL')^{4-2\gamma}} + \frac{(1-\Omega_{de})\rho_{tot}}{a^3}}{2\lambda}\right) \quad (156)$$

Найдем $\frac{da}{dt}$ из уравнения (156):

$$\frac{da}{dt} = \sqrt{\frac{C^2}{a^{2-2\gamma}(L')^{4-2\gamma}} + \frac{(1-\Omega_{de})\rho_{tot}}{a}} \sqrt{1 + \frac{\frac{C^2}{(aL')^{4-2\gamma}} + \frac{(1-\Omega_{de})\rho_{tot}}{a^3}}{2\lambda}} \quad (157)$$

Решая численно систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{da}{dt} = \sqrt{\frac{C^2}{a^{2-2\gamma}(L')^{4-2\gamma}} + \frac{(1-\Omega_{de})\rho_{tot}}{a}} \sqrt{1 + \frac{\frac{C^2}{(aL')^{4-2\gamma}} + \frac{(1-\Omega_{de})\rho_{tot}}{a^3}}{2\lambda}} \\ \frac{dL'}{dt} = \frac{1}{a(t)} \end{cases} \quad (158)$$

можно исследовать модель.

Используя данные по сверхновым типа Ia, барионным акустическим осцилляциям и зависимости постоянной Хаббла от красного смещения, построим 1σ и 2σ доверительные области параметров C и Ω_{de} при различных значениях δ и $\gamma \neq 2$. Результаты анализа приведены на рисунках (3-6).

Исследуем модель при некоторых значениях параметров C и Ω_{de} , входящих в 1σ интервал. Заметим, что при $\delta = 0.02$ область пересечения либо отсутствует, либо очень мала, поэтому можно сделать вывод о том, что $\delta \approx 0.02$ - ограничение для данной модели.

Рассмотрим сначала модель при $\delta = 0$, используя диаграммы (r, s) и зависимость $\ln(a(t))$ от t . Результаты приведены на графиках (7,8). Значения критерия χ^2 приведены в таблице (4).

Таблица 4: Значения χ^2 для моделей голографической темной энергии Цалиса на бране Рэндалл-Сандрум при $\delta = 0$.

Модель	χ_{SN}^2	χ_A^2	χ_H^2	$\sum \chi^2$
Λ CDM	346.72	17.0	0.036	363.756
$\delta = 0, \gamma = 0.9, C = 0.7, \Omega_{de} = 0.7.$	347.42	17.36	0.089	364.870
$\delta = 0, \gamma = 1, C = 0.7, \Omega_{de} = 0.7.$	347.34	17.21	0.108	364.653
$\delta = 0, \gamma = 1.2, C = 0.7, \Omega_{de} = 0.7.$	347.27	16.97	0.160	364.391
$\delta = 0, \gamma = 1.5, C = 0.8, \Omega_{de} = 0.72.$	346.91	16.23	0.614	363.757
$\delta = 0, \gamma = 1.9, C = 0.9, \Omega_{de} = 0.72.$	347.15	16.49	1.010	364.642
$\delta = 0, \gamma = 2.2, C = 0.8, \Omega_{de} = 0.72.$	347.55	16.40	0.309	364.254
$\delta = 0, \gamma = 2.5, C = 0.8, \Omega_{de} = 0.7.$	346.95	16.44	0.141	363.531
$\delta = 0, \gamma = 2.7, C = 0.8, \Omega_{de} = 0.7.$	347.02	16.45	0.195	363.666
$\delta = 0, \gamma = 3, C = 0.8, \Omega_{de} = 0.7.$	347.24	16.49	0.292	364.028

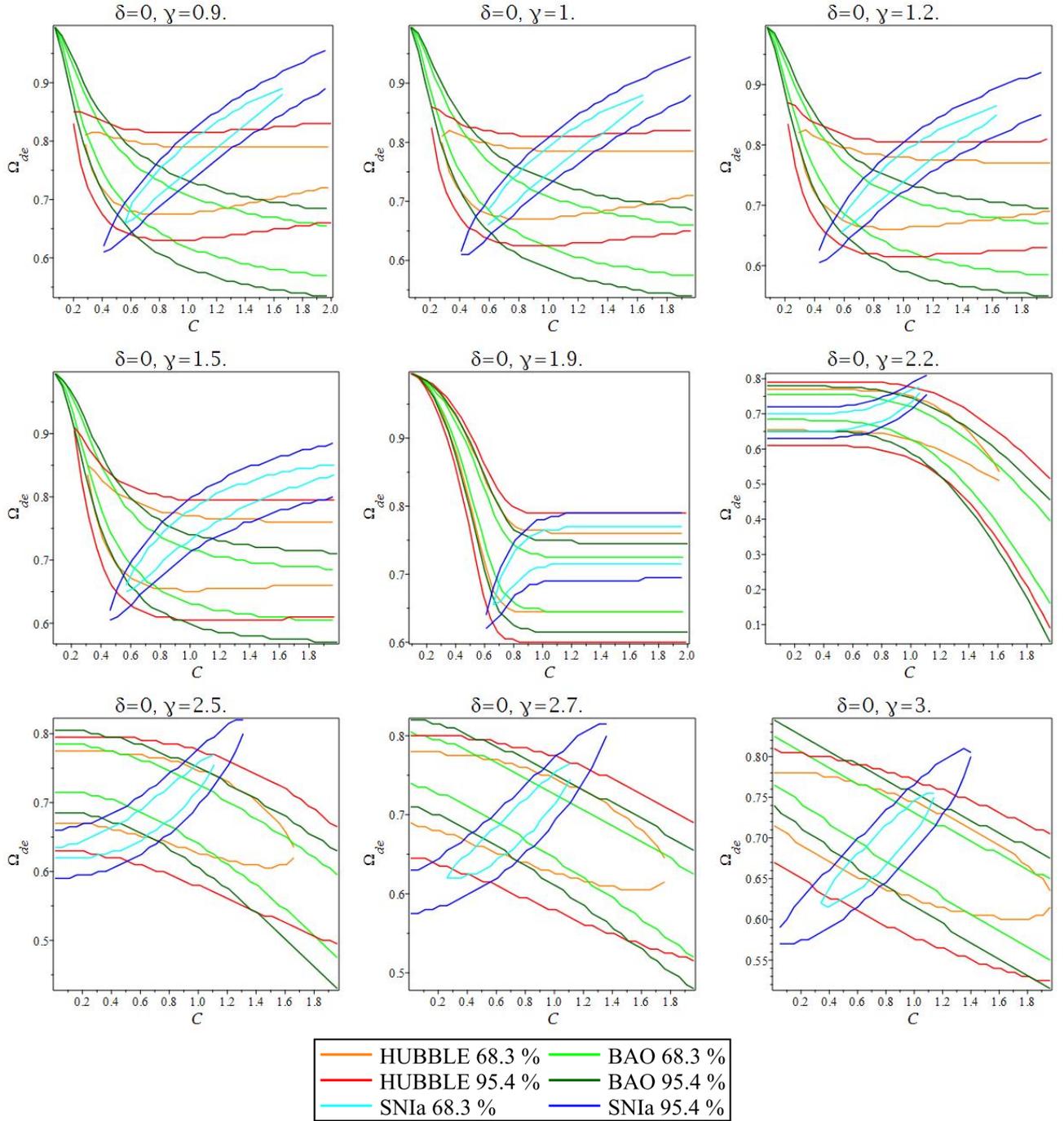


Рис. 3: 1σ и 2σ доверительные интервалы для моделей голографической темной энергии Цалиса на бране Рэндалл-Сандрум при $\delta = 0$.

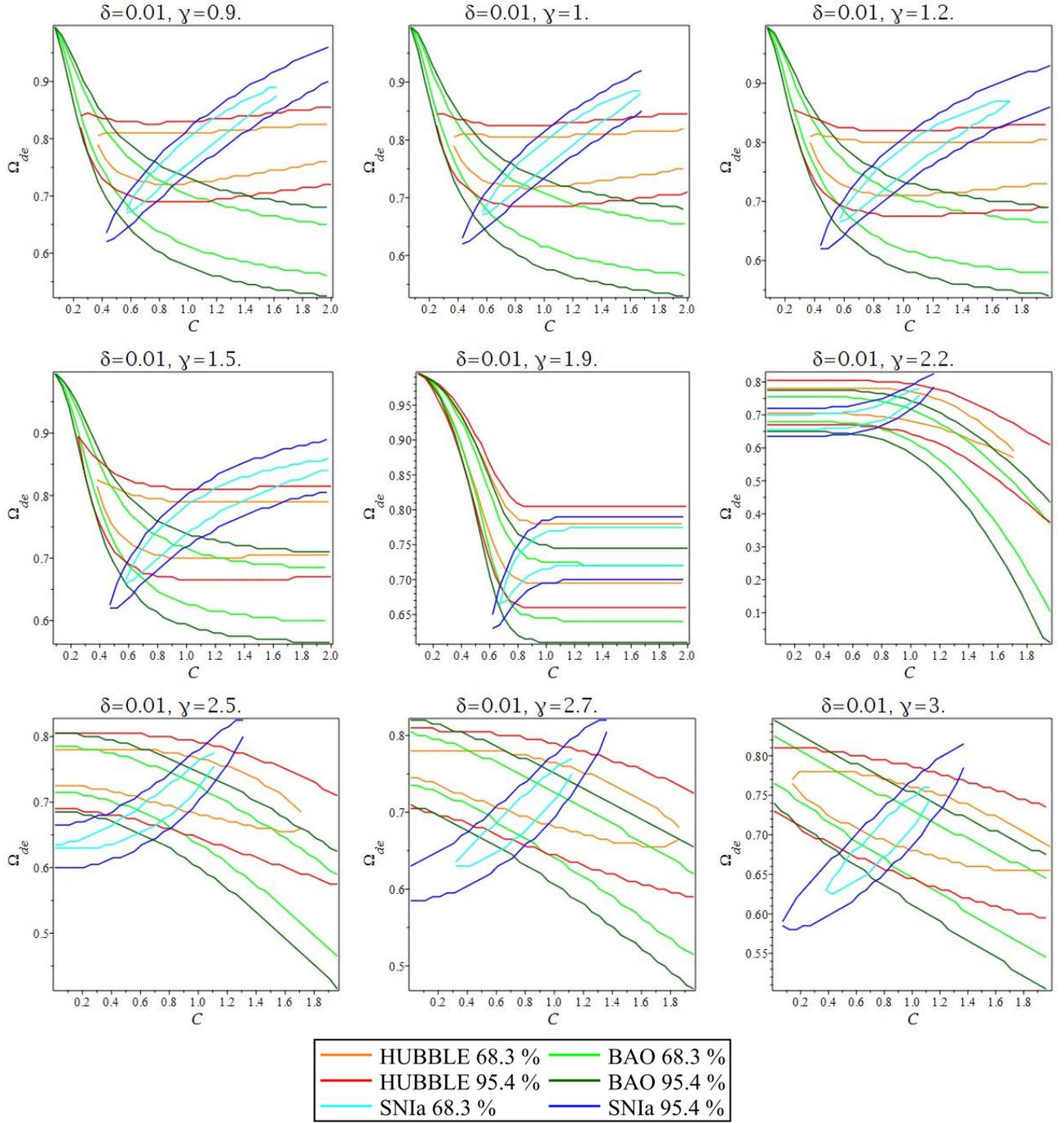


Рис. 4: 1σ и 2σ доверительные интервалы для моделей голографической темной энергии Цалиса на бране Рэндалл-Сандрум при $\delta = 0.01$.

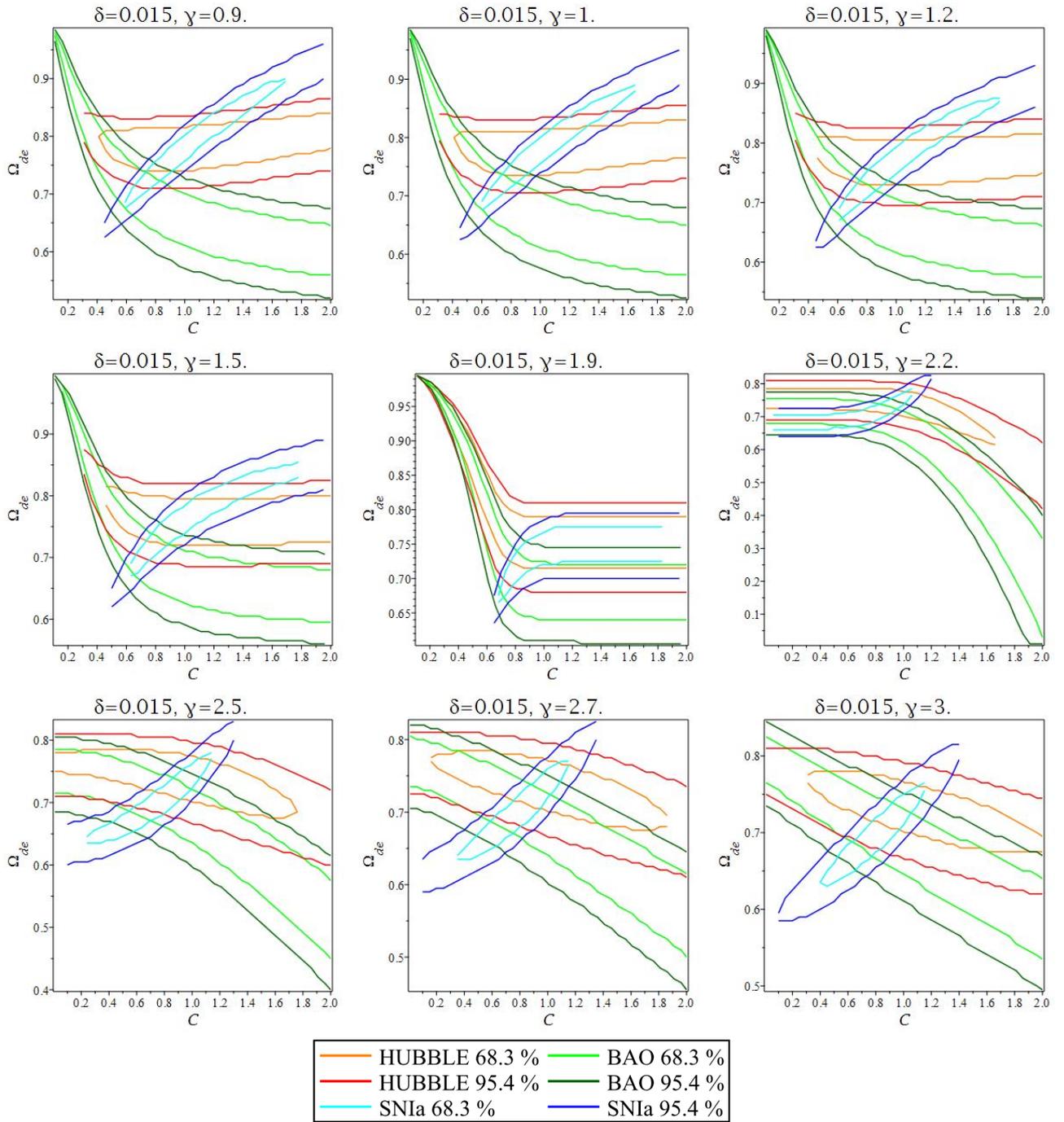


Рис. 5: 1σ и 2σ доверительные интервалы для моделей голографической темной энергии Цалиса на бране Рэндалл-Сандрум при $\delta = 0.015$.

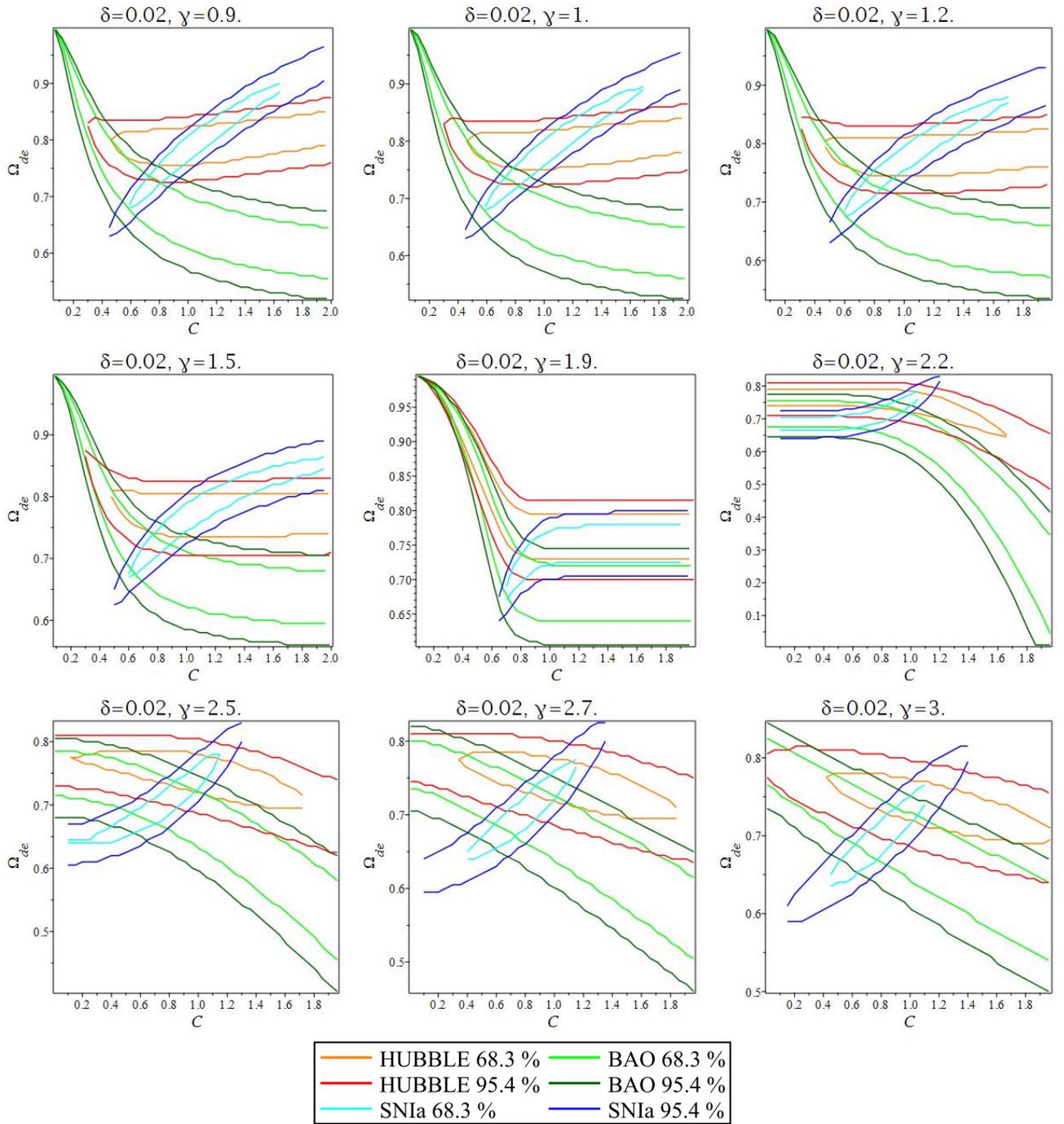


Рис. 6: 1σ и 2σ доверительные интервалы для моделей голографической темной энергии Цалиса на бране Рэндалл-Сандрум при $\delta = 0.02$.

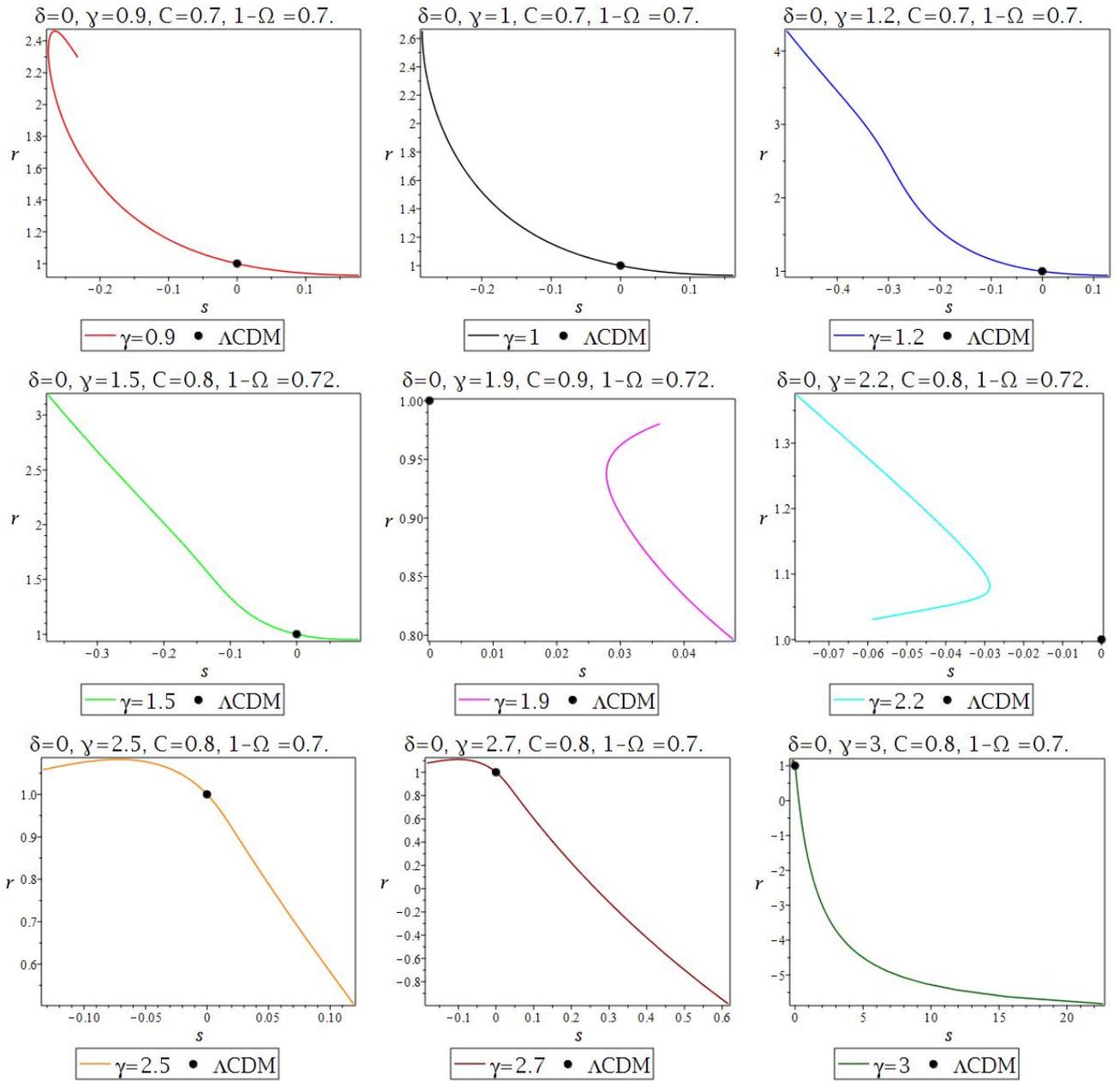


Рис. 7: (r, s) диаграммы для моделей голографической темной энергии Цалиса на бране Рэндалл-Сандрум при $\delta = 0$.

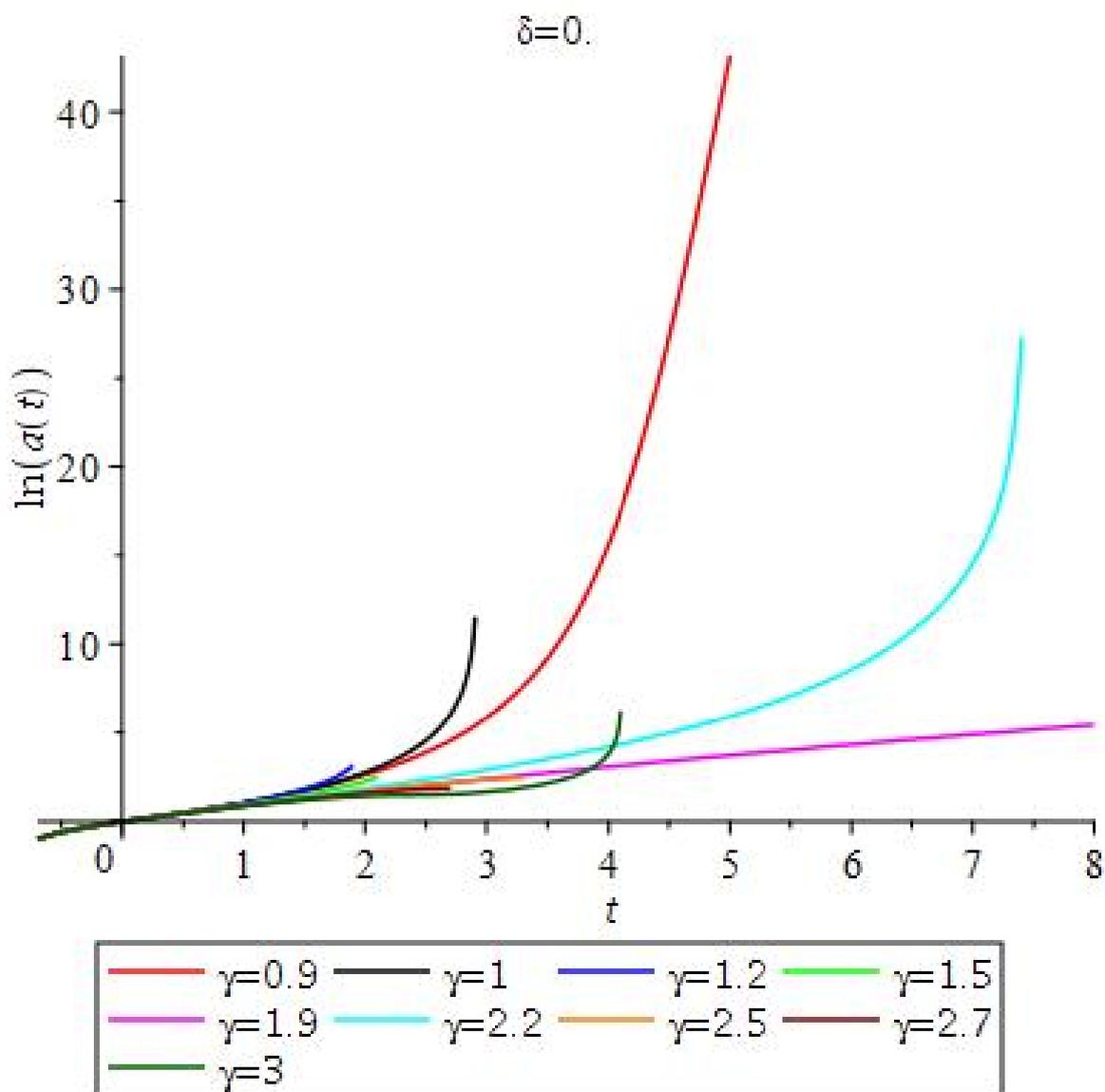


Рис. 8: Зависимость $\ln(a(t))$ от t для моделей голографической темной энергии Цалиса на бране Рэндалл-Сандрум при $\delta = 0$.

Аналогично исследуем модели при $\delta = 0.01$ и $\delta = 0.015$. Результаты приведены в таблицах (5,6) и на графиках (9-12).

Таблица 5: Значения χ^2 для моделей голографической темной энергии Цалиса на бране Рэндалл-Сандрум при $\delta = 0.01$.

Модель	χ_{SN}^2	χ_A^2	χ_H^2	$\sum \chi^2$
Λ CDM	346.72	17.0	0.036	363.756
$\delta = 0.01, \gamma = 0.9, C = 0.75, \Omega_{de} = 0.73.$	347.44	18.37	1.527	367.336
$\delta = 0.01, \gamma = 1, C = 0.75, \Omega_{de} = 0.73.$	347.54	18.12	1.417	367.081
$\delta = 0.01, \gamma = 1.2, C = 0.8, \Omega_{de} = 0.73.$	347.00	17.64	1.881	366.517
$\delta = 0.01, \gamma = 1.5, C = 0.8, \Omega_{de} = 0.73.$	347.18	17.29	1.529	366.000
$\delta = 0.01, \gamma = 1.9, C = 0.8, \Omega_{de} = 0.72.$	347.15	17.59	0.462	365.201
$\delta = 0.01, \gamma = 2.2, C = 0.8, \Omega_{de} = 0.7.$	347.26	18.71	0.051	366.024
$\delta = 0.01, \gamma = 2.5, C = 0.9, \Omega_{de} = 0.72.$	347.14	17.26	0.787	365.184
$\delta = 0.01, \gamma = 2.7, C = 0.9, \Omega_{de} = 0.72.$	347.18	17.29	0.648	365.118
$\delta = 0.01, \gamma = 3, C = 0.9, \Omega_{de} = 0.72.$	347.42	17.37	0.477	365.271

Таблица 6: Значения χ^2 для моделей голографической темной энергии Цалиса на бране Рэндалл-Сандрум при $\delta = 0.015$.

Модель	χ_{SN}^2	χ_A^2	χ_H^2	$\sum \chi^2$
Λ CDM	346.72	17.0	0.036	363.756
$\delta = 0.015, \gamma = 1.5, C = 0.8, \Omega_{de} = 0.74.$	347.88	17.77	2.730	368.382
$\delta = 0.015, \gamma = 1.9, C = 0.85, \Omega_{de} = 0.73.$	347.00	17.93	1.801	366.730
$\delta = 0.015, \gamma = 2.2, C = 0.8, \Omega_{de} = 0.72.$	347.21	18.64	0.447	366.304
$\delta = 0.015, \gamma = 2.5, C = 0.9, \Omega_{de} = 0.73.$	347.23	17.69	1.669	366.594
$\delta = 0.015, \gamma = 2.7, C = 0.9, \Omega_{de} = 0.73.$	347.49	17.73	1.460	366.675
$\delta = 0.015, \gamma = 3, C = 0.9, \Omega_{de} = 0.73.$	348.04	17.83	1.187	367.053

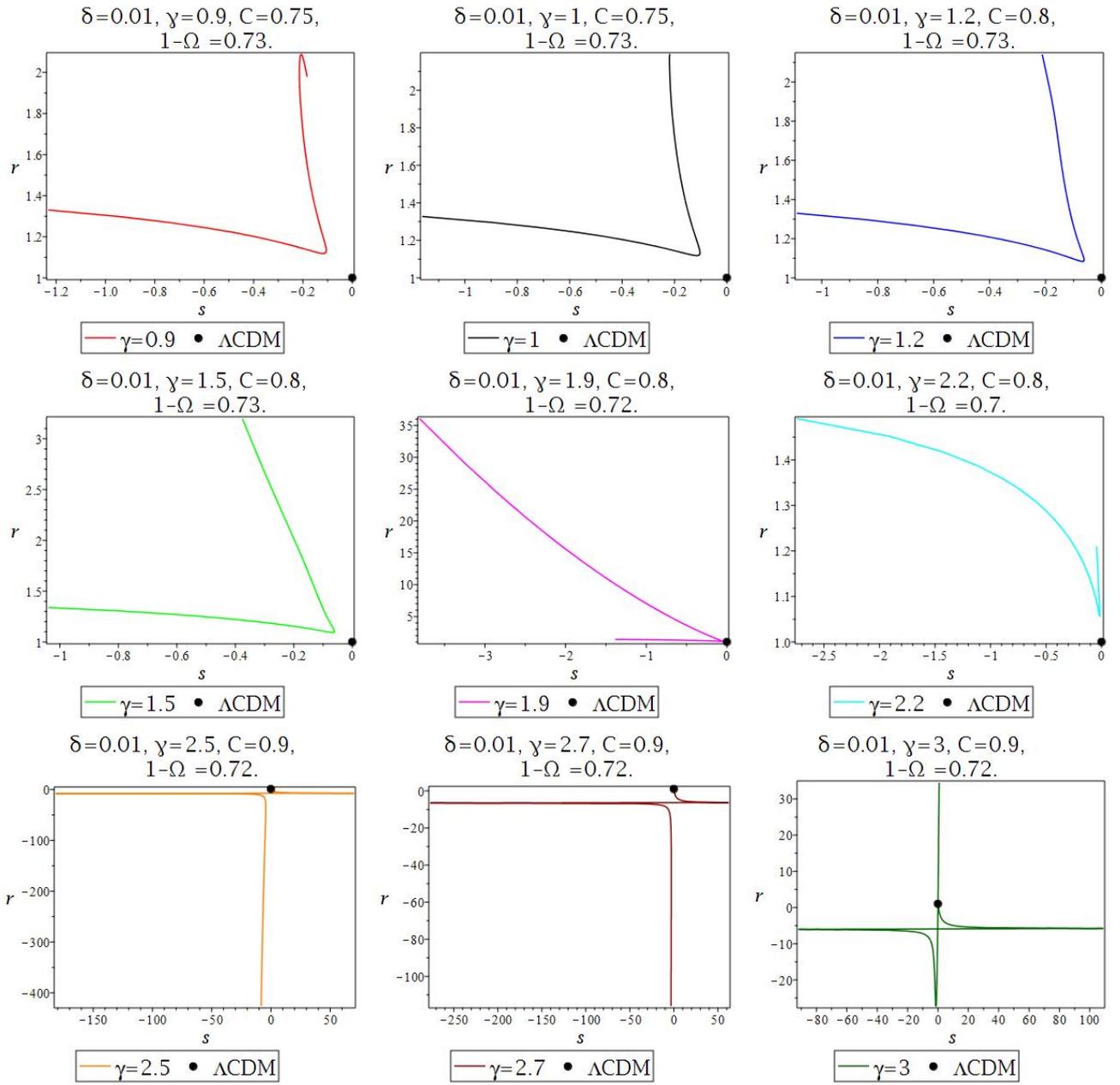


Рис. 9: (r, s) диаграммы для моделей голографической темной энергии Цалиса на бране Рэндалл-Сандрум при $\delta = 0.01$.

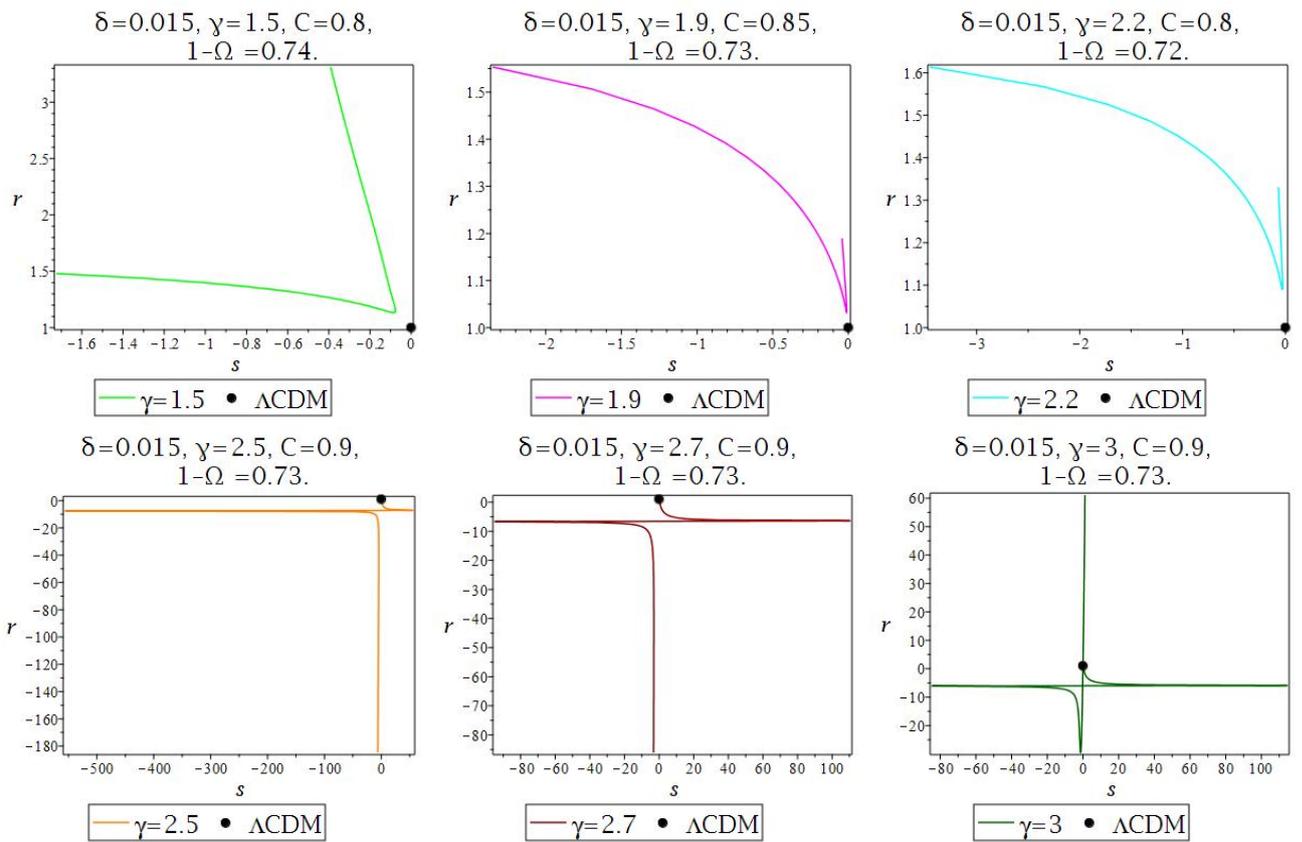


Рис. 10: (r, s) диаграммы для моделей голографической темной энергии Цалиса на бране Рэндалл-Сандрум при $\delta = 0.015$.

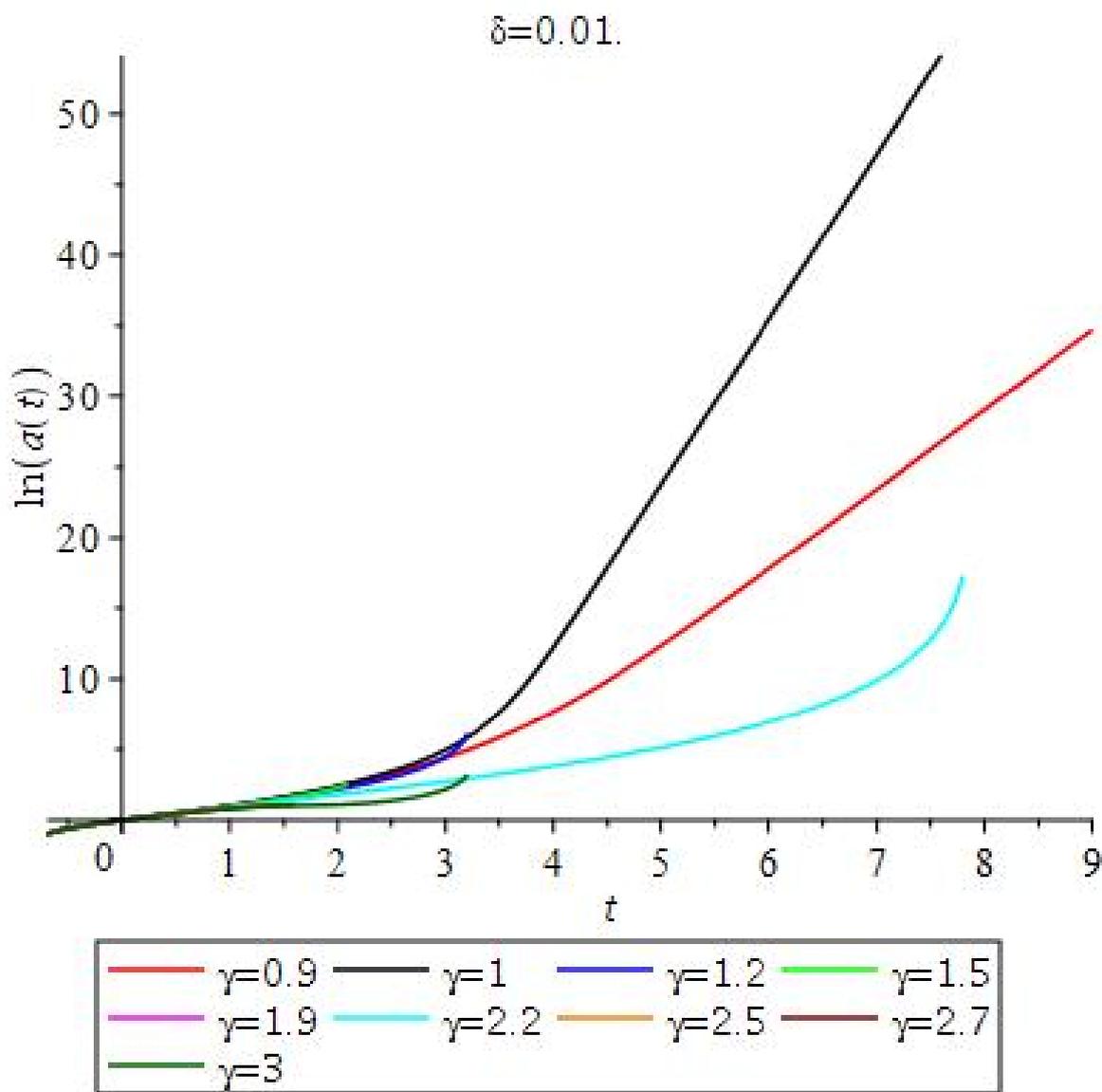


Рис. 11: Зависимость $\ln(a(t))$ от t для моделей голографической темной энергии Цалиса на бране Рэндалл-Сандрум при $\delta = 0.01$.

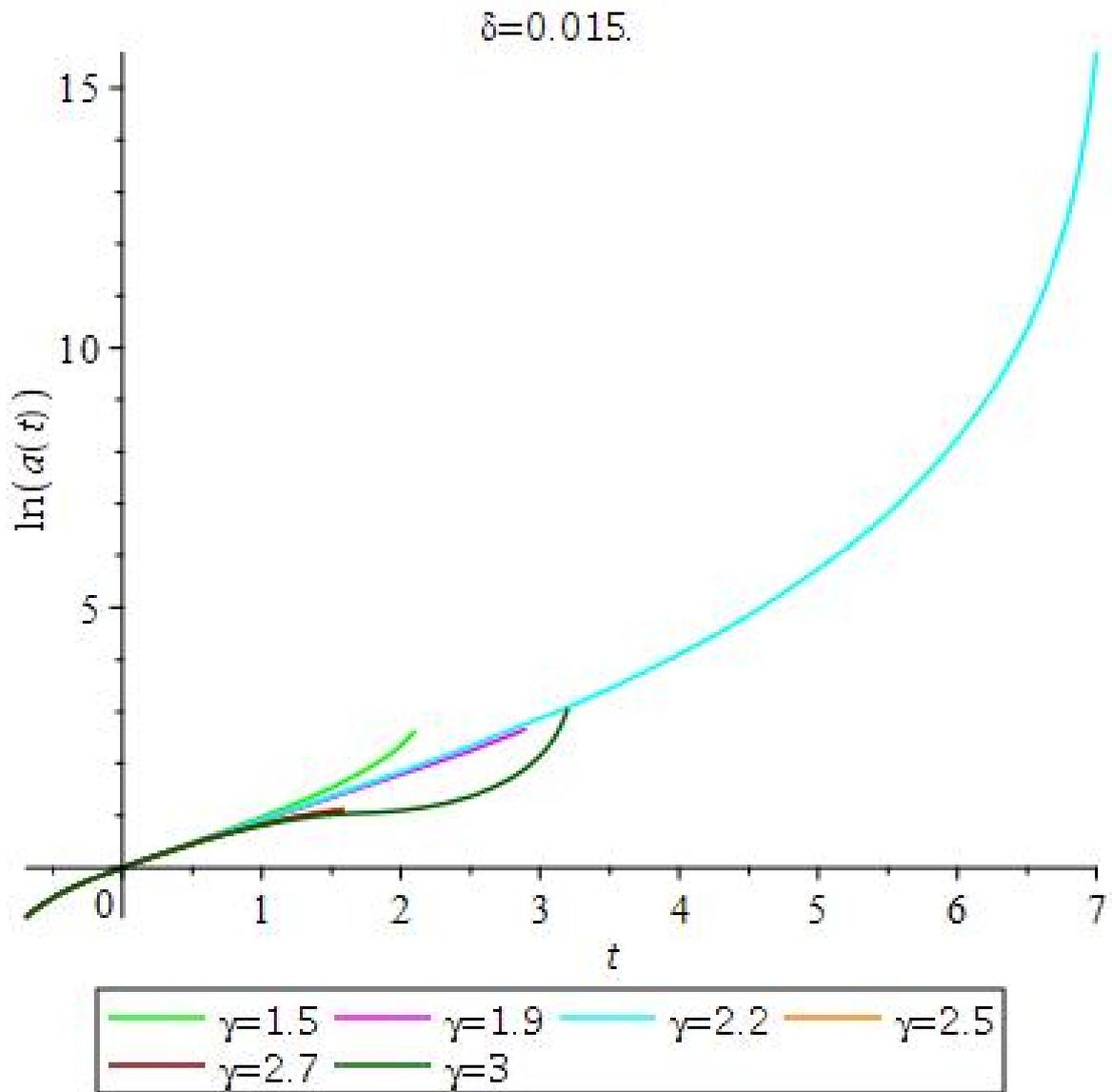


Рис. 12: Зависимость $\ln(a(t))$ от t для моделей голографической темной энергии Цалиса на бране Рэндалл-Сандрум при $\delta = 0.015$.

Можно сделать вывод, что модели голографической тёмной энергии Цалиса в космологии Фридмана ($\delta = 0$) хорошо соответствуют данным наблюдений при $0.9 < \gamma \leq 3$. Также видно, что изменение параметров в довольно широких пределах слабо влияет на критерий хи-квадрат.

При увеличении δ область допустимых значений параметров уменьшается, но всё же при некоторых значениях модели будут соответствовать наблюдаемым почти также хорошо, как и стандартная модель (Λ CDM), но при $\delta \approx 0.02$ область пересечения либо отсутствует, либо незначительна, что позволяет сделать вывод о существующем ограничении на верхнее значение натяжения браны.

Исследование (r, s) диаграмм, показало, что при $\delta = 0$, только две кривые не проходят через неподвижную точку $\{0, 1\}$, а именно кривые моделей при $\gamma = 1.9$ и $\gamma = 2.2$. При $\delta \neq 0$ мы видим, что траектории для моделей с $\gamma < 2.5$ никогда не пересекают точку $\{0, 1\}$, а при $\gamma \geq 2.5$ пересекают, но параметр “толчка” обращается в бесконечность, так как параметр торможения проходит через значение $1/2$, отсюда и вид кривых.

Чтобы сделать выводы о будущем Вселенной, описываемой выбранными моделями, мы проанализировали графики зависимостей $\ln(a(t))$ от t . Во всех моделях, исследованных нами, возникает сингулярность большого разрыва. При $\gamma < 1.5$ увеличение значения натяжения на бране увеличивает время до сингулярности, при $\gamma \approx 1.5 - 1.9$ (исключая значение $\gamma = 2$) увеличение натяжения на бране практически не влияет на время наступления сингулярности и, наконец, при $\gamma \geq 2.2$ увеличение натяжения приближает момент возникновения сингулярности. Если обратить внимание на формулу (137), то можно убедиться, что при данных γ , C_{eff} соответственно увеличивается, слабо меняется или уменьшается по сравнению с C , что и приводит к описанным эффектам.

4.3. Исследование модели голографической темной энергии на бране Рэндалл-Сандрум

Рассмотрим частный случай модели голографической темной энергии Цалиса на бране, положив $\gamma = 1$. Переопределим плотность темной энергии как

$$\rho_{de} = \frac{C^2}{L^2} - \frac{C_2^2}{L_2^2} \quad (159)$$

где C_2 - константа, а в качестве L и L_2 возьмем горизонт событий и обратную величину хаббловского параметра соответственно, тогда для ρ_{de} :

$$\rho_{de} = \frac{C^2}{L^2} - C_2^2 H^2 \quad (160)$$

Величина начальной общей плотности ρ_{tot} найдется из уравнения:

$$1 = (\rho_{tot} - C_2^2) (1 + \delta) \quad (161)$$

Получаем:

$$\rho_{tot} = \frac{1 + C_2^2 + C_2^2 \delta}{1 + \delta} \quad (162)$$

Начальное значение L_0 и плотность материи ρ_m определены в главе (4.2). Запишем уравнение Фридмана:

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \left(\frac{C^2}{L^2} - C_2^2 H^2 + \frac{(1 - \Omega_{de}) \rho_{tot}}{a^3} \right) \left(1 + \frac{\frac{C^2}{L^2} - C_2^2 H^2 + \frac{(1 - \Omega_{de}) \rho_{tot}}{a^3}}{2\lambda} \right) \quad (163)$$

В настоящий момент:

$$H_0^2 = \left(\frac{C^2}{L_0^2} - C_2^2 H_0^2 + (1 - \Omega_{de}) \rho_{tot} \right) (1 + \delta) \quad (164)$$

$$H_0^2 = \frac{\left(\frac{C^2}{L_0^2} + (1 - \Omega_{de}) \rho_{tot} \right) (1 + \delta)}{1 + C_2^2 (1 + \delta)} \quad (165)$$

Следуя главе (4.2), определим L из уравнения (154). Найдём $\frac{da}{dt}$ из уравнения Фридмана:

$$\frac{da}{dt} = \sqrt{\frac{C^2}{(L')^2} - C_2^2 R^2 + \frac{(1 - \Omega_{de})\rho_{tot}}{a}} \sqrt{1 + \frac{\frac{C^2}{(aL')^2} - \frac{-C_2^2 R^2}{a^2} + \frac{(1 - \Omega_{de})\rho_{tot}}{a^3}}{2\lambda}} \quad (166)$$

где $R = \dot{a}$, а начальное значение $R(0) = 1$. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{da}{dt} = \sqrt{\frac{C^2}{(L')^2} - C_2^2 R^2 + \frac{(1 - \Omega_{de})\rho_{tot}}{a}} \sqrt{1 + \frac{\frac{C^2}{(aL')^2} - \frac{-C_2^2 R^2}{a^2} + \frac{(1 - \Omega_{de})\rho_{tot}}{a^3}}{2\lambda}} \\ \frac{dL'}{dt} = \frac{1}{a(t)} \end{cases} \quad (167)$$

Проанализируем данную модель с наблюдательными данными. Доверительные интервалы параметров приведены на графиках (13,14). Выберем значения C и Ω_{de} из пересечения 1σ доверительных интервалов и исследуем модели при этих параметрах.

Значения χ^2 для выбранных моделей приведены в таблице (7). Диаграммы (r, s) и зависимость $\ln(a(t))$ от t представлены на рисунках (15,16).

Таблица 7: Значения χ^2 для моделей голографической темной энергии на бране Рэндалл-Сандрум.

Модель	χ_{SN}^2	χ_A^2	χ_H^2	$\sum \chi^2$
Λ CDM	346.72	17.0	0.036	363.756
$\delta = 0, C_2 = 0.1, C = 0.75, \Omega_{de} = 0.72.$	347.21	16.33	0.510	364.048
$\delta = 0, C_2 = 0.3, C = 0.8, \Omega_{de} = 0.72.$	347.02	16.35	0.675	364.041
$\delta = 0, C_2 = 0.5, C = 0.8, \Omega_{de} = 0.72.$	347.89	16.33	0.296	364.516
$\delta = 0.01, C_2 = 0.1, C = 0.75, \Omega_{de} = 0.73.$	347.63	18.09	1.364	367.091
$\delta = 0.01, C_2 = 0.3, C = 0.8, \Omega_{de} = 0.73.$	347.25	17.79	1.621	366.664
$\delta = 0.01, C_2 = 0.5, C = 0.85, \Omega_{de} = 0.73.$	347.37	17.43	1.504	366.309
$\delta = 0.015, C_2 = 0.5, C = 0.85, \Omega_{de} = 0.73.$	347.31	18.45	1.610	367.375

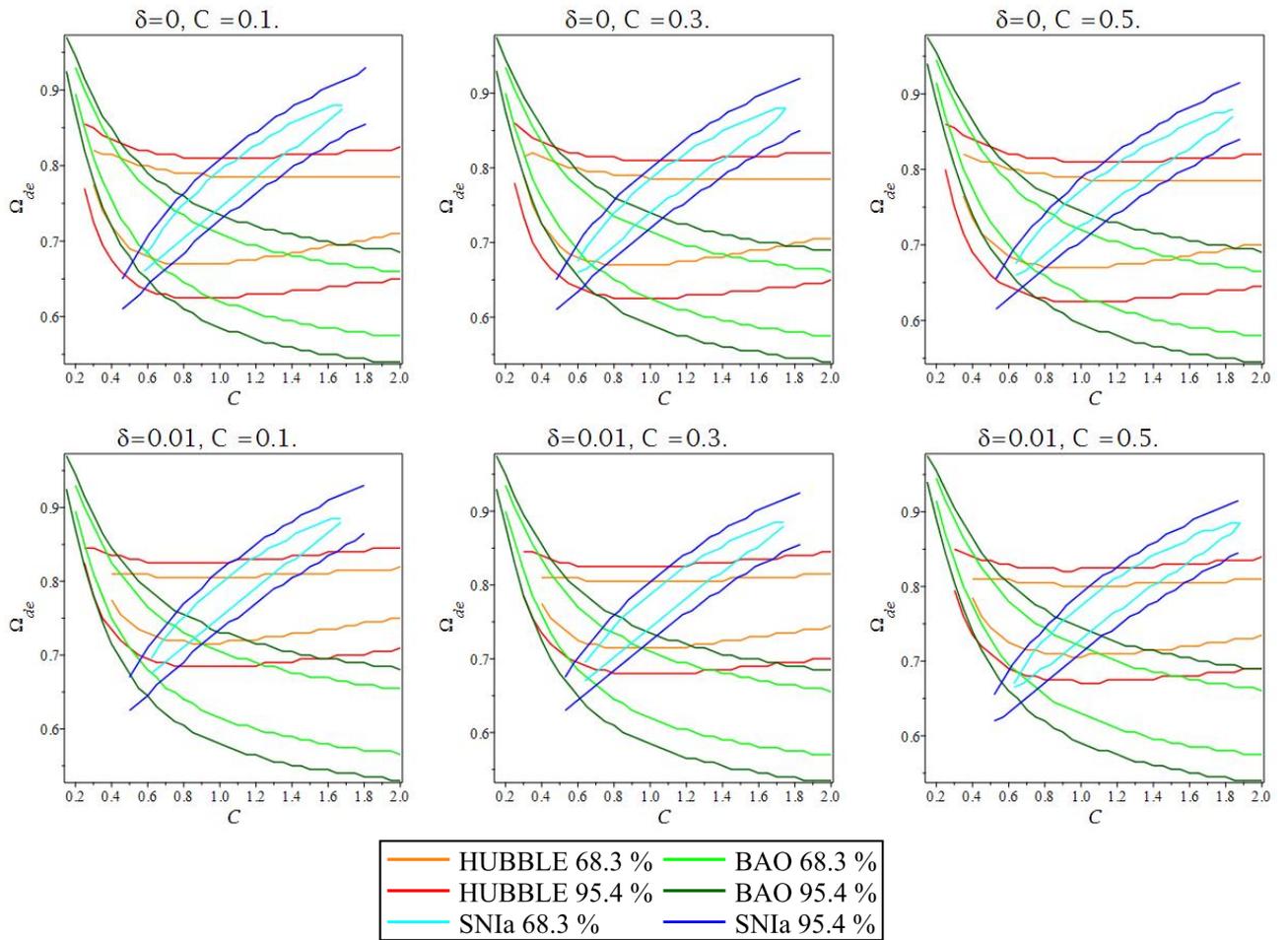


Рис. 13: 1σ и 2σ доверительные интервалы для моделей голографической темной энергии на бране Рэндалл-Сандрум при $\delta = 0$ и $\delta = 0.01$.

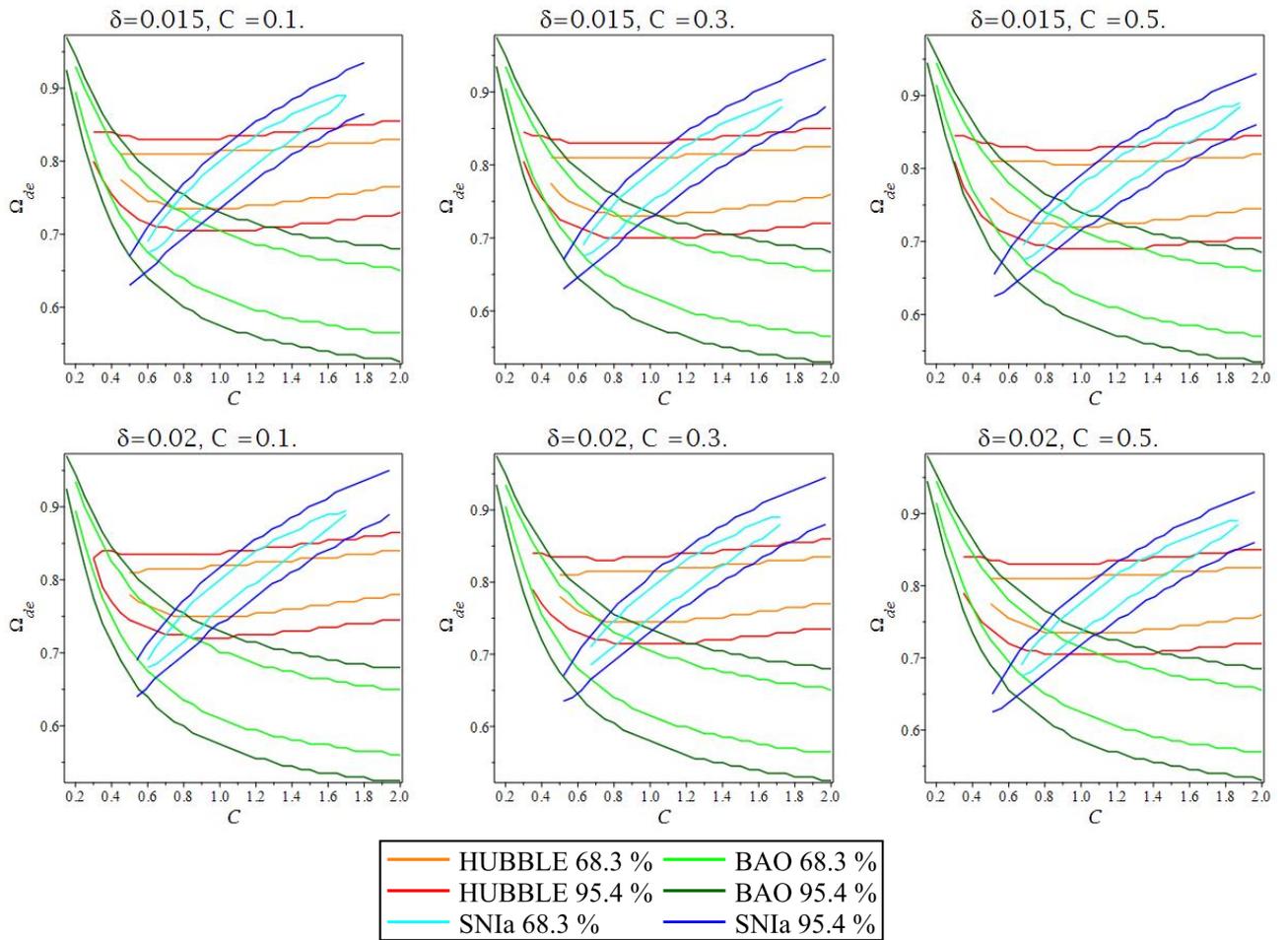


Рис. 14: 1σ и 2σ интервалы для моделей голографической темной энергии на бране Рэндалл-Сандрум при $\delta = 0.015$ и $\delta = 0.02$.

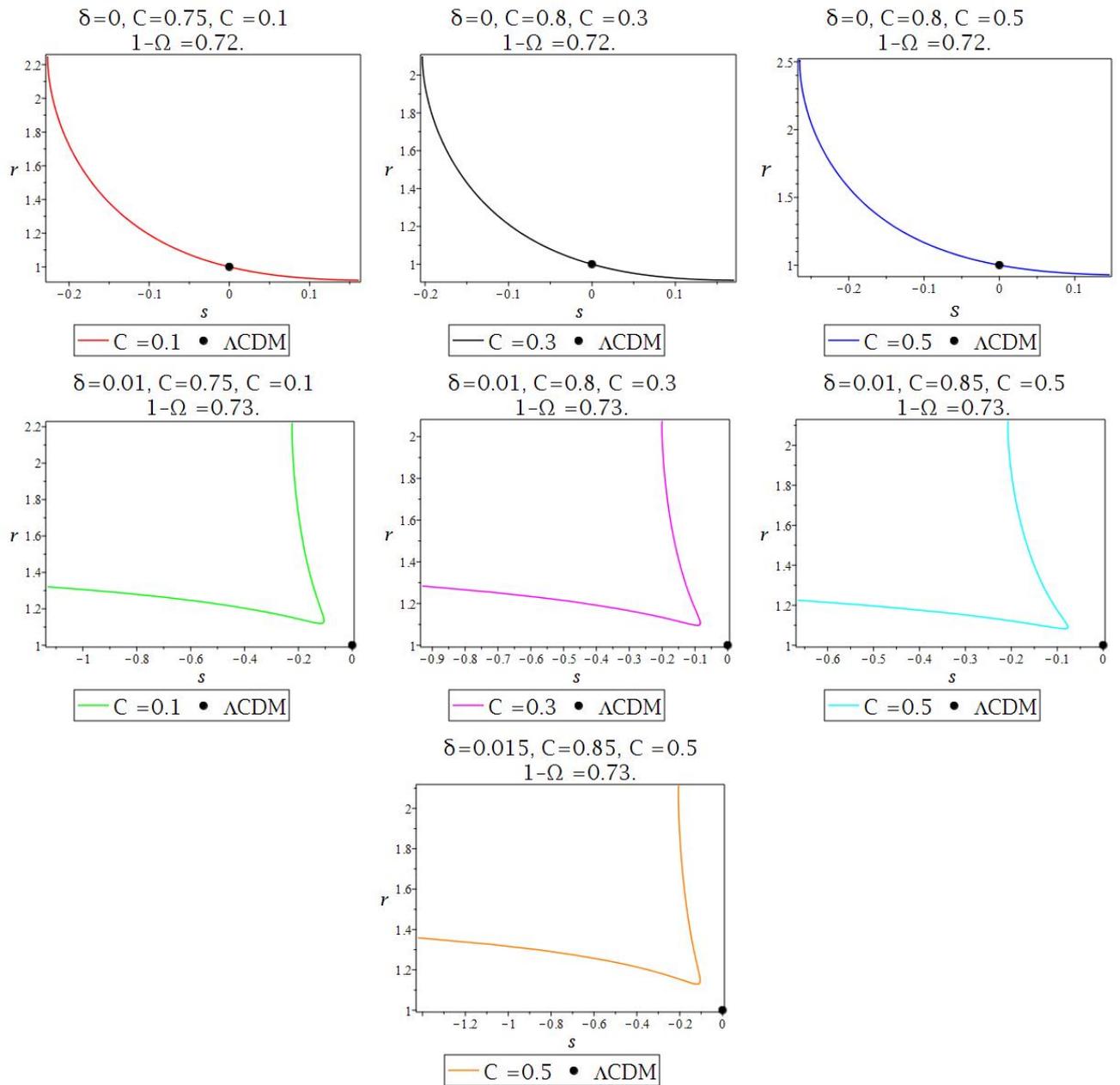


Рис. 15: (r, s) диаграммы для моделей голографической темной энергии на бране Рэндалл-Сандрум.

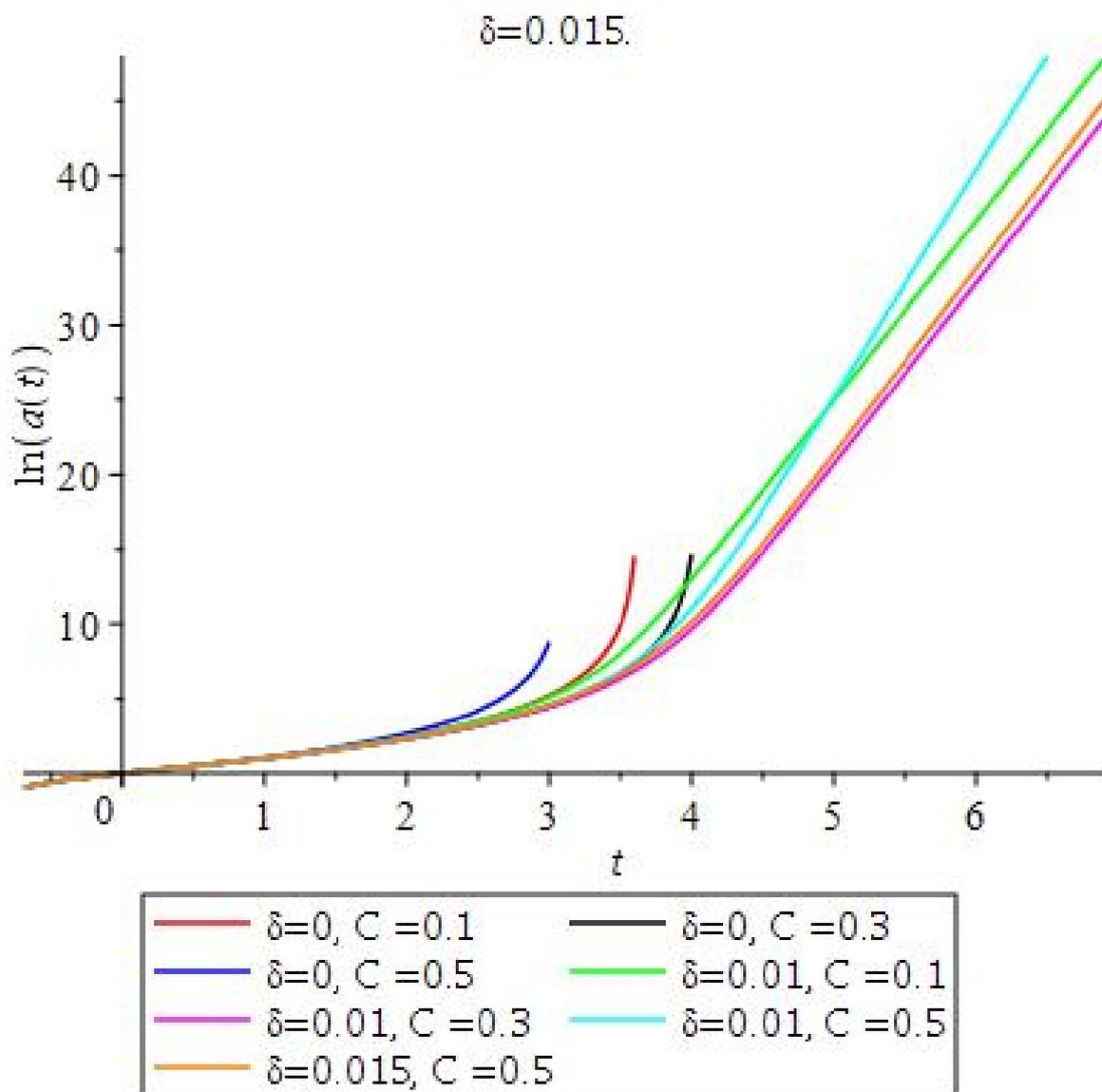


Рис. 16: Зависимость $\ln(a(t))$ от t для моделей голографической темной энергии на бране Рэндалл-Сандрум.

Из таблицы (7) видно, что при $\delta = 0$ данные наблюдений описываются лучше, чем при $\delta \neq 0$. При увеличении C_2 (при фиксированном δ) соответствие данным наблюдений улучшается. Такое же заключение можно сделать, анализируя пересечение 1σ интервалов, например при $\delta = 0.015$, $C_2 = 0.1$ и $\delta = 0.015$, $C_2 = 0.3$ пересечений 1σ интервалов нет, но для модели $\delta = 0.015$, $C_2 = 0.5$ пересечение есть. При $\delta \approx 0.02$ области пересечения либо отсутствуют, либо весьма незначительны, что позволяет сделать вывод об ограничении на верхнее значение натяжения браны. Можно предположить, что при больших C_2 все же область пересечения интервалов появится. Этот вопрос планируется изучить в дальнейшем.

На (r, s) диаграммах видно, что при $\delta = 0$ кривые пересекают точку $\{0, 1\}$, а при $\delta \neq 0$ нет.

В рассмотренных моделях также не удастся избежать сингулярности большого разрыва. Если увеличивать значение δ , то момент сингулярности смещается в более далекое будущее, а увеличение C_2 , наоборот, приближает финальную сингулярность большого разрыва.

5. Заключение

В данной работе были исследованы модели голографической тёмной энергии Цалиса на бране Рэндалл-Сандрум, а также частный случай модели голографической темной энергии на бране Рэндалл-Сандрум с дополнительным отрицательным вкладом слагаемого, пропорционального квадрату хаббловского параметра. Были построены 1σ и 2σ доверительные интервалы параметров моделей для данных наблюдений по зависимости между красным смещением и видимой звездной величиной для сверхновых типа Ia, по барионным акустическим осцилляциям (зависимость масштаба осцилляций от красного смещения) и зависимости параметра Хаббла от красного смещения. Также проанализировано поведение параметров рывка и толчка для рассмотренных моделей. Установлено, что при некоторых значениях параметров в моделях возникает сингулярность будущего, время наступления которой зависит от натяжения на бране.

В ходе исследования были получены следующие результаты:

- 1) Представлены новые классы космологических моделей, удовлетворительно описывающих данные наблюдений.
- 2) Получено ограничение на верхнее значение натяжения браны для рассмотренных моделей.
- 3) Найдены ограничения на параметры исследованных моделей.
- 4) Проанализировано возникновение сингулярностей в рассмотренных моделях, выявлено влияние параметров моделей на время сингулярности.

Список литературы

- [1] J. D. Bekenstein, Black holes and entropy, *Phys. Rev. D* 7 (1973) 2333-2346.
- [2] S. W. Hawking, Particle Creation by Black Holes, *Commun. Math. Phys.* 43 (1975) 199-220.
- [3] G.'t Hooft, Dimensional Reduction in Quantum Gravity, arXiv:gr-qc/9310026.
- [4] L. Susskind, The world as a hologram, *J. Math. Phys.* 36 (1995) 6377-6396.
- [5] J. M. Maldacena, The Large N limit of superconformal field theories and supergravity, *Int. J. Theor. Phys.* 38 (1999) 1113-1133.
- [6] A. G. Riess, et al., Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant, *Astron. J.* 116 (1998) 1009-1038.
- [7] S. Perlmutter, et al., Measurements of Omega and Lambda from 42 high redshift supernovae, *Astrophys. J.* 517 (1999) 565-586.
- [8] M. Li, A Model of holographic dark energy, *Phys. Lett. B* 603 (2004) 1.
- [9] L. Randall and R. Sundrum, A large mass hierarchy from a small extra dimension, *Phys. Rev. Lett.* 83 (1999) 3370–3373.
- [10] L. Randall and R. Sundrum, An alternative to compactification, *Phys. Rev. Lett.* 83 (1999) 4690–4693.
- [11] R. Amanullah et al., *Astrophys. J.* 716, 712 (2010).
- [12] D.J. Eisenstein, et al., *Astrophys. J* 633, 560 (2005).
- [13] D. Stern et al., *JCAP* 1002, 008 (2010).
- [14] C. Blake et al., *MNRAS* 418, 1707 (2011)
- [15] Y. Chen, S. Kumar, B. Ratra, Determining the Hubble constant from Hubble parameter measurements, *The Astrophysical Journal* 835 (2017) 86S.
- [16] S.Wang, Y. Wang, M. Li, Holographic Dark Energy, *Physics Reports* 696 (2017) 1-57

- [17] X. Zhang, Statefinder diagnostic for holographic dark energy model, *Int. J. Mod. Phys. D* 14 (2005) 1597-1606.
- [18] X. Zhang, Heal the world: Avoiding the cosmic doomsday in the holographic dark energy model, *Phys. Lett. B* 683 (2010) 81-87.
- [19] C. Tsallis, L. J. L. Cirto, *Eur. Phys. J. C* 73, 2487 (2013).
- [20] R. Bousso, The holographic principle, *Rev. Mod. Phys.* 74:825-874, (2002).
- [21] A. Padilla, Braneworld Cosmology and Holography, arXiv:hep-th/0210217.
- [22] Горбунов Д.С., Рубаков В.А. Введение в теорию ранней Вселенной: Теория горячего Большого взрыва. Изд. 3-е, суц. перераб. и значит. доп. – М.: ЛЕНАНД, 2016. – 616 с.; цв.вкл.