МИНИСТЕРСТВО НАУКИ и ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ, НГУ)

ИНСТИТУТ ФИЛОСОФИИ И ПРАВА

Кафедра онтологии, теории познания и методологии науки

Направление подготовки 47.03.01 Философия

А. С. ХРОМЧЕНКО

Выпускная квалификационная работа бакалавра

ЭПИСТЕМОЛОГИЧЕСКИЕ И ОНТОЛОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ПРИМЕНИМОСТИ МАТЕМАТИКИ

____

Новосибирск, 2019

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ*

Научный руководитель:

доцент кафедры онтологии, теории познания и методологии науки
к. филос. н. А. В. Хлебалин
(подпись)__________

Рецензент:

профессор кафедры философии НГУ
д. филос. н. А. В. Бессонов
(подпись)__________

Заведующий кафедрой онтологии, теории познания и методологии науки
д. филос. н. Н. В. Головко
(подпись)__________

* Подписавшийся подтверждает, что ознакомился с квалификационной работой в должной степени и то, что работа может быть допущена до защиты.

А. С. ХРОМЧЕНКО

Выпускная квалификационная работа бакалавра

ЭПИСТЕМОЛОГИЧЕСКИЕ И ОНТОЛОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ПРИМЕНИМОСТИ МАТЕМАТИКИ

Аннотация

В данной работе рассматриваются онтологические и эпистемологические предпосылки принятия аргумента о неустранимости математики Куайна-Патнэма, который служит самым распространенным обоснованием математического платонизма. Рассматривается также номиналистическая программа Хартри Филда как одно из возможных и самых радикальных возражений на аргумент о неустранимости математики. Выявляются внутренние противоречия данной дискуссии, пересматриваются философские основания как аргумента о неустранимости, так и программы номинализации.

В этой работе показана попытка сохранить аргумент о неустранимости математики, отказавшись от платонистических следствий аргумента. С этой же целью в работе подвергаются сомнению философские основания и прагматическая выгода номиналистической программы Хартри Филда. Главный тезис работы заключается в том, что математика является эффективной концептуальной схемой познания, аналитическую или синтетическую природу которой однозначно определить невозможно. Соответственно, поскольку математический платонизм и радикальный вариант номинализма основываются на убеждении в априорной природе математического знания, обе эти доктрины оспариваются.

Ключевые слова: применимость математики, математический платонизм, номинализм, математическая истина, онтологические обязательства, аналитическая и синтетическая истины, семантический холизм Куайна, прагматическая выгода.

Оглавление

Введение

Бесспорно, что математика играет огромную роль в существующих научных теориях. Она не только делает выражение некоторых научных теорий изящным и экономичным, но и позволяет делать невероятно точные эмпирические предсказания. Природа отношений между математикой и физическим миром была предметом споров со времен пифагорейцев. Философская традиция, отражающая идеи Платона, состоит в убеждении, что математические объекты имеют свое собственное существование, независимое от нашего мышления. Из этого положения вытекает представление о том, что математические формы лежат в основе физической Вселенной и ждут своего открытия. Противоположная точка зрения состоит в том, что математические понятия являются результатом человеческого воображения, и мы создаем их по ходу дела, приспосабливая их к описанию реальности. Общей для этих противоположных мнений является идея о том, что математика имеет априорный характер. В первом случае математика представлена миром идей, который является первичным по отношению к нашему мышлению и к физической реальности. Во втором случае математика является продуктом чистого разума человека. Такой же общей для этих случаев будет постановка проблемы: каким образом свободная от эмпирического содержания, абстрактная математическая теория может быть полезна для эмпирических наук?

Мы используем математику как самый эффективный инструмент научного познания мира, но, тем не менее, до сих пор не имеем представления о том, почему математика применима к физической реальности. В 1959 году известный физик Юджин Вигнер придумал фразу «непостижимая эффективность математики», чтобы описать это «чудо», которое, по его мнению, не может быть осмысленно. Математик Ричард У. Хэмминг, чья работа оказала глубокое влияние в области информатики и электронной техники, вернулся к этому вопросу в 1980 году. Физик-инженер

Дерек Аббот продолжил начатую ими дискуссию в статье «Постижимая неэффективность математики» 2013 года. Эти работы физиков, математиков и инженеров являются редким примером распространения философской дискуссии в кругах ученых, и, безусловно, обосновывают актуальность данной тематики. Более того, философские работы, на которые я основывалась в своем исследовании, датируются с середины XX века и до настоящего дня.

Ключевыми в моем исследовании являются работы Уилларда Ван Ормана Куайна, Марка Коливана и Хартри Филда. Также я использовала массу комментаторской литературы, представленной в лице следующих авторов: Джон П. Берджесс и Гидеон Розен, Джоффри Хеллман и Мери Ленг, Чарльз Чихара и многие другие. Как я уже сказала, проблема применимости математики в виде вопроса о соотношении абстрактных понятий и физических объектов является традиционной для философии. И естественно, что проблема освещена с совершенно разных углов и достаточно подробно. Однако существование противоположных направлений философии математики, математического платонизма и номинализма, которые совершенно по-разному видят решение этой проблемы, показывает, что нет однозначно разработанного представления о том, каким образом и почему математика применима к миру. Следовательно, существует свободное поле для исследований в рамках заданной тематики.

Объектом моего исследования является соотношение абстрактных математических понятий и физических явлений. Предметом исследования является существование абстрактных сущностей и эпистемический доступ к абстрактным объектам. Цель моего исследования – сохранить аргумент о неустранимости математики из науки, отказавшись от его платонистических следствий. Задачи исследования:

1. Рассмотреть предпосылки принятия аргумента о неустранимости математики Куайна-Патнэма, которые приводит Марк Коливан.
2. Выявить основные особенности природы математического знания в онтологии и эпистемологии Куайна.
3. Оценить, насколько адекватна интерпретация Марка Коливана доктрины холизма Куайна.
4. Рассмотреть номиналистическую программу Хартри Филда, направленную против аргумента о неустранимости математики из науки.
5. Выявить основные особенности природы математического знания в рамках номиналистической программы Хартри Филда.
6. Рассмотреть и оценить основания принципа консервативного расширения теорий Хартри Филда, который обосновывает устранимость математики из науки.

В своей работе я использовала следующие методы исследования: изучение материалов научных и периодических изданий по поставленной проблеме; сравнение и сопоставление противоположных решений поставленной проблемы; теоретический анализ онтологических и эпистемологических условий применимости математики; экспликация природы математической истины и онтологических обязательств признания истинности математического утверждения; мысленный эксперимент.

Аргумент о неустранимости математики из науки Куайна-Патнэма в формулировке Марка Коливана является главным аргументом в пользу математического платонизма. Основным тезисом моей работы является утверждение о том, что предпосылки данного аргумента в интепретации Коливана искажают онтологию Куайна и не могут служить обоснованием математического платонизма. В то же время я утверждаю, что номиналистическая программа Хартри Филда, которая является возражением на аргумент о неустранимости математики Куайна-Патнэма, оказывается безосновательной в своих философских основаниях. Новизна моего исследования заключается в том, что я соглашаюсь с принятием аргумента о неустранимости математики, отказываясь от тех следствий, которые ведут к точке зрения математического платонизма. Значимость моего исследования заключается в теоретическом вкладе в развитие данной проблематики. Результаты моего исследования открывают возможность альтернативного осмысления природы математического знания и, соответственно, позволяют иначе посмотреть на процесс концептуализации и познания мира.

Апробация работы осуществлялась в рамках Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2019» в МГУ, XXI международной конференции молодых ученых «Актуальные проблемы социальных наук» в ТГУ и 57-й Международной научной студенческой конференции «МНСК-2019» в НГУ.

Проблема применимости математики

Математика, безусловно, играет огромную роль в существующих научных теориях. Практически каждое направление науки не обходится без серьезной порции математики, начиная с дифференциальных уравнений и математических методов статистики в биологии, заканчивая Гильбертовыми пространствами в квантовой физике. Роль математики в разных теориях различается. Она не только делает выражение некоторых научных теорий элегантным и экономичным, но и позволяет моделировать физические явления и делать невероятно точные эмпирические предсказания. Сложно представить специальную теорию относительности или квантовую механику без применения математики. Однако, несмотря на то, что мы знаем, как пользоваться математикой, мы не знаем, что она собой представляет, каким образом соотносится с физической реальностью и почему является столь эффективной в описании реальности.

В своей статье «Непостижимая эффективность математики в естественных науках», которую можно считать началом проявления большого интереса учёных к проблеме применимости, физик и математик Юджин Вигнер пытается осмыслить, что же такое математика и возможно ли понять, почему она является столь полезной в физических теориях [Вигнер, 1971]. Вигнер видит особенность математики в процессе создания новых математических понятий. Этот процесс, по мнению автора, мотивирован личным желанием математика производить «хитроумные логические операции», осуществление которых с помощью существующих до этого понятий было невозможно, и эстетическим чувством прекрасного, которое мы получаем при виде математических результатов, обладающих простотой и общностью [Там же]. Как видно, Вигнер не слишком высоко оценивает значимость математики и объясняет её скорее как эстетическую деятельность, а не научную. Физические же теории, согласно автору, обладают особенностью, которую Вигнер назвал инвариантностью.

Инвариантность в данном случае имеет два смысла. Во-первых, сформулированные физикой закономерности верны всегда, в любом месте и в любое время. Во-вторых, эти закономерности зависят от легко обозримого количества условий, а потому позволяют предсказывать события будущего, упуская описание подавляющего большинства данных о состоянии мира [Там же]. На мой взгляд, разделение этих смыслов несущественно, поскольку очевидно, что если физические закономерности зависят от небольшого количества условий, то они будут выполняться всегда и везде, где только существуют данные условия. Роль математики в физических теориях Вигнер сводит к практической случайности. По его мнению, чаще всего происходит так, что физик для описания найденных физических закономерностей использует какое-нибудь хорошо известное ему математическое описание похожих, только понятийных, закономерностей, поскольку никакое другое описание ему не знакомо. И то, что эти случайно выбранные математические описания оказываются невероятно точными в своих предсказаниях, согласно Вигнеру, является поистине непостижимым чудом, которое превосходит все наши ожидания, касающиеся применения математики: «Математический язык удивительно хорошо приспособлен для формулировки физических законов, это чудесный дар, который мы не понимаем и которого не заслуживаем» [Там же, с. 197].

Описывая инвариантность как свойство, присущее физическим законам, Вигнер делает ударение на том, закономерности, которым подчиняются физические явления, действительно существуют в природе и открываются именно экспериментальным методом. Можно заметить в словах Вигнера неявную приверженность принципу эмпиризма, который был озвучен Куайном и отмечен им как предубеждение. Этот принцип заключается в убеждении, что всякий опыт, который имеет значение для науки – это чувственный опыт [Куайн, 2000b]. Так, Вигнер иллюстрирует понятие инвариантности на примере закона о падении тел, который, если верить автору, Галилей открыл в результате *физического* эксперимента [Вигнер, 1971, с.187]. Однако широко известно, что большинство открытий Галилея было результатом *мысленного* эксперимента, именно поэтому Галилей часто упоминается в контексте Коперниканской революции в том смысле, в котором её понимал Кант. Так, например, в «Диалоге о двух системах мира» Галилеем был представлен мысленный эксперимент с каютой корабля, объясняющий, почему мы не замечаем вращения Земли [Галилей, 1948, с. 96-97].

Соответственно, логично задаться вопросом, является ли инвариантность физических законов существенным признаком самой природы или все-таки определенная инвариантность, безотносительность некоторых закономерностей является результатом нашего способа мышления? К этому вопросу подходит математик Ричард У. Хэмминг в своей статье «Непостижимая эффективность математики», которую он написал в качестве продолжения дискуссии, поднятой Вигнером [Hamming, 1980, pp. 81-90]. Хэмминг рассматривает открытую Галилеем закономерность падения тел в совсем другом контексте, нежели Вигнер. Он повторяет мысленный эксперимент, проведенный Галилеем, и иллюстрирует одно из возможных объяснений эффективности математики в науке и познании, которое заключается в простой фразе – мы видим то, что ищем [Ibid. P. 87]. Мысленный эксперимент Хэмминг реконструирует примерно следующим образом.

Для Галилея было очевидным, что тяжелые тела должны падать быстрее легких, поскольку он руководствовался физикой Аристотеля. Однако, представим себя на месте Галилея и предположим, что во время падения мы разрезаем падающее тело на две части. Мы должны сделать заключение, что обе части этого тела должны уменьшить скорость своего падения, поскольку каждая из них стала весить меньше, чем когда они были соединены. Далее предположим, что в падении две части соприкоснуться другом с другом. Будут ли эти части в момент соприкосновения считаться одним телом, и что произойдет с их скоростями? А что случится, если связать эти две части? Представим, что мы связали веревкой две части разрезанного бруса и пустили их с башни. Вопрос состоит в том, насколько плотно необходимо связать две части бруса, чтобы они вновь образовали одно тело, падающее с большей скоростью, нежели скорость падения каждой его части. Увеличится ли скорость падения брусьев, если между ними будет протянута метровая веревка? Если мы будем уменьшать длину веревки с каждым броском, будет ли с уменьшением длины веревки увеличиваться скорость падения брусьев? В общем и целом данное рассуждение приводит нас к вопросу, в какой момент две части вновь станут единым целым. Естественно, что ответ на данный вопрос невозможен. И единственным логичным объяснением того, как себя ведут тела во время падения, является то, что вне зависимости от веса тела падают с одинаковой скоростью. В результате такого решения вопрос о соотношении части и целого снимается и новая выявленная закономерность кажется непротиворечивой.

Проведя этот мысленный эксперимент, Хэмминг делает заключение, что закон падения тел является *логическим* законом, следствием нашего мышления, и Галилей выявил эту закономерность не в результате физического эксперимента, а именно в результате логического рассуждения [Hamming, 1980, p. 87]. Более того, автор утверждает, что большинство современных физических законов является следствием нашего способа использования математики, то есть следствием логической непротиворечивости наших рассуждений [Ibid. P. 88]. Он говорит замечательную фразу, которая наталкивает на размышление: «Читая специальную теорию относительности, кто-то может подумать, что он имеет дело со схоластическим философским рассуждением. Он [Эйнштейн] заранее знал, как должна выглядеть теория, и он создавал теории с помощью математических инструментов, а не с помощью актуального физического эксперимента» [Ibid. P. 88]. Действительно, можно считать, что специальная теория относительности Эйнштейна является следствием более сложно устроенного мысленного эксперимента, выраженного на языке математики и похожего на мысленный эксперимент Галилея с закрытой каютой корабля. Все вышесказанное показывает, что истинность теории и её результатов может утверждаться до того, как будет проведен реальный эксперимент. По мнению Хэмминга, одним из возможных объяснений эффективности математики может быть то, что математика является тем интеллектуальным аппаратом, с помощью которого мы исследуем реальность. Накладывая призму математики на физический мир, мы естественным образом обнаруживаем то, что наше мышление *способно* обнаружить. Непостижимым, согласно Хэммингу, является то, что наш интеллектуальный аппарат вообще находит какое-либо отражение в реальности, что он с ней согласуется и успешно взаимодействует [Ibid. P. 89-90].

Выводы Хэмминга приближают нас к более фундаментальной постановке проблемы применимости математики. Мы можем придерживаться взгляда, который был озвучен выше, что математика является продуктом нашего мышления, как и любая другая научная теория. Удивительным оказывается то, что наш разум способен постигать мир. Мышление может не просто репрезентировать события настоящего и реагировать на них, оно способно создавать объясняющие *модели* этих событий и более того, переносить эти модели на события прошлого и будущего. Разве не удивительно, что *мысленный* эксперимент Галилея позволил сформулировать законы, описывающие *физическую* реальность? Рассуждение, которое стремилось устранить логическое противоречие в соотношении части и целого, позволило создать закон, применимый к физическому миру. Еще более удивительно то, что теоретические модели *успешно* предсказывают события реального мира. Зачастую новые научные теории создаются с целью устранения противоречий предшествующих теорий, и эти противоречия не обязательно являются эмпирическими. Как замечает Ричард У. Хэмминг, стремление к инвариантности присуще не только физике, но и математике и двигало таких ученых как Лоренца, Фицджеральда, Пуанкаре и Эйнштейна к созданию специальной теории относительности, которая, как мы выяснили, в большей степени является результатом использования математики, а не осмысления физических экспериментов [Hamming, 1980, p. 82]. Вместе с усложнением системы научного знания острее встает вопрос, как объяснить то, что наше *теоретическое* знание реализуется в *реальном* мире, поскольку все сложнее обозначить границу между теоретическими конструкциями и эмпирическими данными о мире. Конечно, когда мы говорим о естественных науках, роль и значимость эксперимента и получения новых данных о мире всё-таки не должна преуменьшаться. Но что делать, когда мы говорим о таких абстрактных теориях, как математическая логика, алгебра, теория чисел, геометрия, дискретная математика и так далее?

Традиционно принято рассматривать математику как формальную систему. Это означает, что она оперирует абстрактными объектами, отношения между которыми регулируются принятой системой аксиом и правилами вывода, которые в свою очередь считаются *логически необходимыми*. Иначе говоря, некоторые математические операции мы просто не можем помыслить иначе. Согласно этому взгляду, всё содержание математических теорий априорно, то есть независимо от опыта, поскольку математические объекты и операции над ними не зависят от эмпирических фактов. Так почему математика позволяет описывать предметы физической реальности, если она создается безотносительно них? Более того, если Ричард У. Хэмминг прав, и большинство физических теорий являются результатом использования математического аппарата, то почему предсказательная сила этих теорий имеет такую точность? Каким образом абстрактные математические объекты, такие как число, интеграл, функция и многие другие, позволяют описывать физическую реальность? В целом проблему применимости математики можно выразить с помощью одного простого вопроса: каким образом свободная от фактического содержания, абстрактная математическая теория может быть полезна для эмпирических наук?

Платонизм и анти-платонизм в свете применимости математики

Еще одним ответом Вигнеру и ответом Хэммингу является статья физика-инженера Дерека Abбoтта «Постижимая неэффективность математики», в которой, как видно из названия, опровергается идея «чудесного» взаимодействия математики и реальности [Abbott, 2013]. Статья Аббота мне кажется полезной и интересной в контексте обсуждения математического платонизма и анти-платонизма и является хорошей подводкой к этой теме. Он утверждает, что именно на примере применения математики в инженерии, которая непосредственно связана с физической реальностью, видно, что математика и геометрия являются идеальными мыслительными конструкциями и не находят прямого отражения в мире. Аббот подчеркивает, что ни один инженер не признает существование числа π, как не признает и существование идеальной окружности, просто потому что ни то ни другое не встречается в физической реальности. Это относится к любым математическим и геометрическим объектам. По словам автора, в инженерии возможно совершенно нелегитимное с точки зрения физики искажение некоторых физико-математических моделей, если это оказывается полезным для решения практической задачи, поскольку «не существует абсолютной реальности» (*there is no ultimate reality there*), которую бы формировали физические теории [Ibid. P. 2148]. Более того, выполнение инженерных работ в разных обстоятельствах меняет способ использования математики. Часто реальность такова, что когда аналитические методы становятся слишком сложными, инженеры просто прибегают к эмпирическим моделям. Таким образом Аббот оппонирует предыдущим авторам и утверждает, что математика оказывается вовсе не столь эффективной и тем более не является единственным и универсальным интеллектуальным инструментом. Однако, на мой взгляд, удивление Хэмминга затрагивает более фундаментальные вопросы и заключается в том, что математика как продукт нашего мышления каким-то невероятным образом хотя бы иногда, и вообще-то не так редко, оказывается полезной для описания независимой от нас реальности.

Тем не менее, статья Аббота интересна тем, что в ней прослеживается развитие тематики применимости математики – появляются термины платонизм и анти-платонизм, которые ранее фигурировали только в философских дискуссиях. Дерек Аббот четко разграничивает, кто из ученых какой позиции придерживается. Он утверждает, что все математики являются платонистами, большинство физиков так же являются сторонниками платонизма, хотя некоторые физики все-таки могут быть противниками такой точки зрения, и все инженеры придерживаются анти-платонистских взглядов [Abbott, 2013, p. 2148]. Под платонизмом Аббот понимает позицию, которая утверждает, что идеальные математические объекты существуют *независимо* от мышления, и в процессе развития математики мы *открываем* (*discover*) для себя новые абстрактные сущности, и математические объекты, так же как и физические законы, *овеществляются* в физической реальности [Ibid. P. 2151]. Платонизм, по его мнению, является формой философского редукционизма, которая ломает концепцию холизма на дуалистическое понимание универсума. Под холизмом здесь имеется в виду признание нашей физической реальности единственно существующей и отрицание других миров с другим видом или иной степенью существования, как, например, мир идей или математических объектов, который предполагается платонизмом. Под анти-платонизмом Аббот понимает взгляд на математику как на продукт человеческого воображения, которая иногда работает на упрощенных моделях реальности и только [Ibid.]. Все физические законы, согласно этому взгляду, так же не идеальны и являются теоретической моделью природы. Другими словами, физические закономерности не существуют как идеи, а существуют как элегантные упрощения физической реальности в специальных случаях. Эти упрощения полезны, но мы должны помнить об их ограниченности.

Естественно, что эти определения являются самыми общими, но здесь интересна некоторая преемственность и распространение философских взглядов в научной среде, что происходит не так часто, по крайней мере, в современной науке. Как заметил Аббот, мы не можем пройти мимо поставленных вопросов и просто продолжить считать (*just shut up and calculate*), потому что понимание того, каким образом устроено научное познание и что представляет собой абстрактная математика, которая применяется повсеместно, может продвинуть развитие самой науки [Abbott, 2013, p. 2152]. Так, например, перенимая тезис Хэмминга о том, что «постулаты математики не были высечены на каменной табличке, которую Моисей спустил с горы Синай» [Hamming, 1980, p. 86], Аббот отмечает большую свободу мысли, которая появляется с момента осознания того, что математика – это то, что мы полностью изобретаем [Abbott, 2013, p. 2152]. По его мнению, этот взгляд может продвинуть нас вперед и «освободить от интеллектуальной смирительной рубашки. Когда кандалы сняты, мы можем активно манипулировать, совершенствовать и применять математику с большей скоростью» [Ibid. P. 2152]. Естественно, если дискуссия между математическим платонизмом и анти-платонизмом приведет нас к убеждению о независимом существовании математических объектов, выводы будут другими. Однако как бы то ни было, ответы на поставленные выше вопросы помогут осознать возможности и границы нашего познания.

Стоит заметить, что если в работах Вигнера и Хэмминга ставился скорее эпистемологический вопрос – как мы познаем мир с помощью наших мыслительных конструкций, то в статье Аббота заметен новый дискурс, главная тема которого – существование абстрактных объектов. Здесь начинается более основательное философское исследование проблемы применимости математики. В первую очередь следует в общих чертах проблематизировать отношение гносеологии и онтологии и, конечно, объяснить, почему это отношение является проблематичным.

Онтология – это то, что мы признаем существующим, включая способы существования этого существующего, то есть это наше понимание того, как устроен мир. Ключевым здесь является слово понимание. Онтология всегда выстраивается в результате процесса познания. Для обоснования онтологии мы считаем недостаточным только наше мышление, как минимум потому, что мышление всегда оперирует с каким-то объектом, всегда есть нечто, о чем осуществляется мышление. Верифицировать и проверить на достоверность наши теоретические конструкции, как нам кажется, должно именно то, с чем оперирует наше мышление. Иными словами, мы пытаемся отыскать в нашем познании нечто такое, что является независимым от нашего мышления и с его помощью обосновать достоверность нашего знания о мире. Необходимо понимать, что объект познания в разных онтологиях понимается разным способом. Во-первых, онтология может обосновываться чем-то внешним по отношению к мышлению или сознанию вообще. Например, в парадигме научных онтологий существование внешнего физического мира не редуцируемо к мышлению. Иначе говоря, существование физических явлений признается полностью независимым от нашего сознания, данность внешнего мира не ставится под сомнение. В таком случае правильность или истинность наших суждений о мире проверяется соответствием нашей теории фактам. В этом случае онтологию в самом общем виде можно описать как модель отношений между объективным миром и субъективным познанием. Однако в рамках традиции такой субъект-объектной онтологии, которая берет свое начало с Декарта, не раз возникала масса противоречий, которая в итоге привела к возникновению критической философии Канта и идеалистической философии Гегеля. И здесь возникает второй способ обоснования онтологии, когда мы находим внутри своего мышления некоторые неоспоримые, безусловные основания. В таком случае онтология выстраивается исходя из того, что мыслится с необходимостью. Хорошей иллюстрацией, помимо философии Канта, может служить феноменология Гуссерля, которая является следствием принятия несомненных истин о нашем сознании – это cogito ergo sum, интенциональность и временность сознания. В таком случае онтология принимает идеалистический или платонистский характер, когда помимо неоспоримой данности внешнего мира мы должны принять в качестве истинно существующих абстрактные или идеальные сущности, например, понятия. В первом случае мы не можем четко установить соотношение между онтологией и гносеологией, поскольку сложно выявить границы нашего познания и обосновать существование внешнего мира не как результат нашего мышления, а как нечто совершенно независимое от нашего познания. Сложно это в силу того, что мы не можем выйти за пределы нашего мышления. Во втором случае мы оказываемся практически бессильными в аподиктическом объяснении того, каким образом взаимосвязаны идеальные сущности и физическая реальность, мы не можем объяснить процесс овеществления идей. Именно поэтому вопрос о соотношении гносеологии и онтологии проблематичен. Однако несомненно, что одно без другого невозможно.

В рамках проблемы применимости математики эта взаимосвязь гносеологических, или эпистемологических, и онтологических вопросов тоже не разрушается. Когда мы задаемся вопросом, каким образом абстрактная математика применима к физической реальности, мы обязаны ответить на вопросы о существовании того и другого. На протяжении XX века возникло несколько решений, в соответствии с которыми сформировались различные направления философии математики. Это математический реализм, или платонизм, который утверждает, что абстрактные математические объекты существуют независимо от мышления и мира и математика имеет буквальное значение. И это направление, которое либо вообще отрицает существование абстрактных сущностей, либо придает им статус фиктивных объектов. Последнее называется математическим фикционализмом, согласно которому математика действительно оперирует абстрактными объектами, но эти объекты являются лишь результатом человеческого воображения и не имеют подлинного существования .

Математический платонизм и аргумент Куайна-Патнэма

Онтология и эпистемология математического платонизма берет свое начало из того на первый взгляд неоспоримого факта, что математика является неустранимой из наших научных теорий. Когда мы говорим, что математические объекты неустранимы, это означает, что мы не можем исключить их из теории таким образом, что результаты теории без этих объектов, или сущностей, оставались бы столь же удовлетворительными, как и с их использованием. Идея неустранимости математики из науки чаще всего ассоциируется с философией Куайна и Патнэма [Куайн, 2000d; Куайн 2000a; Куайн 2000c; Putnam, 1979]. И, пожалуй, самым известным современным приверженцем математического платонизма является Марк Коливан, которому принадлежит эксплицитная формулировка аргумента о неустранимости математики Куайна-Патнэма, вокруг которой ведется современная дискуссия о математическом платонизме и анти-платонизме [Colyvan, 1998; Colyvan, 1999; Colyvan 2001]. Аргумент о неустранимости, по мнению Коливана, направлен на онтологическое оправдание абстрактных объектов и является предпосылкой для принятия платонизма. Звучит он следующим образом:

P(1) Мы должны иметь онтологические обязательства, или онтологическую приверженность, *(ontological commitment)* *только* перед *всеми* теми сущностями, которые являются неустранимыми *(indespensible)* из наших лучших научных теорий.

P(2) Математические сущности являются неустранимыми из наших лучших научных теорий.

Поэтому,

C(1) Мы должны иметь онтологические обязательства перед математическими сущностями [Colyvan, 2001, p.11].

Следствие аргумента понятно, хотя спорно. Согласно аргументу о неустранимости, существование математических объектов, таких как числа, функции, интегралы и многое другое, необходимо признать наравне с существованием таких теоретических сущностей, как например поле, частица или волна. Коливан утверждает, что посылки аргумента имеют поддержку в виде доктрин натурализма и подтверждающего холизма Куайна [Colyvan, 1998; Colyvan, 2001].

Доктрина натурализма Куайна возникает из глубокого уважения к научной методологии и признания неоспоримого успеха этой методологии как способа ответа на фундаментальные вопросы о природе вещей. Это означает, что с целью построения онтологии мы должны обращаться только к нашим лучшим научным теориям и философия в этом вопросе не должна иметь привилегированное положение. Наоборот, философия во всех ее проявлениях должна согласовываться с научными фактами и быть продолжением научных исканий. Таким образом, натурализм дает нам основание верить в те сущности, которые описываются лучшими научными теориями, и запрещает верить в любые другие. Эта доктрина оправдывает наличие слова «*только*» в первой посылке аргумента о неустранимости математики. Однако натурализм не обязывает верить в существование *всех* сущностей, описанных научными теориями. И именно здесь, по мнению Коливана, на первый план выходит доктрина холизма [см. Colyvan, 2001, pp. 22-26].

Марк Коливан различает два вида холизма в философии Куайна: семантический и подтверждающий [Colyvan, 1998; Colyvan, 2001, pp. 33-37]. Семантический холизм подразумевает, что значение выражений нельзя рассматривать вне всего массива языка или хотя бы большого его фрагмента [Куайн, 2000d; Colyvan, 2001, P. 33]. Однако для Коливана важен именно подтверждающий холизм, согласно которому единицей подтверждения или опровержения является не единичная гипотеза, а, скорее, некоторый существенный массив научных гипотез [Colyvan, 2001, pp. 34-35]. Более того, можно привести довольно веские аргументы в пользу того, что в некоторых случаях эта большая совокупность гипотез является целой научной теорией. Например, если посмотреть на то, каким образом вытесняли друг друга теории Кеплера и Птолемея, Эйнштейна и Ньютона, Дарвина и Аристотеля. Соответственно, необходимо признать, что если научная теория потверждается эмпирическими фактами, то подтверждается вся теория в целом, включая её математические компоненты. Таким образом, при обосновании реалистической веры в математические компоненты теории апеллируют к тем же самым доказательствам, что и при обосновании эмпирической части теории. Согласно подтверждающему холизму онтологическое признание математических объектов обосновывается теми же эпистемическими средствами, что и вся научная теория в целом. Эта доктрина оправдывает наличие слова «*всеми*» в первой посылке аргумента [Colyvan, 1998]. Так, натурализм и холизм обосновывают аргумент о неустранимости математики, который в свою очередь является основным мотивом приверженности математическому платонизму.

Доктрина холизма, как правильно отмечает в своих работах Коливан, является следствием рассмотрения Куайном ряда лингвистических проблем, в том числе проблемы радикального перевода и проблемы различения аналитических и синтетических суждений. Если мы принимаем те выводы Куайна, которые он делает в связи с разрешением этих проблем, то мы обязаны принять его теорию референции и доктрину семантического холизма, одним из следствий которой является рассмотрение науки как единого целого. Различение семантического и подтверждающего холизма является домыслом Коливана и, с моей точки зрения, искажает онтологию Куайна. Насколько я могу судить, семантический холизм Куайна и его теория референции не допускают существования независимых от нашего сознания платонистических объектов, а потому Коливан очень выборочно относится к некоторым положениям философии Куайна: «Есть что-то ироничное в том, что Куайн обосновывает подтверждающий холизм, который является относительно неоспоримым тезисом, с помощью семантического холизма, который является одним из самых противоречивых положений философии Куайна […] Я не отрицаю, что подтверждающий холизм является следствием семантического холизма, просто есть более легкие и менее противоречивые пути к подтверждающему холизму. Поскольку нам требуется только подтверждающий холизм для аргумента о неустранимости, я намерен исследовать эти другие пути и избежать дебатов о семантическом холизме» [Colyvan, 2001, P. 35]. Для того, чтобы сделать корректные онтологические выводы, опираясь на аргумент о неустранимости математики, необходимо более подробно рассмотреть предпосылки и следствия принятия этого аргумента.

Как я упомянула выше, доктрина семантического холизма является в том числе следствием проблемы различения аналитических и синтетических суждений. Куайн определяет аналитические суждения как суждения, истинность которых определяется только в силу их собственного значения и не зависит от положения дел, а синтетические – как суждения, истинность которых зависит от эмпирических фактов [Куайн, 2000a, с. 2]. Можно сделать замечание, что определение Куайна подходит скорее для априорных и апостериорных высказываний, но в связи с отказом в XX веке от кантовской идеи априорных синтетических суждений, понятия априорности и аналитичности, так же как апостериорности и синтетичности, в данном контексте синонимичны друг другу. Различение аналитических и синтетических истин кажется естественным в свете понимания того, что истина зависит как от языка, так и от внелингвистических фактов. Соответственно, естественно предположить, что в некоторых высказываниях зависимость от фактов сведена к минимуму, а потому они являются аналитическими. Однако Куайн утверждает, что граница между аналитическими и синтетическими высказываниями не была проведена, и более того, проведена быть не может. Невозможно это в силу того, что понятие «аналитичность» не определимо ни с помощью понятий значения и когнитивной синонимии, ни с помощью понятия необходимости, ни даже с помощью семантических правил искусственного языка. Оно используется нами крайне интуитивно и метафорично, и нет никаких лингвистических средств, которые бы позволили бы нам определить критерий аналитичности [Куайн, 2000a].

Если не обращаться к лингвистическому анализу понятия аналитичности и прочих косвенных ему понятий, то остается единственный способ рассмотрения аналитических и синтетических высказываний – с помощью теории верификации, коль скоро мы придерживаемся мнения, что истинность хотя бы некоторых суждений зависит от эмпирических фактов. Здесь Куайн задается вопросом, какова природа отношений между высказываниями и опытом, который их подтверждает или не подтверждает. Догма редукционизма, которая часто соседствует с теорией верификации, заключается в убеждении, что со всяким синтетическим высказыванием ассоциируется однозначный ряд возможных чувственных данных, появление которого вносит вклад в оценку высказывания как истинного. Аналитическими высказывания в рамках теории верификации и редукционизма являются тогда, когда они синонимичны логически истинным высказываниям, которые подтверждаются любым возможным рядом чувственных данных [Там же].

Однако Куайн замечает, что о теории верификации можно осмысленно говорить только тогда, когда различие между аналитическими и синтетическими истинами уже проведено [Там же]. Это легко заметить, если вспомнить о том, что в начале абзаца я обратилась к теории верификации только в силу убеждения, что истинность некоторых высказываний зависит от опыта. Но для более ясной картины представим себе ситуацию, когда мы не знаем, истинно высказывание в силу своего значения или же в силу эмпирических фактов. Допустим, у нас есть две математики с различными конвенциональными, то есть априорными, значениями. Так, выражение одной математики «2*2=4» и выражение другой математики «2*2=5» одинаково априорны и истинны относительно принятых значений. Однако почему для описания реальных предметов мы принимаем в качестве истинного выражение стандартной арифметики «2*2=4»? Возможно потому, что истинность выражения «2*2=4» не является априорной. Вероятно, наши математические теории, применимые в эмпирических науках, представляют собой один из множества способов оперирования действительно *абстрактными* понятиями, однако оценка этого способа оперирования понятиями на истинность может зависеть от *эмпирических* фактов. В этом случае мы не можем сказать однозначно, что некоторые высказывания являются априорными, или аналитическими, а некоторые апостериорными, или синтетическими.

Предположение Куайна заключается в том, что говорить о лингвистической и фактической компонентах каждого отдельного предложения бессмысленно. Наука, взятая в целом, испытывает одновременную зависимость и от языка и от опыта, и эта двойственность не может осмысленно прослеживаться до высказываний, взятых по отдельности. Куайн выдвигает аргумент о том, что единицей эмпирической значимости является вся наука в целом. Согласно метафоре самого Куайна, наука является некоторым силовым полем, которое взаимодействует с опытом только на периферии. Центральная часть этого поля представляет собой набор более теоретических высказываний математики, логики или онтологии. Конфликт между нашим знанием и опытом приводит к переустройству некоторых элементов системы, приходится перераспределять истинностное значение некоторых высказываний. Естественно, что мы склонны к тому, чтобы как можно меньше подвергать систему изменениям, поэтому сосредотачиваем исправления на более эмпирически специфичных высказываниях, отчего создается впечатление, что они обладают определенной выраженной эмпирической референцией. Однако центральные элементы системы и даже высказывания о логических взаимосвязях самих элементов точно так же могут быть подвержены изменениям при обнаружении противоречивого опыта. Так, парадоксы квантовой механики спровоцировали создание, например, паранепротиворечивой логики. Соответственно, вся наука в целом с одной стороны зависит от опыта, но с другой стороны определяется не только им [Куайн, 2000a].

Последняя метафора действительно может быть интерпретирована в духе «подтверждающего холизма» Коливана: весь наш эмпирический опыт подтверждает всю систему научного знания в целом, включая её математические компоненты. Однако для принятия такой холистической картины необходимо принять и предпосылку о невозможности различения аналитических и синтетических суждений. Коливан признает, что математическая и эмпирическая лексика тесно связаны в наших лучших научных теориях, и он утверждает, что чтобы опровергнуть подтверждающий холизм необходимо по крайней мере отделить одну лексику от другой. Однако признание спутанности научной лексики не означает отказа от идеи, что математический и логический язык отличаются по своей природе от эмпирического языка. Проведенное Коливаном различие между семантическим и подтверждающим холизмом и отказ говорить о семантическом холизме в контексте аргумента о неустранимости математики, на мой взгляд, служит его личному интересу в оправдании математического платонизма. Дело в том, что принятие семантического холизма означает, во-первых, принятие аргумента о невозможности различения аналитических и синтетических истин, а значит, мы не можем однозначно приписывать математике априорную истинность, что уже противоречит взглядам платонизма. А во-вторых, принятие семантического холизма также означает принятие специфической теории референции, которая ограничивает нашу онтологию от признания существования независимых от нашего мышления абстрактных сущностей.

Вспомним, что семантический холизм Куайна подразумевает, что значение выражений нельзя рассматривать вне всего массива языка или хотя бы большой его части. Эта доктрина по большому счету объясняет, как связан язык с тем, что он обозначает, и каким образом предложения языка взаимосвязаны между собой. Корни этой доктрины связаны с идеями Куайна о первичной концептуализации опыта, но в своих следствиях она затрагивает и идею рассмотрения науки как единого целого [Куайн, 2000d]. В ситуации, когда дело касается теоретических объектов, для того, чтобы получить правильное представление о них, недостаточно создать минимальный контекст вокруг термина, то есть описать объект или провести какую-то сравнительную аналогию. Необходимо знать, как действует все учение об объекте в рамках заданной теории. Этого можно добиться путем изучения слова в контексте фрагмента предложений, которые выучиваются как целое для использования в подходящих условиях. После того, как употребление термина в контексте учения об объекте усвоено, вербальная сеть ясно сформулированной теории всегда вмешивается, чтобы связать физическое явление с нашим осмыслением этого явления [Там же]. Например, при изменении цвета индикаторной бумаги во время эксперимента химик может сделать заключение о составе раствора, в который опускалась индикаторная бумага, благодаря тому, что он знаком с неорганической химией. Теория в данном случае выступает в роли посредника между физическим явлением и пониманием этого явления. Достижение понимания того, чем являются объекты, по большей части есть знание того, что утверждает по их поводу теория [Там же].

Проблема радикального перевода, которую ясно обозначил Куайн, показала, что знания невербального значения предложения наблюдения недостаточно для перевода или даже понимания термина, который обозначает объект [Quine, 1968; Куайн, 2000d]. Мы постулируем объекты только тогда, когда вовлекаем обозначающий их термин в подходящее взаимодействие со всем аппаратом нашего языка: артиклями, местоимениями, идиомами предикации и квантификации. Вопрос, считать ли языковую единицу термином решается на основе соображений систематической эффективности ее использования в качестве термина. Так, причиной допущения чисел в качестве термина является ни что иное, как их эффективность в организации научного процесса. Однако следует помнить, что систематическая эффективность использования абстрактных терминов не противостоит предпочтительному онтологическому статусу физических объектов, а обосновывает случаи допущения абстрактных терминов в онтологию [Куайн, 2000d]. Для того, чтобы прояснить смысл последней фразы, необходимо объяснить роль термина и его значения в онтологической системе Куайна.

Объекты, которые мы признаем, согласно Кайну, это именно те объекты, которые являются значениями связной переменной квантификации [Куайн, 2000d; Куайн, 2000c]. Другими словами, если на место переменной мы можем поставить термин, указывающий на объект принятой научной теории, тогда утверждение вида

$$\exists(x)(Fx)$$

будет истинным. Перефразировать предложение научной теории в каноническую форму квантификации значит сделать ясным его онтологическое содержание. Однако не следует понимать это утверждение таким образом, что сама теория квантификации имеет экзистенциальный смысл. Скорее это обязанность самих ученых формализовать научную теорию так, чтобы на место связных переменных однозначно ставились термины, обозначающие только те объекты, которые признаются реальными с точки зрения самой научной теории. Род этих объектов определяется набором предикатов, который требуется для их описания опять-таки научной теорией. Таким образом интерпретированную формальную систему можно назвать референтативной: истинность формальных утверждений подтверждается только тогда, когда на место переменной возможно подставить имя объекта, или референта [Целищев В.В., Бессонов А.В., 1979].

Однако ошибочно полагать, что для того, чтобы высказывание было значащим, требуется референция к *существующему* объекту. Куайн утверждает, что «бремя референции к объекту, изначально лежавшие на дескриптивной фразе, принимают на себя слова того вида, который логики называют связанными переменными, переменными квантификации, а именно такие слова, как “нечто”, “ничто”, “все”». По мнению Куайна, эти слова не претендуют на то, чтобы быть именами и иметь референтативный характер. Они соотносятся с сущностями с преднамеренной для них неоднозначностью. Квантифицирующие слова, то есть связанные переменные, безусловно являются значащими в контексте, но их бытие значащими никоим образом не подразумевает бытие объекта или подразумеваемой сущности. Это естественно, поскольку нет никакой определенной референции у слов «нечто», «ничто» и «все». Благодаря переводу имени в дескриптивную фразу определяющими, то есть описывающими объект, словами становятся предикаты суждения. По примеру Куайна, имя «Пегас» можно перевести в дескриптивную фразу «нечто, что является Пегасом», где слово «Пегас» становится на место предиката. При этом у нас нет никаких оснований предпологать, что значение предикатов является некоторой сущностью. Например, когда мы видим выражения «красный дом», «красный закат», «красная роза» это означает лишь то, что слово «красный» истинно относительно каждой перечисленной индивидуальной сущности. И предикат «красный» не указывает ни на какую сущность, например на «красноту», по той же причине, по которой слова «дом» и «закат» не указывают на «домовость», «закатность» и так далее. То, что дома, закаты и розы красные, можно считать их нередуцируемой характеристикой. Допустим, что какой-нибудь сторонник платонизма продолжает настаивать на том, что предикат «красный» является именем в том смысле, что он обозначает нечто вроде *идеи* красного. То есть его предположение заключается в том, что понятия «краснота» указывает если не на сущность, то на *значение* слова, а потому является именем. Однако быть именем, как мы увидели, означает нечто большее, нежели просто быть *значащим* словом. Куайн видит единственным способом сопротивляться вышеизложенному возражению платоника это отказаться признавать существование значений. Необходимо принять тот факт, что *быть значащим* – это нередуцируемое положение дел в том смысле, что значимость термина не предполагает существования значения в качестве идеи или вроде того. Единственной оправданной попыткой объяснения, что значит быть значащим, Куайн видит в том, чтобы анализировать человеческие действия, которые возникают, когда имеет место быть какое-либо высказывание [Куайн, 2000c].

Когда мы определились с тем, что мы можем значимым образом употреблять в предложениях единичные термины, не предполагая тем самым, что есть некие сущности, которые эти термины нацелены именовать, и что мы также можем употреблять общие термины, например предикаты, не обязывая их быть именами абстрактных сущностей, возникает следующий вопрос. Значит ли это, что ничего из того, что мы можем сказать, не обязывает нас признавать сущности, которые кажутся нам нежелательными, например, абстрактные сущности? Несмотря на то, что все имена действительно являются онтологически бессодержательными, тем не менее мы можем сформулировать фразу таким образом, что она будет накладывать онтологические обязательства даже на абстрактные сущности. Например, сказав, что «есть нечто, что является общим для красных домов и красных закатов». Хотя и в этом случае я не вижу рациональных причин для того, чтобы эта дескриптивная фраза указывала на «красноту», а не просто на «красный цвет». Тем не менее, инструмент указания на сущности любого рода у нас есть. Однако, как я уже отметила выше, вопрос о существовании каких угодно объектов, абстрактных или физических, решается в рамках научной теории, а не в рамках ее формализации. Каким образом формализовать теории и что ставить на место связанных переменных – это вопросы, которые должны решаться учеными с целью исключения неправильных интепретаций их теории, когда существующими признаются те сущности, которые таковыми в рамках теории не предполагаются.

Вопрос о том, считать ли математические объекты сущностями, является вопросом о том, проводить ли квантификацию относительно переменных, которые имеют своим значением математические объекты (числа, классы, функции и так далее). Стоит вновь подчеркнуть, что этот вопрос должен решаться изнутри научной теории, то есть прежде её формализации. Это оставляет возможность формулировать научные теории так, чтобы в них не содержалось отсылок на абстрактные сущности. Тем не менее, Куайн придерживается мнения, что онтологическое допущение математических сущностей является вопросом *удобства* концептуальной схемы науки [Куайн, 2000a]. Как физические, так и абстрактные объекты концептуально вводятся в теорию как удобные посредники между явлением и нашим пониманием этого явления [Куайн, 2000d]. Причем большинство постулируемых физических сущностей являются несводимыми к предложениям о чувственных данных, как мы заметили при обсуждении догм редукционизма. Современные физические теории имеют достаточным основанием для постулирования необычных сущностей (атомов, молекул, фотонов) лишь то, что расширение теории посредством этих сущностей не противоречит следствиям теории, касающихся обыденных вещей, а не то, что описание этих сущностей сводимо к описанию обыденного чувственного опыта [Куайн, 2000d]. Соответственно, говорить о том, что в отличие от математики, существование физических объектов подтверждается опытом, в онтологии Куайна бессмысленно. Различие природы постулируемых математических и физических объектов, с точки зрения семантического холизма, вообще не может быть осмыслено, коль скоро мы не можем провести границу между аналитическими и синтетическими высказываниями и коль скоро единицей подтверждения опытом является вся наука в целом.

Расширение теории посредством математических сущностей является прагматическим вопросом удобства и эффективности использования этих сущностей и имеет своим основанием так же лишь то, что описание математических сущностей не противоречит следствиям теории. Постулирование физических или математических объектов эпистемологически сопоставимо с постулированием существования богов, поскольку и то и другое служит одной цели – объяснению существующего опыта и предсказанию будущего опыта в свете прошлого. Однако согласно доктрине натурализма мы должны иметь онтологическую приверженность только тем сущностям, которые постулируются научной теорией [Куайн, 2000b]. Миф о физических объектах с точки зрения современной науки в качестве инструмента осмысления опыта является более эффективным мифом, нежели миф о богах. Математические сущности являются таким же мифом, как и миф о физических объектах, и разница лишь в том, в какой степени постулируемые сущности упрощают наш контакт с чувственным опытом. Вопрос о том, существуют ли математические объекты, является вопросом удобства концептуальной схемы, которая их постулирует. По сути, все концептуальное содержание науки, по мнению Куайна, является *человеческой конструкцией*, подвержено постоянному переустройству и испытывает двойственное влияние и языка и опыта одновременно [Куайн, 2000a].

Квантифицируя математические компоненты теории, мы действительно допускаем в нашу онтологию термины, обозначающие математические объекты, например множества, числа и многое другое. Однако допущение таких терминов в онтологию означает не более, чем то, что существует концептуальная математическая конструкция, которая является результатом сложного процесса осмысления мира человеком и которая позволяет нам описывать реальность. Онтологическое допущение математических объектов в рамках философии Куайна обусловлено прагматическими целями и не обязывает нас признавать *независимое* от нашего мышления существование математических сущностей. Процесс постулирования как физических, так и математических сущностей является процессом создания удобной концептуальной схемы, основная цель которой – осмысление опыта. Поэтому то, как будет выглядеть эта концептуальная схема, зависит только от опыта и особенностей языка, с помощью которого происходит концептуализация опыта. Соответственно, математические объекты не являются *необходимо* истинными сущностями.

Таким образом, перенимая идею Куайна о том, что онтологическая приверженность математическим сущностям обосновывается теми же эпистемическими средствами, что и приверженность физическим объектам, мы также обязаны принять аргумент о невозможности различения аналитических и синтетических суждений. Последнее означает, что мы не можем утверждать априорную, или аналитическую истинность математики, и уже только это противоречит взглядам платонизма. Согласно взглядам Куайна, математические сущности являются человеческой конструкцией, и вопрос о том постулировать ли их является прагматическим. Таким образом, даже если в философии Куайна действительно можно найти идею о том, что у нас нет рациональных мотивов устранять математику из науки, это не дает повод интерпретировать его взгляды как платонистические. Теория референции Куайна показывает, каким образом мы можем ограничивать онтологию от признания мира значений или идей и при этом легитимно использовать термины, указывающие на несуществующие объекты. Если будет эпистемологически выгодно исключить математику, мы можем это сделать, и теория квантификации дает нам инструмент ограничения онтологии от нежелательных сущностей. Мы действительно можем считать математику неустранимой из науки, но только до тех пор, пока нам *выгодно* считать ее таковой. Естественно, такая интепретация аргумента о неустранимости исключает все его платонистические следствия.

Номиналистическая программа Хартри Филда

Попытки номиналистических интерпретаций научных теорий являются по большей части реакцией на аргумент неустранимости и служат цели ответить на вопрос, возможно ли понять и объяснить применение математики без предположения о существовании математических объектов. Способом достижения этой цели может служить либо доказательство того, что сама математика может обходиться без отсылок к абстрактным объектам, тогда мы свободно можем использовать ее в научных теориях, не опасаясь платонистических следствий аргумента Куайна-Патнэма о допущении абстрактных сущностей в онтологию. Либо демонстрирование того, что наука может обходиться без математики и иметь свое выражение в виде системы номиналистических суждений, которые не пересекаются во вне-логическом содержании с математической теорией и которые не предполагают никаких сущностей, содержащихся в математических теориях. В последнем случае оспаривается весь аргумент о неустранимости математики. Естественно, если мы говорим о том, является ли математика в целом устранимой из наших лучших научных теорий, мы обязаны учитывать прагматическую эффективность номиналистических теорий, которая не должна уступать эффективности и удобству научных теорий, выраженных на языке математики.

Поскольку математика редуцируема к логике первого порядка и теории множеств, то в свете аргумента о неустранимости математики этот факт заставляет признать существование как минимум таких абстрактных объектов как множества. Соответственно, некоторые номиналистически ориентированные философы предпринимали попытки сведения математики к утверждениям первопорядковой логики, которые не имели бы отсылок к множествам. Такую попытку совершил Хилари Патнэм в работе «The thesis that mathematics is logic», где он утверждал, что в некоторых случаях возможно построить номиналистическую модель Principia Mathematica с помощью первопорядковой логики [Putnam, 1979]. Возможно это тогда, когда в рамках Principia Mathematica мы можем найти доказательство для какого-либо утверждения, которое является абстрактным аналогом номиналистического суждения, не имеющего отсылки к множествам. Допустим, P* и Q* это номиналистические суждения, выраженные на языке логики первого порядка. Возьмем в качестве их платонистических двойников эквивалентные суждения P и Q из Principia Mathematica. Тогда, например, P* может звучать как «есть девять планет», а P как «число планет – 9». В первом случае P* не имеет отсылок к абстрактным объектам и понятие «девять» является предикатом высказывания и не квантифицируется, а во втором случае квантифицируется абстрактное понятие «число», выступающее субъектом высказывания P. Если можно найти в рамках Principia Mathematica доказательство для «P&Q, поэтому T», то возможно опираться на соответствующие суждения «P*&Q*, поэтому T*» первопорядковой логики в качестве номиналистической модели Principia Mathematica [см. Hellman, Leng, 2018].

Подобная элиминация абстрактных объектов внутри самой математики, во-первых, слабо мотивирована, поскольку математика в том виде, в котором она существует сейчас, прекрасно работает, и нет острой необходимости в создании ее номиналистических моделей помимо интереса логиков и философов. Более того, большинство абстрактных математических объектов не имеют прямого номиналистического выражения, например, комплексные числа, а значит, процесс создания моделей в некоторых случаях либо невозможен, либо сильно осложнен. Во-вторых, сведение математики к логике первого порядка не избавляет нас от вопроса соотношения гносеологии и онтологии, поскольку все еще остается необъясненным то, почему логика как совокупность законов мышления представляет собой эффективный инструмент познания внешнего мира. На мой взгляд, попытки показать возможность устранения математики из науки и создания номиналистических интерпретаций научных теорий более интересны, поскольку эта альтернатива в случае ее реализации способна доказать, что математика не является единственным и необходимым методом научного познания. В этом случае математика может считаться произвольным продуктом человеческого мышления, а не онтологически необходимой сущностью. Последнее снимает вопрос о том, почему именно математика оказывается столь эффективной в описании реальности, поскольку естественно предположить, что мы используем самый эффективный и экономичный способ осмысления реальности, какой только смогли создать. Однако такая альтернатива не снимает множество вопросов о природе математики. Например, каким образом происходит концептуализация, или теоретизация, эмпирического опыта? Является ли математика результатом этой концептуализации или же она представляет собой продукт «чистого» мышления, тогда каким образом она соотносится с физической реальностью? Тем не менее, такая альтернатива должна подвергнуться проверке, чтобы найти ответы хотя бы на вопросы о необходимости математики и об онтологическом статусе абстрактных объектов с точки зрения номиналистически ориентированных философов.

В своей работе «Наука без чисел» Хартри Филд пытается показать и обосновать принципиальную возможность и даже необходимость номиналистической переформулировки существующих физических теорий [Field, 1980]. Он утверждает, что исключение абстрактных математических сущностей из науки не просто возможно, но и является единственным способом реализации адекватного методологического принципа, согласно которому в основе любого внешнего объяснения лежит объяснение внутреннее. То есть, по его мнению, каждая физическая теория должна иметь свое номиналистическое выражение прежде, чем прибегать к объяснению с помощью математики. При этом Филд не пытается вообще исключить использование математики в научных теориях, наоборот, он легитимизирует ее применение даже для сторонников номинализма: обращение к математическим сущностям в некоторых контекстах полезно. Однако, по мнению Филда, полезность обращения к таким сущностям не дает основание для убеждения в том, что они действительно существуют [Ibid.].

Как я отметила ранее, принятие онтологических обязательств перед всеми сущностями научной теории, включая ее математические компоненты, часто выступает аргументом в пользу математического платонизма в различных его формулировках. Поэтому в первую очередь Хартри Филд выступает против неустранимости математических сущностей из научных теорий. Он не спорит, что как теоретические, так и математические сущности действительно играют важную роль в наших лучших научных теориях, но их роли различаются. В случае теоретических сущностей, таких как атомы, фотоны, электроны и многое другое, у нас нет известных альтернативных теорий, которые объясняли бы наблюдаемые явления без использования этих сущностей. А в случае математики мы можем переформулировать существующие научные теории так, что обращение к математическим сущностям не будет необходимым. Так, например, согласно этой идее, квантовая физика не смогла бы объяснять наблюдаемые явления света без описания поведения фотона, но легко бы справилась с этим без обращения к линейной алгебре. Хартри Филд утверждает, что различие между ролью теоретических и ролью математических сущностей в теории заключается в природе законов, которые связывают те и другие с конкретными наблюдаемыми фактами. Однако, по моему мнению, введенное им понятие связующих законов (*bridge laws*) служит для объяснения того, как в принципе связываются абстрактные сущности с наблюдаемыми фактами, или как математика и теория в целом могут быть применимы к физической реальности, но не для того, чтобы показать отличие математической теории от физики. Скорее их различие заключается в природе именно математических и физических знаний.

Тем не менее, Филд связывает неустранимость теоретических сущностей с тем, что он называет *bridge laws* [Field, 1980, p. 10]. Когда мы говорим о теоретических сущностях в физике, нам необходимо связать теорию, использующую эти сущности, с теорией, которая описывает наблюдаемые факты – иначе теоретические сущности окажутся неприменимыми к физической реальности. Допустим, что мы можем создать две физические теории, объясняющие один феномен: Т – это классическая теория, а Т* – не использует никакие вне-логические термины из Т, касающиеся наблюдения. Классическая теория Т представляет собой совокупность предложений о наблюдаемых явлениях, Т* полностью отлична от нее по содержанию. В этом случае Т* сама по себе не сможет дать результаты о наблюдаемых объектах, она даже на первый взгляд бесполезна в дедуцировании утверждений о наблюдаемом из других утверждений о наблюдаемом, поскольку содержательно никак не связана с наблюдением. Чтобы сделать Т* полезной в получении новых знаний о физических явлениях, мы должны создать «связующие законы» *(bridge laws)*, которые соединяют сущности и терминологию искусственно созданной теории Т* с уже существующей теорией о наблюдаемых объектах. Тогда выводы из Т*+В, где В – это совокупность таких законов, которая содержит терминологию Т и Т*, могут быть принципиально новыми [Ibid.].

Для примера представим ситуацию, что существует физическая теория, описывающая явления света с помощью новой теоретической сущности – светон, но эта теория не связана терминологически с уже существующими теориями света. Это означает, что поведение светона не может описываться с помощью понятий движения, волны, частицы, состояния, события и так далее, с помощью любых уже знакомых нам понятий. Такая физическая теория будет бесполезна в выведении новых знаний о свете, поскольку мы не можем ее изложить на языке наблюдения, а значит, не можем описать на языке этой теории наблюдаемые явления. Для того, чтобы эта теория была полезной, нам необходимо связать ее терминологию с терминологией уже существующих физических теорий света, то есть создать такую аксиоматику, которая будет содержать понятия и новой и классической теорий. Эта аксиоматика и будет представлять собой набор связующих законов (*bridge laws*).

Конечно, создание такой физической теории T* не имеет смысла, и на практике любая физическая теория, которая вводит новые теоретические сущности, всегда связана с наблюдением и с уже существующими теориями. Но эта тесная связь с наблюдением доказывает тот факт, что теоретические сущности являются неустранимыми из наших лучших научных теорий: они позволяют нам описать более широкий круг феноменов и дедуцировать новые знания о мире. Любая физическая теория о ненаблюдаемых объектах, которые мы можем назвать теоретическими сущностями, всегда находит свое подтверждение в наблюдении и является незаменимой до тех пор, пока не будет создана альтернативная физическая теория, описывающая более широкий круг явлений как минимум с той же точностью [Field, 1980, pp. 7-8].

Математика, в отличие от физики, описывает принципиально ненаблюдаемые показатели: числа, функции, множества. И чтобы математика оказывалась применимой к физическому миру, по мнению Хартри Филда, она должна быть не идеально абстрактной, а «с примесями» (impure). В теории должен существовать такой связующий мост законов, который содержит и математическую и физическую терминологию одновременно/ Так, в чистой теории множеств не существует множества, члены которого в свою очередь не являются множествами. Но в применении теория множеств допускает ур-элемент, который является членом множества и сам не является множеством. Ур-элемент допускается нематематической терминологией в согласованной аксиоматике. Благодаря связующим законам математика оказывается применимой к миру и может быть полезной при дедуцировании номиналистических утверждений из номиналистических посылок [Field, 1980, p. 9].

Фундаментальное различие между математической и физической теориями, по мнению Филда, лежит в природе этих связующих законов. В случае с физической теорией, когда между T и T* существует связующий мост законов, выводы T* могут быть принципиально новыми. В случае, когда математическая теория включает в себя подобную связующую аксиоматику, её выводы не являются принципиально новыми, поскольку они могут быть получены из номиналистических посылок и без обращения к математическим сущностям. Доказательство того, что математика не участвует в дедуцировании выводов о наблюдаемых объектах, заключается в принципе консервативного расширения теории: любое номиналистическое утверждение является следствием только номиналистического каркаса утверждений используемой теории, то есть любое следствие научной, например физической, теории может быть получено без применения математики. Принцип консервативности, разработанный Хартри Филдом, не только объясняет, почему применяемая в научных теориях математика устранима, но и легитимизирует использование математики с точки зрения номинализма [Field, 1980, pp. 10-13]. В самом общем виде он звучит так:

для любой математической теории S и любого каркаса номиналистических утверждений N, N+S является консервативным расширением N. Иначе, номиналистическое утверждение A является следствием N+S тогда и только тогда, когда A является следствием только N.

Номиналистическим утверждением является то, которое не пересекается во вне-логической терминологии с математической теорией, которая введена в научную теорию. Если сказать иначе, то N не предполагает никаких сущностей, содержащихся в S. Принцип консервативного расширения теории утверждает, что номиналистическое суждение A является следствием только номиналистической теории N, то есть любое следствие теории может быть получено без применения математики. Хартри Филд завявляет, что этот принцип имеет те же квазииндуктивные основания, которые мы имеем для убеждения в непротиворечивости математики.

По мнению Хартри Филда, большинство из нас убеждено, что математика независима от опыта, априорна или истинна во всех возможных мирах. Если математика имеет априорный характер и истинна во всех возможных мирах, то любое следствие математической теории S должно быть логически непротиворечивым. Это означает, что конкретные результаты о конкретных сущностях не могут быть следствиями математических теорий. Ведь если номиналистическое утверждение A будет являться следствием N+S и не являться следствием только N, то истина математики S будет зависеть от логической непротиворечивости номиналистической теории N±A. Однако установить логическую непротиворечивость номиналистической теории или номиналистических утверждений невозможно, поскольку утверждения о конкретных физических сущностях не могут оцениваться с точки зрения логики. Таким образом получается, что истинность той или иной математической теории в случае, когда номиналистическое утверждение A является следствием N+S и не является следствием только N, зависит от фактических утверждений, что противоречит убеждению о независимости математики от опыта. Для того, чтобы доказать, что математика не является консервативной, необходимо доказать, что она апостериорна и содержит данные о конкретных предметах или что она логически противоречива [Field, 1980, pp. 14-15].

Принцип консервативности указывает на то, что существует заметная дисаналогия между математическими и физическими теориями: физические теории о ненаблюдаемых объектах, безусловно, не консервативны, поскольку они производят действительно новые выводы о наблюдаемых явлениях.

Математика же не может вырабатывать новые знания о физических сущностях до тех пор, пока мы убеждены в ее априорности и логической непротиворечивости. Те свойства математики, которые Хартри Филд здесь подчеркивает, показывают, что даже тот, кто не верит в математические сущности, является свободным в использовании математики в определенном ограниченном контексте: он может свободно использовать их в дедуцировании номиналистических следствий из номиналистических посылок, поскольку математика является устранимой из наших лучших теорий. И он может делать это не потому, что считает математические теории истинными, а потому, что они сохраняют истину среди номинально заявленных утверждений. Теоремы математики, таким образом, могут быть рассмотрены как фикции, которые отсылают нас к несуществующим объектам, а потому не могут быть истинными или ложными. Истинность математики представляет собой не более чем внутреннюю непротиворечивость и не накладывает онтологического обязательства на абстрактные объекты. Использование математики в научной теории не прибавляет самой теории информативности или содержательности, а только делает ее выражение менее сложным [см. Burgess, Rosen, 1997].

Хартри Филд утверждает, что приведенные им аргументы в пользу принципа консервативности в принципе могут быть оспорены. Возможно, что математика апостериорна или противоречива, но тогда она и не консервативна. Однако до тех пор, пока большинство убеждено в априорности математики, у приверженцев номиналистической программы Хартри Филда есть основания, которые поддерживают утверждение о том, что математику безопасно использовать в определенных контекстах в силу ее устранимости. Сторонники платонизма могут отвергать квазииндуктивые аргументы, которые обсуждались выше, но сделать это означает заплатить большую цену: большая часть математики известна только в свете этих квазииндуктивных рассуждений. Следовательно, во многих случаях, где в доказательствах используются платонистические отсылки к абстрактным объектам, эти отсылки исключаемы более или менее систематическим способом [Field, 1980, pp. 109-110].

Проблематичным здесь оказывается то, почему математика все-таки является применимой в научных теориях, если математические сущности признаются фиктивными и исключаются из принятой онтологии. Как я уже говорила, чтобы математика была применимой к физическому миру, согласно программе Хартри Филда, в теории должен существовать такой связующий мост законов, который содержит и математическую и физическую терминологию одновременно. Действительно, с помощью связующих законов можно объяснить, каким образом математика применяется в научных теориях. Однако даже наличие аксиоматики, содержащей и математические и физические утверждения, недостаточно для объяснения того, как связываются абстрактные сущности с конкретными фактами, то есть каким образом формальная теория описывает физические явления. По мнению Филда, эта связь представляет собой структурную изоморфность предложений о конкретных объектах своим абстрактным двойникам [Field, 1980, pp. 20-21]. Так, например, следующие предложения о конретных физических объектах, доказуемые в номиналистическом каркасе предложений научной теории, то есть в N:

1. Есть ровно 21 муравьед;
2. На каждом муравьеде ровно 3 жука;
3. Каждый жук находится только на одном муравьеде, поэтому
4. Есть ровно 63 жука.

Структурно изоморфны своим абстракным двойникам:

1'. Количество элементов множества муравьедов равно 21;

2'. Все множества в области функции, которая определяет количество элементов множества муравьедов и приписывает каждой сущности в этом множестве множество жуков, имеют 3 элемента;

3'. Функция, упомянутая выше, формирует ряд элементов множества жуков;

4'. Количество элементов множества жуков равно 63

Предложения 1'-4' в свою очередь могут быть выражены на языке теории множеств. Причем эквивалентность предложений 1 и 1' доказывается в N+S, то есть в рамках научной теории, в которой используется математика. Так показано, каким образом математика со своими абстрактными конструкциями может быть применима к физической реальности [Field, 1980, pp. 22-23]. Главная стратегия поиска абстрактных двойников заключается в доказательстве теоремы репрезентации. Предположим, что теория S удовлетворяет принципу консервативности и мы свободно можем доказать существование некоторой математической структуры B с определенными специфическими свойствами. Если мы можем затем, используя N+S, доказать существование одного или нескольких изоморфизмов конкретных объектов в математической структуре B, тогда такой изоморфизм будет служить мостом, с помощью которого мы можем находить абстрактные двойники конкретных предложений. Следовательно, предпосылки о конкретном могут быть «переведены» в абстрактные двойники. Затем, с помощью рассуждений в рамках математической теории S мы можем производить новые предложения, которые будут являться абстрактными двойниками новых выводов о физических объектах. Возможно это опять-таки благодаря принципу консервативности. Мы в любой момент можем преобразовать утверждения об абстрактном в утверждения о конкретном, будучи уверенными в том, что абстрактные сущности не внесли содержательных изменений в теорию. Конкретные заключения, которые достигаются таким образом, всегда могут быть достигнуты и без обращения к абстрактному с условием выполнения принципа консервативности, но такое «восхождение» к абстрактному, как утверждает Хартри Филд, часто сохраняет огромное количество времени и сил [Ibid, pp. 24-25].

Именно в случае Хартри Филда мы сталкиваемся с попыткой реализовать геометрическую стратегию номинализации, которая направлена на элиминацию нумерических сущностей в пользу геометрических. С этой целью Филд показывает, каким образом теория действительных чисел может быть применена к Гильбертовой интерпретации евклидова пространства, в которой квантифицируются регионы физического пространства, но не квантифицируются действительные числа. В рамках Гильбертовой теории не могут быть даны определения расстояния (*distance*) между точками и соотношения углов (*angle-size*). Все отношения в ней выражены с помощью аналитических понятий «промежуточности» и «соответствия» (*betweenness and congruence*). Хартри Филд задается вопросом, значит ли это, что Гильберт упустил важные элементы Евклидовой геометрии, сформулированной в терминах длины (*lenght*)? Нет, посколкьу Гильберт доказал в рамках *метатеории* что-то вроде теоремы репрезентации: он доказал, что аксиомы, которые он заложил для описания физических пространств, выполняются только тогда, когда выполняется функция d, которая отображает соотношение двух точек с помощью действительных чисел. То есть доказывается, что отношения, выраженные с помощью действительных чисел, могут быть выражены с помощью понятий «промежуточности» и «соответствия». В то же время доказывается, что стандартное описание Евклидова пространства выразимо с помощью математической системы действительных чисел. Таким образом, аналитические модели физических пространств оказываются применимы только благодаря тому, что возможна элиминация нумерических абстрактных сущностей в пользу геометрических, то есть номиналистических [Field, 1980, pp. 22-23].

Здесь возникает вопрос, возможно ли реконструировать всю математику как каркас истинных утверждений о не-платонистических объектах, как это было показано на примере Гильбертовой интепретации евклидова пространства? По сути такая возможность позволила бы придать математике буквальное значение, а значит, интерпретировать программу Филда как номиналистическую, но не как фикционалистскую. Для этого требуется, чтобы теоремы репрезентации были доказуемы во всех случаях, когда требуется показать, что модели аналитической платонистской теории могут быть восстановлены из моделей синтетической номиналистической теории так, что каждая модель аналитической теории являлась бы изоморфной моделью синтетической замены. Например, если бы аналитическую теорию скалярного поля, такую как температура, можно было бы заменить синтетической теорией, в которой используются такие предикаты как "y – масштаб между x и z" и т. п. Однако предикатов синтетических теорий недостаточно для переформулирования *всей* математики, не говоря о технических сложностях такой процедуры [Hellman, Leng, 2018]. Поэтому программа номинализации Филда стремится скорее переформулировать сами физические теории, нежели математику, которая в них используется. Так, в своей работе Хартри Филд создает подробную номиналистическую интерпретацию Ньютоновского пространства-времени, главная цель которой – продемонстрировать принципиальную возможность переформулирования существующих физических теорий без использования математики [Field, 1980, pp. 47-92]. .

По сути номиналистическая программа Хартри Филда оказывается примером того, что математические объекты не являются необходимыми сущностями и могут быть устранены из научных теорий. Функция математики в современной науке, по мнению Филда, оганичивается лишь тем, что она делает выражение теорий менее сложным. Стоит отметить, что последнее является как раз тем прагматическим аргументом Куайна, который служит в пользу сохранения математики в научных теориях. Однако программа номинализации Филда направлена не против онтологии Куайна, а скорее против следствий аргумента о неустранимости в формулировке Коливана. Ведь если мы можем показать, что какая-либо физическая теория может быть выражена без помощи математики с сохранением всех результатов этой теории, мы можем открыто заявлять принципиальную *возможность* устранения математики. Последнее означает, что не существует независимого от мышления мира идей или математических объектов, который мы открываем в процессе познания и который овеществляется в физической реальности. Во многих своих работах Коливан делает ударение на множестве прагматических аспектов научных теорий, которые, по его мнению, не сохраняются в номиналистической программе Хартри Филда. Коливан пытается возразить Филду тем, что устранимость математики подразумевает, что научная теория без нее будет *лучше*, нежели с использованием математики, а не просто столь же эффективна [Colyvan, 1999]. Однако это слишком технический, на мой взгляд, подход. Если он пытается отстаивать позиции математического платонизма, он должен отрицать вообще возможность устранения математики из науки и из процеса познания, коль скоро математические формы лежат в основе физической реальности, а не делать ударение на том, что некоторые прагматические выгоды научной теории утрачиваются в процессе их номинализации.

Основным аргументом в пользу устранимости математики является принцип консервативного расширения теории, сформулированный Филдом. Он утверждает, что до тех пор, пока принцип консервативности математики не будет опровергнут, у нас всегда остается основание для убеждения в том, что математика не вносит никаких содержательных изменений в теорию. Однако состоятельно ли обоснование принципа консервативности? В основании принципа консервативности, как настаивает Хартри Филд, лежит убеждение большинства в априорности математики. Поскольку Филд отталкивается не просто от убежденности в независимости математики от опыта, а от убежденности в априорной *истинности* математики, или истинности математики во всех возможных мирах [Field, 1980, p.12], здесь стоит остановиться подробнее и понять, каким образом это убеждение может быть полезно для номинализма, в котором истинность математики представляет собой не более чем внутреннюю непротиворечивость. Соответственно, необходимо понять, какое значение отводится понятиям априорности, аналитичности и логической непротиворечивости математики в программе Хартри Филда.

Надо признать, что Филд в своей работе не проводит никакой строгой дефиниции понятий априорности и логической непротиворечивости. Он практически через запятую приравнивает эти понятия друг другу: «Теперь я считаю совершенно очевидным, что наши математические теории удовлетворяют принципу консервативности. В конце концов, эти теории обычно рассматриваются как "истинные во всех возможных мирах" и как "априори истинные"; и хотя эти характеристики могут быть оспорены, трудно представить, что какой-нибудь осведомленный человек мог бы рассматривать наши математические теории как теории, из которых следуют результаты о конкретных сущностях, которые не могут быть логически истинными» [Ibid. P. 13]. Далее по тексту Хартри Филд говорит именно о логической непротиворечивости математических теорий как об основном аргументе в пользу консервативности математики. При этом для него кажется очевидным, что логическая непротиворечивость теории подразумевает независимость теории от эмпирических фактов. Правда, Филд все-таки делает небольшое, но важное замечание, касающееся истинности математики. Он утверждает, что мы принимаем наши математические теории не в силу их истинности, а в силу их полезности в выведении следствий из номиналистических теорий. Если бы мир был другим, наши номиналистические теории были бы другими, и, соответственно, математика, которую бы мы использовали, была бы другой. Следовательно, когда мы говорим об априорности, нет необходимости говорить об априорной истинности. Математические аксиомы априорны, но в принципе как каркас утверждений они не истины [Field, 1980, p. 15]. «Консервативность можно свободно рассматривать как необходимую истину без истины» [Field, 1988, P. 241].

Поскольку Хартри Филд также утверждает, что математика не прибавляет научной теории никакого содержания, а просто делает ее выражение менее сложным, стоит рассмотреть, принимает ли Филд понятие аналитичность. Если понимать аналитичность как отсутствие фактического содержания, то это вполне согласуется со взглядами автора. Однако идея называть логическое или математическое утверждение бессодержательным в том смысле, что вывод, содержащийся в этом утверждении, имплицитно содержится в предпосылках утверждения, а потому не является действительно новым, Филду не нравится. Он утверждает, что объяснение того, каким образом следствие может имплицитно содержаться в предпосылках, невозможно. Таким образом, Филд сохраняет «содержательность» математики, подразумевая то, что математические теории способны оперировать математическими объектами и получать новые выводы о них. Однако математика «бессодержательна» в том смысле, что внутри математической теории мы не сможем найти выводы о наблюдаемых явлениях [Field, 1980, p. 16].

На мой взгляд, объяснение природы математического знания у Филда является если не безосновательным, то как минимум непроясненным. С одной стороны, он утверждает, что математика априорна, но не истинна, а просто полезна, и потому исключаема. С другой стороны, математическая теория позволяет сохранять истину среди номиналистических утверждений. Каким образом ей это удается, если математические теоремы не являются ни истинными, ни ложными, непонятно. Вероятно, объяснение заключается в том, что математическую истину Хартри Филд неявно сводит к логической истинности. Это видно в некоторых его формулировках принципа консервативности, в частности, когда он говорит, что номиналистическое суждение не может быть следствием математической части теории, поскольку все утверждения математической теории логически истинны, а утверждения о конкретном не могут быть оценены на истинность с точки зрения логики [Field, 1980, p. 12]. С одной стороны, опять-таки, математика бессодержательна и не описывает эмпирические явления, но с другой стороны, математика не аналитична в том смысле, что она способна вырабатывать новые выводы о математических объектах, которые при этом могут являться абстрактными двойниками номиналистических суждений. Почему мы уверены в том, что математические теории сохраняют истину среди номинально заявленных суждений? Допустим, что математика не меняет содержание номиналистических суждений, но Филд не отрицает того, что математические теории имеют собственное содержание. Представим, что мы доказали эквивалентность номиналистических предпосылок математическим. Далее, когда мы работаем в контексте только математической теории, мы меняем посылки, создаем новые содержательные математические выводы по правилам математической теории, а не по правилам вывода, которые приняты в рамках номиналистического каркаса утверждений. Можем ли мы быть уверенными в том, что истинность новых математических суждений, которые мы вывели в процессе рассуждения, будет так же «переведена» в истинность номиналистических выводов? Если говорить еще яснее, то структурной изоморфности номиналистических и математических суждений недостаточно для уверенности в достоверности новых выводов, сделанных математическим рассуждением. Необходимо так же быть уверенным в том, что математические правила вывода, которые позволяют делать новые содержательные (пусть и абстрактные) выводы в рамках математической теории, каким-то образом согласуются с правилами вывода номиналистических следствий из номиналистических посылок, если мы хотим свободно «переводить» высказывания с одного «уровня» на другой.

Получается крайне непрочное представление о том, каким образом работает математика. Мы берем ни истинную, ни ложную, но логически непротиворечивую теорию, которая является результатом нашего мышления и не содержит никакой информации о физической реальности, но которая структурно изоморфна некоторым предложениям номиналистической теории о мире. Мы доказываем эту изоморфность, переводим предложения номиналистической теории в предложения математической теории и далее работаем в рамках последней. При этом новые выводы используемой математической теории переводимы обратно в предложения номиналистической теории с сохранением истинности. Более того, весь этот процесс, судя по всему, осуществляется нашим мышлением интуитивно и бессознательно, раз до сих пор большинство теорий о мире, по крайней мере физических, выражено на языке математики, а не с помощью номиналистического каркаса предложений. На мой взгляд, это представление не имеет никаких серьезных квазииндуктивных оснований, на которые рассчитывал Филд, поскольку он опирался в своем рассуждении на убеждения об априорной истинности и аналитичности математики, однако каждое из этих убеждений он оспорил и взамен предложил слишком немногое.

Вспомним о том, что принцип консервативности в первую очередь является возражением против аргумента Куайна-Патнэма о неустранимости математики. Логично было бы рассмотреть вопрос, предполагает ли онтология и эпистемология Куайна возможность существования тех оснований, на которых держится принцип консервативного расширения теории Филда. Во-первых, непонятно, как расценивать понятие априорности Филда, если он отказывается от традиционного понятия аналитичности и истинности математических суждений. Тем не менее, в свете рассмотренной доктрины семантического холизма Куайна никакое строгое разделение высказываний или теорий на априорные, или аналитические, и апостериорные, или синтетические, невозможно. Если отказ от таких квазииндуктивных оснований, как убеждение в априорной истинности математики, действительно может иметь большую цену для сторонников математического платонизма, то в рамках философии Куайна говорить об априорной истинности математики бессмысленно вообще. Соответственно, убеждение в том, что математика устранима из научной теории в силу того, что в своем вне-логическом содержании она не пересекается с номиналистическим каркасом утверждений теории, теряет свою силу. Во-вторых, даже если мы сможем разглядеть в принципе консерватизма намек на отождествление математических утверждений с логическими истинами, то даже этот аргумент не поможет нам убедиться в особенной априорной природе математики, поскольку логические истины и правила вывода в свете семантического холизма Куайна так же могут быть подвержены изменениям при наличии противоречивого опыта, как и любые эпирические утверждения. Таким образом, номиналистическая программа Филда может быть прекрасной технической иллюстрацией того, каким образом можно переформулировать физическую теорию без использования математики, однако в своих философских основаниях она слишком легко поддается сомнению.

Заключение

Проблема применимости математики не ограничивается эпистемологическими вопросами о том, какую роль играет математика в научном познании и каким образом мы можем предсказывать события физической реальности с помощью абстрактных математических теорий. Она также затрагивает вопрос об онтологическом статусе математических объектов. В силу того, что разграничить онтологию и эпистемологию крайне сложно, эти вопросы встают в сильную зависимость друг от друга. Является ли логическая необходимость математических истин существенным признаком самой природы, поскольку математические формы лежат в основе физической Вселенной и ждут своего открытия, или же математические истинность определяется нашей способностью мыслить именно так, а не иначе? Обусловлено ли математическое знание эмпирическими фактами или оно имеет особенную, независимую от опыта природу? В зависимости от ответов на эти вопросы, так или иначе, решается проблема применимости математики.

Одним из самых известных дискурсов в контексте применимости математики является спор между математическим платонизмом и номинализмом, который разворачивается вокруг аргумента о неустранимости математики из науки. Эксплицитная формулировка этого аргумента принадлежит Марку Коливану, который в обосновании платонистических следствий аргумента опирается на философию Уилларда Ван Ормана Куайна. Согласно его взглядам, доктрины натурализма и подтверждающего холизма Куайна накладывают онтологическое обязательство на математические компоненты научных теорий, и тем самым оправдывают убеждение в независимом от сознания существовании математических объектов. В своей работе я попыталась доказать, что доктрина подтверждающего холизма Куайна является следствием его идеи семантического холизма, согласно которому, среди прочего, невозможно разделение аналитических и синтетических истин. Соответственно, невозможно и доказательство априорной, или аналитической, природы математики, что идет вразрез с убеждениями математического платонизма. Принимая доктрины натурализма и подтверждающего холизма Куайна, мы обязаны принять доктрину семантического холизма и его специфическую теорию референции. Последняя дает инструмент ограничения онтологии от любых нежелательных сущностей, что переводит вопрос о неустранимости математики из онтологического контекста в прагматический, поскольку вопрос о том, что признавать существующим, становится вопросом о том, что удобно и выгодно с точки зрения эпистемологии признавать таковым. Согласно философии Куайна, математика, как и вся наука в целом, является человеческой конструкцией, концептуальной схемой эмпирического опыта. Накладывая онтологическое обязательство на определенную концептуальную схему, мы просто передаем вопрос о том, что является реальным, в руки науки и верим в это до тех пор, пока нам выгодно и удобно в это верить. Математика по сути является таким же эпистемически выгодным мифом, как и постулирование физических объектов. И скорее именно поэтому она неустранима из науки, нежели наоборот.

Одним из самых радикальных возражений на аргумент о неустранимости математики является номиналистическая программа Хартри Филда, которая иллюстрирует техническую возможность устранения математики из науки. С одной стороны, эта программа доказывает принципиальную возможность номиналистической интерпретации науки, что дает основания для убеждения в том, что математика является лишь удобной, а не необходимой, концептуальной схемой. С другой стороны, прагматическая выгода такой формулировки, как заметил Марк Коливан, действительно сомнительна: несмотря на то, что объяснительная сила теории сохраняется, теряется, например, формальная элегантность и простота теории. Следовательно, номиналистическая программа Хартри Филда не доказывает необходимость номинализации науки, а значит, не опровергает аргумент о неустранимости математики из науки в прагматическом понимании Куайна. Более того, тезис Хартри Филда об устранимости математики в силу ее консервативности имеет крайне противоречивые основания. Автор одновременно настаивает на том, что математика имеет особый логически необходимый или даже априорный характер, и на том, что математика не может быть оценена с точки зрения истинности или ложности и не может быть описана с помощью понятия аналитичности. Соответственно, любые философские аргументы Филда в пользу устранимости математики вряд ли можно считать успешными.

Таким образом, в результате проделанного мной исследования, я пришла к нескольким выводам. Во-первых, имеется мало оснований для утверждения особой априорной природы математики и различения аналитических и синтетических истин. Это как минимум противоречит взглядам математического платонизма, как максимум сводит проблему применимости математики к проблеме концептуализации эмпирического опыта в целом. Во-вторых, единственный сильный аргумент в пользу математического платонизма, аргумент о неустранимости математики из науки, на самом деле имеет прагматический, а не онтологический характер. Если мы беремся обосновывать его с помощью онтологии и эпистемологии Куайна, мы обязаны отказаться от его платонистических следствий. И последний вывод касается программ номинализации науки. На мой взгляд, внимание должно быть отведено от попыток построения номиналистических онтологий к вопросу о том, каким образом происходит осмысление и создание любых (и математических, и физических) теоретических объектов, которые описываются наукой.

Список литературы

1. Вигнер Е. Непостижимая эффективность математики в естественных науках // Этюды о симметрии. Пер. с англ. Ю. А. Данилова; под ред. [и с предисл.] Я. А. Смородинского. – Москва : Мир, 1971. – С. 182-198.

2. Галилей Г. Диалог о двух главнейших системах мира – Птолемеевой и Коперниковой. Пер. [с ит., предисл.] А. И. Долгова. – Москва; Ленинград : ОГИЗ : Гостехтеоретиздат, 1948. – 377 с.

3. Куайн У. В. Две догмы эмпиризма : в книге Слово и объект. Перевод с англ. Т. А. Дмитриев. – М : Логос, Праксис, 2000a. – С. 342-367.

4. Куайн У. В. Натурализованная эпистемология : в книге Слово и объект. Перевод с англ. Т. А. Дмитриев. – М : Логос, Праксис, 2000b. – С. 368-385.

5. Куайн У. В. О том, что есть : в книге Слово и объект. Перевод с англ. А. З. Черняк. – М : Логос, Праксис, 2000c. – С. 325-341.

6. Куайн У. В. Слово и объект : в книге Слово и объект. Перевод с англ. А. З. Черняк, Т. А. Дмитриев. – М : Логос, Праксис, 2000d. – С. 16-321.

7. Целищев В. В. Две интерпретации логических систем / Целищев В. В., Бессонов А. В. – Издательство «Наука». Новосибирск, 1979. – 266 с.

8. Abbott D. The Reasonable Ineffectiveness of Mathematics // Proceedings of the IEEE, Vol. 101, No. 10. – Institute of Electrical and Electronics Engineers, October 2013. – P. 2147-2153.

9. Bonevac D. A History of Quantification // Handbook of the History of Logic, Volume 11, Logic: A History of its Central Concepts. Edited by Dov M. Gabbay, Francis Jeffry Pelletier, and John Woods. – North Holland is an imprint of Elsevier, 2012. – P. 63-127.

10. Burgess J. P. A Subject with No Object. Strategies for Nominalistic Interpretation of Mathematics / Burgess J. P. and Gideon Rosen. – Clarendon Press : Oxford, 1997. – 259 c.

11. Chihara C. New directions for nominalist philosophers of mathematics // Synthese Vol. 176. – Springer-Verlag, 2010. – P. 153-175.

12. Colyvan M. Confirmation Theory and Indispensability // Philosophical Studies, Vol. 96. – Kluwer Academic Publishers, October 1999. – P. 1-19.

13. Colyvan M. Indispensability Arguments in the Philosophy of Mathematics // Standford Encyclopedia of Philosophy [Электронный ресурс]. – First published Mon Dec 21, 1998; substantive revision Thu Feb 28, 2019. – Режим доступа: https://plato.stanford.edu/entries/mathphil-indis/#Aca

14. Colyvan M. The Indispensability of Mathematics. – Oxford : Oxford Universities Press, 2001. – 172 p.

15. Field H. H. Science Without Numbers: A Defence of Nominalism. – Princeton : Princeton University Press, 1980. – 130 p.

16. Field H. H. Realism mathematics and modality // Journal of Symbolic Logic. – Oxford and New York : Blackwell Basil, First published in 1988. – P. 227-281.

17. Hamming R. W. The Unreasonable Effectiveness of Mathematics // The American Mathematical Monthly, Vol. 87, No. 2. – Feb., 1980. – P. 81-90.

18. Hellman Geoffrey, Leng Mary [Review] Hartry Field. Science Without Numbers: A Defense of Nominalism. 2nd ed. Oxford University Press, 2016. // Philosophia Mathematica. – Oxford : Oxford Universitety Press, 2018. – P. 1-10.

19. Putnam, H. What is mathematical truth? // Mathematics, Matter and Method (Philosophical Papers) – Cambridge : Cambridge Universitety book Press, 1979. – P. 60-78.

20. Putnam, H. The thesis that mathematics is logic // Mathematics, Matter and Method (Philosophical Papers) – Cambridge : Cambridge Universitety book Press, 1979. – P. 12-42.

21. Quine W. V. Ontological Relativity // The Journal of Philosophy, Vol. 65, No. 7. – JSTOR, 1968. – P. 185-212.