



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

---

Факультет (институт, филиал) общеинженерной подготовки (Институт №9) Кафедра 902  
Направление подготовки «Прикладная механика» Группа М90-404Б-16  
Квалификация (степень) бакалавр

## ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА

На тему: Расчет НДС в системе «подложка - покрытие» при тепловом нагружении

---

---

Автор квалификационной работы Мананникова Алиса Ивановна (\_\_\_\_\_) (фамилия, имя, отчество полностью)  
Руководитель Рабинский Лев Наумович (\_\_\_\_\_) (фамилия, имя, отчество полностью)  
Консультант \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_) (фамилия, имя, отчество полностью)  
Консультант \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_) (фамилия, имя, отчество полностью)  
Рецензент \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_) (фамилия, имя, отчество полностью)

**К защите допустить**

Зав. кафедрой 902 \_\_\_\_\_ Тарлаковский Дмитрий Валентинович (\_\_\_\_\_) (№ каф) (фамилия, имя, отчество полностью)  
\_\_\_\_\_ 2020 г.

Москва 2020 г.



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

Факультет (институт, филиал) общинженерной подготовки (Институт №9) Кафедра 902  
Направление подготовки «Прикладная механика» Группа М90-404Б-16  
Квалификация (степень) бакалавр

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой 902 \_\_\_\_\_ Гарлаковский Д.В.  
(№ каф.) (подпись) (инициалы, фамилия)  
\_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

## ЗАДАНИЕ

### на выпускную квалификационную работу бакалавра

Студенту \_\_\_\_\_ Мананниковой Алисе Ивановне  
(фамилия, имя, отчество полностью)

Руководитель \_\_\_\_\_ Рабинский Лев Наумович  
(фамилия, имя, отчество полностью)

доктор физико-математических наук, профессор, профессор каф. 902, директор дирекции Ин-  
ститута № 9 МАИ

ученая степень, ученое звание, должность и место работы)

1. **Наименование темы:** Расчет НДС в системе «подложка - покрытие» при тепловом  
нагружении

2. **Срок сдачи студентом законченной работы** 16.06.2020 г.

#### 3. Техническое задание и исходные данные к работе

Разработать методики расчета НДС в системе «подложка – покрытие» при тепловом нагруже-  
нии с учетом изгибающей составляющей и провести их апробирование применительно к задаче  
проектирования архитектуры ЕВС-покрытий

#### 4. Перечень подлежащих разработке разделов и этапы выполнения работы

п/п	Наименование раздела или этапа	Трудоёмкость в % от полной трудоёмкости дипломной работы	Срок выполнения	Примечание
1	Изучение состояния вопроса в области расчета НДС в системе «подложка-покрытие» при тепловом нагружении	25	25.05.2020 - 30.05.2020	нет
2	Разработка и апробация аналитической модели расчета НДС в системе «подложка-покрытие» при тепловом нагружении	45	30.05.2020 - 10.06.2020	нет
3	Разработка и апробация численной модели расчета НДС в си-	30	10.06.2020 -	нет

	стеме «подложка-покрытие» при тепловом нагружении		15.06.2020	
--	---	--	------------	--

**5. Перечень иллюстративно-графических материалов:**

№ п/п	Наименование	Количество листов

**6. Исходные материалы и пособия**

1. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости: Пер. с англ. // Под ред. Г.С. Шапиро. – М.: Наука, 1979. – 560 с.
2. Анпен А.А. Температуроустойчивые неорганические покрытия. – Л.: Изд-во «Химия», 1976. – 296 с.
3. Costa G.C.C., Jacobson N.S. Mass spectrometric measurements of the silica activity in the Yb<sub>2</sub>O<sub>3</sub>–SiO<sub>2</sub> system and implications to assess the degradation of silicate-based coatings in combustion environments // *Journal of the European Ceramic Society*. – 2015. – Vol. 35, No. 15. – P. 4259–4267. DOI: 10.1016/j.jeurceramsoc.2015.07.019.

7. Дата выдачи задания 25.05.2020 г.

Руководитель \_\_\_\_\_  
(подпись)

Задание принял к исполнению \_\_\_\_\_  
(подпись)

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	6
1. ИЗУЧЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ВОПРОСА В ОБЛАСТИ РАСЧЕТА НДС В СИСТЕМЕ «ПОДЛОЖКА-ПОКРЫТИЕ» ПРИ ТЕПЛОВОМ НАГРУЖЕНИИ.....	9
1.1. Аналитическое решение задачи.....	9
1.2. Численное решение задачи.....	11
1.3. Постановка задачи исследования.....	15
2. РАЗРАБОТКА И АПРОБАЦИЯ АНАЛИТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАСЧЕТА НДС В СИСТЕМЕ «ПОДЛОЖКА-ПОКРЫТИЕ» ПРИ ТЕПЛОВОМ НАГРУЖЕНИИ.....	17
2.1. Построение аналитической модели задачи с учетом изгибной составляющей НДС.....	17
2.2. Апробация аналитической модели при разработке архитектуры ЕВС-покрытия.....	20
2.2.1. Высокотемпературная газовая коррозия металлических материалов, жаростойкость.....	20
2.2.2. ЕВС-покрытия.....	24
2.2.3. Постановка задачи апробации модели .....	29
2.2.4. Анализ НДС в системе «подложка – ЕВС-покрытие» с учетом изгиба.....	34
2.2.5. Сравнение НДС в системе «подложка – ЕВС-покрытие» с учетом изгиба и без него.....	38
2.3. Постановка и решение задачи оптимизации архитектуры ЕВС-покрытия.....	43
2.3.1. Оптимальное планирование.....	43
2.3.2. Постановка задачи оптимизации.....	44
2.3.3. Решение задачи оптимизации.....	45
3. РАЗРАБОТКА И АПРОБАЦИЯ ЧИСЛЕННОЙ МОДЕЛИ РАСЧЕТА НДС В СИСТЕМЕ «ПОДЛОЖКА-ПОКРЫТИЕ» ПРИ ТЕПЛОВОМ	

НАГРУЖЕНИИ.....	50
3.1. Постановка задачи.....	50
3.2. Разработка методики численного решения задачи с учетом изгиба....	51
3.3. Сравнение результатов аналитического и численного расчета НДС в системе «подложка – ЕВС-покрытие» .....	59
ОБЩИЕ ВЫВОДЫ ПО РАБОТЕ.....	64
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	66

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время во многих отраслях промышленности (авиационной, космической, ракетной, машиностроительной и др.) особое внимание уделяется вопросам увеличения тактико-технических характеристик создаваемых изделий, повышения их надежности, ресурса и экономичности. Решение проблем требует применения материалов, способных работать в различных агрессивных средах, в условиях циклических и знакопеременных нагрузок, высоких температур, давлений, вибраций, в том числе, при взаимодействии со скоростными высокоэнтальпийными потоками окислительных газов (воздуха, продуктов сгорания топлив) и т.д.

Многие рабочие параметры и эксплуатационные характеристики изделий в основном определяются физико-химическим состоянием поверхностного слоя материалов, из которых они изготовлены. Использование однородных по структуре материалов в большинстве случаев является недопустимым из-за невозможности одновременного удовлетворения ими многочисленных, зачастую противоречивых, требований. Поэтому целесообразно применение либо функционально-градиентных материалов с плавным изменением химического состава и структуры по толщине, либо материалов со специальными многослойными защитными покрытиями конечных толщин, химический состав и структурно-фазовое состояние которых качественно отличаются от аналогичных характеристик материала основы. Использование покрытий технически и экономически предпочтительнее в силу широты спектра решаемых с их помощью задач.

Номенклатурный перечень разработанных к настоящему времени специальных защитных покрытий и методов их нанесения довольно широк. Покрытия имеют самые разнообразные свойства – износостойкость, коррозионную стойкость, жаростойкость, термостойкость, заданные тепло-, электро- и оптические свойства и т.д. Тем не менее, мировые достижения в области создания функциональных покрытий отстают от возрастающих требований разработчиков перспективной техники, особенно в ракетно-космической отрасли. Поэтому

приоритетной является задача создания новых, более эффективных защитных покрытий, а также технологий их нанесения и ремонта (при необходимости).

При переходе от основного (несущего) материала к наслоенному покрытию неизбежно возникает скачок или градиент свойств, в частности, коэффициента температурного линейного расширения (КТЛР), в результате чего в многослойной системе появляются постоянные (остаточные, наведенные) или временные (термические) внутренние напряжения. Они приводят к снижению адгезионной прочности сцепления, к увеличению скорости разрушения покрытий в процессе эксплуатации, особенно в местах с малым радиусом закругления поверхностей (на острых кромках, зонах изменения геометрии). При напряжениях сжатия, превышающих допустимый предел, слои покрытия отслаиваются друг от друга и от основы, а при напряжениях растяжения в них возникают трещины. Поэтому, за редкими исключениями, следует принимать меры, направленные на снижение термомеханических напряжений в многослойных композициях. Вместе с тем напряжения сжатия предпочтительнее напряжений растяжения с точки зрения сопротивления усталостным или термоусталостным разрушениям. Кроме того, подавляющее большинство материалов, используемых для получения неорганических<sup>1</sup> покрытий, демонстрируют в условиях сжатия более высокий уровень механических свойств, чем при растяжении.

Большое влияние остаточных напряжений на эксплуатационные свойства изделий с покрытиями свидетельствует о необходимости серьезного контроля этого параметра качества. Более того, его логично использовать при выборе направлений разработки новых покрытий, особенно на ранних стадиях принятия конструкторских решений, в том числе, при проектировании или совершенствовании структуры покрытий и прогнозировании ряда их эксплуатационных свойств. Это позволит, с одной стороны, научно подойти к разработке архитектуры покрытий (выбору химического и фазового состава слоев, их количества и толщин), а с другой – существенно сократить количество экспериментальных

---

<sup>1</sup> Неорганические – состоящие из неорганических соединений металлов, например, оксидов, нитридов, боридов, карбидов, силицидов и других керамических, бескислородных и керамоподобных химических соединений.

исследований и испытаний, а, следовательно, время и затраты на их реализацию.



# 1. ИЗУЧЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ВОПРОСА В ОБЛАСТИ РАСЧЕТА НДС В СИСТЕМЕ «ПОДЛОЖКА – ПОКРЫТИЕ» ПРИ ТЕПЛОВОМ НАГРУЖЕНИИ

## 1.1. Аналитическое решение задачи

К настоящему времени опубликован ряд фундаментальных работ, посвященных разработке методов определения остаточных напряжений и изучению их природы формирования в конструкционных материалах под воздействием различных видов обработки. Однако из-за многообразия причин, влияющих на возникновение остаточных напряжений, и сложности их математического описания число публикаций не уменьшается. Кроме того, многие аспекты прогнозирования и регулирования значений и знака напряжений остаются открытыми, особенно в области получения многослойных гетерофазных покрытий и их последующей эксплуатации.

В подавляющем большинстве опубликованных работ (например, в [1-3]) построение приближенных аналитических оценок НДС многослойных систем «подложка – покрытие» осуществляется в безмоментном приближении. Такая модель не учитывает изгибную составляющую напряжений, обусловленную изменением кривизны стенки вследствие ее неоднородности и несимметричности относительно срединной поверхности. Поэтому модель неполно отражает реальный характер распределения напряжений по толщине слоев стенки. К тому же, в работе [3] оценка НДС сведена к вычислению напряжений только в поверхности подложки с многослойным покрытием. Хотя, как известно, напряжения в подложке, в общем, не представляют опасности, поскольку на практике обычно нарушается целостность покрытия, а не защищаемого материала. Также на себя обращает внимание тот факт, что предложенная в [3] математическая модель построена в предположении постоянства температуры по толщине конструкционной стенки  $T(y) = T = const$ . В этом случае тепловые напряжения будут постоянными по толщине в пределах каждого слоя. Тогда

просто нет смысла говорить о напряженном состоянии поверхности подложки, поскольку оно однородно по всей ее толщине.

Учет изгиба при определении тангенциальных тепловых напряжений многослойных систем проведен в фундаментальной работе [4]. Однако построенные здесь соотношения справедливы только для неоднородной по толщине системы с симметричным расположением слоев относительно ее срединной поверхности.

Известно, что неравномерный нагрев с большими градиентами температуры вызывает изменение упругих характеристик материалов. В связи с этим в фундаментальной монографии [5] рассматривается термоупругость неоднородных круглых пластин при осесимметричном температурном поле в самой общей постановке, когда учитывается не только изменение упругих свойств материала пластины по ее толщине и радиусу, но и влияние растяжения на изгиб. Безусловно, представленное решение может быть адаптировано для определения НДС функционально-градиентных материалов с непрерывным изменением свойств по толщине, а также слоистых материалов (типа «сэндвичей», в том числе, материалов с покрытиями), свойства которых описываются разрывными функциями по толщине стенки. При этом сам автор не акцентировал внимание на возможностях применения разработанной модели для решения материаловедческо-технологических задач.

Напротив, в капитальной монографии [6] рассмотрена частная материаловедческая задача об управлении НДС и свойствами покрытий, полученных методом плазменного напыления в атмосфере и вакууме. Автором глубоко изучены механизм и кинетика образования остаточных тепловых напряжений в системе «подложка-покрытие» с учетом процесса наращивания слоев. Задача определения НДС дана в постановке, учитывающей кроме теплового растяжения-сжатия неоднородной по толщине прямоугольной пластины, также ее тепловой изгиб. Однако в виду достаточной громоздкости предложенных определяющих соотношений и сложности их аналитического анализа большинство практических расчетов в указанной работе проведено в пренебрежении возни-

кающим моментом и градиентом температуры по толщине системы, т.е. опять-таки без учета изгибной составляющей. Сам автор называет такой расчет предварительным и экспериментально подтверждает правомерность его использования для эффективного подбора режима напыления, предсказания уровня напряжений и характера возможного разрушения покрытий.

В статьях [7, 8] рассмотрен вопрос определения тепловых напряжений в эластичных многослойных системах. Рассмотрена задача охлаждения системы от высокой температуры до комнатной. Представленное решение учитывает изгиб и зависит от количества слоев в системе. Чем больше слоев, тем сложнее анализ решения. К тому же авторы не упоминают об учете в своем решении изменения свойств материалов в зависимости от температуры.

Тем не менее, наложение (суперпозиция) напряжений от чисто тепловых деформаций, деформаций растяжения-сжатия и изгиба приводит к заметному их перераспределению по толщине стенки. Уровень и характер распределения суммарных напряжений в слоях зависит от сочетания свойств их материалов (прежде всего, КТЛР) и типа кривизны (вогнутость, выпуклость), приобретаемой срединной поверхностью стенки в условиях изгиба. Поэтому в настоящей работе определяющие соотношения НДС будут строиться с учетом изгибной составляющей.

## **1.2. Численное решение задачи**

Аналитические модели, построенные в безмоментном приближении, позволяют оценить уровень тепловых напряжений в слоях конструкционной стенки. Однако они не учитывают особенностей ее деформирования, связанных с тепловым изгибом, реальным обликом изделия, его геометрическими размерами, условиями закрепления в конструкции, возможностью адгезионного/когезионного разрушения отдельных частей композиции с перераспределением напряжений и пр. Данные задачи могут быть решены с использованием современных инструментов численного моделирования. К наиболее распро-

страненным методам численного решения задач математической физики стоит отнести метод конечных элементов (МКЭ), являющийся основой ряда инженерных программных комплексов.

В статье [9] автор рассматривает моделирование термобарьерных покрытий – Thermal Barrier Coatings (ТВС), которые предназначены для защиты от экстремальных температур и используются в авиационных двигателях и газовых турбинах.

Например, турбинные лопатки обычно изготавливают из жаропрочных сплавов на основе никеля, затем на него наносится промежуточный слой (связующее покрытие, Boal Coating, ВС), который служит защитой от коррозии и окисления и улучшает адгезию керамики. Потом уже наносится керамический слой ТВС, который обладает низкой теплопроводностью, поэтому создает значительный температурный градиент.

Несмотря на успех ТВС-покрытий, использование их полного потенциала сдерживается ограниченным сроком службы. Во время эксплуатации кислород диффундирует через керамическое ТВС-покрытие и вступает в реакцию с элементами в связующем покрытии, образуя оксидный слой (термически выращенный оксид, TGO). Покрытия часто отслаиваются, когда слой TGO превышает критическую толщину порядка 1-10 мкм из-за больших напряжений, возникающих в этом слое во время его роста и во время термоциклирования.

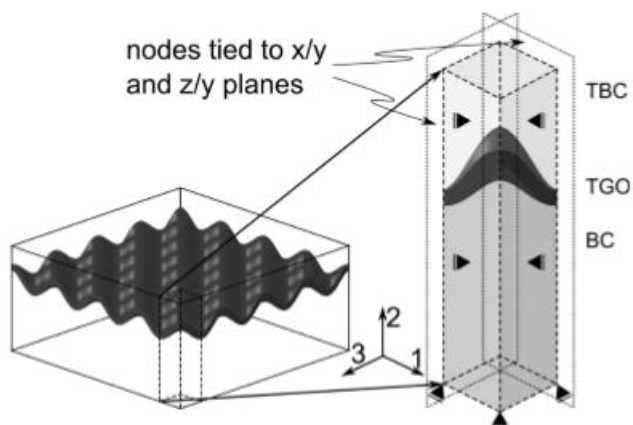
Итак, в работе [9] рассматривается охлаждение с  $1000^{\circ}\text{C}$  до  $20^{\circ}\text{C}$  четырехслойной системы, состоящей из подложки (жаропрочный сплав на основе никеля), связующий слой (ВС), растущий слой TGO и керамическое ТВС-покрытие. При температуре  $1000^{\circ}\text{C}$  система находится в ненапряженном состоянии.

Для начала обсудим задание материалов и температурных зависимостей их свойств. Если данные доступны только для ограниченного диапазона температур, их следует экстраполировать явным и последовательным образом, поскольку программы с конечными элементами обычно предполагают, что значения являются постоянными вне установленных пределов. Например, если КТЛР

известен только до температуры ниже максимальной рабочей температуры, он будет недооценен при максимальной температуре, потому что КТЛР почти во всех материалах увеличивается с температурой. Это может вызвать серьезное завышение тепловых напряжений.

Перед моделированием автор подчеркивает, что иногда следует упрощать 3D-модели до 2D-моделей, если это возможно, для уменьшения вычислительных затрат. В работе же рассматривается 3D- и 2D-моделирование.

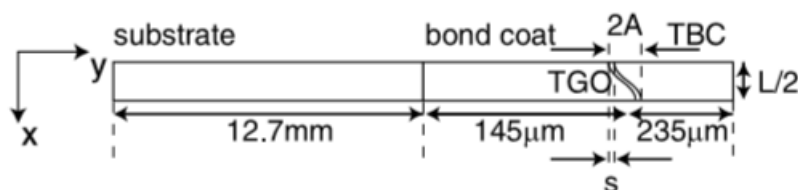
3D-модель представлена в виде пластины, состоящей из четырех слоев (см. рис 1.2.1.). На рис 1.2.1. также представлены граничные условия модели: все узлы на границе привязаны к этой поверхности в нормальном направлении. Так как раньше говорилось, что во время эксплуатации происходит окисление и между слоем TBC и BC образуется слой TGO, что не может произойти без шероховатостей, поэтому его поверхность моделируется сложной 2-мерной синусоидальной функцией (произведение двух синусоид).



**Рис 1.2.1.** 3D-модель четырехслойной системы «подложка – BC – TGO – TBC»

2D-модель можно увидеть в другой работе этого же автора [10]. Она представляет собой пластину, лежащую в плоскости  $xOy$  (см. рис. 1.2.2.). Только шероховатая поверхность будет представлена обычной синусоидальной функцией одной переменной. Автор сообщает, что при решении задач в двумерном моделировании необходимо использовать либо обобщенную плоскую

деформацию, либо осесимметричные элементы для получения правильных результатов.



**Рис 1.2.2.** 2D-модель четырехслойной системы «подложка – ВС – TGO – TBC»

На основании результатов данной работы можно сделать вывод, что в зависимости от системы для более простого представления можно использовать 2D-моделирование. Оно так же, как и 3D-моделирование, дает такое же распределение и характер напряжений. Однако имеется некоторое несоответствие в значениях напряжений в некоторых точках, но этого можно избежать, если в модели не будет учитываться шероховатость.

Рассмотрим следующую работу [11] тоже связанную с TBC-покрытиями. Анализ НДС методом конечных элементов (Finite Elements Analysis / FEA) проводился с использованием пакета прикладных программ ANSYS 9.0.

В задаче рассматривается четырехслойная система: подложка (сплав на основе никеля), связующий слой, TGO слой и TBC-покрытие, которая охлаждается с температуры  $1050^{\circ}\text{C}$  до  $20^{\circ}\text{C}$  за 600 с. Причем предполагается, что при  $1050^{\circ}\text{C}$  система находится в ненапряженном состоянии. Граница TBC / связующий слой моделировалась синусоидальной волнистой функцией с длиной волны 200 мкм и амплитудой 20 мкм. Был выбран твердотельный элемент PLANE13 с четырьмя узлами и термоструктурой.

Все слои считались однородными, изотропными и чисто упругими. Ползучесть и пластическая деформация каждого слоя предполагались незначительными. Кроме того, свойства материалов, используемых в качестве подложки, связующего покрытия, оксида алюминия, шпинели и верхнего покрытия, зависели от температуры. В качестве граничных условий использовались условия

симметрии. Верхняя поверхность ТВС-слоя передавала тепло воздуху путем конвекции; боковая поверхность была теплоизолирована. В этом исследовании обсуждались только радиальные напряжения  $S_x$  и  $S_y$  в покрытии.

Аналогичное представление многослойной системы использовано в работах [12, 13]. Там рассматривается полый цилиндр, который состоит из четырех слоев, аналогичных выше упомянутым, только подложка выполнена из материала марки CMSX 4. Цилиндр подвержен температурному циклу (линейное нагревание от  $20^\circ\text{C}$  до  $1050^\circ\text{C}$  за 103 с, выдержка  $1050^\circ\text{C}$  2 ч, линейное охлаждение от  $20^\circ\text{C}$  до  $1050^\circ\text{C}$  за 103 с). Ненапряженное состояние системы соответствует  $T = 200^\circ\text{C}$ , что приблизительно соответствует температуре покрытия в ненапряженном состоянии в процессе воздушно-плазменного напыления (APS). Моделирование происходит в двумерном измерении. Как и во всех выше перечисленных задачах, при анализе результатов рассматривается определенный сегмент, а не вся модель целиком.

Таким образом, можно сделать вывод, что для задачи, рассматриваемой в настоящей работе, достаточно использовать 2D-моделирование, при этом применять конечные элементы, работающие в режиме обобщенной плоской деформации, либо осесимметричные элементы. Шероховатостью поверхности, если она несущественна, можно пренебречь. Необходимо иметь данные по температурным зависимостям свойств материалов во всех интересующих точках, иначе программа, реализующая МКЭ, будет считать их постоянными с предыдущего шага.

### 1.3. Постановка задачи исследования

На основании результатов выполненного критического анализа научно-технической литературы была поставлена **цель** настоящего исследования:

разработка методики расчета НДС в системе «подложка – покрытие» при тепловом нагружении с учетом изгибной составляющей и ее апробирование

применительно к задачам проектирования архитектуры функциональных защитных покрытий.

Для достижения цели были поставлены и решены следующие **научно-технические задачи**:

- Разработка аналитической модели расчета НДС в системе «подложка – покрытие» при тепловом нагружении с учетом изгибной составляющей;
- Апробация модели на примере разработки и оптимизации архитектуры ЕВС-покрытия для жаропрочного материала;
- Разработка и апробация численной модели расчета НДС в системе «подложка – покрытие» при тепловом нагружении.



## 2. РАЗРАБОТКА И АПРОБАЦИЯ АНАЛИТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАСЧЕТА НДС В СИСТЕМЕ «ПОДЛОЖКА – ПОКРЫТИЕ» ПРИ ТЕПЛОВОМ НАГРУЖЕНИИ

### 2.1. Построение аналитической модели задачи с учетом изгибающей составляющей НДС

Рассматривается задача о влиянии стационарного температурного поля на напряженно-деформированное состояние многослойной системы «подложка - покрытие». Конструкционная стенка моделируется тонкой неоднородной по толщине пластиной, срединная поверхность которой расположена в плоскости  $xOz$ , а поверхности  $y = \pm c$  свободны от внешних сил. Полагается, что торцевые поверхности пластины также свободны от закреплений. Каждый конечной толщины слой системы представляется сплошной беспористой односвязной средой. Слои не располагаются симметрично относительно системы координат. Неоднородность реальной микроструктуры материалов слоев (гетерофазность, наличие включений, дефектов и пр.) учитывается опосредовано – через приведенные характеристики их свойств. Материалы слоев – изотропны и подчиняются закону Гука-Дюамеля.

Считаем, что геометрические размеры пластины таковы, что вдали от торцов реализуется плоское напряженное состояние ( $\sigma_y = \tau_{xy} = \tau_{zy} = 0$ ) и применимы гипотезы Кирхгофа. Температурное поле изменяется только по толщине пластины  $T(y)$  и находится из решения соответствующей задачи теплопроводности в одномерной постановке с учетом контактных условий на границах слоев (равенство температур и тепловых потоков). Без существенной погрешности можно считать, что в такой пластине не возникнет деформаций сдвига  $\varepsilon_{xz}$  и касательных напряжений  $\tau_{xz}$ . Таким образом, отличными от нуля будут только компоненты тензора напряжений  $\sigma_x$  и  $\sigma_z$ .

Зачастую при оценке НДС многослойных систем «подложка – покрытие»

используют безмоментную модель, которая не учитывает изгибную составляющую, обусловленную изменением кривизны стенки вследствие ее неоднородности и несимметричности относительно срединной поверхности. Такая модель будет недостаточно полно отражать реальный характер распределения напряжений по толщине слоев стенки, что особенно существенно при анализе тонкослойных систем. К тому же для более точного определения НДС требуется учитывать температурное изменение механических и теплофизических свойств материалов слоев.

Наложение (суперпозиция) напряжений от чисто тепловых деформаций, деформаций растяжения-сжатия и изгиба приводит к заметному их перераспределению по толщине стенки. Уровень и характер распределения суммарных напряжений в слоях зависит от сочетания свойств их материалов (прежде всего, КТЛР) и типа кривизны (вогнутость, выпуклость), приобретаемой срединной поверхностью стенки в условиях изгиба. Поэтому в настоящей работе определяющие соотношения НДС будем строить с учетом изгибной составляющей.

Итак, будем считать, что полные тангенциальные тепловые напряжения в многослойной пластине складываются из трех составляющих:

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma = \frac{E}{1-\nu} \cdot [-\alpha \cdot \Delta T(y) + \varepsilon + \kappa \cdot (y - y_0)]. \quad (1)$$

Первое слагаемое в квадратных скобках отвечает чисто тепловым деформациям, возникающим при изменении температуры на  $\Delta T(y)$ , второе слагаемое соответствует деформациям теплового растяжения-сжатия срединной поверхности, а третье – деформациям теплового изгиба на расстоянии  $(y - y_0)$  от срединной поверхности. Здесь  $E$ ,  $\nu$ ,  $\alpha$  – модуль упругости, коэффициент Пуассона, коэффициент температурного линейного расширения материалов слоев пластины, которые в общем случае являются функциями от переменной  $y$  и текущего значения температуры  $T(y)$ ;  $\varepsilon$  – тангенциальная деформация срединной поверхности;  $\kappa$  – кривизна срединной поверхности (изменение угла поворота сечения по продольным координатам  $x$  и  $z$ );  $y_0$  – расстояние до нейтральной

поверхности пластины;  $\Delta T(y) = \mp(T(y) - T_0)$  – разность между текущим значением температуры  $T(y)$  и температурой ненапряженного состояния  $T_0$ . Знак « $\rightarrow$ » в последнем выражении соответствует нагреву стенки, знак « $\leftarrow$ » – охлаждению.

Введем результирующие тангенциальные усилия и изгибающие моменты, статически эквивалентные напряжениям:

$$N_x = N_z = N = \int_{-c}^c \sigma dy, \quad (2)$$

$$M_x = M_z = M = \int_{-c}^c \sigma \cdot (y - y_0) dy. \quad (3)$$

Отсутствие закреплений торцевых поверхностей пластины свидетельствует о равенстве нулю результирующих усилий и моментов. Удовлетворяя условиям  $N = 0$  и  $M = 0$ , подставим выражение (1) в выражения (2) и (3), получим:

$$\int_{-c}^c \frac{E}{1-\nu} \cdot [-\alpha \cdot \Delta T(y) + \varepsilon + \kappa \cdot (y - y_0)] dy = 0, \quad (4)$$

$$\int_{-c}^c \frac{E}{1-\nu} \cdot [-\alpha \cdot \Delta T(y) + \varepsilon + \kappa \cdot (y - y_0)] \cdot (y - y_0) dy = 0. \quad (5)$$

Раскроем уравнения (4) и (5) и введем некоторые обозначения:

$$\begin{aligned} N_0 &= - \int_{-c}^c \frac{E}{1-\nu} \cdot \alpha \cdot \Delta T(y) dy, \\ M_0 &= - \int_{-c}^c \frac{E}{1-\nu} \cdot \alpha \cdot \Delta T(y) \cdot y dy, \\ A &= \int_{-c}^c \frac{E}{1-\nu} dy, B = \int_{-c}^c \frac{E}{1-\nu} \cdot y dy, C = \int_{-c}^c \frac{E}{1-\nu} \cdot y^2 dy. \end{aligned} \quad (6)$$

Используя введенные обозначения, преобразуем уравнения (4) и (5), получим:

$$\begin{aligned} N_0 + \varepsilon \cdot A + \kappa \cdot (B - y_0 \cdot A) &= 0, \\ M_0 - N_0 \cdot y_0 + \varepsilon \cdot (B - y_0 \cdot A) + \kappa \cdot (C - 2 \cdot y_0 \cdot B + y_0^2 \cdot A) &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Представим уравнения (7) в матричном виде, тогда получаем:

$$\begin{pmatrix} A & (B - y_0 \cdot A) \\ (B - y_0 \cdot A) & (C - 2 \cdot y_0 \cdot B + y_0^2 \cdot A) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \varepsilon \\ \kappa \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -N_0 \\ -M_0 + N_0 \cdot y_0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

Умножаем вторую строку матрицы (8) на множитель  $\frac{A}{(B - y_0 \cdot A)}$  и вычитаем из первой строки вторую, делаем преобразования и получаем:

$$\kappa = -\frac{M_0 \cdot A - B \cdot N_0}{C \cdot A - B^2} = -\frac{M_0 - y_0 \cdot N_0}{C - y_0^2 \cdot A}, \quad (9)$$

при этом полагаем, что  $y_0 = \frac{B}{A}$ .

Подставляем выражение (9) во второе уравнение системы (8), делаем преобразования и получаем:

$$\varepsilon = -\frac{N_0}{A}. \quad (10)$$

Таким образом, разработанная модель для определения тангенциальных тепловых напряжений в многослойной пластине включает соотношения (1), (6), (9) и (10).

## **2.2. Апробация аналитической модели при разработке архитектуры ЕВС-покрытия**

### **2.2.1. Высокотемпературная газовая коррозия металлических материалов, жаростойкость**

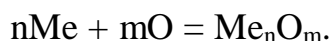
Высокотемпературная коррозия – вид газовой коррозии металлов и сплавов при высоких температурах. Свойство материала сопротивляться высокотемпературной коррозии называют жаростойкостью [14].

Важным и наиболее распространённым видом высокотемпературной коррозии является высокотемпературное окисление, заключающееся в химической реакции между компонентами сплава и окислителем в составе окружающей среды. В атмосферных условиях окислителем является кислород, образующий

оксиды при взаимодействии с металлами. Окисление происходит только тогда, когда парциальное давление кислорода в атмосфере превышает давление диссоциации получаемых оксидов. В противном случае металлы в атмосферных условиях не окисляются и считаются благородными. Благородными металлами являются золото и платина, а также серебро при температуре более 140 °С. Неблагородные металлы по увеличению активности к кислороду располагаются в последовательности Cu; Fe; Ni; Co; Cr; Si; Al; Mg.

#### Механизм высокотемпературного окисления

Сперва на поверхности металла за счет Ван-дер-Ваальсовых сил адсорбируются молекулы кислорода. Молекулярный кислород диссоциирует, и поверхность покрывается атомарным кислородом. Затем происходит хемосорбция кислорода: каждый атом кислорода отнимает два электрона у атомов металла, образуются ионные связи между катионами металла и анионами кислорода. Протекает реакция:



При термодинамической стабильности оксида ориентированные молекулы хемосорбированных слоёв выступают в роли зародышей кристаллов оксида. Зародыши оксида разрастаются и довольно быстро покрывают поверхность образца. Образуется оксидная пленка, состоящая из различно ориентированных зерен оксида. Оксиды являются ионными кристаллами, в узлах кристаллических решеток которых находятся катионы металла и анионы кислорода. Оксидная плёнка при условии сплошности выступает в роли барьера между металлом и атмосферой. Тогда скорость коррозии лимитируется скоростью диффузии кислорода через оксидный слой. До некоторого предела толщина оксидной плёнки, а, следовательно, и её сопротивление диффузии, повышается. Массоперенос через сплошную оксидную плёнку при окислении большинства металлов происходит по точечным дефектам кристаллической решетки. На некоторых оксидах, например, ZnO, BeO, диффузия идёт между узлами кристаллической решетки. Также большой вклад в рост оксидных плёнок вносит диффузия по границам зёрен оксидов и по дислокациям.

Однако не все металлы при окислении способны образовать сплошную оксидную плёнку. Условие сплошности, сформулированное Пиллингом и Бедвордсом: молярный объём образовавшегося оксида ( $V_{\text{окс}}$ ) должен превышать израсходованный при этом объём металла ( $V_{\text{ме}}$ ) [15]:

$$V_{\text{окс}} > V_{\text{ме}}.$$

Отношение этих объёмов называют фактором Пиллинга-Бедвордса ( $\alpha$ ):

$$\alpha = \frac{V_{\text{окс}}}{V_{\text{ме}}} = \frac{M_{\text{окс}} \rho_{\text{ме}}}{m \rho_{\text{окс}} A},$$

где  $M_{\text{окс}}$  – молекулярная масса оксида;  $\rho_{\text{окс}}$  – плотность оксида;  $\rho_{\text{ме}}$  – плотность металла;  $m$  – число атомов металла в оксиде;  $A$  – атомарный вес металла.

Если  $\alpha > 1$ , то плёнка образуется в условиях сжатия, поэтому является сплошной и может обладать защитными свойствами. Выполнение этого критерия является необходимым условием обеспечения защитных свойств плёнки. Достаточность сформулировать сложнее. Например, если  $\alpha$  превышает некоторое значение (ориентировочно за него принимают  $\alpha = 2,5$ ), то в результате образования значительных внутренних напряжений защитное покрытие растрескивается, частично скалывается. Это подтверждают примеры плёнок  $\text{MoO}_3$  ( $\alpha = 3,75$ ),  $\text{WO}_3$  ( $\alpha = 3,35$ ), от части –  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  ( $\alpha = 2,14$ ).

В общем случае, чтобы обладать защитной способностью, оксидная плёнка должна быть сплошной, беспористой, обладать высокой адгезией к металлу, иметь коэффициент термического расширения, близкий к таковой величине у металла, быть химически инертной по отношению к агрессивной среде, обладать высокой твёрдостью и износостойкостью.

Эффективность защитного действия оксидной плёнки понижается в условиях циклического нагрева, поскольку каждый цикл сопровождается возникновением термических напряжений, вызванных разницей в коэффициентах температурного расширения плёнки и металла. Это приводит к растрескиванию и отслаиванию плёнки.

Оценка жаростойкости проводится в основном экспериментальными методами. Основными параметрами оценки являются: толщина  $h$  оксидной плёнки при заданных времени выдержки и температуре; удельное приращение массы образца после окисления  $q = \frac{\Delta m}{S}$ , где  $S$  – площадь поверхности образца,  $\Delta m$  – прирост массы образца; скорость окисления  $V_{\text{ок}} = \frac{q}{\tau}$ , где  $\tau$  – время. Последние два критерия являются наиболее простыми в части реализации и часто используемыми, однако они применимы только при условии, что вся оксидная плёнка остаётся на образце.

Эффективным методом защиты от высокотемпературной коррозии является использование защитных покрытий. Сущность метода заключается в нанесении на поверхность элементов конструкций, подверженных высокотемпературной коррозии, жаростойкого покрытия, изолирующего поверхность элемента от агрессивной среды. Надёжная защита может существенно расширить температурно-временные интервалы применения конструкционных материалов, а в большинстве случаев является единственным возможным способом реализации заложенных в них свойств. Чтобы обеспечить надёжную защиту конструкции в процессе эксплуатации, жаростойкое покрытие должно удовлетворять ряду необходимых свойств:

1. Обеспечивать защиту от высокотемпературной коррозии в течении заданного интервала времени (например, времени межремонтного ресурса).
2. Иметь высокую термостойкость, не разрушаться под действием значительных термических и механических напряжений. Для этого покрытие должно обладать достаточной прочностью как при высоких, так и при низких температурах, а для того, чтобы термические напряжения были минимальными, температурные коэффициенты линейного расширения покрытия и защищаемого сплава должны быть близки.
3. Обладать высокой стабильностью, т. е. диффузионный обмен между покрытием и защищаемым сплавом должен быть минимальным. Для подав-

ления диффузии в покрытия вводят элементы, замедляющие ее, например, тантал и вольфрам.

Для экономической обоснованности применения жаростойкое покрытие также должно быть технологичным и ремонтпригодным.

### **2.2.2. ЕВС-покрытия**

Одним из главных условий существования и эффективного функционирования любого летательного аппарата, который тяжелее воздуха, является его двигательная/энергетическая установка, имеющая свои эксплуатационные характеристики. Как правило, установки подвержены функционированию в агрессивных средах и высокотемпературных режимах, поэтому должны быть надежными и безопасными.

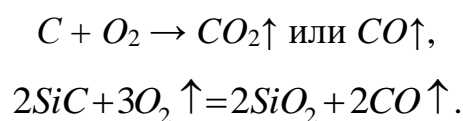
В настоящее время в авиации предпочтительнее использовать газотурбинные двигатели (ГТД). Увеличение их тактико-технических характеристик сдерживается предельной работоспособностью материалов, из которых выполнены горячие элементы ГТД, в условиях одновременного воздействия высоких температур, давлений и сред с высоким окислительным потенциалом. Таким образом, эффективность ГТД зависит от максимального температурного диапазона, которому будут подвержены их элементы во время эксплуатации. В настоящее время максимальная допустимая рабочая температура лопаток ГТД, изготовленных из жаропрочных никелевых сплавов (ЖНС), составляет ~ 1150-1200 °С (в исключительных случаях – до 1250 °С), что, по сути, определяет предел их работоспособности (80-85 % от температуры плавления сплавов). Увеличение эффективности ГТД требует дальнейшего повышения температуры газа перед турбиной, а, следовательно, повышения эксплуатационных характеристик применяемых материалов и разработки новых жаропрочных материалов с более высоким комплексом свойств и уровнем рабочих температур.

Развитие исследований в области создания новых материалов для лопаток ГТД авиационного назначения показало, что альтернативой ЖНС являются

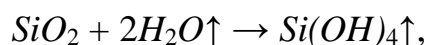


C/SiC и SiC/SiC композиты, SiC-керамики, а также эвтектические сплавы на основе тугоплавких металлов с композиционным упрочнением.

Известно, что жаропрочные материалы на основе углерода, такие как C/C, C/SiC, графиты, обладают низкой плотностью и превосходными высокотемпературными механическими свойствами, что, несомненно, делает их перспективными в применении к ГТД. Однако они подвержены интенсивному высокотемпературному окислению и газовой коррозии в кислородсодержащих средах, в том числе в продуктах сгорания топлив [16]. Реакции окисления выглядят следующим образом:



К тому же, образующаяся на поверхности оксидная пленка из SiO<sub>2</sub>, выполняющая противокислительные функции, реагирует с водяным паром при высоких температурах и давлениях, типичных для среды сгорания газовой турбины, с образованием газообразного гидроксида кремния Si(OH)<sub>4</sub>:



что в свою очередь приводит к ускорению рецессии SiO<sub>2</sub> и SiC. Для защиты указанных материалов от высокотемпературной газовой коррозии и ингибирования поверхностных реакций с водяным паром, выделяющимся при сжигании углеводородов [17], используют жаростойкие покрытия, одной из разновидностью которых являются так называемые Environmental Barrier Coatings (EBC-покрытия), т.е. покрытия для защиты от окружающей среды.

Первые EBC-покрытия были основаны на муллитовых [18, 19], муллит-YSZ (диоксид циркония, стабилизированный иттрием) [20, 21] и BSAS (1-xBaO-xSrO-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-2SiO<sub>2</sub>, 0 ≤ x ≤ 1) наслоенных покрытиях [22, 23]. Но в высокотемпературных средах сгорания они демонстрировали либо высокую скорость рецессии при взаимодействии с водяным паром, либо интенсивное растрескивание из-за несоответствия КТЛР материалов слоев. К тому же, непосредственное осаждение этих покрытий на рассматриваемые подложки, приводило к активной диффузии окислителей к защищаемым материалам и образо-

ванию газообразных продуктов реакций окисления, нарушающих сплошность покрытий.

Недавние исследования показали, что силикаты редкоземельных металлов являются многообещающими кандидатами в качестве материалов для ЕВС-покрытий благодаря их превосходной высокотемпературной стабильности, относительно низким значениям КТЛР, высокой стойкости в водяном паре и превосходной химической совместимости с SiC-керамикой, C/SiC и SiC/SiC композитами [24, 25]. Поэтому следующим этапом в развитии ЕВС-покрытий стали трехслойные системы, такие как:  $\text{Yb}_2\text{SiO}_5$  / муллит / Si;  $\text{Lu}_2\text{SiO}_5$  / муллит / Si;  $\text{Er}_2\text{SiO}_5$  / муллит / Si;  $\text{Y}_2\text{SiO}_5$  / муллит / Si;  $\text{Yb}_2\text{SiO}_5$  / муллит + SAS ( $\text{SrO-Al}_2\text{O}_3-2\text{SiO}_2$ ) / Si;  $\text{Er}_2\text{SiO}_5$  / муллит + BSAS ( $1-x\text{BaO}-x\text{SrO}-\text{Al}_2\text{O}_3-2\text{SiO}_2$ ,  $0 \leq x \leq 1$ ) / Si [24, 26-29]. Причем муллит использовали в качестве промежуточного слоя, существенно замедляющего диффузию окислителей (водяной пар, кислород и пр.) к защищаемым материалам. Однако при воздействии высоких температур аморфная составляющая в муллитовом слое кристаллизовалась с уменьшением объема, что приводило к возникновению напряжений и растрескиванию. Наличие проникающих трещин обеспечивало транспорт окислителей к нижнему слою-связке из Si, что приводило к быстрому его окислению и формированию так называемого термически выращенного оксида – thermal growth oxide (TGO). При охлаждении (в условиях термоциклирования) TGO претерпевал фазовое превращение из  $\beta$ -фазы кристобалита в  $\alpha$ -фазу кристобалита, сопровождающееся уменьшением объема на 4,5%, что приводило к возникновению микротрещин и расслоению ЕВС-покрытий в целом [27, 28]. Важным решением указанной проблемы стала оптимизация промежуточного слоя между Si-связующим слоем и верхним слоем на основе  $\text{RE}_2\text{SiO}_5$  (RE – редкоземельный металл) с целью увеличения сопротивления возникновению / распространению трещин и, как следствие, для повышения ресурса ЕВС-покрытий.

В работе [30] в качестве промежуточного слоя трехслойного ЕВС-покрытия впервые рассмотрен дисиликат иттербия  $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7$ . Авторы убедительно показали, что покрытие  $\text{Yb}_2\text{SiO}_5$  /  $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7$  / Si, нанесенное методом ат-

мосферного плазменного напыления на SiC-керамику, C/SiC и SiC/SiC композиты, продемонстрировало высокую стойкость к термическому удару по режиму  $1350 \leftrightarrow 20 \text{ }^{\circ}\text{C}$ . Образования TGO не наблюдали после 40-50 термоциклов, что указывает на высокую стойкость к растрескиванию и расслаиванию предложенной архитектуры покрытия.

Разработки эффективных EBC-покрытий для применения при температурах до 1350-1400  $^{\circ}\text{C}$  (в настоящее время), а в перспективах – вплоть до 1600  $^{\circ}\text{C}$  увеличивают вероятность будущего использования материалов на основе углерода и SiC-керамик для изготовления лопаток ГТД.

Перспективным направлением в материаловедении для высокотемпературных изделий является применение сплавов на основе тугоплавких металлов, таких как ниобий, молибден и вольфрам [31]. Сплавы способны выдерживать большие механические нагрузки при высоких, сверх- и ультравысоких температурах. Высокая энергия межатомных связей, обеспечивающая высокую температуру их плавления, также обуславливает повышенную жесткость и прочность, малое тепловое расширение. Однако данные сплавы обладают низкой технологичностью, поскольку даже при горячей обработке проявляют высокое сопротивление пластической деформации, легко загрязняются примесями внедрения, что требует применения защитной атмосферы либо вакуума. Также как и материалы на основе углерода, сплавы на основе тугоплавких металлов интенсивно окисляются при повышенных температурах, поэтому для обеспечения их работоспособности требуется дополнительная защита от высокотемпературной газовой коррозии. Это можно реализовать с помощью EBC-покрытий.

В качестве примера в таблице 2.2.1 представлены механические свойства и плотность сплава на основе вольфрама В-5-МП в сравнении с аналогичными характеристиками C/SiC композита. Видно, что по уровню прочности и жесткости сплав значительно опережает композит, однако существенно уступает ему по плотности.

Таблица 2.2.1

Сравнительные характеристики механических свойств и плотности альтернативных жаропрочных материалов

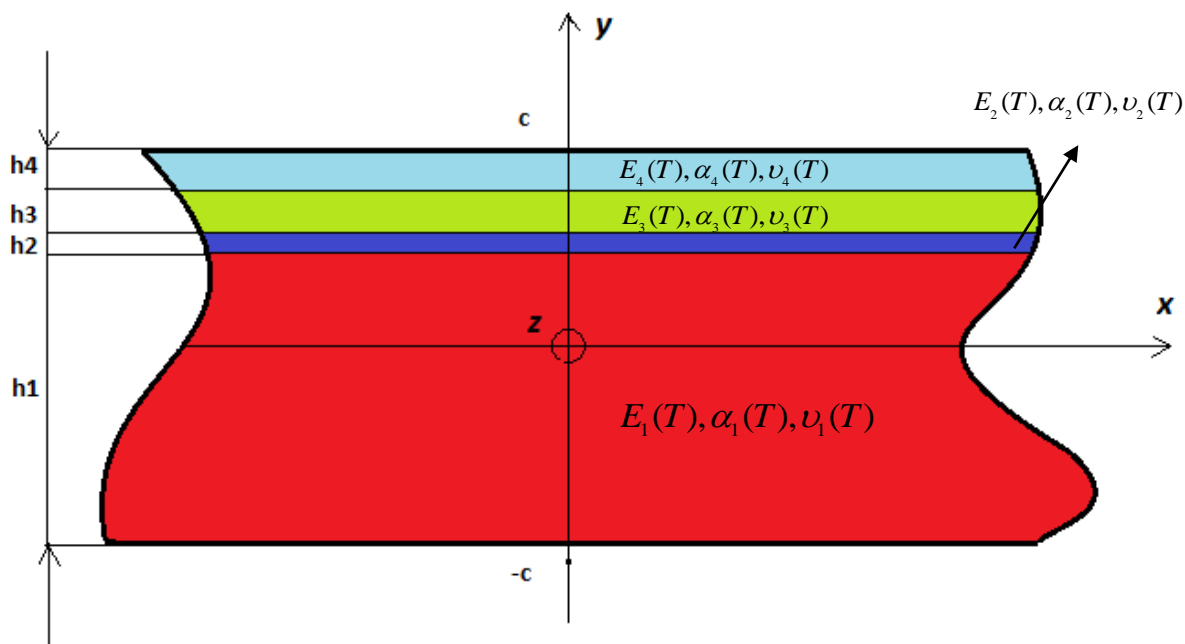
Материал	$\sigma_B, \text{МПа}$	$E, \text{ГПа}$	$\delta, \%$	$\rho, \text{г/см}^3$
В-5-МП	1210-1310 (25 °C)	384 (20 °C)	15-20 (1000 °C)	19.1
	400-490 (1000 °C)	355 (1000 °C)		
		320 (1800 °C)	58-60 (1800 °C)	
C/SiC	224 (20 °C)	47 (20 °C)	-	2.34
	250 (900 °C)	58 (900 °C)		
	265 (1200 °C)	66 (1200 °C)		

В рамках настоящей работы предлагается следующая архитектура конструкционной стенки, на примере которой будет выполнена апробация разработанной аналитической модели расчета НДС. В качестве подложки (несущей основы) возьмем тугоплавкий сплав на основе вольфрама В-5-МП. Для обеспечения его работоспособности в рассматриваемых условиях высокотемпературного окисления предусмотрим наличие на его поверхности ЕВС-покрытия. Верхним слоем покрытия будет моносиликат иттербия  $\text{Yb}_2\text{SiO}_5$ , имеющий согласно [26, 28] низкую скорость рецессии в паровых средах. В качестве промежуточного слоя будем рассматривать дисиликат иттербия  $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7$ , имеющий согласно [30] плотную структуру, способную сдерживать распространение трещин. Для препятствия процессам встречной диффузии атомов из подложки в оксидные слои покрытия и атомов из покрытия в подложку необходим барьерный слой, который технологически логично выполнить на основе карбида вольфрама WC (указанный слой может быть получен цементацией подложки). Таким образом, получаем четырехслойную систему «подложка В-5-МП – WC –  $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7$  –  $\text{Yb}_2\text{SiO}_5$ ».

### 2.2.3. Постановка задачи апробации модели

В настоящей работе покрытие будем рассматривать в составе единой с защищаемым материалом конструкционной стенки, представляющей собой многослойный пакет «подложка – покрытие». Такая модель позволяет варьировать набором требуемых свойств системы за счет рационального выбора основного материала и изменения состава, количества и толщины наносимых слоев покрытий. Каждый слой стенки, включая подложку, будем моделировать сплошной беспористой односвязной средой конечной толщины без учета особенностей реальной микроструктуры их материалов. Неоднородность структуры (гетерофазность, наличие включений, дефектов и пр.) будем учитывать опосредовано – через приведенные характеристики свойств материалов слоев. Материалы слоев будем считать изотропными и подчиняющимися закону Гука-Дюамеля. Предполагается, что суммарная толщина слоев покрытий, как минимум, на порядок меньше толщины подложки, т.е. покрытия представляются тонкослойными системами.

Рассматривается следующая задача. Свободный от закреплений образец в виде тонкой четырехслойной пластины подвергается плавному охлаждению с температуры  $1400^{\circ}\text{C}$  вплоть до  $20^{\circ}\text{C}$ . Несущий слой образца выполнен из жаропрочного сплава на основе вольфрама В-5-МП. На его лицевую поверхность нанесен барьерный слой WC, затем промежуточный слой  $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7$  и далее верхний слой  $\text{Yb}_2\text{SiO}_5$ . Данное покрытие рассматривается в качестве перспективного для защиты жаропрочной основы лопаток турбин авиационных ГТД от высокотемпературного окисления. Сечение рассматриваемой конструкционной стенки в плоскости  $Oxy$  показано на рис. 2.2.1. Индексы, используемые в обозначениях характеристик свойств слоев: 1 – В-5-МП (подложка), 2 – WC (барьерный слой покрытия), 3 –  $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7$  (промежуточный слой покрытия), 4 –  $\text{Yb}_2\text{SiO}_5$  (верхний слой покрытия).



**Рис. 2.2.1.** Модель четырехслойной конструкционной стенки  
«В-5-МП – WC – Yb<sub>2</sub>Si<sub>2</sub>O<sub>7</sub> – Yb<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub>»

Толщины, температурные зависимости механических и теплофизических свойств материалов слоев в интервале 20÷1400°С представлены в табл. 2.2.2. Температурные зависимости величин модулей упругости  $E(T)$ , коэффициента Пуассона  $\nu(T)$  и истинных КТЛР  $\alpha(T)$  материалов слоев покрытия заимствованы из работ [30-32]. Следует отметить, что значения  $E(T)$  для слоя WC нами целенаправленно снижены в три раза по сравнению с данными, представленными в работе [32] для компактной керамики из WC, что соответствует действительности (компактная керамика значительно жестче, чем слой из аналогичного материала, полученный диффузионным насыщением (химико-термической обработкой)). Аппроксимацию данных проводили средствами регрессионного анализа на базе табличного процессора MS Excel. Достоверность аппроксимации данных продемонстрирована в табл. 2.2.3 коэффициентом детерминации  $R^2$ .

Таблица 2.2.2

Толщины, температурные зависимости свойств материалов слоев конструкционной стенки

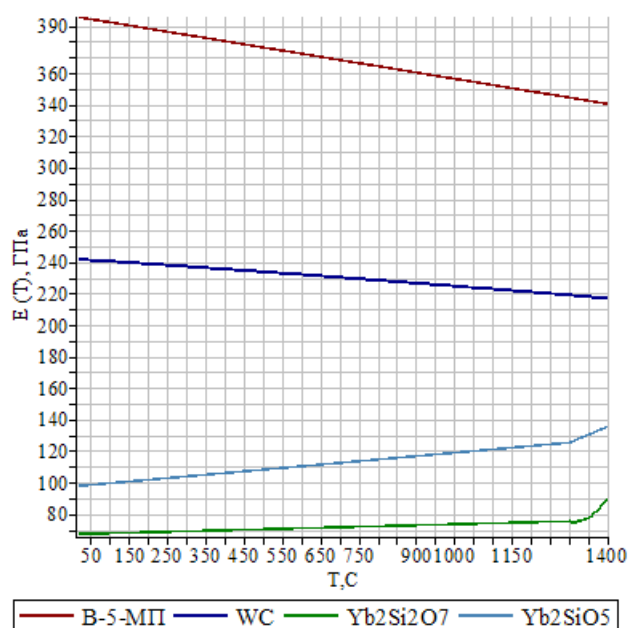
Свойства \ Слои	Подложка В-5-МП	ЕВС-покрытие		
		WC	Yb <sub>2</sub> Si <sub>2</sub> O <sub>7</sub>	Yb <sub>2</sub> SiO <sub>5</sub>
Толщина слоя $h$ , МКМ	2000	20	100	100
Модуль упругости $E(T)$ , ГПа	$-0.0404 \cdot T + 396.51$	$\frac{1}{3}(-5 \cdot 10^{-6} \cdot T^2 + -0.0467 \cdot T + 725.6)$	$20 \leq T \leq 1300,$ $(0.005859375 \cdot T + 67.3828125),$ $1300 \leq T \leq 1500,$ $0.0018 \cdot T^2 - 4.7175 \cdot T + 3165.75$	$0 \leq T \leq 1300,$ $(0.021875 \cdot T + 97.0625),$ $1300 \leq T \leq 1500,$ $(0.0975 \cdot T - 1.25)$
Коэффициент Пуассона $\nu(T)$	$10^{-8} \cdot T^2 + 10^{-7} \cdot T + 0.3091$	$-5 \cdot 10^{-10} \cdot T^2 + -5 \cdot 10^{-6} \cdot T + 0.2076$	0.3	0.23
КТЛР $\alpha(T) \cdot 10^6$ , 1/°C	$0.0005 \cdot T + 4.5714$	$0.001 \cdot T + 5.951$	$3 \cdot 10^{-7} \cdot T^2 + 0.001 \cdot T + 3.1786$	$2 \cdot 10^{-12} \cdot T^4 - 5 \cdot 10^{-9} \cdot T^3 + 4 \cdot 10^{-6} \cdot T^2 - 0.0006 \cdot T + 7.0081$

Таблица 2.2.3

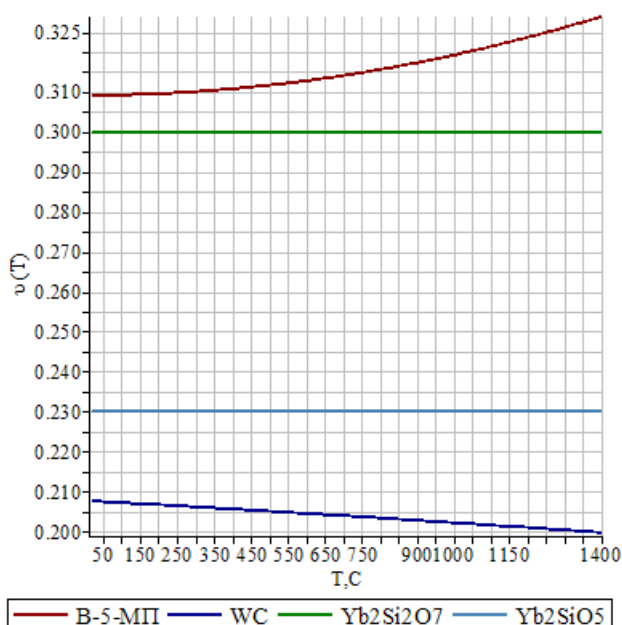
Коэффициенты детерминации аппроксимаций

Свойства	R <sup>2</sup> , подложка/покрытие			
	В-5-МП	WC	Yb <sub>2</sub> Si <sub>2</sub> O <sub>7</sub>	Yb <sub>2</sub> SiO <sub>5</sub>
Модуль Юнга	0.9827	0.9992	1	0.9998
Коэффициент Пуассона	0.9178	0.9992	-	-
КТЛР	0.9734	0.9645	0.9904	0.9953

На рис. 2.2.2, 2.2.3 и 2.2.4 представлены температурные зависимости механических и теплофизических свойств материалов слоев в интервале  $20 \div 1400^\circ\text{C}$ .

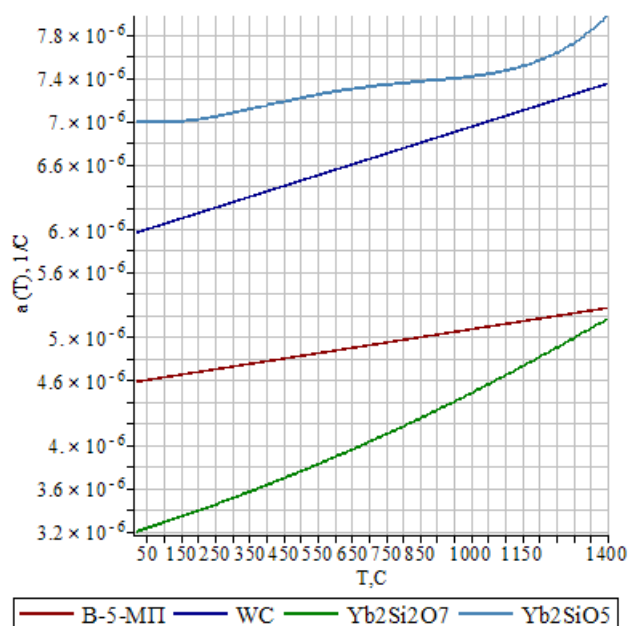


**Рис. 2.2.2.** Температурные зависимости модуля упругости первого рода (модуля Юнга) материалов слоев в диапазоне температур  $20 \div 1400^\circ\text{C}$



**Рис. 2.2.3.** Температурные зависимости коэффициента Пуассона материалов слоев в диапазоне температур  $20 \div 1400^\circ\text{C}$





**Рис. 2.2.4.** Температурные зависимости КТЛР материалов слоев в диапазоне температур  $20 \div 1400^\circ\text{C}$

Будем считать, что в начальном состоянии система имеет однородное поле температур с  $T_0 = 1400^\circ\text{C}$ . Предполагается, что при данной температуре конструкционная стенка находится в ненапряженном состоянии ( $\sigma_{ij} = \varepsilon_{ij} = 0$ ). Это соответствует состоянию системы в процессе высокотемпературного отжига или эксплуатации. По мере охлаждения, в результате взаимного стеснения температурных деформаций слоев, возникающих вследствие различия в КТЛР подложки и слоев покрытия, в системе появляются тепловые напряжения.

Для упрощения расчетов будем считать, что температура постоянна по всей толщине стенки  $T(y) = T = const$ . В противном случае распределение температурного поля по толщине  $T(y)$  можно найти из решения задачи теплопроводности в одномерной стационарной постановке с учетом контактных условий на границе слоев (равенство температур и тепловых потоков). Использование стационарной постановки оправданно в силу небольших толщин стенки и отсутствия скачкообразного изменения температуры. Необходимость решения задачи теплопроводности в нестационарной постановке возникает в случае, когда конструкционная стенка имеет значительную толщину, либо, когда материалы

слоев существенно отличаются по своим теплофизическим свойствам (например, при расчете термобарьерных покрытий с низкой теплопроводностью).

#### 2.2.4. Анализ НДС в системе «подложка – ЕВС-покрытие» с учетом изгиба

Анализ уровня и характера изменения напряжений в зависимости от температуры будем выполнять на базе разработанной аналитической модели, представленной в разделе 2.1. Математическую реализацию модели и расчеты НДС осуществляли в программном пакете Maple.

Помимо растрескивания слоев вследствие образования напряжений растяжения большую проблему в работоспособности покрытия представляет ухудшение адгезии между слоями системы из-за возможных расслоений, вызванных возникновением напряжений сжатия. Поэтому необходимо рассмотреть наиболее опасные точки по толщине стенки, соответствующие границам раздела слоев. В нашем случае будем рассматривать три характерные точки с координатами по толщине системы, равными соответственно  $y_1 = -c + h_1 = 0.89 \text{ мм}$  - граница раздела «подложка (В-5-МП) - WC»,  $y_2 = -c + h_1 + h_2 = 0.91 \text{ мм}$  - граница раздела «WC –  $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7$ »,  $y_3 = c - h_4 = 1.01 \text{ мм}$  - граница раздела « $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7$  –  $\text{Yb}_2\text{SiO}_5$ ».

На рис. 2.2.5 представлена температурная зависимость тепловых напряжений на границе раздела «подложка (В-5-МП) - WC». Видно, что на протяжении всего охлаждения наблюдается интенсивный рост сжимающих напряжений в подложке и растягивающих в барьерном слое покрытия. Своих максимальных значений напряжения достигают при температуре  $T = 20^\circ\text{C}$  и составляют для подложки  $\sigma_1 = -71.75 \text{ МПа}$ , для WC  $\sigma_2 = 546.32 \text{ МПа}$ .

Рис. 2.2.6 демонстрирует распределение тепловых напряжений на границе раздела «WC –  $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7$ ». По мере охлаждения в слое WC все также наблюдается рост растягивающих напряжений, а в промежуточном слое  $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7$  – рост сжимающих напряжений. Максимумы достигаются при температуре  $T = 20^\circ\text{C}$

и составляют для WC  $\sigma_2 = 545.72 \text{ МПа}$ , для  $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7$   $\sigma_3 = -196.26 \text{ МПа}$ .

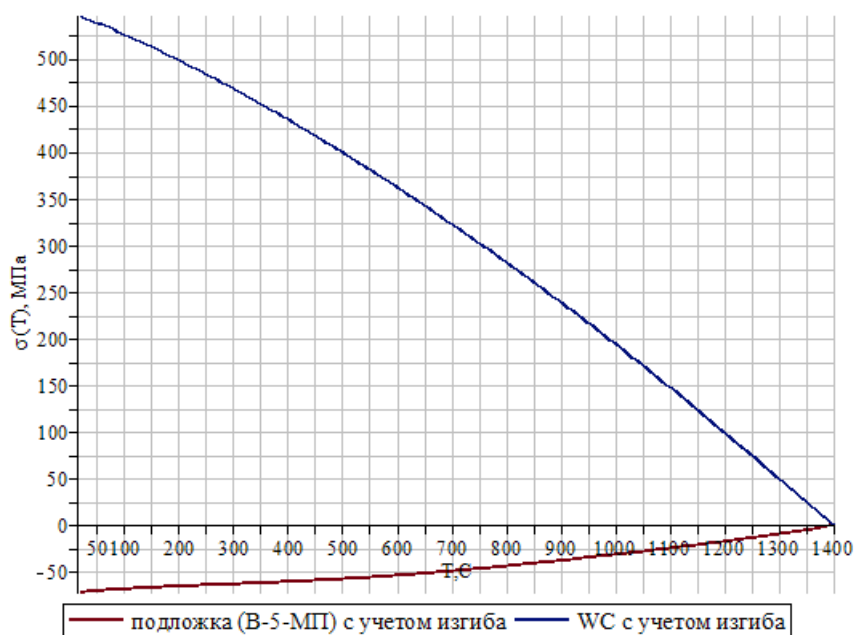


Рис. 2.2.5. Температурные зависимости тепловых напряжений на границе раздела «подложка (В-5-МП) - WC»

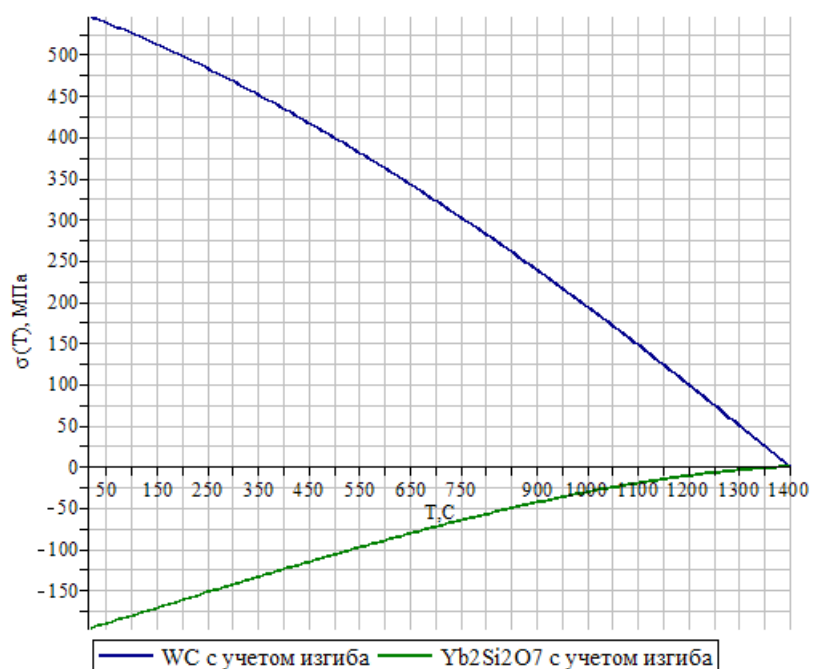
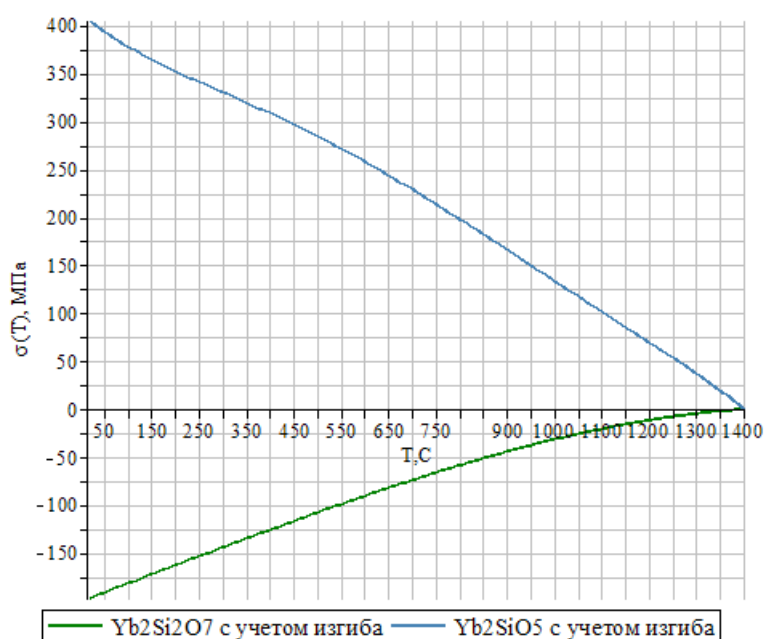


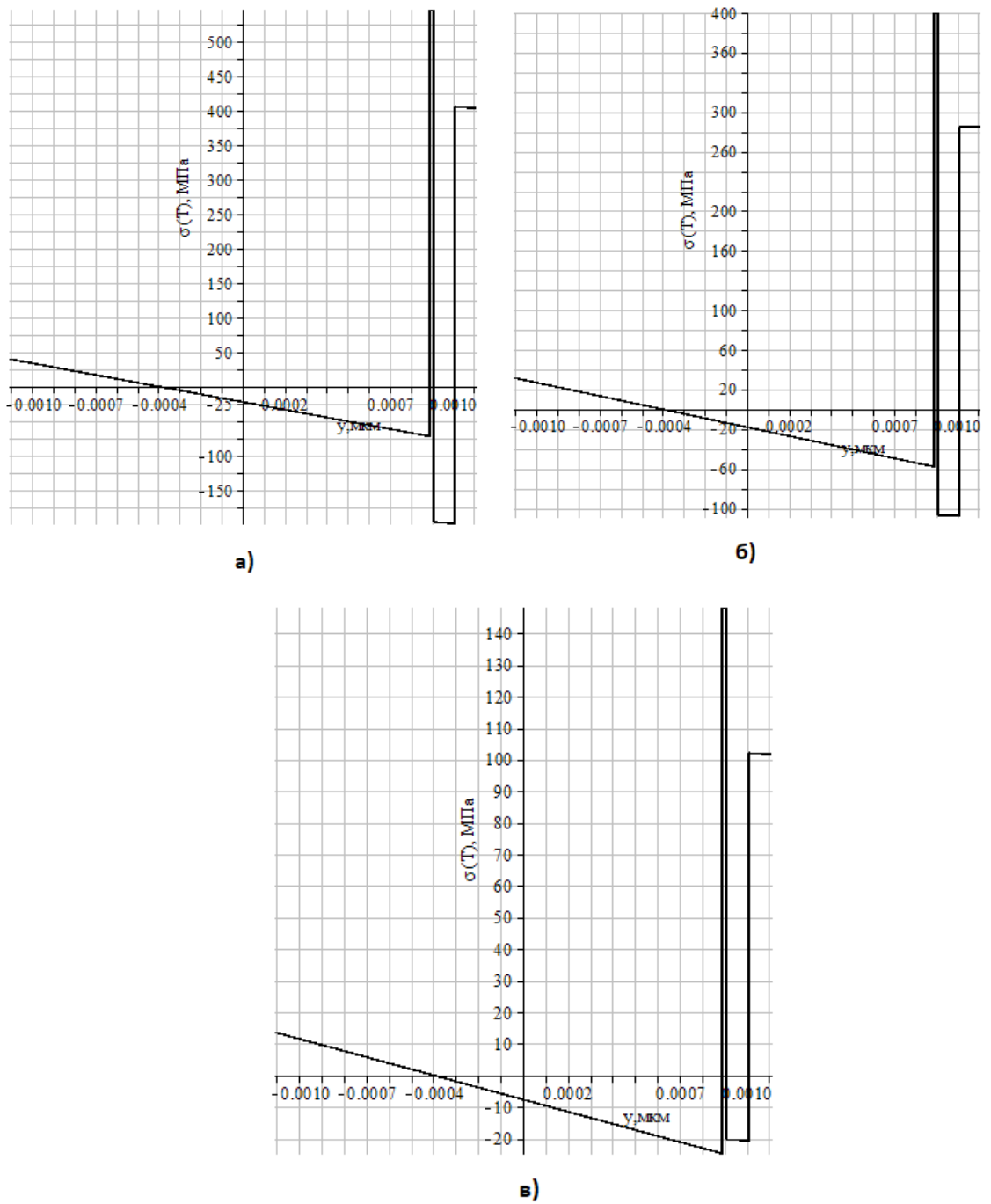
Рис. 2.2.6. Температурные зависимости тепловых напряжений на границе раздела «WC –  $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7$ »

Характер распределения тепловых напряжений на границе раздела « $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7 - \text{Yb}_2\text{SiO}_5$ » показан на рис. 2.2.7. Видно, что при охлаждении для  $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7$  все также характерен рост сжимающих напряжений, а для  $\text{Yb}_2\text{SiO}_5$  - растягивающих. Своих максимальных значений напряжения достигают при температуре  $T = 20^\circ\text{C}$  и составляют для  $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7$   $\sigma_3 = -197.2 \text{ МПа}$ , для  $\text{Yb}_2\text{SiO}_5$   $\sigma_4 = 404.87 \text{ МПа}$ .



**Рис. 2.2.7.** Температурные зависимости тепловых напряжений на границе раздела « $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7 - \text{Yb}_2\text{SiO}_5$ »

При оценке работоспособности покрытия особый интерес будут вызывать температуры, соответствующие максимуму растягивающих или сжимающих напряжений, которые в свою очередь могут вызывать образование трещин вплоть до разрушения и ухудшать сцепление между слоями соответственно. Из рис. 2.2.5 – 2.2.7 видно, что напряжения во всех слоях достигают своих максимальных значений при температуре  $T = 20^\circ\text{C}$ .



**Рис. 2.2.8.** Распределение тепловых напряжений по толщине системы «В-5-МП – WC –  $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7$  –  $\text{Yb}_2\text{SiO}_5$ »: а)  $T = 20^\circ\text{C}$  , б)  $T = 500^\circ\text{C}$  , в)  $T = 1100^\circ\text{C}$

На рис. 2.2.8 показано распределение тепловых напряжений по всей толщине конструкционной стенки при температурах  $T = 20, 500$  и  $1100^\circ\text{C}$ . Из характера распределений видно, что в подложке (В-5-МП) в начале слоя образуются растягивающие напряжения, которые далее снижаются вплоть до координаты  $y = -0.000417 \text{ м} = -0.417 \text{ мм}$  (что соответствует  $0.593 \text{ мм}$  от  $h_1$ ). Затем знак

напряжений меняется, то есть они становятся сжимающими и продолжают увеличиваться вплоть до координаты  $y_1 = -c + h_1 = 0.89 \text{ мм}$ . В следующем слое WC возникают растягивающие тепловые напряжения, которые снижаются по мере продвижения по слою. В промежуточном слое  $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7$  возникают сжимающие напряжения, которые увеличиваются по толщине всего слоя. Поведение тепловых напряжений в слое  $\text{Yb}_2\text{SiO}_5$  аналогичное слою WC.

### 2.2.5. Сравнение НДС в системе «подложка – ЕВС-покрытие» с учетом изгиба и без него

Ниже проведем сравнение результатов расчетов НДС, выполненных по широко распространенной в мире безмоментной модели и модели с учетом изгиба, разработанной в рамках настоящей работы.

Переход к модели, не учитывающей изгиб, достигается путем обнуления  $\kappa$ -кривизны срединной поверхности пластины в соотношении (1). Тогда тангенциальные тепловые напряжения, возникающие в слоях конструкционной стенки со свободными поверхностями:

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma = \frac{E}{1-\nu} \cdot [-\alpha \cdot \Delta T(y) + \varepsilon],$$

$$\varepsilon = -\frac{N_0}{A},$$

$$N_0 = \int_{-c}^c \frac{E}{1-\nu} \cdot \alpha \cdot \Delta T(y) dy,$$

$$A = \int_{-c}^c \frac{E}{1-\nu} dy.$$

Результаты сравнительных расчетов тепловых напряжений на границах раздела слоев представлены на рисунках 2.2.9 – 2.2.11 и в табл. 2.2.4. Видно, что учёт изгиба приводит к увеличению уровня тепловых напряжений в подложке и в слое  $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7$  ЕВС-покрытия, причем при  $T = 20^\circ\text{C}$  в подложке напряжения отличаются примерно в 4 раза. В слоях покрытия WC и  $\text{Yb}_2\text{SiO}_5$

учёт изгиба, напротив, приводит к снижению тепловых растягивающих напряжений.

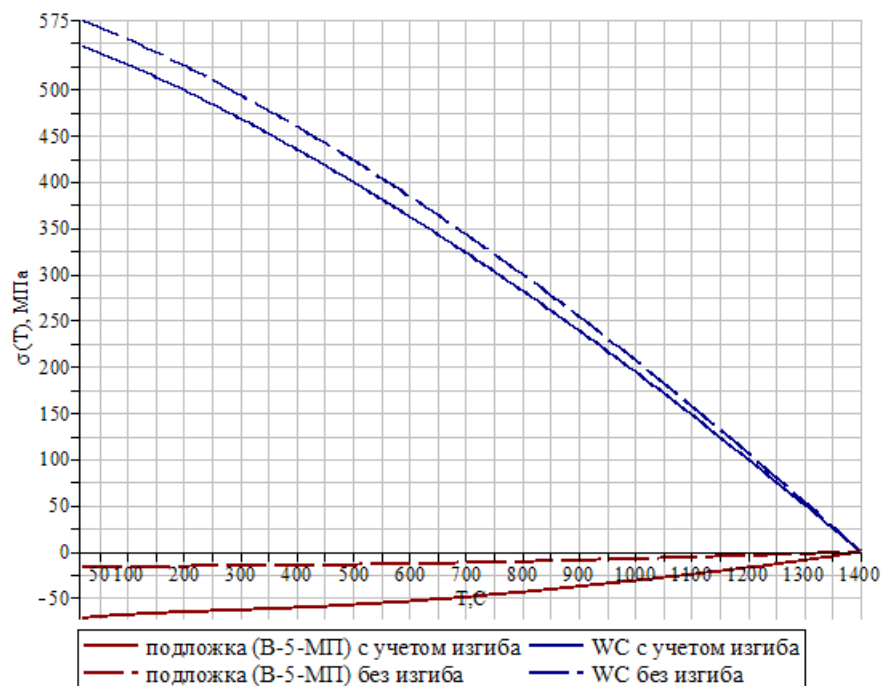


Рис. 2.2.9. Температурные зависимости тепловых напряжений на границе раздела «подложка В-5-МП - WC»

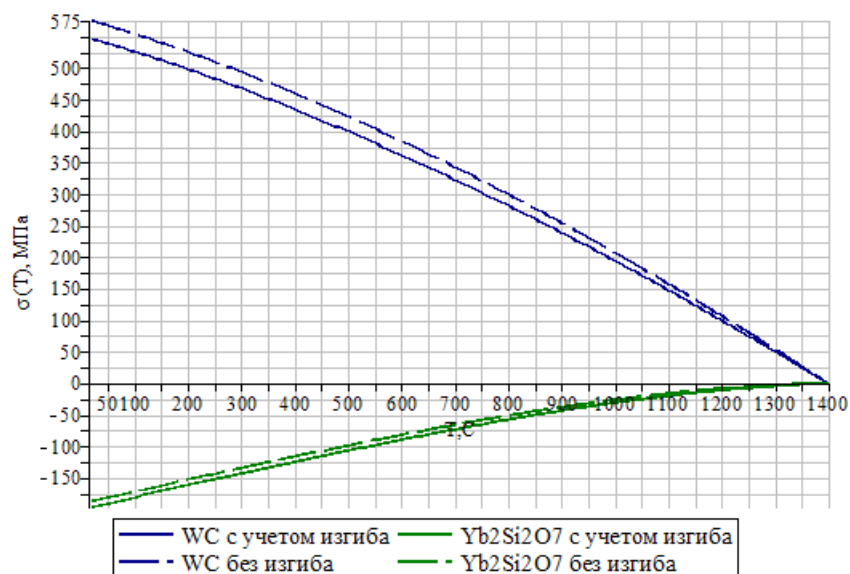


Рис. 2.2.10. Температурные зависимости тепловых напряжений на границе раздела «WC - Yb<sub>2</sub>Si<sub>2</sub>O<sub>7</sub>»

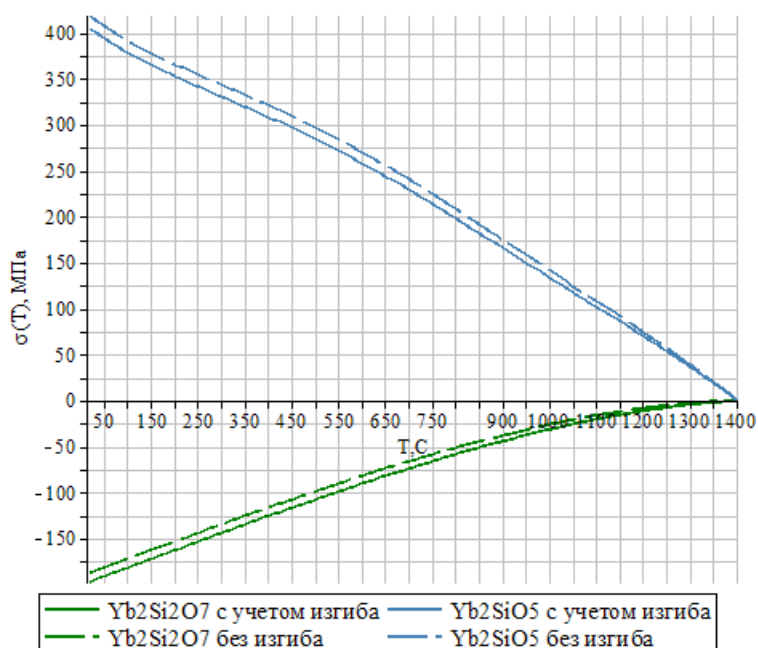


Рис. 2.2.11. Температурные зависимости тепловых напряжений на границе раздела « $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7$  -  $\text{Yb}_2\text{SiO}_5$ »

Таблица 2.2.4.

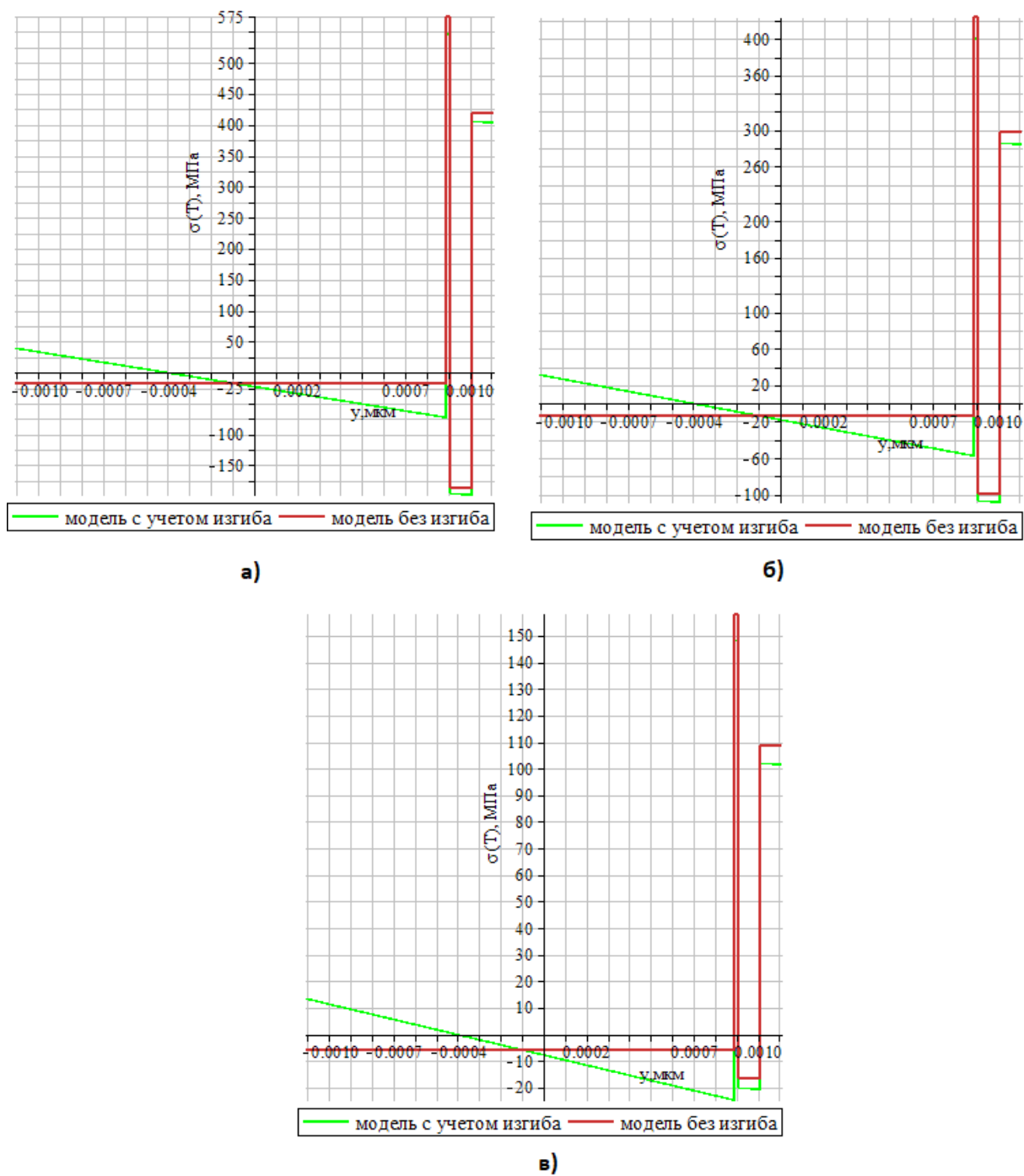
Результаты сравнительных расчетов тепловых напряжений на границе раздела «подложка – покрытие», выполненных по разным расчетным моделям

у <sub>1</sub>	Напряжения в В-5-МП, МПа			Напряжения в WC, МПа		
	20 °C	500 °C	1100 °C	20 °C	500 °C	1100 °C
Без учёта изгиба	-17.33	-14.16	-6.19	575.28	423.45	158.14
С учётом изгиба	-71.75	-57.61	-24.66	546.32	400.09	148.21
у <sub>2</sub>	Напряжения в WC, МПа			Напряжения в $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7$ , МПа		
	20 °C	500 °C	1100 °C	20 °C	500 °C	1100 °C
Без учёта изгиба	575.28	423.45	158.14	-186.91	-99.13	-16.44



<b>С учётом изгиба</b>	545.72	399.61	148.01	-196.26	-107.28	-20.27
<b>уз</b>	<b>Напряжения в <math>\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7</math>, МПа</b>			<b>Напряжения в <math>\text{Yb}_2\text{SiO}_5</math>, МПа</b>		
	<i>20 °C</i>	<i>500 °C</i>	<i>1100 °C</i>	<i>20 °C</i>	<i>500 °C</i>	<i>1100 °C</i>
<b>Без учёта изгиба</b>	-186.91	-99.13	-16.44	418.39	297.65	108.55
<b>С учётом изгиба</b>	-197.2	-108.1	-20.66	404.87	285.12	102.25

Помимо уточнения уровня напряжений учет изгиба приводит к существенному изменению характера их распределения по толщине стенки. При расчете по безмоментной модели напряжения получаются постоянными по толщине в пределах каждого слоя стенки. Учет изгиба меняет картину их распределения, что наглядно демонстрирует рис. 2.2.12. Так, например, при учете изгиба в подложке происходит изменение знака напряжений с растягивающих на сжимающие, а без учета изгиба – они постоянны и носят только сжимающий характер. Для тонкостенных систем различия как в количественных значениях, так и в изменении характера распределения напряжений по толщине, существенны и должны обязательно учитываться.



**Рис. 2.2.12.** Распределение тепловых напряжений по толщине четырехслойной системы «В-5-МП – WC –  $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7$  –  $\text{Yb}_2\text{SiO}_5$ »: а)  $T = 20^{\circ}\text{C}$ , б)  $T = 500^{\circ}\text{C}$ , в)  $T = 1100^{\circ}\text{C}$

## **2.3. Постановка и решение задачи оптимизации архитектуры ЕВС-покрытия**

### **2.3.1. Оптимальное планирование**

Оптимальное планирование – планирование, при котором получается решение какой-то конкретной задачи, отвечающее поставленной стратегической цели и являющееся наилучшим (оптимальным) при заданных ограничениях.

Для решения задач оптимального планирования необходимо построить математическую модель рассматриваемого процесса, то есть обозначить управляемые параметры, ввести систему ограничений (это могут быть как неравенства, так и уравнения) и формализовать стратегическую цель, то есть задать целевую функцию.

Целевая функция – функция нескольких переменных, подлежащая оптимизации (максимизации или минимизации) в целях решения поставленной задачи.

Таким образом, решение задачи оптимизации сводится к нахождению таких управляемых параметров, при которых целевая функция достигает экстремума и выполняется заданная система ограничений.

Математическая дисциплина, занимающаяся решением задач оптимального планирования, называется математическим программированием [33]. Внутри этой дисциплины выделяется линейное и нелинейное программирование. Линейное программирование занимается решением класса задач, в которых управляемые параметры входят в целевую функцию и в систему ограничений линейно, соответственно в нелинейном программировании – нелинейно.

Решение задач линейного программирования сводится к нахождению управляемых параметров, которые в свою очередь будут:

- 1) неотрицательными;
- 2) удовлетворять заданным ограничениям;
- 3) обеспечивать экстремум целевой функции.

Задачи линейного программирования могут иметь одно решение, несколько решений или вообще не иметь решений (по причине несовместимости системы ограничений или неограниченности целевой функции).

Чаще всего на практике приходится встречаться с многокритериальными задачами оптимизации, когда решение должно одновременно удовлетворять сразу нескольким, зачастую противоречивым, критериям (нескольким целевым функциям). Самым простым способом решения данных задач является сведение многокритериальной задачи к однокритериальной. Для этого вводятся веса различных критериев и строится обобщенная целевая функция, являющаяся линейной комбинацией исходных целевых функций. Причем, если необходимо обеспечить максимизацию целевых функций, входящих в обобщенную функцию, то их весовые коэффициенты берутся положительными, а, если минимизацию, то отрицательными. Весовые коэффициенты подчеркивают значимость каждого критерия в рамках рассматриваемой задачи. Выбор их осуществляется методом экспертной оценки или эмпирическим путем (из экспериментов).

### 2.3.2. Постановка задачи оптимизации

В данной работе рассматриваем многокритериальную задачу оптимизации. С точки зрения сопротивления усталостному разрушению сжимающие напряжения предпочтительней растягивающих, поэтому целью задачи оптимизации архитектуры ЕВС-покрытия является минимизация растягивающих напряжений в слоях WC и Yb<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub>.

В качестве управляемых параметров рассмотрим толщины слоев  $h_2, h_3$  и  $h_4$ . Составим систему ограничений. Во-первых, толщины  $h_2, h_3$  и  $h_4$  должны быть положительными, во-вторых, они должны лежать в пределах допустимых значений, исходя из материаловедческих аспектов функционирования отдельных слоев в составе ЕВС-покрытия и технологических возможностей их нанесения. Для нашей задачи примем следующие ограничения:

$$\left. \begin{aligned} h_2 > 0, h_3 > 0, h_4 > 0, \\ 10 \text{ мкм} \leq h_2 \leq 50 \text{ мкм}, \\ 50 \text{ мкм} \leq h_3 \leq 150 \text{ мкм}, \\ 50 \text{ мкм} \leq h_4 \leq 150 \text{ мкм} \end{aligned} \right\}$$

Таким образом, задача оптимизации архитектуры ЕВС-покрытия сводится к необходимости определения таких значений толщин  $h_2, h_3$  и  $h_4$  слоев, удовлетворяющих заданной системе ограничений, и одновременно обеспечивающих минимизацию возникающих растягивающих тепловых напряжений в конструкционной стенке. Растягивающим напряжениям соответствуют напряжения  $\sigma_2(T, y)$  и  $\sigma_4(T, y)$  (слои WC и  $\text{Yb}_2\text{SiO}_5$  соответственно), их и обозначим за парциальные целевые функции. При этом будем считать, что одновременное обеспечение минимума этих функций равнозначно, поэтому весовые коэффициенты для них примем одинаковыми и равными 0.5. Тогда обобщенная целевая функция будет иметь вид:

$$\sigma_{\text{обобщ}} = 0.5 \cdot |\sigma_2(T, y)| + 0.5 \cdot |\sigma_4(T, y)| \rightarrow \min.$$

### 2.3.3. Решение задачи оптимизации

Решение задачи оптимизации проводилось с помощью программного пакета Maple с использованием встроенного вычислительного блока with(Optimization). Толщину подложки В-5-МП считаем заданной и равной  $h_1 = 2 \text{ мм}$ . Температурные зависимости механических и теплофизических свойств материалов слоев оставляем без изменений (см. табл. 2.2.2), тепловые напряжения в слоях вычисляем с использованием разработанной аналитической модели, учитывающей изгиб.

В ходе отыскания значений толщин слоев ЕВС-покрытия  $h_2, h_3$  и  $h_4$ , при которых достигается минимум обобщенной целевой функции  $\sigma_{\text{обобщ}}(T, y)$  и удовлетворяется заданная система ограничений, были получены следующие результаты:

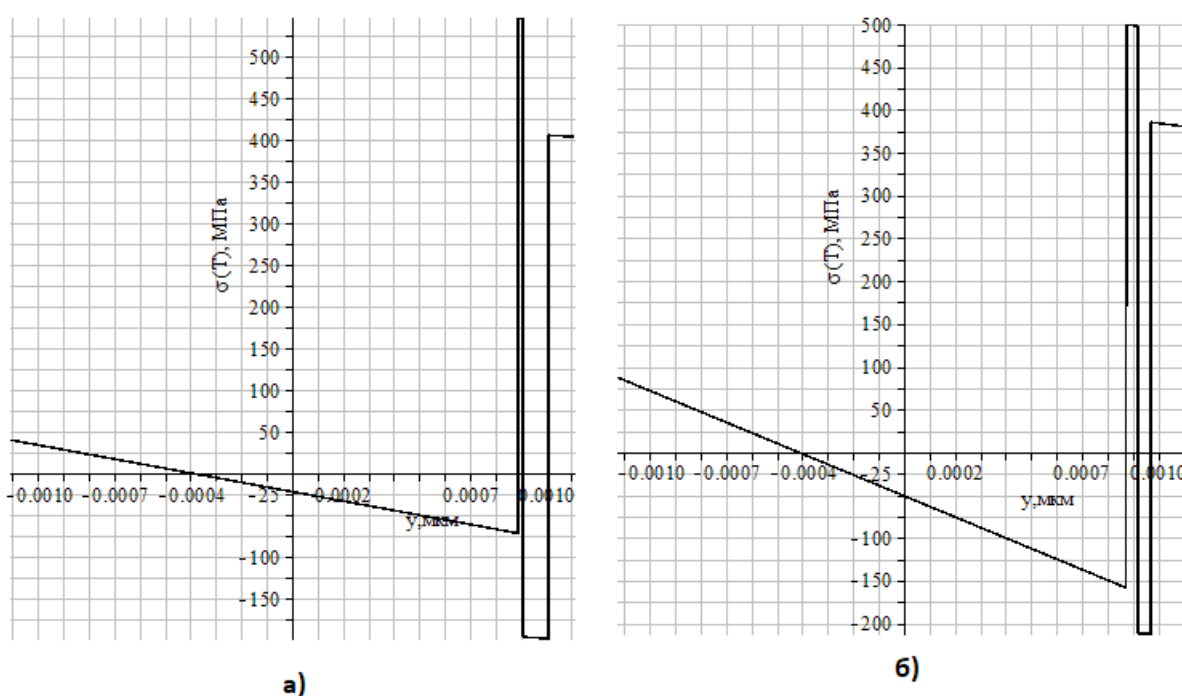
$$h_2 = 50 \text{ мкм},$$

$$h_3 = 50 \text{ мкм},$$

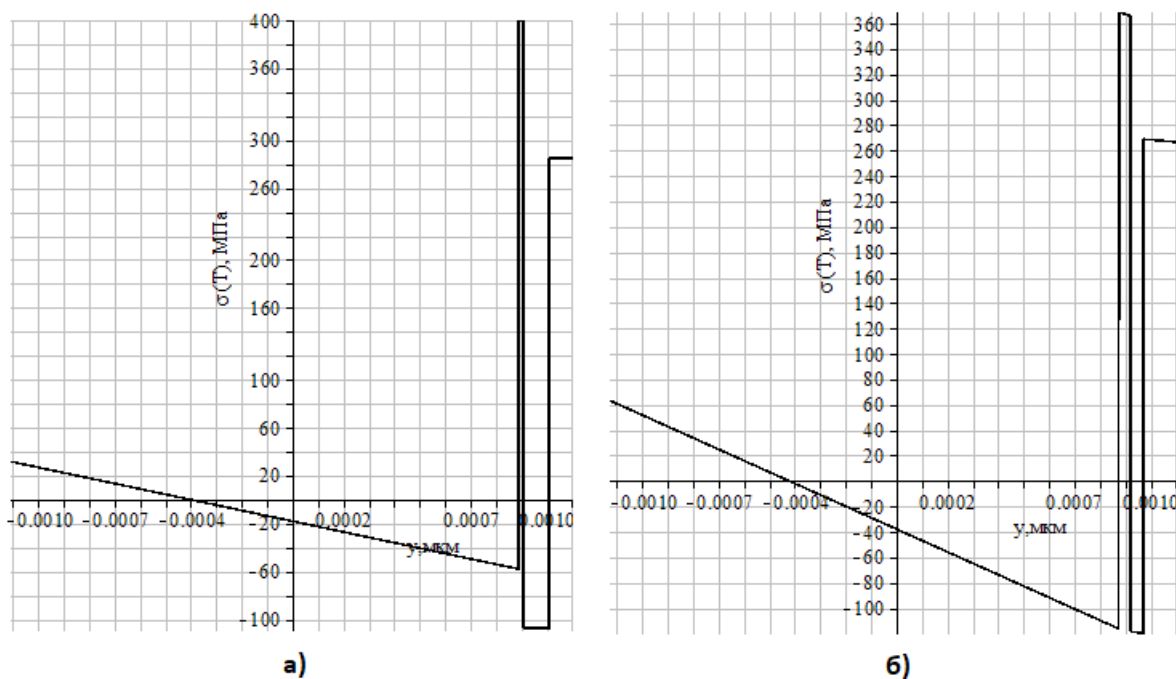
$$h_4 = 150 \text{ мкм}.$$

При этом минимум обобщенной целевой функции  $\sigma_{\text{обобщ}}(T, y)$  составил 442.43 МПа.

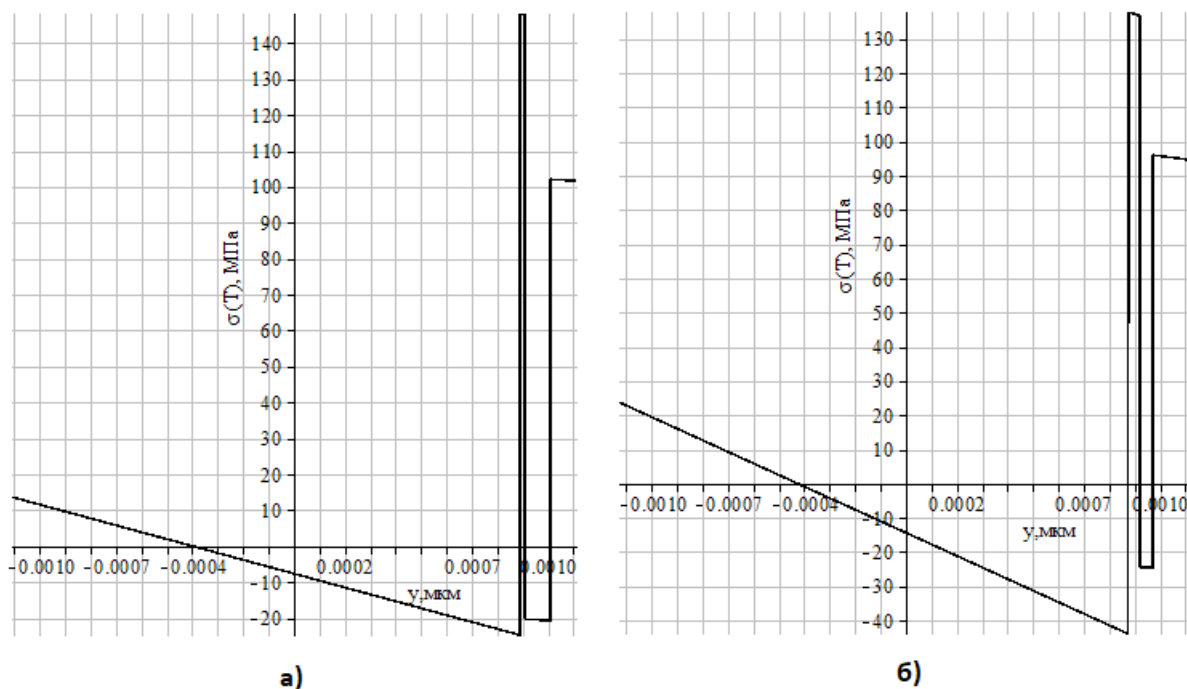
На рис. 2.3.1 – 2.3.3 и в табл. 2.3.1 приведены сравнительные результаты расчетов распределений тепловых напряжений по толщине конструкционной стенки при температурах  $T = 20^\circ\text{C}$ ,  $T = 500^\circ\text{C}$ ,  $T = 1100^\circ\text{C}$  до и после решения задачи оптимизации (т.е. при разных значениях толщин слоев  $h_2, h_3$  и  $h_4$ ).



**Рис.2.3.1.** Распределение тепловых напряжений по толщине четырехслойной системы «В-5-МП – WC – Yb<sub>2</sub>Si<sub>2</sub>O<sub>7</sub> – Yb<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub>» при температуре 20 °С :  
 а) до решения задачи оптимизации, б) после решения задачи оптимизации



**Рис.2.3.2.** Распределение тепловых напряжений по толщине четырехслойной системы «В-5-МП – WC –  $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7$  –  $\text{Yb}_2\text{SiO}_5$ » при температуре  $500^\circ\text{C}$ : а) до решения задачи оптимизации, б) после решения задачи оптимизации



**Рис. 2.3.3.** Распределение тепловых напряжений по толщине четырехслойной системы «В-5-МП – WC –  $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7$  –  $\text{Yb}_2\text{SiO}_5$ » при температуре  $1100^\circ\text{C}$ : а) до решения задачи оптимизации, б) после решения задачи оптимизации

Таблица 2.3.1.

Результаты сравнительных расчетов тепловых напряжений на границе раздела «подложка – покрытие» до и после оптимизации архитектуры

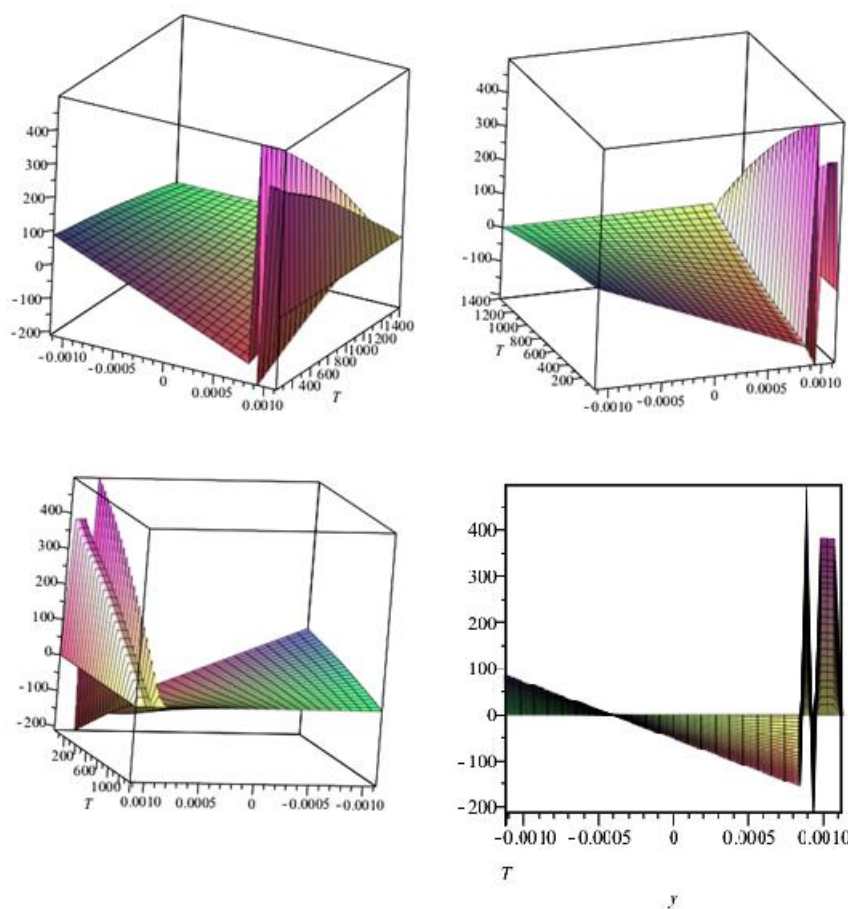
у <sub>1</sub>	Напряжения в В-5-МП, МПа			Напряжения в WC, МПа		
	20 °C	500 °C	1100 °C	20 °C	500 °C	1100 °C
После оптимизации	-158.19	-115.69	-43.77	<b>500.31</b>	<b>368.87</b>	<b>137.93</b>
До оптимизации	-71.75	-57.61	-24.66	<b>546.32</b>	<b>400.09</b>	<b>148.21</b>
у <sub>2</sub>	Напряжения в WC, МПа			Напряжения в Yb <sub>2</sub> Si <sub>2</sub> O <sub>7</sub> , МПа		
	20 °C	500 °C	1100 °C	20 °C	500 °C	1100 °C
После оптимизации	<b>497.06</b>	<b>366.46</b>	<b>137.03</b>	-211.66	-118.61	-24.42
До оптимизации	<b>545.72</b>	<b>399.61</b>	<b>148.01</b>	-196.26	-107.28	-20.27
у <sub>3</sub>	Напряжения в Yb <sub>2</sub> Si <sub>2</sub> O <sub>7</sub> , МПа			Напряжения в Yb <sub>2</sub> SiO <sub>5</sub> , МПа		
	20 °C	500 °C	1100 °C	20 °C	500 °C	1100 °C
После оптимизации	-212.69	-119.43	-24.77	<b>384.54</b>	<b>269.31</b>	<b>96.13</b>
До оптимизации	-197.2	-108.1	-20.66	<b>404.87</b>	<b>285.12</b>	<b>102.25</b>

После решения задачи оптимизации видно, что характер распределения тепловых напряжений по толщине стенки не изменился, однако уменьшился уровень растягивающих напряжений в слоях WC и Yb<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub> ЕВС-покрытия, но при этом увеличились значения сжимающих напряжений в подложке и в промежуточном слое Yb<sub>2</sub>Si<sub>2</sub>O<sub>7</sub>.

На рис. 2.3.4. представлены различные ракурсы поверхности распределения тепловых напряжений в многослойной системе по всей толщине и во всем



температурном диапазоне  $20 \div 1400^\circ\text{C}$ .



**Рис. 2.3.4.** Поверхность распределения тепловых напряжений в четырехслойной системе «В-5-МП – WC –  $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7$  –  $\text{Yb}_2\text{SiO}_5$ » по толщине стенки в интервале температур  $20 \div 1400^\circ\text{C}$

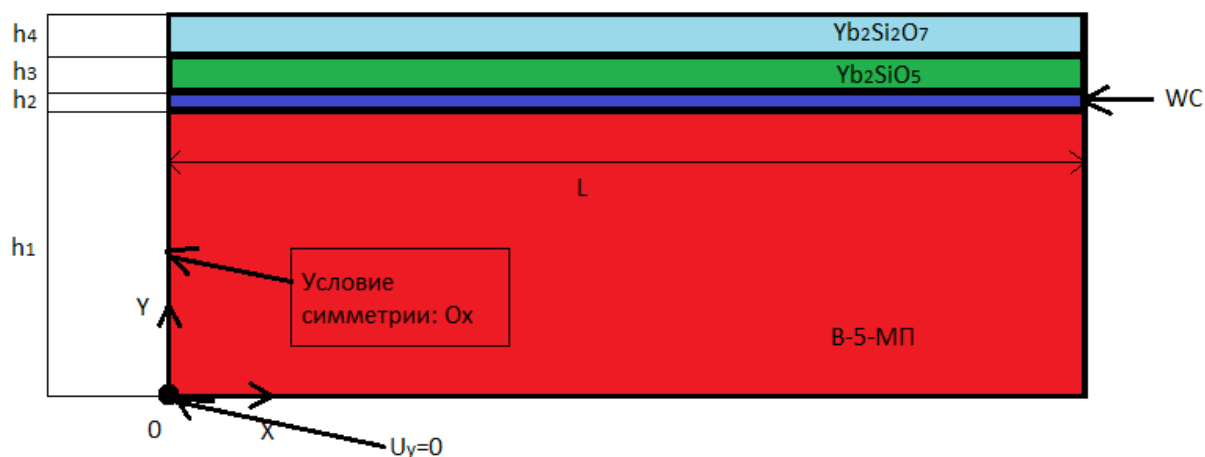
Результаты работы подробно освещены в [34].

### 3. РАЗРАБОТКА И АПРОБАЦИЯ ЧИСЛЕННОЙ МОДЕЛИ РАСЧЕТА НДС В СИСТЕМЕ «ПОДЛОЖКА – ПОКРЫТИЕ» ПРИ ТЕПЛОВОМ НАГРУЖЕНИИ

С целью обоснования правомерности использования метода конечных элементов для получения корректных оценок НДС в системе «подложка – покрытие» при тепловом нагружении построим численное решение задачи в постановке, соответствующей приведенному выше аналитическому решению (раздел 2.1).

#### 3.1. Постановка задачи

Рассматривается процесс охлаждения пластины из жаропрочного сплава на основе вольфрама В-5-МП с нанесенным ЕВС-покрытием, состоящим из WC -  $Yb_2Si_2O_7$  -  $Yb_2SiO_5$ .



**Рис. 3.1.1.** Геометрическая модель конструкционной стенки «подложка – покрытие»:  $h_1$  - толщина подложки В-5-МП;  $h_2$  - толщина слоя WC;  $h_3$  - толщина слоя  $Yb_2Si_2O_7$ ;  $h_4$  - толщина слоя  $Yb_2SiO_5$ ;  $L$  - полуширина пластины

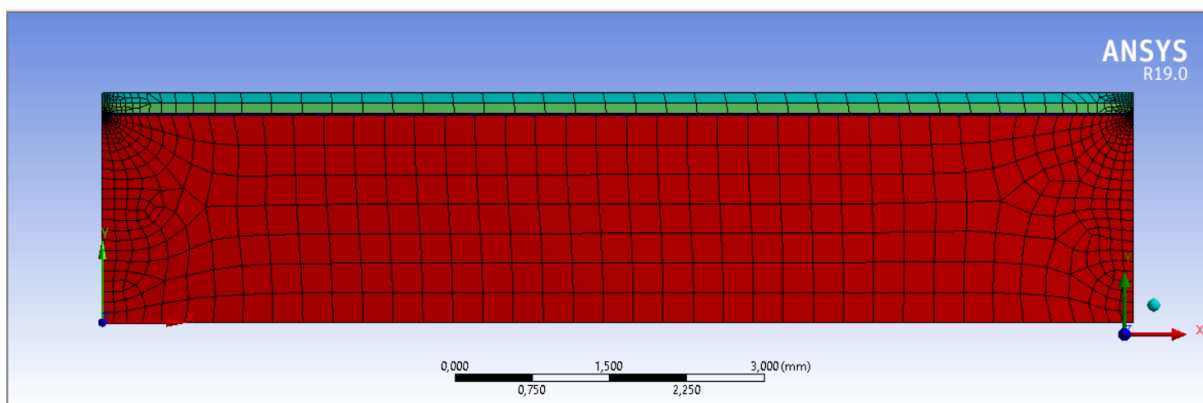
На рис. 3.1.1. представлено сечение рассматриваемой системы в плоскости XY. Конструкционная стенка состоит из подложки толщиной  $h_1 = 2$  мм и

покрытия, слои которого имеют толщины  $h_2 = 20 \text{ мкм}$ ,  $h_3 = 100 \text{ мкм}$  и  $h_4 = 100 \text{ мкм}$  соответственно. Принятая в расчетах ширина пластины  $2L = 20 \text{ мм}$  вдоль оси  $Ox$  обеспечивает плоское НДС в центральной ее части, сводя к минимуму влияние краевых эффектов. Ввиду симметричности задачи относительно оси  $Ox$ , расчет проводился для половины пластины с заданием кинематических условий симметрии на границе выреза:  $U_x = UR_z = 0$  (рис. 3.1.1). Для устранения возможного вертикального смещения стенки ограничивали перемещение точки, совпадающей с началом системы координат, в направлении оси  $Oy$ :  $U_y = 0$ . Слои покрытия и подложка моделируются единым телом без задания соответствующих контактных взаимодействий, то есть, реализуется случай «идеальной» адгезии без возможности учета отслоения покрытия.

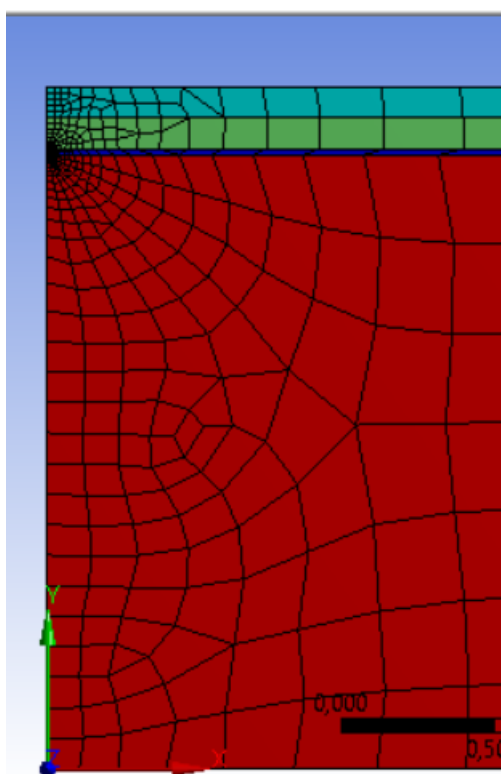
В начальном состоянии система имеет однородное поле температур с  $T_0 = 1400 \text{ }^\circ\text{C}$ . Предполагается, что при данной температуре конструкционная стенка находится в ненапряженном состоянии ( $\sigma_{ij} = \varepsilon_{ij} = 0$ ), что соответствует состоянию системы в процессе высокотемпературного отжига. Дальнейшее охлаждение осуществляется путем задания температурных граничных условий к свободным поверхностям подложки и покрытия  $T_1 (y = 0) = T_4 (y = h_1 + h_2 + h_3 + h_4) = T = \text{const}$ . Применение подобного рода граничных и начальных условий обеспечивает «свободное» охлаждение конструкционной стенки.

### 3.2. Разработка методики численного решения задачи с учетом изгиба

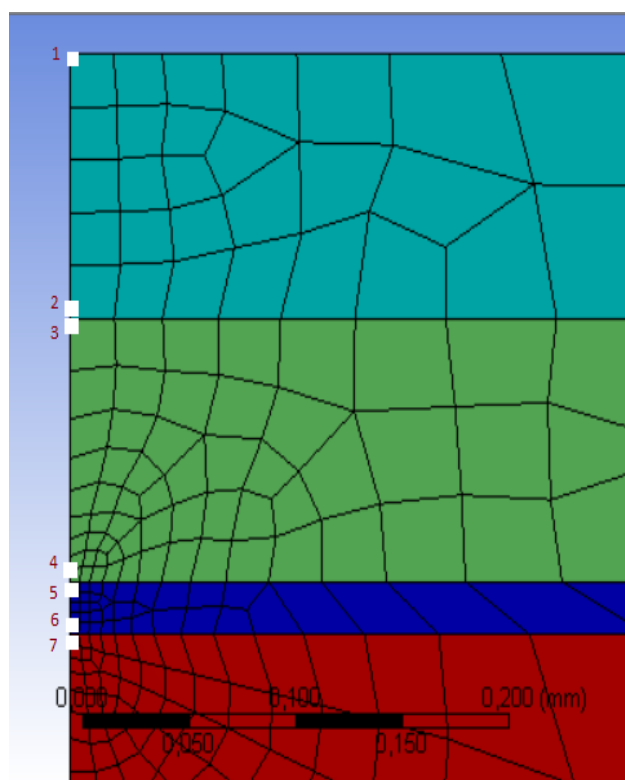
Разработку численной модели расчета НДС в системе «подложка - покрытие» осуществляли с применением метода конечных элементов (МКЭ) на базе универсального программного комплекса конечно-элементного анализа ANSYS R19.0.



а)



б)



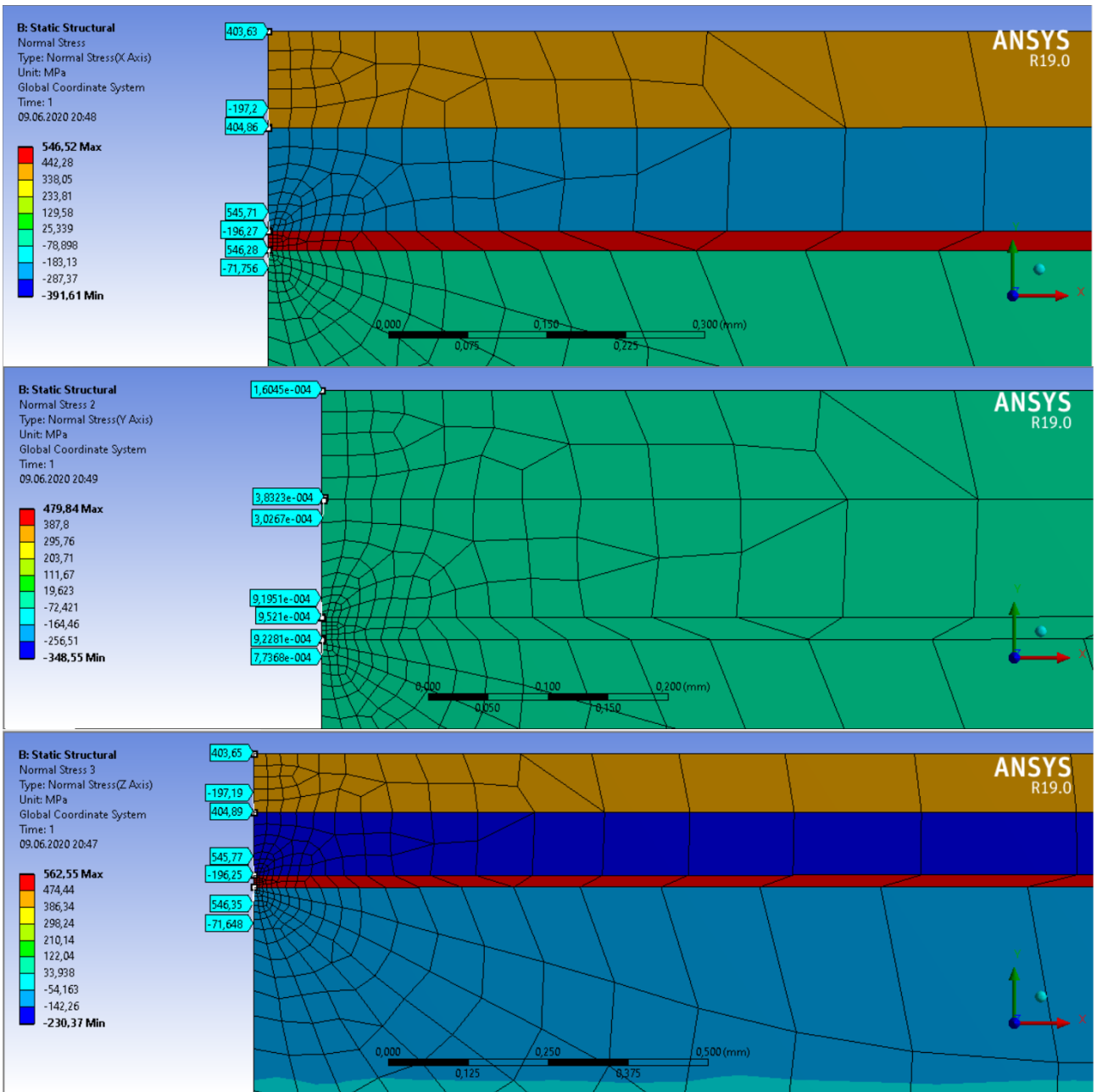
в)

**Рис. 3.2.1.** а) КЭ сетка; б) и в) области рассмотрения НДС конструкционной стенки: точка 1 – верхняя точка слоя  $\text{Yb}_2\text{SiO}_5$ ; точка 2 – нижняя точка слоя  $\text{Yb}_2\text{SiO}_5$ ; точка 3 – верхняя точка слоя  $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7$ ; точка 4 – нижняя точка слоя  $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7$ ; точка 5 – верхняя точка слоя WC; точка 6 – нижняя точка слоя WC; точка 7 – верхняя точка подложки

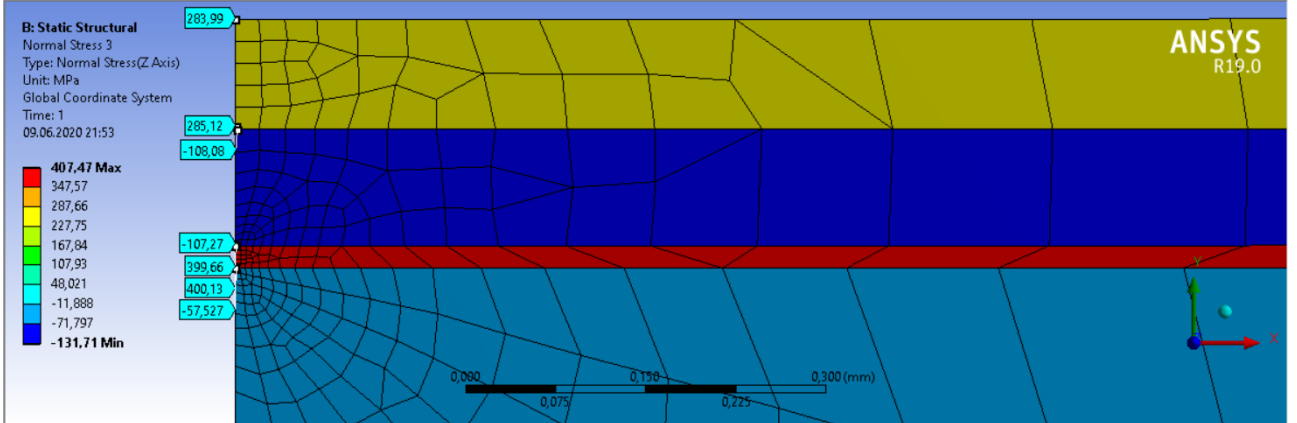
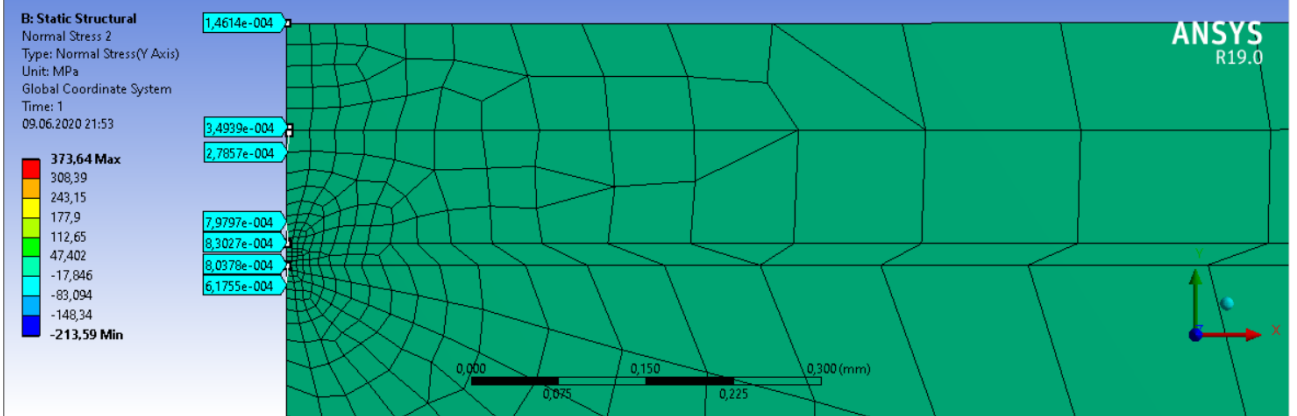
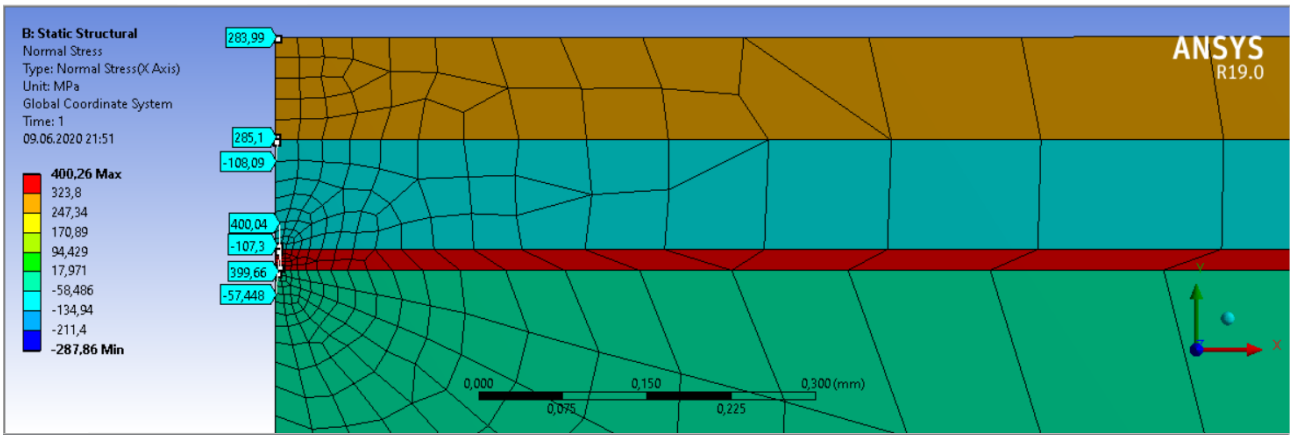
Решение проводится в двумерной постановке с использованием конечных элементов типа PLANE 183, работающих в режиме обобщенной плоской деформации ( $\varepsilon_{zz} = const$ ). Данный тип элементов помимо двух степеней свободы в

каждом узле, может быть использован как осесимметричный элемент. Для устранения влияния краевых эффектов и возможности оценки результатов расчета, соответствующих деформированию бесконечной пластины, рассматривается НДС только центральной части модели (рис. 3.2.1). Выделен ряд контрольных точек по толщине слоев покрытия и подложки. Контрольная точка 1 находится на поверхности слоя  $\text{Yb}_2\text{SiO}_5$ , точка 2 – нижняя точка слоя  $\text{Yb}_2\text{SiO}_5$ , точка 3 – верхняя точка слоя  $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7$ ; точка 4 – нижняя точка слоя  $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7$ ; точка 5 – верхняя точка слоя WC; точка 6 – нижняя точка слоя WC; точка 7 – верхняя точка подложки.

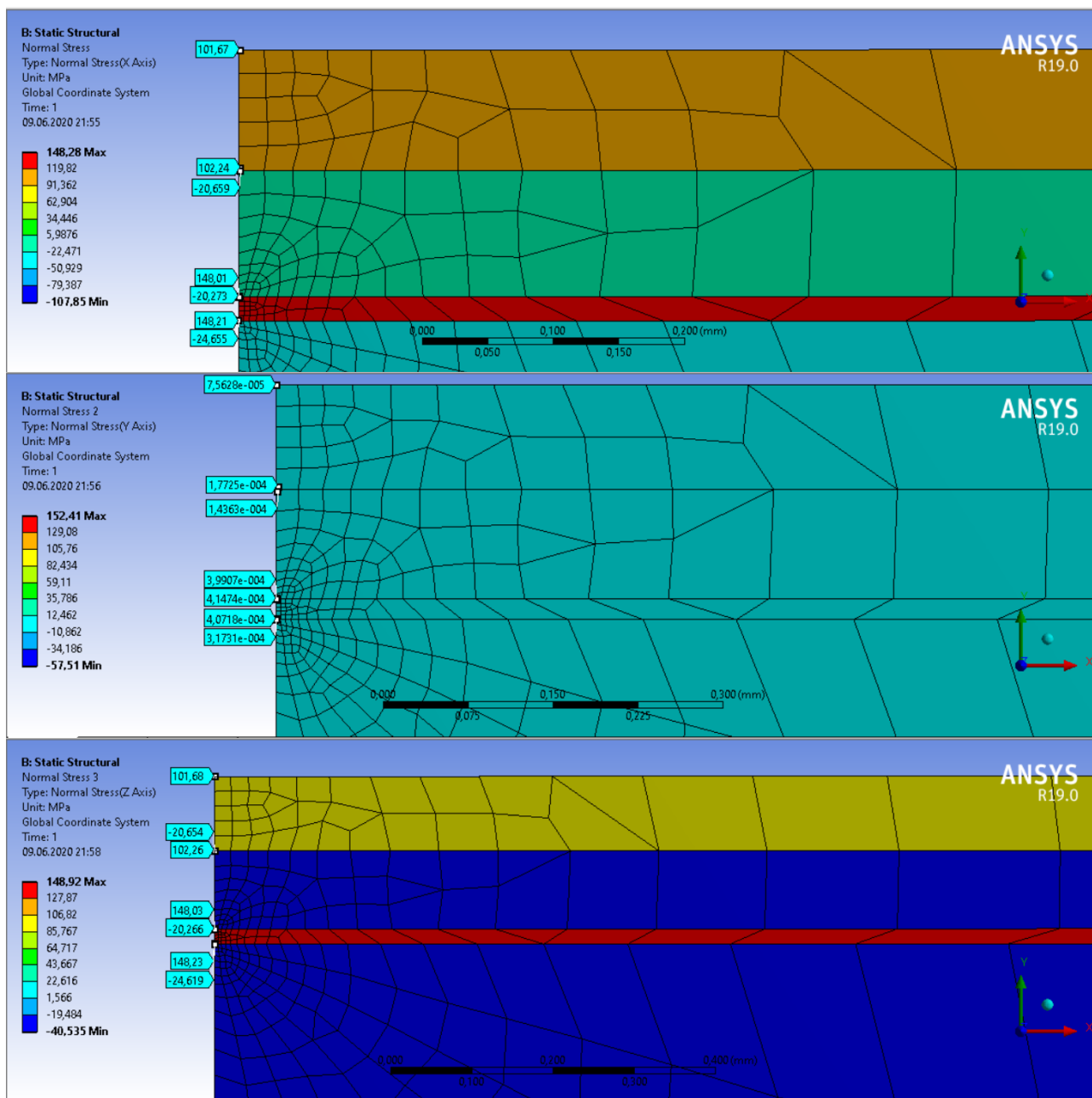
На рис. 3.2.2. представлено расчетное распределение нормальных тепловых напряжений ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ ) по толщине стенки при фиксированных значениях температуры ( $T = 20^\circ\text{C}$ ,  $500^\circ\text{C}$ ,  $1100^\circ\text{C}$ ), а также конкретные значения напряжений в контрольных точках 1-7, определённые в МПа. Знак «-» соответствует сжимающим напряжениям, знак «+» - растягивающим. Видно, что  $\sigma_x = \sigma_z$ ,  $\sigma_y = 0$ .



a)



6)



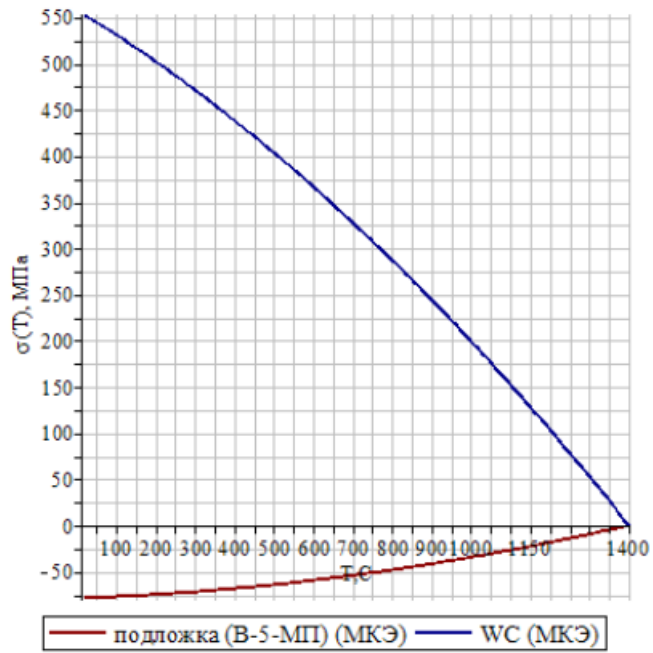
**в)**

**Рис. 3.2.2.** Тепловые напряжения ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ ) при различных температурах:

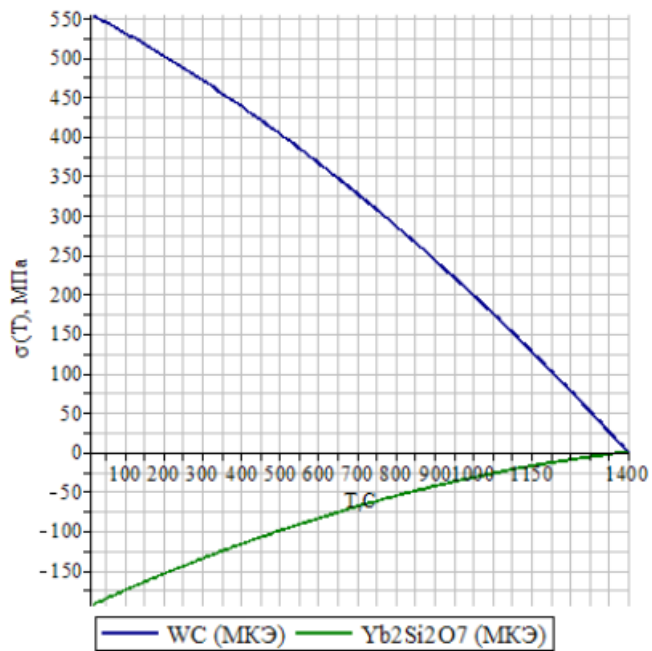
а)  $T = 20^\circ\text{C}$ , б)  $T = 500^\circ\text{C}$ , в)  $T = 1100^\circ\text{C}$

На рис. 3.2.3 – 3.2.5 приведены температурные зависимости тепловых напряжений  $\sigma_x(T) = \sigma_z(T) = \sigma(T)$  на границах раздела слоев. Напряжения, находящиеся выше оси абсцисс, являются растягивающими, напряжения, находящиеся ниже оси абсцисс, - сжимающими.

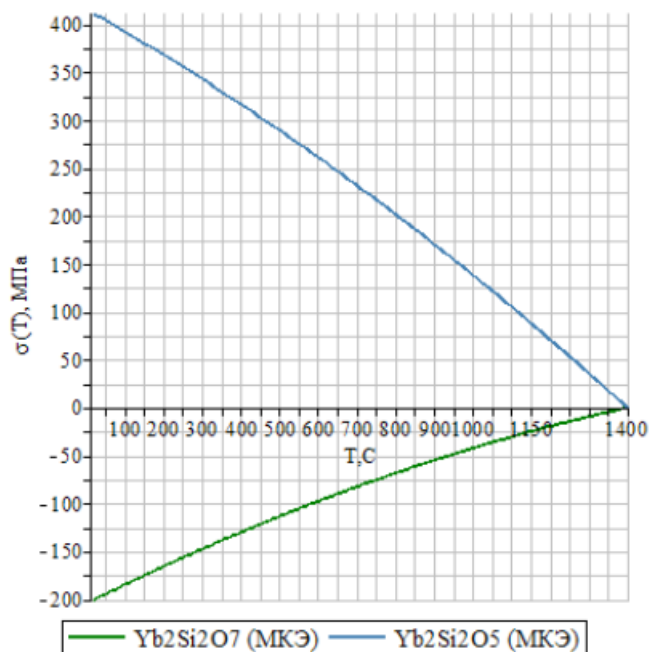




**Рис 3.2.3.** Температурные зависимости тепловых напряжений на границе раздела «подложка В-5-МП – WC»

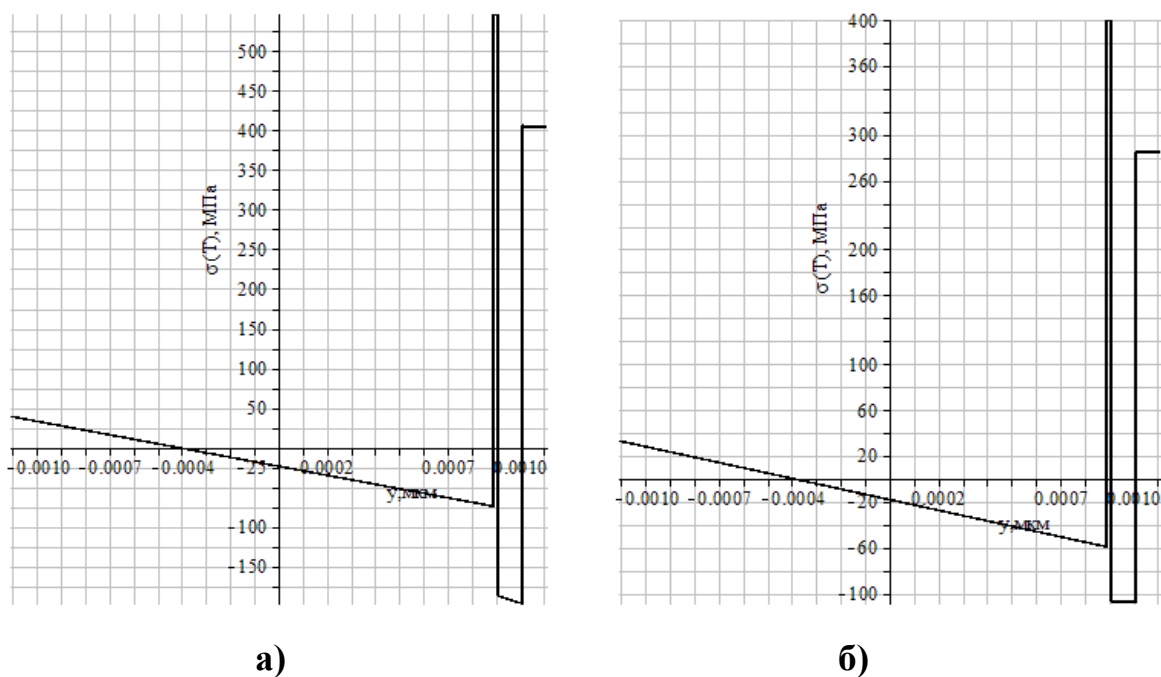


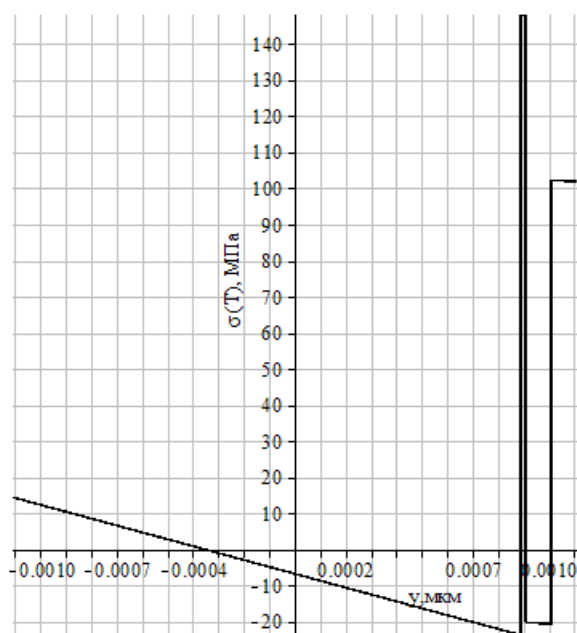
**Рис 3.2.4.** Температурные зависимости тепловых напряжений на границе раздела «WC – Yb<sub>2</sub>Si<sub>2</sub>O<sub>7</sub>»



**Рис 3.2.5.** Температурные зависимости тепловых напряжений на границе раздела «Yb<sub>2</sub>Si<sub>2</sub>O<sub>7</sub> – Yb<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub>»

На рис 3.2.6 представлено распределение тепловых напряжений по всей толщине конструкционной стенки при фиксированных значениях температур ( $T = 20^{\circ}\text{C}$ ,  $500^{\circ}\text{C}$ ,  $1100^{\circ}\text{C}$ ). Из рисунков видно, что распределение не изменяет свой характер в зависимости от температуры, изменяется лишь уровень напряжений.





в)

**Рис 3.2.6.** Распределение тепловых напряжений по толщине системы «В-5-МП – WC – Yb<sub>2</sub>Si<sub>2</sub>O<sub>7</sub> – Yb<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub>»: а)  $T = 20^{\circ}\text{C}$  , б)  $T = 500^{\circ}\text{C}$  , в)  $T = 1100^{\circ}\text{C}$

### 3.3. Сравнение результатов аналитического и численного расчета НДС в системе «подложка – ЕВС-покрытие»

Ниже проведено сравнение результатов расчетов НДС в системе «подложка - покрытие», проведенных с привлечением разработанных аналитической (раздел 2.1) и численной (раздел 3.2) моделей.

Результаты сравнительных расчетов тепловых напряжений на границах раздела слоев представлены на рис. 3.3.1 – 3.3.3, распределений напряжений по толщине при фиксированных температурах – на рис 3.3.4 и в табл. 3.3.1. Видно, что результаты численного решения хорошо согласуются с данными аналитического расчета. Таким образом, обоснована правомерность использования МКЭ для получения корректных оценок НДС в системе «подложка – покрытие».

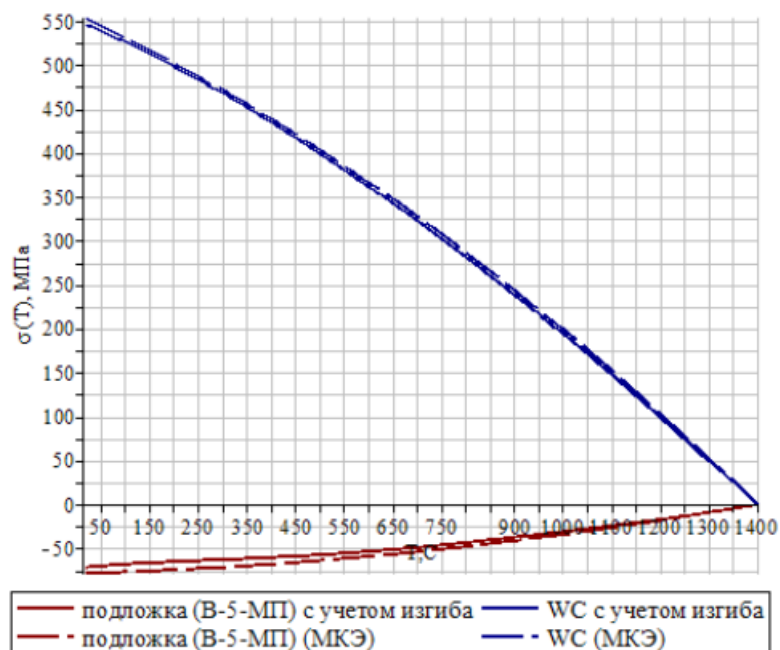


Рис 3.3.1. Температурные зависимости тепловых напряжений на границе раздела «подложка В-5-МП – WC»

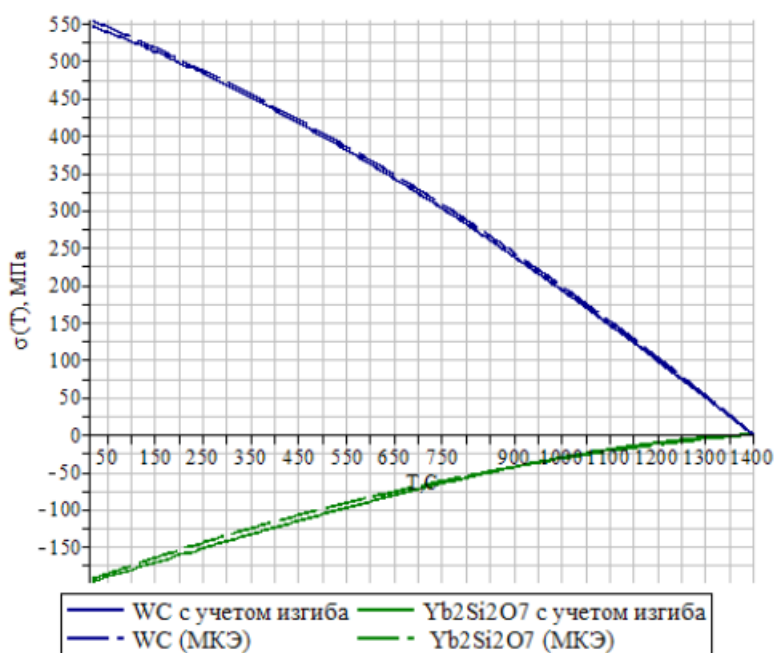


Рис 3.3.2. Температурные зависимости тепловых напряжений на границе раздела «WC – Yb<sub>2</sub>Si<sub>2</sub>O<sub>7</sub>»

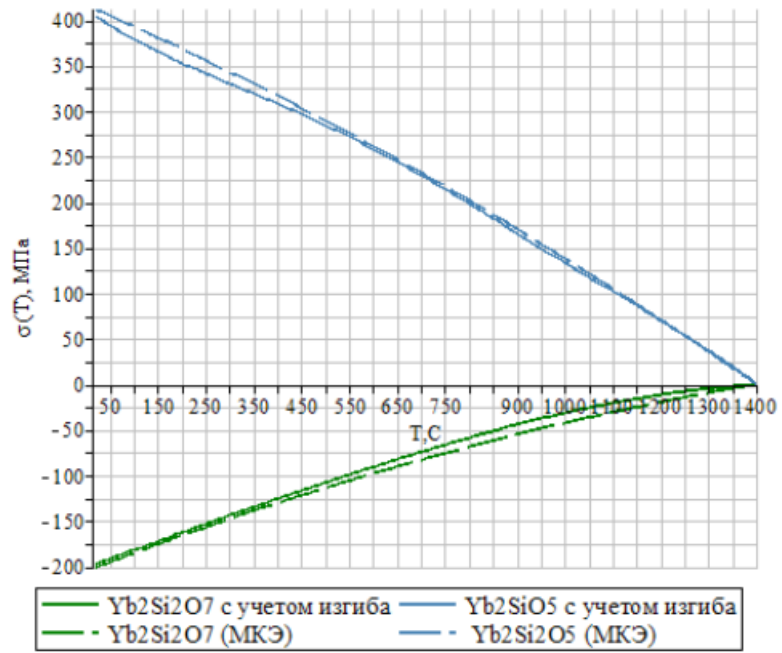
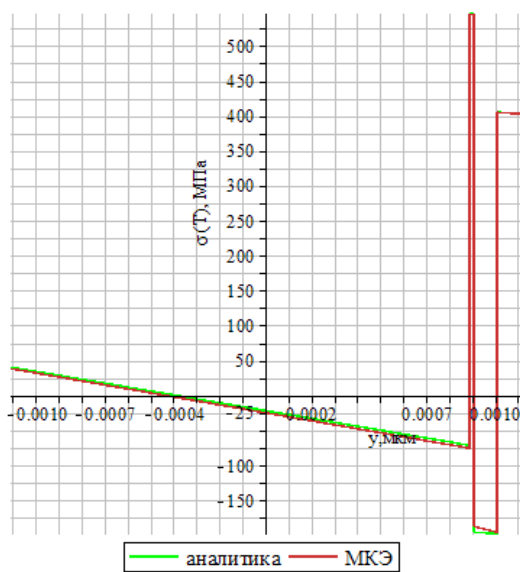
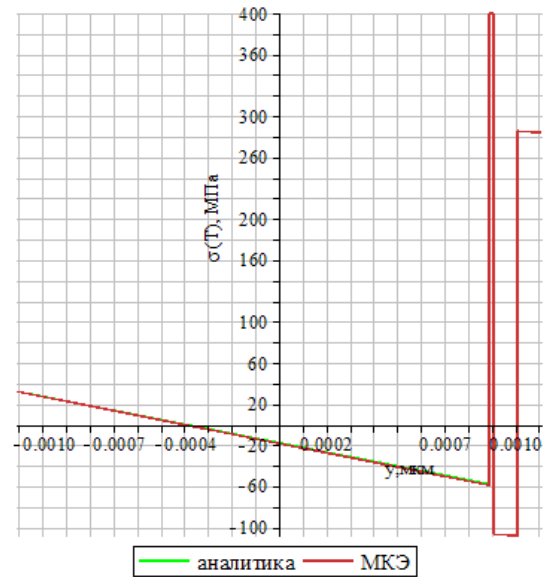


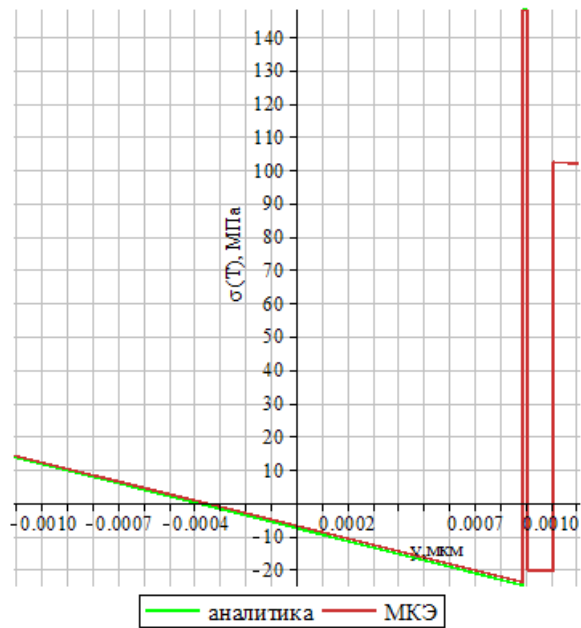
Рис 3.3.3. Температурные зависимости тепловых напряжений на границе раздела « $\text{Yb}_2\text{Si}_2\text{O}_7 - \text{Yb}_2\text{SiO}_5$ »



а)



б)



в)

**Рис. 3.3.4.** Распределение тепловых напряжений по толщине четырехслойной системы «В-5-МП – WC – Yb<sub>2</sub>Si<sub>2</sub>O<sub>7</sub> – Yb<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub>»: а)  $T = 20^{\circ}\text{C}$ , б)  $T = 500^{\circ}\text{C}$ , в)  $T = 1100^{\circ}\text{C}$

Разработанная аналитическая модель позволяет оценить уровень и характер распределения тепловых напряжений в слоях конструкционной стенки, свободной от внешних усилий и закреплений при плавном тепловом нагружении. Однако модель не учитывает особенностей ее деформирования, связанных с реальным обликом изделия, его геометрическими размерами, условиями закрепления в конструкции, возможностью адгезионного/когезионного разрушения отдельных частей композиции с перераспределением напряжений и пр. Данные задачи могут быть решены с использованием современных инструментов численного моделирования с привлечением МКЭ.

Таблица 3.3.1.

Результаты сравнительных расчетов тепловых напряжений на границах раздела «подложка – покрытие»

$y_1$	Напряжения в В-5-МП, МПа			Напряжения в WC, МПа		
	$20C^0$	$500C^0$	$1100C^0$	$20C^0$	$500C^0$	$1100C^0$
<b>МКЭ</b>	-71,74	-57.599	-24,655	546.28	400.07	148,21
<b>Аналитическое решение</b>	-71.75	-57.61	-24.66	546.32	400.09	148.21
$y_2$	Напряжения в WC, МПа			Напряжения в $Yb_2Si_2O_7$ , МПа		
	$20C^0$	$500C^0$	$1100C^0$	$20C^0$	$500C^0$	$1100C^0$
<b>МКЭ</b>	545.71	399.61	148,01	-196.27	-107.28	-20,272
<b>Аналитическое решение</b>	545.72	399.61	148.01	-196.26	-107.28	-20.27
$y_3$	Напряжения в $Yb_2Si_2O_7$ , МПа			Напряжения в $Yb_2SiO_5$ , МПа		
	$20C^0$	$500C^0$	$1100C^0$	$20C^0$	$500C^0$	$1100C^0$
<b>МКЭ</b>	-197.19	-108,1	-20,659	404.85	285.1	102,25
<b>Аналитическое решение</b>	-197.2	-108.1	-20.66	404.87	285.12	102.25

## ОБЩИЕ ВЫВОДЫ ПО РАБОТЕ

1. Разработана и апробирована методика аналитического исследования НДС в свободной от внешних усилий и закреплений многослойной системе «подложка – покрытие» при ее плавном тепловом нагружении. Решение получено для неоднородной по толщине пластины в постановке плоского напряженного состояния. Предложенная математическая модель учитывает изгибные деформации, обусловленные изменением кривизны конструкционной стенки вследствие ее неоднородности и несимметричности относительно срединной поверхности.
2. Построены температурные зависимости тепловых напряжений в слоях конструкционной стенки «подложка - покрытие». Показано, что учет изгиба приводит к существенному изменению уровня и характера распределения тепловых напряжений по толщине стенки.
3. Поставлена и решена задача условной оптимизации архитектуры перспективного трехслойного EBC-покрытия в системе WC –  $Yb_2Si_2O_7$  –  $Yb_2SiO_5$ , нанесенного на жаропрочный сплав В-5-МП.
4. Разработана и апробирована методика численного исследования НДС в многослойной системе «подложка – покрытие» при ее тепловом нагружении на базе МКЭ. Решение получено для полубесконечной пластины в постановке для обобщенной плоской деформации. Результаты численного решения хорошо согласуются с данными аналитического расчета. Таким образом, обоснована правомерность использования МКЭ для получения корректных оценок НДС в системе «подложка – покрытие».
5. Оценка уровня и характера распределения напряжений позволяет научно подойти к разработке архитектуры покрытий (выбору химического и фазового состава слоев, их количества и толщин), а также существенно сократить количество экспериментальных исследований и испытаний, время и затраты на их реализацию. Для расчетной оценки температурного и напряженно-деформированного состояния функциональных покрытий



различного назначения должна быть создана база данных по физико-механическим и теплофизическим свойствам перспективных материалов слоев.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Аппен А.А. Температуроустойчивые неорганические покрытия. – Л.: Изд-во «Химия», 1976. – 296 с.
2. Mao W.G., Zhou Y.C., Yang L., Yu X.H. Modeling of residual stresses variation with thermal cycling in thermal barrier coatings // *Mechanics of Materials*. – 2006. – Vol. 38(12). – Pp. 1118 – 1127. DOI: 10.1016/j.mechmat.2006.01.002.
3. Будиновский С.А., Каблов Е.Н., Мубояджян С.А. Применение аналитической модели определения упругих напряжений в многослойной системе при решении задач по созданию высокотемпературных жаростойких покрытий для рабочих лопаток авиационных турбин // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия: Машиностроение*. – 2011, № SP2. – С. 26 – 37.
4. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости: Пер. с англ. // Под ред. Г.С. Шапиро. – М.: Наука, 1979. – 560 с.
5. Коваленко А.Д. Термоупругость. Киев: Вища школа, 1975. – 216 с.
6. Барвинок В.А. Управление напряженным состоянием и свойства плазменных покрытий. – М.: Машиностроение, 1990. – 384 с.
7. Chunxue Gao, Zhiwei Zhao, Xuehua Li. Modeling of thermal stresses in elastic multilayer coating systems. // *Journal of applied physics*. – 2015. DOI: 10.1063/1.4907572.
8. C.H. Hsueh. Thermal stresses in elastic multilayer systems. // *Thin Solid Films*. – 2002. DOI: 10.1016/S0040-6090(02)00699-5.
9. Martin Bäker, Philipp Seiler. A Guide to Finite Element Simulations of Thermal Barrier Coatings // *Journal of Thermal Spray Technology*. – 2017. DOI: 10.1007/s11666-017-0592-z.
10. M. Bäker, J. Rösler, G. Heinze. A parametric study of the stress state of thermal barrier coatings Part II: cooling stresses // *Acta Materialia*. – 2004. DOI: 10.1016/j.actamat.2004.10.004.
11. L.Y. Ni, C. Liu, H. Huang, and C.G. Zhou. Thermal Cycling Behavior of Thermal Barrier Coatings with HVOF NiCrAlY Bond Coat // *Journal of Thermal Spray*

- Technology. – 2011. DOI: 10.1007/s11666-011-9647-8.
12. Marcin Białas. Finite element analysis of stress distribution in thermal barrier coatings // Surface and Coatings Technology. - 2008. DOI: 10.1016/j.surfcoat.2008.06.178
  13. Piotr Bednarz. Finite Element Simulation of Stress Evolution in Thermal Barrier Coating Systems. // Forschungszentrum Jülich 2007.
  14. Абраимов Н.В., Елисеев В.С., Крымов В.В. Авиационное материаловедение и технология обработки металлов // под ред. Н.В. Абраимова. – М.: Высшая школа, 1998. – 444с.
  15. Кофанова Н.К. Коррозия и защита металлов // учебное пособие. – Алчевск: 2003. – 181 с.
  16. Bradley T. Richards, Hengbei Zhao, Haydn N. G. Wadley Structure, composition, and defect control during plasma spray deposition of ytterbium silicate coatings. // Journal of Materials Science. – 2015. DOI: 10.1007/s10853-015-9358-5.
  17. Jing Han, Yanfei Wang, Rongjun Liu, Yingbin Cao. Thermal shock behavior of mixed ytterbium disilicates and ytterbium monosilicates composite environmental barrier coatings. // Surface and Coatings Technology. - 2018. DOI: 10.1016/J.SURFCOAT.2018.08.041.
  18. Kang N. Lee, Robert A. Miller, and Nathan S. Jacobson. New Generation of Plasma-Sprayed Mullite Coatings on Silicon Carbide // J. Am. Ceram. Soc. - 1995. DOI: 10.1111/j.1151-2916.1995.tb08236.x.
  19. Lee KN. Key Durability issues with mullite-based environmental barrier coatings for Si-based ceramics. // J. Eng. Gas Turbines Power. - 2000. DOI: 10.1115/1.1287584.
  20. Lee KN, Miller RA. Development and environmental durability of mullite and mullite/YSZ dual layer coatings for SiC and Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub> ceramics. // Surf. Coat. Technol. - 1996. DOI: 10.1016/S0257-8972(96)03074-5.
  21. Withey E, Petorak C, Trice R, Dickinson G, Taylor T. Design of 7 wt.% Y<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-ZrO<sub>2</sub>/mullite plasma-sprayed composite coatings for increased creep resistance. // J. Eur. Ceram. Soc. - 2007. DOI: 10.1016/j.jeurceramsoc.2007.02.214.

- 22.**K.N.Lee. Current status of environmental barrier coatings for Si-Based ceramics. // Surface and Coatings Technology. - 2000. DOI: 10.1016/S0257-8972(00)00889-6.
- 23.**Lee KN, Fox DS, Ji Eldridge, D. Zhu, R.C. Robinson, N.P. Bansal, R.A. Miller, Upper temperature limit of environmental barrier coatings based on mullite and BSAS. // J. Am. Ceram. Soc. - 2003. DOI: 10.1111/j.1151-2916.2003.tb03466.x.
- 24.**Lee KN, Fox DS, Bansal NP. Rare earth silicate environmental barrier coatings for SiC/SiC composites and Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub> ceramics. // J Eur Ceram Soc. - 2005. DOI: 10.1016/j.jeurceramsoc.2004.12.013.
- 25.**Nasiri NA, Patra N, Horlait D, Jayaseelan DD, Lee WE, Thermal properties of rare-earth monosilicates for EBC on Si-based ceramic composites. // J. Am. Ceram. Soc. - 2016. DOI: 10.1111/jace.13982.
- 26.**Richards BT, Wadley HNG, Plasma spray deposition of tri-layer environmental barrier coatings. // J. Eur. Ceram. Soc. - 2014. DOI: 10.1016/j.jeurceramsoc.2014.04.027.
- 27.**Richards BT, Begley MR, Wadley HNG. Mechanisms of ytterbium monosilicate/mullite/silicon coating failure during thermal cycling in water vapor // J. Am. Ceram. Soc. - 2015. DOI: 10.1111/jace.13792.
- 28.**Richards BT, Sehr S, Franqueville Fde, Begley MR, Wadley HNG. Fracture mechanisms of ytterbium monosilicate environmental barrier coatings during cyclic thermal exposure. // Acta Mater. -2016. DOI: 10.1016/j.actamat.2015.10.019
- 29.**Fan JJ, Chang ZD, Tao CH, Wang FC. High temperature oxidation behavior of Si/mullite/Er<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub> EBCs // Chin J Nonferrous Met. - 2015.
- 30.**Zhong X., Yaran Niu, Hong Li, Haijun Zhou, Shaoming Dong, Xuebin Zheng, Chuanxian Ding, Jinliang Sun. Thermal shock resistance of tri-layer Yb<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub>/Yb<sub>2</sub>Si<sub>2</sub>O<sub>7</sub>/Si coating for SiC and SiC-matrix composites. - 2018. DOI: 10.1111/jace.15713.
- 31.**Современные металлические материалы для эксплуатации до 3200°С и прогрессивный инструмент для их обработки – М: Ордена Ленина Союз Науч-

- ных и Инженерных Обществ СССР НИЦ «Надежность машин», 1990. – 270 с.
- 32.** Jiwoong Kim, Yong Jae Suh. Temperature dependent elastic and thermal expansion properties of  $W_3Co_3C$ ,  $W_4Co_2C$ , and  $W_6Co_6C$  ternary carbides // Journal of Alloys and Compounds - 2016. DOI: 10.1016/j.jallcom.2016.01.061.
- 33.** Семакин И. Г., Хеннер Е. К. Информационные системы и модели. Элективный курс: Учебное пособие. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005. – 303 с.
- 34.** Мананникова А.И., Астапов А.Н. Исследование влияния температурного воздействия на НДС в системе подложка – покрытие // Сборник тезисов докладов XLVI Международной молодежной научной конференции «Гагаринские чтения – 2020». Москва, 14 – 17 апреля 2020 г. – М.: МАИ, 2020. – С. 1164 – 1165.