

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Институт физики, нанотехнологий и телекоммуникаций

Работа допущена к защите  
Директор высшей школы  
прикладной физики космических  
технологий

\_\_\_\_\_ Е.Н. Величко

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2020 г.

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА  
ИССЛЕДОВАНИЕ КОММУТИРУЕМОГО ВОЛНОВОДНО-ЩЕЛЕВОГО  
ИЗЛУЧАТЕЛЯ**

по направлению 11.03.04 Электроника и нанoeлектроника  
по образовательной программе 11.03.04\_05 Радиофизика и электроника

Выполнил

студент группы 3431104/60501

Д. А. Вабищевич

Научный руководитель

Доцент ВШПФиКТ, к. ф-м. н.

А.А. Сочава

Консультант

По нормоконтролю

Е.А. Савченко

Санкт-Петербург

2020

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО**

**Институт физики, нанотехнологий и телекоммуникаций**

**Высшая школа прикладной физики и космических технологий**

УТВЕРЖДАЮ

Директор высшей школы прикладной  
физики космических технологий

\_\_\_\_\_ / Е.Н. Величко

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2020 г.

**ЗАДАНИЕ**

**по выполнению выпускной квалификационной работы**

студенту \_\_\_\_\_ Вабищевичу Даниилу Андреевичу \_\_\_\_\_ гр. 3431104/60501

фамилия, имя, отчество (при наличии), номер группы

1. Тема работы: \_\_\_\_\_ Исследование коммутируемого волноводно-щелевого излучателя \_\_\_\_\_

2. Срок сдачи студентом законченной работы: \_\_\_\_\_ 01 июня 2020

3. Исходные данные по работе:

Литература по теме работы, измерительная антенная лаборатория ВШПФиКТ.

4. Содержание работы (перечень подлежащих разработке вопросов):

1) Обзор литературы по исследуемой в данной работе конструкции. 2) Аналитический расчет параметров антенны и их сравнение с численным расчетом модели ВЩР, проведенным с помощью метода конечных элементов в программе Ansys HFSS. 3) Построение экспериментального образца и экспериментальная проверка проведённых выше теоретических исследований. 4) Реализация электронного управления лучом для исследуемой ВЩР.

5. Перечень графического материала (с указанием обязательных чертежей): \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

6. Консультанты по работе (если есть):

---

---

---

7. Дата выдачи задания 03.02.2020

Руководитель ВКР

(подпись)

А.А. Сочава

инициалы, фамилия

Задание принял к исполнению «03» февраля 2020 г.

(дата)

Студент

(подпись)

Д.А. Вабищевич

инициалы, фамилия

## РЕФЕРАТ

На 47 с., 32 рисунков, 1 таблица, 1 приложение

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** ВОЛНОВОДНО ЩЕЛЕВАЯ АНТЕННА, АНТЕННАЯ РЕШЕТКА, ЭЛЕКТРОННОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЛУЧЕМ, СДВИГ ФАЗ, PIN ДИОД, SIW СТРУКТУРА, ДИАГРАММА НАПРАВЛЕННОСТИ.

Тема выпускной квалификационной работы: «Исследование коммутируемого волноводно-щелевого излучателя».

Исследования в данной работе направлены на изучение характеристик и разработку волноводно-щелевой антенной решетки на основе низкопрофильной SIW (волновод, интегрированный в подложку) структуры с четырьмя щелями и возможностью электронного управления лучом.

В первой главе рассмотрены основные теоретические знания, используемые в работе. Представлен обзор достижений описанных в ряде статей и патентов по темам: перестраиваемая диаграмма направленности (ДН) щелевых антенн, волновод на основе SIW-структуры, щелевые антенны на основе волновода SIW-структуры.

Вторая глава включает в себя исследование электродинамических характеристик антенны на основе волновода SIW-структуры. Эта глава включает описание изготовленного мною экспериментального образца антенны. Предлагается способ нахождения сопротивления излучению щели в исследуемой SIW структуре. Также производится численный (с помощью программы Ansys HFSS) и аналитический расчет параметров ДН, а также сравнение теоретических и экспериментальных результатов.

## **ABSTRACT**

On 47 pages, 32 figures, 1 table, 1 Appendix

**KEYWORD:** WAVEGUIDE SLOT ANTENNA, ANTENNA ARRAY, ELECTRONIC BEAM CONTROL, PHASE SHIFT, PIN DIODE, SIW STRUCTURE, RADIATION PATTERN.

Topic of the final qualifying work: "Research of a switched waveguide-slit emitter".

The research in this paper is aimed at studying the characteristics and development of a waveguide-slot antenna array based on a low-profile SIW (waveguide integrated into the substrate) structure with four slits and the ability to electronically control the beam.

The first Chapter describes the main theoretical knowledge used in the work. An overview of the achievements described in a number of articles and patents on the topics: tunable directional pattern (DN) of slotted antennas, waveguide based on SIW structure, slotted antennas based on a SIW waveguide structure.

The second Chapter includes a study of the electrodynamic characteristics of an antenna based on a SIW waveguide structure. This Chapter includes a description of an experimental antenna sample that I made. A method for finding the gap radiation resistance in the SIW structure under study is proposed. Numerical (using the Ansys HFSS program) and analytical calculation of DN parameters is also performed, as well as comparison of theoretical and experimental results.

## СОДЕРЖАНИЕ

Список сокращений .....	7
Введение.....	8
Глава 1. Обзор литературы.....	10
1.1 Прямоугольный волновод.....	10
1.3 Щелевая антенна.....	16
1.4 Электрическое управление лучом в щелевой антенне .....	19
1.5 Численное моделирование электродинамических характеристик в программном пакете Ansoft HFSS.....	22
Глава 2. Исследование коммутируемого волноводно-щелевого излучателя .	26
2.1 Конструкция исследуемого волноводно-щелевого излучателя.....	26
2.2 Сравнение аналитической, численной и экспериментальной ДН.....	29
2.3 Сопротивление щели в волноводе SIW-структуры.....	31
2.4 Управление излучением щелей .....	36
2.4.1 Управление мощностью, излучаемой щелью .....	36
2.4.2 Управление ДН антенны .....	38
Глава 3. Заключение .....	42
3.1 Выводы.....	42
3.2 Перспективы исследования .....	42
Список литературы .....	43
Приложение 1 .....	46
Аналитический расчет ДН антенны .....	46

## СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

SIW – Substrate Integrated Waveguide – волновод, интегрированный в подложку

SIWSAA – Substrate Integrated Waveguide slot antenna array – щелевая антенна на основе волновода SIW - структуры

ВШПФиКТ – Высшая школа прикладной физики и космических технологий

ВЩР – волноводно-щелевая решётка

ДН – диаграмма направленности

СВЧ – сверхвысокие частоты (ГОСТ 24375: 3-30 ГГц)

ФАР – фазированная антенная решётка

ЭМВ – электромагнитные волны

## ВВЕДЕНИЕ

Принцип немеханического управления направлением максимума приёма или излучения электромагнитных волн антенны был высказан в 20 — 30-х годах [16,10,11]. В настоящее время постоянное увеличение объёма информации побудило к необходимости иметь антенны, обладающие таким качеством, как быстрое и гибкое управление лучом. Реализация такой антенны в виде SIWSAA имеет существенные преимущества. Отсутствие выступающих частей позволяет совмещать апертуру антенны с поверхностью летательного аппарата без потери аэродинамических свойств последнего или с фасадом здания, обеспечивая скрытное расположение антенны. SIW конструкция также снижает массу антенны по сравнению с ФАР на основе сплошных металлических волноводов.

В данной работе были проведены численные в программе электродинамического моделирования Ansys HFSS, аналитические и экспериментальные исследования возможности коммутации излучения продольной щели в волноводе на основе SIW-структуры, заполненной диэлектриком.

Управлять излучением в ВЩР планируется с использованием установленных посередине сопротивлений. Под установкой сопротивления посередине щели имеется ввиду пайка радиокомпонентов снаружи волновода на широкую стенку посередине щели. В работе [12] при попытке пайки  $\text{pin}$  диодов таким образом на сплошной прямоугольный металлический волновод исследователи столкнулись с технологической проблемой. Пайка отваливалась во время незначительной деформации стенки. Была предпринята попытка решения данной проблемы с помощью замены верхней стенки волновода с щелями на двухслойно металлизированную диэлектрическую пластину. Однако было замечено, что в промежутке между слоями возбуждающиеся поверхностные волны, существенно изменяющие фазовое распределение между щелями и искажающие диаграмму направленности решетки.



Используемая в данной работе конструкция волновода решает выше описанную проблему, т.к. является более гибкой.

## ГЛАВА 1. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

### 1.1 Прямоугольный волновод

Волновод — искусственный или естественный канал, при распространении вдоль которого волна в нём слабо затухает. Поле волны при этом сосредоточено внутри канала или в непосредственно примыкающей к нему области. Существуют множество типов линий передачи СВЧ. Примеры линий передачи, приведены на рис. 1.1 [23,5].

Волноводу, исследуемому в данной работе, соответствует эквивалентный прямоугольный волновод, поэтому далее рассматривается именно такой тип волновода, показанный на рис. 1.1 б).

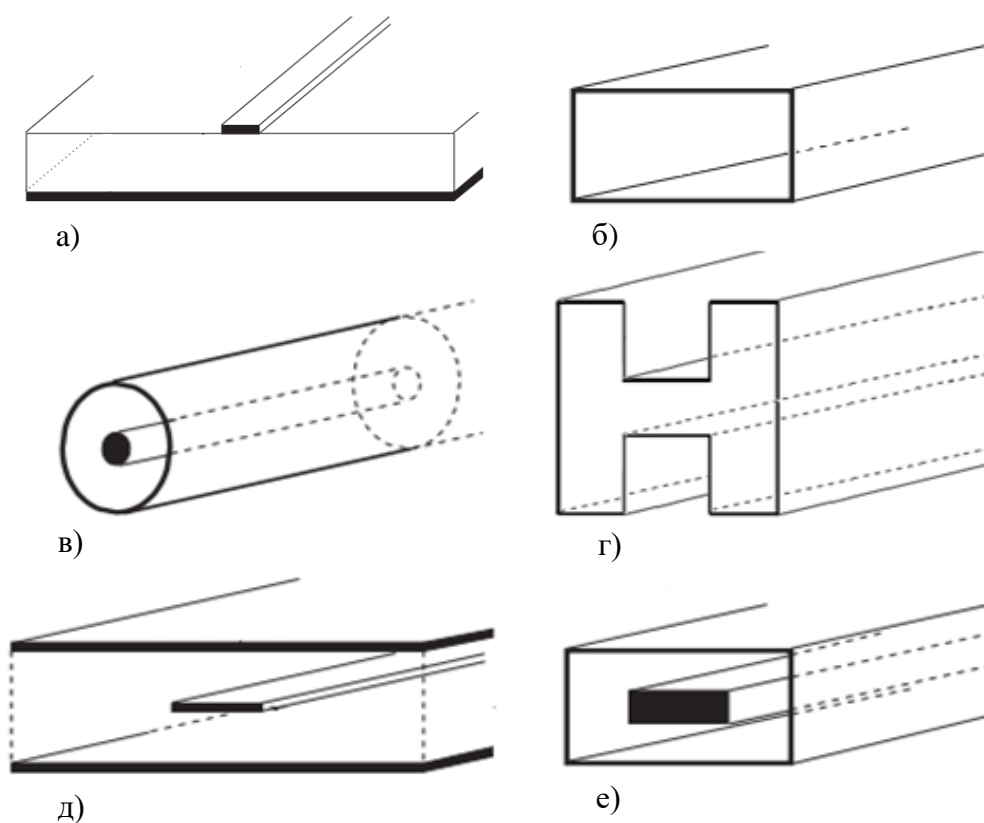


Рис. 1.1 Типы линий передачи СВЧ: а) несимметричная полосковая линия б) полый металлический волновод прямоугольного сечения в) Коаксиальная линия с круглым центральным проводником г) волновод Н-образного сечения е) прямоугольная коаксиальная линия с плоским центральным проводником.

Прямоугольный волновод (рис. 1.1 б) представляет собой металлическую трубу с прямоугольным поперечным сечением. Ширина волновода  $a$  (размер широкой стенки), высота  $b$  (размер узкой стенки).

Основные аспекты прямоугольного волновода:

- Критическая длина волны.

В полых волноводах распространение электромагнитных волн возможно только при выполнении соотношения  $f < f_{кр}$ , где  $f_{кр} = \frac{\lambda_{кр}}{c}$  – критическая частота волновода, определяемая геометрическими параметрами волновода,  $\lambda_{кр}$  – критическая длина волны, а  $c$  – скорость света. Критическая длина волны определяется из решения уравнения Гельмгольца для замкнутой идеально проводящей трубы и определяется для прямоугольного волновода формулой (1.1):

$$\lambda_{кр} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{2}\right)^2 + \left(\frac{n}{2}\right)^2}}, \quad (1.1)$$

$m, n$  – индексы характеризующее тип волны, которые равны числу полупериодов синуса и косинуса, укладываемых вдоль соответствующей стенки волновода. Волна, обладающая наибольшей критической длиной, называется волной основного типа.

Для прямоугольного волновода волной основного типа является волна типа  $H_{10}$ , для которой  $\lambda_k = 2a$ . На рис. 1.2 приведено соответствующее ей распределение токов на стенках, а на рис. 1.3 и 1.4 объёмное распределение магнитного и электрического полей, рассчитанные программе Ansys HFSS. Одномодовый режим в волноводе реализуется в октавной полосе частот и в диапазоне длин волн  $a < \lambda < 2a$ .

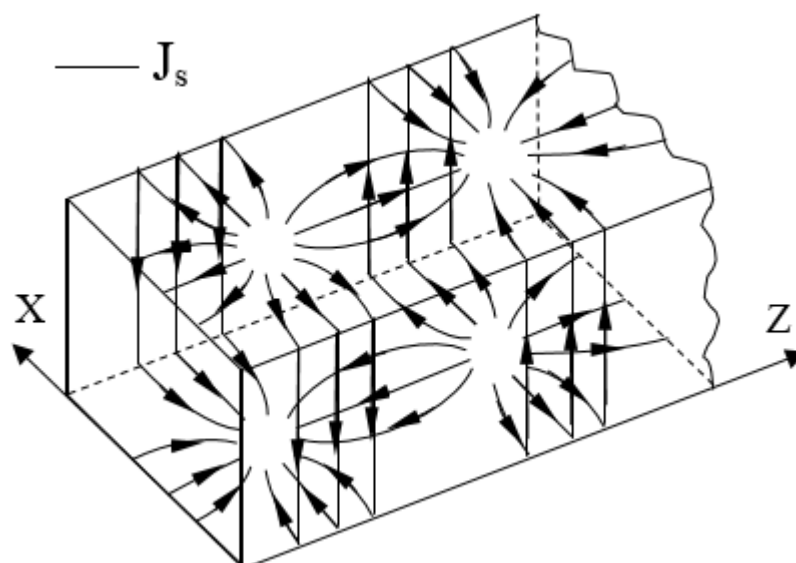


Рис. 1.2 Распределение токов для волны типа  $H_{10}$  на стенках прямоугольного волновода.

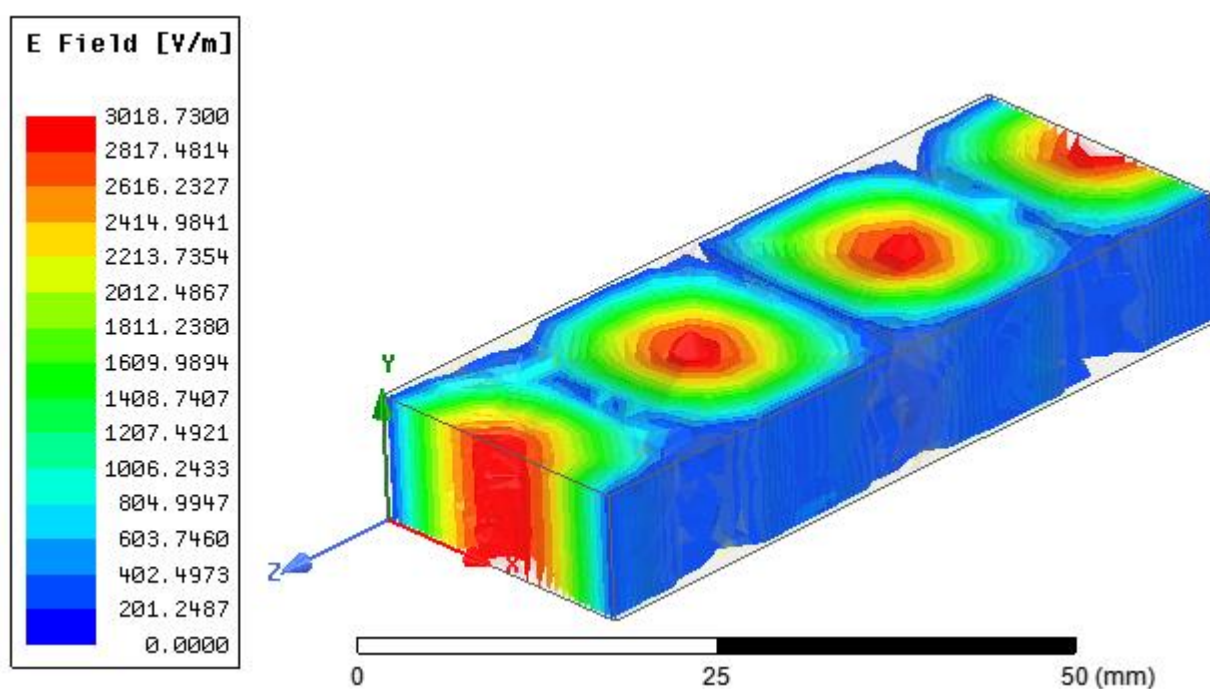


Рис. 1.3 Объёмное распределение электрического поля в прямоугольном волноводе.

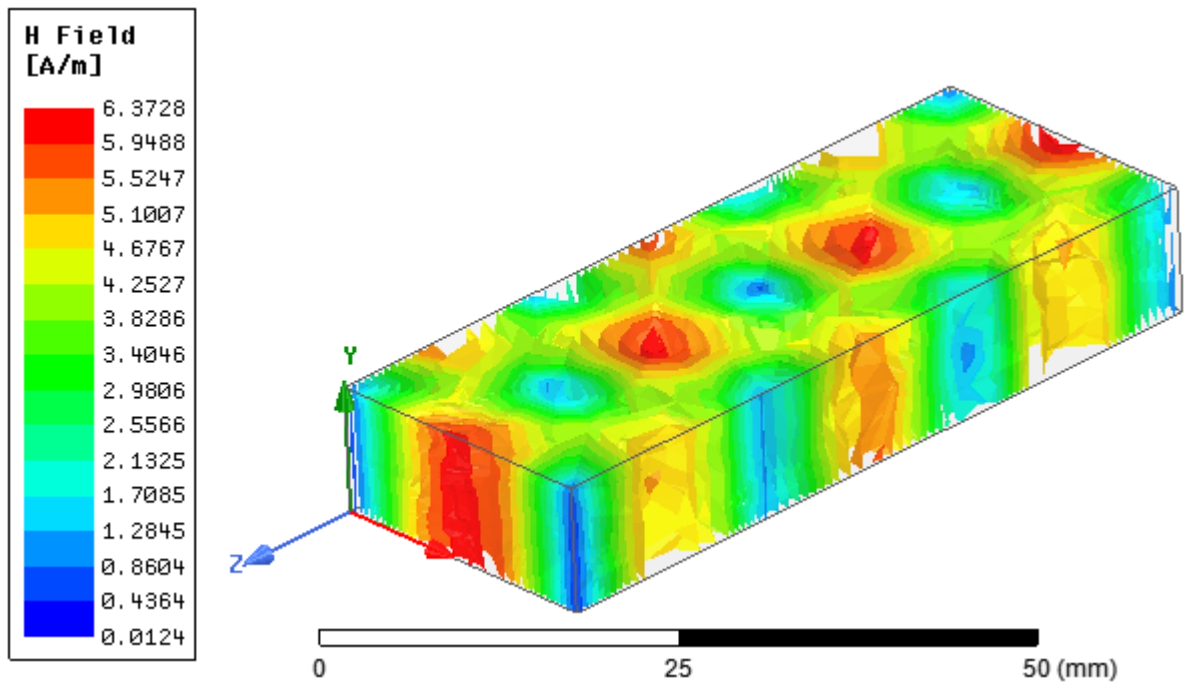


Рис. 1.4 Объемное распределение магнитного поля в прямоугольном волноводе.

- Длина волны в волноводе ( $\lambda_B$ )

Данная величина отличается от длины волны в свободном пространстве ( $\lambda_0$ ). По определению, длина волны в волноводе представляет собой расстояние между двумя ближайшими точками вдоль оси волновода, фазы колебаний которых отличаются на  $2\pi$ . Зависимость этих двух длин волн называется дисперсионной характеристикой волновода и описывается формулой (1.2) [23,5]:

$$\lambda_B = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_K}\right)^2}}, \quad (1.2)$$

## 1.2 SIW структура

SIW-структура представляет собой линию передачи, созданную двумя рядами металлических межслойных переходов, которые обеспечивают электрическое соединение двух параллельных металлических пластин, ограничивающих диэлектрическую подложку. На рис. 1.5. изображена схема структуры, где  $h$  – толщина диэлектрической подложки, длина и ширина обозначены как  $l$  и  $w$  соответственно,  $d$  – диаметр штырей,  $p$  – расстояние между

соседними отверстиями (также известное как длина шага). Значение  $h$  обычно меньше, чем значение  $w$  (то есть:  $h < w$ ).

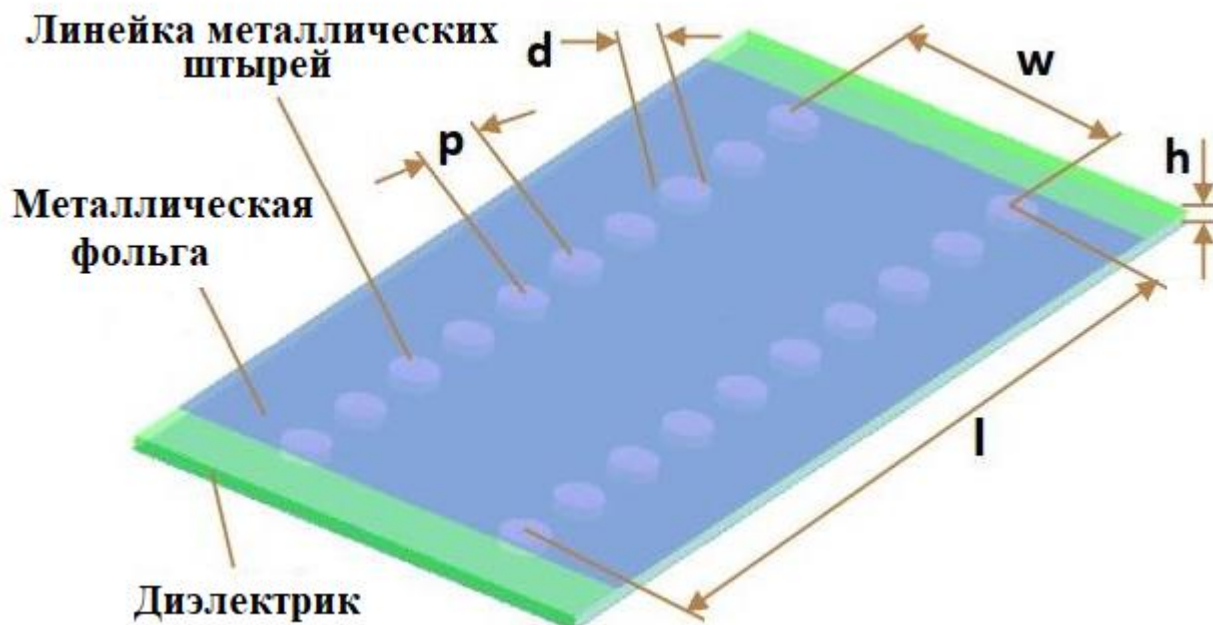


Рис. 1.5 SIW-структура.

В работах [14,18] были получены распределения электрического поля в одномодовом режиме для SIW структуры и для эквивалентного волновода с одинаковым диэлектриком (рис. 1. 6.). В итоге распределение основной  $TE_{10}$  моды электрического поля оказалось почти одинаковым.

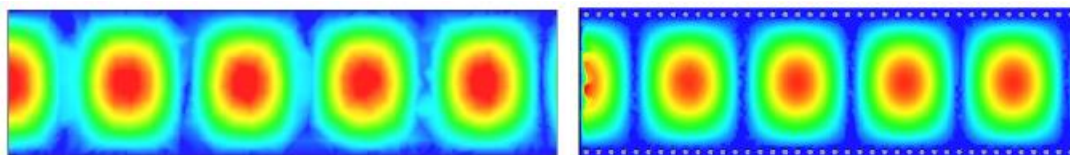


Рис. 1.6 Распределение моды  $TE_{10}$  в эквивалентном волноводе (слева) и в SIW структуре (справа). Рисунок из [14].

Чтобы минимизировать потери излучения в полости, значения  $d$  и  $p$  должны быть тщательно выбраны. В работе [15] было проведено исследование структуры. Оно показано, что потери на излучение ничтожны при соотношении

$d/p \geq 0,5$  (рис. 1. 6.). В общем случае потери излучения имеют тенденцию уменьшаться по мере того, как  $w$  становится меньше при постоянном соотношении  $d/p$  (рис. 1.7).

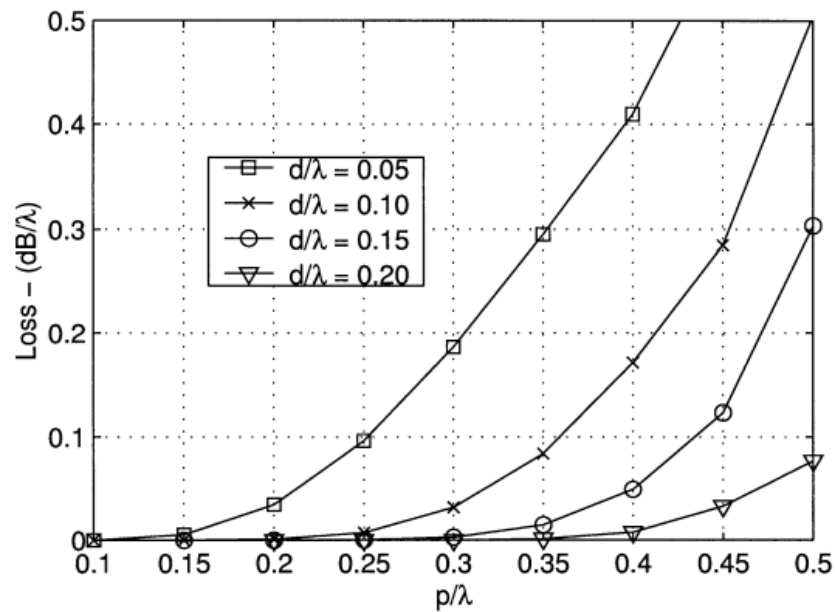


Рис. 1.7 Кривые нормированных рассеиваемых мощностей волновода относительно  $s$  (длины шага линейки металлических штырей) для различных  $d$  (диаметр штырей). Все величины нормализована к длине волны.

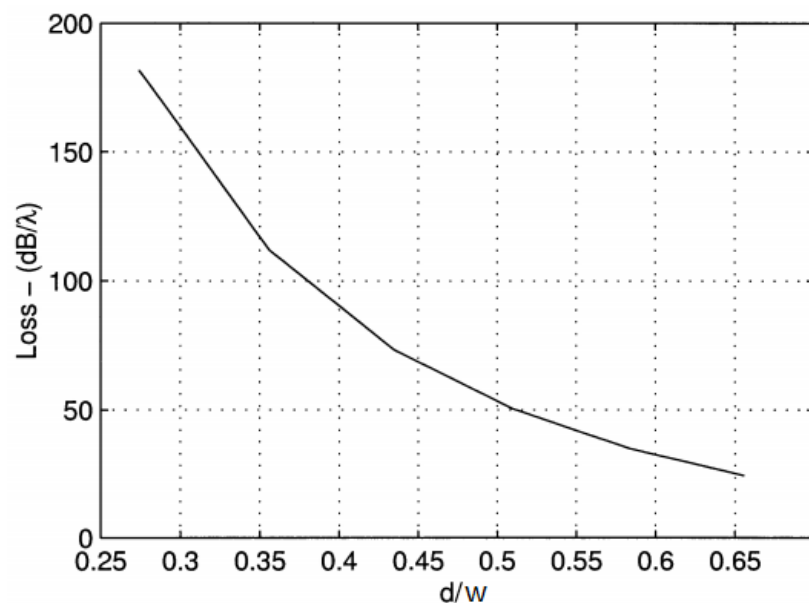


Рис. 1.8 Нормированная рассеиваемая мощность волновода (нормированная к длине волны) относительно  $d/w$  ( $d$  – диаметр штырей,  $w$  – ширина волновода) при постоянном соотношении  $d/p$ .

Исходя из [15] разность фаз в передаче между двумя портами структуры различной длины позволяют рассчитать константу распространения. Затем она может быть сопоставлена или преобразована в эквивалентный прямоугольный волновод со сплошными металлическими стенками. При  $d/p \geq 0,5$  и  $d/w < 0,4$  сопоставление идеально подходит во всех полосах пропускания, представляющих интерес. Таким образом, все существующие процедуры проектирования и теория, разработанные для прямоугольного волновода непосредственно применимы к SIW-структуре.

### 1.3 Щелевая антенна

ВЩР – один из видов плоских линейных многоэлементных антенн. Они представляются в виде волноводов или металлических пластин, в стенках которых прорезаются щели, являющиеся излучающими элементами данных антенн. Щелью в волноводной, антенной технике называют обычно прямоугольное отверстие, длина которого значительно превосходит его ширину.

Основным преимуществом таких антенн является узкая диаграмма направленности в плоскости, проходящей через ось волновода. В тоже время большим недостатком можно отметить ограниченность диапазоновых свойств. При изменении частоты происходит отклонение луча в пространстве от заданного направления.

Основные типы излучающих и неизлучающих щелей показаны на рис. 1.9. Возбуждение одиночной щели происходит тогда, когда ее пересекают электрические токи, текущие по внутренним поверхностям стенок волновода. В том случае, когда щель расположена вдоль линий поверхностного тока, электрическое поле внутри щели не возбуждается [1].



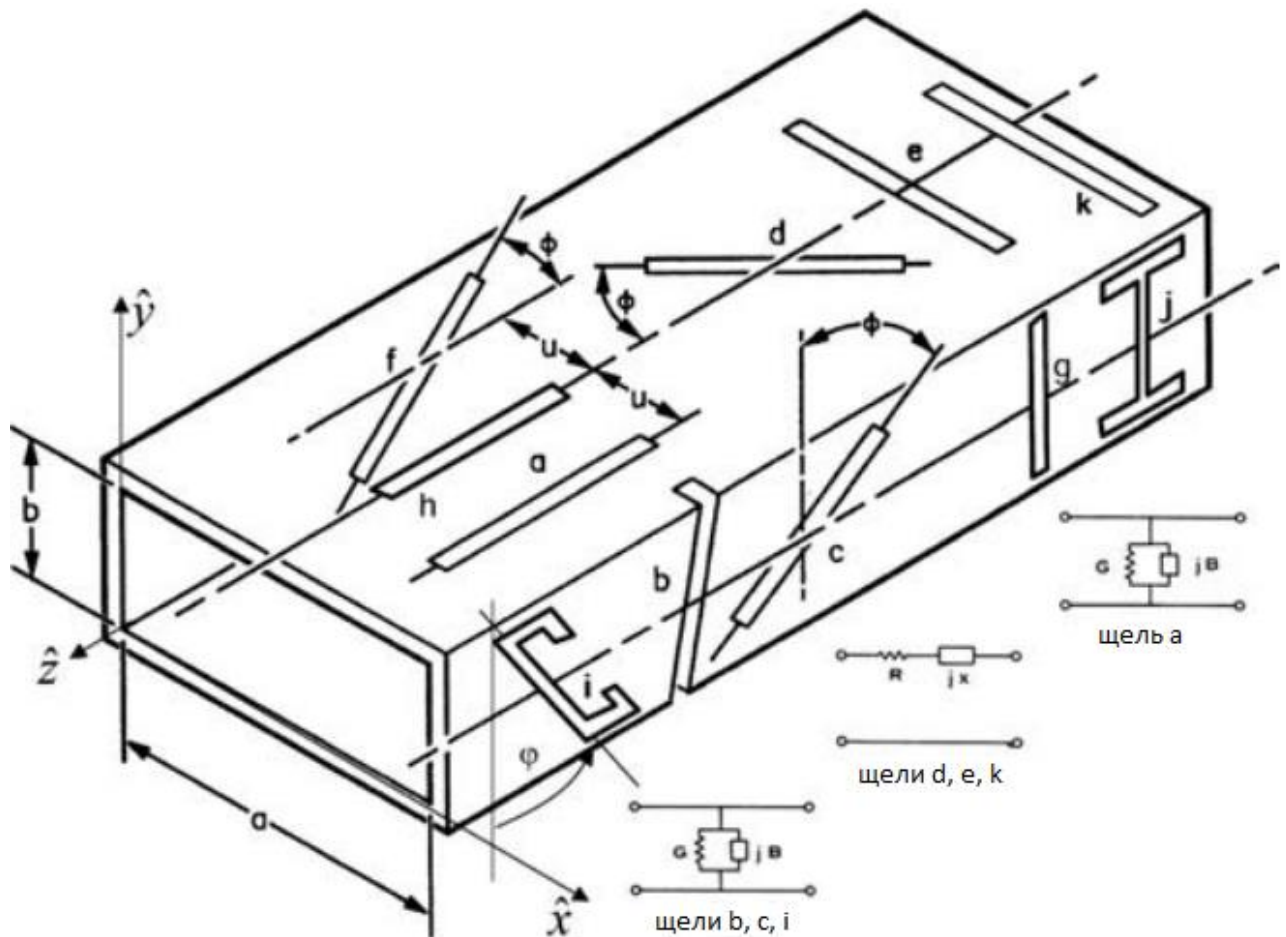


Рис. 1.9 Виды щелей в прямоугольном волноводе.

Существуют резонансные и нерезонансные щелевые антенны. Резонансными называют антенны, расстояние между соседними щелями которых равно половине длины волны в волноводе ( $\lambda_v/2$ ). Принцип их действия в том, что щелевые элементы возбуждаются стоячей волной, установленной внутри волновода, а значит, и все щели они имеют одинаковую фазу. Решётка, элементы которой излучают синфазно, излучает по нормали к оси антенны. Такие антенны согласованы в узкой полосе частот.

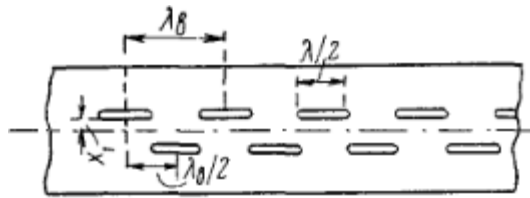


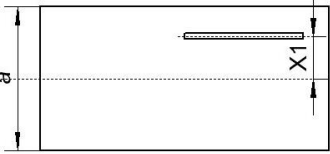
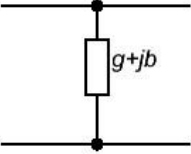
Рис. 1.10 Резонансная антенна с продольным расположением щелей.

Нерезонансными щелевыми антеннами называют антенны, у которых расстояние между соседними щелями в пределах рабочей полосы несколько меньше или больше половины длины волны. Полоса согласования нерезонансных антенн шире, чем резонансных. Отличие расстояния между щелями приводит к несинфазному возбуждению падающей волной, что приводит к линейному изменению фазы и отклонению максимального излучения от нормали к оси.

Щель, прорезанная в волноводе, нарушает режим его работы: вызывает дополнительные потери кроме собственных потерь в волноводе и отражает часть энергии. Поэтому представление о влиянии щели на поле в волноводе можно получить, заменив волновод эквивалентной двухпроводной линией, в которую включены последовательно или параллельно сопротивления. Способ подключения сопротивления зависит от типа щелей. Продольная щель эквивалента параллельному сопротивлению. Эквивалентная схема продольной щели и её сопротивление приведены в таблице 1.1[3]. Сопротивление чисто активное при длине щели  $\lambda/2$ . Чем шире щель, тем её резонансная длина становится меньше  $\lambda/2$ .

Таблица 1.1

## Схема и эквивалентная проводимость продольной щели

Расположение щели	Эквивалентная схема	Эквивалентная нормированная активная проводимость для щели длиной $\lambda/2$
		$g = 2,09 \frac{a}{b} \frac{\lambda}{\lambda_B} \cos^2 \left( \frac{\pi}{2} \frac{\lambda}{\lambda_B} \right) \sin^2 \left( \frac{\pi x_1}{a} \right)$

Следует отметить, что из-за того, что часть мощности отражается обратно в волновод, резонансная длина щели в волноводе получается отличающейся от резонансной длины щели, как в металлическом экране конечных размеров, так и резонансной длины в металлическом экране бесконечных размеров. Это связано с эффектами в волноводе (на это, например, влияет то, что часть энергии щели излучается обратно в волновод). На резонансную длину также влияет ширина щели и её положение относительно оси волновода (для продольных щелей). Ширина щели определяется из соображений полосы пропускания антенны и её электрической прочности. Электродинамический расчёт резонансной длины щелей довольно сложен. В настоящее время эти параметры обычно подбираются экспериментально или путём численного моделирования.

#### 1.4 Электрическое управление лучом в щелевой антенне

В волноводно-щелевой решетке (как и в других антенных решетках) управление лучом происходит по средствам изменения сдвига фазы между элементами (щелями) решетки. Известно несколько способов изменения фазы между щелями. Самый простой в технической реализации это частотный. Он имеет ряд недостатков, а именно невозможность использования одной частоты для разных направлений луча, необходимость в более сложном и дорогостоящем генераторе, ограниченный сектор сканирования. Существуют и другие методы изменения фазы. Во второй половине 20 века запатентовано три таких идеи:

- Выборочное перекрытие щелей (перекрытая щель не излучает) pin, s-pin диодами [20], микромеханическими переключателями (МЭМС) или FET транзисторами [Ошибка! Источник ссылки не найден.] таким образом, чтобы расстояние между ними ( $a$  – период антенной решётки) не было больше длины волны. Если период решётки  $a < \lambda$ , то высшие дифракционные максимумы будут вне области реальных углов и ДН будет содержать только один главный максимум. В противном случае в ДН может быть несколько главных максимумов.

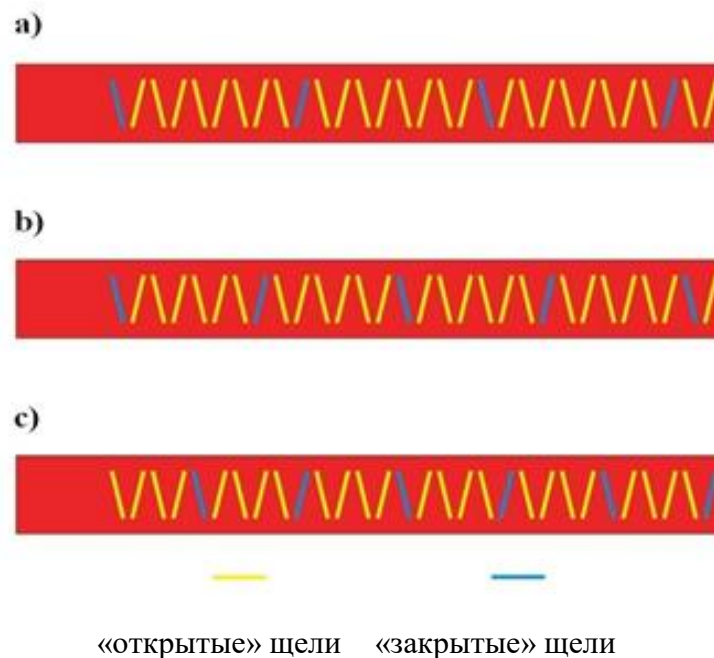


Рис. 1.11 Пример конфигураций щелей в решётке

- Бинарное изменение фазы каждого излучателя [22]. Излучающий элемент представляет собой две продольные щели, прорезанные в широкой стенке прямоугольного волновода симметрично центральной линии. В щель вставлено по диоду, сопротивление которого можно менять, задавая два значения. Что позволяет управлять состоянием щели (закрытая щель и открытая). Закрытая - щель не излучает, открытая - излучает. Соответственно у диода в этих случаях низкое сопротивление или высокое. В итоге, становится возможным бинарно

менять фазу элемента решётки, создавая аппериодичное фазовое распределение по длине антенны.

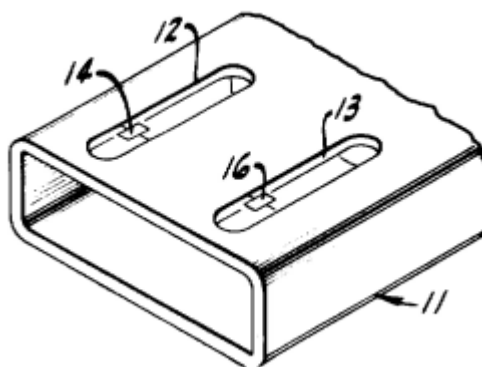


Рис. 1.12 Элементарный излучатель решетки. Вид параллельных щелей (12,13) в волноводе (11) с вставленными внутрь элементами коммутации (14, 16)

Ни одна из предложенных идей до сих пор не была реализована на практике в полной мере из-за многих конструктивных особенностей. Среди которых сложность подвода питания, трудность регулировки возбуждения щели, разрушению крепления коммутаторов большой толщины металлической поверхности, т. к. система не являлась гибкой и другие особенности.

В Санкт-Петербургском политехническом университете на кафедре радиофизики был создан и экспериментально исследован образец волноводно-щелевой решётки с электронным управлением лучом [12]. Были прорезаны 2 группы щелей на боковой стенке волновода  $23 \times 10$ , в центр щелей помещались рpn диоды, которые в отсутствии подвода в них постоянного напряжения состоянии не пропускают сигнал, так как имеют бол емкость, тем самым перекрывают щели, а в открытом состоянии без ослабления пропускают сигнал, следовательно, щели открыты. В итоге установлена возможность коммутации щелей с помощью рpn диодов.

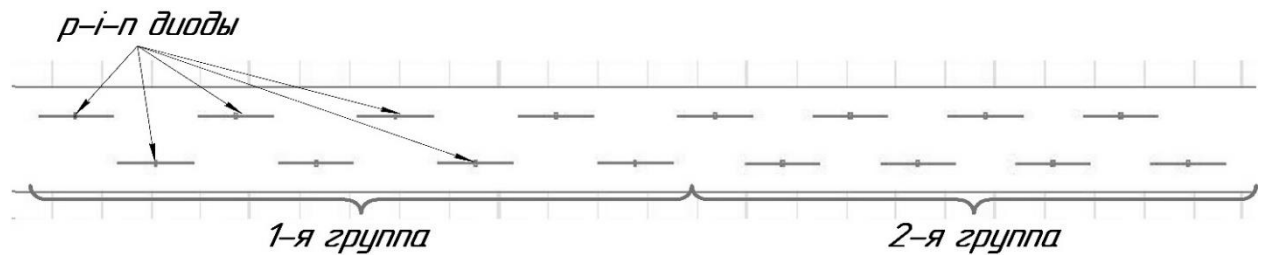


Рис. 1.13 Резонансная антенна с продольным расположением щелей.

## 1.5 Численное моделирование электродинамических характеристик в программном пакете Ansoft HFSS

С начала 60-х годов прошлого века, как только это позволил уровень развития вычислительной техники, в мире начали интенсивно развиваться численные методы расчета высокочастотных электромагнитных полей, анализа и оптимизации микроволновых устройств. Переход от программ, рассчитывающих СВЧ структуры методами теории цепей (к которым относится метод Олинера, имеющий в ряде случаев достаточно высокую для практических задач точность расчета) к программам, выполняющим полноценный расчет трехмерного электромагнитного поля, объясняется в первую очередь тем, что многие части реального устройства не поддаются декомпозиции на элементы, которые есть в библиотеке моделей.

Говоря о программах электродинамического моделирования, следует отметить большое разнообразие используемых математических методов.

- Метод моментов, реализованный в MWO, предназначен для моделирования многослойных печатных схем.
- Методом FDTD (Finite Difference Time Domain) позволяет анализировать сложные структуры, произвольной конфигурации, анализировать невзаимные СВЧ устройства.
- Метод конечных элементов (МКЭ) (Finite Element Method, FEM) используемый программе High Frequency System Simulator (HFSS) компании AnSoft. Эта программа предназначена для анализа трехмерных СВЧ структур, в том числе, антенн и невзаимных устройств, содержащих ферриты.

В данной работе для расчёта электродинамических параметров исследуемой антенны взят МКЭ, как самый универсальный и точный из вышеперечисленных методов. Но обладающий большими затратами компьютерных ресурсов.

Суть этого метода заключается в разбиении области, в которой нас интересует решение электродинамической задачи, на простейшие элементарные объёмы – тетраэдры. Разбиение осуществляется специальной подпрограммой HFSS – Mesher. При этом размер тетраэдра должны быть мал настолько, чтобы поле внутри описывалось простой функцией или набором функций с неизвестными коэффициентами. Эти коэффициенты находятся из уравнений Максвелла и граничных условий. В результате решение электродинамической задачи сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно неизвестных коэффициентов разложения.

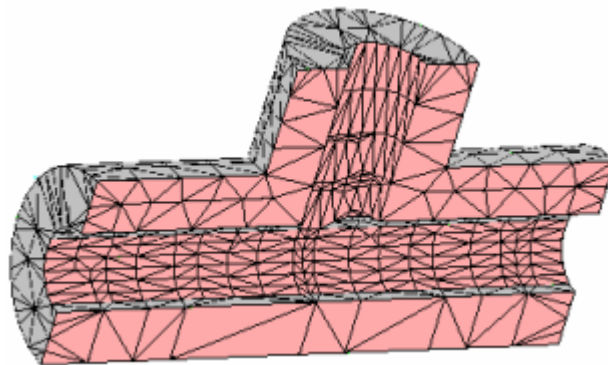


Рис. 1.14 Разбиение на тетраэдные элементы

Ясно, что численное решение уравнений возможно только в конечной области пространства. В то же время, задачи, связанные с излучением и приёмом электромагнитных волн, сталкиваются с необходимостью определения полей в дальней зоне. Эта задача решается с помощью установки границы излучения Radiation, на которой задаётся условие излучения Зоммерфельда:

$$(\nabla \times \vec{E})_{\tau} = ik_0 \vec{E}_{\tau} - \frac{i}{k_0} \nabla \times \vec{n} (\nabla \times \vec{E})_n + \frac{i}{k_0} \nabla_{\tau} \times (\nabla \times \vec{E}_{\tau})$$

где:

- $\vec{E}_\tau$  – касательная к поверхности компонента электрического поля,
- $\vec{n}$  – единичная нормаль к поверхности,
- $k_0$  – модуль волнового вектора в свободном пространстве.

Для получения точных результатов граница Radiation не обязана иметь сферическую форму, но обязана быть выпуклой относительно и расположенной на расстоянии не менее  $\frac{\lambda}{4}$  относительно источников излучения.

При решении задачи излучения HFSS определяет электромагнитные поля на поверхности излучения и с помощью выражения (2.5.2) определяет значение электрического поля в дальней зоне.

Метод конечных элементов не оптимален и имеет свои недостатки, одним из них является противоречие между размером ячейки, уровнем точности и имеющимися вычислительными ресурсами. Если разбивать на большое количество элементов с меньшим объемом, то точность расчета одного элемента становится выше, но при этом требуется большая мощность процессора и большой объем оперативной памяти. Для подбора оптимальных размеров тетраэдральных элементов используется итерационный процесс. Он позволяет автоматически уменьшать шаг между ячейками в неоднозначных областях. Итерационный процесс завершается, когда решение удовлетворяет допустимой погрешности.

## 1.6 Постановка целей и задач

Целью работы является исследование возможности реализации немеханического управления излучением вдоль ВЦР на основе волновода SIW-структуры. Это планируется достичь изменением мощности, излученной каждой щелью ВЦР в зависимости от сопротивления, установленного посередине щели.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Аналитический расчет параметров антенны и их сравнение с численным расчетом модели ВЦР, проведенным с помощью метода конечных элементов в пакете программ Ansoft HFSS.



2. Построение экспериментального образца и экспериментальная проверка проведённых выше теоретических исследований.

3. Реализация электронного управления лучом для исследуемой ВЦР.

## ГЛАВА 2. ИССЛЕДОВАНИЕ КОММУТИРУЕМОГО ВОЛНОВОДНО-ЩЕЛЕВОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ

### 2.1 Конструкция исследуемого волноводно-щелевого излучателя

SIW-волновод выполнен по конструкции, описанной выше в разделе 1.2. Представляет собой (рис. 2.1 а) диэлектрическую пластину шириной 60 мм и длиной 116 мм, фольгированный с двух сторон медью толщиной  $h$  (рис. 2. 1 б). В фольге на верхней стенке SIW-волновода прорезаны две группы щелей шириной 0,4 мм и длиной  $l = 13$  мм в шахматном порядке (рис. 2. 2). Щели расположены в два ряда на расстоянии 5,5 мм от середины волновода, расстояние между центрами щелей в ряду 20 мм (рис. 2. 2). В фидер (рис. 2. 3 г.) для согласования питающей линии с волноводом вставлен диэлектрик в виде конуса (рис. 2. 3 а) из тефлона. На торце SIW-волновод нагружен на согласованную нагрузку (рис. 2. 3 д), выполненную в виде поглотителя в форме конуса (рис. 4. б) и диэлектрической детали из тефлона (рис. 4. в), дополняющей поглотитель до сечения волновода SIW-структуры.

В конструкции, качестве диэлектрика, везде используется тефлон  $\varepsilon = 2,2$ . Параметры поглотителя (рис. 4. б):  $\varepsilon = 5,5$ ; относительная магнитная проницаемость – 1,8; тангенс диэлектрических потерь – 0,13; тангенс магнитных потерь – 0,78.

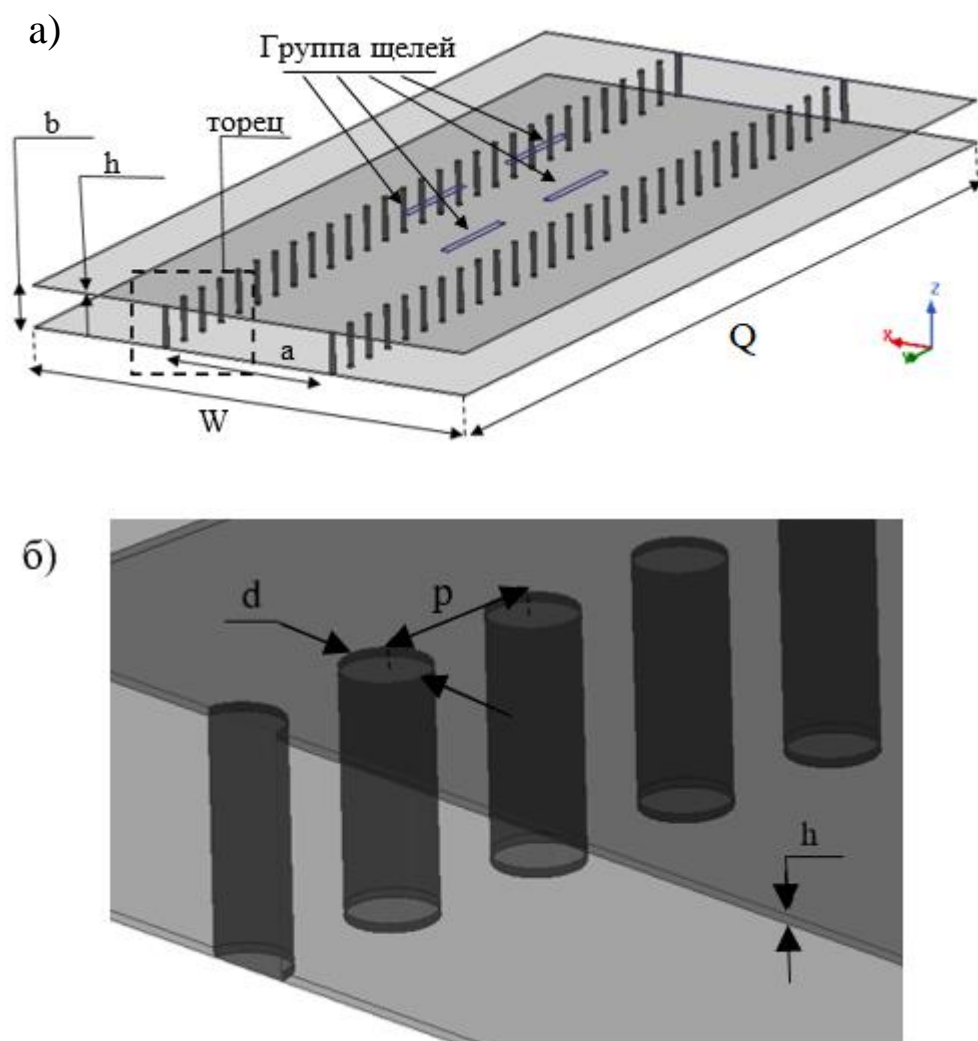


Рис. 2.1 а) SIW структура; б) торец структуры крупным планом.

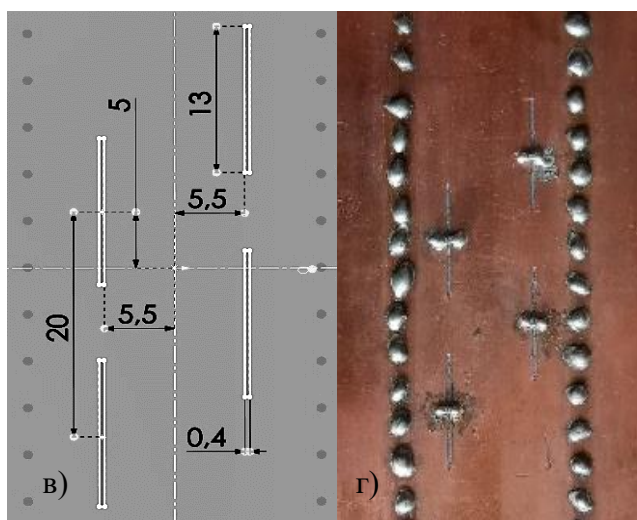


Рис. 2.2 а) Щели в верхней стенке SIW-волновода (чертёж); б) щели в верхней стенке SIW-волновода (вид на опытном образце). Размеры указаны в мм.

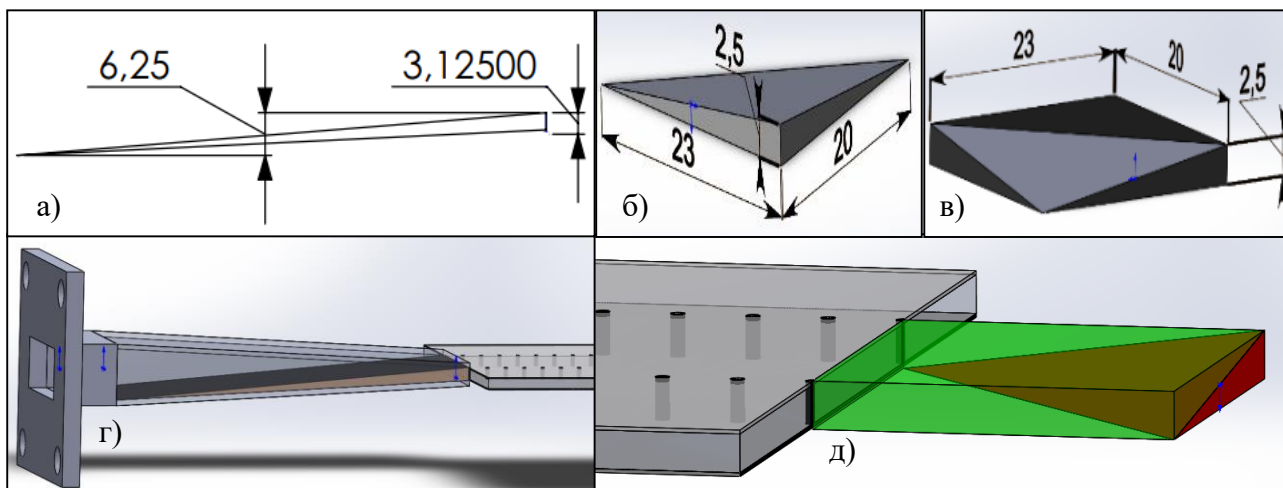


Рис. 2.3 а) Диэлектрическая пластинка б) поглотитель в) диэлектрическое дополнение г) фидер д) согласованная нагрузка. Размеры указаны в мм.

Руководствуясь приведёнными в разделе 1.2 соображениями по поводу соотношения  $d/p$ , а так же, опираясь на исследования, проведённые ранее в ВШПФиКТ [4,6,19] для предотвращения потерь энергии сквозь линейку штырей было решено взять  $d = 0,8$  мм,  $p = 4,1$  мм,  $w = 23$  мм ( $w$  – расстояние между центрами двух расположенных напротив друг друга штырей), соответственно  $d/p = 0,2$ ,  $d/w = 0,035$ . В университете был доступен источник ЭМВ с частотой излучения 10,44 ГГц,  $\lambda = 28,7$  мм, поэтому при расчетах была взята эта частота.

Как можно заметить, выбранные  $d/p = 0,2$  ( $p/\lambda = 0,14$ ,  $d/\lambda = 0,028$ ) не соответствует рекомендуемому в [15], где советовалось на выборе  $d/p \geq 0,5$ . По рис. 1. 6. видно, что при этом потери должны составить единицы процентов.

Мною проведен расчёт в программе Ansys HFSS электродинамических характеристик исследуемой структуры в двух вариантах: SIW-структура без щелей и со щелями. На рис. 2. 4. представлена зависимость  $L$  – нормированной рассеянной мощности от частоты и отмечены маркером с выноской значения  $L$  при исследуемой частоте  $f = 10,44$  ГГц. По графику видно, что потери ЭМВ на линейках штырей составили единицы процента, а именно 8% на исследуемой частоте. Следовательно, изготовление антенны с приведёнными параметрами целесообразно.

На кафедре радиофизики СПбПУ имени Петра Великого был изготовлен опытный образец антенны по выше приведённым параметрам (рис. 2.5.).

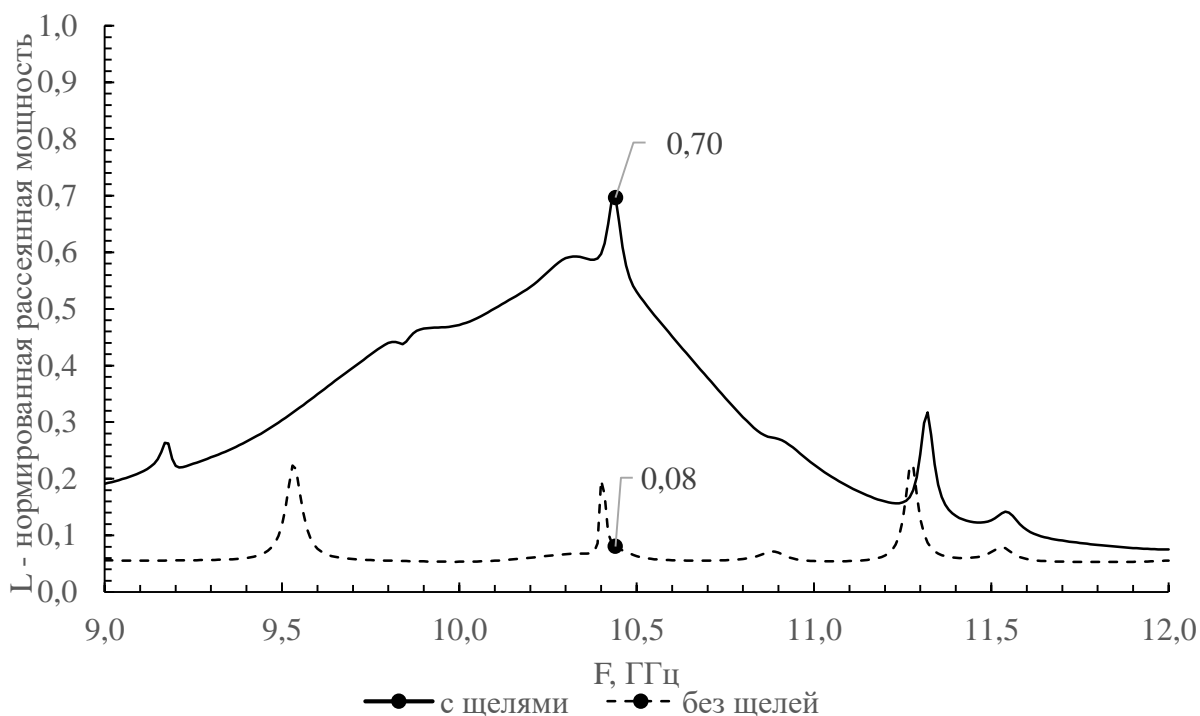


Рис. 2.4 Нормированная рассеиваемая мощность  $L$  исследуемой конструкции.

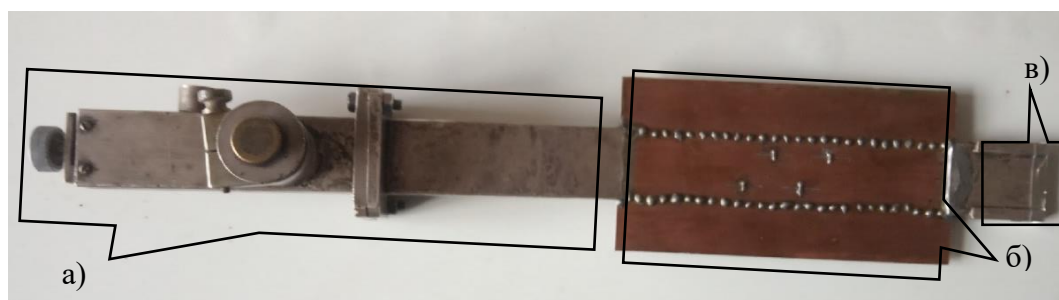


Рис. 2.5 Изготовленная конструкция: а) фидер; б) антенна; в) согласованная нагрузка.

## 2.2 Сравнение аналитической, численной и экспериментальной ДН

Воспользуюсь результатами работ [6,19] в которых рассматривался аналогичный тип антенны. В них предлагается аналитическая формула (2.1) расчёта ДН в плоскости вдоль щелевых излучателей перпендикулярно апертуре  $\varphi = \pi/2$ . ВЦР представляется в упрощенном виде, а именно, в виде плоской

линейной антенной решетки с ориентацией излучающих элементов вдоль оси Y (рис. 2.6) [7]. Расстояние между центрами излучателей  $g$  и количество излучателей  $n$ . В моём случае  $g = 10$  мм,  $n = 4$ .

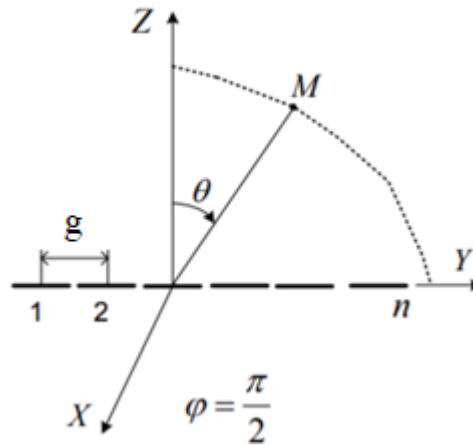


Рис. 2.6 Линейная антенная решетка.

Формула для расчёта ДН (2.1):

$$F(\theta) = \left| \frac{\cos(k \cdot l \cdot \sin \theta) - \cos(k \cdot l)}{\cos \theta} \right| \cdot \left| \cos \left( \frac{\pi \cdot g \cdot \sin \theta}{\lambda_1} + \frac{\pi \cdot g}{\lambda_1} \right) \cdot \cos \left( 2 \frac{\pi \cdot g \cdot \sin \theta}{\lambda_1} + 2 \frac{\pi \cdot g}{\lambda_1} \right) \right|, \quad (2.1)$$

Был произведён численный расчет ДН модели антенны в Ansys HFSS с размерами и материалами, указанными в предыдущем разделе 2.1. Далее была измерена в антенной лаборатории СПбПУ имени Петра Великого в ВШПФиКТ ДН изготовленного образца антенны (рис. 2.5).

На рис. 2.7 приведены сравнения ДН аналитической, численной и экспериментальной, измеренных и рассчитанных в дальней зоне в плоскости перпендикулярной плоскости антенны вдоль линеек щелей. Теоретические графики почти совпадают между собой, различия наблюдаются ближе к краям ДН. Экспериментальная ДН имеет максимум в том же направлении, но имеет несколько уже ширину. Это скорее всего связано с тем, что при моделировании

не учитываются потери и отражения от окружающих предметов. Такое хорошее совпадение аналитической и численной ДН говорит о верности применяемых методов. Подтверждение последнему, является, экспериментально снятая ДН.

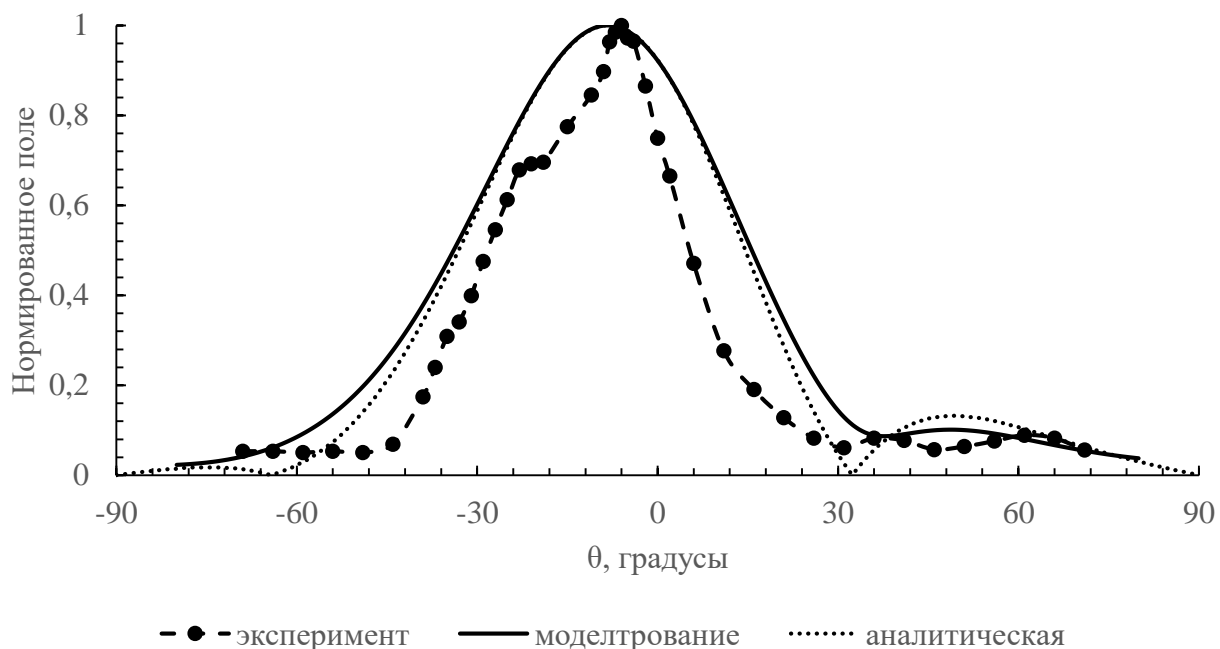


Рис. 2.7 ДН антенны с открытыми щелями

### 2.3 Сопротивление щели в волноводе SIW-структуры

Один из способов контроля излучения ЭМВ щели воздействие на их проводимость управляемой нагрузкой – рin диодом, установленным посередине щели [20]. Нагрузка подключается к щели параллельно, т.к. её установка посередине щели не меняет распределения поля в последней.

Схема рin диода на СВЧ приведена на рис. 2.8. [2], где  $C$  – емкость рin структуры,  $r_s$  – сопротивление потерь в сильно легированных областях, омических контактах и выводах диода,  $R_i$  – сопротивление  $i$ -слоя,  $C_k$  – емкость керамического, стеклянного корпуса диода. Планируется использование без корпусного диода в виду его меньших размеров и более простой эквивалентной схемы (рис. 2. 8. б). У рin диодов, представленных на рынке  $r_s$  составляет от десятых долей до нескольких Ом,  $R_i$  в режиме прямого тока составляет около 1

Ом на см, а в стационарном режиме несколько кОм. На частотах СВЧ у диодов с диаметром 0,5 мм и меньше скин эффект не вызывает значительного увеличения  $R_s$ .

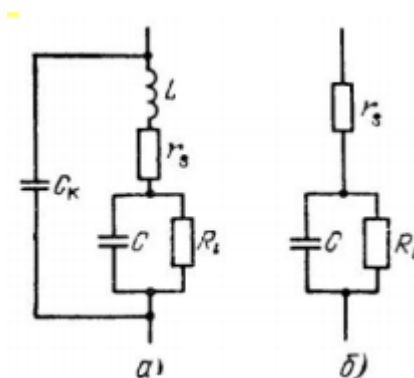


Рис. 2.8 Эквивалентные схемы pin диода на СВЧ: а) в корпусе б) без корпуса

Подача постоянного напряжения разного уровня на pin диод меняет его ёмкость. Ёмкость большинства pin диодов изменяется в зависимости от подаваемого на них управляющего напряжения от сотых долей до единиц пикофард. На частотах порядка 10 ГГц такая ёмкость соответствует единицам кОм и десятков Ом. Исходя из сказанного в предыдущем абзаце на исследуемых частотах для оценки проводимости pin диода можно не учитывать  $r_s$  и  $R_i$ .

Аналитического расчета сопротивления щели с учётом нагрузки необходимо знать сопротивление первой до установки на неё последней. Для одной щели длиной  $\lambda/2$  в прямоугольном волноводе со сплошными металлическими стенками (глава 1.3 Таблица 1. 1), при таких же размерах и материалах, как в исследуемой SIW-структуре, оно равно 94 Ом. В нашем случае длина щели несколько меньше  $\lambda/2$ . Мне не удалось найти никакой формулы для расчёта сопротивления щели в SIW-структуре.

В данной работе я предлагаю посчитать сопротивление щели в SIW-структуре следующим образом. В программе Ansys HFSS сопротивление, установленное посередине щели, я моделирую двумя способами (рис. 2.9). Предполагая, что сопротивление  $R$  ставится параллельно сопротивлению щели,



$R_э$  – эквивалентное сопротивление щели с установленным посередине резистором считается по формуле:

$$R_э = \frac{R \times R_{щ}}{R + R_{щ}}, \quad (2.2)$$

где  $R_{щ}$  – сопротивление щели. Мощность, излучаемая щелью в малом телесном углу в максимуме, пропорциональна её сопротивлению. Пропорциональность мощности сопротивлению щели сохраняется при больших значениях установленного посередине щели сопротивления. В таком случае резистор не изменяет реактивного сопротивления щели, и последняя излучает ДН одинаковой ширины, что не меняет её удельной мощности, приходящейся на малый телесный угол в максимуме. Следовательно, можно получить график зависимости нормализованной мощности излучаемой щелью от установленного сопротивления. Нормировка осуществляется на максимум излучения щели при  $R=10$  кОм), когда она открытая, т.к. при достаточно больших  $R$  щель можно считать открытой. На рис. 2.10 представлен график аналитической зависимости для трёх значений  $R_{щ}$ .



Рис. 2.9 Модели установленного посередине щели резистора в Ansys HFSS.

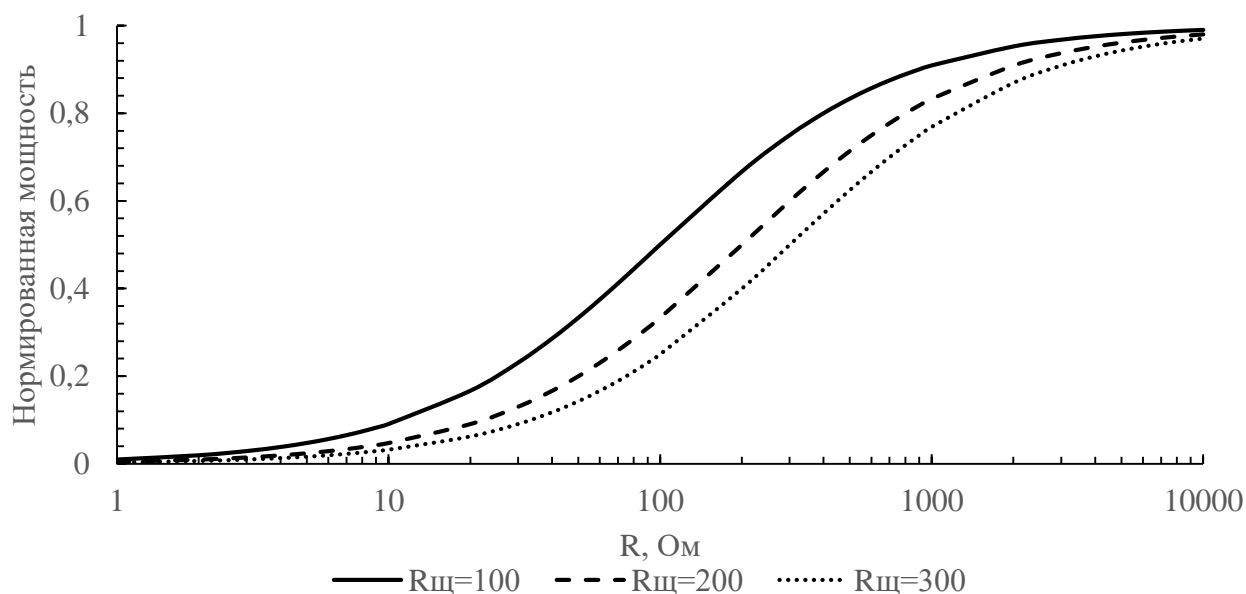


Рис. 2.10 Зависимость нормированной мощности от  $R$  при разных  $R_{щ}$ .

Можно найти сопротивление щели, подобрав по аналитической формуле  $R_{щ}$  так, чтобы аналитическая кривая совпадала с рассчитанной моделированием. Расположение щели такое же, как и в исследуемой антенне. На рис. 2.11 показаны графики аналитических кривых и рассчитанных моделированием для двух моделей резисторов: с металлическими контактами и без. Видно, что металлические контакты вносят искажения в распределение поля в щели тем самым изменяя ДН. В дальнейшем, при попытке расчета необходимого сопротивления для изменения уровня излучения антенны необходимо учитывать сопротивление щели с установленными по краям от резистора металлическими контактами, т.к. они по сути являются моделью напыла припоя, скрепляющего управляющий элемент с поверхностью антенны.

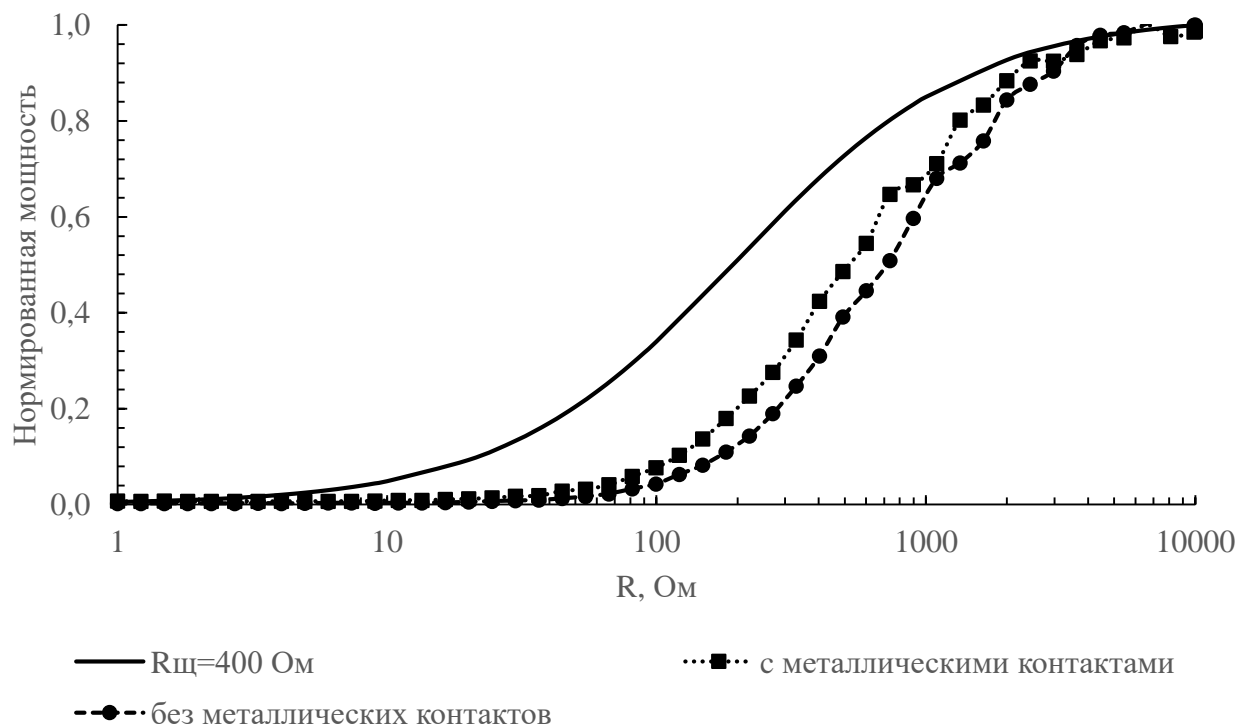


Рис. 2.11 Зависимость нормированной мощности от R.

При маленьких номиналах сопротивлений, перекрывающих щель ожидаемо излучения нет, что видно и на аналитических, и на расчетных кривых. Характер зависимости кривых аналитической и расчетной одинаковый, что может говорить о правильности подхода. Как и говорилось выше, при сопротивлениях сравнимых с сопротивлением щели такой подход оказывается не верным, но при больших R (больше 1 кОм) наклон аналитической и расчетной кривых начинает совпадать. Рассмотрим более подробно участок  $R \in 1\text{кОм} \div 10\text{кОм}$  (рис. 2.12, 2.13). Посчитанное таким образом сопротивление составляет 300-400 Ом, при чём результаты численного расчета с двумя разными моделями резисторов совпадают.

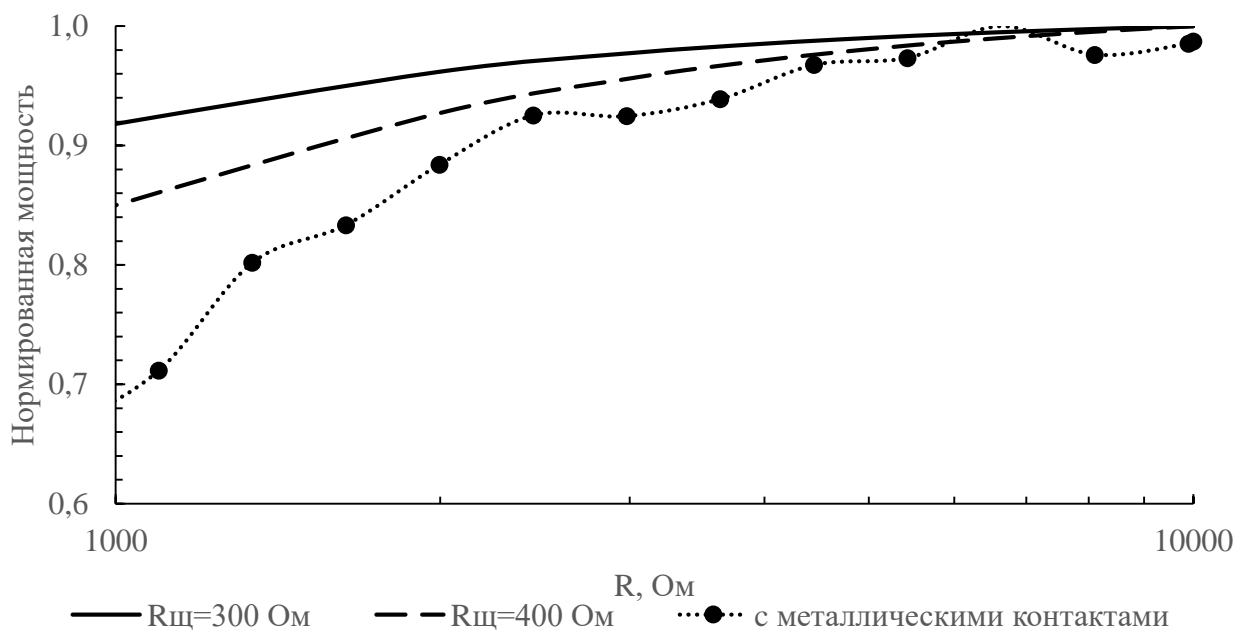


Рис. 2.12 Зависимость нормированной мощности от  $R$ . Модель резистора с металлическими контактами.

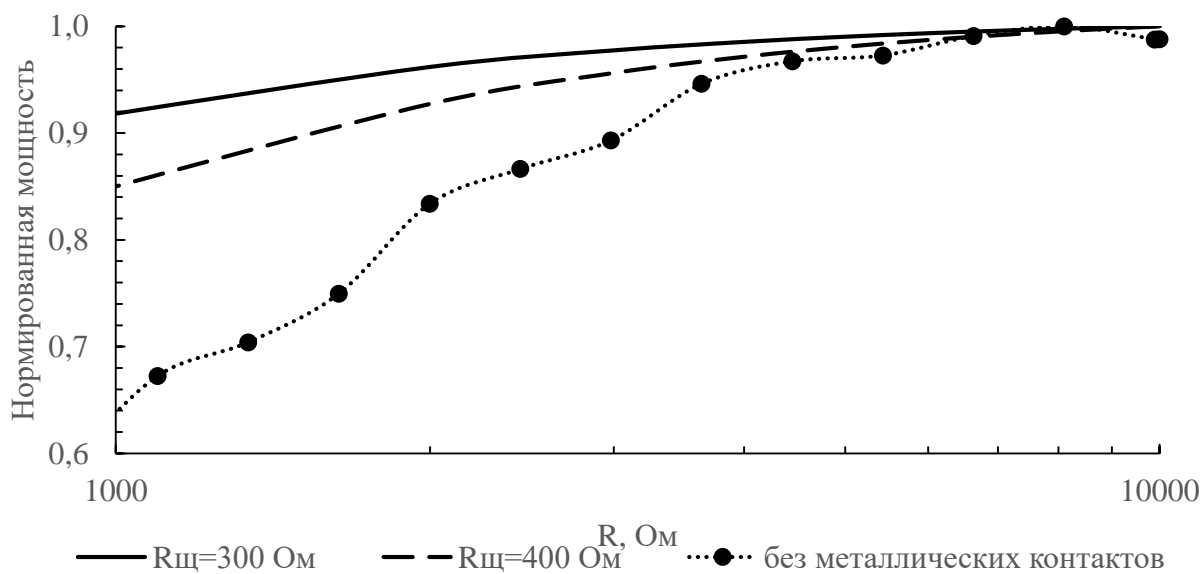


Рис. 2.13 Зависимость нормированной мощности от  $R$ . Модель резистора без металлических контактов.

## 2.4 Управление излучением щелей

### 2.4.1 Управление мощностью, излучаемой щелью

Как говорилось в предыдущем разделе, управление излучением щели планируется посредством управления проводимостью  $p\text{-}i\text{-}n$  диода, установленного

посередине щели. Было решено поставить эксперименты, моделируя сопротивление  $r_{in}$  диода резистором. Каждая щель в волноводе излучает мощность пропорциональную своему сопротивлению, следовательно, если изменить сопротивление каждой щели в  $n$ , то суммарная мощность, излученная ВШР должна также измениться в  $n$  раз. Если считать, что сопротивление щели лежит в пределах 300-400 Ом, то тогда экспериментальная кривая зависимости нормированной мощности излучения от установленного сопротивления на щели должна совпадать с соответствующими аналитической и расчетной кривыми. В экспериментах применялись следующие номиналы резисторов: 10, 100, 1000 и 10000 Ом. Сравнение результатов расчетов и экспериментов представлены на рис. 2.14.

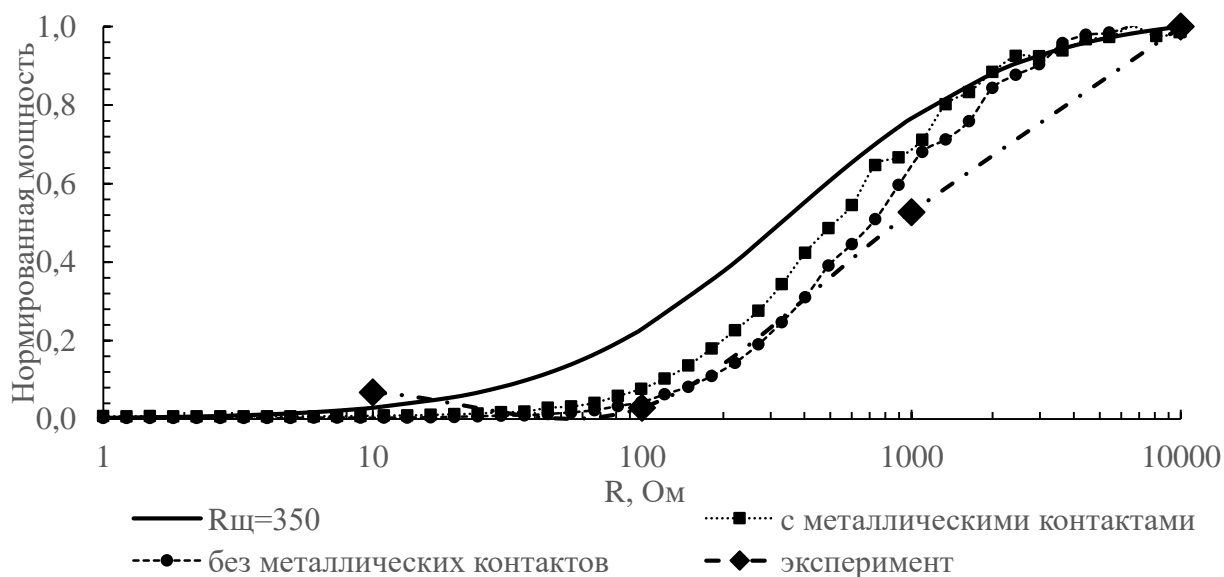


Рис. 2.14 Зависимость нормированной мощности от  $R$ . Сравнение результатов теории и эксперимента.

На графике видно, что эксперимент хоть и имеет качественно похожую зависимость, что и теория, но сильно отличается от неё. Данные экспериментов, приведённые на этом графике, некорректно сравнивать с теорией. Это связано с некорректной постановкой экспериментов. ДН для каждого номинала резистора снималась в разные дни и перед очередным экспериментом не проводились

замеры мощности, излучаемой источником. В связи с чем, необходимо снять данную кривую заново. При этом рекомендуется использовать большее количество номиналов резисторов.

#### *2.4.2 Управление ДН антенны*

В данной части работы приведены результаты компьютерного моделирования, аналитического расчета и экспериментального анализа. С помощью обоих методов исследования были получены ДН ВЦР с различными резисторами на щелях. Затем характеристики сравнивались между собой. Экспериментальная ДН снималась на приём. Источник излучения был направлен ровно на фазовый центр антенны. ДН антенны в режиме кросполяризации была на уровне шумов.

На рис. 2.15 сравниваются характеристики антенной решетки, когда крайние щели закрывались посередине с помощью металлических полосок фольги. В результате диаграммы становятся шире, что согласуется с теоретическими данными. Также видно хорошее совпадение аналитической ДН и численной.

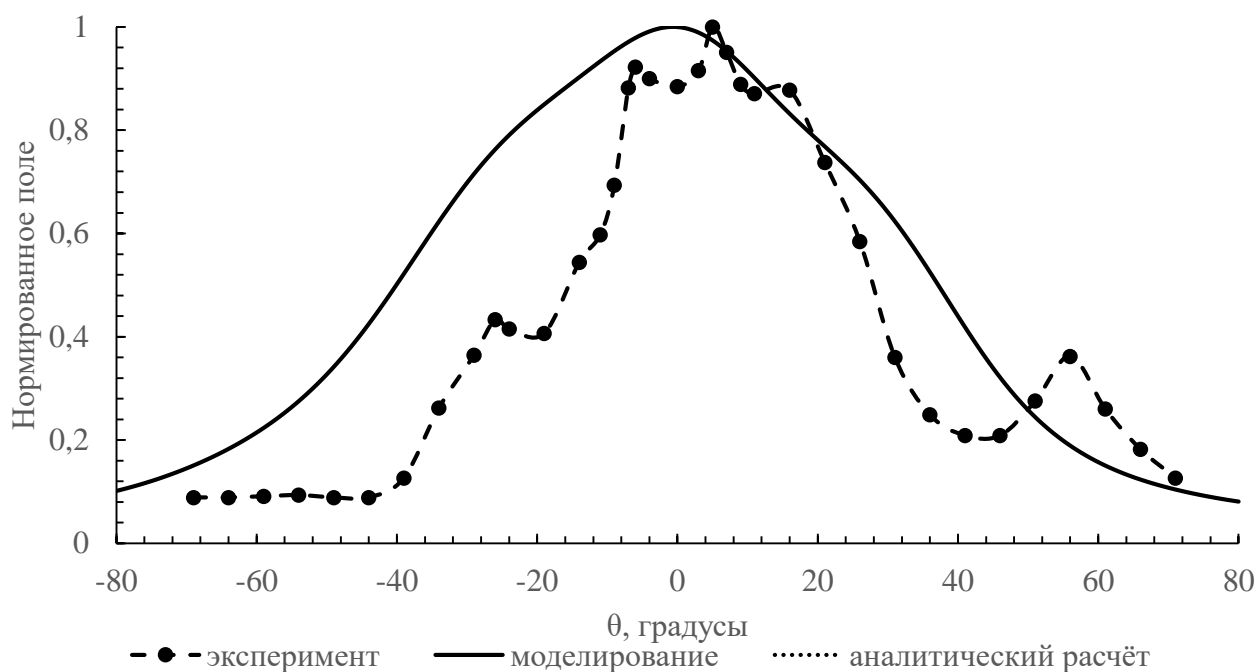


Рис. 2.15 Экспериментальная, аналитическая и полученная моделированием ДН для закрытых 2 крайних щелей и открытых 2 средних.

Далее были получены диаграммы для трех различных конфигураций антенн. Две антенны со всеми равными резисторами 1 ком и 100 Ом, третья антенна с резисторами на крайних щелях равными 100 Ом и резисторами на средних щелях 1 кОм.

На рис. 2.16 показаны экспериментальные нормированные диаграммы направленности с двумя различными типами конфигураций резисторов на щелях. На рис. 2.17 показаны те же характеристики, полученные при компьютерном моделировании.

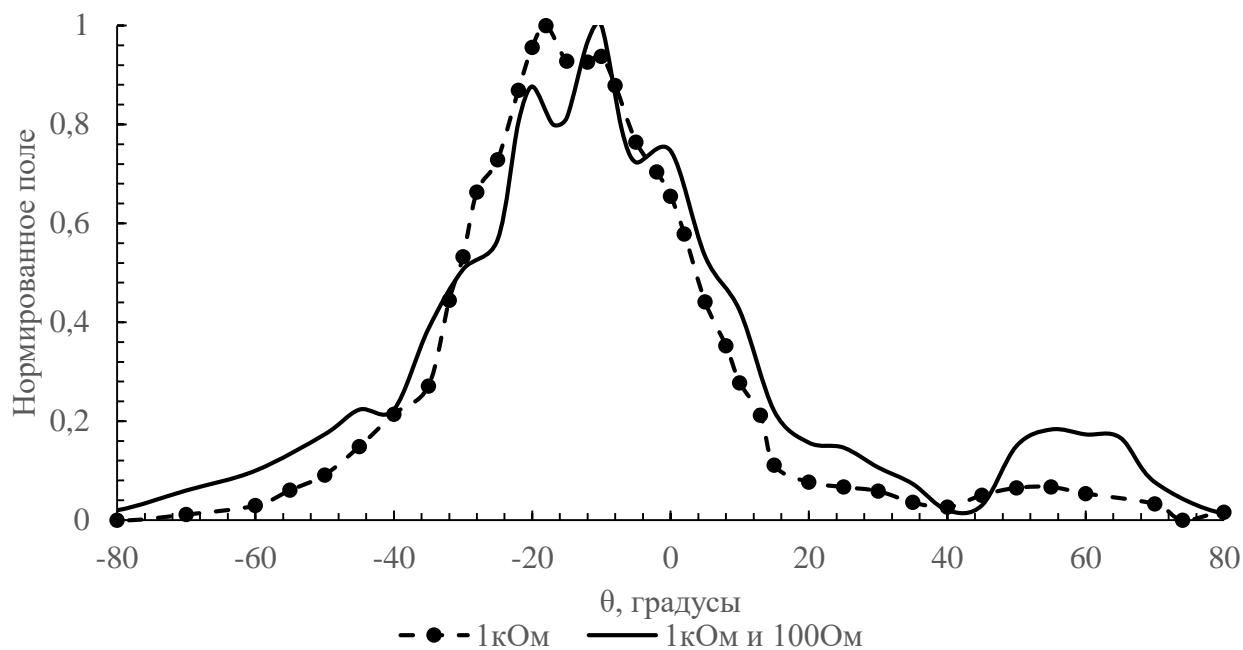


Рис. 2.16 Экспериментальные ДН для двух разных конфигураций резисторов на щелях.

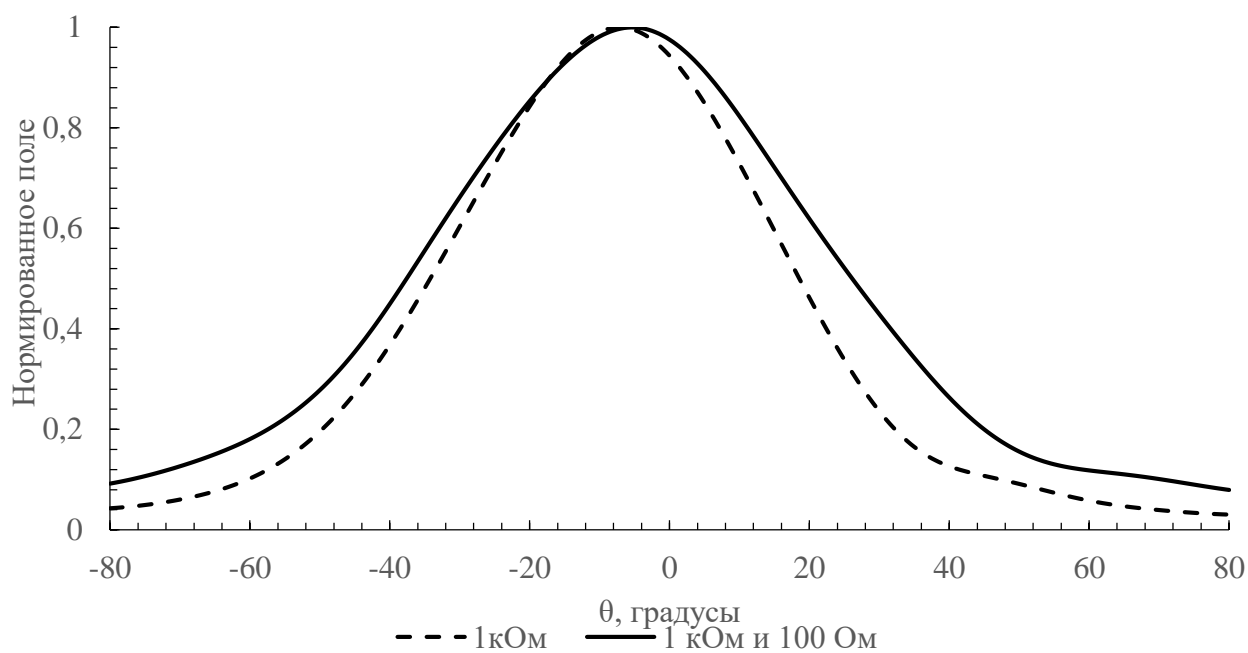


Рис. 2.17 ДН полученные моделированием для двух разных конфигураций резисторов на щелях.

На всех графиках, полученных в ходе экспериментов, можно отметить небольшие максимумы в районе 60 градусов. Этот факт связан с приемом



дополнительного излучения открытым краем SIW-структуры. Причем торцы принимают его только на конце SIW-структуры, так как в начале их закрывает фидер.

Если все щели пересекаются резисторами 1 ком, то они открыты. Когда резисторы на крайних щелях заменяются на 100 Ом, последние начинают излучать с меньшей мощностью. Поэтому диаграмма становится шире, как видно из графиков. Данный эксперимент полезен тем, что подтверждает возможность регулирования излучения с помощью резисторов для формирования косинусного распределение поля на щелях.

На рис. 2.18 показана разница между уровнями мощности излучения при использовании двух типов резисторов на слотах.

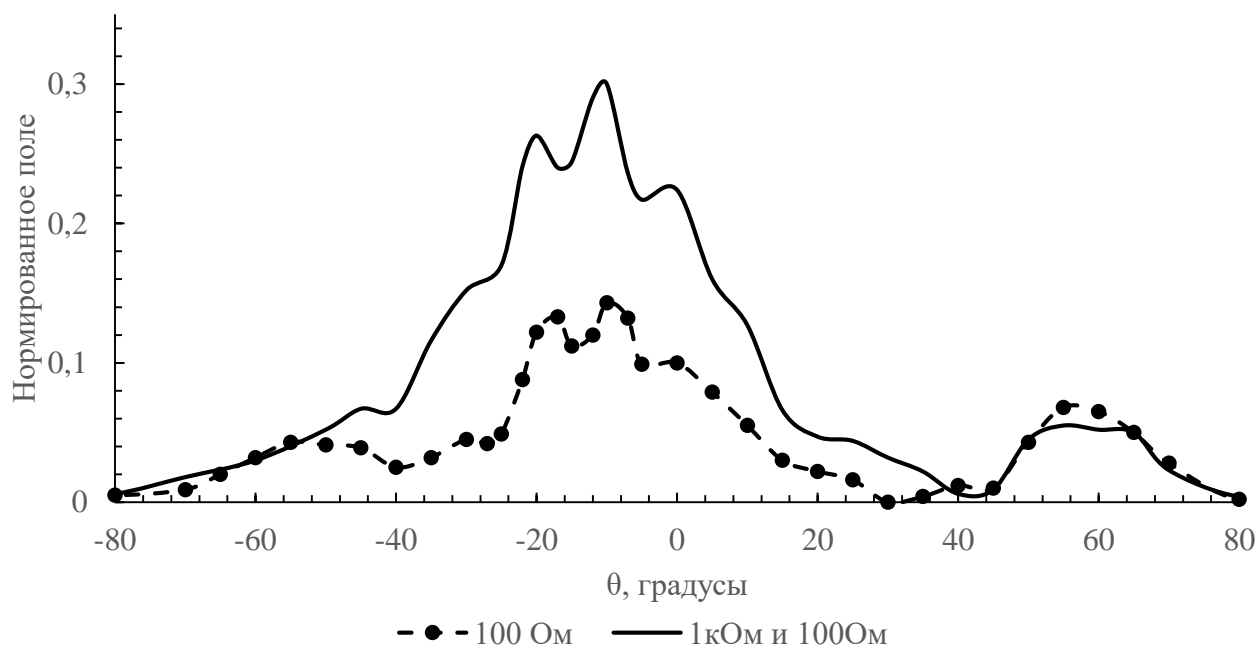


Рис. 2.18 Экспериментальные ДН для двух разных конфигураций резисторов на щелях.

Результаты поставленных экспериментов подтверждают возможность формирования необходимой ширины и уровня диаграммы направленности исследуемой антенной решеткой.

## ГЛАВА 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

### 3.1 Выводы

В данной работе были рассмотрены поставленные задачи, результаты которых позволяют сделать следующие выводы о возможности реализации коммутации щелей для управления их расположением и распределением мощности по апертуре SIWSAA. В ходе эксперимента были получены ДН для различных сопротивлений излучающих элементов, произведён численный расчет модели и приведены аналитические расчёты некоторых ДН. Сравнение этих характеристик показало корреляцию между экспериментами, моделированием и аналитическими расчётами, а также соответствие полученных данных теоретическим фактам.

Результаты аналитических расчетов, моделирования и экспериментов свидетельствуют о том, что данная антенная решетка обладает способностью генерировать необходимый уровень мощности поля, ширины и направления диаграммы направленности излучения электронным методом.

### 3.2 Перспективы исследования

В дальнейшем планируется создать антенную решетку с увеличенным количеством щелевых элементов. Управляемые pin диоды позволяют изменять расстояние между ними. Различные расстояния между излучателями будут формировать необходимый фазовый сдвиг и провоцировать отклонение диаграммы направленности пучка.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бобков Ю. Ю. Исследование параметров щелей в стенках волновода. Методические указания к лабораторной работе №3 / Д. В. Гололобов, И. Н. Кижлай, В. Б. Кирильчук, А. В. Кухарев, О. А. Юрцев, Минск БГУИР 2011.
2. Вайсблат А. В. Коммутационные устройства СВЧ на полупроводниковых диодах. // Массовая библиотека инженера. Электроника. / Москва. «Радио и связь» 1987.
3. Воскресенский Д. И. Антенны и устройства СВЧ. Расчёт и проектирование антенных решёток и их излучающих элементов. / Воскресенский Д. И., Грановская Р. А., Гостюхон В. Л., Филиппов В. С. И др., Учебное пособие для вузов М. Из-во «Советское радио» 1972
4. Данильченко Е.В. Щелевая антенна на основе нескольких связанных волноводов с диэлектрическим заполнением // [Электронный ресурс]: бакалаврская работа: 16.03.01 / СПбПУ, ИФНиТ. —2017. — URL:<http://elib.spbstu.ru/dl/2/v17-6740.pdf>. — (дата обращения: 10.05.2020).
5. Зайцев Э.Ф. Электродинамика и распространение радиоволн. Электромагнитные волны: Учеб. пособие. / Э.Ф. Зайцев, А.С. Черепанов. – СПб: Политехн. Ун-т., 2006 – 103 с.
6. Киселёва Е.В. Волноводно-щелевая антенная решетка SIW – структуры с электрическим управлением луча// [Электронный ресурс]: магистерская работа: 16.04.01 / СПбПУ, ИФНиТ. —2019. — URL:<http://elib.spbstu.ru/dl/3/v19-7564.pdf>. — (дата обращения: 12.05.2020).
7. Кубанов В.П. Направленные свойства антенных решеток // учеб. пособие. — Самара: ПГУТИ, 2011. — 56. с.
8. Курушин А.А. Анализ и оптимизация СВЧ структур с помощью HFSS: учеб. пособие / А.А Курушин, С.Е Банков, В.Д. Разевиг . - М: Наука, 2004 – 283 с.
9. Курушин А.А. Школа проектирования СВЧ устройств в CST STUDIO SUITE / А.А Курушин – М: «One-Book», 2014 – 433 с.

10. Пистолькорс А. А., Натадзе П. Ш. Управление минимумом направленной характеристики. –Техника связи, 1938, № 4, с. 4.
11. Рамлау П. Н. Изменение направления излучения направленной антенны. -Техника радио и слабого тока, 1932, № 7, с. 450.
12. Соломаха Г.А. Волноводно-щелевые решетки с электронным управлением лучем / Г.А. Соломаха, А.А. Сочава // Научный форум с международным участием «Неделя науки СПбГПУ»: материалы научно-практической конференции. Институт физики, наноэлектроники и телекоммуникаций СПбГПУ. – СПб.: Изд-во Политехн. Ун-та, 2015. С. 25-27
13. Bouchra Rahali Substrate integrated waveguide power divider, circulator and coupler in [10-15] GHz band / Bouchra Rahali, Mohammed Feham, STIC Laboratory, University of Tlemcen, Tlemcen, Algeria, 2014
14. Bouchra Rahali Substrate integrated waveguide power divider, circulator and coupler in [10-15] GHz band / Bouchra Rahali, Mohammed Feham, STIC Laboratory, University of Tlemcen, Tlemcen, Algeria, 2014
15. Deslandes D. and Wu K. Wu, “Single-substrate integration technique of planar circuits and waveguide filters,” IEEE Trans. Microw. Theory Techn., vol. 51, no. 2, p. 593-596, Feb. 2003.
16. Friis H. T. A new directional receiving system. PIRE, 1925, v. 18, No. 12, p. 685.
17. Hemendra Kumar A Review on Substrate Integrated Waveguide and its Microstrip Interconnect / Hemendra Kumar, Ruchira Jadhav, Sulabha Ranade, EXTC Department, K.J. Somaiya College of Engineering, University of Mumbai, India, 2012
18. Hemendra Kumar A Review on Substrate Integrated Waveguide and its Microstrip Interconnect / Hemendra Kumar, Ruchira Jadhav, Sulabha Ranade, EXTC Department, K.J. Somaiya College of Engineering, University of Mumbai, India, 2012.
19. Kiseleva E., Sochava A., Cherepanov A. Telecommunication slot antenna based on a low-profile SIW structure //2018 IEEE International Conference on Electrical Engineering and Photonics (EExPolytech). – IEEE, 2018. – С. 48-51.

20. Kruger B. E. Edge slotted waveguide antenna array with selectable radiation direction : пат. 4229745 США. – 1980.
21. Liang Wu Substrate integrated waveguide / Liang Wu, B. Sanz Izquierdo, P. R. Young, Department of Electronics, University of Kent, United Kingdom, 2015
22. Lindley D. C. Binary phase-scanning antenna with diode controlled slot radiators : пат. 3604012 США. – 1971.
23. Third Edition, Michael Steer Microwave and RF Design Transmission. Lines Volume 2. (Third Edition), NC State University, 2019.
24. Yashchyshyn Y., Derzakowski K., Modelski J. Extending functionalities of waveguide slot antennas by means of reconfigurable aperture //2008 38th European Microwave Conference. – IEEE, 2008. – C. 258-261.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

### Аналитический расчет ДН антенны

Скриншот кода из программы Mathcad

$$\begin{aligned}
 \epsilon_{\text{ww}} &:= 2.2 - \text{диэлектрическая проницаемость тефлона} \\
 r &:= 10000 - \text{расстояние от антенны до точки наблюдения (мм)} \\
 \Delta &:= 5.5 - \text{расстояние от оси волновода до щели (мм)} \\
 l_{\text{ww}} &:= 13 - \text{длина щели (мм)} \\
 f &:= 10.44 \cdot 10^9 - \text{частота (Гц)} \\
 c &:= 3 \cdot 10^{11} - \text{скорость света (мм/с)} \\
 \lambda &:= \frac{c}{f} = 28.736 - \text{длина волны в свободном пространстве (мм)} \\
 a &:= 23 - \text{ширина волновода (мм)} \\
 \lambda_0 &:= \frac{\lambda}{\sqrt{\epsilon}} = 19.374 - \text{длина волны в диэлектрике (мм)} \\
 \lambda_k &:= 2 \cdot a = 46 - \text{критическая длина волны в диэлектрике (мм)} \\
 \lambda_1 &:= \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_k}\right)^2}} = 21.36 - \text{длина волны в волноводе (мм)} \\
 h &:= 20 - \text{расстояние между центрами соседних щелей в одном ряду (мм)} \\
 d_1 &:= \frac{h}{2} = 10 - \text{расстояние между центрами соседних щелей в разных рядах (мм)} \\
 \Delta\varphi &:= 2 \cdot \frac{\pi \cdot h}{\lambda_1} = 5.883 - \text{сдвиг фаз между щелями} \\
 I_1 &:= e^{-i \cdot \Delta\varphi} \quad I_2 := e^{-i \cdot 2 \cdot \Delta\varphi} \quad I_3 := e^{-i \cdot 3 \cdot \Delta\varphi} \quad I_4 := e^{-i \cdot 4 \cdot \Delta\varphi} \\
 \theta &:= \frac{-\pi + 0.00001}{2}, 0.01 - \frac{\pi}{2} .. \frac{\pi - 0.0001}{2} \quad \phi := 0 + 0.0001, 0.01 .. \pi - 0.0001 \\
 x(\theta, \phi) &:= r \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\phi) - \text{переход к сферической системе координат} \\
 y(\theta, \phi) &:= r \cdot \sin(\theta) \cdot \sin(\phi) - \text{переход к сферической системе координат} \\
 z(\theta, \phi) &:= r \cdot \cos(\theta) - \text{переход к сферической системе координат} \\
 x_1 &:= -3 \frac{d_1}{2} = -15 \quad x_2 := \frac{-d_1}{2} = -5 \quad x_3 := \frac{d_1}{2} = 5 \quad x_4 := 3 \frac{d_1}{2} = 15 \\
 y_1 &:= -\Delta = -5.5 \quad y_2 := \Delta = 5.5 \quad y_3 := -\Delta = -5.5 \quad y_4 := \Delta = 5.5 \\
 k &:= \frac{2\pi}{\lambda} = 0.219
 \end{aligned}$$

$$L_1(\theta, \phi) := \sqrt{(x(\theta, \phi) - x_1)^2 + (y(\theta, \phi) - y_1)^2 + z(\theta, \phi)^2}$$

$$L_2(\theta, \phi) := \sqrt{(x(\theta, \phi) - x_2)^2 + (y(\theta, \phi) - y_2)^2 + z(\theta, \phi)^2}$$

$$L_3(\theta, \phi) := \sqrt{(x(\theta, \phi) - x_3)^2 + (y(\theta, \phi) - y_3)^2 + z(\theta, \phi)^2}$$

$$L_4(\theta, \phi) := \sqrt{(x(\theta, \phi) - x_4)^2 + (y(\theta, \phi) - y_4)^2 + z(\theta, \phi)^2}$$

$$F1(\theta) := \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cdot \frac{\sin\left(\pi \cdot \frac{1}{\lambda} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right)}{\pi \cdot \frac{1}{\lambda} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}$$

$$\underline{F}(\theta, \phi) := I_1 \cdot e^{-i \cdot k \cdot L_1(\theta, \phi)} + I_2 \cdot e^{-i \cdot k \cdot L_2(\theta, \phi)} + I_3 \cdot e^{-i \cdot k \cdot L_3(\theta, \phi)} + I_4 \cdot e^{-i \cdot k \cdot L_4(\theta, \phi)}$$

$$Ft(\theta, \phi) := F(\theta, \phi) \cdot F1(\theta)$$

$$F(\theta) = \left| \frac{\cos(k \cdot l \cdot \sin \theta) - \cos(k \cdot l)}{\cos \theta} \right| \left| \begin{array}{l} \cos\left(\frac{\pi \cdot g \cdot \sin \theta}{\lambda 1} + \frac{\pi \cdot g}{\lambda 1}\right) \cdot \\ \cos\left(2 \frac{\pi \cdot g \cdot \sin \theta}{\lambda 1} + 2 \frac{\pi \cdot g}{\lambda 1}\right) \end{array} \right|$$