Департамент образования и науки города Москвы
Государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования города Москвы
«Московский городской педагогический университет»
Институт цифрового образования
Кафедра высшей математики и методики преподавания математики

Данилова Надежда Дмитриевна
(фамилия, имя отчество обучающегося)

Тема выпускной квалификационной работы
Прикладная направленность обучения геометрии
(на примере темы «Четырехугольники»)

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

Направление подготовки - 44.03.01 Педагогическое образование
(код, наименование)
Направленность (профиль) образовательной программы Математика
(наименование)
(очная форма обучения)

Руководитель ВКР:
канд. пед. наук, доцент
(ученая степень, ученое звание)
Кочагина Мария Николаевна
(фамилия, имя, отчество)
____
(подпись)

Москва
2020

Аннотация

В выпускной квалификационной работе на тему «Прикладная направленность обучения геометрии (на примере темы «Четырехугольники»)» представлен обзор литературы, посвященной проблеме реализации прикладной направленности обучения геометрии. Описаны основные пути реализации прикладной направленности обучения геометрии при обучении учащихся 8 класса. Проанализирован опыт учителей математики по реализации прикладной направленности обучения геометрии. Рассмотрена реализация прикладной направленности курса геометрии в школьных учебниках 8 класса (тема «Четырехугольники»). Предложена классификация задач практического характера. Предложены методические рекомендации по реализации прикладной направленности обучения геометрии в 8 классе: по использованию материала прикладного характера в зависимости от цели обучения геометрии, по составлению прикладных задач, по работе с прикладной задачей.

Ключевые слова: обучение геометрии, пути реализации прикладной направленности обучения геометрии.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Математика во все времена применялась в различных областях науки, являлась ее неотъемлемой частью. Во всех профессиях необходимы знания современной математики, она нужна тем людям, которые связали свою жизнь с историей, техникой, медициной, экономикой и не только, даже просто для похода в магазин уже необходимы минимальные знания. Прогресс многих современных наук и производства не был бы возможен без математики, ее роль в современной практической деятельности велика, так как мы принадлежим к эпохе математизации знаний.

Во ФГОС основного общего образования записано, что одним из важных направлений обучения математике в школе является его практическая ориентация и понимание учащимися значения математики в повседневной жизни человека. Согласно этому документу предметные результаты должны отражать [7, с. 17]: «7) развитие умений моделирования реальных ситуаций на языке геометрии, исследования построенной модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решения геометрических и практических задач; … 9) развитие умений применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин». Вследствие этого возрастает значение практических приложений математики на всех ступенях общего образования.

Стоит отметить, что многие ученые методисты занимались изучением прикладной направленности обучения геометрии, например А. Д. Александров, В. А. Гусев, М. В. Егупова [16], Н. А. Терешин [40], и другие. Так же в некоторых работах С. Н. Дворяткиной [12], И. И. Зубовой [17], Н. А. Хоркиной, Е. Н. Эрентраут [47] присутствуют идеи реализации прикладной направленности школьного курса математики.

В наше время большое количество педагогов-практиков (С. И. Соболев, Т. И. Пенина, М. Р. Костина и другие) предлагают и реализуют различные новые приемы и методы в образовательной системе, при которых особое внимание уделяется именно прикладному аспекту обучения математике. С одной стороны, интерес к прикладной направленности обучения геометрии обусловлен тем, что учащиеся плохо усваивают программу школьного курса геометрии. Доказательством тому служат, не только результаты итоговых экзаменов 2019 года [49], но и результаты различных международных исследований качества образования, таких как: TIMSS (Trends in Mathematics and Science Study), PISA (Programme for International Student Assessment) − в которых российские школьники принимают участие. И если в исследовании TIMSS (которое проверяет уровень академических знаний, заложенных в учебные программы) Россия входит в топ-10 стран с наивысшими результатами по математике, то в PISA (которое сосредоточено на оценке практических навыков учащихся и их умении применять академические знания в жизни) − занимает по всем тестам места ниже средних [27]. И именно Россия имеет самый большой в мире разрыв между результатами PISA и TIMSS, что говорит о непонимании учащимися прикладных аспектов применения математики (в частности геометрии) в жизни, что подтверждает актуальность выбранной мною темы. Более того, если сравнить результаты TIMSS − 2015 с результатами 2011 года, то можно увидеть, что ученики в 8 классе 2015 года показали низкий уровень подготовки, по сравнению с результатами 4 класса 2011 года этих же учащихся. На основании этого можно предположить, что именно в средней школе происходит некий переломный момент, который приводит к ухудшению усвоения знаний по математике. Возможно, это происходит, потому что при изучении геометрии дети сталкиваются с большим количеством теоретического материала, значимость и нужность изучения которого им не всегда понятна. Особенно остро эта проблема проявляется при изучении темы «Четырехугольники». Учителю сложно показать связь изучаемого материала с жизнью, так как большинство задач прикладного характера связано с изучением треугольников, а задач с четырехугольниками встречается крайне мало, с чем и связано включение задач прикладного характера по теме «Четырехугольники» в ОГЭ 2020 года. Теме «Четырехугольники» школьного курса 8 класса следует уделить особое внимание, так как при её поверхностном изучении (при неумении определить тип фигуры, незнании ее свойств и т.д.) впоследствии могут возникнуть сложности при изучении дальнейших тем и последующих разделов в геометрии, в частности, наибольшая сложность возникнет при изучении раздела «Стереометрия».

В связи с вышеизложенным, исследование прикладной направленности обучения в рамках темы четырехугольники весьма актуально.

Объектом исследования является прикладная направленность обучения геометрии в основной школе. А пути и средства реализации прикладной направленности обучения геометрии при изучении темы «Четырехугольники» выступают *предметом* исследования.

Цель работы: выявление способов и средств реализации прикладной направленности обучения геометрии, разработка методических рекомендаций по использованию различных средств реализации прикладной направленности обучения геометрии (на примере темы «Четырехугольники»).

Для реализации цели работы потребовалось решить следующие з*адачи:*

1) описать роль и место реализации прикладной направленности обучения геометрии в настоящее время,

2) выделить основные пути реализации прикладной направленности обучения геометрии,

3) проанализировать реализацию прикладной направленности обучения в учебниках геометрии 8 класса (на примере темы «Четырехугольники»),

4) изучить опыт учителей по реализации прикладной направленности обучения геометрии,

5) составить блоки задач по теме «Четырехугольники», для реализации прикладной направленности обучения геометрии,

6) составить методические рекомендации для учителей математики по реализации прикладной направленности обучения геометрии в 8 классе.

Методы исследования:

Теоретические (анализ и обобщение литературы по данной теме, классификация, конкретизация)

Практические (сравнение учебников по геометрии, наблюдение за реализацией прикладной направленности обучения геометрии учителями, описание основных путей реализации прикладной направленности).

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованной литературы из 53 источников и 7 Приложений.

Выпускная квалификационная работа прошла апробацию: выступление на научно-практической конференции «Математика и информатика в образовании и бизнесе» 23 апреля 2020, основные результаты работы представлены в статье в сборнике научных работ научно-практической конференции «Математика и информатика в образовании и бизнесе».

ГЛАВА 1. НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РЕАЛИЗАЦИИ ПРИКЛАДНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ

1.1. Прикладная направленность обучения математике в школе

Вопрос о необходимости реализации прикладной направленности обучения математики многократно подвергался реформированию и обсуждался педагогами. В середине XVIII века учебники по геометрии содержали как теоретический курс, так и практические приложения. В 1786 году была проведена реформа, в результате которой было решено включать в образовательный процесс задачи с практическим содержанием, для того чтобы учащиеся научились применять полученные на уроках математические знания. В начале 30-х гг. XIX века математика, как учебная дисциплина, трансформировалась: прикладной аспект не рассматривался на уроках, а сам курс математики был вовсе сокращен. Но вскоре стало ясно, что математическое образование не может быть построено таким образом. Поэтому учителя начали разрабатывать и внедрять новые методы обучения математике. И уже в годы Великой Отечественной войны ведущим принципом преподавания математике в школе СССР был принцип связи теории с практикой, а также проведение учителями различных видов практических работ: геодезических (съемка плана местности, определение расстояний до недоступных точек), вычисление площадей земельных участков и т. д.

В 50-х гг. в советском социалистическом государстве стал формироваться принцип политехнического образования. Основное назначение образования состояло в выработке умений и навыков при решении задач практического и прикладного характера, развитие пространственного воображения и логического мышления, усвоение учащимися общих научных основ современного производства, так как того требовало развитие науки и техники. Поэтому в процесс обучения стали включать задачи производственного содержания, а позже − задачи из разных сфер человеческой деятельности (экономики, истории, экологии) для подготовки учащихся к будущей профессии. Вскоре принцип прикладной направленности обучения математике пришел на смену принципа политехнизма: учителя начали осуществлять связь с другими дисциплинами школьного курса (физикой, химией, черчением и т.д.), изучали с учениками приложения теории к практике.

Рассмотрим несколько различных по своему содержанию трактовок понятия прикладной направленности обучения математике, в том числе алгебры и геометрии.

Впервые понятие прикладной направленности обучения математики было введено В. В. Фирсовым (в 1974 г.), который считал прикладную направленность одной из двух движущих сил развития математики. Виктор Васильевич определял это понятие так [42, с. 2]: «Существо прикладной направленности среднего математического образования заключается в осуществлении целенаправленной содержательной и методической связи школьного курса математики с практикой, что предполагает введение в школьную математику специфических моментов, характерных для исследования прикладных проблем математическими методами».

Российский математик-педагог Ю. М. Колягин и доктор педагогических наук В. В. Пикан полагали [20, с. 27]: «Прикладная направленность обучения математике состоит в ориентации содержания и методов обучения на применение математики в технике и смежных науках, в профессиональной деятельности, в сельском хозяйстве и в быту».

С точки зрения Н. А. Терешина, следует понимать прикладную направленность математики так [40, с. 6]: «Содержательная и методологическая связь школьного курса с практикой, что предполагает формирование у учащихся умений, необходимых для решения средствами математики практических задач».

По мнению Г. В. Дорофеева [13, с. 28]: «Если в процессе обучения определенный математический аппарат применяется для достижения некоторых конкретных целей, стоящих перед учащимися, то уже можно считать, что этот аппарат имеет для них прикладное значение, т. е. приносит им вполне практическую пользу».

М. В. Егупова [16, с. 48] считает, что прикладную направленность обучения математике нужно понимать как: «Требование к обучению математике, при котором будут не только изучены некоторые факты математической теории, но и будет показано, как эта теория может быть применена в той или иной предметной области, внешней по отношению к данной теории».

Российский педагог-теоретик М. И. Махмутов под прикладной направленностью обучения математике понимает [23, с. 26]: «такое использование педагогических средств (содержания, форм, методов обучения), которое, обеспечивая усвоение учащимися предусмотренного программами минимума знаний, умений и навыков, в то же время способствует развитию целостного, по характеру отношения к данной профессии, формированию профессиональных качеств личности».

Автор учебников по математике Н. Я. Виленкин отмечает, что все приемы и средства обучения, которыми пользуется учитель на своих уроках, должны быть ориентированы на реализацию прикладной направленности обучения математики во всех сферах жизни.

Для всех представленных выше определений прикладной направленности обучения математике (геометрии) характерно следующее:

1. Используемый на уроках материал должен быть тесно связан с основами других наук и с окружающей действительностью
2. Формирование у учащихся умения применять полученные знания по математике для решения вопросов, возникающих не только в математике, но и в других отраслях науки, при помощи математических приемов и средств
3. Понимание учащимися роли математики в различных областях научной и профессиональной деятельности

Например, чтобы продемонстрировать тесную связь математики с жизнью, можно показать ученикам, как теоретический материал по геометрии может быть использован в профессиональной деятельности, смежных науках или в быту. Главное сформировать определенный уровень математической культуры школьника, для того чтобы он умел математизировать информацию об окружающем мире и использовать ее при решении задач, возникающих в разных областях знаний.

Следует различать понятия прикладной и практической направленности обучения математике. Практическая направленность ориентирована на отработку изученной математической теории, реализуется при решении задач и упражнений, с целью формирования навыков самостоятельной деятельности (например, формирования вычислительных навыков, умения выполнять элементарные геометрические построения, строить графики и так далее). Прикладная направленность обучения математике подразумевает умение применить на практике полученные при обучении навыки, показать связь с другими науками, с профессиональной деятельностью и реальной жизнью.

Но в процессе обучения становится понятно, что эти два понятия реализуются вместе. Так как невозможно показать приложения математики, если учащийся не умеет владеть теоретическим аппаратом.

В школьном курсе математики (геометрии) Н. А. Терешин выделил две взаимосвязанные функции прикладной направленности обучения математике [40, с. 3]: «Мировоззренческая функция реализуется при использовании математики в других школьных учебных предметах, рассмотрении истории возникновения и эволюции математических понятий, их источника, а также при абстракциях различных уровней, знакомстве с элементами математического моделирования реальных состояний или процессов, конструирования и т.д. Социально-педагогическая функция прикладной направленности школьного курса математики реализуется, например, при профессиональной ориентации школьников».

М. В. Егуповой были выделены следующие принципы реализации прикладной направленности обучения математике [16, с. 71]:

1. Принцип математизации знаний (направлен на формирование умения учащихся выделять математические свойства объектов окружающего мира).

2. Принцип соответствия содержания практических приложений математики познавательным возможностям и интересам обучающихся (обеспечивает подбор реальных бытовых ситуаций по возрасту и интересам учащихся).

3. Принцип доступности для изучения на школьном уровне средств математизации знаний (направлен на формирование у учащихся математического восприятия действительности путем включения в теоретический курс математики практических приложений).

4. Принцип достоверности содержания математических приложений математики (все используемые в процессе обучения объекты, их размеры и связи должны быть реальными).

5. Принцип открытости прикладных приложений математики означает (педагог может самостоятельно дополнить комплекты заданий прикладного характера собственными наработками).

В целях успешной реализации этих принципов необходимо включать в учебный процесс поэтапное и систематическое обучение приложениям математики, поэтому Марина Викторовна [16, с. 80] предлагает выделить 4 этапа реализации прикладной направленности обучения математике:

- пропедевтический (реализуется в 5 и 6 классах)
- подготовительный (7 класс)
- основной (8-9 классы)
- заключительный (10-11 классы)

Нами будет рассмотрен основной этап, поскольку именно в 8 классах изучается тема «Четырехугольники» курса геометрии. Поэтому, прежде чем описывать основные пути реализации прикладной направленности, рассмотрим возрастные особенности учащихся 8 класса, так как при подготовке и проведении уроков учителю следует учитывать психологические особенности возраста того, или иного поколения школьников.

1.1.1. Особенности современных школьников (поколение Z)

Учащиеся 8 класса относятся к подростковому возрасту. Подростковый возраст − стадия онтогенетического развития между детством и взрослостью, которая характеризуется качественными изменениями, связанными с половым созреванием и вхождением во взрослую жизнь». Это кризисный период, характеризующийся эмоциональной неустойчивостью и резкими колебаниями настроения (от вспыльчивости до депрессии), которые могут приводить к ухудшению дисциплины на уроках. Подростки начинают отдавать предпочтение в общении со сверстниками, которые начинают выступать главным источником информации об отношениях, ценностях, поведении.

У подростка появляется чувство взрослости: своя жизненная позиция и желание, чтобы все (учителя, родители) относились к нему, как к равному, взрослому. Это негативно может сказаться на работе на уроке.

Одним из важных средств, активизирующих учебный процесс, является побуждение познавательной потребности подростка в учебных и неучебных интересах, и как следствие этого профессиональное самоопределение учащихся. Поэтому к этому моменту обучающиеся должны уметь самостоятельно организовывать свою учебную деятельность, определять учебные цели и оценивать свои достижения. Целесообразно применять формы преимущественно самостоятельной работы при организации учебного процесса (проведение самостоятельных исследований учащимися, проектов).

Современные подростки относятся к поколению Z. Это дети, которые родились с 2001 по 2010 годы и которые не представляют себе своей жизни без мобильных телефонов и интернета. Ученики нового поколения стремятся усваивать лишь ту информацию, практическая значимость которого им будет ясна, им важно понимать, где и как они смогут применить полученные знания, от этого будет зависеть мотивация школьников. Им необходимо подводить итоги каждого этапа обучения и определять задачи следующего.

В качестве особенностей познавательной сферы поколения Z можно выделить клиповость мышления и как следствие этого гиперактивность и трудности с удержанием внимания учащихся. Текстовые материалы для поколения Z должны быть простыми для восприятия, а любую информацию необходимо, по возможности, визуализировать.

При подготовке и проведении уроков учителю стоит учитывать особенности поколения Z. Это поможет педагогу понимать потребности учащихся и направлять процесс обучения по наиболее эффективному пути. Одним из таких способов активизации учебного процесса является включение прикладной направленности геометрии на уроках. Этого можно достигнуть различными способами (путями реализации). Рассмотрим их в следующем параграфе.

1.2. Пути реализации прикладной направленности обучения геометрии в 8 классе

Одной из главных задач учителей математики в процессе обучения сформировать интерес к изучению геометрии учащимися. Ведь без тяги к знаниям тяжело создать у учащихся хорошую теоретическую и практическую базу по данному предмету. Усвоение геометрии дается школьникам с большим трудом, подтверждением тому служат результаты ЕГЭ по математике за 2019, в которых отмечается трудность выполнения школьниками именно задач по геометрии. В методических рекомендациях для учителей, подготовленных на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2019 года, отмечается [49, с. 22]: «По-прежнему существенным резервом остается неумение ряда выпускников использовать математические знания и математический аппарат при решении практических задач». Это происходит из-за того, что учащиеся на уроках недостаточно мотивированны, не видят смысла получения теоретических знаний, так как не видят связи между изучаемым материалом и окружающим миром.

Повысить мотивацию учащихся при изучении геометрии можно благодаря реализации принципа прикладной направленности. Видя применение теоретических знаний по данному предмету в предметных областях, на первый взгляд никак не связанных с геометрией, ученики будут понимать значимость получения новых знаний, что будет являться стимулом для изучения геометрии. В таком контексте прикладную направленность обучения геометрии может являться одним из путей развивающего обучения, с помощью которого происходит формирование новых умений и навыков.

В связи с повышенным вниманием к проблеме улучшения усвоений теоретических знаний по геометрии многими педагогами-методистами ведутся поиски путей и средств успешной реализации прикладной направленности обучения математике, в том числе и геометрии.

В. П. Кизилова [19] основными путями реализации прикладной направленности обучения геометрии считает обучение школьников решению задач практического содержания, реализацию межпредметных связей на уроке, формирование практических умений и навыков. Видит целесообразным использование нестандартных форм работы на уроках: лабораторных и практических работ, включение в образовательный процесс заданий экспериментального характера, активное внедрение средств ИКТ.

Н. А. Терешин большую роль отводил математическому моделированию, он отмечал [40, с. 6]: «В научном познании и в практике математическое моделирование имеет большое значение для формирования мировоззрения учащегося», развить которое можно, благодаря решению задач прикладного характера.

По мнению М. В. Егуповой [16] на основном этапе реализации прикладной направленности обучения математике основной упор следует делать на решение прикладных задач в целях обучения учащихся построению математических моделей, а также показывать взаимосвязь геометрии с окружающим миром.

Таким образом, многие педагоги-методисты считают важным включение в образовательный процесс прикладной направленности обучения геометрии.

Выделим следующие пути реализации прикладной направленности обучения геометрии:

1) Установление межпредметных связей и связей с окружающей действительностью в процессе обучения геометрии

2) Включение в содержание курса геометрии материала исторического характера

3) Использование компьютерных программ для моделирования реальных объектов и других информационных технологий

4) Организация внеклассной и самостоятельной работы учащихся

5) Обучение учащихся построению математических моделей

6) Использование в процессе обучения прикладных и практико-ориентированных задач

Рассмотрим сущность каждого пути реализации прикладной направленности обучения геометрии.

Установление межпредметных связей и связей с окружающей действительностью в процессе обучения геометрии

Межпредметные связи являются одним из основных способов реализации мировоззренческой функции прикладной направленности в процессе обучения математике. Их привлечение повышает научность обучения, расширяет предметную область познания, естественным образом показывает взаимосвязь между элементами из разных учебных предметов, создавая целостную научную систему знаний о природе и обществе.

Реализация межпредметных связей в обучении математике связана с согласованием трактовки одноименных понятий и времени их изучения в различных учебных дисциплинах.

Включение в содержание курса геометрии материала исторического характера

Г. В. Дорофеев считает [13, с. 169]: «История математики отражает цели обучения математике на современном этапе развития школы и общества в целом». Ее можно активно использовать на уроках геометрии, так как зачастую теоретический материал по данному предмету кажется учащимся непонятным, оторванным от действительности. Учитель может показать их жизненный смысл и необходимость, с позиции историзма. Еще Ж. А. Пуанкаре отмечал [43, с. 106]: «Обучение становится ярче, богаче от каждого соприкосновения с историей изучаемого предмета». Историю геометрии можно использовать для объяснения логики ее развития, так как многие математические понятия и теории были открыты или выведены давно.

Исторический материал может быть включен в образовательный процесс различными способами в виде:

- исторических фактов
- исторических задач (математических задач, с историческим сюжетом)
- старинных задач (задач из исторических математических источников: древнеегипетских папирусов и т. д.)
- хронологических таблиц. Их использование представляет собой систему историко-математических фактов, расположенных в хронологическом порядке и характеризующих основные этапы развития какого-то понятия.

Использование компьютерных программ для моделирования реальных объектов и других информационных технологий

Существуют разнообразные программы, которые можно использовать на уроке в целях усиления прикладной направленности: программы для подготовки презентаций, графические пакеты, текстовые редакторы, электронные таблицы. В качестве других информационных технологий можно использовать интернет-ресурсы, электронные пособия, приложения, а также применять на уроках аудио и видеофайлы. Более того, существующие программы для моделирования реальных объектов позволяют реализовать принцип наглядности обучения совместно с принципами прикладной направленности, с помощью использования (вывода экран) фотографий, слайдов, картинок, gif-изображений.

Организация внеклассной и самостоятельной работы учащихся

Для более успешной реализации принципа прикладной направленности обучения геометрии необходимо включать в образовательный процесс различные формы внеклассной и самостоятельной работы.

Самостоятельная работа – это индивидуальная или коллективная деятельность учащихся, осуществляемая без непосредственного руководства учителя. Подразумевает подготовку и участие школьников в семинарских занятиях, подготовку сообщений по определенным темам, заданий и лабораторных работ (то есть уроков с применением непосредственных измерений, построений изображений, геометрического моделирования), составление кроссвордов, ребусов, решение задач.

Внеклассная работа – это деятельность учащихся (класса) в свободное от занятий время (после уроков), осуществляемая под руководством или совместно с педагогом. Ее направления: исследовательская деятельность, участие в разнообразных конкурсах, организация экскурсий по теме изучаемого материала.

Использование в процессе обучения прикладных задач

Многие методисты считают использование прикладных задач на уроке одним из основных и главных средств реализации прикладной направленности обучения математики. Но каждый по-своему трактует понятия прикладной задачи и называет их по-разному: практическими, практико-ориентированными, проблемными, контекстными, прикладными задачами.

Н. А. Терешин определяет задачу такого типа следующим образом [40, с. 6]: «Задача, поставленная вне математики и решаемая математическими средствами». То есть прикладная задача – это задача с определенным, на первый взгляд нематематическим сюжетом, который раскрывает приложения математики, как в смежных дисциплинах, так и в окружающей действительности, решение которой осуществляется с помощью изученных ранее и практических отработанных теоретических знаний по математике (геометрии).

В зависимости от того, с какой дидактической целью используется задача, она бывает сформулирована в форме текстовой задачи разной тематики (из различных разделов науки и сфер деятельности человека), задачи с практическим (бытовым) содержанием, задачи, отражающие межпредметные и внутрипредметные связи, логической задачи, задачи на построение, с историческим содержанием и т. д.

В отличие от описания реальной ситуации, в прикладной задаче четко сформулировано, что нам необходимо найти (на какой вопрос нужно ответить), и даны некоторые исходные данные, с которыми учащимся предстоит работать, причем способ достижения этой цели заранее неизвестен.

Алгоритм решения прикладной задачи включает в себя:

– составление математической модели (на этом этапе необходимо: проанализировать условие задачи, выяснить и схематично записать, что в задаче дано; сделать чертеж к задаче; переформулировав задачу, получить ее математическую модель)

– решение задачи (работа с составленной моделью, ее исследование (экспериментальное или мысленное))

– анализ результатов и их перенос на объект изучения (получение ответа на вопрос задачи).

Обучение учащихся построению математических моделей

Математическое моделирование играет значительную роль почти во всех приложениях математики, является ведущим методом познания окружающей действительности. Чаще всего в школе данный принцип реализуется совместно с решением текстовых задач (является одним из этапов ее решения). Сложность использования этого метода состоит в том, что педагогу следует построить систему обучения так, чтобы учащиеся сами могли строить и исследовать модели.

Выделяют четыре этапа метода математического моделирования при обучении математике в школе [16, с. 77]:

– математизация (анализ условия задачи, замена нематематических терминов математическими аналогами)

– формализация (построение математической модели)

– решение внутри построенной модели

– интерпретация результата

Учитель, иллюстрируя примеры из окружающего мира, может показать учащимся, что модели и моделирование лежат в основе познавательной деятельности человека, и что с помощь модели можно перевести любые процессы, происходящие в жизни на язык математики. Это дает возможность получить расширить границы знаний учащихся об окружающем мире, развить их логическое мышление.

1.2.1. Реализации прикладной направленности курса геометрии в школьных учебниках 8 класса (тема «Четырехугольники»)

Посмотрим, как реализуется принцип прикладной направленности в школьном курсе геометрии 8 класса на примере темы «Четырехугольники». Мною были проанализированы 6 учебников по геометрии для 8 класса, входящие в «Федеральный перечень учебников от 28 декабря 2018 года» [41], с учетом приказа от 22 ноября 2019 г. № 632 «О внесении изменений в федеральный перечень учебников, сформированный приказом министерства просвещения РФ от 28 декабря 2018 г. № 345» [8]:

1) Геометрия. 8 класс, авторы А. Д. Александров и др. [1]
2) Геометрия. 7−9 классы, авторы Л. С. Атанасян и др. [9]
3) Геометрия. 8 класс, авторы В. Ф. Бутузов и др. [4]
4) Геометрия. 8 класс, авторы А. Г. Мерзляк и др. [24]
5) Геометрия. 7−9 классы, автор А. В. Погорелов [32]
6) Геометрия. 7−9 классы, автор И. Ф. Шарыгин [46]

Результаты анализа учебников геометрии для 8 класса (тема «Четырехугольники») на предмет реализации в них отдельных направлений прикладной направленности обучения геометрии приведены в Приложении 6. Приведем сравнительный анализ. Проследим реализацию того или иного пути прикладной направленности обучения геометрии в учебниках.

Начнем с использования межпредметных связей в процессе обучения. В учебниках И. Ф. Шарыгина и А. Д. Александрова и др. упоминается только о связях изучаемого материала с другими областями математики. В учебнике Л. С. Атанасяна и др. использованию межпредметных связей в главе «Четырехугольники» тоже не уделяется особого внимания: в начале изучения кратко описывается, в каких сферах может быть применим изучаемый материал. Учебники А. В. Погорелова и В. Ф. Бутузова и др. изобилуют иллюстрациями, которые наглядно демонстрируют, где можно встретить тот или иной тип фигуры в жизни. Наиболее полно использование межпредметных связей отражено в учебнике А. Г. Мерзляка и др. В учебнике есть материал о применении нежестких фигур в различных механизмах.

Материал исторического характера почти не включен в учебники Л. С. Атанасяна и др., И. Ф. Шарыгина и А. В. Погорелова. В них присутствует лишь краткая историческая справка о философе Фалесе. А в учебнике А. Г. Мерзляка и др. помимо этого содержится информация об изобретателе первой универсальной паровой машины. В достаточном объеме материал исторического характера присутствует в учебниках А. Д. Александрова и др. и В. Ф. Бутузова и др., в которых рассказывается о происхождении названий многих геометрических терминов. Более того, в учебник А. Д. Александрова и др. включены исторические задачи по теме «Четырехугольники», есть отдельный параграф, посвященный Фалесу.

Информационные технологии используются во всех учебниках, а именно, у каждого учебника есть своя электронная форма (ЭОФ), при этом учебник Л. С. Атанасяна и др. содержит анимацию и интерактивные модели, в учебник А. Г. Мерзляка и др. включены интерактивные тесты и математические диктанты, а в ЭОФ И. Ф. Шарыгина все вышеперечисленное. В учебниках А. В. Погорелова и В. Ф. Бутузова и др. есть список интернет-ресурсов, которыми можно пользоваться для изучения дополнительной литературы по теме «Четырехугольники». А учебники А. Г. Мерзляка и др., В. Ф. Бутузова и др. и А. Д. Александрова и др. содержат задачи, решаемые с использованием УМК «Живая математика».

В учебнике А. Г. Мерзляка и др. уделяется внимание организации внеклассной и самостоятельной работе учащихся: присутствует раздел «Проектная работа», в котором указан примерный список тем (в том числе по прикладной направленности геометрии при изучении темы «Четырехугольники»), которые могут быть выбраны учителем для организации проектной работы. Учебник В. Ф. Бутузова и др. содержит раздел «Исследовательские задачи», а также темы рефератов и докладов. В остальных учебниках отдельных разделов нет, но присутствуют темы рефератов по теме «Четырехугольники» (в учебниках

Л. С. Атанасяна и др. и И. Ф. Шарыгина), а в учебниках А. В. Погорелова и А. Д. Александрова и др. есть список рекомендованной литературы.

Рассмотрим, в каком количестве в учебниках содержатся прикладные и практико-ориентированные задачи по теме «Четырехугольники». В учебнике И. Ф. Шарыгина нет задач прикладного характера, в учебнике А. В. Погорелова присутствует одна задача, в учебнике В. Ф. Бутузова и др. − 7 задач, в учебнике Л. С. Атанасяна и др. − 8 задач, в учебнике А. Г. Мерзляка и др. − 9 задач, в учебнике А. Д. Александрова и др. − 10 задач.

В результате сравнительного анализа можно сделать следующие выводы. В современных учебниках принцип прикладной направленности обучения геометрии реализуется, но недостаточно полно и не во всех учебниках. Менее всего он представлен в учебниках А. В. Погорелова и И. Ф. Шарыгина.

Учебник Л. С. Атанасяна и др. сочетает в себе наглядность и строгую логику изложении, в нем присутствуют прикладные задачи, но не акцентируется реализация межпредметных связей в обучении, почти отсутствуют исторические справки. Зато в учебнике А. Г. Мерзляка и др. реализуется проектная и самостоятельная работа, и идет упор на применение компьютерных программ при изучении материала. Учебник В. Ф. Бутузова и др. максимально использует наглядно-иллюстративные возможности обучения, содержит больше исторических справок по сравнению с другими, а также в нем представлены объяснения происхождения многих геометрических терминов. В учебнике А. Д. Александрова и др. основу курса положена связь с практикой, показано практическое применение геометрии, её связь с искусством, техникой, архитектурой, а также в учебнике содержится самое большое количество прикладных задач по сравнению с другими.

Объединяет все учебники то, что, несмотря на присутствие каждого пункта реализации прикладной направленности обучения геометрии, в них присутствует мало задач прикладного характера, исторических справок, межпредметных связей. В связи с этим актуальным становится поиск дополнительной информации и составление прикладных задач, которые показывали бы важность и значимость изучаемого материала.

1.2.2. Изучение темы «Четырехугольники» с учетом реализации прикладной направленности обучения геометрии

Раздел «Четырехугольники» курса геометрии 8 класса является традиционным и достаточно важным не только в курсе геометрии 7–9 классов, но и в курсе стереометрии 10–11 классов, потому что на его основе изучаются другие разделы геометрии: преобразование фигур, площади, многоугольники, многогранники.

Возможности курса «Четырехугольники» позволяют реализовать в процессе обучения все пути прикладной направленности обучения геометрии: показать исторический аспект, межпредметные связи и связи с окружающей действительностью, решить прикладные задачи, в том числе с использованием компьютерных технологий.

Рассмотрим на конкретных примерах возможность реализации того или иного пути прикладной направленности обучения геометрии на примере темы «Четырехугольники».

Реализация межпредметных связей

В математике и смежных дисциплинах изучаются одноименные понятия, поэтому целесообразно будет проведение интегрированных уроков по геометрии с другими предметами. Например:

1. С биологией по теме: «Симметрия в геометрии и биологии» (на уроке можно рассмотреть основные виды симметрии и показать, где в природе ее можно встретить);

2. С русским языком по теме: «Четырехугольники и причастие» (на уроке можно провести математический диктант, сочинить сказку о геометрических фигурах, записать определение фигуры в виде предложения, содержащего причастие или причастный оборот, сделать его синтаксический разбор).

Также можно показать связь геометрии с алгеброй, отметив, что известные нам алгебраические тождества во второй книге «Начал» Евклида (см. Рис.1) представлены в геометрическом виде. Например, формулу квадрата суммы: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ – греки формулировали геометрически (см. Рис.2): «Если отрезок как-либо разбит на два отрезка, то площадь квадрата, построенного на всем отрезке, равна сумме площадей квадратов, построенных на каждом из двух отрезков, и удвоенной площади прямоугольника, сторонами которого служат эти два отрезка». Аналогично рассматривались и другие тождества (см. Приложение 1, п.1.).

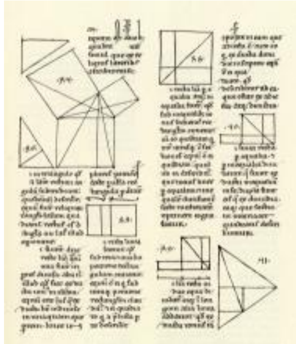


Рис.1 Страница «Начал» Евклида

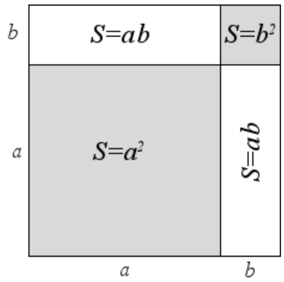


Рис.2 Геометрическое представление формулы «Квадрат суммы»

Более того, можно рассказать про геометрический способ решения квадратных уравнений (таким способом можно получить только один положительный корень) (см. Приложение 1, п.2.), отметив, что задачи, эквивалентные квадратным уравнениям, греки рассматривали в рамках геометрии. Эти задачи назывались «приложением площадей.

Реализация связей с окружающей действительностью

Рассмотрим на конкретных примерах, как можно связать ту или иную геометрическую фигуру с окружающей действительностью.

1) Параллелограмм

Различные механизмы содержат в себе параллелограмм: параллелограммный механизм, параллелограмм с неподвижным звеном, параллелограмм с неподвижным шарниром (см. Приложение 2, п.1.).

Структура пылевого облака галактики Certaurus A имеет форму параллелограмма, снимок которого удалось сделать инфракрасным космическим телескопом Spitzer (см. Рис.3).

Рис.3 Снимок галактики Certaurus A

2) Ромб

Ромб тоже используется в различных механизмах: механизм ромбовидного домкрата, ножничный механизм (см. Приложение 2, п.2.). Ромб, в котором проведены диагонали, считается одной из самых крепких конструкций, которую используют для постройки мостов, зданий. Также примером применения ромба в жизни ромба являются ромбические антенны (ионозонды, служащие для изучения параметров ионосферы), различные орнаменты в вышивке, при украшении посуды.

Мозаика (плитки) Пенроуза (см. Рис.4) − непериодическое разбиение плоскости, апериодические регулярные структуры, замощение плоскости ромбами двух типов − с углами $72°$ и $108°$ и $36°$ и $144°$. Используется для укладки тротуарной плитки.

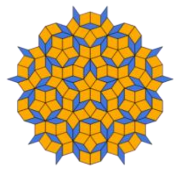


Рис.4 Плитки Пенроуза

3) Трапеция

Можно спросить у учащихся: Какая мышца человека носит название четырёхугольника? (Трапециевидная). А гимнастический снаряд, представляющий собой горизонтальную металлическую перекладину, закреплённую на длинных вертикальных тросах, носит название трапеции. И компактное рассеянное звездное скопление, расположенное в центре Туманности Ориона, самые яркие звёзды которого формируют собой четырёхугольник в виде трапеции, называется трапецией Ориона.

Форма комнаты трёхмерной оптической иллюзии в комнате Эймса (за счет которой ребёнок в ближнем углу кажется великаном по сравнению с тем, кто стоит в дальнем) − трапеция (см. Рис.5).

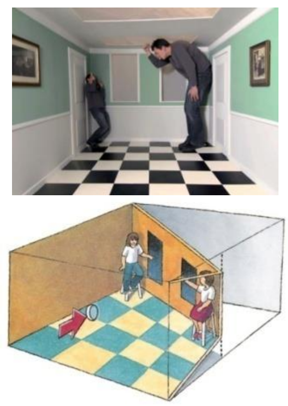


Рис.5 Оптическая иллюзия в комнате Эймса

4) Квадрат

Самая совершенная геометрическая фигура, встречается в разных произведениях искусства: от оснований египетских пирамид, до «Черного квадрата», русского художника Казимира Малевича.

В качестве практического применения можно отметить следующее. В сельском хозяйстве используют квадратно-гнездовой способ посадки культур. А в медицине машинка для пересадки кожи вырезает кусочки кожи в виде квадратов, которые располагают на обожженном участке в шахматном порядке. В шахматах есть «Правило квадрата»: если король находится внутри квадрата, одна из сторон которого − граница доски, куда стремится пешка противника, чтобы стать ферзем, а другая − соответствующий путь пешки (см. Рис.6), то без помощи других фигур желание пешки стать «королевой» не осуществится [18].

Так же можно рассказать про одну из теорий, например, почему в китайских монетах делается квадратное отверстие. Согласно представлениям в Древнем Китае Земля считалась квадратной, а Небо − круглым, а монета символизирует взаимосвязь Земли и Небес.

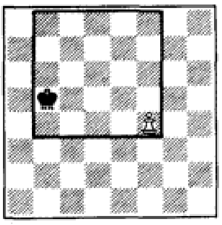


Рис.6 Правило квадрата в шахматах

5) Прямоугольник

Когда человек перешел к оседлому образу жизни и дома начали строить надолго, люди поняли, что именно прямоугольная форма позволяет экономнее использовать пространство. Такие дома проще надстраивать и делить на комнаты. А значит, они дают максимальную площадь и экономическую выгоду.

В жизни можно столкнуться с необходимостью укрепления калитки. Избежать расшатывания прямоугольной калитки (см. Рис.7, слева) можно, прибив к ней ещё одну дощечку (на Рис.7, справа).

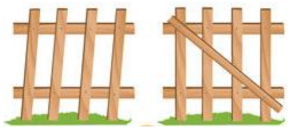


Рис.7 Калитка

Включение в содержание курса геометрии материала исторического характера

При первоначальном знакомстве с понятием четырехугольники и изучении определения и видов четырехугольника целесообразно показать значимость изучения этого раздела курса геометрии. Для этого можно отметить, что те сведения геометрии, которые будут рассмотрены на уроке, были известны еще в Древнем мире, в частности в древних египетских и вавилонских математических документах встречаются следующие виды четырёхугольников: квадраты, прямоугольники равнобедренные и прямоугольные трапеции [11]. Более того, можно добавить следующее: «Геометрия как наука бурно развивалась в Древней Греции с VII века до н.э. по I век н.э. Главным, дошедшим до нашего времени, теоретическим трактатом по математике считалось сочинение древнегреческого математика Евклида «Начала» (состоящее из 13 книг), которое оказало огромное влияние на развитие математики. В книге I рассматриваются основные свойства треугольников, прямоугольников, параллелограммов и производится сравнение их площадей».

При изучении четырехугольников на уроке интерес учащихся можно подкреплять историческими фактами конкретных фигур. Например, при изучении свойств параллелограмма можно отметить, что эти свойства были доказаны Евклидом и описаны в трактате «Начала» [14, с. 47]: «В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны, а диагональ разделяет его пополам». А при изучении такого геометрического факта: середины сторон четырёхугольника являются вершинами параллелограмма, можно отметить, что он был доказан Пьером Вариньоном, французским математиком и механиком, в 1687 году. Термин «трапеция» впервые встречается у древнегреческого математика Посидония (I в.), а до него фигуру такой формы называли любой четырехугольник (не параллелограмм). Свойство средней линии трапеции было известно еще древним египтянам, оно содержится на папирусе Ахмеса и на стенах храма Эдфу в Верхнем Египте (II в. до н. э.).

А такая фигура, как квадрат (впервые появился в теореме Пифагора) очень богата на исторические факты. Приведем некоторые из них: вычисление площади принято называть квадратурой, так как измерить площадь в Древней Греции означало построить квадрат, равновеликий этой фигуре [18]. В древнем мире квадрат означал четыре стороны света. В Индии перекрещенный квадрат является символом земли. Он свидетельствует о том, что понятие «четыре стороны света» связывалось с понятием «четыре страны света» или «четыре области земли». С квадратом связана Легенда о перстне царя Соломона.

В качестве дополнительного материала можно рассказать учащимся об математических квадратах, привести примеры исторических магических квадратов (см. Приложение 3, п.1). Более того, при изучении геометрических фигур для повышения интереса учащихся можно использовать информацию о происхождении изучаемых понятий (см. Приложение 3, п.2).

Важным историческим аспектом при изучении геометрических фигур является рассказ о биографии ученых и математиках, которые имели непосредственное отношение данному разделу геометрии. Делать это необходимо в целях расширения кругозора учащихся. Например, при упоминании, что свойство параллелограмма были доказаны еще Евклидом [14], можно привести интересные факты из биографии этого ученого, а также других ученых, о которых упоминалось выше (см. Приложение 3, п.3) и показать их портреты. В качестве большей убедительности можно использовать цитирование исторических личностей на уроках геометрии.

Помимо этого, можно включать старинные задачи в образовательный процесс. Например, с четырехугольниками связана следующая задача Вавилона [44, с. 3]: «Для определения площади четырехугольника вавилоняне брали произведение полусумм противоположных сторон. Выяснить, для каких четырехугольников эта формула точно определяет площадь». Или предложить учащимся решить задачу из древнекитайского трактата «Математика в девяти книгах» [21, с. 16], который был составлен еще до нашей эры: «Имеется поле шириною в 2 ли, длиною в 3 ли. Спрашивается, каково поле?».

Использование компьютерных программ для моделирования реальных объектов и других информационных технологий

Внедрение компьютерной техники в процесс обучения усилит его прикладную направленность. Например, при построении чертежей на уроке можно использовать различные компьютерные программы (Wingeom и GeoGebra), предназначенных для создания точных, аккуратных, перемещающихся чертежей. Также целесообразно использование различных виртуальных сред на уроке, например УМК «Живая геометрия», «Математический конструктор» предоставляют пользователю широкие возможности для динамического предоставления математической информации. С помощью «Живой математики» можно выявлять закономерности в наблюдаемых явлениях, экспериментально подтверждать уже доказанные факты. Лаборатории Московской электронной школы [2] также предоставляют ученику и учителю возможность использовать виртуальные лаборатории по планиметрии. Для измерения реальных объектов больших размеров можно использовать Google карты.

На электронную доску можно выводить различный материал прикладного характера по теме «Четырехугольники», чтобы усилить наглядность: показать портреты известных математиков (Фалеса, Евклида), картинки, на которых будет видно, где в жизни можно встретить тот или иной вид четырехугольника. Более того, на уроках можно использовать видеоматериал: продемонстрировать видеоролик о биографиях ученых или показать принцип работы различных параллелограммных механизмов [34], [53].

В качестве других интернет-источников можно использовать: canva − онлайн-сервис по созданию диаграмм и графиков [50], сайт для создания учебных веб-квестов, викторин и интеллектуальных онлайн-игр [51],миниатюры и этюды, на разные разделы математики, в том числе и по теме «Четырехугольники» [22].

В компьютерном 3D моделировании существует полигональный метод, используемый при создании компьютерных игр, при проектировании несущих конструкций, интерьеров, деталей. Суть этого метода заключается в создании и редактировании сетки из полигонов (см. Рис.8), с помощью которых можно смоделировать практически любой объект. При создании полигональных моделей, предпочтение отдают четырехугольникам (реже треугольникам), так как такую модель легче редактировать (треугольники же выдают вмятины, неровную поверхность при сглаживании).

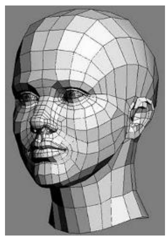


Рис.8 Полигональный метод

Организация внеклассной и самостоятельной работы учащихся

В качестве форм внеклассной работы при изучении темы «Четырехугольники» можно провести факультативное занятие по приложению математике (например, «Связь геометрии и оригами», «Геометрия в архитектуре»), математические игры, эстафеты по теме «Четырехугольники», экскурсии (например, поход в музей на выставку современного изобразительного искусства). В качестве самостоятельной работы можно дать ученикам дополнительные задания: подготовку докладов (см. Приложение 4), сообщений о применимости математики в жизни, в сфере определенных профессий, разработка проектов прикладного содержания.

Использование в процессе обучения прикладных и практико-ориентированных задач

Объекты, имеющие форму четырехугольника, часто встречаются в повседневной жизни, поэтому в международном исследовании качества образования PISA, присутствует несколько прикладных задач по теме «Четырехугольники» (см. Приложение 5, п.1). В ОГЭ были включены задачи прикладного характера (см. Приложение 5, п.2).

Рассмотрим, конкретные примеры прикладных задач. Прикладные задачи на систематизацию и обобщения знаний по теме четырехугольники помещены в Приложение 5, п.3.

Прикладные задачи по теме: «Трапеция»

Задача № 1.1 (Из сборника ОГЭ [26]) Крыша сарая наклонена и установлена на трех вертикальных опорах, так что средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами, а их основания расположены на одной прямой. Высота большей опоры $2{,}85$м, а малой $-$ $2{,}25$м. Найдите высоту средней опоры в метрах. (Ответ:$2{,}55$м).

Прикладные задачи по теме: «Прямоугольник»

Задача № 1.2 [5]. Мастерской поручили изготовить партию пластин прямоугольной формы. Технология изготовления гарантирует параллельность противолежащих сторон пластин. Как проверить одной линейкой, будет ли пластина иметь форму прямоугольника? (Ответ: надо измерить и сравнить диагонали пластины, они должны быть равны).

Задача № 1.3 [5]. Для рамы были заготовлены одинаковые по длине и ширине рейки (дощечки в форме прямоугольников). Как, не используя углоизмерительного инструмента, обрезать концы реек под углом в $45°$, чтобы их них можно было сложить раму? (Ответ: отложить от одной точки по длине и ширине одинаковый отрезок (получить квадрат), провести диагональ и обрезать).

Задача № 1.4 [38]. Из круглого бревна нужно вырезать брус с поперечным сечением 5 × 12 (см). Какой наименьший диаметр должно иметь бревно? (Ответ: наименьший диаметр бревна − диагональ прямоугольника (см. Рис.9), ее длина равна 13см).

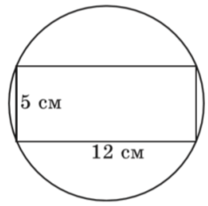


Рис.9 Бревно

Прикладные задачи по теме: «Квадрат»

Задача № 1.5 [28]. По углам квадратного пруда растут 4 дуба. Пруд надо расширить, сделав водоем вдвое больше по площади, сохраняя при этом квадратную форму. Можно ли расширить пруд до требуемых размеров так, чтобы все 4 дуба, оставаясь на своих местах, не были затоплены водой, а стояли у берегов нового пруда? (Ответ: надо вырыть бассейн так, чтобы дубы оказались на серединах сторон нового квадрата (см. Рис.10)).

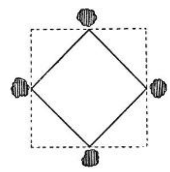


Рис.10 Ответ к задаче № 1.5

Задача № 1.6 [28] (Затруднение столяра).
У столяра есть пятиугольная доска (см. Рис.11), составленная из квадрата и приложенного к нему треугольника, который вчетверо меньше этого квадрата. Столяру нужно превратить эту доску в квадратную, не добавляя и не отнимая от нее ничего. Для этого необходимо распилить ее на части, из которых потом можно было бы составить квадрат. Но столяр желает разделить доску не более чем по двум прямым линиям. Возможно, ли это сделать? (Ответ: фигуру необходимо разрезать так, как показано на Рис.12, слева, из полученных трех кусков 1, 2 и 3 составляется квадрат, как показано на чертеже (см. Рис.12, справа)).

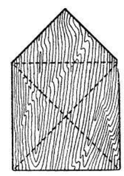


Рис.11 Доска

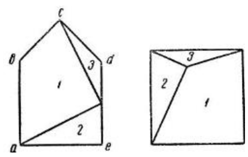


Рис.12 Чертеж разреза

Прикладные задачи по теме: «Параллелограмм»

Задача № 1.7 [5]. Как с помощью признака параллелограмма найти расстояние между двумя недоступными для геодезиста точками? (Ответ: (см. Рис.13), измерить длины отрезков ОА и ОВ, а затем, пользуясь признаком параллелограмма, достроить до

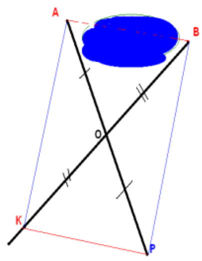


Рис.13 Решение задачи №1.7

параллелограмма АВРК, тогда КР=АВ (по свойствам параллелограмма); измерить отрезок КР).

1.3. Опыт учителей математики по реализации прикладной направленности обучения геометрии

Для успешной реализации прикладной направленности обучения геометрии педагогам необходимо показать важность изучения математики и ее законов, так как вся современная наука (физика, химия, биология, экономика, социология и т.д.) использует математические методы.

Тем не менее, в методических рекомендациях для учителей, составленных на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2019 года [49, с. 22], отмечается, что на уроках геометрии по-прежнему основное внимание уделяется: «заучиванию определений и решению большого количества вычислительных задач». Н. В. Решетникова в своей диссертации «Преемственность реализации прикладной направленности обучения математике в основной и старшей школе» [36] в исследовании об использовании учителями прикладной направленности на уроках и делает вывод, что более 70% опрошенных учителей имеют интуитивное представление о прикладной направленности обучения математике и путях ее реализации, а четверть из них не задумывается о включении прикладной направленности геометрии при планировании уроков.

Но учителя, реализующие прикладную направленность геометрии на своих уроках (например, Дунаева Светлана Евгеньевна, учитель математики г. Москвы)отмечают [33]: «Ученики стараются быстрее овладеть теорией, если более отчетливо понимают ее практическое применение».

Реализовать прикладную направленность геометрии бывает очень сложно, материала для проектирования уроков недостаточно − это подтверждают выводы параграфа 1.2.1. Чтобы ответить на вопросы учеников: «Зачем мы изучаем эту тему?» − учителям приходится самим искать и подбирать задачи практической направленности. У большинства учителей есть собственная коллекция таких задач. Они начинают придумывать пути решения данной проблемы, внедрять различные способы реализации прикладной направленности на своих уроках.

В литературе особое внимание прикладной направленности обучения геометрии рекомендуется уделить в 7−9 классе, так именно в этот период ученики начинают терять интерес к учебе. По мнению Александра Попова и Татьяны Ишмуратовой, это происходит, потому что математика после 7−9 класса превращается в [6] «математику идеального действия». Они отмечают, что в 8 классе большинство задач дается на формульном языке (например, решить уравнение, преобразовать выражение), то есть требуется выполнить работу внутри математической модели. Ученики перестают видеть связь предметного материала с жизнью, вещами и явлениями окружающего мира. Поэтому, по мнению А. А. Попова и Т. В. Ишмуратовой именно в этот период необходимо вводить в предмет специальные (прикладные) задачи, чтобы математика не превратилась в рефлекторное выполнение математических действий.

Основные идеи учителей заключаются во включении в урок фрагментов исторического материала по теме. Целесообразным будет включение в образовательный процесс проектной и научно-исследовательской деятельности, проведение внеклассной работы по геометрии и различных декад математики. Многие учителя на своих уроках используют задачи прикладного характера, задачи на смекалку.

Например, Яковлева Наталья Владимировна, учитель математики МОУ лицей Орехово-Зуева, в своей практике уделяет особое внимание задачам прикладного характера [48], считая, что с их помощью должно появляться каждое новое понятие на уроке. Н. В. Яковлева проводит краткие вступительные беседы о той или иной профессии, предваряющие решение прикладных задач, показывает область, в которой данный материал имеет фактическое применение. А также педагог сама составляет прикладные задачи для своих уроков. В этом ей помогают коллеги по работе (учителя химии и биологии при необходимости делятся своими материалами или проводят с учениками свои исследования).

Иногда данные для задачи собираются учителем и учениками совместно в процессе экскурсии на производственное предприятие.

Мичкасов Роман Евгеньевич, учитель математики ГБОУ СОШ № 501 г. Санкт-Петербурга, считает важным реализацию межпредметных связей на уроках математики [25]. По мнению Романа Евгеньевича учителя должны по возможности объединяться с другими учителями и проводить интересные интегрированные уроки. А для этого, по мнению педагога, необходимо организовать слаженную работу всего педагогического коллектива, провести ряд обучающих мероприятий, конференций, собраний (посвященных значимости межпредметных связей в обучении). При этом учителям самим следует изучить литературу по этой теме. Результатом должна стать организация комплексного, всестороннего использования межпредметных связей по всем предметам (не только по геометрии).

Также Р. Е. Мичкасов на своих уроках использует задачи прикладного характера из смежных дисциплин, с помощью которых можно показать ученикам, что математика не существует сама по себе и применяется для решения задач из других предметных областей.

Немаловажным способом реализации прикладной направленности обучения учителя считают включение кружковой деятельности в образовательный процесс, например Силаева Ольга Владимировна, учитель математики МБОУ «СОШ с УИОП № 2» разработала факультативный курс по теме «Четырехугольники» [37]. Внеклассные формы работы тоже будут способствовать реализации прикладной направленности, если курс будет связан с основами других наук, включать в себя решение прикладных задач и использование компьютерных средств.

Смирнова Ирина Михайловна, доктор педагогических наук, поделилась своим опытом реализации принципов прикладной направленности геометрии в гуманитарных классах. Она отмечает, что у таких учеников преобладает наглядно-образное мышление, поэтому на уроках можно уделять внимание наблюдению проявлений математических закономерностей в живой природе, и произведениях искусства, касаться истории математики на уроках (показывать связь математики с другими науками).

В 8 классе подростки начинают отдавать предпочтение в общении со сверстниками, поэтому целесообразно включать коллективную работу на уроке, считает Ирина Михайловна [39]. Например, проводить поиск решения задачи всем классом, а также устраивать различные виды дискуссий на уроках геометрии, проводить лабораторные работы, деловые игры, работать с научно-популярной литературой. Все это будет способствовать развитию диалоговой культуры учащихся.

Проанализировав опыт учителей, можно отметить, что учителя видят необходимость использования путей прикладной направленности геометрии на своих уроках, это связано, прежде всего, с тем, что использование только материала, содержащегося в школьных учебниках недостаточно для реализации прикладной направленности обучения геометрии. Каждый из педагогов по-разному подходит к этому вопросу. Одни делают упор на использование исторического материала на уроке и организации проектной деятельности. Другие включают в образовательный процесс прикладные задачи и задачи исследовательского характера. Третьи реализуют межпредметные связи на уроках геометрии, тем самым стараясь разнообразить образовательный процесс, наполнить его информацией, показывающей связь изучаемого материала с окружающей действительностью, так как именно таким образом ученики лучше усвоят изучаемый материал.

ГЛАВА 2. РЕАЛИЗАЦИЯ ПРИКЛАДНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ (НА ПРИМЕРЕ ТЕМЫ «ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ»)

2.1. Типы задач для реализации прикладной направленности обучения геометрии при изучении темы «Четырехугольники» 8 класса

Реализация того или иного пути реализации прикладной направленности обучения геометрии подразумевает не только наглядную демонстрацию прикладной значимости геометрии (рассказы об исторических личностях, упоминания исторических фактов, проведении аналогий с окружающим миром и т. п.), но и решение задач, которые отражали бы реальные ситуации, показывали применения математической теории на практике.

В предыдущей главе уже говорилось о прикладных задачах, но при изучении теоретического материала по этой теме, выяснилось, что не существует какой-то отдельной классификации задач такого типа. Разные авторы в своих работах упоминают какой-то один или несколько типов задач. Более того, прикладные задачи разными авторами [5], [40], [45] называются по-разному: практическими, практико-ориентированными, контекстными, задачами с практическим содержанием и так далее. Но многие из перечисленных выше понятий, в методике преподавания математики имеют разный смысл, поэтому необходимо разграничить эти понятия и классифицировать задачи такого рода.

Во-первых, следует различать понятия прикладной и практической задачи. *Практическая* задача предполагает отработку математического аппарата (математических знаний, умений и навыков), необходимого в практической деятельности, то есть применение теории к решению математических задач. Приведем пример практической задачи [9, с. 104]: Биссектриса угла A параллелограмма ABCD пересекает сторону BC в точке K. Найдите периметр этого параллелограмма, если $BK = 15$см, $KC = 9$см (Задача № 374 из учебника Л. С. Атанасяна). Стандартная задача на использование знаний об определении параллелограмма и его свойствах, не содержит в себе связей с окружающей действительностью.

Задачи, которые отражали бы реальные ситуации, можно разделить на два блока: прикладные и псевдоприкладные задачи.

Прикладные задачи

Говоря о прикладной задаче, будем понимать учебную прикладную задачу, а не прикладную задачу из различных областей науки (физики, биологии, химии и т. д.), которая решается математическими средствами и практически значима в других областях знаний. Такие задачи недоступны для решения школьниками, так как они не являются профессиональными математиками и инженерами, не имеют знания в этих сферах.

Учебные прикладные задачи могут быть приближены к прикладным задачам, решаемым в научной и производственной практике, главное, чтобы они достоверно отражали приложения математики. Такие задачи являются и средством обучения приложениям математики, и средством обучения математике через ее приложения.

В предыдущей главе было приведено определение прикладной задачи. Это задача с определенным сюжетом, чаще всего сформулированная в виде проблемного вопроса, которая должна удовлетворять четырем характеристикам. Опишем эти характеристики.

1) Реальность.

Условие задачи и формулировка вопроса должны быть связаны с анализом настоящего объекта (решение должно иметь практическую значимость). Наличие реального практического содержания: необходимо обеспечить подлинность и достоверность всех данных в задаче, причем ученик должен обладать возможностью отыскать недостающие данные в справочниках или получить их в результате измерений.

2) Познавательная ценность.

Используемая на уроке задача должна способствовать познанию мира (окружающей действительности, каких-то фактов из жизни, или практических навыков), содержать полезную информацию. Большую ценность принесет задача, сюжет которой будет соответствовать интересам учащегося или будет им знаком.

Например, ребята встречались с ситуацией, описываемой в задаче, в реальной жизни: на экскурсии или иной совместной деятельности, в быту и так далее.

3) Доступность

Задача должна быть изложена доступным языком, быть понятной для учащегося. В ней не должны быть использованы неизвестные учащимся термины (в противном случае в задаче должны присутствовать объяснения значения того или иного термина, при необходимости можно дополнить его иллюстрацией). Именно из-за того, что в эпоху политехнизма, использовались задачи, непонятные не только учащимся, но и порой учителю, так как их фабулы носили узкопрофессиональный характер, и разобраться в нематематической части условия зачастую было сложно, постепенно решено было отказаться от таких задач.

При этом у школьников должны быть сформированы определенные умения для решения таких задач: он должен иметь навык решения стандартных задач, если прикладная задача используется в качестве закрепления изучаемого материала.

4) Соответствие содержания задачи программе школьного курса по математике.

Примером прикладной задачи может стать задача №3 из PISA (см. Приложение 5, п.1.).

Есть и такие прикладные задачи, сюжет которых является отражением времени. Прикладную задачу, утратившую свою актуальность, но имевшую важное практическое значение на каком-то этапе истории, можно считать прикладной задачей исторического характера. Многие жизненные задачи, которые имели большое прикладное значение в XIX веке, но сегодня не имеющие для приобретения жизненного опыта такого значения, до сих пор можно встретить в школьной программе: задачи на совместную работу, на движение, на покупку или продажу. Этот тип задач можно включить в большой блок задач прикладного характера.

Учителю нужно учитывать эти характеристики при самостоятельном составлении прикладных задач. В следующем параграфе будут рассмотрены примеры таких задач.

Псевдоприкладные задачи

По мнению некоторых авторов [15], [40], часть задач, используемых в процессе обучения, несмотря на реальный сюжет, носит искусственный характер, отдаленный от реальной действительности. Такие задачи относят к псевдоприкладным.

Псевдоприкладные задачи можно разделить на практико-ориентированные и занимательные задачи.

Практико-ориентированные задачи

Под практико-ориентированной [31] задачей понимается, прежде всего, математическая задача, которая подразумевает формальное установление связи теории с практикой. Данная задача имеет некий сюжет (связанный с реальной действительностью, в ней содержатся достоверные данные, поставлен вопрос), но при этом реальные объекты составляют лишь терминологический фон, такая задача служит для отработки и закрепления каких-то математических знаний, теории. Сюжет задачи не обогащает знания учащихся о закономерностях реального мира, с ее помощью нельзя показать практическое применение математики в жизни.

Проиллюстрируем выявленные различия на примерах.

Задача № 2.1. Форма клумбы − равнобедренная трапеция. Найдите ее высоту, если боковая сторона имеет длину 5м, а основания 2м и 8м.

Рис. 14 Дыра в крыше

Задача № 2.2. В результате урагана на крыше сарая на даче И.И. Иванова образовалась дыра (см. Рис.14). В ней необходимо заменить несколько досок. При постройке крыши мужчина все измерения записал на листке (см. Рис.15), но часть из них стерлась. Можно ли вычислить

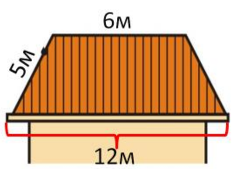


Рис. 15 Данные к задаче № 2.2

длину доски, которая потребуется для замены, а основе имеющихся данных?

В первой задаче нет никакого практического смысла. Реальная ситуация служит лишь фоном, цель задачи − проверить умение находить высоту трапеции. Во второй задаче, есть сюжет. Все расчеты, которые необходимо провести, нужны для использования в реальной ситуации, поэтому такую задачу можно назвать прикладной.

Занимательные

Есть еще категория задач по геометрии − занимательные задачи [30]. Это необычные задачи, решение которых строится на рассуждении, иногда без использования теоретических знаний по математике. Примерами таких задач являются: задачи на разрезание, на сгибание, на черчение, задачи со спичками, головоломки (танграм, пентамино), задачи в рисунках и так далее.

Приведем пример такой задачи [1, с. 81]: «Как из прямоугольного листа бумаги одними только его сгибаниями получить ромб? А квадрат?». А также задача № 1.6 из параграфа 1.2.2. главы 1.

Для решения занимательных задач необходимо обладать не только математическими знаниями, но и определенными качествами мышления: выявлять отношения между объектами, определять условия избыточности или недостаточности данных, вести поиск примеров или контрпримеров, упрощать или конкретизировать ситуацию и т. д.

Некоторые авторы [31] выделяют еще один подтип псевдоприкладных задач, называя эти задачи − задачами с практическим содержанием. Это задачи:

- на выполнение измерений,
- на построение диаграмм,
- на установление зависимостей между величинами (построение графиков),
- на составление таблиц,
- на вычисление значений величин, встречающихся в практической деятельности,
- на вывод формул зависимостей, встречающихся на практике.

Эти задания служат для формирования у учащихся нужных в повседневной деятельности навыков выполнения вычислений и измерений, составления и применения таблиц и т. д. С одной стороны, следует выделить такие задачи в отдельный подтип. Например, задание на составление таблицы на систематизацию знаний по теме «Четырехугольники» формирует умение перерабатывать и структурировать информацию. Прикладным такое задание назвать нельзя, так как само по себе составление данной таблицы не несет в себе какого-то прикладного значения, но данный навык может пригодиться ему в будущем, поэтому такое задание можно отнести к псевдоприкладным. С другой стороны, эти навыки (например, на выполнение измерений) могут быть использованы при решении прикладных задач, тогда они уже будут нести в себе прикладную значимость, и могут считаться прикладными.

Одним из выделенных нами путей реализации прикладной направленности обучения математики была реализация межпредметных связей. Один из способов реализации – решение межпредметных задач, такие задачи показывают связь с другими предметами школьной программы. В условии задачи описана ситуация на языке одной из предметных областей с явным или неявным использованием языка другой предметной области. В школьном курсе математики (геометрии) они традиционно иллюстрируются на примере решения задач с физическим содержанием. Приведем пример задачи, предполагающей использование правила параллелограмма: «В безветренную погоду скорость приземления парашютиста $v_1 = 4\,м/с$. Какой будет скорость его приземления в ветреную погоду, если в горизонтальном направлении ветер дует со скоростью $v_2 = 5\,м/с$ (см. Рис.16). (Ответ: $6{,}4\,м/с$).

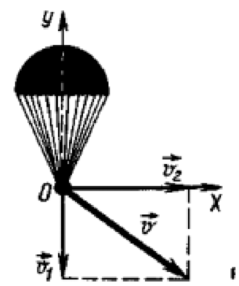


Рис.16 Рисунок к задаче

В следующем параграфе рассмотрим примеры прикладных задач, которыми можно дополнить задачный материал темы «Четырехугольники».

2.2. Примеры прикладных задач для реализации прикладной направленности обучения геометрии

На основании анализа опыта учителей (параграф 1.3 главы 1) и рекомендаций методистов, рассмотренных в 1 главе, можно сделать вывод, что на основном этапе реализации прикладной направленности обучения геометрии следует уделять внимание решению прикладных задач. Они помогут показать связь содержания школьного курса геометрии с практикой, расширить представление учащихся об этапах метода математического моделирования. Рассмотрев на уроке с учителем серию прикладных задач (примеров из жизни), ученики убедятся, что математическая модель − это приближенное описание какого-либо класса объектов реального мира на языке математики. При регулярном использовании в процессе обучения задач прикладного характера у ученика сформируется умение выделять математический аппарат, используемый при описании реальных объектов.

Анализ УМК и научной литературы, проведенный в первой главе параграфа 1.2.1., показал, что задач прикладного характера по теме «Четырехугольники» содержится очень мало. Задачников, в которых были бы собраны задачи с прикладным содержанием, нет, часть задач, предлагающихся как прикладные, неестественны с прикладных позиций, по сути являются псевдоприкладными задачами.

Прикладные задачи желательно включать на каждом уроке. Поэтому возникла необходимость в разработке и составлении прикладных задач по теме «Четырехугольники» курса геометрии 8 класса. Приведем примеры таких задач и темы уроков, на которых они могут быть использованы. Решение некоторых задач представлено в Приложении 6.

Тема урока: «Параллелограмм».

На этом уроке учащиеся знакомятся со свойствами параллелограмма, поэтому можно рассмотреть задачу № 3 из Приложения 5, п.1. о выборе клумбы для садовника из исследования PISA.

Тема урока: «Признаки параллелограмма».

Решить задачи «Измерить ширину реки, п.2», «Длина острова», «Путь через реку» части 1 «Геометрия на вольном воздухе», главы 2 «Геометрия у реки», из книги Я. И. Перельмана «Занимательная геометрия» [29].

Тема урока: «Решение задач по теме «Параллелограмм»».

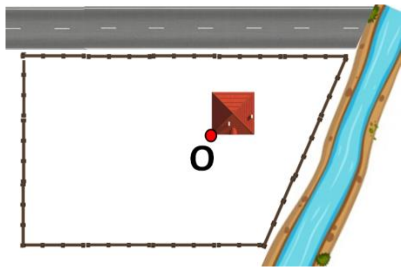


Рис.17 Земельный участок

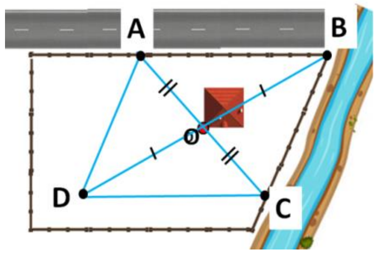


Рис.18 Решение задачи № 2.3.

№ 2.3. Н. Н. Петров купил земельный участок, с одной стороны которого протекает река, а с другой проходит дорога (см. Рис.17). Он хочет построить на этом участке дом, огородить участок забором, в котором хочет сделать две калитки так, чтобы через одну калитку можно было выйти к реке, а через другую – к дороге. При этом Н. Н. Петров хочет, чтобы эти калитки и дом соединялись одной прямой дорогой, расстояние по которой от дома до реки и до дороги были равными. Как провести через дом (на Рис.17 − т.О) дорогу, чтобы расстояние по ней до дороги и до реки были бы одинаковыми? (Ответ: нужно воспользоваться знанием о свойствах параллелограмма (см. Рис.18), решение см. в Приложении 6).

Тема урока: «Трапеция»

Решить задачу № 2.2. из параграфа 2.1. главы 2.


Рис.19 Желоб

№2.4. На фабрике между двумя зданиями планируется установить желоб (см. Рис.19) для передачи материалов. Здания имеют высоту 9м и 15м, а расстояние между ними равно 8 метрам. Определите, какой длины должен быть желоб. (Ответ: 10м, решение см. в Приложении 6).

Тема урока: «Прямоугольник».

№ 2.5. Яблоневый сад имеет форму прямоугольника, стороны которого относятся как 16 : 11, и ширина его на 25м меньше длины. Мальчишки задумали украсть из сада мешок яблок, но для этого им понадобится 5 минут. Успеют ли они это сделать, пока сторож будет делать обход вокруг участка или же ребята будут пойманы сторожем? (Скорость рабочего 4 км/ч). (Ответ: будут пойманы сторожем, так как сторож совершит свой обход за $4{,}05$ мин).

№ 2.6. Телевизор сегодня можно встретить в каждом доме. Но не все знают, что при его выборе нужно учесть некоторые условия. Комфортность просмотра зависит от длины диагонали экрана, от разрешения экрана и от расстояния между зрителем и экраном телевизора.

В маркировке телевизоров диагональ экрана всегда записана в дюймах. У любого производителя это число стоит в начале маркировки модели телевизора. Например: KDL$-\ \mathbf{50}W82 \times B$, $\mathbf{50}$ $-$ это и есть длина диагонали в дюймах.

1 дюйм $\approx 2{,}54$ сантиметра. Например, диагональ в 32 дюйма будет равна $81{,}28$ сантиметра, но чаще всего указывают размер диагонали, округляя до определённого разряда: до единиц ($81{,}28 \approx 81$) или до десятков ($81{,}28 \approx 80$).

Ошибочно считать, что чем больше диагональ телевизора, тем лучше. На выбор размера диагонали экрана телевизора влияют два фактора (см. Рис.20):

1. Расстояние, с которого вы будете смотреть телевизор.

2. Разрешение картинки на телевизионном экране.

Чем больше разрешение экрана, тем ближе можно просматривать картинку на экране без ущерба для качества изображения. Соответственно, чем меньше разрешение экрана, тем меньше должна быть диагональ телевизора.

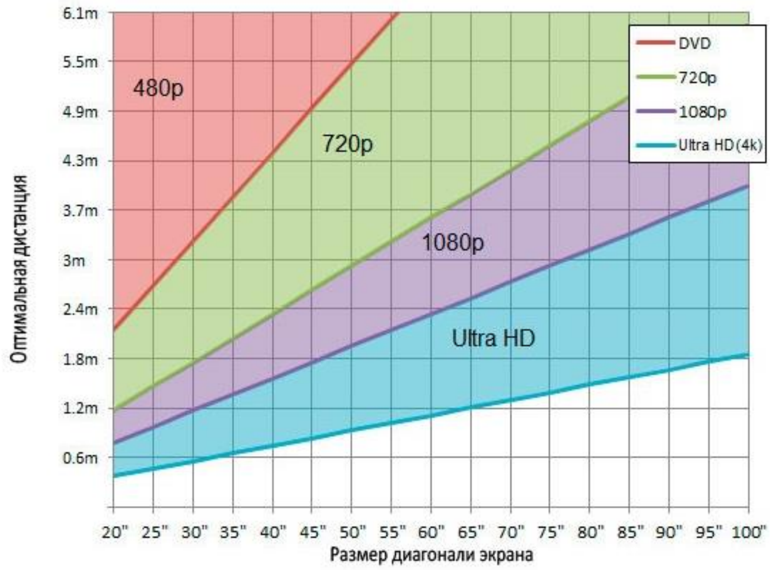


Рис.20 Оптимальное расстояние просмотра телевизора для разного разрешения

Задача: мебель в вашей квартире расставлена таким образом, что под телевизор на стене определено место с размерами 120 см $\times$ 65 см и расстояние от предполагаемого места просмотра до экрана телевизора $2{,}5$м. Как правильно выбрать телевизор? (Ответ: необходимо купить телевизор разрешением 1080р с диагональю 55дюймов).

№ 2.7. Н. Н. Петров решил построить кирпичный дом на своем земельном участке. Для постройки надежного и долговечного дома в первую очередь необходимо создать соответствующее основание (фундамент). Ленточный фундамент (см. Рис.21) − это самый распространенный вид основания для деревянных и кирпичных домов. При таком типе фундамента выкапывают траншею нужных размеров по периметру дома, которую потом заливают бетоном, засыпав предварительно дно песком (см. Рис.22). При этом следует внимательно отнестись к расчетам, которые должны полностью соответствовать планам постройки.

Рис.21 Ленточный фундамент

Рис.22 Ленточный фундамент в разрезе

Рис.23 Фундамент дома Н. Н. Петрова

Основание дома Н. Н. Петрова, согласно плану, имеет форму прямоугольника (см. Рис.23). Рабочие уже наметили на земле место под фундамент, но тут пришел Н. Н. Петроваи сказал, что он не уверен в том, что фундамент дома имеет форму прямоугольника. Рабочие ему возразили: «Фундамент имеет форму прямоугольника, так как его диагонали равны». Как Петрову Н. доказать строителям, что они не правы? (Ответ: равные диагонали имеет не только прямоугольник, но и равнобедренная трапеция, поэтому для проверки необходимо измерить еще и стороны).

№ 2.8. Можно использовать задачу №7 из ОГЭ (см. Приложение 5, п.2.), предварительно перефразировав ее следующим образом:

Общепринятые форматы листов бумаги обозначают буквой А и цифрой: А0, А1, А2 и т. д. Если лист формата А0 разрезать пополам, получаются два

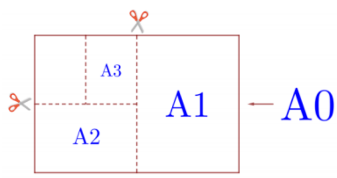


Рис.24 Общепринятые форматы листов бумаги

листа формата А1. Если лист А1 разрезать пополам, получаются два листа формата А2 и т. д. (см. Рис.24)

Мастерская печати, в распоряжении которой имеются листы бумаги формата А1, получила заказ на изготовление партии из 12 книг толщиной 25 страниц с форматом листа А5. Сколько листов бумаги формата А1 необходимо разрезать, чтобы выполнить заказ? (Ответ: потребуется 19 листов формата А1).

Тема урока: «Ромб.Квадрат»

№ 2.9. Н. Н. Петров на своем участке хочет посадить морковь, свеклу, капусту, выделив под посадку участок в форме квадрата со стороной 4м. Как следует разделить участок под посевы так, чтобы грядки были одинакового размера? (Ширина между грядками должна составлять 20см). Предложите несколько вариантов ответа. (Ответ: разделить участок можно так, как показано на Рис.25).

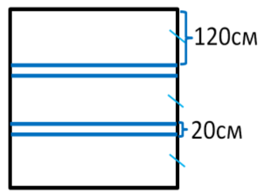


Рис. 25 Ответ к задаче № 2.9.

№ 2.10. Олег хочет сделать воздушного змея (как на Рис.26), у которого рейки соединены под прямым углом. У него есть рейки длиной 24 см и 32 см. Какого размера нужно вырезать гофрированную бумагу для того, чтобы из нее можно было сделать воздушного змея, если рейки должны пересечься в точке, являющейся серединой каждой рейки? (Ответ: 20 см на 20 см)

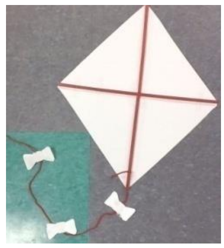


Рис.26 Воздушный змей

Тема урока: «Решение задач по теме “Прямоугольник.Ромб.Квадрат”».

Решить задачи № 9 (Про паркетчика), № 10 (Про белошвейку) из Приложения 5, п.3.

№ 2.11. К. К. Иванов решил открыть мастерскую по изготовлению мебели, и делать столешницы любой формы: прямоугольника, ромба, квадрата, трапеции (см. Рис.27). Сколько и какие замеры он должен сделать, чтобы выполнить заказ? (Ответ: Решение задачи


Рис.27 Варианты столешниц

(см. Приложение 6) будет разным, в зависимости от имеющихся у К. К. Иванова под рукой инструментов (рулетки, циркуля, угломера)).

Тема урока: «Площадь прямоугольника».

№ 2.12. Достаточно ли 5т гороха, чтобы засеять им поле, имеющее форму прямоугольника со сторонами 500м и 400м, если на 1га нужно высеять 260кг гороха? (Ответ: недостаточно, потребуется 5,2т).

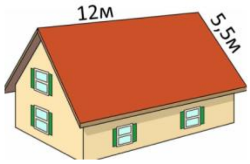


Рис.28 Крыша дома

№ 2.13. (Межпредметная связь с физикой 8 класса). Семья Петровых решила установить на крыше своего дома солнечные панели, чтобы обеспечить дом необходимым количеством электрической энергии с помощью энергии солнца. Для этого в первую очередь им необходимо определить, какое количество панелей предстоит приобрести и установить на участке. Определите количество необходимых панелей, необходимых для обеспечения дома необходимой энергией, рассчитайте, хватит ли места на крыше (см. Рис.28), для их установки, и сколько будет весить эта конструкция, если известно, что планируется установить солнечные панели мощностью 100Вт, весом 8,8кг, длиной шириной и толщиной $1000 \times 670 \times 35$мм. Известно, что дом расположен в Ялте, а также есть показания счетчика семьи за год (см. Табл. 1).

Месяц	янв	фев	март	апр	май	июнь	июль	авг	сент	окт	ноя	дек
Количество энергии, кВТ/ч	273	280	267	248	223	199	153	194	215	260	257	263

Табл. 1 Показания счетчика семьи за год

* Для того чтобы определить количество панелей, необходимо посчитать:

1. Количество потребляемой энергии за месяц. В расчет нужно взять максимально возможное количество потребляемой энергии за месяц (посмотреть, в каком месяце было расходовано больше всего кВт/ч электроэнергии по сравнению с остальными в течение года).

К полученному результату нужно прибавить не менее 40 процентов, это энергия, которая будет расходоваться на работу дополнительного оборудования, необходимого для установки солнечных батарей.

2. Количество необходимых батарей (N).

Для начала необходимо рассчитать мощность батарей по формуле:

$W_{сб} = P_{ном} * K_{инс}$, где $W_{сб}$ – мощность солнечной батареи (Вт), $P_{ном}$ – мощность солнечных батарей, которые планируется установить (Вт), $K_{инс}$ – коэффициент инсоляции (это временной отрезок, в течение которого на панель батарей попадают прямые лучи, инсоляция измеряется числом единиц энергии, попадающей на единицу площади за единицу времени – $кВт.час/м^2$). Коэффициент инсоляции определяется согласно статистическим данным, которые учитывают продолжительность светового дня, количество пасмурных дней и другие показатели. Данный коэффициент находится по специальным картам солнечной инсоляции, его значения для некоторых городов приведены на Рис.29. Если солнечными батареями планируют пользоваться весь год, то необходимо взять коэффициент инсоляции за год, а если в течении нескольких месяцев (только летом) – вычислить среднее арифметическое значение показателей инсоляции за 3 месяца (пример, для Москвы инсоляция будет равна: $(5{,}44 + 5{,}51 + 4{,}26) : 3 = 15{,}21$).

Город	Коэффициент солнечной инсоляции, кВтч/м2/день											
	Янв	Фев	Март	Апр	Май	Июнь	Июль	Авг	Сент	Окт	Нояб	Дек	За год
Москва	0,50	0,94	2,63	3,07	4,69	5,44	5,51	4,26	2,34	1,08	0,56	0,36	2,62
Екатеринбург	0,64	1,50	2,94	4,11	5,11	5,72	5,22	4,06	2,56	1,36	0,72	0,44	2,87
Санкт-Петербург	0,35	1,08	2,36	3,98	5,46	5,78	5,61	4,31	2,60	1,23	0,50	0,20	2,79
Киев	1,69	2,56	3,15	3,49	4,71	4,19	4,48	4,40	3,14	2,44	1,39	1,44	3,09
Ялта	1,27	2,06	3,05	4,30	5,44	5,84	6,20	5,34	4,07	2,67	1,55	1,07	3,57
Харьков	1,19	2,18	3,42	4,48	5,65	5,89	5,83	5,05	3,71	2,24	1,27	0,93	3,49
Минск	0,81	1,64	2,76	3,75	4,94	4,95	4,86	4,32	2,73	1,55	0,82	0,57	2,81
Витебск	0,72	1,50	2,70	3,87	5,20	5,24	5,21	4,24	2,75	1,52	0,80	0,51	2,86
Брест	0,88	1,61	2,69	3,80	5,00	4,97	4,78	4,34	2,86	1,65	0,87	0,68	2,85

Рис.29 Коэффициент солнечной инсоляции

После нужно рассчитать количество батарей, которое потребуется для энергообеспечения дома, по формуле: $N = W_{ср.сут.}/W_{сб}$, где N – количество необходимых батарей, $W_{ср.сут.}$ – среднесуточное потребление (кВт*ч), $W_{сб}$ – мощность солнечной батарей (кВт).

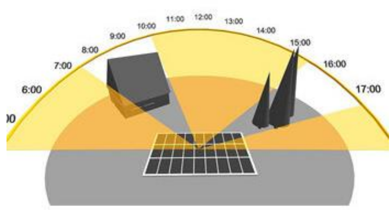


Рис.30 Часы работы солнечной панели

Солнечные панели не должны находиться тени (см. Рис.30), иначе они не будут вырабатывать достаточное количество энергии. Чаще всего их устанавливают на отдельно стоящих опорах или на крышах зданий (непосредственно на кровле или на специальной конструкции, под углом от $0°$ до $40°$ (см. Рис.31), профессионалы рекомендуют устанавливать угол наклона равный широте, в которой он находится). Необходимо направлять батарею в сторону Солнца, для того чтобы максимальный поток солнечных лучей падал на фотоэлементы батареи. Если вы находитесь в Северном полушарии, ориентируйте лицевую сторону батареи на юг. Если же вы находитесь в южном полушарии − на север. (Ответ: потребуется 37 панелей, общей площадью $23{,}45\text{м}^2$, весом 325кг).

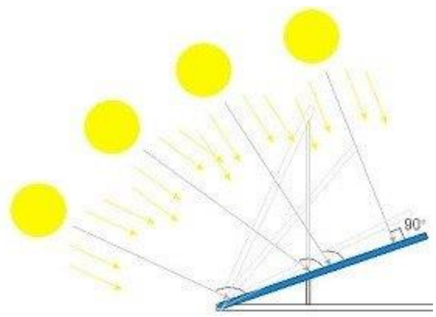


Рис.31 Угол установки солнечных батарей

Тема урока: «Площадь трапеции».

№ 2.14. С участка, имеющим форму трапеции (см. Рис.32), собрали 210ц картофеля с гектара. Сколько рейсов необходимо сделать 3 грузовикам грузоподъемностью 2т для доставки картофеля с поля, если коэффициент использования грузоподъемности равен 0,8?

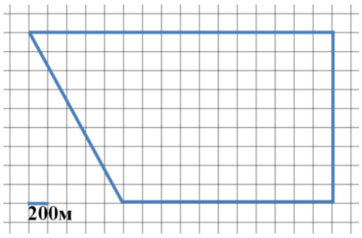


Рис.32 Участок

*Коэффициент использования грузоподъемности показывает отношение количества фактически перевезенного груза к количеству груза, которое могло быть перевезённого при полном использовании грузоподъёмности автомобиля. $\gamma_с = \frac{q_{гр}}{q}$, где $\gamma_с$− коэффициент использования грузоподъемности, $q_{гр}$− вес груза, перевозимого на 1 поездку (в тоннах), q − грузоподъемность подвижного состава (в тоннах). (Ответ: две машины сделают 11 рейсов, а одна − 10).

Тема урока: «Решение задач на вычисление площадей фигур».

№ 2.15. В магазине продаются подносы разных форм (квадратные, прямоугольные, ромбические и т. д.) (см. Рис.33). Все они имеют одинаковый


Рис.33 Подносы

периметр основания и высоту стенок. Петр хочет выбрать поднос с наибольшей площадью, какой поднос (см. Рис.34) ему следует купить? (Ответ: из всех четырехугольников одного периметра наибольшую площадь имеет квадратный поднос, решение см. Приложение 6).

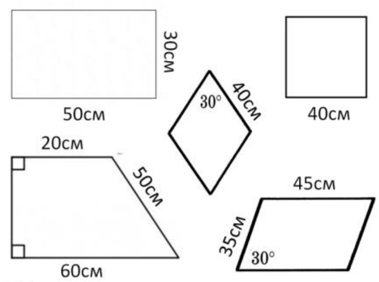


Рис.34 Размеры подносов

№ 2.16. (Серия задач, посвященных ремонту)

а) Пол на кухне размером $4{,}2 \times 3{,}1$м планируют выложить плиткой. Размеры плинки, цены и количество плиток в 1 пачке представлены в табл. 2. Во сколько рублей обойдется самый дешевый вариант покупки? (Ответ: в 7843 руб.).

Размер плитки	Количество плиток в пачке	Цена пачки (руб. за пачку)
40 см $\times$ 40 см	8	768
20 см $\times$ 40 см	15	708
20 см $\times$ 20 см	31	713

Табл. 2 Стоимость плитки

б) Стены в детской комнате длиной, шириной и высотой потолка $4{,}7 \times 3{,}2 \times 2{,}45$м хотят оклеить обоями. План комнаты, размеры двери и окна представлены на Рис.35−37. Сколько рулонов необходимо для оклеивания комнаты и сколько это будет стоить, если известно, что длина рулона 10м, ширина 0,5м, а стоимость – 867 руб.?

(Ответ: 7 рулонов, стоимостью 6069 руб.).

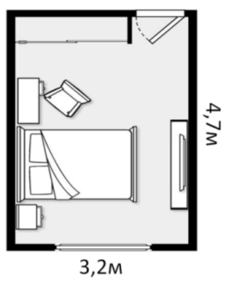


Рис.35 План комнаты

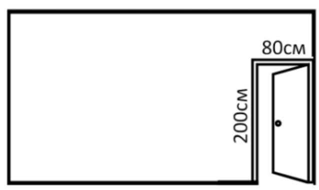


Рис.36 Размеры двери

в) Какое количество досок потребуется для покрытия пола в коридоре размером 16 м $\times$ 5 м, если длина доски 5,1м, ширина 30см? (Ответ: 54 доски).

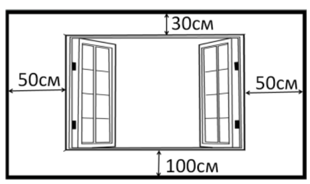
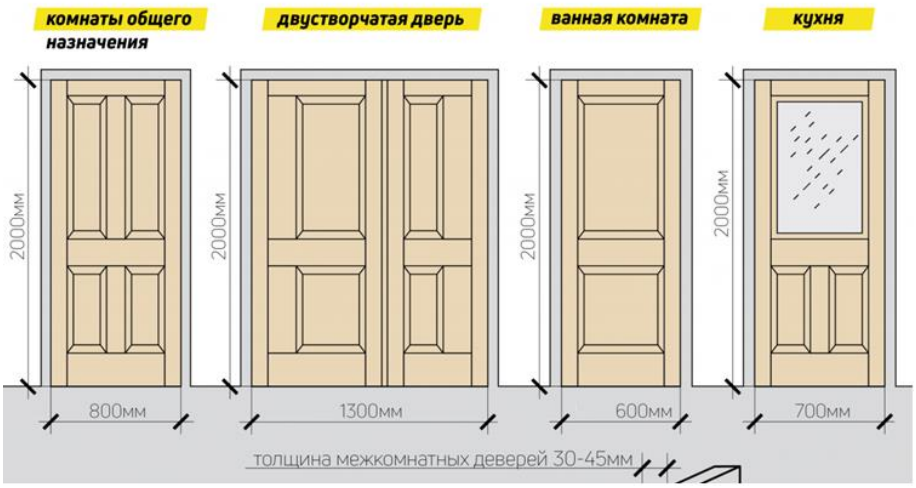


Рис.37 Размеры окна

г) Н. Н. Петров решил перекрасить двери в квартире (см. Рис.38) и нанял бригаду маляров. По окончании всех работ ему представили платёжный документ (смету), но он усомнился в правильности расчета стоимости покраски дверей и попросил своего сына, Алексея, самому рассчитать стоимость данной работы. Помогите Леше проверить правильность расчетов, если известно, что в квартире нет двустворчатых дверей (только двери для кухни, ванной и комнат общего назначения, см. Рис.39), двери были покрашены акриловой краской в два слоя. Входная дверь не была покрашена. В смете была указана следующая стоимость: 3100руб. (из которых 1500руб. маляры взяли за работу). Стоимость краски указана в табл. 3. (Ответ: стоимость работы составляет 2550 руб., что на 550руб. меньше заявленной рабочими стоимости).

Рис. 38 План квартиры



* Размеры стекла на кухонной двери: 700мм × 400мм

Рис.39 Размеры каждой двери

Вид водоэмульсионной краски	Расход на 1 кв.м, 1 слой, кг	Расход на 1 кв.м, 2 слой, кг	Цена 1 банки, весом 1кг
Поливинилацетатные	0,55	0,35	165р
Силикатные	0,40	0,35	136р
Силиконовые	0,30	0,15	197р
Акриловые	0,25	0,15	150р
Латексные	0,60	0,40	250р

Таблица 3. Стоимость красок

№ 2.17. В целях обобщения и систематизации знаний по теме площади фигур и применение их в реальной жизни, можно провести следующую работу.

Школьники должны разбиться на группы по 3 человека и сделать модель дома, поверхность которого состояла бы различных фигур (прямоугольников, квадратов, ромба, трапеции и т. д.). Макет можно сделать из бумаги или с помощью конструктора (придумать макет дома, сделать его развертку и склеить (см. Рис.40)). Можно использовать для этого известную компьютерную игру Minecraft, которая даёт в распоряжение игрока генерируемый и изменяемый трехмерный мир, полностью состоящий из кубов, из которых можно создавать разные сооружения в режиме «творчество», где у игрока имеются ресурсы в неограниченном количестве.

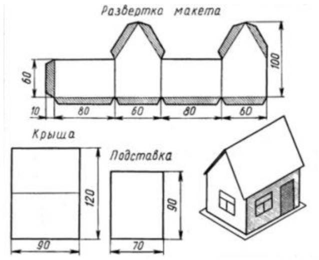


Рис.40 Макет дома

После этого ученики приносят свои макеты на урок геометрии и меняются макетами друг с другом (если работа велась с реальными моделями).

Учитель моделирует следующую ситуацию: Папа с сыном решили перекрасить дом на даче, но для этого им необходимо выяснить, сколько банок краски им для этого потребуется. Представьте, что макет дома, который стоит на вашем столе, это та самая дача, которую надо покрасить, уменьшенная в 30 раз. Ваша задача: определить площадь окрашиваемой поверхности (учитывайте, что дверь, крыша и стены должны быть покрашены разными цветами). *При этом необходимо иметь в виду, что окна в доме красить не нужно. Ученики должны предоставить поэтапное решение задачи для учителя.

В процессе ведения уроков каждый учитель составляет для себя свою методическую копилку: отбирает для себя какие-то приемы и средства, которые он активно использует на уроке и которые дают положительный обучающий эффект. Иногда у учителя возникает необходимость в самостоятельном составлении прикладных задач. В следующем параграфе сформулируем методические рекомендации для учителей по реализации прикладной направленности обучения геометрии, в том числе, рекомендации по составлению прикладных задач.

2.3. Методические рекомендации по реализации прикладной направленности обучения геометрии в 8 классе

В 1 главе были выделены этапы реализации прикладной направленности обучения математике (геометрии), третий этап (основной) соответствует 8 классу. К этому этапу реализации принципа прикладной направленности обучения геометрии ученики уже должны быть знакомы с методом математического моделирования.

Для успешной реализации межпредметных связей и связей с окружающей действительностью в процессе обучения педагогу необходимо, знать и понимать, как именно изучаемые на уроках геометрии понятия могут быть соотнесены с реальной жизнью, чтобы впоследствии рассказать об этом ученику. Тогда учащийся, осознав важность и необходимость изучаемого материала, запомнит его. Чтобы показать связь изучаемого материала с другими предметными областями надо использовать только тот материал по другим предметам, который дети уже изучили или изучают на момент прохождения темы (лучше всего обсудить с педагогом по этому предмету, какую тему школьники сейчас изучают). Реализовывать межпредметные связи с другими предметными областями по темам, которые ученики еще не изучили, не следует.

Включение в содержание учебного материала исторического характера на уроках геометрии позволит показать важность изучения какого-то понятия, показав учащимся целесообразность его введения на том или ином этапе истории.

Рекомендации по использованию материала прикладного характера в зависимости от цели обучения геометрии.

Мотивация введения новых математических понятий и методов.

Подразумевает использование материала прикладного характера на этапе постановки целей и задач урока, с целью создания мотивации для изучения на уроке любого типа (преимущественно на уроке изучения нового материала). Можно использовать исторические факты или связать изучаемый материал с окружающей действительностью.

Прикладные задачи можно использовать как средство мотивации получения знаний, умений, для постановки проблемы перед изучением нового материала на уроке изучения нового материала как проблемную задачу. Ведь использование проблемных задач на уроке обеспечивает более осознанное овладение математической теорией. А если в начале урока ученики будут видеть не практическую задачу, а прикладную, это усилит их мотивацию. Задача должна быть подобрана таким образом, чтобы поставленный в ней вопрос привел к необходимости приобретения новых знаний по геометрии. Но в таком случае задача не должна быть слишком сложной, в противном случае можно использовать псевдоприкладную задачу.

Иллюстрация учебного материала.

С этой целью материал прикладного характера следует включать на уроке изучения нового материала, после изучения теоретического материала; на уроке закрепления изученного материала на этапе закрепления; на уроке систематизации и обобщения знаний на этапе обобщения и систематизации знаний. Примеры из окружающей действительности позволяют раскрыть перед школьниками практическую значимость математики.

Сделать это можно благодаря включению в урок фактов различными способами: озвучить их на уроке, включить факт или какой-то материал в текст задачи, повесить интересный материал на доску для самостоятельного ознакомления учащимися, а также принести какую-то вещь на урок. Задачи тоже могут служить иллюстративным материалом на уроках. Более того, можно привлечь учащихся к самостоятельному отыскиванию примеров применения геометрических знаний в известных им жизненных явлениях.

С помощью иллюстрации учебного материала можно продолжать поддерживать мотивацию изучения геометрии, что является важным на основном этапе реализации прикладной направленности обучения геометрии. Для этого можно пользоваться различными способами реализации того или иного пути прикладной направленности обучения геометрии, представленными в параграфе 1.2.2 первой главы.

Стоит отметить, что пути реализации прикладной направленности обучения геометрии взаимосвязаны между собой. Например, с помощью компьютерных программ можно показывать связи с окружающей действительностью или включать в урок материал исторического характера. Это можно сделать не только помещая картинки и видеоматериалы на слайды презентации, но и использовать QR-коды [52]. С их помощью можно закодировать любую информацию: текст задачи, ссылку на сайт, создавать квесты и прочее. QR-код поможет расширить содержание изучаемой темы: закодировать какие-то геометрические факты, предложить дополнительный материал для изучения. Их можно помещать на слайды презентаций в целях экономии места, на раздаточный материал, тесты. Ученикам достаточно взять телефон, перейти по ссылке и узнать какую-то информацию (см. Рис.41).

Реализовать межпредметные связи можно благодаря совместной работе учителей геометрии и технологии. После того, как на геометрии ученики изучат основные типы и свойства четырехугольников, можно на уроке труда сделать совок из металла. Ученикам надо сделать его чертеж (дно совка − равнобедренная трапеция, боковые стенки − прямоугольные трапеции, а задняя стенка и ручка − прямоугольники) и правильно перенести его на лист металла, используя знания о свойствах четырехугольника. Например, чтобы начертить прямоугольник, необходимо измерить смежные стороны при помощи линейки, а при построении прямого угла использовать угломер или строительный угольник.

Внеклассная и самостоятельная работа включает в себя использования всех путей

Рис.41QR-код и информация, которая в нем содержится реализации прикладной направленности обучения геометрии: использование компьютерных программ, реализацию межпредметных связей, включение исторического материала и так далее.

Например, провести математический бой, в котором все задачи носили бы прикладной или псевдоприкладной характер. Более того, на этапе придумывания учениками задач дети сами будут искать (устанавливать) зависимости между реальным миром и теоретическим материалом. Также можно организовать проектную работу, при этом темы проектов должны отражать прикладную направленность геометрии. Это могут быть проекты, связанные со строительством («Дизайн квартиры», «Строим дом», «Ремонт и математика», «Строительство кафе» и т. д.).

Помимо этого, можно провести различные практические работы, лабораторные работы по измерению геометрических величин, измерительные работы на местности. На эту тему написаны работы, статьи в журналах [10], книги [35]. Начинать необходимо с простейших способов измерения расстояния (с помощью рулетки, шагами, скоростью движения и т. д.), а после переходить к более сложным работам с использованием различных измерительных инструментов: уровня, чертежного угольник; мензулы, пантографа и т. д.

Но использовать такой материал следует в меру, не перегружая образовательный процесс, иначе обучение станет развлечением и будет ассоциироваться у учеников не с получением новых знаний, а с игрой.

Закрепление приобретенных теоретических знаний и углубления знаний по предмету.

Эта цель реализуется преимущественно в решении различных задач, как прикладных, так и псевдоприкладных. В качестве первичного закрепления можно давать задачи невысокого уровня сложности (например, это может быть решение проблемной задачи после изучения нового материала). Можно решать прикладные задачи всем классом, или давать их для индивидуальной работы отдельным учащимся. Более того, следует включать задачи прикладного характера в систему задач на закрепление и давать учащимся в качестве домашнего задания самостоятельное составление таких задач.

Контроль над усвоением математических знаний.

Возможно использование на этапе контроля знаний, если у учащихся есть опыт по решению таких задач, если они знакомы со всеми этапами решения таких задач и умеют составлять математические модели.

Рекомендации по составлению прикладных задач.

Составление прикладных задач − это нелегкая работа: для этого необходимы дополнительные сведения, различные числовые данные, знания, по которым может быть составлена задача.

Для составления прикладной задачи рекомендуется выполнить следующие действия:

1) Определиться с классом, темой урока, целью задачи (продумать ее возможное место).

2) Проанализировать теоретический материал с точки зрения возможности постановки некоторой реальной проблемы.

3) Приступить к сбору данных и поиску дополнительного материала для изучения: просмотреть дополнительную литературу, осуществить поиск аналогий с процессами и явлениями окружающего мира (в целях моделирования какой-то ситуации). При составлении задачи, включающей в себя теоретический материал по другому учебному предмету, рукомендуется посоветоваться в учителями.

4) Составить формулировку задачи. Для этого следует:

a. посмотреть, как собранные данные (ситуация) соотносятся со школьным курсом математики, выбранной темой;

b. определить математические средства, которыми может быть решена отобранная вами ситуация;

c. сформулировать сюжетную часть задачи, четко обозначив, что необходимо найти и какими данными мы для этого обладаем, при необходимости добавить иллюстрацию, чертежи;

d. прочитать формулировку получившейся задачи и убедиться, что она удовлетворяет всем характеристикам из главы 2 параграфа 2.1. (соответствует содержанию задачи программе школьного курса по математике, доступна, реальна, несет познавательную ценность).

Не исключена случайность составления прикладных задач. Например, при прочтении книги, журнала, при просмотре фильма вы наткнулись на материал, используя который можно составить прикладную задачу. В этом случае тоже следует прибегнуть к рекомендациям 1 − 4 при ее составлении.

Бывает так, что при поиске информации для задачи по одной теме, можно наткнуться на материал, используя который, можно составить задачу по другой теме. Можно отложить в его копилку, возможно, этот материал пригодится вам в будущем.

Можно создавать задачи с избыточными или, напротив, недостающими значениями данных величин, или даже с недостающими данными. Делать это нужно для того, чтобы ученики сами определяли, какие данные нужны для решения задачи, после получили данные путем измерения или посмотрели в справочниках, в интернете. Например, если в задаче № 2.14. параграфа 2.2. убрать материал помеченный в тексте *, то школьникам надо будет самим найти в интернете, по какой формуле вычисляется коэффициент использования грузоподъемности, в таком случае они будут учиться самостоятельному поиску недостающих данных.

Также при составлении прикладных задач в качестве основы для них могут быть использованы псевдоприкладные или практические задачи. Взяв такую задачу из учебника, переформулировав ее, дополнив ее содержание фактами из окружающего мира и наделив реальным сюжетом, можно составить прикладную задачу. Примером тому может служить задача № 6 из параграфа 2.2.

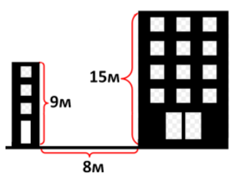
Рекомендации по работе с прикладной задачей

В 1 главе был рассмотрен алгоритм решения прикладной задачи и приведены этапы метода математического моделирования. Покажем работу с задачей и реализацию каждого из этапов на конкретном примере задачи № 2.4. из главы 2 параграфа 2.2.

Этап 1. Составление математической модели.

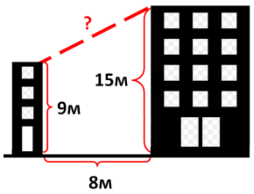
На 1 этапе необходимо составить математическую модель задачи, то есть заменить исходные объекты и отношения их математическими аналогами.

Для этого учащимся надо внимательно прочитать условие задачи, схематично записать, что в задаче дано. Ниже приведен диалог учителя с классом при работе с прикладной задачей на этом этапе. При этом стоит отметить, что на этапе построения математической модели условия учащиеся должны соотнести реальные объекты с какой-то математической моделью, то есть научиться устанавливать связи между реальным миром и изучаемым теоретическим материалом.

Деятельность учителя	Деятельность учеников
– Запишем: Составление математической модели	Дети записывают название этапа себе в тетрадь
– Давайте внимательно прочитаем условия задачи и схематично зафиксируем, что нам дано.	– Высота зданий 9м и 15м, расстояние между ними 8м
– Запишем это: Здание 1 – 9м Здание 2 – 15м Расстояние между ними 8м	– Учитель записывает условие на доске, а дети фиксируют его у себя в тетради.
– Давайте нарисуем картинку (изобразим 2 дома) и отметим на ней известные нам условия.	– Дети рисуют картинку в своей тетради 
– Что нам надо найти?	– Нам необходимо определить длину желоба

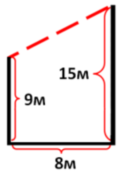
– Как это отметить на нашем рисунке? Как схематично изобразить желоб?

– Длина желоба – расстояние от крыши одного дома, до крыши другого. Его можно отметить линией.



– Если мы посмотрим на наш рисунок, какую геометрическую фигуру можно здесь увидеть?

– Четырехугольник



– Верно. На какой тип четырехугольника он похож и почему?

– Мы знаем, что дома строятся перпендикулярно земле. Значит два наших отрезка на чертеже (стены дома) будут перпендикулярны отрезку, который является расстоянием между двумя домами. Мы знаем, что две прямые, перпендикулярные третьей – параллельны, значит перед нами четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие нет, причем одна сторона перпендикулярна двум другим, следовательно, этот четырехугольник – прямоугольная трапеция.

– Что нам известно в этой прямоугольной трапеции?

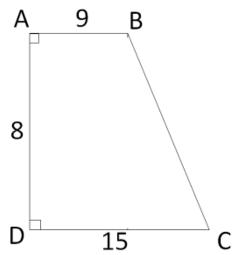
– Нам известны длины оснований трапеции, а также величина боковой стороны.

– Что нам надо найти в этой трапеции?

– Необходимо выяснить величину другой боковой стороны.

– Как в таком случае следует переформулировать задачу?

– Задачу можно переформулировать следующим образом:

	Найдите боковую сторону прямоугольной трапеции, если известно, что ее основания имеют длины 9 и 15 см, а длина боковой стороны, перпендикулярной основаниям равна 8 метрам.
− Верно. Запишите эту формулировку себе в тетрадь. − Теперь давайте запишем дано. Как будет выглядеть чертеж к задаче?	− Надо изобразить прямоугольную трапецию и отметить на чертеже известные данные: Дано: AB=9м CD=15м AD=8м Найти: BC-? 

Этап 2. Решение задачи.

После того, как ученики вместе с учителем составили математическую модель (составили практическую задачу), следует приступить непосредственно к решению задачи. На данном этапе задачу следует решать так же, как обычную практическую задачу из учебника, выбрав рациональный метод решения.

Этап 3. Анализ результатов и перенос их на объект изучения.

После того, как учащиеся получили ответ практической задачи: нашли длину боковой стороны прямоугольной трапеции (10 метров) – необходимо вернуться к исходной задаче и ответить на ее вопрос. Для этого надо вспомнить, что нам требовалось найти, определить, что на нашей математической модели соответствует этому требованию. Ниже приведен диалог учителя с классом при работе с прикладной задачей на этом этапе.

Деятельность учителя	Деятельность учеников
− Ответ 10 метров. Это ответ к задаче, которую мы составили с вами сами. А на	− Нам необходимо было определить, какой длины должен быть желоб.

какой вопрос нам надо ответить в исходной задаче?	
− Какому отрезку на нашем чертеже соответствует длина желоба?	− На нашем чертеже длина желоба – отрезок ВС, величину которого мы смогли найти
− Верно. В таком случае как следует записать ответ к задаче?	− Запишем ответ так: Желоб должен иметь длину 10м

Следует отметить, что задачи на приложения математики могут являться частью какого-то из описанных нами путей реализации прикладной направленности обучения геометрии. Например, учитель может включить решение прикладных задач в практические и лабораторные работы; включить задачу, в которой реальные процессы и объекты были бы смоделированы с помощью специальных компьютерных программ.

Необязательно использовать в процессе обучения весь представленный выше материал. На это может просто не хватить времени на уроке. Если мы обратимся к планированию, то мы увидим, что в учебнике И. Ф. Шарыгина на изучение темы «Четырехугольники» отводится 12 часов, в учебнике А. Г. Мерзляка и др. − 18 часов + 10 часов на изучение нахождения площадей четырехугольников, в учебнике А. В. Погорелова − 20 часов, в учебнике Л. С. Атанасяна и др. − 14 часов на четырехугольники + 10 часов на изучение площадей, в учебнике А. Д. Александрова − 30 часов, в учебнике В. Ф. Бутузова 12 часов. Поэтому задача учителя при подготовке уроков состоит в грамотном распределении времени на уроке. И если случается так, что учителю не удается в полной мере реализовать принцип прикладной направленности на уроке, он может реализовать его элементы во время внеклассной и самостоятельной работы. Так как главной задачей обучения согласно ФГОС основного общего образования является внедрение в процесс обучения прикладной направленности так, чтобы учебный процесс не был перегружен.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе, целью которой было выявление способов и средств реализации прикладной направленности обучения геометрии, разработка методических рекомендаций по использованию различных средств реализации прикладной направленности обучения геометрии (на примере темы «Четырехугольники»), решены все поставленные задачи исследования.

Были рассмотрены различные подходы к определению принципа прикладной направленности обучения математики, описано, в чем заключается ее реализация. Было выделено шесть основных путей реализации прикладной направленности обучения геометрии (установление межпредметных связей и связей с окружающей действительностью в процессе обучения геометрии, включение в содержание курса геометрии материала исторического характера, использование в процессе обучения прикладных и практико-ориентированных задач и др.). Проанализирован опыт учителей, на основании которого можно сделать вывод о том, что учителя видят необходимость реализации прикладной направленности геометрии на своих уроках, каждый из педагогов по-разному подходит к этому вопросу.

В результате анализа современных учебников геометрии 8 класса было выявлено, что во всех учебниках в той или иной мере реализуются пути прикладной направленности обучения геометрии, но содержится мало задач прикладного характера, исторических справок, межпредметных связей. В работе разработаны конкретные примеры реализации каждого пути прикладной направленности обучения геометрии и составлены блоки задач по теме «Четырехугольники».

В заключение можно отметить следующее: нельзя обучить приложениям математики, не научив самой математике. Первостепенная задача учителя состоит в реализации хорошей математической подготовки своих учеников, так как именно этот фактор положительно влияет на лучшее усвоение приложений математики и развитие умений применять математику в различных практических ситуациях. Справедлив и обратный подход в обучении: усиление прикладной направленности обучения на уроках геометрии способствует лучшему усвоению теоретических знаний по математике и их последующей практической отработке. Но требования к учителю предъявляются одни и те же, он должен хорошо владеть теоретическим материалом, иметь в запасе блок знаний (заданий) прикладного содержания, при необходимости уметь самому составлять прикладные задачи, учитывая характеристики, которыми должна обладать прикладная задача. Главное, ему следует обладать умением преподносить эти знания учащимся, использовать различные пути и средства реализации прикладной направленности в обучении геометрии не только на уроках, но и в домашней и внеклассной работе. Только такая работа педагога позволит расширить кругозор учащихся, заинтересовать их в получении знаний.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров, А. Д. Геометрия. 8 кл. : учеб. для общеобразоват. организаций / А. Д. Александров, А. Л. Вернер, В. И. Рыжик. – М. : Просвещение, 2019. – 176 с. : ил.
2. Библиотека МЭШ [Электронный ресурс] : московская электронная школа / Департамент Информационных Технологий г. Москвы, Департамент образования и науки г. Москвы, 2015−2020. – URL : https://uchebnik.mos.ru/catalogue (дата обращения: 25.05.2020).
3. Боголюбов, А. Н. Математики. Механики : биографический справочник / А. Н. Боголюбов. – Киев : Наукова думка, 1983. – 639 с.
4. Бутузов, В. Ф. Геометрия. 8 кл. : учеб. для общеобразоват. организаций / В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев, В. В. Прасолов; под ред. В. А. Садовничего. – М. : Просвещение, 2018.– 175с. : ил. – (МГУ − школе).
5. Варданян, С. С. Задачи по планиметрии с практическим содержанием : Кн. для учащихся 6−8 кл. сред. шк. / С. С. Варданян; под ред. В. А. Гусева. – М. : Просвещение, 1989. – 144 с. : ил.
6. Витковский, А. Выстраивая систему осмысленного обучения [Электронный ресурс] / А. Витковский // Первое сентября. – 2009. – 28 марта (№8). – URL : https://ps.1sept.ru/article.php?ID=200900614 (дата обращения: 25.05.2020).
7. Внесение изменений в Федеральный Государственный образовательный стандарт основного общего образования [Электронный ресурс] : утв. приказом Минобрнауки России от 31.12.2015 № 1577 / Рос. Федерация. Минобрнауки России. – URL : https://minjust.consultant.ru/documents/18068 (дата обращения: 25.05.2020).
8. Внесение изменений Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования [Электронный ресурс] : утв. приказом Минпросвещения России от 22.11.2019 № 632 / Рос. Федерация. Минпросвещения

03.06.2020

Проверено

России. – URL: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_338893/ (дата обращения: 25.05.2020).

9. Геометрия. 7–9 кл. : учеб. для общеобразоват. организаций / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. – М. : Просвещение, 2019. – 383 с. : ил.
10. Герценштейн, Я. Геодезические работы в средней школе / Я. Герценштейн // Математика в школе. – 1941. − № 2. – С. 30−39.
11. Глейзер, Г. И. История математики в школе VII−VIII кл. : Пособие для учителей / Г. И. Глейзер. − М. : Просвещение,1982. – 240 с.
12. Дворяткина, С. Н. Межпредметные связи и прикладная направленность школьного курса математики в классах биологического профиля : дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / С. Н. Дворяткина ; науч. рук. М. М. Рассудовская; Моск. пед. ун-т. – М., 1998. – 191 с.
13. Дорофеев, Г. В. Способствует ли обучение математике повышению уровня интеллектуального развития школьников? / Г. В. Дорофеев // Вестник Моск. гор. пед. ун-т. Математический выпуск. – 2007. − № 2 (15) – С. 169−179.
14. Евклид. Начала / Евклид ; [пер. с греч.] М. Е. Ващенко-Захарченко. – М. : Ленанд, 2015. – 232 с.
15. Егупова, М. В. Методическая система подготовки учителя к практико-ориентированному обучению математике в школе : дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 / М. В. Егупова ; науч. рук. В. А. Гусев; Моск. пед. гос. ун-т. – М., 2014. – 452 с.
16. Егупова, М. В. Практические приложения математики в школе: Учеб. пособие для студентов пед. вузов / М. В. Егупова. − М. : Прометей, 2015. – 248 с.
17. Зубова, И. И. Прикладная направленность системы задач физического содержания при обучении математике в средней школе : автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 : защита 21.04.2000 / И. И. Зубова ; науч. рук. В. И. Крупич, И. С. Беляева; Орловский гос. ун-т. – Орел, 2000. − 18 с.
18. Калейдоскоп «Кванта». Квадрат // Квант. – 1989. − № 5. – С. 40−41.
19. Кизилова, В. П. Методическая система реализации прикладной направленности обучения математике в классах естественнонаучного

направления : автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 : защита 26.05.09 / В. П. Кизилова ; науч. рук. И. М. Шапиро ; Барнаульский гос. пед. ун-т. – Омск, 2009. – 22 с.

20. Колягин, Ю. М. О прикладной и практической направленности обучения математике / Ю. М. Колягин, В. В. Пикан // Математика в школе. – 1985. – № 6. – С. 27−32.
21. Математика в девяти книгах / пер. и прим. Э. И. Березкиной // Историко-математические исследования. – М. : ГИТТЛ, 1957. − № 10. – С. 439−584.
22. Математические этюды [Электронный ресурс]. – М. : Фонд «Математические этюды», 2002−2020. – URL : https://www.etudes.ru, (дата обращения: 25.05.2020).
23. Махмутов, М. И. Принципы профессиональной направленности преподавания в среднем ПТУ : сб. научн. трудов / М. И. Махмутов, А. М. Власенков ; под ред. А. А. Кирсанова. – М. : изд-во АПН СССР, 1986. − 45 с.
24. Мерзляк, А. Г. Геометрия : 8 кл. : учебник / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир ; под ред. В. Е. Подольского. – 3-е изд., стер. − М. : Вентана-Граф, 2019. − 206, [2] с. : ил. – (Российский учебник).
25. Мичкасов, Р. Е. Межпредметные связи на уроках математики в базовой школе как средство осуществления прикладной направленности обучения [Электронный ресурс] / Р. Е. Мичкасов // Педагогика online. – 2016. – 01 сент. – URL : http://aneks.spb.ru (дата обращения: 25.05.2020).
26. ОГЭ. Математика : типовые экзаменационные варианты : 36 вариантов / под ред. И. В. Ященко. – М. : Национальное образование, 2020. – 224 с. – (ОГЭ. ФИПИ – школе).
27. Основные результаты российских учащихся в международном исследовании читательской, математической и естественнонаучной грамотности PISA−2018 и их интерпретация / Национальный исследовательский ун-т «Высшая школа экономики», Институт образования; К. А. Адамович, А. В. Капуза, А. Б. Захаров, И. Д. Фрумин. − М. : НИУ ВШЭ, 2019. − 28 с. − (Факты образования № 2 (25)).

28. Перельман, Я. И. Веселые задачи: Азбука науки для юных гениев / Я. И. Перельман, под ред. Л. И. Янцева. – М. : Центрполиграф, 2017. – 256 с.
29. Перельман, Я. И. Занимательная геометрия / Я. И. Перельман. – М. : Эксмо, 2019. – 320 с. – (Захватывающая наука Якова Перельмана).
30. Перельман, Я. И. Занимательные задачи и опыты / Я. И. Перельман. – М. : Эксмо, 2018. – 320 с. – (Захватывающая наука Якова Перельмана).
31. Пирютко, О. Н. Практико-ориентированные задачи как средство формирования метапредметных компетенций / О. Н. Пирютко, О. А. Терешко // Актуальные проблемы методики обучения информатике и математике в современной школе : Материалы Международной научно-практической интернет-конференции (Москва, 22−26 апр. 2019 г.) / [под. ред. Л. Л. Босовой, Д. И. Павлова]. − М. : МПГУ, 2018. − С. 383−389.
32. Погорелов, А. В. Геометрия. 7−9 кл. : учеб. для общеобразоват. организаций / А. В. Погорелов. − 2-е изд. − М. : Просвещение, 2019. – 240 с. : ил.
33. Прикладная и практическая направленность обучения математике [Электронный ресурс]. − URL: http://wiki.tgl.net.ru (дата обращения: 25.05.2020).
34. Принцип работы двойного параллелограммного механизма [Электронный ресурс] : Механизмы : анимации работы различных механических устройств с описанием / [Механизмы ; зарег. 07.05.2017]. – опубл. 28.05.2017. – [81 видео] // YouTube.ru. – Google LLC, 2020. – URL : https://www.youtube.com (дата обращения: 25.05.2020).
35. Прочухаев, В. Г. Измерения в курсе математики средней школы : Пособие для учителей / В. Г. Прочухаев. – М. : Просвещение, 1965. – 140 с.
36. Решетникова, Н. В. Преемственность реализации прикладной направленности обучения математике в основной и старшей школе : автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 : защита 26.05.09 / Н. В. Решетникова ; науч. рук. И. М. Шапиро ; Барнаульский гос. пед. ун-т. – Омск, 2009. – 23 с. − Библиогр. : С.21−23.
37. Силаева, О. В. Рабочая программа факультативного курса по геометрии для учащихся 8А класса «Развивающие задачи по геометрии» / О. В. Силаева. – Кашира. : МБОУ «СОШ с УИОП № 2», 2016. – 8 с.

38. Смирнова, И. М. Геометрические задачи с практическим содержанием / И. М. Смирнова.– 2-е изд., доп. −М. : МЦНМО, 2015.
39. Смирнова, И. М. Гуманитарии отдают предпочтение коллективным методам работы [Электронный ресурс] / И. М. Смирнова // Первое сентября. – 2005. – 22 нояб. (№ 78). – URL : https://ps.1sept.ru/article.php?ID=200507827 (дата обращения: 25.05.2020).
40. Терешин, Н. А. Прикладная направленность школьного курса математики : Кн. для учителя / Н. А. Терешин. – М. : Просвещение, 1990. – 96 с. : ил.
41. Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования [Электронный ресурс] : утв. приказом Минпросвещения России от 28.12.2018 № 345 / Рос. Федерация. Минпросвещения России. – URL : https://rulaws.ru/acts/Prikaz-Minprosvescheniya-Rossii-ot-28.12.2018-N-345/ (дата обращения: 25.05.2020).
42. Фирсов, В. В. О прикладной ориентации курса математики / В. В. Фирсов // Математика в школе. − 2006. − № 6. – С. 2−9.
43. Холева, О. В. Развитие познавательного интереса на уроках математики / О. В. Холева // Проблемы и перспективы развития образования (IV) : Материалы междунар. науч. конф. (Пермь, июль 2013 г.) / [ред. кол. : М. Н. Ахметова, Ю. В. Иванова, К. С. Лактионов, М. Г. Комогорцев, В. В, Ахметова, В. С. Брезгин, А. В. Котляров, А. С. Яхина, М. О. Насимов; отв. редактор Г. А. Кайнова]. – Пермь, 2013 . – С. 106−109.
44. Чистяков, В. Д. Старинные задачи по элементарной математике / В. Д. Чистяков. – М. : Ленанд, 2020. – 272 с.
45. Шапиро, И. М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики : Кн. для учителя / И. М. Шапиро. – М. : Просвещение, 1990. – 96 с. : ил.
46. Шарыгин, И. Ф. Геометрия. 7−9 кл. : учеб. для общеобразоват. учреждений / И. Ф. Шарыгин. − М. : Дрофа, 2020. − 462, [2] с. : ил.

47. Эрентраут, Е. Н. Практико-ориентированные задачи как средство реализации прикладной направленности курса математики в профильных школах : автореф. дис. … канд. пед. наук : 13.00.02 : защита 25.11.05 / Е. Н. Эрентраут ; науч. рук. И. Н. Семенова ; Уральский гос. пед. ун-т. – Екатеринбург, 2005. − 24с. − Библиогр. : С.22−24.
48. Яковлева, Н. В. Прикладная направленность учебника Алгебра и начала анализа автор Л. Г. Мордкович [Электронный ресурс] / Н. В. Яковлева // Педпортал, библиотека материалов для работников школы. – 2015. – 1 апр. − URL : https://pedportal.net/attachments/000/857/253/857253.pdf?1427847127 (дата обращения: 25.05.2020).
49. Ященко, И. В. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2019 года / И. В. Ященко, И. Р. Высоцкий, А. В. Семенов. – М. : ФИПИ, 2019. – 25 с.
50. Canva Конструктор графиков [Электронный ресурс] / Canva, 2020. − URL : https://www.canva.com/ru_ru/grafiki/ (дата обращения: 25.05.2020).
51. Learnis [Электронный ресурс] : Образовательная платформа Learnis.ru. − Learnis.ru, 2020. – URL : https://www.learnis.ru(дата обращения: 25.05.2020).
52. Qr-code-generator : Qr code generator [Electronic resourse] / developer : Denso Wave Incorporated. − QrCode-Generator.de, 2020. – URL : https://www.qr-code-generator.com (date of the applicaton: 25.05.2020).
53. Thang, Nguyen Duc. Pantograph for drawing straight lines 1a [Electronic resourse] : Thang best animations / Nguyen Duc Thang. – publ. 13.04.2015. – [MECHANISMS ; mekanizmalar ; registered 07.10.2010] : [3.200 videos] // YouTube.ru. – Google LLC, 2020. – URL : https://www.youtube.com/watch?v=jjhh-qtCTUQ&feature=emb_logo (date of the applicaton: 25.05.2020).

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1. Примеры реализации связей алгебры и геометрии

1. Примеры алгебраических тождеств

а) Квадрат разности: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ (см. Рис.42)

б) Разность квадратов: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$: Площадь фигуры, полученной вырезанием из квадрата со стороной a квадрата со стороной b, равна площади прямоугольника, построенного на сторонах $(a - b)$и $(a + b)$ (см. Рис.43)

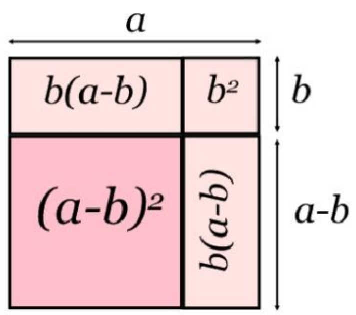


Рис.42 Формула квадрата разности

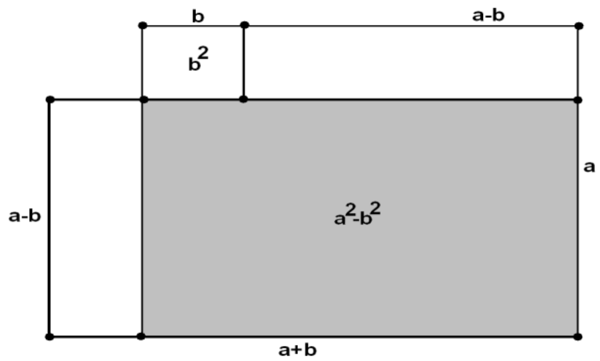


Рис.43 Формула разности квадратов

2. Квадратные уравнения древности. Приложение площадей

Рассмотрим алгоритм решения квадратных уравнений на конкретном примере. Решим уравнение $x^2 + 10x = 39$. В оригинале эта задача формулируется следующим образом: «Квадрат и десять корней равны *39*»

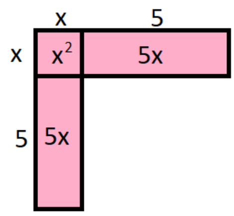


Рис.44 Представление $10x$ в виде суммы двух одинаковых слагаемых

Решение:

1) Начертим фигуру, площадь которой равна *39* (а именно: $x^2 + 10x$), предварительно представив $10x$ в виде суммы двух одинаковых слагаемых: $5x + 5x$ (см. Рис.44).

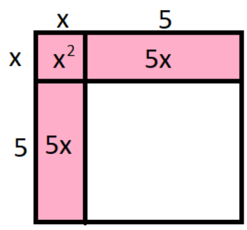


Рис.45 Построение фигуры до полного квадрата

2) Достроим эту фигуру до полного квадрата (см. Рис.45), тогда площадь достроенного (белого) квадрата будет равна *25*, а площадь всей фигуры $39 + 25 = 64$

3) Сторона квадрата будет равна *8*, следовательно, $x + 5 = 8$, отсюда $x = 3$ Ответ: 3

Приложение 2. Примеры реализации связей изучения четырехугольников с окружающей действительностью

1. Различные механизмы, которые в себе содержат параллелограмм

а) Параллелограммный механизм − вид четырёхзвенного механизма, звенья которого составляют параллелограмм. Применяется для реализации поступательного движения шарнирными механизмами. Примерами служат щётки стеклоочистителя автобуса и подъёмник на основе параллелограммных механизмов (см. Рис.46).

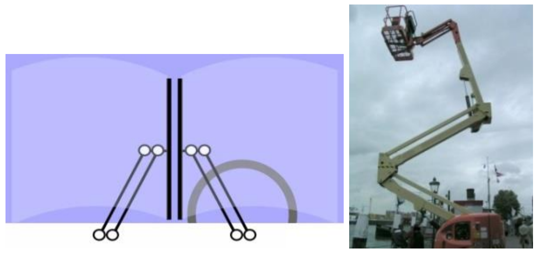


Рис.46 Примеры параллелограммных механизмов

б) Параллелограмм с неподвижным звеном − одно звено неподвижно, противоположное совершает качательное движение, оставаясь параллельным неподвижному. Два параллелограмма, соединённых друг за другом, дают конечному звену две степени свободы, оставляя его параллельным неподвижному. Примеры: стеклоочистители автобусов, погрузчики, штативы, подвесы, автомобильные подвески.

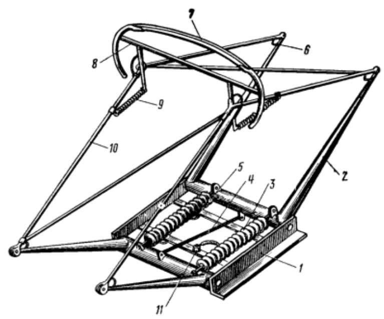


Рис.47 Трамвайный пантограф

в) Параллелограмм с неподвижным шарниром − используется свойство параллелограмма сохранять постоянное соотношение расстояний между тремя точками. Может применяться для проведения параллельных прямых на различных расстояниях друг от друга. Пример: чертёжный пантограф (прибор для масштабирования чертежей), трамвайный пантограф (см. Рис.47).

2. Различные механизмы, которые в себе содержат ромб

а) Механизм, в котором все звенья одинаковой длины, приближение (стягивание) пары противоположных шарниров приводит к раздвиганию двух других шарниров. Все звенья работают на сжатие. Недостаток схемы −

значительное изменение соотношения сил при движении механизма. Примеры: автомобильный ромбовидный домкрат (см. Рис.48), трамвайный пантограф.

Рис.48 Автомобильный ромбовидный домкрат

б) Ножничный или X-образный механизм, также известный как Нюрнбергские ножницы – вырожденный параллелограмм, вариант ромба – два звена, соединённые посередине шарниром. Достоинства механизма – компактность и простота, недостаток – наличие двух пар скольжения. Два (и более) таких механизма, соединённые последовательно, образуют в середине ромбы. Применяется в подъёмниках, детских игрушках, в клавиатурах (см. Рис.49)

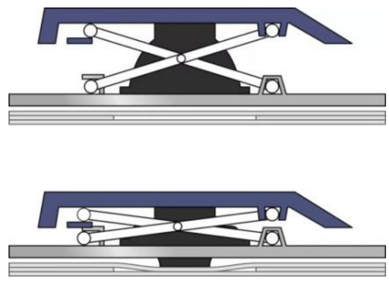


Рис.49 Клавиша ноутбучной клавиатуры

Приложение 3. Примеры включения в содержание курса геометрии материала исторического характера

1. Примеры исторических математических квадратов

а) Магический квадрат Альбрехта Дюрера

Магический квадрат 4×4, изображённый на гравюре Альбрехта Дюрера (см. Рис.50) «Меланхолия I», считается самым ранним в европейском искусстве. Два средних числа в нижнем ряду указывают дату создания картины (1514). Сумма чисел на любой горизонтали, вертикали и диагонали равна 34. Эта сумма также встречается во всех угловых квадратах 2×2, в центральном квадрате ($10 + 11 + 6 + 7$), в квадрате из угловых клеток ($16 + 13 +$

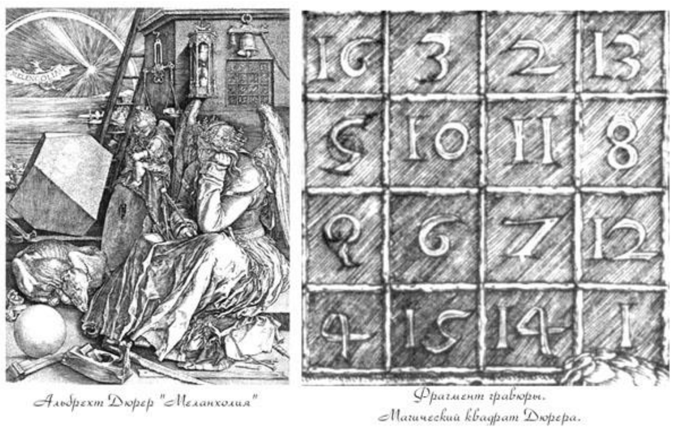


Рис.50 гравюра А. Дюрера «Меланхолия I»

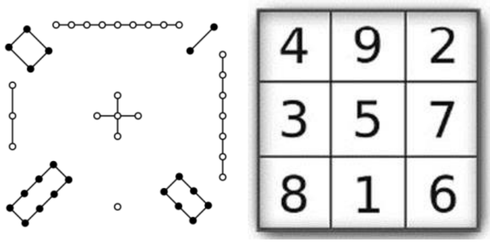
$4 + 1$), в квадратах, построенных «ходом коня» ($2 + 8 + 9 + 15$ и $3 + 5 + 12 + 14$), в прямоугольниках, образованных парами средних клеток на противоположных сторонах ($3 + 2 + 15 + 14$ и $5 + 8 + 9 + 12$).

б) Магический квадрат Ло Шу, квадрат размера 3×3. Был известен ещё в Древнем Китае, первое изображение на черепаховом панцире датируется 2200 до н.э.

27	29	2	4	13	36
9	11	20	22	31	18
32	25	7	3	21	23
14	16	34	30	12	5
28	6	15	17	26	19
1	24	33	35	8	10

Рис.51 Магический квадрат Ян Хуэя

в) Магический квадрат Ян Хуэя (Китай). В XIII веке математик Ян Хуэй занялся проблемой методов построения магических квадратов не только третьего, но и больших порядков. Он сумел построить магический квадрат шестого порядка, (6×6), состоящий из *36* чисел и имеющий магическую константу *111*.



4	9	2
3	5	7
8	1	6

Рис.52 Магический квадрат Ло Шу

2. Примеры этимологии некоторых терминов геометрии [11]

а) Ромб. Термин «ромб» образован от греч. Ρομβος – «бубен». В Древней Греции бубны (музыкальный инструмент) делали в форме квадрата или ромба. Отсюда же происходит название карточной масти бубны.

б) Трапеция. Греческое слово, термин образован от греч. τραπέζιον – «столик». Геометрическая фигура была названа так по внешнему сходству с маленьким столом, именно такой формы они были в Греции. При изучении этой фигуры можно задать учащимся следующий вопрос: Что общего между словом «трапеция» и «трапеза»?

в) Квадрат. Термин происходит от лат. quadrātum «четырёхугольник», однокоренными словами квадрата являются: квартет, квартал, квартира, кварта (интервал в музыке, содержащий 4 тона).

г) Диагональ. Тремин происходит от сочетания двух греческих слов διά (диа) – «через» и γωνία (гониос) – «угол», то есть прямая, проходящая через вершины углов.

д) Параллелограмм. Тремин происходит от сочетания двух греческих слов παράλληλος − «параллельный» и γραμμή − «линия», то есть слово «параллелограмм» можно перевести как «параллельные линии».

3. Примеры биографических сведений исторических личностей [3]

а) Евклид или Эвклид (др. греч. Εὐκλείδης, ок. 300 г. до н. э.) − древнегреческий математик. Мировую известность приобрёл благодаря сочинению по основам математики «Начала».

б) Пьер Вариньон (фр. Pierre Varignon, Кан, 1654 − 1722, Париж) − Французский математик, член Парижской Академии наук, профессор математики коллежа Мазарини профессор Коллеж де Франс. Основной вклад Вариньон совершил в статику и механику.

в) Посидоний − древнегреческий философ. Родился в Апамее в Сирии в 135 г., умер в Риме в 50 г. до н. э. Математик и астроном. Был учителем Цицерона. Известен второй попыткой определить размеры земного шара.

г) Герон Александрийский (Heron, I в. н. э.) − греческий механик и математик. Занимался геометрией, механикой, гидростатикой, оптикой; изобрел прототип паровой машины и точные нивелировочные инструменты.

д) Папп Александрийский (др.греч. Πάππος ὁ Ἀλεξανδρεύς) − древнегреческий математик второй половины III века. Изложено содержание ряда трудов более древних авторов, добавлены собственные теоремы Паппа.

Приложение 4. Примеры тем докладов, отражающих прикладную направленность геометрии

Темы докладов, которые можно использовать для реализации прикладной направленности обучения геометрии:

- Квадраты (или другие геометрические фигуры) находят нас везде, а иногда даже там, где мы совсем не ожидаем их увидеть.
- Четырехугольники в живописи (архитектуре / в быту).
- Роль четырехугольников в древнем мире.
- Орнаменты из геометрических фигур.

– Биографииматематиков (подготовить короткое сообщение об одном из известных математиков: Евклиде, Вариньоне, Героне и др.).

– Паркеты из четырехугольников.

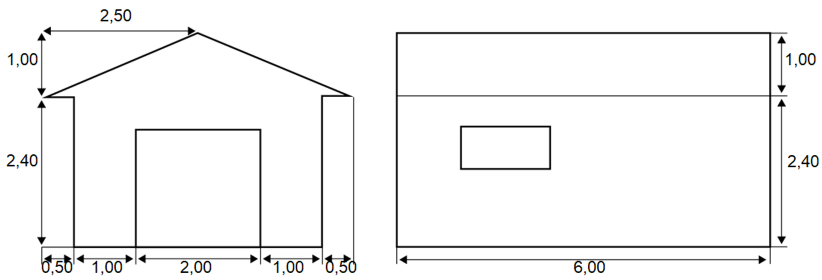
– Профессии, которые связаны с геометрией.

Приложение 5. Примеры прикладных и практико-ориентированных задач по теме «Четырехугольники» для 8 класса

1. *Примеры прикладных задач международного исследования качества образования PISA*

№1. Гараж.

На двух приведённых ниже планах показаны размеры (в метрах) гаража, выбранного Димой.



Вид спереди Вид сбоку

Крыша сделана из двух одинаковых прямоугольных секций. Вычислите площадь всей крыши. Приведите решение.

Примеры верных ответов учащихся:

- $AB = \sqrt{2{,}5^2 + 1^2} = \sqrt{7{,}25}; S = 2 * 6 * \sqrt{7{,}25} \approx 32{,}31\ (м^2)$
- $S = 12 * 2{,}6 = 31{,}2\ (м^2)$
- $S = 12 * \sqrt{7{,}25}(м^2)$
- $S = 12 * 2{,}69 = 32{,}28\ (м^2)$

№2. Покупка квартиры.

На Рис.53 изображен план квартиры, которую родители Гриши хотят купить в агентстве недвижимости. Для оценки общей площади пола в квартире (включая террасу и стены) вы можете измерить размеры каждой комнаты, вычислить площадь каждой из них и сложить их.

Однако есть более эффективный метод, при котором для оценки общей площади пола вам нужно измерить только 4 отрезка. Укажите на данном плане четыре отрезка, которые нужны, чтобы оценить общую площадь пола в квартире.

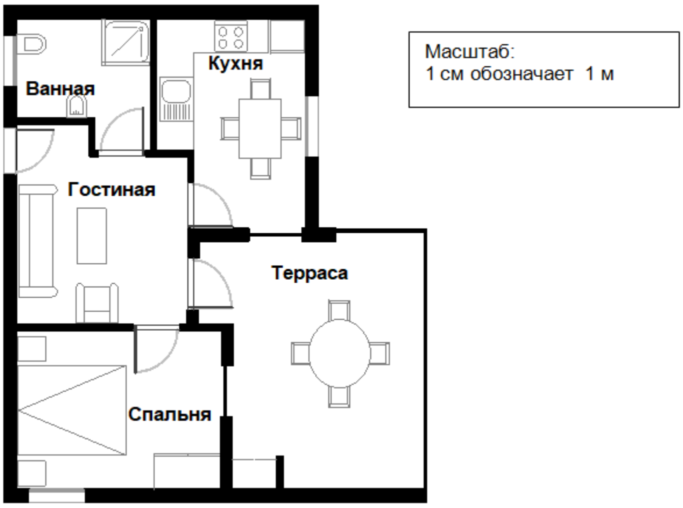


Рис.53 План квартиры

<u>Ответ</u>: на Рис.54 приведены 9 возможных способов решения. На планах квартиры указаны четыре измерения, необходимые для оценки площади пола.

Ключевым моментом создания модели решения задачи является использование пространственного воображения для разбиения плана квартиры на фигуры, площади которых можно вычислить, используя известную формулу. Этот план можно разбить на 2 прямоугольника. Чтобы найти их площади, достаточно измерить длины двух сторон каждого из них. Вычислить площадь можно двумя способами.

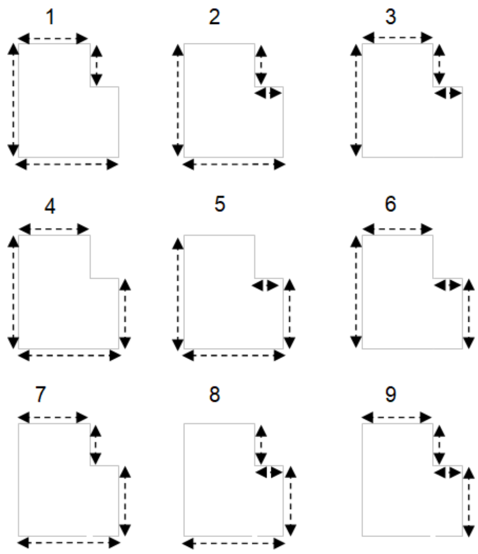


Рис.54 Способы решения задачи №2

Первый − на плане два прямоугольника дополняют друг друга и их площади суммируются (см. Рис.54 планы 6, 7). Второй − план можно дополнить в правом верхнем углу до большого прямоугольника, тогда из площади большого прямоугольника надо вычесть площадь дополнившего его прямоугольника (см. Рис.54 план 2).

№3. Садовник. У садовника есть 32м провода, которым он хочет обозначить на земле границу клумбы. Форму клумбы ему надо выбрать из вариантов, представленных на Рис.55.

Обведите в таблице 4 слово «Да» или «Нет» около каждой формы клумбы в зависимости от того, хватит или не хватит садовнику 32м провода, чтобы обозначить её границу.

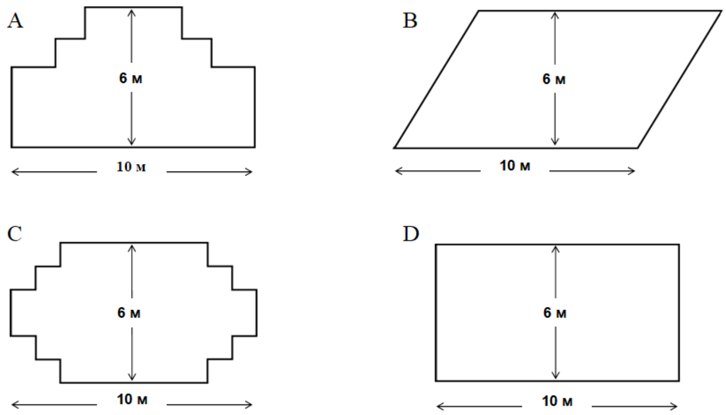


Рис.55 Формы клумбы

План клумбы	Хватит ли 32 м провода, чтобы обозначить границу клумбы?
План A	Да / Нет
План B	Да / Нет
План C	Да / Нет
План D	Да / Нет

Таблица 4. Таблица для заполнения

(<u>Ответ</u>: A–Да; B–Нет; C–Да; D–Да)

№4. Рок концерт.

Для зрителей на концентре рок-музыки было отведено прямоугольное поле размером $100\,м \times 50\,м$. Все билеты были проданы, и поле было полностью заполнено стоящими фанатами. Какое из следующих чисел является наилучшей оценкой общего числа людей, посетивших этот концерт?

A) 2000 D) 50 000

B) 5000 E) 100 000

C) 20 000

<u>Решение</u>: При создании модели необходимо связать размеры полностью заполненного поля с количеством стоящих на нем фанатов. Особенность этой задачи состоит в том, что в условии не хватает данных для решения задачи. Ученику требуется понять, какая необходимая информация отсутствует и как её можно получить. Прямоугольная форма поля наводит на мысль разделить его площадь на квадратные метры и предположить, сколько стоящих человек могут на нем поместиться. Жизненный опыт подсказывает, что на $1\,м^2$ могут стоять, не касаясь друг друга, не более 4 человек.

Возможное решение: $S_{поля} = 100 * 50 = 5000\,м^2$, пусть $1\,м^2$ занимают 4 человека. Тогда всего на поле – $4 * 5000 = 20000$ (чел.) − ответ (С)

2. Примеры задачи прикладного характера из ОГЭ 2020

№5. Прочитайте внимательно текст и выполните задания 3−5.

На Рис.56 изображен план двухкомнатной квартиры в многоэтажном жилом доме. В правой части рисунка обозначения двери и окна, а так же указано, что длина стороны клетки на плане соответствует *0,4 м*. Вход в квартиру находится в прихожей. Справа от входа в квартиру располагаются кухня и санузел, причем площадь кухни больше площади санузла. Остальные два помещения − это спальня и гостиная. Гостиная имеет наибольшую площадь из всех помещений данной квартиры. Балкон и лоджия отсутствуют.

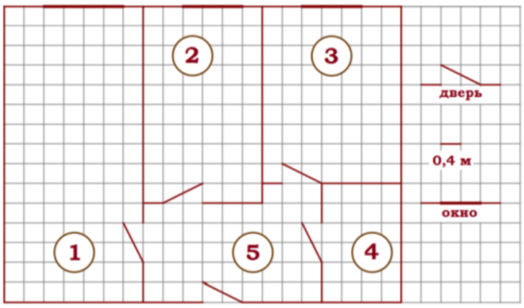


Рис.56 План двухкомнатной квартиры

Задание 3 из ОГЭ. Плитка для пола размером *20 см* × *20 см* продается в упаковках по 10 шт. Сколько упаковок плитки необходимо купить, чтобы выложить пол санузла? (Ответ: 10 упаковок).

Задание 4 из ОГЭ. Найти площадь, которую занимает спальня. Ответ дайте в квадратных метрах. (Ответ: $9{,}6\ м^2$).

Задание 5 из ОГЭ. На сколько процентов площадь гостиной больше площади спальни? (Ответ: на *75%*).

№6. Прочитайте внимательно текст и выполните задания 2−4.

На плане (см. Рис.57) изображён дачный участок по адресу: п. Большой ручей, ул. Центральная, д. 14 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м).

Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота. При входе на участок справа от ворот находится гараж, а слева – дом. В глубине территории находится баня (квадратной формы) и цветник, от которого идет

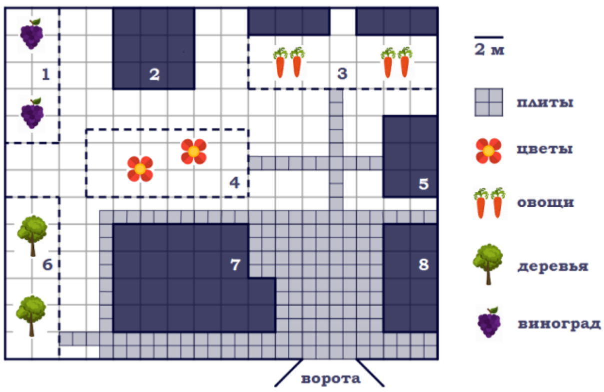


Рис.57 План дачного участка

дорожка к огороду с двумя теплицами и сараю (подсобному помещению) площадью $24\ м^2$. Так же на участке есть виноградник и фруктовый сад, расположенный рядом с домом. Все дорожки внутри участка имеют ширину *1м* и застелены садовым покрытием, состоящим из плит $1м \times 1м$. Площадка вокруг дома вымощена такими же плитами. К дачному участку подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение.

Задание 2 из ОГЭ. Плиты для садовых дорожек продаются в упаковках по 18 шт. Сколько упаковок плит понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку вокруг дома? (Ответ: 10 упаковок).

Задание 3 из ОГЭ. Найдите площадь цветника. Ответ дайте в квадратных метрах. (Ответ: $60\ м^2$).

Задание 4 из ОГЭ. Найдите площадь открытого грунта огорода (вне теплиц) и общую площадь двух теплиц. На сколько процентов площадь открытого грунта больше общей площади теплиц? (Ответ: на *150%*).

№7. Прочитайте внимательно текст и выполните задания 2−4.

Общепринятые форматы листов бумаги обозначают буквой А и цифрой: А0, А1, А2 и так далее (см. Рис.1). Если лист формата А0 разрезать пополам, получаются два листа формата А1. Если лист А1 разрезать пополам, получаются два листа формата А2 и так далее. В таблице 5 даны размеры листов бумаги четырёх форматов: от А3 до А6.

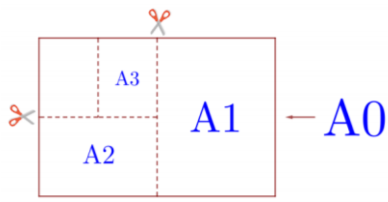


Рис.58 Общепринятые форматы листов бумаги

Порядковые номера	Ширина (мм)	Длина (мм)
1	297	420
2	105	148
3	148	210
4	210	297

Таблица 5. Размеры листов бумаги четырех форматов

Задание 2 из ОГЭ. Сколько листов бумаги формата А5 получится при разрезании одного листа бумаги А1? (Ответ: 16 листов).

Задание 3 из ОГЭ. Найдите длину большей стороны листа бумаги формата А2. Ответ дайте в миллиметрах. (Ответ: *594 мм*).

Задание 4 из ОГЭ. Найдите площадь листа бумаги формата А4. Ответ дайте в квадратных сантиметрах. (Ответ: *623,7 см*^{2}).).

№8. Прочитайте внимательно текст и выполните задание 1.

В горных районах, особенно в южных широтах с влажным климатом, земледельцы на склонах гор устраивают террасы. Земледельческие террасы – это горизонтальные площадки, напоминающие ступени (см. Рис.59). Во время дождя вода стекает с верхних террас вниз по специальным каналам. Поэтому почва на террасах не размывается и урожай не страдает. Медленный сток воды с вершины склона вниз с террасы на террасу позволяет выращивать даже влаголюбивые культуры. В Юго-Восточной Азии террасное земледелие широко применяется для производства риса, а в Средиземноморье – для выращивания винограда и оливковых деревьев.

Рис.59 Земледельческие террасы

Возделывание культур на террасах повышает урожайность, но требует тяжелого ручного труда. Земледелец владеет несколькими участками, один из которых расположен на склоне холма. Ширина участка 30м, а верхняя точка находится на высоте 13м от подножия (см. Рис.60).

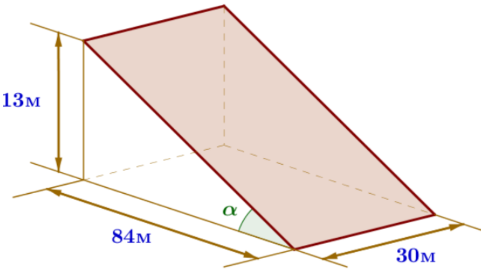


Рис.60 Схема участка земледельца

Задание 1 из ОГЭ. Земледелец на расчищенном склоне холма выращивает мускатный орех. Какова площадь, отведённая под посевы? Ответ дайте в квадратных метрах. (Ответ: *2550 м*^{2}).

3. *Прикладные задачи на систематизацию и обобщения знаний по теме четырехугольники*

№9. Задачи про паркетчика [30].

а) Паркетчик, вырезая квадраты из дерева, проверял их так: он сравнивал длины сторон, и если все четыре стороны были равны, то считал квадрат вырезанным правильно. Надежна ли такая проверка? (Ответ: ненадежна, ромб тоже имеет равные стороны).

б) Другой паркетчик проверял свою работу иначе: он мерил не стороны, а диагонали. Если обе диагонали оказывались равными, паркетчик считал квадрат вырезанным правильно. Вы тоже так думаете? (Ответ: проверка ненадежна. В квадрате диагонали равны, но таким же свойством обладают диагонали прямоугольника и равнобокой трапеции).

в) Третий паркетчик при проверке квадратов убеждался в том, что все 4 части, на которые диагонали разделяют друг друга, равны между собой. По его мнению, это доказывало, что вырезанный четырехугольник есть квадрат. А по-вашему? (Ответ: этим свойством обладают не только диагонали квадрата, но и диагонали прямоугольника).

г) 4-й паркетчик, вырезая квадраты из дерева, проверял их так: он сравнивал углы, и если все четыре угла были равны, то считал квадрат вырезанным правильно. Надежна ли такая проверка? (Ответ: ненадежна, прямоугольник тоже имеет прямые углы).

д) Паркетчик, проверяя, имеет ли выпиленный четырехугольник форму квадрата, убеждается, что диагонали равны и пересекаются под прямым углом. Достаточна ли такой информации? (Ответ: да, достаточно)

№10. Задачи про белошвейку [30].

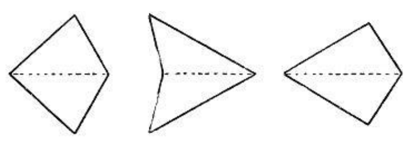


Рис. 61 Ответ к задаче №10а

а) Белошвейке нужно отрезать кусок полотна в форме квадрата. Отрезав несколько кусков, она проверяет свою работу тем, что перегибает четырехугольный кусок по диагонали и смотрит, совпадают ли края. Если совпадают, значит, решает она, отрезанный кусок имеет в точности квадратную форму. Так ли? (Ответ: проверка далеко не достаточна; примерами четырехугольников, не являющихся квадратами, но удовлетворяющих заданным условиям являются фигуры, изображенные на Рис.61).

б) Другая белошвейка перегибала отрезанный четырехугольник сначала по одной диагонали, затем, расправив полотно, перегибала по другой. И только если края фигуры совпадали в обоих случаях, она считала квадрат вырезанным правильно. Что скажете вы о такой проверке? (Ответ: и такой проверки недостаточно; можно вырезать из бумаги четырехугольники, которые выдержат эту проверку, но при это они не будут являться квадратами; чтобы действительно убедиться, квадратной ли формы отрезанный кусок, нужно, кроме того, что сделала белошвейка, проверить также, равны ли диагонали (или же углы)).

Приложение 6. Решение прикладных задач из параграфа 2.2

Решение задачи **№ 2.3.** Ответ: нужно воспользоваться знанием о свойствах параллелограмма (см. Рис. 67):

1) Провести отрезок OB и продлив его отложить отрезок OD, равный отрезку OB;

2) Построить отрезки $AD \parallel BC$ и $DC \parallel AB$, получим параллелограмм ABCD;

3) Провести отрезок AC, $AO = OC$ по свойствам параллелограмма;

4) Отрезок AC будет той самой дорогой, которую нужно проложить. Следовательно калитки в заборе надо делать в точках A и C.

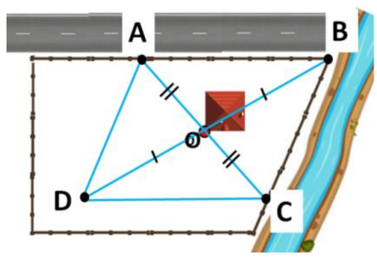


Рис.67 Решение задачи № 2.3.

Решение задачи **№ 2.4.** Решение: Схематический рисунок изображен на Рис.68, а математической моделью этой задачи будет являться прямоугольная трапеция, в которой надо найти одно из боковых оснований, если известны основания и высоты трапеции (см. Рис.69). Проведем высоту $BH \perp CD$. Получим ABHD – прямоугольник, в котором $AB = HD = 9$м и $AD = BH = 8$м.

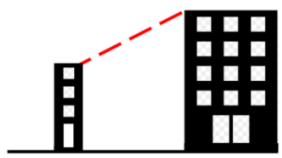


Рис.68 Схематический рисунок

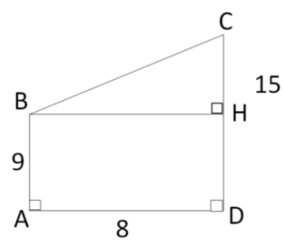


Рис.69 Чертеж к задаче №1

Тогда $CH = CD - HD = 15 - 9 = 6$(м). Рассмотрим прямоугольный ΔABC, зная длины катетов по т. Пифагора вычислим длину гипотезузы: $BC = 10м$. (Ответ: 10м)

Решение задачи **№ 2.11.** Столы. Решение:

A. Делать в форме параллелограмма (2 варианта):

1) Необходимо сделать 3 измерения: диагональ и смежные стороны (необходимые инструменты: циркуль и рулетка);

2) Необходимо сделать 3 измерения: смежные стороны и угол между ними (необходимые инструменты: угломер и рулетка).

B. Делать в форме прямоугольника. Необходимо сделать 2 измерения: смежные стороны (необходимые инструменты: рулетка (для замеров), угломер (для построения));

C. Делать в форме ромба. Необходимо сделать 2 измерения: диагонали ромба (необходимые инструменты: рулетка (для замеров), угломер (для построения));

D. Делать в форме квадрата. Необходимо сделать 1 измерение: сторона.

Решение задачи **№ 2.15.** Ответ: площадь прямоугольника равна $1500см^2$; площадь квадрата равна $1600см^2$; площадь ромба равна $800\sqrt{3}см^2$; площадь параллелограмма равна $787{,}5см^2$; площадь трапеции равна $1200см^2$.

Решение задачи **№ 2.16. а)** Ответ: 1 вариант − 84 плитки, 11пачек, 8448рублей; 2 вариант − 168 плиток, 12 пачек, 8496 рублей; 3 вариант − 326 плиток, 11 пачек, 7843 рубля.

Решение задачи **№ 2.16. г)** состоит из нескольких этапов:

1. Посмотреть на план квартиры и определить количество покрашенных дверей (6 дверей: 2 двери для ванной комнаты, 1 – для кухни, 3 – общего назначения);

2. Вычислить площадь окрашиваемой поверхности: нужно вычислить площади всех дверей, исходя из расчетов на Рис.39 (найти площадь прямоугольника). При этом необходимо обратить внимание на кухонную дверь (на двери есть стекло, которое красить не надо), вспомнить, что дверь окрашивается с двух сторон (т.е. умножить все на два), и не забыть перевести все

в квадратные метры, так как на чертеже все расчеты даны в миллиметрах(расчеты представлены в таблице 6);

Тип двери	Кол-во дверей в квартире	Площадь покраски 1 стороны 1 двери	Общая площадь покраски
Для ванной	2	$1{,}2\ м^2$	$4{,}8\ м^2$
Для кухни	1	$1{,}12\ м^2$	$2{,}24\ м^2$
Общего назначения	3	$1{,}6\ м^2$	$9{,}6\ м^2$
		Итого:	$16{,}64\ м^2$

Таблица 6. Расчеты 2 этапа решения задачи

3. Найти в таблице расход акриловой краски на 1 кв. метр (учитывая, что двери красили в два слоя) и вычислить количество необходимой краски (расчеты представлены в таблице 6);

Расход краски	1 слой	$16{,}64 * 0{,}25 = 4{,}16$ (кг)
	2 слой	$16{,}64 * 0{,}15 = 2{,}496$ (кг)
Общее количество краски (в кг):		6,656 кг

Таблица 6. Расчеты 3 этапа решения задачи

4. Определить количество банок, необходимых для покраски (округлить получившееся значение в большую сторону) (7 банок);

5. Вычислить стоимость покраски (стоимость краски – 1050руб, работа – 1500 руб., итого 2550руб. Рабочие попросили за заказ 3100руб., что на 550руб. больше реальной стоимости).

Приложение 7. Сравнительный анализ содержания темы «Четырехугольники» в учебниках геометрии для 8 класса на предмет реализации в них прикладной направленности обучения геометрии

Учебники геометрии 8 класса, авторы	*Пути реализации прикладной направленности обучения геометрии*				
	Наличие межпредметных связей и связей с окр. действительностью	*Наличие материала исторического характера*	*Наличие в учебнике заданий с применением ИТ, дополнительных эл. приложений и др.*	*Наличие материала для внеклассной и самостоятельной работы*	*Наличие прикладных и практико-ориентированных задач*
А.Д. Александров и др.	Почти не присутствует в содержании темы «Четырехугольники». При изучении темы «Площадь прямоугольника» упоминается о значениях слов «*а* квадрат» и «*а* куб», которые обозначают вторую и третью степень числа *а*, а также рассказывается о китайской игре танграм	В учебнике есть рубрика «Справка словесника», в которой содержится информация о происхождении названий геометрических фигур, о единицах измерения славян и древних римлян. В разделе «Занимательная геометрия» присутствуют старинные задачи (древнекитайская задача «О вычислении глубины квадратного водоема» и вавилонская − «О шесте 400 летней давности»). Большое внимание	Имеется электронная версия учебника. В учебнике, в конце главы есть рубрика «Применяем компьютер», в которую помещены задачи, решаемые с использованием среды «Живая математика»	В конце учебника есть список литературы, рекомендованной к прочтению	В учебнике есть раздел «Применяем геометрию», в котором содержатся прикладные задачи в т. ч. по теме «Четырехугольники», а именно: 5 задач на тему «Площадь квадрата и прямоугольника», 2 задачи по теме «Параллелограмм», 3 задачи по теме «Ромб»

		уделяется биографиям математиков, в учебнике есть отдельный параграф, посвященный Фалесу (в котором рассказывается о практических приложениях геометрии Фалесом). В конце учебника содержится статья об истории геометрии, позволяющая проследить развитие науки на протяжении веков			
Л.С. Атанасян и др.	Присутствует в начале глав 5 («Четырехугольники») и 6 («Площадь»). Кратко дается обоснование того, что будет изучаться в главах, описано, в каких сферах деятельности это может быть применимо. При изучении темы «Осевая и центральная симметрии» авторы учебника обращают внимание учащихся на то, где можно встретить симметрию в окружающем мире, дополняя текстовый	В теме «Четырехугольники» исторического материала содержится очень мало: при доказательстве теоремы Фалеса есть сноска, в которой рассказано, кто такой Фалес, и записаны годы жизни этого ученого	К учебнику прилагается эл. приложение, которое содержит анимацию, позволяющую лучше понять доказательства теорем; присутствуют интерактивные модели, позволяющие экспериментально изучить свойства геометрических фигур, тренажёры, помогающие научиться решать основные типовые задачи; тесты,	В конце учебника даны темы рефератов для изучения дополнительных тем по математике	В учебнике присутствует 1 прикладная задача по теме «Параллелограмм», 1 прикладная задача по теме «Трапеция», 1 прикладная задача в разделе «Задачи повышенной трудности», 4 прикладные задачи по теме «Площадь

	материал, картинками		позволяющие ученикам проверить свои знания; справочные материалы, помогающие решать задачи		квадрата и прямоугольника», по этой же теме присутствует одна прикладная задача в разделе доп. задач
В.Ф. Бутузов и др.	В теме «Симметрия» присутствует информация о том, где можно встретить симметрию в окр. мире, иллюстрируя материал соответствующими картинками. Более того учебник содержит огромное количество иллюстраций, показывающих реальные прообразы тех или иных геометрических понятий (например, темы «Параллелограмм», «Ромб», «Трапеции» содержат картинки, на которых видно, где в жизни можно встретить эти геометрические фигуры)	В учебнике даны объяснения происхождения многих геометрических терминов, исторические справки (содержится информация о том, как с греческого переводится тот или иной вид четырехугольника). В теме «Теорема Фалеса» рассказывается об истории открытия теоремы. Также в учебнике есть специальный раздел «Историческая справка», в котором можно найти информацию о золотом сечении	В учебнике есть раздел «Проектные задачи», выполнение которых подразумевает использование УМК «Живая математика» (приложение для компьютера). Помимо этого учебник содержит разделы «Интернет-ресурсы» и «Интернет-ресурсы на иностранном языке». Каждая книга из списка рекомендованной литературы содержит ссылку, по которой ее можно найти в интернете. Имеется электронная версия учебника	Учебник содержит списки доп. литературы и ссылки на интернет-ресурсы для продолжения самостоятельного изучения тем, подготовки рефератов и творческих проектных работ. Учебник содержит разделы «Исследовательские задачи» и «Темы рефератов и докладов» (например, «Симметрия и орнаменты»)	В учебнике есть специальный раздел «Задачи с практическим содержанием», который содержит 7 прикладных задач по теме «Четырехугольники». Вне этого раздела задач прикладного характера по данной теме нет

А.Г. Мерзляк и др.	В конце каждого параграфа есть 1 задача на развитие интуиции и «геометрического зрения». Раздел учебника носит название «Наблюдайте, рисуйте, конструируйте, фантазируйте». В теме «Признаки параллелограмма» присутствует понятие «жесткость фигуры», показывается применимость нежестких фигур (параллелограмма) в различных механизмах (например, в частях паровой машины). Демонстрируются соответствующие изображения	В теме «Параллелограмм» упоминается имя изобретателя первой универсальной паровой машины. А в теме «Теорема Фалеса», есть краткая историческая справка об ученом, его портрет, написаны годы жизни Фалеса	В конце учебника есть доп. параграф «Дружим с компьютером», в котором показано, какие программы можно использовать для более подробного освоения курса геометрии, даны соответствующие задания для выполнения на компьютере. При этом, упоминается, что на компьютере (помимо задач, представленных в этом разделе) можно выполнять в задачи из раздела «Практические задания». Имеется электронная версия учебника, в которой присутствуют: интерактивные тесты и математические диктанты	В конце учебника есть параграф «Проектная работа», в котором указан примерный список тем для проектной работы, в том числе и по теме «Четырехугольники», также представлена рекомендуемая литература по данным темам. В разделе «Упражнения для повторения» есть кроссворд, в котором помимо теоретических вопросов есть вопросы исторического характера	Присутствует 1 прикладная задача по теме «Параллелограмм», 7 прикладных задач по теме «Площадь прямоугольника», 1 прикладная задача по теме «Площадь трапеции»
А.В. Погорелов и др.	Автор не рассказывает напрямую, где можно встретить ту или иную	Реализуется при изучении темы Фалеса. Дается краткое	Имеется электронная версия учебника и список интернет-ресурсов	В конце учебника есть список рекомендуемой	Присутствует всего одна прикладная задача

	фигуру, а наглядно (в форме картинок) показывает, что четырехугольники окружают человека повсюду. Фотографии из жизни позволяют увидеть геометрию в окружающем мире, выделить геометрические фигуры и формы, их расположение в реальных объектах	упоминание о том, кто такой Фалес, указаны годы его жизни и портрет. Также в учебнике присутствуют исторические задачи		литературы	в теме «Прямоугольник»
И.Ф. Шарыгин и др.	В учебнике есть 1 задача, в которой описывается построения треугольника Рело	Дается краткая историческая справка о философе Фалесе	Имеется электронная версия учебника, которая включает в себя полный текст печатного учебника и ЭОР (видео, аудио, анимации, тесты и др.), которые расположены внутри каждого параграфа согласно логике изложения материала	В конце учебника есть раздел «Темы проектов», в котором присутствую темы для докладов, в том числе по теме «Четырехугольники»	В учебнике есть несколько задач по теме «Четырехугольники» на разрезание и складывание фигур