



**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования**

Пермский национальный исследовательский политехнический университет

Факультет Прикладной математики и механики
Выпускающая кафедра: Динамика и прочность машин
Направление 15.03.03 «Прикладная механика»
подготовки:
Квалификация: бакалавр

Допускается к защите
Зав.кафедрой ДПМ
_____ В.П.Матвеевко
«20» июня 2020г.

**Моделирование структуры и механического поведения зернистых
композитов с межзеренными границами**

Выпускная квалификационная работа

Выполнил:
студент группы ДПМ-16-16
Муллахметов Максим Николаевич


(_____)
подпись

Научный руководитель:
к.т.н. доцент кафедры ЭМКМ, с.н.с
ЦЭМ ПНИПУ
Ильиных А.В.


(_____)
подпись

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
Пермский национальный исследовательский политехнический университет**

Кафедра «Динамика и прочность машин»

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой ДПМ
Матвеевко В.П.

«25» мая 2020г.

ЗАДАНИЕ

на выполнение выпускной квалификационной работы студента

Фамилия И.О.	Муллахметов М.Н.
Факультет ПММ	Группа ДПМ-16-16
Начало выполнения работы	25 мая 2020

Контрольные сроки просмотра работы кафедрой	16 июня 2020
Дата защиты работы на заседании ГЭК	22 июня 2020

1. Наименование работы: Моделирование структуры и механического поведения зернистых композитов с межзеренными границами
2. Исходные данные к работе

3. Содержание пояснительной записки:

1) Моделирование структурно-неоднородных сред

- 2) Краевая задача механики неупругого деформирования и разрушения
- 3) Численное моделирование

4. Основная литература

- 1) *Ильиных А.В., Вильдеман В.Э.* Моделирование структуры и процессов разрушения зернистых композитов // Вычисл. мех. сплош. сред. 2012. Т. 5, № 4. С. 443–451.
- 2) *Вильдеман В.Э., Соколкин Ю.В., Ташкинов А.А.* Механика неупругого деформирования и разрушения композиционных материалов. – М.: Наука; Физматлит, 1997. – 288 с.
- 3) *Басов К.А.* ANSYS. Справочник пользователя. – М.: ДМК Пресс, 2005. -640 с.

Руководитель _____ выпускной _____ квалификационной
работы студента _____

к.т.н. доцент кафедры ЭМКМ, с.н.с ЦЭМ ПНИПУ (Ильиных А.В.)

(должность, Ф.И.О.)

Задание получил

25 мая 2020



(Муллахметов М.Н.)

(дата и подпись студента)

**КАЛЕНДАРНЫЙ ГРАФИК ВЫПОЛНЕНИЯ
ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ**

№п. п.		Объем этапа, в %	Сроки выполнения		Примечание
			начало	конец	
1	Разработка основных разделов выпускной квалификационной работы	70	25.05.2020	8.06.2020	
2	Оформление выпускной квалификационной работы	20	8.06.2020	12.06.2020	
3	Разработка и оформление иллюстративной части материала к защите ВКР	10	12.06.2020	16.06.2020	
4	Представление ВКР на проверку и отзыв научного руководителя		16.06.2020		
5	Представление работы заведующему кафедрой		16.06.2020		
6	Защита на заседании ГЭК		22.06.2020		

Научный руководитель работы:

к.т.н. доцент кафедры ЭМКМ с.н.с ЦЭМ ПНИПУ



Ильиных А.В.

«25» _____ мая _____ 2020 г.

Оглавление

Введение.....	6
Актуальность задачи	8
Цель работы	10
Глава 1. Моделирование структурно-неоднородных сред	11
1.1. Алгоритм синтеза структур	13
1.2. Учет межзеренных границ.....	16
1.3 Задание прочностных констант	20
Глава 2. Постановка задачи.....	22
2.1. Полная система уравнений теории упругости.....	22
Глава 3. Численное моделирование.....	24
3.1 Краевая задача механики неупругого деформирования и разрушения.....	26
Анализ результатов.....	30
Заключение	40
Библиографический справочник.....	42

Введение

Композиционные материалы (композиты) – это материалы, представляющие собой системы, состоящие из нескольких компонентов (минимум два), которые отличаются по химическому составу, механическим свойствам, а также имеют четко выраженную границу разделения между структурными элементами. Основное отличие композиционных материалов от сплавов и химических соединений в том, что их структурные элементы не смешиваются на молекулярном или атомарном уровне.

В настоящее время композиционные материалы имеют огромное распространение, так как они позволяют еще на стадии проектирования заложить в них необходимые механические свойства, задать необходимое направление механических свойств, что улучшает параметры конструкций созданных из таких материалов.

Композиционные материалы можно классифицировать по характерной форме структурных элементов: зернистые, волокнистые и слоистые композиты. К зернистым относятся материалы, у которых характерные размеры структурных элементов одного порядка вдоль всех трех координатных осей. В волокнистых композитах размеры структурных элементов в одном направлении значительно больше чем в остальных. В случае же, когда характерные размеры структурных элементов в двух направлениях значительно больше, чем в третьем, то такие материалы уже называют слоистыми композитами или композитами, армированными пластинчатыми включениями. Помимо перечисленных простых видов структур композитных материалов также встречаются и сложные структуры, которые являются комбинациями более простых.

По характеру расположения структурных элементов композиционные материалы имеют множество различных видов. Однако все композиты можно разделить на два вида – с регулярной и нерегулярной (стохастической) структурой. В композитах с регулярной структурой

элементы имеют правильную геометрическую форму и располагаются регулярно в пространстве, т.е. схожи с элементарными ячейками, упорядоченными в пространстве. У композитов, имеющих стохастическую структуру, расположение структурных элементов носит случайный характер, форма структурных элементов материала может быть как правильной, так и неправильной. Степень разупорядоченности структуры может изменяться в зависимости от различных факторов и влиять в итоге на характер связности структурных элементов. Также одним из существенных признаков является пространственная ориентация элементов. Хорошим примером в этом случае будут являться волокнистые и слоистые композитные материалы.

Актуальность задачи

Композитные материалы в современном мире имеют огромное распространение и играют огромную роль при проектировании ответственных конструкций. Свою популярность они заслужили благодаря тому, что в них можно заложить требуемые свойства, заранее спроектировать их так, чтобы они при нагружении вели себя так, как требуют соответствующие нормы эксплуатации.

В ряде случаев немаловажное значение имеет поведение материалов на закритической стадии деформирования, так как правильный учет этого явления, позволяет продлить срок службы конструкций, деталей и материалов, применяемых для их создания, а также увеличить несущую способность и безопасность этих конструкций и деталей. Под параметрами безопасность и несущая способность в данном случае понимается, не мгновенный выход конструкции из строя, сопровождающийся единовременным неконтролируемым разрушением, а постепенное разрушение отдельных малых элементов, единичные разрушения которых не приведут к выходу конструкции из строя, а также не произойдет лавинообразное разрушение элементов конструкции или материала.

Учет стадии закритического деформирования необходим при моделировании процессов деформирования и разрушения, что требует создания и развития соответствующих данному процессу моделей. При исследовании закритического деформирования немаловажное значение имеет жесткость нагружающей системы [1–3]. Так мы можем нагружать испытываемую конструкцию или материал через прикладываемую силу (мягкое нагружение) или путем задания деформаций (жесткое нагружение). К настоящему времени в области исследований механического поведения материалов были предложены различные способы испытания материалов: при обеспечении высокой жесткости нагружающей системы [3–4] и с изменяемой жесткостью нагружающей системы [5–7]. Полученные данные о поведении материалов и о влиянии их структурных параметров на процессы накопления повреждений и процессы деформирования могут послужить

основой для развития как новых, так и уже существующих методов и моделей расчёта ответственных конструкций, а также материалов, применяемых в таких конструкциях.

На процессы деформирования и разрушения материалов влияют различные параметры материалов: механические свойства, структура материала, размеры структурных элементов. Исследование влияния данных свойств на процессы деформирования и накопления повреждений в материалах играет важную роль при проектировании композиционных материалов. Полученные данные позволяют спроектировать более эффективные, с точки зрения устойчивости к неконтролируемому разрушению, материалы и конструкции.

Рассмотренный перечень работ показывает, что одним из актуальных направлений исследований в данной области является численное моделирование процессов деформирования и разрушения структурно-неоднородных сред. Одним из преимуществ численного моделирования является возможность отследить образование дефектов внутри структуры материала, проанализировать рост дефектов.

Цель работы

Целью работы является исследование закономерностей механического поведения и закономерностей реализации закритической стадии деформирования композитных материалов с зернистой структурой с учетом межзеренных границ.

Глава 1. Моделирование структурно-неоднородных сред

Для моделирования требуемых структур зернистых композиционных материалов разработана программа, имитирующая постепенный рост зерен в материале. Основная идея данного алгоритма состоит в пошаговом росте эллипсоидов (в общем трехмерном случае, в двухмерной постановке используются эллипсы) до полного заполнения некоторого заданного объема. В данной работе рассматривается двумерная постановка задачи и эллипсоиды заменяются на эллипсы.

Основным требованием к алгоритму является наличие ряда регулируемых параметров: коэффициент формы зерен, выражающийся в отношении малой полуоси начального эллипса к большей, угол ориентации зерен в материале, количество зерен в структуре.

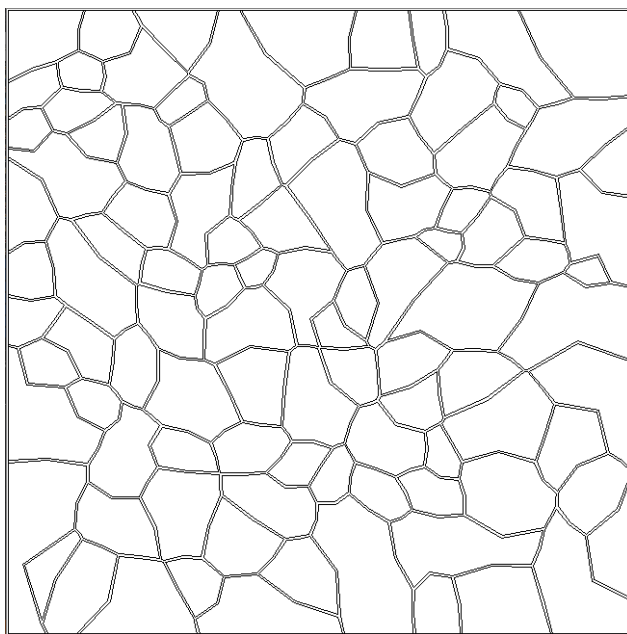


Рис. 1 пример генерируемой структуры

Необходимо понимать, что структура композитного материала в большей степени влияет на его прочностные свойства, нежели на деформационные. Так, единичное малое изменение структуры может не проявиться в изменении деформационных характеристик. В то же время перераспределение напряжений в окружающей области такого изменения (образовавшегося дефекта) может привести к последующему

неконтролируемому лавинообразному разрушению других элементов или локализации трещин с их последующим нежелательным ростом. Очевидно, что такие дефекты негативно сказываются на прочностных характеристиках материала, но также данные явления можно и использовать для проектирования материалов, которые не разрушаются мгновенно, а позволяют выйти на стадию закритического деформирования, которая позволит мягко разгрузить материал, не допуская катастрофических разрушений.

1.1. Алгоритм синтеза структур

На первом этапе алгоритма задаются первоначальные эллипсы, которые являются исходными центрами роста зерен. Для данных эллипсов по заданным законам распределения случайных величин задаются такие параметра как: размеры их полуосей, отношение полуосей, угол ориентации эллипсов и их положение в области. Данный алгоритм был ранее предложен в статье [9]

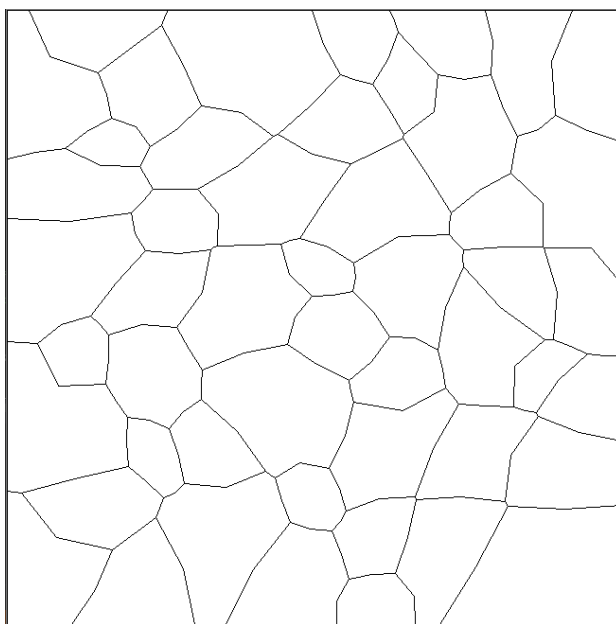


Рис.1 пример получаемых структур

Одним из регулируемых параметров является коэффициент формы зерна k_f , выражающий в отношении меньшей полуоси к большей.

Для отслеживания и выделения областей, соответствующих каждому зерну, на область наносится регулярная решетка и производится итерационная процедура увеличения эллипсов, которая выполняется до тех пор, пока не будет заполнена вся заданная область. При этом эллипс после итерации увеличения может захватить только свободную, не занятую другими эллипсами, точку регулярной решетки. Окончанием итерационной процедуры будет являться ситуация, когда все узлы регулярной решетки

будут принадлежать какому-либо эллипсу, таким образом, получается полное заполнение области, без пустых пространств между зёрнами.

После завершения итерационной процедуры роста эллипсов и получения заполненной регулярной решетки, производится поиск ключевых узлов структуры.



Рис.2 результат работы заполнения области и поиска ключевых узлов

Недостатком этого алгоритма является грубая и сильно упрощенная геометрия структуры, так как для составления границ зёрен используются только найденные ключевые узлы. Для решения этой проблемы на найденных границах зёрен вводятся дополнительные узлы, которые позволяют более точно описать границы зёрен и геометрию полученной структуры.

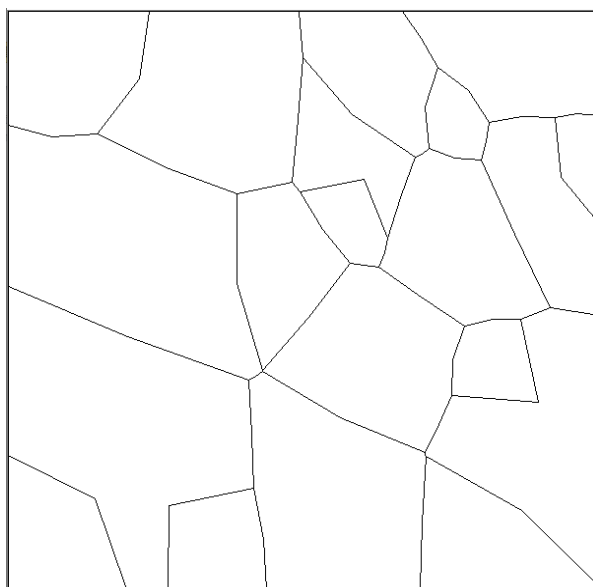


Рис.3 результат работы алгоритма уточнения границ зерен

Для демонстрации влияния коэффициента формы сгенерированы 3 структуры. Размеры начальных эллипсов и углы ориентации во всех трех случаях заданы одинаковые:

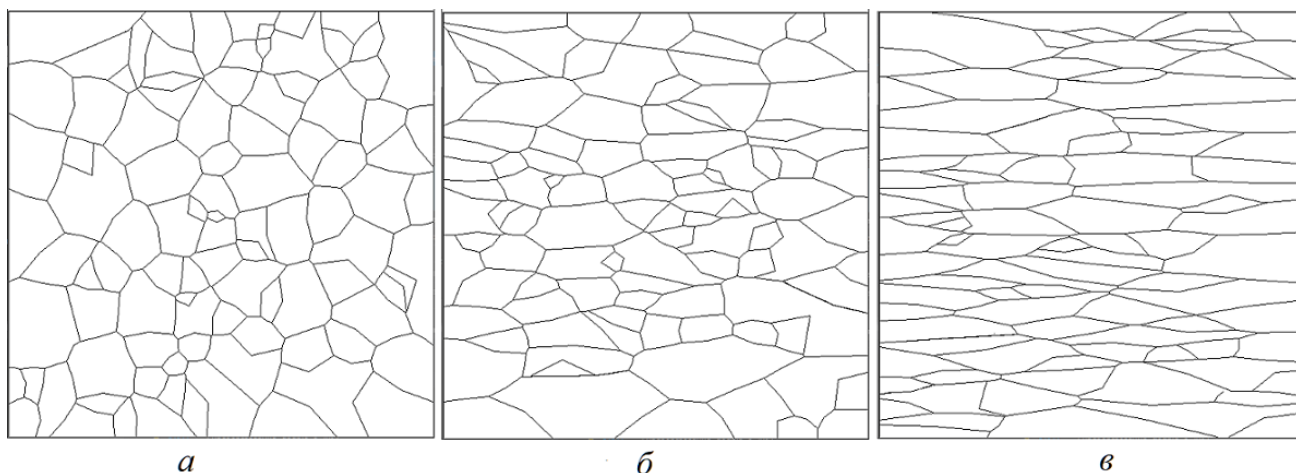


Рис.4 модели сгенерированных структур с коэффициентами формы:

а) $k_f=1$; б) $k_f=0.5$; в) $k_f=0.2$

1.2. Учет межзеренных границ

Полученная в результате работы описанного выше алгоритма структура обладает жестко связанными между собой зернами и никак не моделирует взаимодействия между границ зерен. Однако если рассматривать реальные структуры зернистых композиционных материалов (пример на *рис.5*), то между зернами всегда присутствует дополнительный материал, который является матрицей, связывающей зерна между собой.

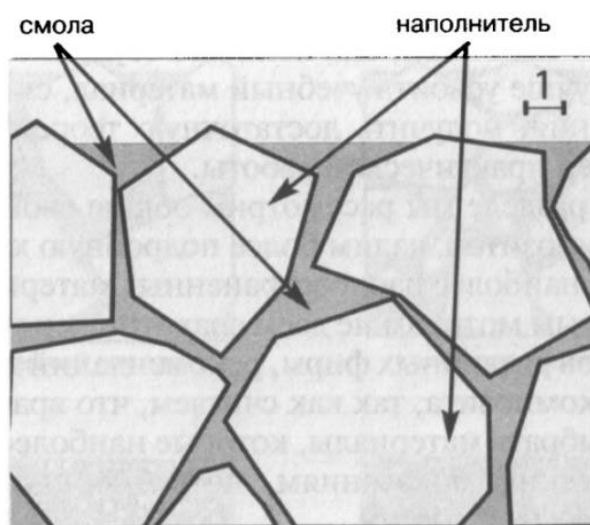


Рис.5 наполнитель и матрица (представлена смолой) композитного материала

Наличие этого дополнительного материала, может кардинальным образом изменить поведение всего композита при прочих равных условиях. Данный материал может снизить или повысить как прочностные, так и деформационные свойства материала, что в свою очередь ведет к изменению правил эксплуатации таких материалов и конструкций, созданных из таких материалов.

Для решения этой задачи разработан дополнительный алгоритм, позволяющий учесть наличие межзеренного пространства (прослойки) и находящегося в нем другого материала.

В целях упрощения расчетов и самого алгоритма, реализуется равномерное, регулируемое смещение границ зерен к его центру на некоторую

регулируемую величину δ , при этом алгоритм полностью сохраняет геометрию зерна, изменяя лишь его размер. Смещение границ по сравнению с размерами самих зерен является достаточно малым и не оказывает сильного влияние на процессы механического поведения отдельно взятого зерна.

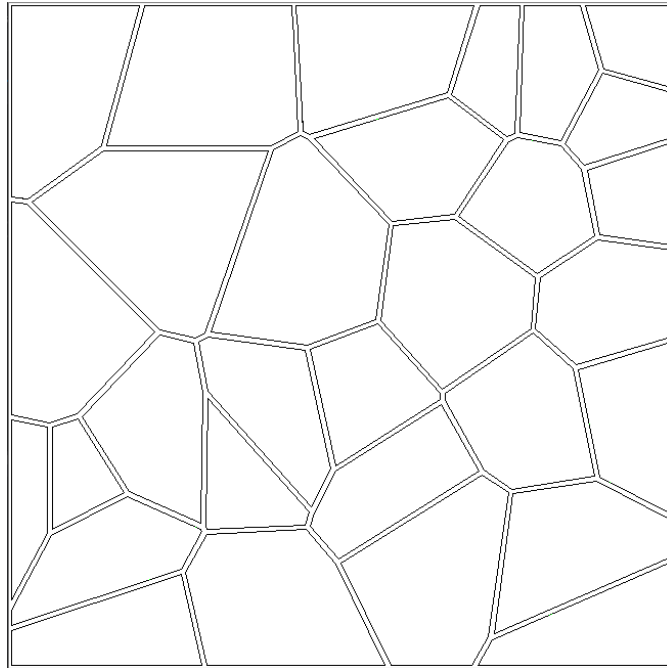


Рис.6 пример работы алгоритма смещения границ зерен

Алгоритм подготавливает данные для дальнейшей работы, путем выделения каждого зерна как отдельного объекта. Итогом этого этапа являются n массивов, каждый из которых содержит координаты узлов принадлежащих соответствующему зерну. Также для корректной работы алгоритма в дальнейшем производится сортировка всех узлов зерна таким образом, чтобы сохранялся постоянный порядок обхода узлов по часовой стрелке или против.

На первом шаге работы алгоритма смещения границ производится вычисление нормальных векторов к каждой границе зерна:

$$\bar{n}_i = \{(y_1 - y_2)_i; (x_2 - x_1)_i\} \quad (1)$$

Где $(x_1, y_1)_i$ - координаты начала i -й границы, $(x_2, y_2)_i$ - координаты конца i -й границы,

Затем длины найденных векторов нормируются к величине $|\bar{n}|=1$.

Для нормировки длины вектора нормали вычисляется полярный угол вектора относительно точки (0,0), а затем соответствующие координаты вектора вычисляются с использованием найденного угла:

$$\bar{n}_i = \{\cos(\alpha); \sin(\alpha)\} \quad (2)$$

Где α -полярный угол вектора.

Так как все узлы отсортированы и расположены по заданному порядку, то следовательно алгоритм также будет проходить по границам в определенном порядке (по часовой стрелке или против), в следствие, чего все вычисленные нормали всегда будут направлены в зависимости от направления обхода зерна либо внутрь, либо наружу зерна.

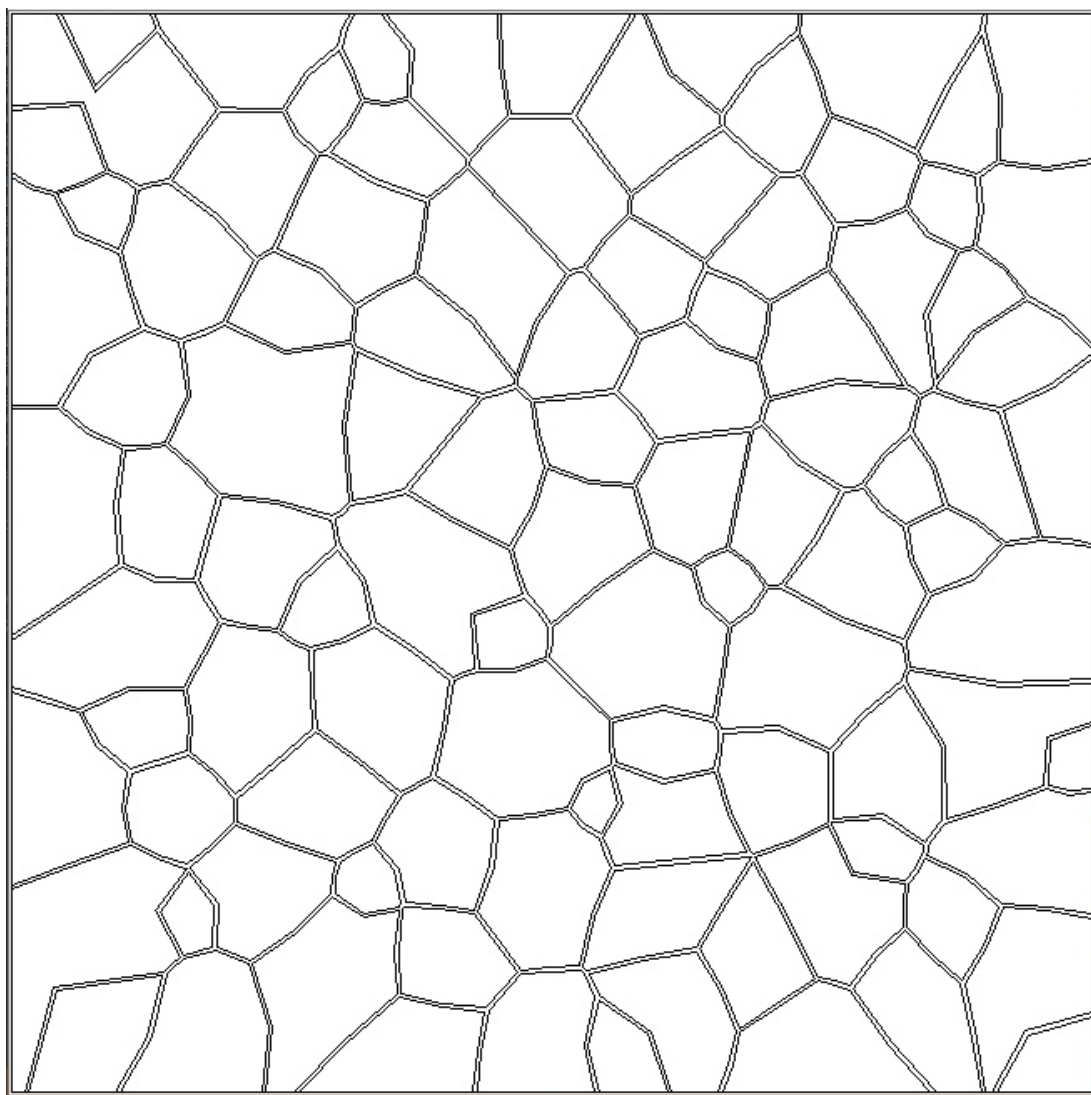
На следующем шаге алгоритма для каждой границы вычисляются новые координаты путем добавления к исходным координатам смещения δ :

$$\begin{aligned} (x'_1, y'_1)_i &= (x_1, y_1)_i + \delta \cdot \bar{n}_i \\ (x'_2, y'_2)_i &= (x_2, y_2)_i + \delta \cdot \bar{n}_i \end{aligned} \quad (3)$$

Умножение величины смещения δ на компоненту нормированного вектора нормали, позволяет смещать узлы границы на заданное значение и итоговое смещение всегда будет равно δ , в каком бы направлении ни требовалось переместить узел.

Для вычисления новых узлов зерен составляется уравнения прямых, описывающих границы, и вычисляет точки пересечения этих прямых. Данные точки и будут являться новыми узловыми точками границ.

На заключительном этапе алгоритм выделяет образовавшуюся область между зернами как дополнительное $n+1$ зерно со множеством границ и геометрией более сложной чем у зерен с номерами $i = \overline{1, n}$.



*Рис.7 структура полученная в результате работы алгоритма смещения
границ*

1.3 Задание прочностных констант

На практике достаточно сложно получить материал, который бы обладал постоянными свойствами по всему объему, а также не имел бы каких-либо внутренних дефектов. Для моделирования таких структурных дефектов в элементах композитного материала можно использовать стохастическое распределение механических или прочностных констант структурных элементов материала.

Для генерации случайных прочностных констант структурных элементов используется трехпараметрический закон распределения Вейбулла, выражающийся следующей зависимостью [1]:

$$F(\langle\sigma\rangle) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\langle\sigma\rangle - \sigma_0}{\sigma_a - \sigma_0}\right)^b\right], \quad (4)$$

где, $\sigma_0 \geq 0$ – параметр минимальной прочности, σ_a – параметр характеристической прочности, $b > 0$ – параметр формы.

Параметры распределения случайных величин связаны с коэффициентом вариации kv и математическим ожиданием $\langle\sigma\rangle$ следующими соотношениями:

$$\sigma_0 = \langle\sigma\rangle \cdot \left[1 - \frac{kv \cdot C_1}{\sqrt{C_2 - C_1^2}}\right], \quad \sigma_a = \frac{kv \cdot \langle\sigma\rangle}{\sqrt{C_2 - C_1^2}} + \sigma_0$$

$C_1 = \Gamma(1 + 1/b)$, $C_2 = \Gamma(1 + 2/b)$, где $\Gamma(z)$ – гамма-функция.

Применение функций генерирования псевдослучайных величин позволяет сгенерировать псевдослучайные числа ξ , равномерно распределенные в интервале $[0,1]$, тогда прочностные константы будут определяться по следующей формуле:

$$\langle\sigma\rangle = \sigma_0 + (\sigma_a - \sigma_0) \cdot (-\ln\xi)^{(1/b)} \quad (5)$$

Также в работе используется равномерный закон распределения прочностных констант. Числа, распределенные по равномерному закону можно получить, используя встроенную функцию “rand()” в языке программирования ++, который и использовался для написания программы.

Глава 2. Постановка задачи

Для решения поставленной задачи реализуется одноосное чистое растяжение. Для этого фиксируются перемещения нижней грани тела, а на верхней грани задается некоторое известное перемещение U , вычисляемое заново на каждом шаге расчета.

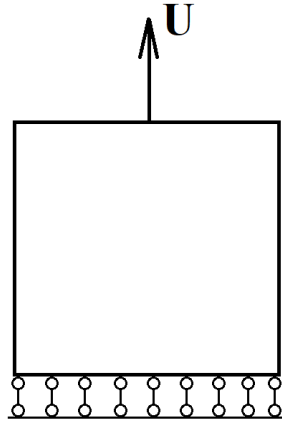


Рис.8 схема нагружения

2.1. Полная система уравнений теории упругости

Чтобы характеризовать внутреннее состояние материала при деформировании, то есть определить перемещения U_i , деформации ε_{ij} и напряжения σ_{ij} используется полная система уравнений, в которой количество неизвестных соответствует количеству уравнений.

$$\sigma_{ij,j}=0 \quad (6)$$

$$\varepsilon_{ij}=(U_{i,j}+U_{j,i})/2 \quad (7)$$

$$\sigma_{ij}=C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (8)$$

Уравнение 1 – уравнение равновесия в напряжениях (3 уравнения), уравнение 2 – геометрические соотношения Коши (6 уравнений), уравнение 3 – обобщенный закон Гука (6 уравнений).

В уравнения 1-3 входят 15 величин, характеризующих внутреннее состояние материала: 3 компоненты вектора перемещений U_i , 6 независимых

компонент тензора деформаций ε_{ij} и 6 независимых компонент тензора напряжений σ_{ij} . Всего система состоит из 15 уравнений.

Система уравнений дополняется кинематическими граничными условиями на поверхности тела S : $U_i(r)|_S = U_i^0$

Глава 3. Численное моделирование

Решение задачи проводилось с помощью программного пакета конечно-элементного анализа ANSYS. Для этого в программе синтеза микроструктур реализована функция интеграции моделируемых материалов в среду ANSYS при помощи параметрического языка программирования APDL. Программный пакет ANSYS реализует для решения поставленных задач метод конечных элементов.

Для дискретизации области выбран треугольный конечный элемент PLANE82, моделирующий плоско-напряженное состояние.

Решение поставленной общей задачи сводится к последовательному решению более мелких задач статического нагружения при фиксированных значениях заданных перемещений, которые соответствовали заданным граничным условиям. С помощью функции выбора шага удлинения в автоматическом режиме вычислялось такое значение нагружения(удлинения), при котором происходило гарантированное разрушение наиболее близкого к разрушению конечного элемента структуры. При этом в следствии перераспределения напряжений после разрушения этого элемента, критерий прочности может перестать выполняться и для уцелевших элементов, что повлечет за собой процесс лавинообразного разрушения, который приводит к частичной или полной потере устойчивости данного процесса. Полная потеря устойчивости процесса разрушения приведет к неконтролируемому лавинообразному разрушению элементов материала и последующему его выходу из строя. Итерационная процедура расчета на текущем шаге нагружения завершается при условии выполнения критерия прочности для всех элементов, которые еще не потеряли несущую способность.

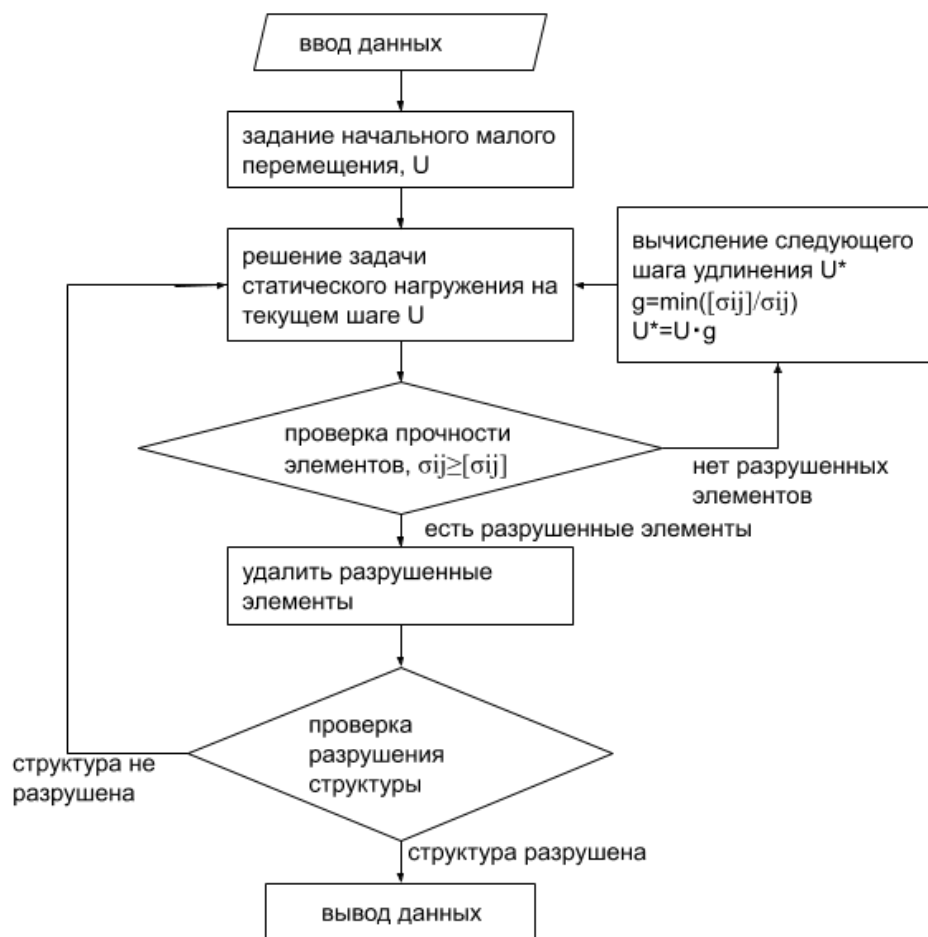


Рис.7 блок-схема алгоритма, моделирующего процесс деформирования материала

Для выявления разрушенных элементов структуры используется следующий критерий прочности:

$$\sigma_i \geq [\sigma]_i$$

σ_i - напряжение в элементе, вычисляемое с использованием критерия

$$\text{Мизеса: } \sigma = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}{2}} \quad (9)$$

Признаками разрушения структуры служат два параметра, которые отслеживаются независимо друг от друга, это максимальные перемещения, и силовые реакции в узлах в вертикальном направлении. При отслеживании перемещений, выход из программы расчета, и разрушение материала

считается тогда, когда перемещения достигают аномально больших значений, из-за того, что на «оторвавшейся» части материала нет закреплений и СЛАУ метода конечных элементов больше не имеет единственного решения. При отслеживании узловых реакций признаком разрушения тела считается, значение реакций менее 1% от максимальной реакции, полученной в процессе деформирования.

3.1 Краевая задача механики неупругого деформирования и разрушения.

Для описания процессов неупругого деформирования и разрушения структурно-неоднородных материалов используется двухуровневая структурно-феноменологическая модель механики композитных материалов [8].

Предполагается, что исследуемое твердое тело состоит из множества отдельных структурных элементов, которые разделены между собой четкими границами, а также обладают различными механическими свойствами. При этом размеры самих структурных элементов, входящих в материал, больше размеров, которыми оперирует молекулярно-кинетическая теория, что позволяет уйти от расчетов молекулярного и атомарного взаимодействия.

Для вычисления полей напряжений $\sigma_{ij}(r)$ и деформаций $\varepsilon_{ij}(r)$ в элементах структуры необходимо решить замкнутую систему уравнений, в которую входят уравнения равновесия без учета массовых сил, геометрические соотношения Коши и определяющие соотношения для изотропного материала:

$$\sigma_{ij,j} = 0 \quad (10)$$

Компоненты тензора деформаций ε_{ij} связаны с компонентами тензора перемещений через геометрическое соотношение Коши:

$$\varepsilon_{ij}(r) = \frac{1}{2}(u_{i,j}(r) + u_{j,i}(r)) \quad (11)$$

В определяющих соотношениях для изотропных сред упругие свойства описываются модулем объемного сжатия $K(r)$ и модулем сдвига $G(r)$.

Мерами тензора поврежденности Ω , который рассчитывается как $\Omega_{klmn} = \omega_1 \delta_{kl} \delta_{mn} + \omega_2 (\delta_{kn} \delta_{lm} + \delta_{km} \delta_{ln})$, являются независимые материальные функции k и g , которые входят в определяющие соотношения.

$$\sigma_{ij}(r) = [3K(r)(1-k)V_{ijmn} + 2G(1-g)H_{ijmn}] \varepsilon_{ij}(r) \quad (12)$$

где $V_{ijmn} = (1/3) \delta_{ij} \delta_{mn}$ и $H_{ijmn} = I_{ijmn} - V_{ijmn}$, $k = 3\omega_1 + 2\omega_2$, $g = 2\omega_2$,

где $K = E/3(1-2\nu)$, $G = E/2(1+\nu)$.

Материальные функции выражают изменение деформационных свойств, которые определяют поведение материала при гидростатическом давлении и чистом сдвиге. Они зависят от инвариантов тензора деформаций :

$j_\varepsilon^{(1)}(r) = \varepsilon_{kk}(r)$ и $j_\varepsilon^{(2)}(r) = \sqrt{\varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij}}$, или напряжений: $j_\sigma^{(2)}(r) = \sqrt{\sigma_{ij}^{\cup} \sigma_{ij}^{\cup}}$ где

$\sigma_{ij}^{\cup} = \sigma_{ij} - \left(\frac{1}{3}\right) \sigma_{kk} \delta_{ij}$. Инварианты тензора напряжений связаны с

инвариантами тензора деформаций: $j_\sigma^{(1)} = K(1-K)j_\varepsilon^{(1)}$, $j_\sigma^{(2)} = 2G(1-g)j_\varepsilon^{(2)}$. При моделировании упруго-хрупкого разрушения функции g , и k изменяются от 0 до 1 скачкообразно при выполнении критерия разрушения:

$$g(j_\sigma^{(2)}) = \begin{cases} 0, j_\sigma^{(2)} < j_{\sigma cr}^{(2)} \\ 1, j_\sigma^{(2)} > j_{\sigma cr}^{(2)} \end{cases} \quad g(j_\sigma^{(1)}) = \begin{cases} 0, j_\sigma^{(1)} < j_{\sigma cr}^{(1)} \\ 1, j_\sigma^{(1)} > j_{\sigma cr}^{(1)} \end{cases}$$

Система уравнений (10)-(12) также дополняется кинематическими граничными условиями на поверхности тела S : $U_i(r)|_S = U_i^0$.

Для оценки сходимости решения были смоделированы три структуры с одинаковыми параметрами такими как количество зерен, коэффициент формы зерен, размеры структуры, свойства зерен во всех случаях также задавались одинаковые. Таким образом единственным изменяемым параметром было стартовое число для генератора случайных чисел, используемого для создания и размещения начальных эллипсов. Количество зерен в структурах равно 100.

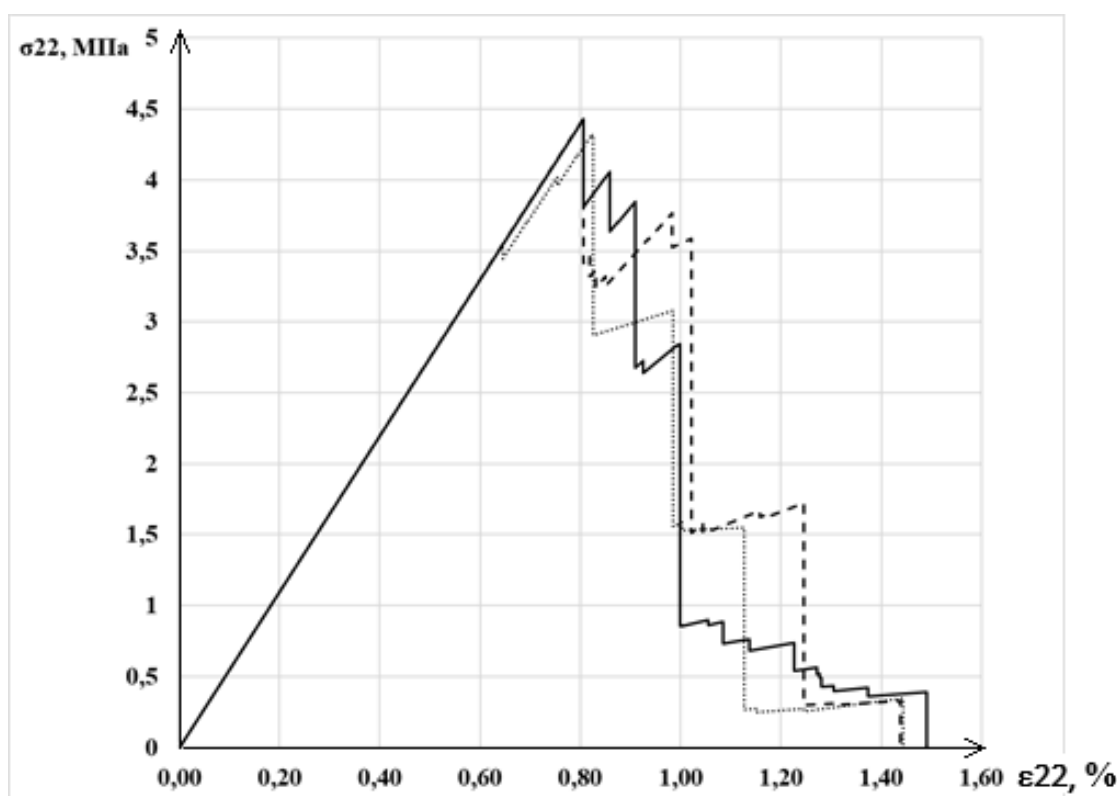


Рис.9 сравнительная диаграмма деформирования трех структур

По полученным результатам видно, что диаграммы в определенной степени совпадают между собой. Различия в диаграммах объясняются различием форм зерен и как следствие различие в распределении прочностных характеристик в области. Так средняя разница между максимальными деформациями составляет 0.025%. Ввиду малости данной величины относительно общих деформаций, ей можно пренебречь. Следовательно, для численных расчетов можем использовать структуры,

состоящие из 100 элементов, что даст статистическую повторяемость результатов.

Анализ результатов

Проведем несколько численных экспериментов со структурами учитывающими межзеренные границы и не учитывающими их. Для корректности оцениваемых результатов в обоих случаях будем задавать одинаковые механические свойства зерен:

Модуль упругости и коэффициент Пуассона: $E = 2,25 \cdot 10^9 \text{ Па}$, $\nu = 0,3$

Средний предел прочности зерен $\langle \sigma_{b3} \rangle = 70 \text{ МПа}$

Коэффициент вариации распределения прочностных констант зерен $k\nu = 0,7$, используется двухпараметрический закон Вейбулла.

Прочностные свойства межзеренной границы: $\sigma_{b2} = 0,7 \langle \sigma_{b3} \rangle$, модуль упругости $E_2 = 2,45 \cdot 10^9 \text{ Па}$.

Здесь и далее во всех расчетах материал зерен и границ считается изотропным.

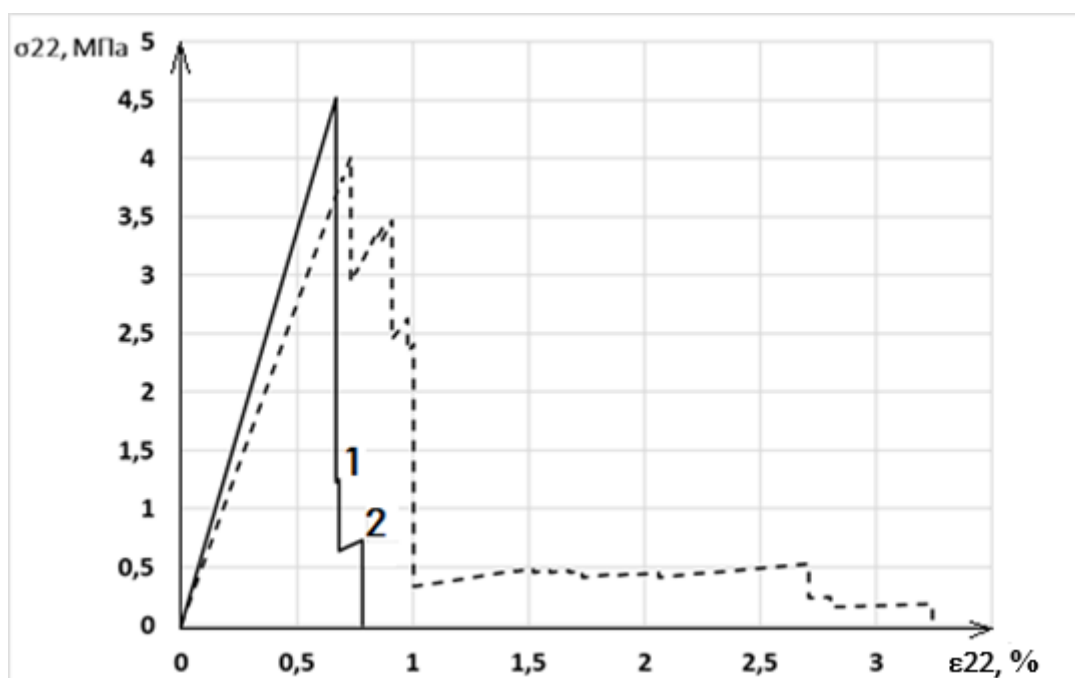


Рис.10 диаграммы деформирования двух материалов. Пунктирная линия- материал без учета межзеренных границ, сплошная- материал с учетом межзеренных границ.

На представленных результатах видно сильное расхождение диаграмм деформирования материалов. В случае, когда были проведены расчеты, учитывающие межзеренные границы, наблюдается практически полное вырождение ветви закритического деформирования. Разница в продолжительности зоны закритического деформирования составила 3.12%, что является существенным показателем.

Ниже приведены картины структурных дефектов, образовавшихся в структуре, смоделированной с учетом межзеренных границ. Здесь и далее большие деформации(в области разрушенных элементов) образуются ввиду применения программным пакетом ANSYS коэффициента масштабирования деформаций при отображении результатов. Данный коэффициент применяется тогда, когда деформации тела малы, и их достаточно сложно наблюдать в реальных масштабах.

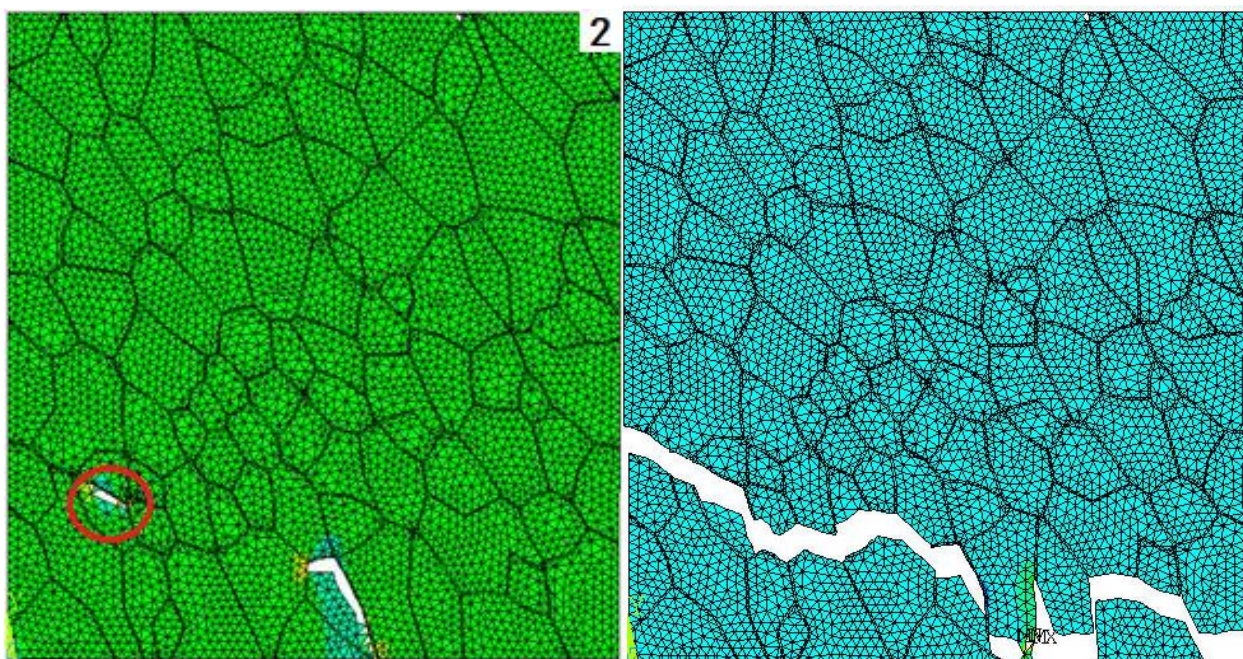


Рис.11 картины структурных дефектов. 2-картина соответствующая точке 2 на диаграмме деформирования (красным выделена область образования дефекта). Вторая картина показывает разрушение материала.

На представленных выше картинах структурных дефектов можно увидеть, что в большинстве своем дефекты в материале были локализованы вдоль границ зерен. Наличие материала, не обладающего достаточными прочностными свойствами, спровоцировало неконтролируемый процесс трещинообразования, приводящий к полному разрушению структуры. Дефект, находящийся справа от выделенного красным (на первой картине) соответствует частичному разрушению одного зерна. По полученным данным, мы можем судить о том, что это зерно было наиболее слабым во всей структуре, что и не привело к дальнейшему росту дефектов в данной области.

Исходя из представленных выше данных можем заключить, что учет свойств межэлементных границ в структурно-неоднородных средах, является важным этапом в проведении численного моделирования процессов деформирования таких материалов. В частности, в данном случае наблюдаем почти полное отсутствие стадии закритического деформирования и значительное ухудшение деформационных свойств в том случае, когда были учтены свойства между границами. Хотя в материале без учета свойств межэлементных границ наблюдается довольно продолжительная стадия закритического деформирования. Но при всем при этом прочностные свойства двух материалов, которые выражаются в максимальном усилии, которое материал способен выдержать, остались примерно одинаковые.

Проследим влияние коэффициента формы зерен на механическое поведение материала. Свойства зерен: $E_3 = 2,25 \cdot 10^9 \text{ Па}$, $\nu = 0.3$, $\langle \sigma_{b3} \rangle = 70 \text{ МПа}$, $k\nu = 0.7$. Прочностные свойства межзеренной границы: $\sigma_{b2} = 0.9 \langle \sigma_{b3} \rangle$, модуль упругости $E_2 = 2,45 \cdot 10^9 \text{ Па}$.

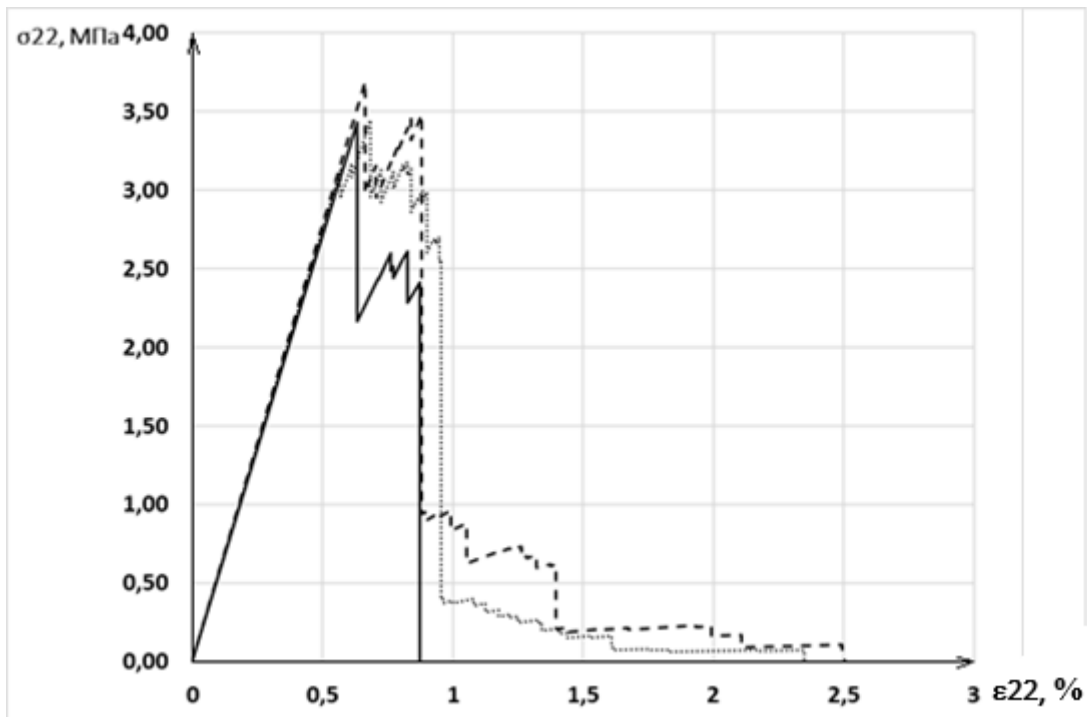


Рис.12 диаграммы деформирования. Сплошная линия- $k_f = 0.45$, прерывистая- $k_f = 0.65$, пунктирная- $k_f = 0.85$

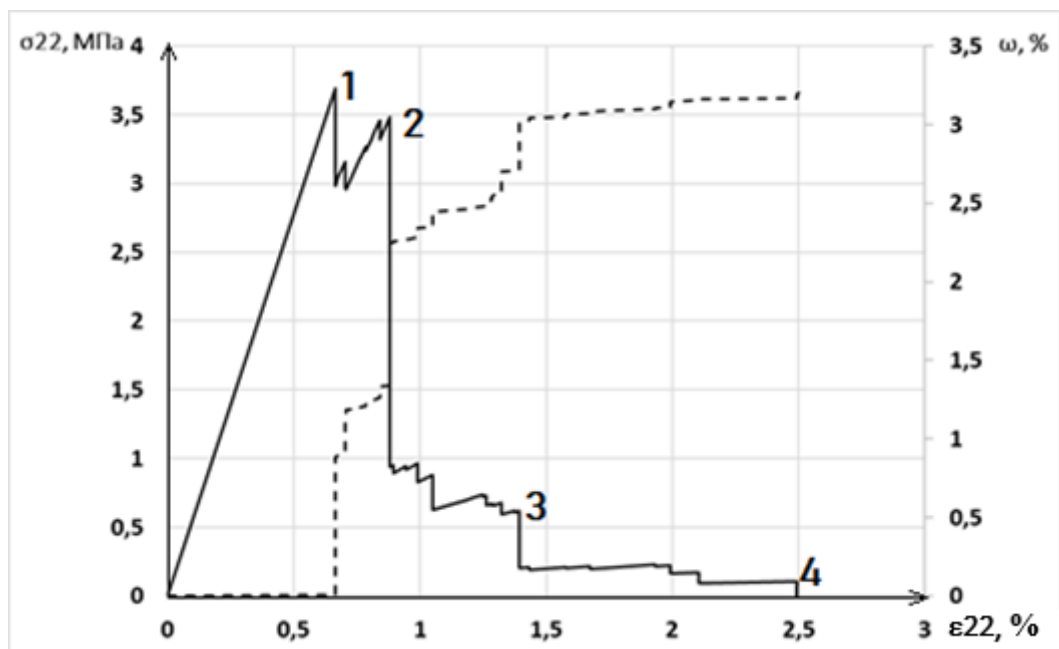


Рис.13 диаграмма деформирования и график накопления поврежденности при $k_f = 0.85$

В Таблице приведены деформации материала соответствующие стадии закритического деформирования

Таблица 1 зависимость продолжительности зоны закритического деформирования от коэффициента формы зерен

k_f	$\varepsilon, \%$
0.45	0.24
0.65	1.76
0.85	1.85

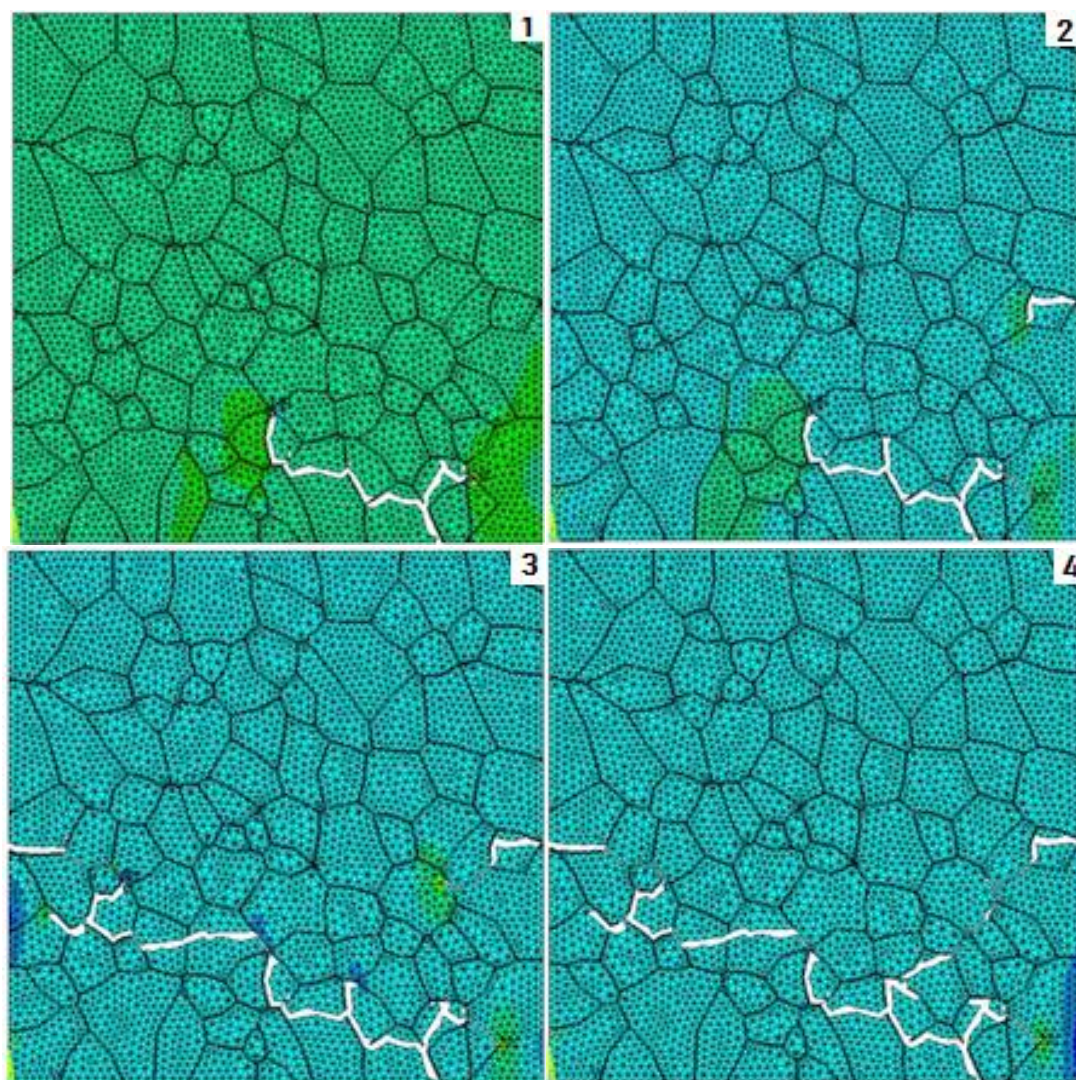


Рис.14 картины дефектов в структуре материала

Анализ полученных диаграмм деформирования позволяет заключить, что при увеличении коэффициента формы зерен, также наблюдается и улучшение деформационных и прочностных характеристик материала и более выраженная стадия закритического деформирования. При коэффициенте формы зерен равном 0.85 продолжительность зона закритического деформирования составила 1.85%, что более чем в 7 раз превышает этот показатель для структуры с коэффициентом формы равном 0.45.

Проведем оценку влияния процентного отклонения прочностных характеристик межзеренной прослойки от среднего значения прочностных характеристик зерен.

Для корректности оцениваемых результатов в обоих случаях будем задавать одинаковые параметры генерации: средний предел прочности, коэффициент вариации, механические свойства зерен, равномерный закон распределения прочностных характеристик:

$$E = 2,25 \cdot 10^9 \text{ Па}, E_2 = 2,45 \cdot 10^9 \text{ Па}, \nu = 0.3, \langle \sigma_{b3} \rangle = 70 \text{ МПа}$$

Модуль упругости для зерен равномерно распределен в диапазоне:
 $0.8 \cdot E \leq E_3 \leq 1.2 \cdot E$

Коэффициент вариации прочностных констант зерен: $k\nu = 0.7$

Коэффициент формы зерен: $kf = 0.65$

В качестве изменяемой величины выберем предел прочности межзеренной границы.

Рассмотрим первую ситуацию, когда предел прочности границы будет изменяться в большую сторону, выберем следующие значения: 110%, 120% и 130% от среднего предела прочности зерен.

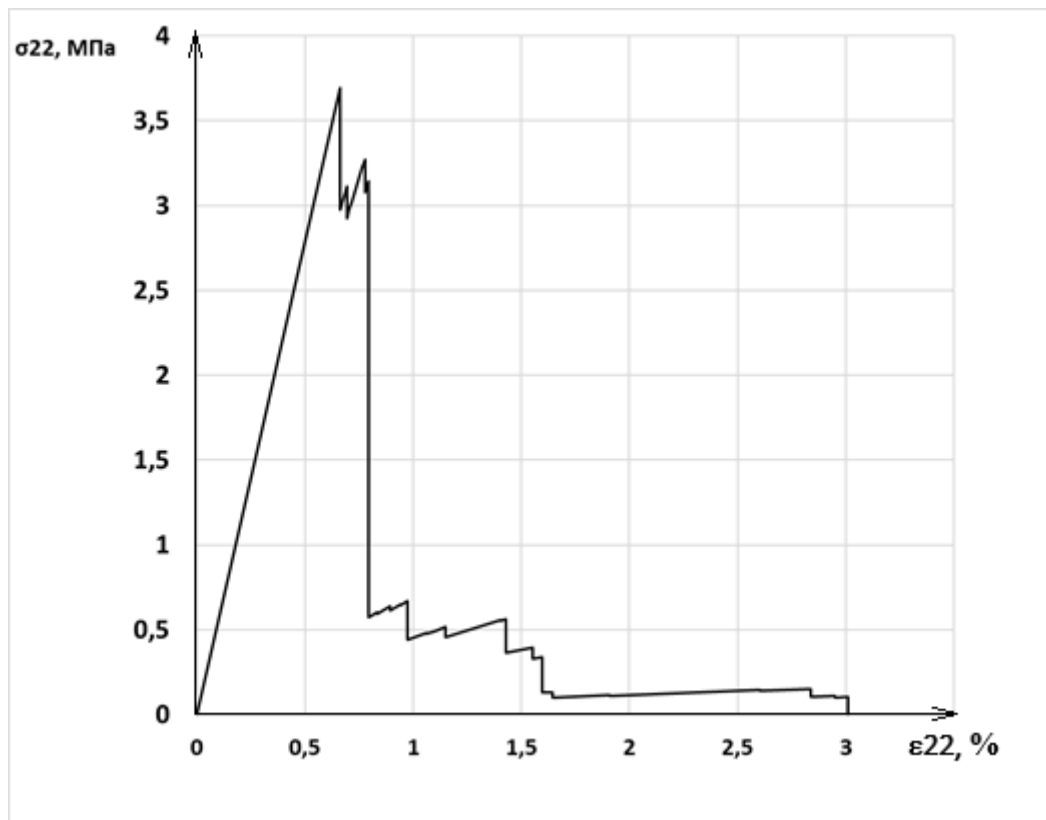


Рис.15 диаграмма деформирования при $\sigma_{b2} = \langle \sigma_{b3} \rangle$

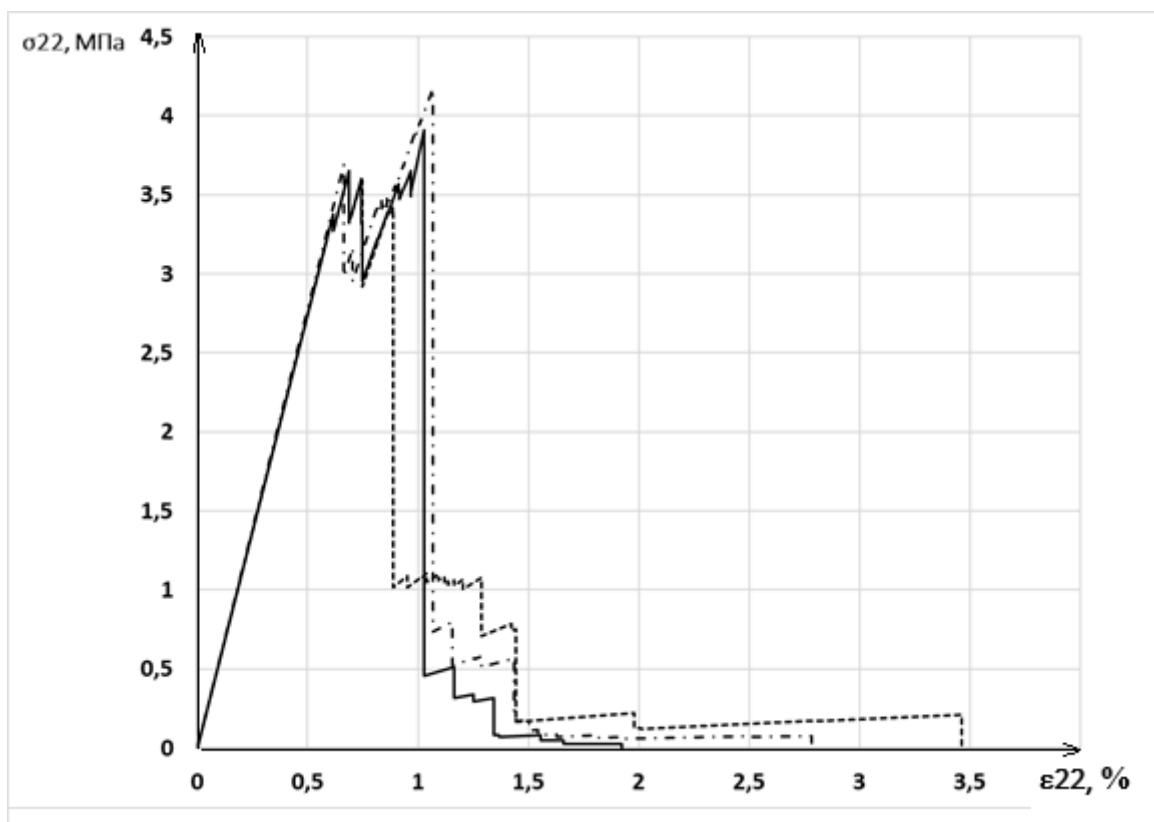


Рис.16 Сравнительная диаграмма деформирования трех структур.

Пунктирная линия - $\sigma_{b2} = 1.1 \cdot \langle \sigma_{b3} \rangle$, штрихпунктирная линия $\sigma_{b2} = 1.2 \cdot \langle \sigma_{b3} \rangle$,
сплошная линия - $\sigma_{b2} = 1.3 \cdot \langle \sigma_{b3} \rangle$.

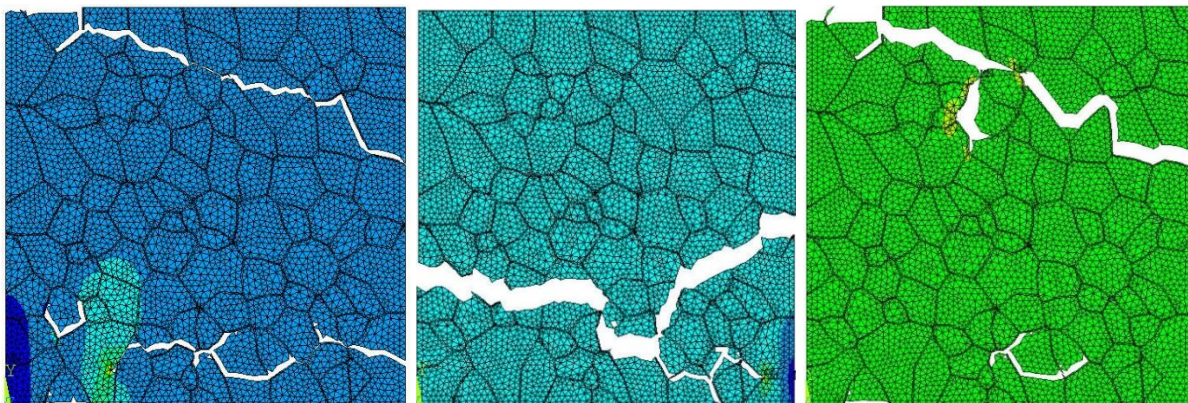


Рис.17 картины структурных дефектов для материалов с $\sigma_{b2} = 1.1 \cdot \langle \sigma_{b3} \rangle$,
 $\sigma_{b2} = 1.2 \cdot \langle \sigma_{b3} \rangle$, $\sigma_{b2} = 1.3 \cdot \langle \sigma_{b3} \rangle$ соответственно

Также проведены численные эксперименты со структурами, в которые прочностные свойства межзеренных границ отличались в меньшую сторону.

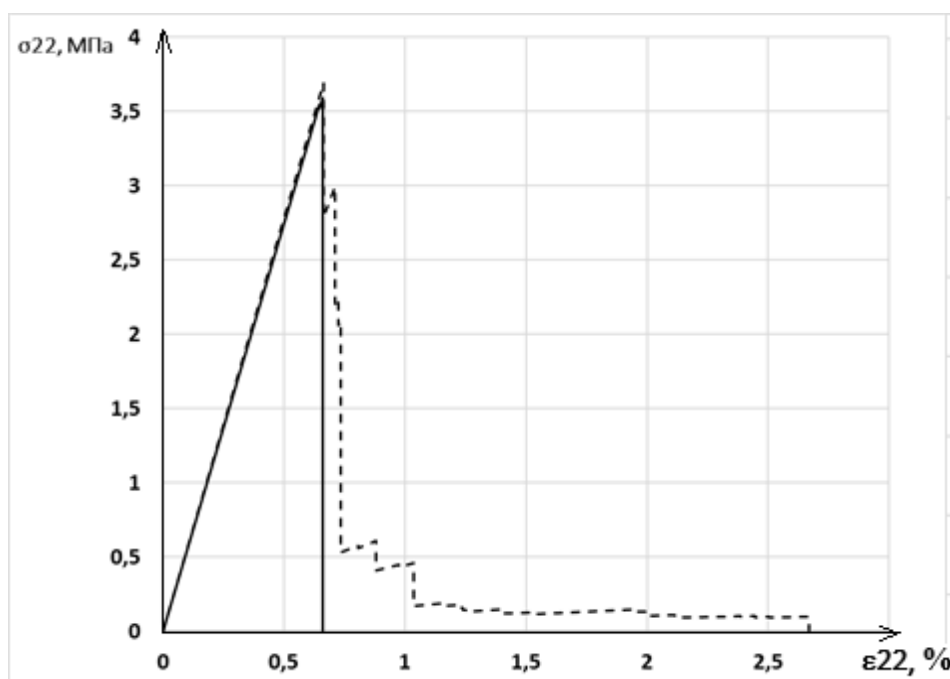


Рис.18 Сравнительная диаграмма деформирования двух структур.

Пунктирная линия - $\sigma_{b2} = 0.9 \cdot \langle \sigma_{b3} \rangle$, сплошная линия $\sigma_{b2} = 0.8 \cdot \langle \sigma_{b3} \rangle$

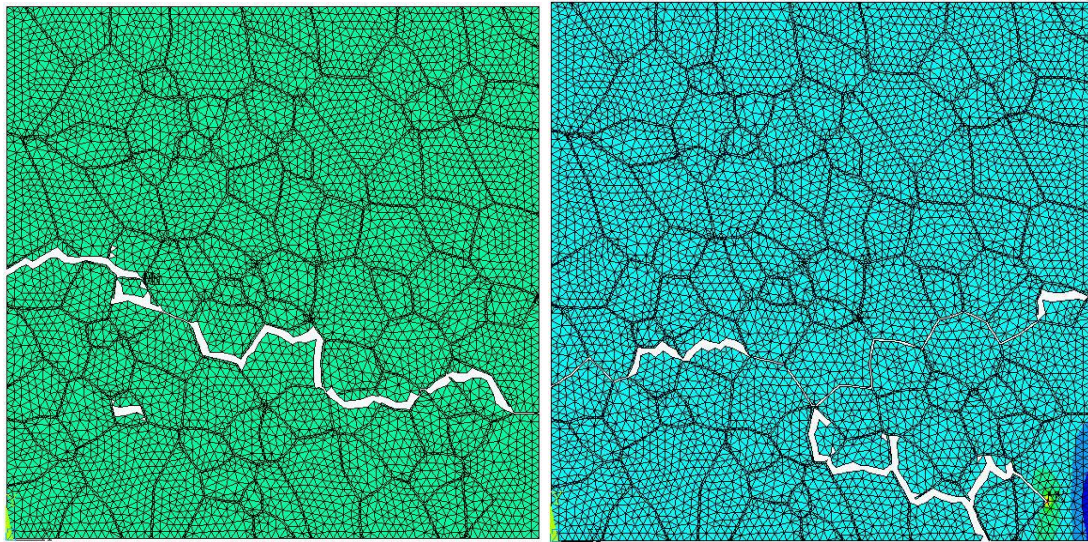


Рис.19 картины дефектов соответствующие структурам с $\sigma_{b2} = 0.8 \cdot \langle \sigma_{b3} \rangle$ и $\sigma_{b2} = 0.9 \cdot \langle \sigma_{b3} \rangle$ соответственно.

Таблица 2 зависимость продолжительности зоны за критического деформирования от прочности межзеренной прослойки

σ_b прослойки в процентах от σ_b зерна	$\varepsilon, \%$	$\max \sigma_{22}$
80	0.0	3.59
90	2.0	3.67
100	2,35	3.68
110	2.13	3.65
120	1.71	3.91
130	0.30	4.17

По полученным данным видно при увеличении прочности прослойки относительно среднего предела прочности зерен наблюдается улучшение прочностных свойств структуры, что видно из результатов, представленных в таблице 2 и напротив, при уменьшении прочностных свойств межзеренной прослойки, наблюдается спад максимального напряжения, которое способен выдержать материал. Деформационные свойства материала проявляются наилучшим образом при значениях прочности прослойки близких к среднему пределу прочности зерен, однако замечено, что при увеличении прочности прослойки деформационные свойства ухудшаются менее интенсивно чем при уменьшении.

Явление ухудшения деформационных свойств и вырождение стадии закритического деформирования связано с локализацией структурных дефектов в материале и последующий рост трещин из этих дефектов. Локализация структурных дефектов приводит к разрушению прослойки между зернами или самих зерен, при этом в области разрушения образуется концентратор напряжений, который также способствует росту напряжений в материале.

Заключение

В ходе проведенной работы были проведены исследования процессов деформирования и разрушения композитных материалов с зернистой структурой. Проведены численные моделирования структур с разным коэффициентом формы, различными прочностными свойствами межзеренных границ и расчете направленные на оценку влияния учета межзеренной границы.

При исследовании влияния коэффициента формы на процесс деформирования зернистых структур установлено, что при увеличении коэффициента формы зерен происходит увеличение продолжительности стадии закритического деформирования. Продолжительность закритической стадии при коэффициенте формы 0.45 составила 0.24%, а при коэффициенте формы равном 0.85 она составила уже 1.85%.

В ходе исследования влияния наличия прослойки на изменение процесса деформирования были получены результаты, свидетельствующие о значительном влиянии границ. Так продолжительность зоны закритического деформирования структуры без учета межзеренных границ составила 3.24%, что в разы больше, чем в структуре, учитывающей прослойки. Продолжительность зоны закритического деформирования в последней составила всего 0.12% при $\sigma_{b2} = 0.7 \langle \sigma_{b3} \rangle$.

Сравнительные тесты для структур с учетом межзеренных границ показали различия в поведении моделей на стадии закритического деформирования, зависящие от прочностных свойств межзеренных границ. Результаты численного моделирования показали уменьшение продолжительности закритической стадии как при увеличении прочностных свойств межзеренных границ относительно среднего предела прочности, так и при уменьшении. Так продолжительность закритической стадии при увеличении прочности границ на 10% относительно среднего предела прочности зерен составила 2.13%, а при увеличении прочности границы на

30 процентов, продолжительность составила уже 0.3%. В тоже время прочностные свойства данных структур наоборот увеличивались при увеличении прочности межзеренной границ, что показано в таблице 2.

Библиографический справочник

1. Вильдеман В.Э., Соколкин Ю.В., Ташкинов А.А. Механика неупругого деформирования и разрушения композиционных материалов. – М.: Наука; Физматлит, 1997. – 288 с.
2. В.Э. Вильдеман, А.В. Ипатов, М.П. Третьяков, Т.В. Третьякова Механика закритического деформирования и нелокальность условий разрушения // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2011. – № 4 (5). – С. 2063–2065.
3. Вильдеман В.Э., Третьяков М.П. Анализ влияния жесткости нагружающей системы на стадию закритического деформирования материалов // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2013. – № 3. – С. 49–57.
4. Лебедев А.А., Чаусов Н.Г. Установка для испытания материалов с построением полностью равновесных диаграмм деформирования // Проблемы прочности. – 1981. – № 12. – С. 104–106.
5. Вильдеман В.Э., Чаусов Н.Г. Условия деформационного разупрочнения материала при растяжении образца специальной конфигурации // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2007. – Т. 73, № 10. – С. 55–59.
6. Вильдеман В.Э., Третьякова Т.В., Лобанов Д.С. Методика экспериментального исследования закритического деформирования на образцах специальной усложненной конфигурации с применением метода корреляции цифровых изображений // Вестник Пермского государственного технического университета. Механика. – 2011. – № 4. – С. 15–28.
7. Вильдеман В.Э., Бабушкин А.В., Третьяков М.П. Механика материалов. Методы и средства экспериментальных исследований: учебное пособие / под ред. В.Э. Вильдемана. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2011. – 165 с.
8. Соколкин Ю.В., Ташкинов А.А. Механика деформирования и разрушения структурно-неоднородных тел. – М.: Наука, 1984. – 115 с.
9. Ильиных А.В., Вильдеман В.Э. Моделирование структуры и процессов разрушения зернистых композитов // Вычисл. мех. сплош. сред. 2012. Т. 5, № 4. С. 443–451.

10. Соколкин Ю.В., Вильдеман В.Э., Зайцев А.В., Рочев И.Н. Накопление структурных повреждений и устойчивое закритическое деформирование композитных материалов // Механика композитных материалов. 1998. Т. 34, № 2. С. 234-250.
11. Стружанов В.В. Живучесть и устойчивость механических систем // Вестн. Самар. гос. тех. ун-та. Сер. физико-математические науки. 2004. № 30. С. 5-21.
12. Басов К.А. ANSYS. Справочник пользователя. – М.: ДМК Пресс, 2005. - 640 с.
13. Басов К.А. ANSYS в примерах и задачах/ Под общ. ред. Д.Г. Красновского. – М.: КомпьютерПресс. 2002. – 224с.
14. Каплун А. Б., Морозов Е. М., Олферьева М. А. ANSYS в руках инженера. – М.: Едиториал УРСС. 2003. – 272 с.
15. Тимошенко С.П., Гудьер Д. Теория упругости. – М.: Наука; Физматлит, 1979. – 560 с.