

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Пермский национальный исследовательский политехнический университет»

Факультет прикладной математики и механики  
Кафедра «Динамика и прочность машин»

Направление подготовки: 15.04.03 Прикладная механика  
Направленность (профиль) образовательной программы:  
Динамика и прочность машин, конструкций и механизмов

## **ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА (магистерская диссертация)**

На тему Моделирование накопления повреждений и развития дефектов в слоистых композиционных материалах с учетом микроструктурных параметров.

Студент

Долгих Дарья Алексеевна

Состав ВКР:

Пояснительная записка на 63 стр.

Допускается к защите  
Заведующий кафедрой  
д-р техн. наук, профессор

Руководитель  
ВКР

В.П.

Матвеевко

( Ташкинов )  
М.А.

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2020 г.

Регистрационный номер Консультант:

( )

Пермь 2020

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Пермский национальный исследовательский политехнический  
университет»

Кафедра «Динамика и прочность машин»

**УТВЕРЖДАЮ**

Зав. кафедрой

\_\_\_\_\_ В.П. Матвеевко

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2020 г.

## **ЗАДАНИЕ**

### **на выполнение выпускной квалификационной работы**

Фамилия, И.О. Долгих Д.А.

Факультет **прикладной математики** Групп **ДПМ-18-1м**  
**и механики** а

Начало выполнения работы **19.05.2020**

Контрольные сроки просмотра работы  
кафедрой

Сроки представления на **22.06.2020**  
рецензию

Защита работы на заседании ГЭК

1. Наименование темы **Моделирование накопления  
повреждений и развития**

**дефектов в слоистых композиционных материалах с учетом  
микроструктурных  
параметров**

2. Исходные данные к работе **Создаются численные модели  
слоистых**

**композиционных материалов. Применяется многомасштабный  
подход, используется**

**метод прогрессирующего разрушения. Моделируется расслоения  
композита методом**

**виртуального закрытия трещины и методом когезионного слоя.**

3. Содержание пояснительной  
записки

а) основная часть  
(исследовательская)

**Разработка методов  
исследования.**

**Определение критериев для прогрессирующего разрушения и  
методов раслоения.**

- б) раздел **Обзор литературы**
- в) раздел **Методы гомогенизации**
- г) раздел **Моделирование накопления повреждения  
(тензор поврежденности)**
- д) раздел **Модели расслоения**

4. Дополнительные указания

5. Основная литература
- 1. Chen Wang, Anish Roy, Vadim V. Silberschmidt, Zhong Chen. Modelling of Damage Evolution in Braided Composites: Recent Developments // Wang et al. Mechanics of Advanced Materials and Modern Processes, 2017;**
  - 2. Hashin Z Failure criteria for unidirectional fiber composites //J Appl Mech, 1980;**
  - 3. Tashkinov M., Ershova D., Shalimov A. Computational multi-scale analysis of simultaneous processes of delamination and damage accumulation in laminated // Frattura ed Integrita Strutturale. 2019. T. 13. № 49. С. 396-411**

Руководитель выпускной квалификационной работы магистра

\_\_\_\_\_ (доцент кафедры ДПМ, Ташкинов М.А.)  
(должность, Ф.И.О.)

Консультант \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_)  
(должность, Ф.И.О.)

Задание получил \_\_\_\_\_ (Долгих Д.А.)  
(дата и подпись студента)

**КАЛЕНДАРНЫЙ ГРАФИК ВЫПОЛНЕНИЯ  
ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ**

№п. п.		Объём м этапа	Сроки выполнения		Примечание
			начало	конец	
1	Разработка основных разделов диссертации	26	19.05	30.05	
2	Оформление диссертации	24	30.05	09.06	
3	Разработка и оформление иллюстративной материала к защите диссертации	21	09.06	19.06	
4	Представление диссертации на проверку и отзыв научного	8	19.06	21.06	
5	Представление работы заведующему кафедрой	16	22.06	24.06	
6	Защита на заседании ГЭК	3	25.06	25.06	

Научный руководитель работы

(Ташкинов М.А.)

« \_\_\_\_ »

2020 г.

## РЕФЕРАТ

Работа содержит 63 страницы, состоит из двух частей: теоретической и практической, в работе используется 39 литературных источников.

Ключевые слова: слоистые композиционные материалы, многомасштабный подход, метод гомогенизации среднего поля, критерии разрушения, законы эволюции повреждения, модель прогрессирующего разрушения, метод когезионного слоя, метод виртуального закрытия трещин.

Работа посвящена исследованию процессов накопления повреждений и разрушения слоистых композитов на основе моделей редуцирования жесткостных свойств, а также процессов развития внутренних дефектов в виде расслоения с использованием метода когезионного слоя и/или метода виртуального закрытия трещин. Проведено сравнение нескольких моделей разрушения и деградации упругих свойств. При помощи метода среднего поля реализовано многомасштабное конечно-элементное моделирование, в ходе которого макроскопические параметры образца материала на каждом шаге зависят от характеристик и свойств компонентов на микроуровне. Рассмотрены процесс расслоения композиционных материалов при нагружении.

## Содержание

1. Введение.....	7
1.1 Литературный обзор.....	9
Теоретическая часть.....	13
2. Методы гомогенизации.....	13
2.1 Метод среднего поля.....	14
2.2 Метод Мори-Танака.....	16
3. Моделирование                накопления                повреждения (тензор поврежденности).....	18
3.1 Описание модели прогрессирующего разрушения.....	18
3.2 Критерии разрушения.....	19
3.3 Модели повреждений.....	23
3.4 Законы эволюции повреждения.....	24
4. Моделирование расслоения.....	25
4.1 Метод когезионного слоя.....	25
4.2 Метод виртуального закрытия трещин.....	29
Практическая часть.....	31
5. Модель №1.....	33
5.1 Параметры модели.....	33
5.2 Результаты.....	35
6. Модель №2.....	39
6.1 Параметры модели.....	39
6.2 Результаты.....	40
7. Модель №3.....	44
7.1 Параметры модели.....	44
7.2 Результаты.....	47
Заключение.....	59
Список литературных источников.....	60



## **1. Введение**

В настоящее время при проектировании высокотребовательных конструкций широко используются композиционные материалы (КМ). Изучение композиционных материалов является активно развивающимся направлением механики твердых тел. Данные материалы имеют ряд существенных преимуществ по сравнению с традиционными материалами, такие как высокая удельная прочность, высокая жёсткость, высокая износостойкость, высокая усталостная прочность, легкость и другие [1]. Благодаря своим усовершенствованным свойствам, композиты привлекательны для использования в аэрокосмической и автомобильной промышленности, приборостроении, применяются для создания медицинского оборудования и техники, а также используются для создания спортивного инвентаря. В таких потенциальных применениях компоненты материала, как правило, подвергаются множественным статическим, ударным и усталостным нагрузкам. Для улучшения свойств материалов решающее значение приобретает развитие прогностических возможностей, позволяющих строить иерархические модели механического поведения материалов и определять их эффективные свойства на основе анализа внутренней структуры материала.

По структуре композиционные материалы разделяют на три класса:

1) волокнистые композиты - представляют собой матрицу, армированную волокнами различной формы: нити, стержни, ленты или сетки. Армирование волокнистых композитов может осуществляться по одноосной, двухосной и трехосной схеме. Прочность и жесткость таких материалов определяется свойствами армирующих волокон;

2) слоистые КМ - состоят из чередующихся слоев наполнителя и матричного материала. Часто такую конструкцию называю сэндвич или ламинат. Слои материала-наполнителя композита могут иметь различную ориентацию. Возможно поочередное использование слоев наполнителя с разными механическими свойствами. Для слоистых композиций обычно используют неметаллические материалы;

3) дисперсно-упрочненные КМ - представляют собой матрицу с мелкими равномерно распределенными частицами. В этих материалах эксплуатационные свойства зависят от дисперсности частиц, их размеров и плотности распределения. Чем мельче частицы наполнителя и меньше расстояние между ними, тем прочнее композитный материал, но при этом он имеет более низкую ударную вязкость и пластичность [2].

В данной работе будут рассмотрено поведение слоистых композиционных материалов.

Из-за сложной геометрической структуры, прогнозирование инициирования повреждений и их эволюции в компонентах композита все еще является актуальной проблемой при использовании КМ в конструкциях.

Целью работы является изучение процессов накопления повреждений, деградации жесткостных свойств, развития внутренних дефектов, а также процессов расслоения в слоистых композитах при сложном нагружении.

Для достижения поставленной цели в рамках ВКР были поставлены следующие задачи:

- изучение научной литературы;
- создание многомасштабных моделей разрушения слоистых композиционных материалов;
- численный расчет структуры слоистого композита с деградацией его жесткостных свойств;
- численный расчет структуры слоистого композита с постепенным разрушением и расслоением композита.

## 1.1 Литературный обзор

Слоистые композиционные материалы (ламинаты) – это важнейший класс композитов, обладающих широким спектром и уникальным сочетанием таких ценных свойств, как высокая прочность, коррозионная стойкость, электро- и теплопроводность, жаропрочность, износостойкость и др. При создании слоистого материала также могут использоваться плетенные (тканые) композиционные материалы, которые будут брать на себя роль наполнителя. Плетенные композит представляет из себя переплетение двух и более нитей [16]. Из-за такой уникальной структуры, остаются актуальными проблемы, касающиеся точного описания внутренней геометрии и неоднородности материала, а также вопросы связанные с прогнозированием начала повреждений и их эволюции в компонентах КМ при различных видах нагружения.

Усилия по анализу структуры и свойств плетенных композитов предпринимаются с 1980-х годов, большинство исследований было направлено на изучение их механического поведения с использованием аналитических и/или экспериментальных подходов. Однако, полученные аналитически показатели прочности сильно превышали показатели, полученные экспериментальным путем. С другой стороны, каждый раз проводить экспериментальные исследования КМ затратно и трудоемко. Кроме этого, данные исследования не имели возможности дать фундаментальную информацию о моделях повреждения внутри плетеных композитов [22,23,34,12]. Поэтому возникла необходимость

обратиться за помощью к средствам автоматизированного проектирования и компьютерной инженерии.

При численном моделировании конструкций из композиционных материалов важно рассматривать не только повреждения на поверхности конструкции, а также повреждения, возникающие в микроструктуре материала.

Существует множество механизмов разрушения композитов. Макроразрушению КМ предшествуют события, связанные с микроразрушением. Так, например, возможны варианты различного повреждения волокон, растрескивание матрицы и т.д. При разрушении одного из компонентов композиционного материала нагрузка перераспределяется на другие. В общем случае волокно и матрица будут иметь различные значения деформации при разрушении [4].

Чтобы разрешить сложности, возникающие при создании численной модели, которая могла бы достоверно отразить структуру композита и механические процессы, протекающие при разрушении КМ был применен многомасштабный подход. Суть подхода заключается в том, что анализ слоистого композита может быть выполнен на трех различных масштабах. На микроуровне композитный материал рассматривается наиболее подробно с различием отдельных волокон и материала матрицы. На мезоуровне каждый слой гомогенизируется до ортотропного материала, в котором направление волокна неявно присутствует в свойствах слоя. На макроуровне используется эквивалентный материал, эффективные свойства для которого определяются

с помощью методов гомогенизации [25]. Главной идеей методов гомогенизации является сведение неоднородной структуры композиционных материалов к однородной, обобщая свойства матрицы и включений. Подробнее о методе гомогенизации применяемом в данной работе будет написано во второй главе.

Как было сказано выше, при изучении композиционных материалов одним из главных являются вопросы процесса накопления повреждений и разрушения материалов. Для их решения целесообразно применение модели прогрессивного повреждения. Модель состоит из нескольких частей: анализ напряжений, назначения критерия разрушения и закона эволюции повреждения, с последующей деградацией свойств материала. Эти части реализованы в итеративной процедуре, выполняемой до тех пор, пока не произойдет окончательное разрушение материала [16].

Самыми простыми являются критерии максимального напряжения и максимальной деформации. Примеры применения этих критериев рассмотрены в статьях [29] и [30]. Однако данные критерии игнорируют взаимодействие между компонентами напряжений и деформаций в различных направлениях. Поэтому, чтобы получить более точный результат следует применять более сложные критерии, такие как Hashin 2D и Hashin 3D [19,28]. В численных моделях данные критерии доступны только для элементов оболочки. Успешное применение критерия Hashin 2D для прогнозирования механического поведения тканых композитных материалов приведено в статьях [21,35-37] и Hashin 3D в статьях [32,38].

Модель прогрессирующего разрушения, основана на применение критериев Hashin, была реализована Matzenmiller [24]. Для её реализации необходимо определение законов, по которым будет происходить эволюция повреждения материала. В настоящее время широко применяются следующие законы:

- Закон эволюции без повреждения
- Мгновенный закон эволюции повреждения
- Степенной закон эволюции повреждения
- Экспоненциальный закон эволюции повреждения
- Закон эволюции линейного смягчения

С помощью данных законов происходит постепенная деградация жёсткостных свойств композиционного материала, что позволяет отследить процесс постепенного повреждения ламината, с момента выполнения индикатора и до полного разрушения.

Также при изучении композиционных материалов остаются важными вопросы разрушения композиционных материалов при циклическом нагружении. Периодически повторяющаяся нагрузка с регулярно возникающими напряжениями в материале способствует образованию усталостных трещин [8]. Деградация целостности слоистых композитов при циклической нагрузке обусловлена микро-событиями, которые сложнее прогнозировать по сравнению с теми, которые происходят в металлах. Примерами таких микро-событий являются разрывы и растрескивание, вызывающие накопление повреждений и рост трещины [1].

В тоже время, при изучении свойств слоистого композиционного материала важно не забывать о таком типе

дефектов, как разделение слоев композита, которое может произойти в процессе эксплуатации материала. Моделирование данного процесса возможно с применением метода когезионного (связующего) слоя и метод виртуального закрытия трещин. Метод когезионного слоя заключается в том, что связь между слоями описывается с помощью сил сцепления и разделения, которые возникают между слоями. Такой подход был рассмотрен в работах [15,18,39,20]. Метод виртуального закрытия трещин позволяет визуализировать разделение слоев в слоистом композиционном материале, а также задать начальные внутренние дефекты, которые присутствуют в образце материала [13].

Для исследования процессов накопления повреждений в материале будем применять два математических пакета: Digimat и Abaqus, которые позволяют численно моделировать нелинейное анизотропное поведение композиционных материалов, рассматривать взаимосвязи особенностей их структуры на микро и макро масштабных уровнях.



# **Теоретическая часть**

## **2. Методы гомогенизации**

Современные композиционные материалы, как правило, обладают явно выраженной многомасштабной иерархической структурой, в которой каждый последующий структурный уровень содержит предыдущий уровень, начиная с наименьшего [5].

В традиционных методах расчета [6,3,7,11,31], которые основаны на приближенно-аналитических подходах, для нахождения упругих характеристик предполагается, что в матрице и волокнах возникает однородное напряженно-деформированное состояние. Такие подходы, как правило, приводят к приемлемым результатам только при расчете эффективных характеристик в направлении армирования, но обладают значительной погрешностью при расчете характеристик в поперечных (трансверсальных) направлениях и при сдвиге. Кроме того, расчет микронапряжений (напряжений в составных компонентах композита) в таких подходах является весьма приближенным, так как не учитывает реальную геометрическую форму компонентов [5].

Решить эту проблему позволяют методы гомогенизации. Данные методы позволяют решать задачи прямой (оценка эффективных свойств композиционных материалов на основе свойств отдельных компонентов) и обратной гомогенизации

(оценка характеристик компонентов по известным свойствам)

.

Одним из методов гомогенизации является метод среднего поля.

## 2.1 Метод среднего поля

Метод среднего поля (MFH), основан на предположении о взаимосвязях средних полей напряжений и деформаций в каждой фазе представительского объёма.

Как правило, процедура гомогенизации разделяется на три этапа. На первом этапе задан макроскопический тензор деформации  $\bar{\varepsilon}$ , который локализуется в каждой фазе композитного материала. Второй шаг связан с применением конститутивных законов каждой фазы. В результате вычисляются фазовые тензоры напряжений. На последнем этапе фазовые тензоры напряжений усредняются в макроскопический тензор напряжений  $\bar{\sigma}$  [16].

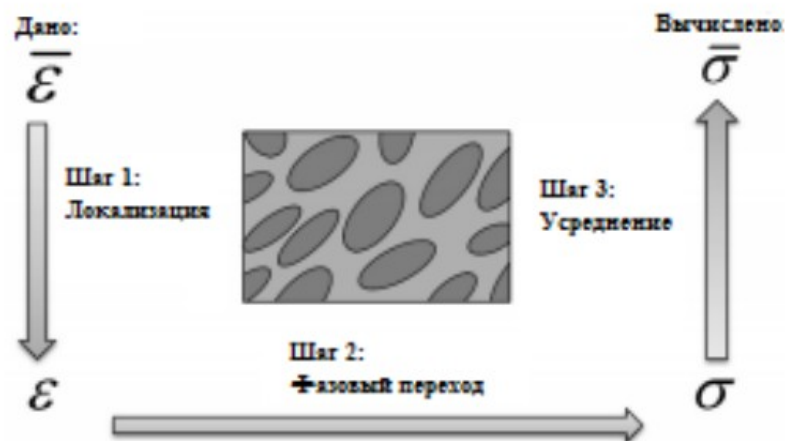


Рис.2.1.1 Схема гомогенизации.

Для получения напряженного состояния на макроуровне будем предполагать упругое поведение для обеих фаз материала (матрицы и включений). Тогда можно вывести следующие зависимости:

$$\bar{\sigma}(p) = E(p) \bar{\varepsilon}(p) \text{ и } \bar{\varepsilon}(p) = C(p) \bar{\sigma}(p) \quad (2.1.1)$$

Общее поведение микроструктурированного двухфазного материала также является упругим и может быть описано как:

$$\bar{\sigma} = E * \bar{\varepsilon} \text{ и } \bar{\varepsilon} = C * \bar{\sigma} \quad (2.1.2)$$

где  $E$  и  $C$  обозначены тензоры упругости и податливости, при  $C = E^{-1}$

Постоянную деформацию и поле напряжений на фазовом уровне получают путем усреднения:

$$\dot{\varepsilon}^{(p)} = \frac{1}{\Omega^{(p)}} \int_{\Omega^{(p)}} \varepsilon(x) d\Omega \text{ и } \dot{\sigma}^{(p)} = \frac{1}{\Omega^{(p)}} \int_{\Omega^{(p)}} \sigma(x) d\Omega \quad (2.1.3)$$

где  $\Omega^{(p)} \subset \Omega$  - объем, занимаемый фазой (р). Тогда соотношения локализации принимают вид:

$$\dot{\varepsilon}^{(p)} = \dot{A}^{(p)} \dot{\varepsilon} \quad (2.1.4)$$

$$\dot{\sigma}^{(p)} = \dot{B}^{(p)} \dot{\sigma} \quad (2.1.4)$$

Обозначая фазовые объемные доли как  $\xi^{(p)} = \Omega^{(p)} / \Omega$ , получим соотношения:

$$\dot{\varepsilon} = \xi^{(r)} \dot{\varepsilon}^{(r)} + \xi^{(m)} \dot{\varepsilon}^{(m)} \text{ и } \dot{\sigma} = \xi^{(r)} \dot{\sigma}^{(r)} + \xi^{(m)} \dot{\sigma}^{(m)} \quad (2.1.5)$$

отсюда получим:

$$\xi^{(r)} \dot{A}^{(r)} + \xi^{(m)} \dot{A}^{(m)} = I \xi^{(r)} \dot{B}^{(r)} + \xi^{(m)} \dot{B}^{(m)} = I \quad (2.1.6)$$

здесь  $I$  обозначает единичный тензор.

Кроме того, эффективные упругие тензоры неоднородного материала могут быть выражены через тензоры концентрации и свойства материала в виде:

$$E^{\dot{\varepsilon}} = \xi^{(r)} E^{(r)} \dot{A}^{(r)} + \xi^{(m)} E^{(m)} \dot{A}^{(m)} = E^{(m)} + \xi^{(r)} (E^{(r)} - E^{(m)}) \dot{A}^{(r)} \quad (2.1.7)$$

$$C^{\dot{\sigma}} = \xi^{(r)} C^{(r)} \dot{B}^{(r)} + \xi^{(m)} C^{(m)} \dot{B}^{(m)} = C^{(m)} + \xi^{(r)} (C^{(r)} - C^{(m)}) \dot{B}^{(r)} \quad (2.1.7)$$

Тензоры упругих напряжений и деформаций данной фазы связаны соотношениями:

$$\dot{A}^{(p)} = C^{(p)} \dot{B}^{(p)} \text{ и } \dot{B}^{(p)} = E^{(p)} \dot{A}^{(p)} \quad (2.1.8)$$

Данные уравнения, с одной стороны, подразумевают, что в рамках метода гомогенизации по среднему полю решаются задачи как гомогенизации, так и локализации, когда известны концентрационные тензоры. С другой стороны, уравнения показывают, что все концентрационные тензоры двухфазного материала могут быть вычислены, когда известен по крайней мере один из тензоров упругой концентрации.

По сравнению с другими существующими методами гомогенизации, а также прямым методом конечных элементов, он является самым простым в использовании и наиболее быстрым.

Для реализации метода среднего поля используются способ гомогенизации Мори-Танака

## 2.2 Метод Мори-Танака

Эта модель была предложена Мори и Танака (1973) и основана на приближенном использовании решения Эшелби.

Было предположено, что условия равных полей напряжений и деформаций в (фактической) неоднородности и в (фиктивном) эквивалентном включении можно обозначить как:

$$\begin{aligned}\sigma^{(r)} &= E^{(r)} \dot{\varepsilon}^{(r)} = E^{(m)} (\dot{\varepsilon}^{(r)} - \varepsilon_\tau) \\ \dot{\varepsilon}^{(r)} &= \varepsilon^a + \varepsilon_c = \varepsilon^a + S \varepsilon_\tau\end{aligned}\tag{2.2.1}$$

где  $\varepsilon^a$  – деформация поля,  $\varepsilon_c$  – ограниченная деформация,  $\varepsilon_\tau$  – эквивалентная собственная деформация,  $S$  – тензор Эшелби.

Из этих соотношений можно определить эквивалентную собственную деформацию. Деформация неоднородности  $\dot{\varepsilon}^{(r)}$

может быть выражена через деформацию поля  $\dot{\varepsilon}^{(r)} = \varepsilon^a$ , что позволяет извлекать тензоры усиливающей деформации и концентрации напряжений системы в виде:

$$\begin{aligned} \dot{A}_{dil}^{(r)} &= \dot{\varepsilon} \dot{\varepsilon} & (2.2. \\ \dot{B}_{dil}^{(r)} &= \dot{\varepsilon} \dot{\varepsilon} & 2) \end{aligned}$$

здесь индекс «dil» используется для обозначения того, что тензоры концентрации относятся к очень низким объемным фракциям армирующих элементов, для которых поля напряжений и деформаций в данной неоднородности не возмущаются соседними включениями.

Тензор концентрации деформации, связывающий среднюю объемную деформацию по всем включениям со средней деформацией матрицы, определяется следующим образом:

$$V^\varepsilon = H^\varepsilon(I, C_0, C_1) \quad (2.2. 3)$$

Это показано на рисунке 2.2.1.

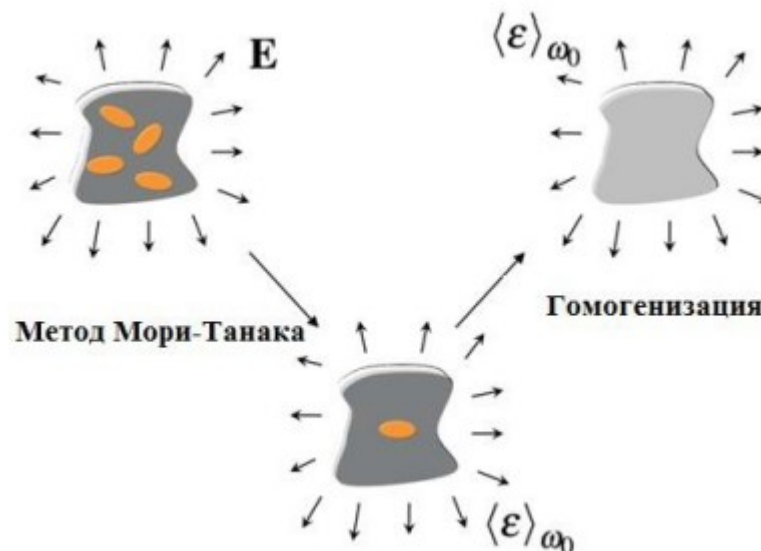


Рис.2.2.1 Иллюстрация модели Мори-Танака.

### **3. Моделирование накопления повреждения (тензор поврежденности).**

#### **3.1 Описание модели прогрессирующего разрушения**

Особенностью прогрессирующего разрушения является постепенное занижение механических свойств материала во время анализа. Также данная модель позволяет учитывать анизотропное повреждение и разрушение. Например, однонаправленный слой, который выходит из строя в поперечном направлении, все еще может иметь значительную жесткость в направлении волокон.

Для модели прогрессирующего разрушения требуется определение индикатора разрушения и модели повреждения. Переменные повреждения будут вычисляться на протяжении всего анализа, как только индикатор разрушения достигнет заданного значения. Затем упругие свойства материала (например, жесткость) будут ухудшаться в соответствии с этими параметрами повреждения до тех пор, пока не произойдет полное разрушение материала.

Рассматривая случай одноосного нагружения получим связь между эффективным напряжением  $\hat{\sigma}$  и условным напряжением  $\sigma$ , она записывается с помощью функция одной переменной повреждения  $D$ :

$$\sigma = M \times \hat{\sigma} = (1 - D) \times \hat{\sigma} \tag{3.1.1}$$

Рассматривая материал с первоначально линейным упругим поведением, отношение напряжений и деформаций неповрежденного и поврежденного материала записывается, соответственно:

$$\hat{\sigma} = \hat{C} : \varepsilon \quad (3.1)$$

$$\sigma = C(D) : \varepsilon \quad (2)$$

где  $\hat{C}$  обозначает эффективный (неповрежденный) тензор жесткости,  $C(D)$  – тензор жесткости в зависимости от  $D$  (переменных повреждения). Используя принцип совместности (равнозначности) деформаций, получаем:

$$\sigma = M : \hat{\sigma} = (S^{-1} : \hat{S}) : \hat{\sigma} \quad (3.1.3)$$

$$S(D) = \begin{pmatrix} \frac{\hat{S}_{1111}}{1-D_{11}} & \hat{S}_{1122} & \hat{S}_{1133} & 0 & 0 & 0 & \hat{S}_{3333} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{S}_{1212} \\ \hat{S}_{2222} & \hat{S}_{2233} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hat{S}_{1111} & \hat{S}_{1122} & \hat{S}_{1133} & 0 & 0 & 0 & \hat{S}_{3333} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{S}_{1212} \\ \hat{S}_{2222} & \hat{S}_{2233} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{S}_{1212} \\ \hat{S}_{1111} & \hat{S}_{1122} & \hat{S}_{1133} & 0 & 0 & 0 & \hat{S}_{3333} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{S}_{1212} \\ \hat{S}_{2222} & \hat{S}_{2233} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{S}_{1212} \\ \hat{S}_{1111} & \hat{S}_{1122} & \hat{S}_{1133} & 0 & 0 & 0 & \hat{S}_{3333} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{S}_{1212} \\ \hat{S}_{2222} & \hat{S}_{2233} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{S}_{1212} \\ \hat{S}_{1111} & \hat{S}_{1122} & \hat{S}_{1133} & 0 & 0 & 0 & \hat{S}_{3333} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{S}_{1212} \\ \hat{S}_{2222} & \hat{S}_{2233} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{S}_{1212} \end{pmatrix} \quad (3.1.4)$$

Важным следствием отсюда является то, что вычисляемые коэффициенты Пуассона изменяются при накоплении повреждений, что согласуется с экспериментальными наблюдениями:

$$\nu_{12} = \frac{S_{1122}}{S_{1111}} = \frac{\hat{S}_{1122}}{\hat{S}_{1111}} \times (1 - D_{11}) \neq \hat{\nu}_{12} \quad (3.1.5)$$

### 3.2 Критерии разрушения

Критерии разрушения представляют собой функции, сравнивающие напряжения (деформации) с критическими величинами, характерными для конкретного материала. Обычно критерии записываются в безразмерной форме таким образом, что разрушение произойдет, как только выбранный индикатор достигает или превышает 1.

В данной работе используется критерий разрушения Хашина для двумерных и трехмерных сред.

#### Общие определения

Критерии разрушения определяются одним или несколькими параметрами прочности, которые действуют по



нескольким направлениям, соответствующие осям 1, 2 и 3. Направление один соответствует компонентам, направленным вдоль волокна, направление два и три соответствует компонентам, направленным перпендикулярно волокна.

$X_t$ - прочность на растяжение в направлении 1

$X_c$  прочность на сжатие в направлении 1

$Y_t$  прочность на растяжение в направлении 2

$Y_c$  прочность на сжатие в направлении 2

Спрочность на сдвиг в плоскости (1,2)

Разрушение определяется через одну или несколько функций  $F(\sigma, \varepsilon)$ , которые являются математическим представлением поверхности разрушения в пространстве напряжений (или деформации).

Разрушение происходит, когда выполняется условие

$$F\left(\frac{\sigma}{f}, \frac{\varepsilon}{f}\right) \geq 1.$$

Следуя форме функции разрушения, индикаторы могут быть выражены как:

- Для линейной  $F$ :

$$f = F(\sigma, \varepsilon) \tag{3.2.1}$$

- Для квадратичной  $F$  :

$$f = \sqrt{F(\sigma, \varepsilon)} \tag{3.2.}$$

2)

- Для смешанного режима:

$f$  – положительный корень уравнения второго порядка,  
обычно в виде

$$A\left(\frac{\sigma}{f}\right)^2 + B\dot{\iota} \tag{3.2.3}$$

## Двумерный критерий Хашина

Этот критерий содержит шесть параметров прочности и выводит четыре переменные (индикатора).

1. Осевая сила на растяжение  $X_t > 0$
2. Осевая сила на сжатие  $X_c > 0$
3. Касательная сила на растяжение  $Y_t > 0$
4. Касательная сила на сжатие  $Y_c > 0$
5. Осевое сдвиговое усилие  $S > 0$
6. Касательное сдвиговое усилие  $S_i > 0$

Вывод:

1. Индикатор разрушения при растяжении:

$$f_A = \sqrt{F_A(\sigma)} \text{ при } F_A(\sigma) = \frac{\sigma_{11}^2}{X_t^2} + \frac{\sigma_{12}^2}{S^2},$$

если  $\sigma_{11} > 0, 0$  – в противном случае

2. Индикатор разрушения при сжатии:

$$f_B = F_B(\sigma) \text{ при } F_B(\sigma) = \frac{-\sigma_{11}}{X_c},$$

если  $\sigma_{11} < 0, 0$  – в противном случае

3. Индикатор разрушения при растяжении / сдвиге в 2-х направлениях:

$$f_C = \sqrt{F_C(\sigma)} \text{ при } F_C(\sigma) = \frac{\sigma_{22}^2}{Y_t^2} + \frac{\sigma_{12}^2}{S^2},$$

если  $\sigma_{22} \geq 0, 0$  – в противном случае

4. Индикатор разрушения при растяжении / сдвиге / в плоскости в двух направлениях:

$$f_D \text{ такой, что } F_D\left(\frac{\sigma}{f}\right) = 1 \text{ при}$$

$$F_D(\sigma) = \frac{\sigma_{22}^2}{4S_i^2} + \frac{\sigma_{12}^2}{S^2} + \left[ \left( \frac{Y_c}{2S_i} \right)^2 - 1 \right] \frac{\sigma_{22}}{Y_c},$$

если  $\sigma_{22} < 0, 0$  – в противном случае

Разрушение происходит, если (по крайней мере) один из индикаторов достигает или превышает критическое значение 1.

### Трёхмерный критерий Хашина

Этот критерий, аналогично предыдущему, содержит те же шесть параметров прочности, различие заключается в более сложном расчете индикаторов, учитывающих, в числе прочего, напряжения по толщине слоя.

Вывод:

1. Индикатор разрушения при растяжении:

$$f_A = \sqrt{F_A(\sigma)} \text{ при } F_A(\sigma) = \frac{\sigma_{11}^2}{X_t^2} + \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{S^2},$$

если  $\sigma_{11} > 0, 0$  – в противном случае

2. Индикатор разрушения при сжатии:

$$f_B = F_B(\sigma) \text{ при } F_B(\sigma) = \frac{-\sigma_{11}}{X_c},$$

если  $\sigma_{11} < 0, 0$  – в противном случае

3. Индикатор разрушения при растяжении / сдвиге в 2-х направлениях:

$$f_C = \sqrt{F_C(\sigma)} \text{ при } F_C(\sigma) = \frac{(\sigma_{22} + \sigma_{33})^2}{Y_t^2} + \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{S^2} + \frac{\sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}}{S_i^2},$$

если  $(\sigma_{22} + \sigma_{33}) \geq 0, 0$  – в противном случае

4. Индикатор разрушения при растяжении / сдвиге / в плоскости в двух направлениях:

$f_D$  такой, что  $F_D\left(\frac{\sigma}{f}\right) = 1$  при

$$F_D(\sigma) = \frac{(\sigma_{22} + \sigma_{33})^2}{4S_i^2} + \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{S^2} + \frac{\sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}}{S_i^2} + \left[ \left( \frac{Y_c}{2S_i} \right)^2 - 1 \right] \frac{\sigma_{22} + \sigma_{33}}{Y_c},$$

если  $(\sigma_{22} + \sigma_{33}) < 0, 0$  – в противном случае

Разрушение происходит, если (по крайней мере) один из индикаторов достигает или превышает критическое значение 1.

### 3.3 Модели повреждений

Все эти модели в основном используются в области композитов с длинными волокнами. Были рассмотрены следующие модели прогрессирующего разрушения:

- Модель общего анизотропного повреждения
- Многокомпонентное двумерное повреждение
- Двумерное повреждение Matzenmiller
- Трехмерное повреждение Matzenmiller

В работе будем использовать модель *двумерного повреждения Matzenmiller* [5].

Двумерное повреждение Matzenmiller в основном применяется к композиционным материалам с длинными волокнами. Для этого требуется определение индикаторов двумерного критерия Хашина [30,19,28,21], а переменные повреждения вычисляются как:

продольное повреждение:

$$D_{11} = \phi_A(f_A) \text{ если } f_A \geq 0 \quad (3.3.1)$$
$$\text{иначе } D_{11} = \phi_B(f_B)$$

поперечное повреждение:

$$D_{22} = \phi_C(f_C) \text{ если } f_C \geq 0 \quad (3.3.2)$$
$$\text{иначе } D_{22} = \phi_D(f_D)$$

повреждение от сдвига в плоскости (:

$$D_{12} = 1 - (1 - D_{11}) \times (1 - D_{22}) \quad (3.3.3)$$

Все остальные переменные повреждения равны нулю:

$$D_{33} = D_{23} = D_{13} = 0 \quad (3.3.4)$$

### 3.4 Законы эволюции повреждения

В различных моделях применяются следующие законы повреждения:

- Мгновенный закон эволюции повреждения
- Степенной закон эволюции повреждения
- Экспоненциальный закон эволюции повреждения
- Закон эволюции линейного смягчения

В исследуемых численных моделях применялись два закона: степенной и мгновенный закон эволюции повреждения.

#### Мгновенный закон об эволюции повреждения

Этот закон эволюции зависит от двух параметров  $f_{min}$  и  $D_{max}$  вызывает мгновенный рост поврежденности:

$$\varphi(f) = \begin{cases} 0 & \text{если } f < f_{min}; \\ D_{max} & \text{иначе} \end{cases} \quad (3.4.1)$$

Этот закон о повреждениях примерно соответствует механизму хрупкого разрушения, но с анизотропным эффектом. Для одноосного нагружения кривая напряжения и деформации обычно показывает резкое снижение, когда значение индикатора разрушения достигает  $f_{min}$ , а затем продолжается с более низким наклоном  $E \times (1 - D_{max})$ .

#### Степенной закон эволюции повреждения

Этот закон эволюции зависит от пяти параметров:  $f_{min}, f_{max}, \alpha, D_{max}$  и  $D_{final}$ . Он инициирует степенную эволюцию повреждения в отношении к значению индикатора разрушения:

$$\varphi(f) = \begin{cases} 0 & \text{если } f < f_{min}; \\ D_{max} \times \frac{f^\alpha - f_{min}^\alpha}{f_{max}^\alpha - f_{min}^\alpha} & \text{если } f_{min} \leq f < f_{max} \\ D_{final} & \text{иначе} \end{cases} \quad (3.4.2)$$





## **4. Моделирование расслоения**

### **4.1 Метод когезионного слоя**

Метод когезионного (связующего) слоя - это модель в механике разрушения, в которой разрушение рассматривается как постепенное явление, при котором разделение слоёв материала, происходит в когезионной зоне и зависит от сопротивления сил сцепления. Впервые данная модель появилась в начале шестидесятых годов и была описана в работах Баренблатта (1962) и Дагдейла (1960) для представления нелинейных процессов, происходящих в вершинах существующих трещин.

Основные преимущества модели по сравнению с традиционными методами в механике разрушения:

- Метод способен адекватно прогнозировать поведение сложных структур, в том числе с существующими повреждениями.
- Размер нелинейной зоны в традиционных методах должен быть ничтожно мал по сравнению с другими размерами поврежденной геометрии, что не является ограничением в модели когезионного слоя.
- Подходит для материалов, которые не имеют повреждений в структуре в начальный момент анализа.

Другим важным преимуществом метода является то, что структура поверхностей (слоёв) материала может быть представлена схематически.

Модель когезионного слоя не представляет никакого физического материала, но описывает противодействующие

силы сцепления, которые возникают, когда материальные элементы подвергаются отрыву друг от друга.

По мере того, как поверхности (известные как когезионные поверхности) отделяются, силы взаимодействия (сцепления) между ними сперва увеличиваются до максимального значения, а после этого уменьшаются до нуля, что приводит к полному разъединению поверхностей.

Количество энергии при разрушении, которая рассеивается в зоне расслоения, зависит от формы рассматриваемой модели. Кроме того, отношение между максимальным напряжением и пределом текучести влияет на длину зоны разрушения. Чем меньше отношение, тем больше зона в которой будет происходить процесс разъединения слоёв.

Таким образом, метод когезионного слоя обеспечивает эффективную методологию для изучения и моделирования трещинообразования и разделения между слоями в связующем материале.

Одним из основных параметров модели когезионного слоя, является модуль сил сцепления  $\delta$ , который выражается через следующее уравнение:

$$\delta = \frac{PL}{AE} \tag{4.1. 1)}$$

где  $L$  - длина зоны, в которой будет происходить разделение слоев,  $E$  -модуль упругости,  $A$  - площадь рассматриваемой области,  $P$  - осевая нагрузка.

Это уравнение можно переписать как:

$$\delta = \frac{S}{K} \tag{4.1. 2)}$$

где -  $S = \frac{P}{A}$  номинальное напряжение и  $K = \frac{E}{L}$  жёсткость, которая связывает номинальное напряжение со смещением. Аналогично, общая масса разделяемых поверхностей, предполагая, что плотность  $\rho$  известна, определяется выражением:

$$M = \rho AL = \rho A \quad (4.1.3)$$

Вектор сил сцепления  $t$ , состоит из трех компонент (двух компонент в двумерных задачах):  $t_n$ ,  $t_s$  и (в трехмерных задачах)  $t_t$ . Если обозначит через  $\delta_n, \delta_s$  и  $\delta_t$  - соответствующие модули сил сцепления, а за  $T_0$  - исходную толщину связующего элемента, тогда номинальные деформации можно определить как:

$$\varepsilon_n = \frac{\delta_n}{T_0}, \varepsilon_s = \frac{\delta_s}{T_0}, \varepsilon_t = \frac{\delta_t}{T_0} \quad (4.1.4)$$

Тогда упругое поведение можно записать в виде:

$$t_n(t) = t_n^0(t) + \int_0^t \dot{k}_R(s) t_n^0(t-s) ds,$$

$$t_s(t) = t_s^0(t) + \int_0^t \dot{g}R(s) t_s^0(t-s) ds, \quad (4.1.5)$$

$$t_t(t) = t_t^0(t) + \int_0^t \dot{g}R(s) t_t^0(t-s) ds,$$

где  $t_n(t), t_s(t)$  и  $t_t(t)$  являются мгновенными номинальными силами сцепления в момент времени  $t$  в нормальном и двух локальных направлениях сдвига, соответственно.

Функции  $\dot{g}R$  и  $\dot{k}_R$  представляют собой безразмерные сдвиговые модули и нормальный модуль релаксации.

В методе когезионного слоя, также можно смоделировать процесс прогрессирующего разрушения. Он состоит из трех

основных этапов. На первом этапе задается критерий инициирования разрушения, на следующем этапе выбирается закон по которому происходит эволюция повреждений, третий этап - это удаление поврежденных элементов, что позволяет визуализировать процесс разделения слоев.

### **Квадратичный критерий номинального напряжения**

Предполагается, что повреждение иницируется, когда функция квадратичного взаимодействия, включающая номинальные отношения напряжений (как определено в приведенном ниже выражении), достигает значения 1. Этот критерий может быть представлен как:

$$\left(\frac{t_n}{t_n^0}\right)^2 + \left(\frac{t_s}{t_s^0}\right)^2 + \left(\frac{t_t}{t_t^0}\right)^2 = 1 \quad (4.1.6)$$

### **Эволюция повреждений**

Закон эволюции повреждений описывает скорость, с которой жесткость материала ухудшается после достижения соответствующего критерия разрушения.

Повреждение в материале зависят от того по какому закону происходит изменение переменной разрушения  $D$ . Первоначально переменная имеет значение 0. Если моделируется процесс эволюции накопления повреждений,  $D$  монотонно увеличивается от 0 до 1 при дальнейшем процессе нагружения, после зарождения повреждений. Напряжения в материале определяются как:

$$t_n = \begin{cases} (1-D)\dot{t}_n, & \dot{t}_n \geq 0 \\ \dot{t}_n & \end{cases} \quad (4.1.7)$$

$$t_s = (1-D)\dot{t}_s,$$

$$t_t = (1-D)\dot{t}_t,$$

где  $\dot{t}_n, \dot{t}_s$  и  $\dot{t}_t$  представляют собой компоненты напряжений, для текущих деформаций без повреждений.

Для линейного повреждения использует эволюцию переменной повреждения  $D$ , которая сводится к

$$D = \frac{\delta_m^f (\delta_m^{\max} - \delta_m^0)}{\delta_m^{\max} (\delta_m^f - \delta_m^0)} \quad (4.1.8)$$

где  $\delta_m^f = 2G^C / T_{eff}^0$ ,  $T_{eff}^0$  эффективная сила сцепления при иницировании повреждения,  $G^C$ -энергия разрушения,  $\delta_m^{\max}$  максимальное значение эффективного перемещения, достигнутое во время процесса нагружения.

## 4.2 Метод виртуального закрытия трещин

Метод виртуального закрытия трещины (Virtual Crack Closure Technique (VCCT)) изначально был создан для оценки скорости энерговыделения при развитии трещины в образце. Однако данный метод может быть успешно применен для моделирования расслоения композиционного материала, так как деламинацию можно охарактеризовать скоростью освобождения упругой энергии.

В VCCT заложены принципы механики линейно-упругого разрушения.

Данный метод опирается на следующие гипотезы:

- энергия, требуемая для разделения поверхностей, равна энергии, необходимой для смыкания этих же поверхностей;
- напряженное состояние вокруг вершины трещины существенно не изменится, когда трещина подрастет на малую величину.

Для объемных моделей с конечными элементами низкого порядка интенсивность высвобождения упругой энергии  $G$  определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} G_I &= \frac{1}{2\Delta a} R_y \Delta v; \\ G_{II} &= \frac{1}{2\Delta a} R_x \Delta u; \\ G_{III} &= \frac{1}{2\Delta a} R_z \Delta w; \end{aligned} \tag{4.2.1}$$

где  $G_I$ ,  $G_{II}$ ,  $G_{III}$  — скорости высвобождения энергии вида I, II, и III;

$\Delta v$ ,  $\Delta u$ ,  $\Delta w$  — относительные перемещения между берегами трещины;

$R_y$ ,  $R_x$ ,  $R_z$  — силы реакций в узле вершины трещины;

$\Delta a$  — приращение длины трещины.

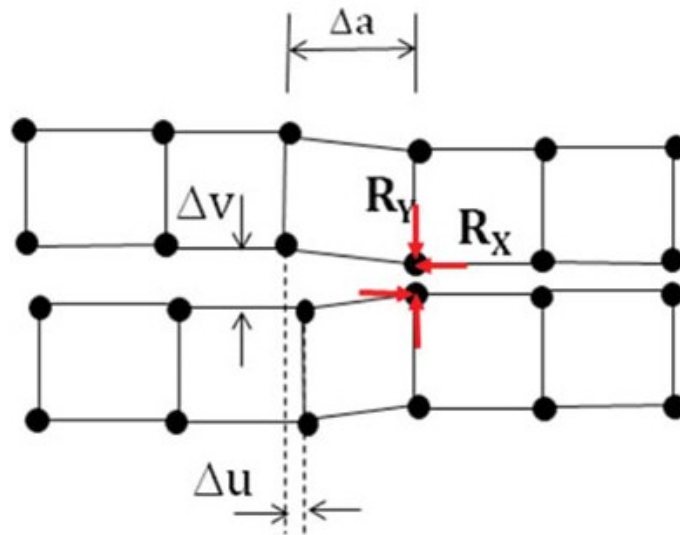


Рис. 4.2.1 Схема процесса раскрытия трещины в КЭ модели

### Критерий расслоения

Расслоение будет происходить тогда, когда скорость высвобождения энергии деформации в этом элементе превышает некоторого критического значения.

$$f = \frac{G_i}{G_{equivC}} \geq 1 \quad (4.2.2)$$

где  $G_{equiv}$  - эквивалентная скорость высвобождения энергии деформации, вычисленная на узле, а  $G_{equivC}$  - критическая эквивалентная скорость высвобождения энергии. Для их определения используется закон Бензегга - Кенана [10]:

$$G_i = G_I + G_{II} + G_{III} \quad (4.2.3)$$

$$G_{equivC} = G_{IC} + (G_{IIC} - G_{IC}) \left( \frac{G_{II} + G_{III}}{G_I + G_{II} + G_{III}} \right)^n$$

где  $G_{IC}$ ,  $G_{IIC}$  и  $n$  - необходимые константы.

## **Практическая часть**

Для того чтобы наглядно продемонстрировать накопление повреждений в материале, были созданы несколько моделей образцов в прикладном пакете Abaqus.

Использование возможностей Digimat для моделирования композиционных материалов на микроскопических уровнях дает возможность в комплексе с Abaqus решать сложные нелинейные многомасштабные задачи методом конечных элементов. Такой двухуровневый подход к моделированию предполагает связь между Digimat и Abaqus для точного учета нелинейных эффектов, которые в большинстве случаев являются существенными в композитных материалах.

Вычисление происходит в три этапа:

- Определение линейных и нелинейных свойств материала;
- Расчет полей напряжений и деформаций на микро и макро уровнях;
- Расчет критериев разрушения на фазовом и композитном уровнях.

Модель композиционного материала создается в программном пакете Digimat, где с помощью метода гомогенизации по методу среднего поля вычисляются эффективные свойства материала, используемые для дальнейшего расчета. Также в Digimat задаются критерии и законы для расчета прогрессирующего разрушения. Создание численной модели образца производится в программном пакете Abaqus, где с помощью метода VCST моделируется дефект структуры образца слоистого КМ в виде расслоения. Присваивается материал, созданный в Digimat с



заданными параметрами для расчета прогрессирующего разрушения. Задаются граничные условия, производится численный расчет модели. После получения результатов расчета в Abaqus с помощью связи с Digimat идет пересчет параметров, вычисляются напряжения и деформации в каждой фазе композиционного материала.

Для иллюстрации процесса накопления повреждений, а также процесса расслоения материала, были получены результаты моделирования образцов слоистого КМ со сложным нагружением и дефектами между слоями композита.

## 5. Модель №1

### 5.1 Параметры модели

В первом эксперименте представлена численная модель образца сложной геометрической формы. Геометрические размеры образца: общая длина - 140 мм, ширина - 25 и 45 мм, толщина - 3,6 мм. Количество слоев 18 шт. Модель микроструктуры образца представлена на рисунке 5.1.1. Схема модели, соответствующая схеме реального эксперимента, приведена на рисунке 5.1.2.

Для инициации начала разрушения использовался трехмерный критерий Хашина, для эволюции - степенной закон эволюции повреждения. Модель расслоения - метод когезионного слоя.

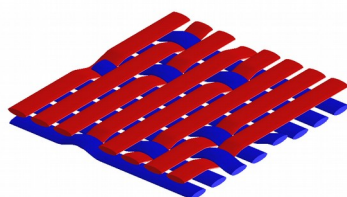


Рис. 5.1.1 Модель микроструктуры композита

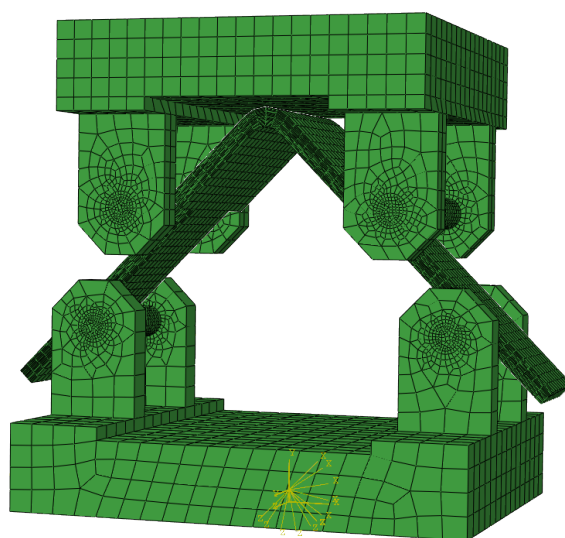


Рис. 5.1.2 Установка нагружения образца слоистого композита.

Свойства материала заданы в таблицах 5.1.1-5.1.2.

Таблица 5.1.1 Свойства матрицы (эпоксидная смола)

	Свойства по направлениям	Модуль упругости Па	Коэффициент Пуассона
Матрица	Изотропный	4,826*10 <sup>9</sup>	0,3

Таблица 5.1.2 Свойства волокон (основа и уток)

	Свойства по направлениям	Осевой модуль упругости (Па)	Модуль упругости в плоскости (Па)	Коэффициент Пуассона на плоскости	Трансверсальный Коэффициент Пуассона	Модуль поперечного сдвига (Па)
Волокна	Трансверсально-изотропный	8,04*10 <sup>10</sup>	1,03*10 <sup>11</sup>	0,54	0,67	3,43*10 <sup>10</sup>

Параметры прочности:

Прочность при растяжении ( $X_t$ ) = 442.267 МПа

Прочность при сжатии ( $X_c$ ) = 525.548 МПа

Касательная прочность при растяжении ( $Y_t$ ) = 347.398 МПа

Касательная прочность при сжатии ( $Y_c$ ) = 451.179 МПа

Осевое сдвиговое усилие ( $S$ ) = 60.2452 МПа

Касательное сдвиговое усилие ( $S_i$ ) = 60.2452 МПа

Свойства когезионного слоя приведены в таблице 5.1.3:

Таблица 5.1.3 Свойства когезионного слоя

$t_n^0$	$t_s^0$	$t_t^0$
5.5	9.1	9.1
$E_{nn}$	$E_{ss}$	$E_{tt}$
1081	1081	1081

## 5.2 Результаты

Нагрузка задана в перемещениях = 15мм.

Процесс расслоения композиционного материала представлен на рисунке 5.2.1.

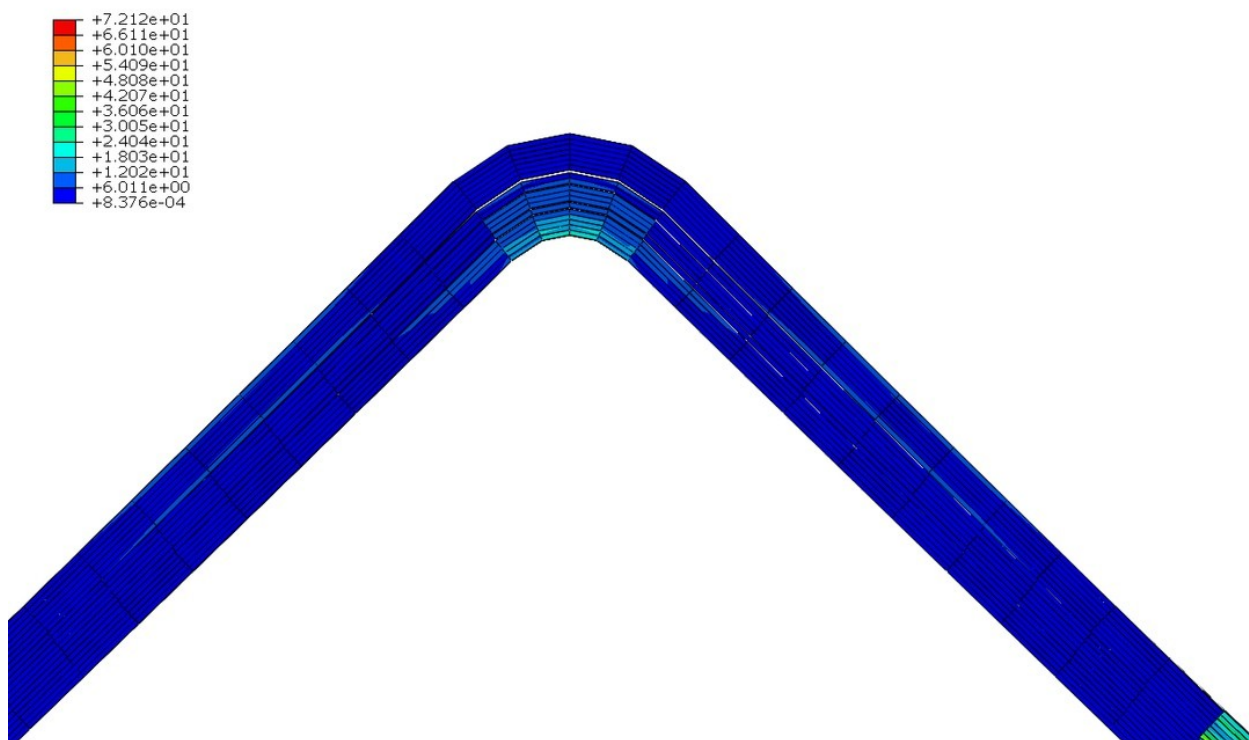


Рис. 5.2.1 Разделение слоев слоистого композиционного материала.

Из рисунка видно, что разделение слоев происходит в месте изменения геометрии образца, зарождается в центральном слое и распространяется на слои, лежащие ниже.

При данной нагрузке расслоение в материале наступает раньше, чем выполняется критерий разрушения, чтобы продемонстрировать процесс накопления повреждений прочностные свойства материала были занижены.

Критическое значение для индикаторов = 0,02; для переменных повреждения  $D_{max}=0,75$ . Таким образом при

расчете разрушение в элементах наступит раньше, чем отделение слоев композиционного материала.

Процесс прогрессирующего разрушения продемонстрирован на рисунках ниже.

На рисунках 5.2.2-5.2.5 проиллюстрированы поля индикаторов разрушения, их распространение по элементам образца.

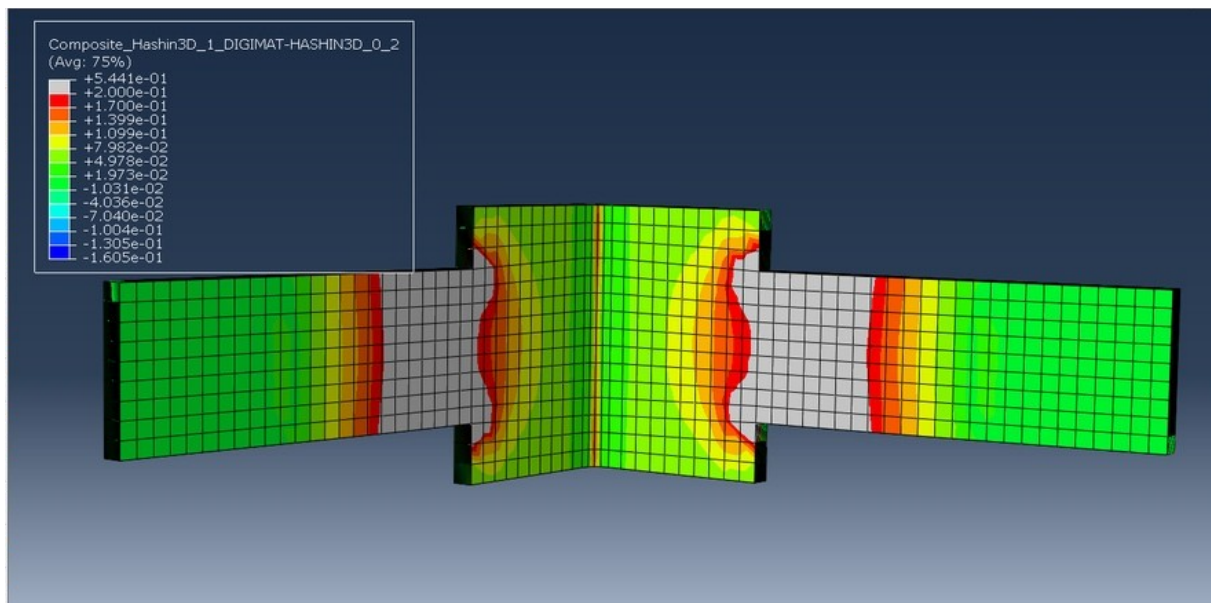


Рис. 5.2.2 Индикатор разрушения при растяжении

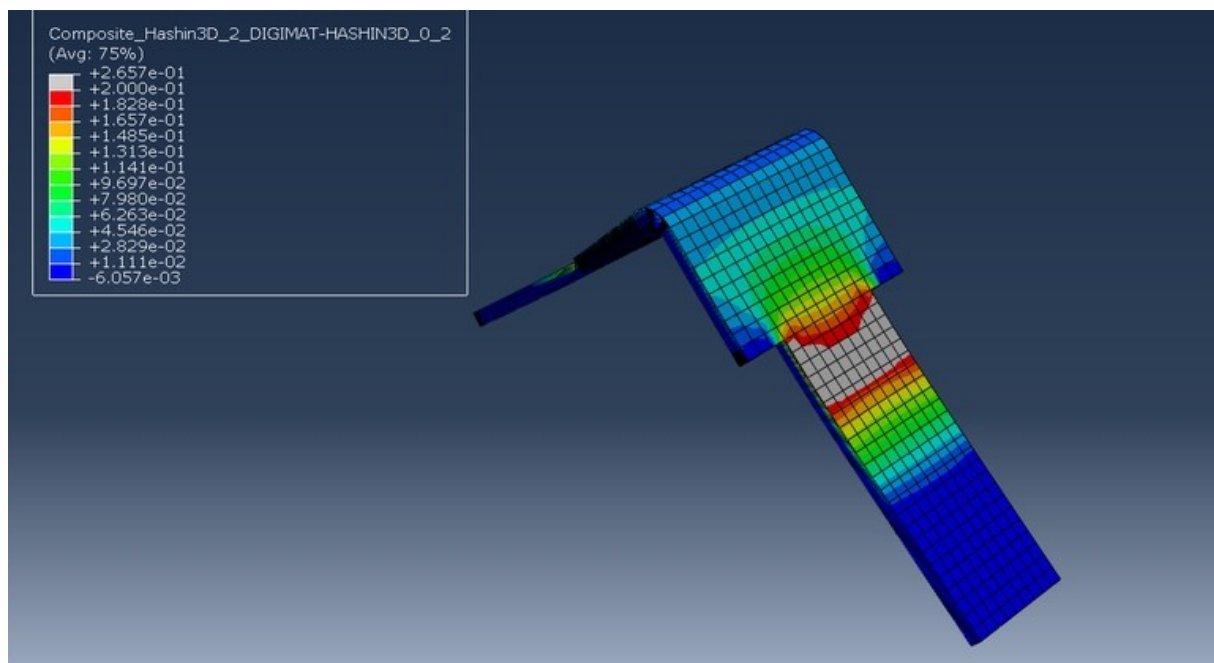


Рис. 5.2.3 Индикатор разрушения при сжатии

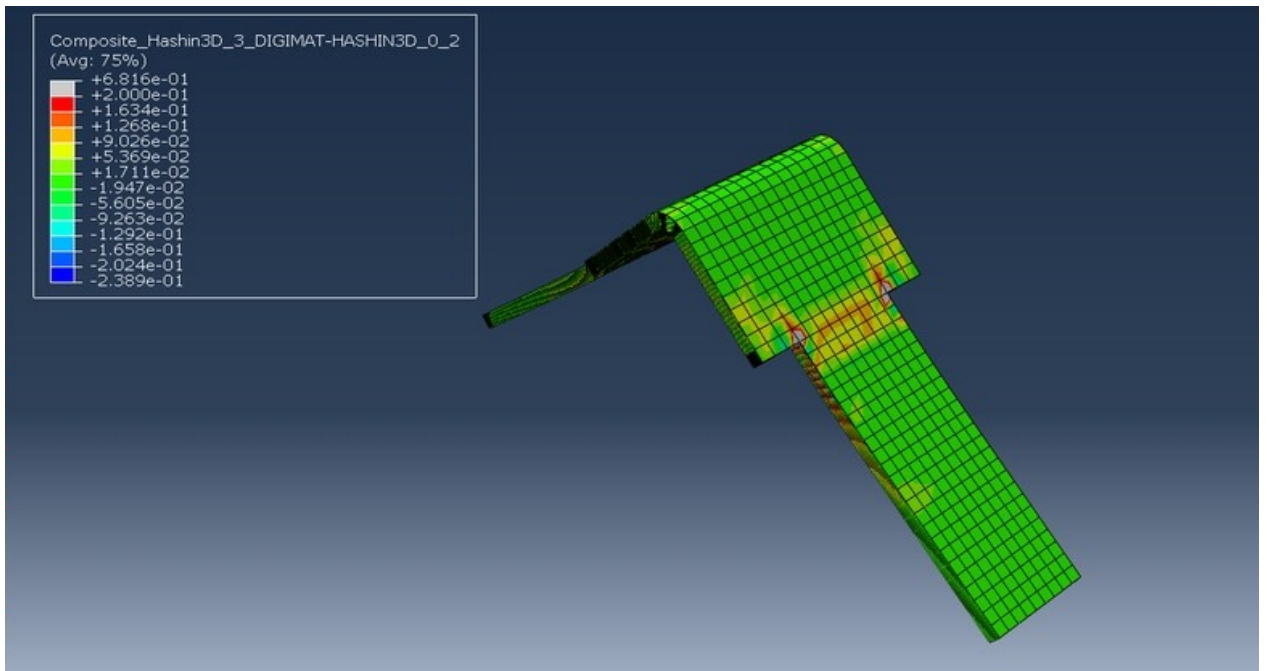


Рис. 5.2.4 Индикатор разрушения при растяжении / сдвиге в 2-х направлениях

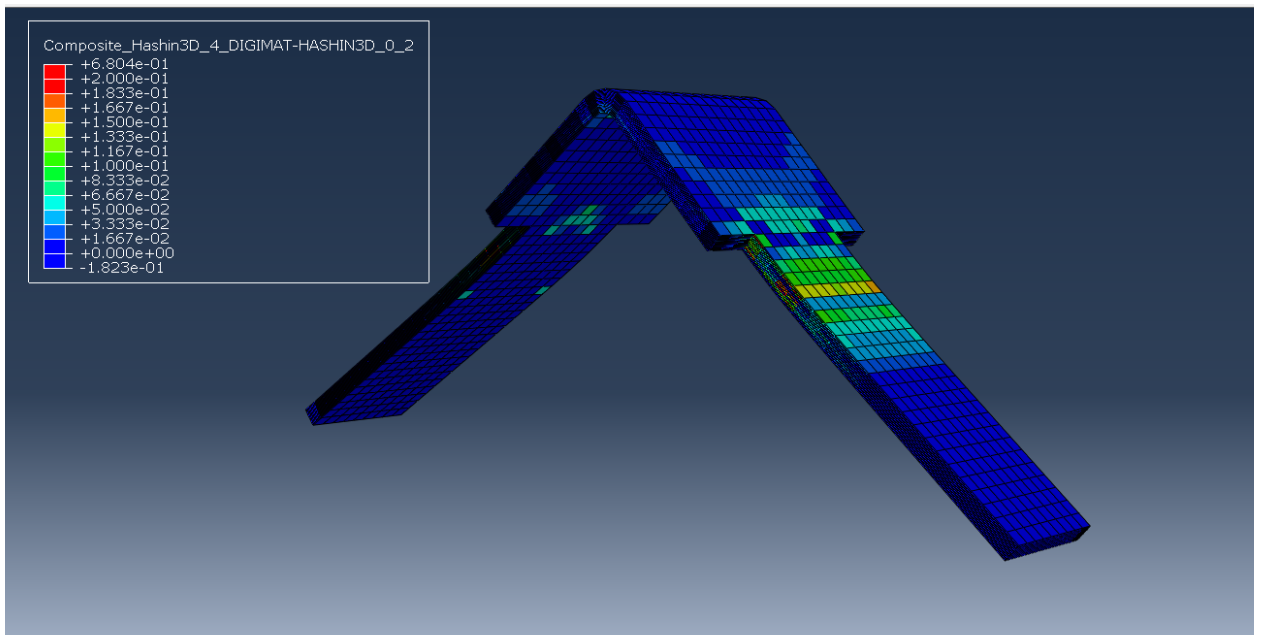


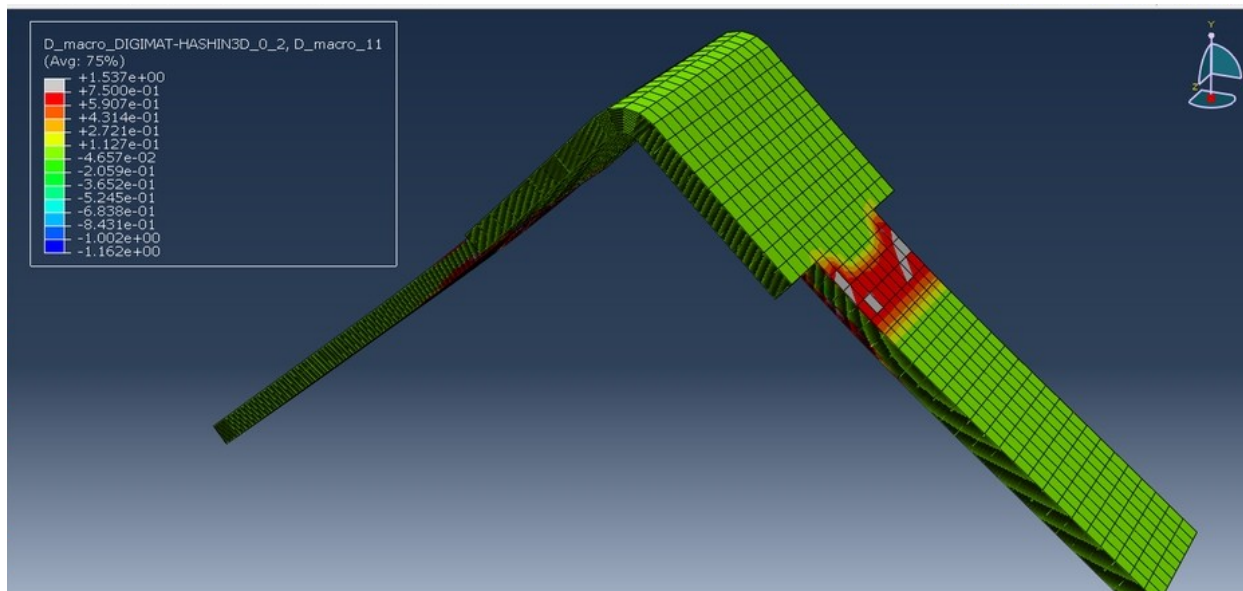
Рис. 5.2.5 Индикатор разрушения при растяжении / сдвиге / в плоскости в двух направлениях

Из рисунков видно, что индикаторы разрушения в элементах достигают максимального значения в местах приложения нагрузки. В этих элементах свойства материала



будут занижаться в соответствии с моделью прогрессирующего разрушения.

На рисунках 5.2.6-5.2.7 представлено накопление повреждений в материале.



5.2.6 Переменные повреждения

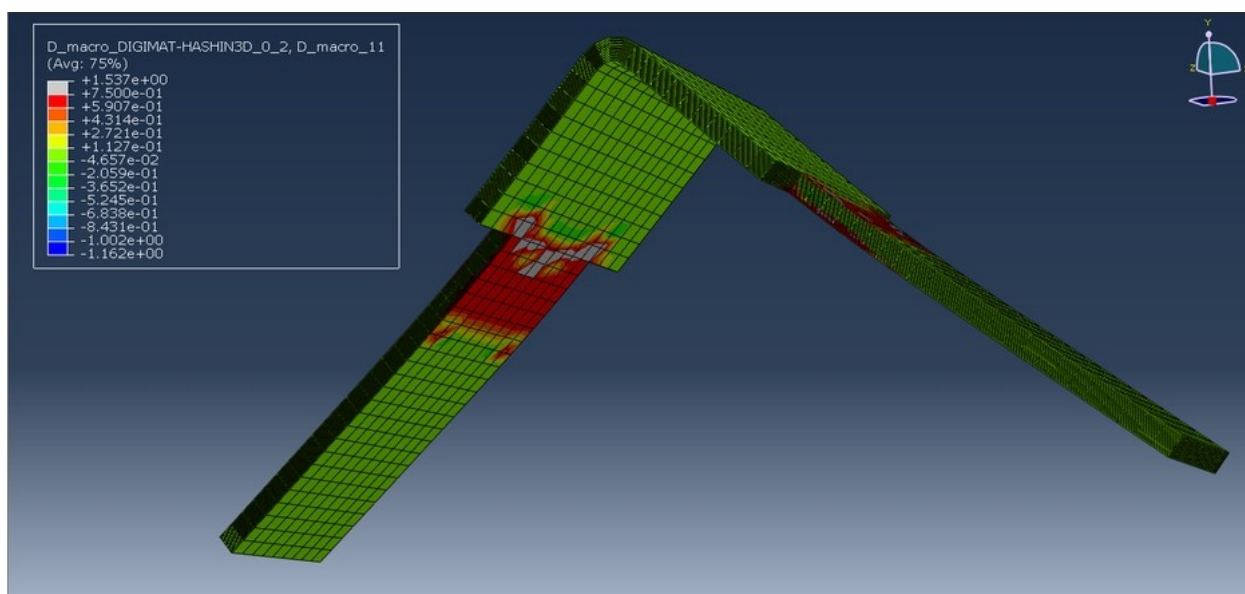


Рис.5.2.7 Переменные повреждения

Можно заметить, что наибольшие повреждения в материале накапливаются вблизи концентратора напряжений. Так как свойства материала были занижены, то серым цветом на рисунках изображены элементы, в которых

прочностные свойства КМ уже не учитываются, то есть произошло их разрушение.

## 6. Модель №2

### 6.1 Параметры модели

В втором эксперименте рассчитывается образец с геометрическими размерами: высота образца - 195 мм, ширина - 136 мм, толщина - 3,06 мм, длина нижней полочки 39,75 мм, диаметр концентраторов напряжения 10 мм. Модель микроструктуры такая же как в модели №1 и представлена на рисунке 5.1.1. Схема установки приведена на рисунке 6.1.1.

Для инициации начала разрушения использован двумерный критерий Хашина, закон эволюции повреждения для вычисления индикаторов  $f_A$  и  $f_B$  - мгновенный, для  $f_C$  и  $f_D$  - степенной. Модель расслоения-метод виртуального закрытия трещин (VCCT).

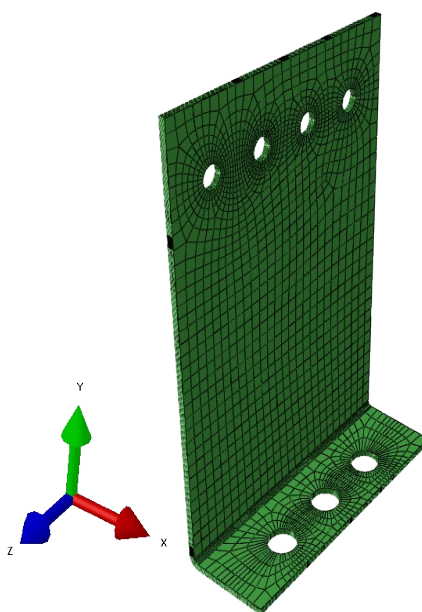


Рис. 6.1.1 Установка нагружения образца слоистого композита.

В модели №2 используются тот же материал что в модели №1, свойства материала заданы в таблицах 5.1.1-5.1.2. Параметры прочности соответствуют параметрам прочности из предыдущего раздела.

Константы для инициации расслоения:

$$G_I=0,306 \text{ кДж/мм}^2, G_{II}=0,632 \text{ кДж/мм}^2, G_{III}=0,632 \text{ кДж/мм}^2, n=1.$$

## 6.2 Результаты

В таблицах 6.2.1-6.2.2 представлены результаты для расчета 2 модели.

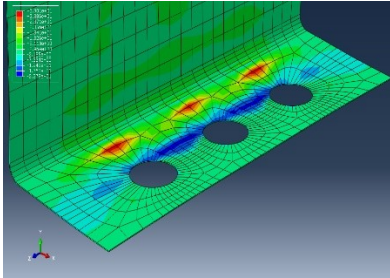
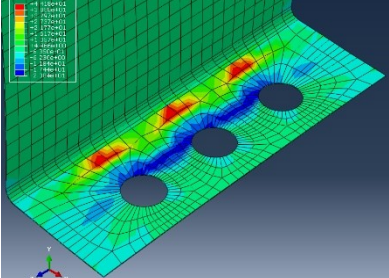
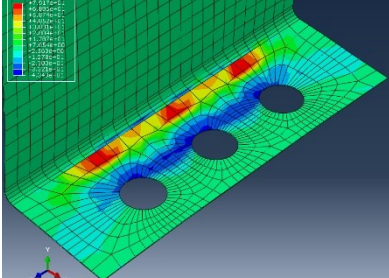
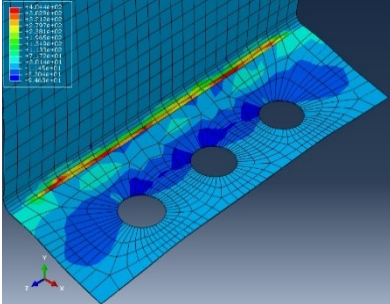
Таблица 6.2.1 Поля повреждений, поле контакта и поле распределения напряжений в матрице в зоне контакта 2 и 3 слоев, при различных перемещениях.

	Перемещения перед расслоением $u=2,65\text{мм}$	при перемещении нижней $u=2,7\text{мм}$	при перемещении $u=3,7\text{мм}$	при перемещении $u=8\text{мм}$
Накопление повреждений в материале в зоне контакта второго и третьего слоя (D)				
Поле контакта второго и третьего слоя				
Поле распространения напряжений в матрице в зоне контакта				

второго и третьего слоя				
	44 МПа	38,5 МПа	44,2 МПа	405,7МПа

Таблица 6.2.2 Поля повреждений, поле контакта и поле распределения напряжений в матрице в зоне контакта 5 и 6 слоев, при различных перемещениях.

	Перемещения перед расслоением $u=2,65\text{мм}$	при перемещении нижней $u =2,7\text{мм}$	при перемещении $u =3,7\text{мм}$	при перемещении $u =8\text{мм}$
Накопление повреждений в материале в зоне контакта пятого и шестого слоя				
Поле контакта пятого и шестого слоя				

Поле распростра нения напряжени й матрице в зоне контакта пятого и шестого слоя				
	39 МПа	44,2 МПа	79,17 МПа	406,4МПа

В таблице 6.2.1 и 6.2.2 приведены результаты расчета конечно-элементной модели образца с расслоением между всеми парами слоев и моделированием деградации свойств слоя с использованием критерия Хашина. В частности, приведены изображения состояния контакта между поверхностями второго и третьего, а также пятого и шестого слоев на различных шагах перемещения: перед расслоением  $u=2.65$  мм, в начале расслоения  $u=2.7$  мм, после расслоения  $u=3.7$  мм и в заключительной стадии расслоения  $u=8$  мм. Поле контакта изображено красным цветом, при больших перемещениях слои начинают отделяться друг от друга, происходит расслоение материала. Для этих же шагов нагружения приведено состояния поля поврежденности D11 в одном из слоев соответствующей пары.

Из полученных результатов видно, что распространение расслоения и накопление повреждений не одинаково в различных слоях. Степень расслоения и поврежденности выше в слоях, расположенных в середине образца. В некоторых случаях срабатывание индикаторов разрушения согласно выбранному критерию и ослабление прочностных характеристик слоя обусловлено уже начавшимся процессом расслоения и связанным с ним перераспределением напряжений. В частности, это видно в таблице 6.2.2. В то же время, присутствует и обратный процесс – накопление поврежденности в матрице слоя дает старт развитию расслоения. Таким образом, процесс расслоения может начаться независимо от степени накопления повреждений в слое, при этом последующее увеличение поврежденности способствует росту скорости расслоения.

Также в таблице представлено распределение напряжений в матрице, полученное на различных шагах нагружения с помощью обратного применения метода гомогенизации Мори-Танака. Внизу таблицы приведены максимальные значения для напряжений в матрице материала. Как видно из этих рисунков, максимальные напряжения в матрице слоя уменьшаются после инициации процесса расслоения соседней пары слоев.

На значения напряжений в матрице, помимо роста поврежденности в слое, влияет также состояние контакта соседних слоев – в месте начавшегося расслоения присутствует концентратор напряжений. Однако, после разъединения слоев величина напряжений в слое резко снижается.



## 7. Модель №3

### 7.1 Параметры модели

В третьем опыте созданы модели образцов с различной конфигурацией заранее заложенных внутренних дефектов. Параметры образцов приведены в таблице 7.1.1. Модель микроструктуры материала такая же, как в предыдущих моделях, и представлена на рисунке 5.1.1. Общая схема нагружения приведена на рисунке 7.1.1.

Критерий используемый для инициации начала разрушения – двумерный критерий Хашина, закон эволюции повреждения для вычисления индикаторов  $f_A$  и  $f_B$  – мгновенный, для  $f_C$  и  $f_D$  – степенной. Модель расслоения – метод виртуального закрытия трещин. Критерий расслоения вычислен по закону Бензегга – Кенана.

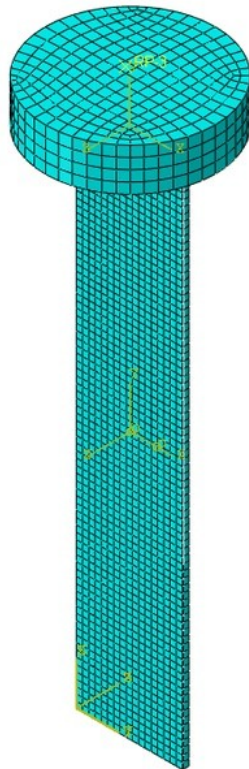


Рис. 7.1.1 Общая схема нагружения образцов с различной укладкой внутренних дефектов слоистого композита.

Материал используемый в модели №7: T700\_2510.  
Эффективные свойства для расчета приведены ниже.

Упругие константы:  $E_1=125,5$  ГПа,  $E_2=8,3$  ГПа,  $\nu_{12}=0,31$ ,  
 $G_{12}=G_{13}=G_{23}=40$  ГПа.

Прочностные константы:

Прочность при растяжении ( $X_t$ ) = 2172,49 МПа

Прочность при сжатии ( $X_c$ ) = 1449,75 МПа

Касательная прочность при растяжении ( $Y_t$ ) = 48,8562 МПа

Касательная прочность при сжатии ( $Y_c$ ) = 193,052 МПа

Осевое сдвиговое усилие ( $S$ ) = 72,6027 МПа

Касательное сдвиговое усилие ( $S_i$ ) = 72,6027 МПа

Константы для инициации расслоения в критерии Б-К:

$G_I=0,306$  кДж/мм<sup>2</sup>,  $G_{II}=0,632$  кДж/мм<sup>2</sup>,  $G_{III}=0,632$  кДж/мм<sup>2</sup>,  $n=1$ .

Для численной модели №3 было проведено сравнение с натурным экспериментом, данные по которому приведены в статьях [9,10,32].

Максимальная нагрузка, приложенная в ходе эксперимента равна 50кН, что соответствовало перемещению 1 мм. Угол кручения равен 35°. При данной нагрузке разрушается образец материал во время испытаний.

Таблица 7.1.2. Параметры образцов.

	Геометрические размеры, мм	Расположение дефекта (общее число слоёв 15)	Форма и размеры дефекта, мм	Граничные условия
Образец 1	200×50×3	Между 2 и 3 слоем, 3 и 4 слоем	Квадратный дефект, 20×20	Консольное защемление, одноосное растяжение заданное в перемещениях; $u=1$ мм, кручение = $35^{\circ}$
Образец 2	250×50×3	Между 2 и 3 слоем	Квадратный дефект, 20×20	Консольное защемление, одноосное сжатие заданное в перемещениях; $u=1$ мм, кручение = $35^{\circ}$
Образец 3	250×50×3	Между 1 и 2 слоем, 7 и 8, 8 и 9 слоем, 14 и 15	Квадратный дефект, 10×10	Консольное защемление, одноосное сжатие заданное в перемещениях; $u=1$ мм, кручение = $35^{\circ}$

## 7.2 Результаты

### Образец 1

В ходе численного расчета было установлено, что поле повреждений зарождается на поверхности образца при нагрузке  $= 0,95$  мм и угле поворота  $= 33^\circ$ , в местах изменения геометрии.

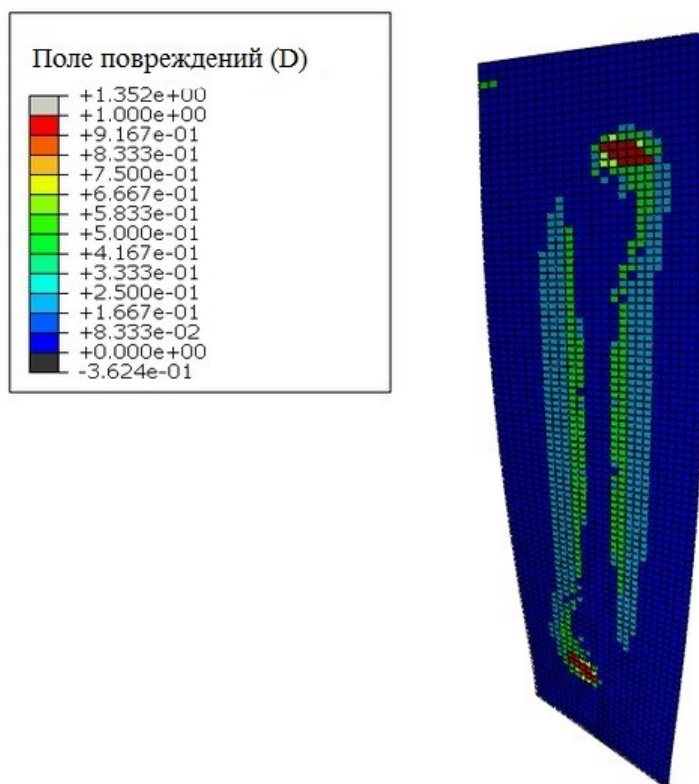


Рис. 7.2.1 Накопление повреждений (D) на поверхности материала,  $u=0,95$  мм и угле поворота  $= 33^\circ$ .

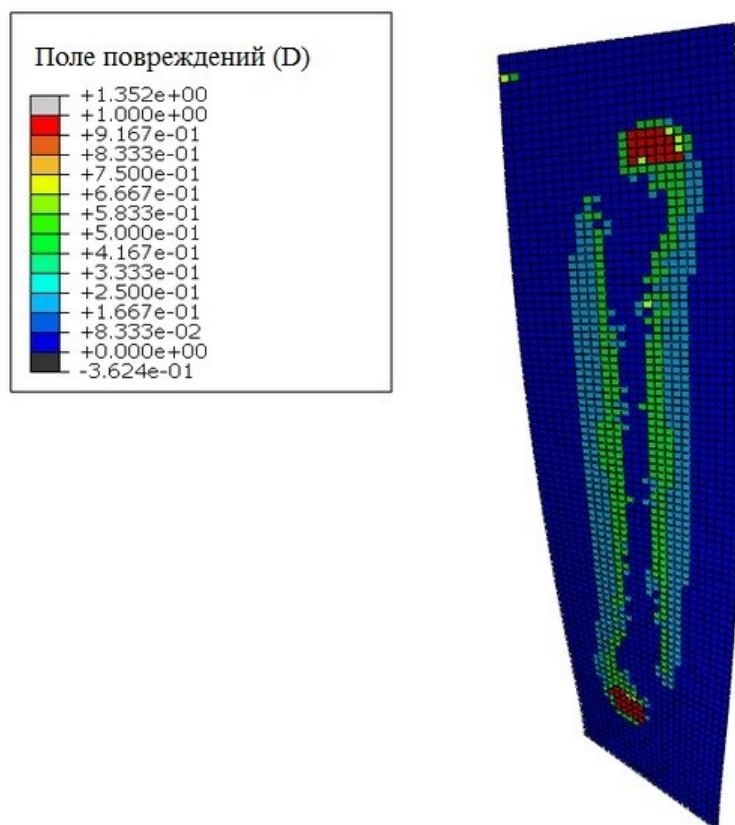


Рис. 7.2.2 Накопление повреждений (D) на поверхности образца при максимальной нагрузке  $u=1$  мм и угле поворота  $=35^\circ$ .

При нагрузке  $u=1$  мм и угле поворота в  $35^\circ$  можно заметить накопление повреждения в элементах находящихся на поверхности образца, однако образец продолжает выдерживать данную нагрузку.

Поле контакта материала остается без изменений, при одноосном растяжении, расслоения материала не происходит.

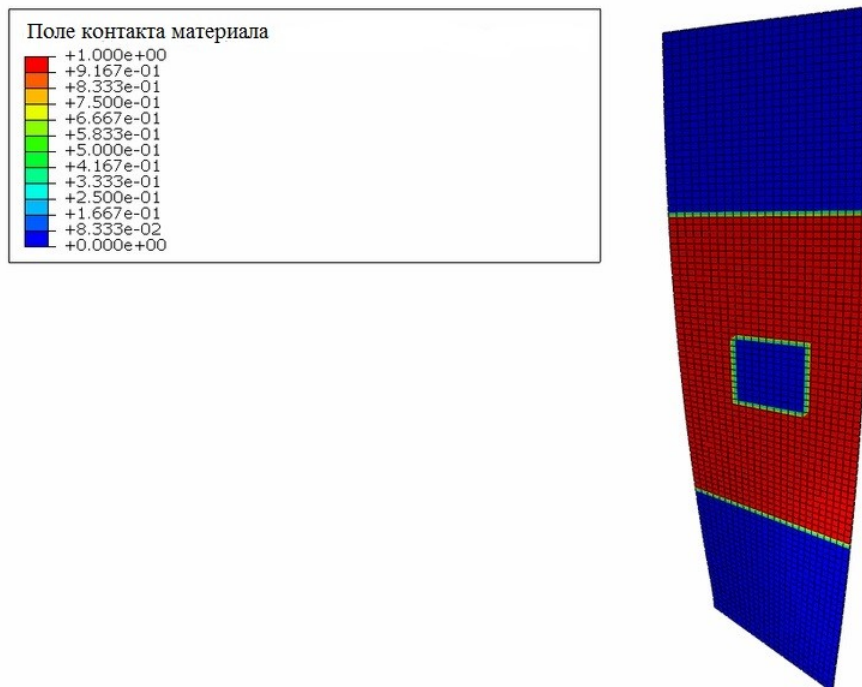


Рис. 7.2.3 Поле контакта материала в зоне контакта 2 и 3 слоя.

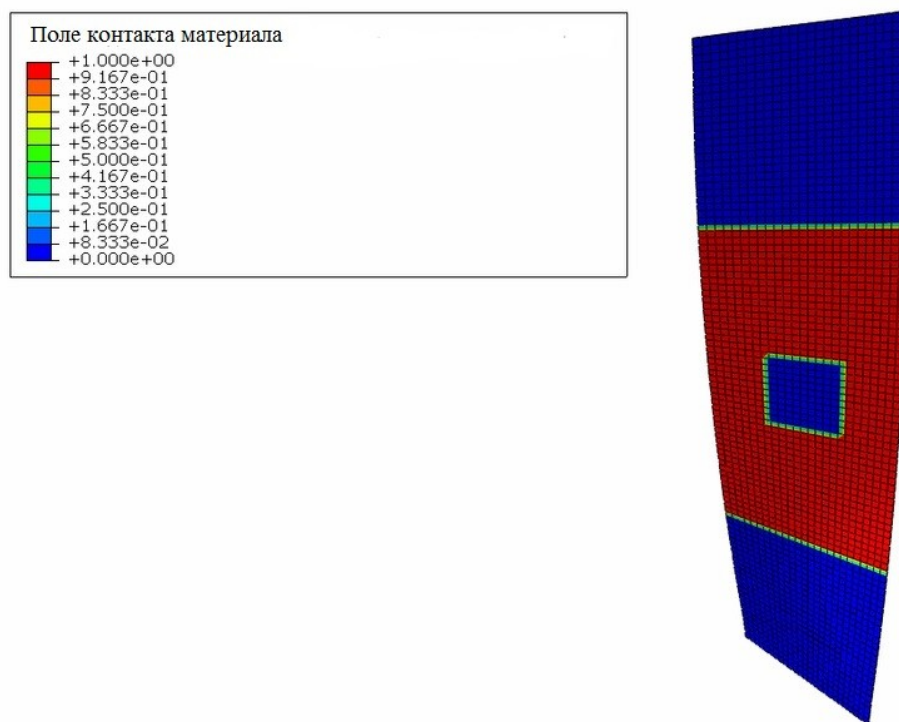


Рис.7.2.4 Поле контакта материала в зоне контакта 3 и 4 слоя.





## Образец 2

Поле повреждений зарождается на поверхности первого слоя при нагрузке = 1 мм и угле поворота =  $35^{\circ}$ , в зоне изменения геометрии.

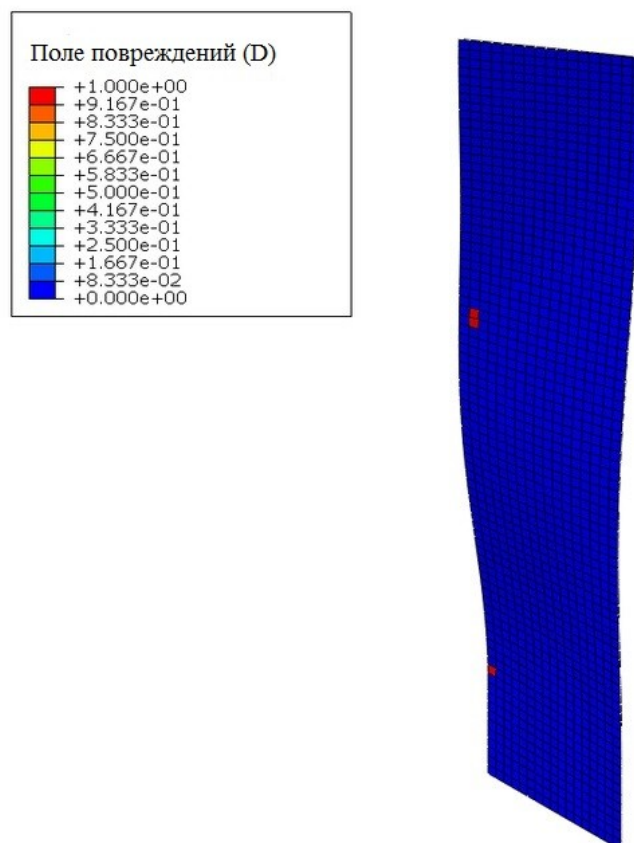


Рис. 7.2.5 Накопление повреждений (D) в материале на поверхности первого слоя при нагрузке = 1 мм и угле поворота =  $35^{\circ}$ .

При нагрузке  $u=1$  мм и угле поворота в  $35^{\circ}$  начинают накапливаться повреждения в материале, но для разрушения образца данной нагрузки недостаточно.

При данной нагрузке поле контакта не изменяется.

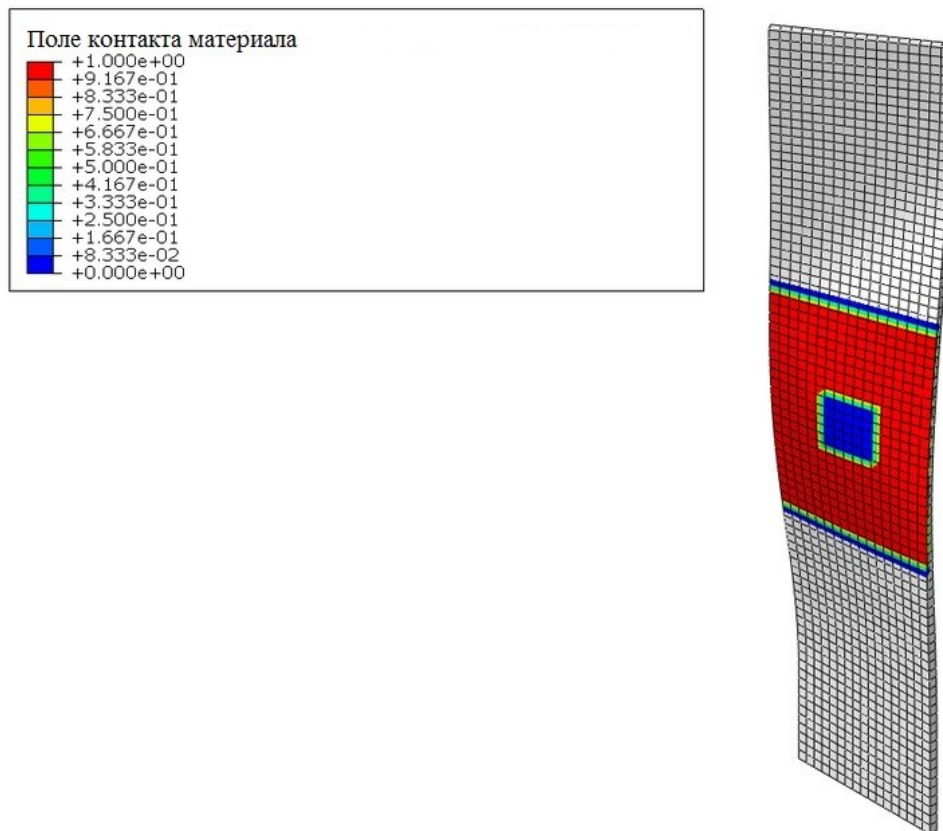


Рис. 7.2.6 Поле контакта материала в зоне контакта 2 и 3 слоя.

### Образец 3

Поле повреждений зарождается на поверхности первого слоя в месте изменения геометрии.

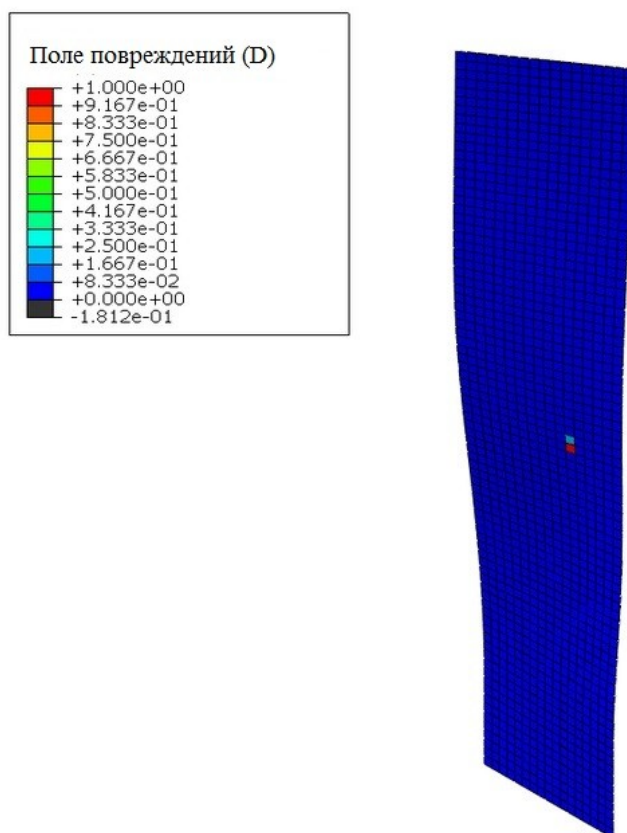


Рис. 7.2.7 Накопление повреждений (D) в материале при нагрузке = 1 мм и угле поворота = 35°.

При нагрузке  $u=1$  мм и угле поворота в 35° можно заметить, что процесс накопления повреждений только начинается, материал продолжает работать при таком виде нагружения.

При данной нагрузке поле контакта не изменяется. И во всех зонах контакта выглядит одинаково

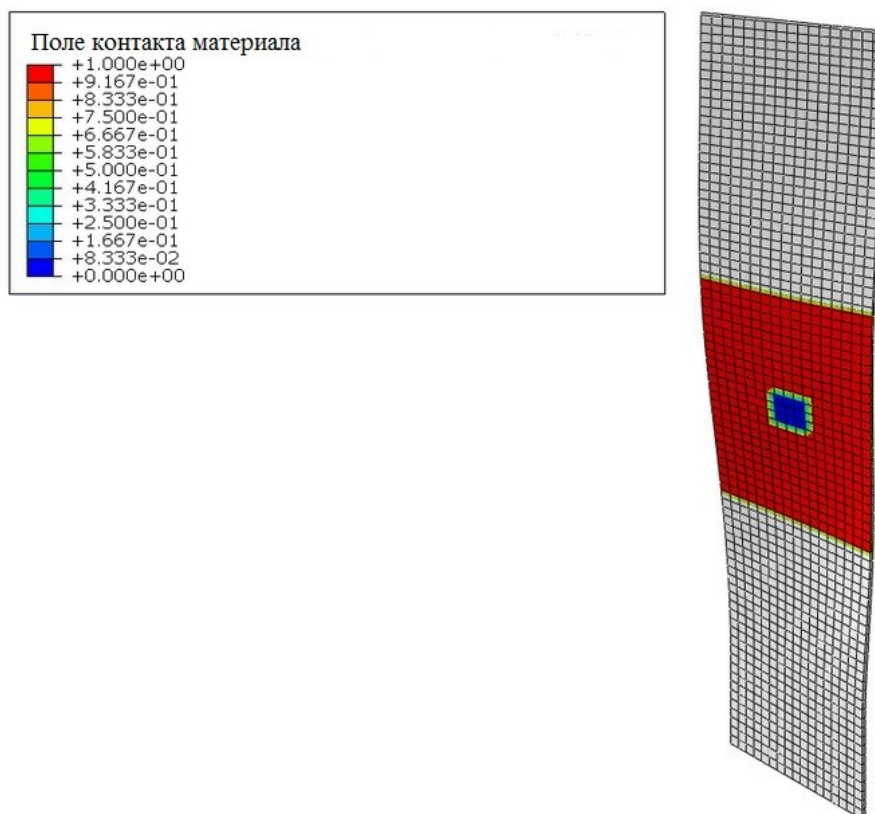


Рис. 7.2.8 Поле контакта материала.

Так как при нагрузке равной  $= 1$  мм и угле поворота  $= 35^\circ$  в образцах 2 и 3 не наблюдается разрушения материала или его расслоения, то были проведены дополнительные расчеты для определения критической нагрузки.

## Критическая нагрузка, образец 2

Разрушение произойдет при  $u=3,4$  мм, на поверхности первого слоя. Жесткостные свойства материала исчерпаны, происходит разрушение элементов находящихся в близи зон заземления и приложения усилий, а также в зоне изменения геометрии.

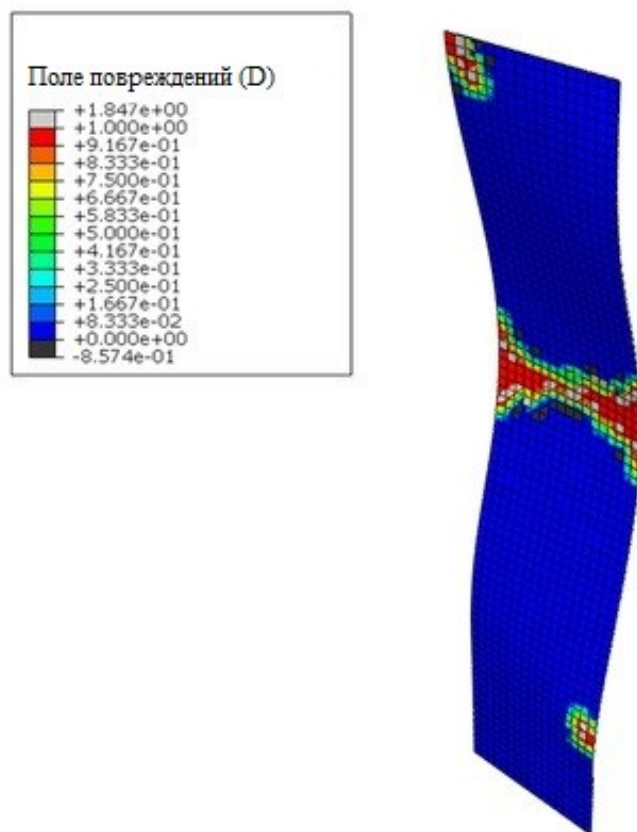


Рис. 7.2.9 Накопление повреждений (D) в материале.

Поле повреждений при нагрузке равной 3,4 мм не изменяется. Чтобы произошло расслоение второго образца следует приложить нагрузку равную 6,6 мм.

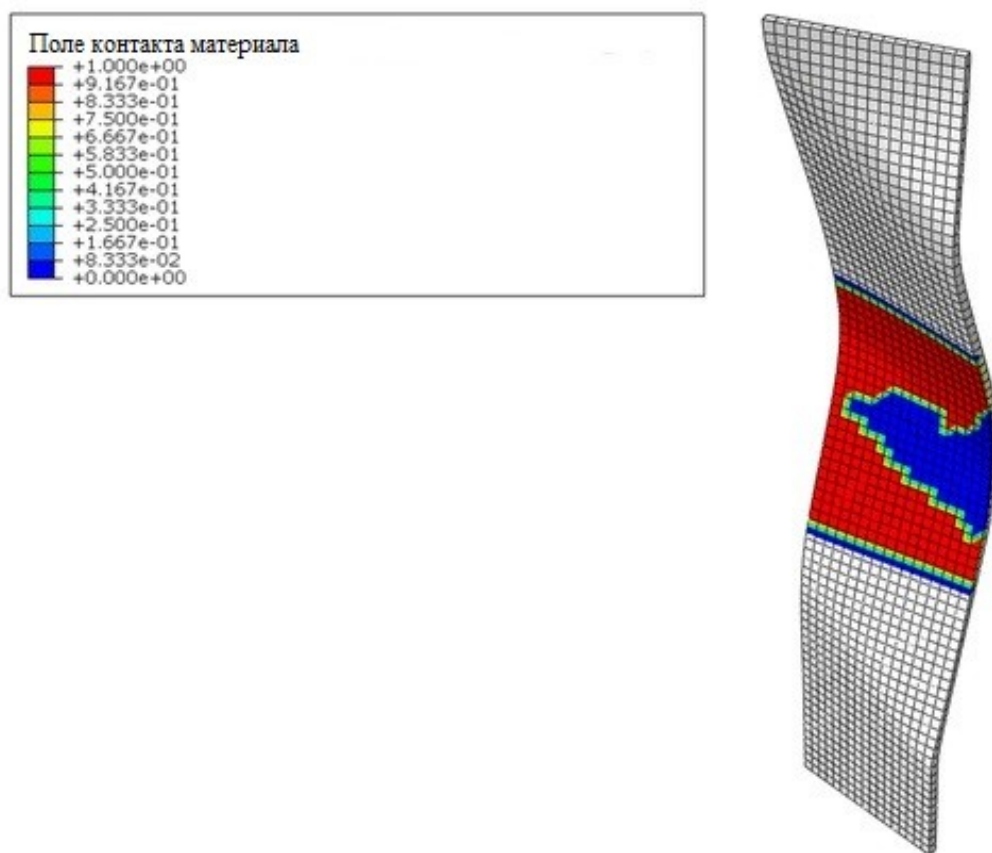


Рис. 7.2.10 Поле контакта материала в зоне контакта 2 и 3 слоя, при  $u=6,6$  мм.

### Критическая нагрузка, образец 3

Разрушение произойдет при  $u=3,1$  мм, на поверхности первого слоя. Жесткостные свойства материала исчерпаны, происходит разрушение элементов находящихся в близи зон защемления и приложения усилий, а также в зоне изменения геометрии.

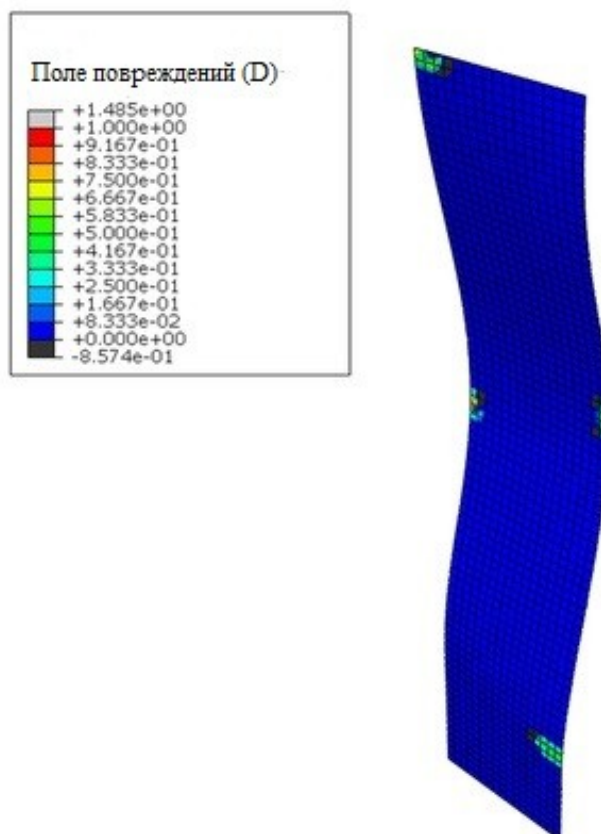


Рис. 7.2.11 Накопление повреждений (D) в материале.

Поле повреждений при нагрузке равной 3,1 мм не изменяется. Расслоение третьего образца начинается в зоне контакта 1 и 2 слоя при  $u=6,1$  мм

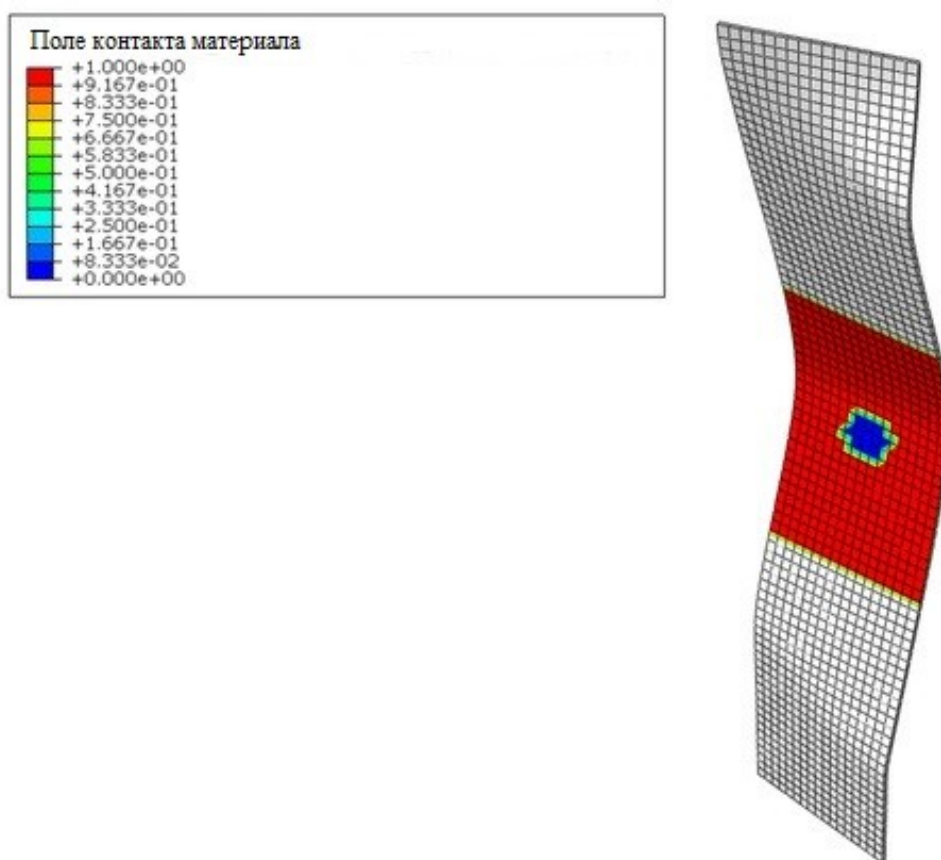


Рис. 7.2.12 Поле контакта материала в зоне контакта 1 и 2 слоя, при  $u=6,1$  мм.

Сравнивая результаты численного моделирования с результатами натурного эксперимента можно сделать следующие выводы:

- 1) В случае одноосного растяжения результаты численного моделирования близки к результатам эксперимента. Из численного расчета при растягивающей нагрузке  $u=1$  мм и угле поворота  $35^{\circ}$  материал образца 1 близок к критическому значению переменной повреждения



- 2)** При сравнении результатов для одноосного сжатия, по результатам натурального эксперимента образцы разрушаются при нагрузке равной 1 мм, при численном моделировании данная нагрузка соответствует началу накопления повреждений, разрушаются только несколько элементов образцов 2 и 3. В целом материал выдерживает такую нагрузку.
- 3)** Расслоение материала происходит только в случае одноосного сжатия. При численном расчете методом виртуального закрытия трещин произойдет при нагрузке равной 6,6 мм для образца 2 и 6,1 мм для образца 3. По результатам эксперимента для образца 2 не удалось обнаружить дефект в материале. Для образца номер 3 расслоение начинается после разрушения материала

## **Заключение.**

В работе исследовано поведение различных образцов слоистого полимерного композиционного материала под воздействием сложной нагрузки. Реализован многомасштабный подход к решению задачи, применены методы прогрессирующего разрушения, метод когезионного слоя и метод виртуального закрытия трещины. Были использованы многокомпонентные критерии разрушения. В ходе работы были получены результаты численного моделирования, наглядно показывающие процесс накопления повреждений и расслоение слоистых композиционных материалов.

Из полученных результатов можно сделать следующие основные выводы:

- Степень расслоения слоистого композита зависит от направления нагрузки, ее величины, а также от наличия дефектов внутри КМ.
- В большинстве экспериментов процесс разрушения композиционного материала протекал быстрее чем процесс расслоения.
- При разрушении материала композита, процесс расслоения может не наблюдаться. Однако, процесс расслоения КМ приводит к ускорению накопления повреждений и разрушения материала.

Полученные результаты наглядно показывают особенности процессов накопления повреждений и разрушения в слоистых композиционных материалах при

различных видах нагружения, и могут быть использованы при моделировании полномасштабных конструкций.

### **Список литературных источников**

1. Батаев А. А., Батаев В. А. Композиционные материалы: строение, получение, применение: Учебник– Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2002. – 384 с. – (Серия «Учебники НГТУ»)
2. Болотин В. В., Васильев В. В., Протасов В. Д., и др., Под общ. ред. В. В. Васильева, Ю. М. Тарнопольского. Композиционные материалы: Справочник – М: Машиностроение, 1990. – 512 с.
3. Ванин Г.А. Микромеханика композиционных материалов. – Киев: Наукова думка, 1985, 300 с.
4. Димитриенко Ю.И. Соколов А.П. Многомасштабное моделирование упругих композиционных материалов, 2012
5. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. - М.: Мир, 1982, 335 с.
6. Малмейстер А.К., Тамуж В.П., Тетерс Г.А. Сопротивление полимерных и композитных материалов. – Рига: Зинатне, 1980, 572 с.
7. Сендецки Дж. Механика композиционных материалов. – М.: Мир, 1978, 563 с.
8. Солнцев Ю. П. : «Металлы и сплавы. Справочник.»; НПО "Профессионал", НПО "Мир и семья"; Санкт-Петербург, 2003.
9. Струнгарь Е.М., Третьякова Т.В., Вильдеман В.Э. Анализ процессов деформирования композитных образцов в области технологических дефектов // Материалы 27-ой Всероссийской школы-конференции «Математическое моделирование в естественных науках» (3-6 октября 2018 г., Пермь, Россия) – С. 375-378.

10. Струнгарь Е.М., Зубова Е.М., Лобанов Д.С. Анализ процессов деформирования композитных образцов с технологическим дефектом с использованием современных методов неразрушающего контроля при совместном сжатии с кручением // XIX Всероссийская научно-техническая конференция «Аэрокосмическая техника, высокие технологии и инновации» (16 - 18 ноября 2018 г). – Пермь, 2018. – с. 283-285
11. Тарнопольский Ю.М., Жигун И.Г., Поляков В.А. Пространственно-армированные композиционные материалы. – М.: Машиностроение, 1987, 225 с.
12. Ташкинов М.А., Лекционный материал.
13. Abaqus Analysis User's Guide // Simulia Abaqus, 2016
14. Agarwal BD, Broutman LJ, Chandrashekhara K. Analysis and performance of fiber composites // Hoboken, N.J: John Wiley & Sons, 2006.
15. Barenblatt G.I. The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture // Advances in Applied Mechanics, 1983.
16. Chen Wang, Anish Roy, Vadim V. Silberschmidt and Zhong Chen. Modelling of Damage Evolution in Braided Composites: Recent Developments // Wang et al. Mechanics of Advanced Materials and Modern Processes, 2017
17. Digimat User's Manual, 2017.
18. Donald S. Dugdale. Yielding of steel sheets containing slits // Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1960.
19. Hashin Z Failure criteria for unidirectional fiber composites //J Appl Mech, 1980.

20. Kyoungsoo Park; Glaucio H. Paulino. Cohesive zone models: a critical review of traction-separation relationships across fracture surfaces // Applied Mechanics Reviews, 2011.
21. Li X, Binienda WK, Goldberg RK. Finite-element model for failure study of two-dimensional triaxially braided composite // J Aero Eng, 2011.
22. Littell JD, Binienda WK, Roberts GD, Goldberg RK. Characterization of damage in triaxial braided composites under tensile loading // J Aero Eng, 2009.
23. Littell JD, Binienda WK, Arnold WA, Roberts GD, Goldberg RK. Effect of microscopic damage events on static and ballistic impact strength of triaxial braid composites // Compos Part A: Appl Sci Manuf, 2009
24. Matzenmiller, J. Lubliner, and R. Taylor. A constitutive model for anisotropic damage in fiber-composites. Mechanics of Materials // Compos Struct, 1995.
25. Mesolevel. Modeling of Failure in Composite Laminates: Constitutive, Kinematic and Algorithmic Aspects Frans P. van der Meer Received: 24 January 2012 / Accepted: 24 January 2012 / Published online: 9 August 2012 © CIMNE, Barcelona, Spain 2012.
26. Miravete A, Bielsa JM, Chiminelli A, Cuartero J, Serrano S, Tolosana N, De Villoria RG. 3D mesomechanical analysis of three-axial braided composite materials // Compos Sci Technol, 2006.
27. Porcher composites: Reinforcements for composites, 2015.
28. Puck A, Schürmann H. Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models // Compos Sci Technol ,1998

29. Sevkat E, Liaw B, Delale F, Raju BB. A combined experimental and numerical approach to study ballistic impact response of S2-glass fiber/toughened epoxy composite beams // *Compos Sci Technol*, 2009.
30. Sevkat E, Liaw B, Delale F, Raju BB. Drop-weight impact of plain - woven hybrid glass-graphite/toughened epoxy composites // *Compos Sci Technol*, 2009.
31. Tashkinov M., Ershova D., Shalimov A. Computational multi-scale analysis of simultaneous processes of delamination and damage accumulation in laminated // *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2019. T. 13. № 49. C. 396-411.
32. Warren KC, Lopez-Anido RA, Vel SS, Bayraktar HH. Progressive failure analysis of three-dimensional woven carbon composites in single-bolt, doubleshear bearing // *Compos Part B*, 2016.
33. Wildemann V. V., Tretyakova T. V., Strungar E. M., Tretyakov M. P. Deformation and failure of carbon fiber composite specimens with embedded defects during tension-torsion test, *Frattura ed Integrità Strutturale*. — Vol. 46. — 2018, pp. 295-305
34. Xu L, Jin CZ, Ha SK. Ultimate strength prediction of braided textile composites using a multi-scale approach // *J Compos Mater*, 2015
35. Zhang C, Binienda WK. A meso-scale finite element model for simulating free-edge effect in carbon/epoxy textile composite // *Mech Mater*, 2014.
36. Zhang D, Chen L, Sun Y, Wang X, Zhang Y, Fu C. Meso-scale progressive damage of 3D five-directional braided

- composites under transverse compression // J Compos Mater, 2015.
37. Zhang C, Li N, Wang W, Binienda WK, Fang H. Progressive damage simulation of triaxially braided composite using a 3D meso-scale finite element model // Compos Struct, 2015.
  38. Zhang C, Curiel-Sosa JL, Bui. Comparison of periodic mesh and free mesh on the mechanical properties prediction of 3D braided composites, 2017.
  39. Znedek P. Bazant; Jaime Planas. Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials, 1997.