

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт машиностроения, материалов и транспорта
Высшая школа машиностроения

Работа допущена к
защите

Директор ВШМ
С.А.Любомудров
« ____ » _____ 202
0г.

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

Магистерская диссертация

вид ВКР (работа бакалавра, дипломный проект, дипломная работа, магистерская диссертация)

ОПТИМИЗАЦИЯ ГЕОМЕТРИИ ТРИБОСОПРЯЖЕНИЯ РОЛИК-САТЕЛЛИТ В ПЛАНЕТАРНО-ЦЕВОЧНОМ РЕДУКТОРЕ

по направлению подготовки (специальности) 15.04.01 -
Машиностроение

код и наименование направления подготовки (специальности)

Направленность (профиль) 15.04.01_14 Конструкторско-
технологические разработки триботехнического назначения

код и наименование направленности (профиля) образовательной программы

Выполнил
студент гр. 3341501/81401 <подпись>

А.Д.Будяков

Руководитель
доцент, к.т.н. <подпись>

И.М.Егоров

Консультант
по нормоконтролю

<подпись>

Е.А. Тарасенко

Санкт-Петербург

2020

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА
ВЕЛИКОГО**
Институт машиностроения, материалов и транспорта
Высшая школа машиностроения

УТВЕРЖДАЮ

Директор ВШМ

С.А. Любомуд

ров

«21» февраля 2020 г.

ЗАДАНИЕ

на выполнение выпускной квалификационной работы

студенту Будякову Александру Дмитриевичу, гр. 3341501/81401
фамилия, имя, отчество (при наличии), номер группы

1. Тема работы: Оптимизация геометрии трибосопряжения ролик-сателлит в планетарно-цевочном редукторе.
2. Срок сдачи студентом законченной работы: 05 июня 2020 года
3. Исходные данные по работе: _____
 1. Планетарно-цевочные редукторы ООО «АВВИ»
(<https://avvi.ru/products/pcr/>); _____
 2. Sumitomo, Cyclo 6000 speed reducer. Catalog 03.601.50.007, 2010.

4. Содержание работы (перечень подлежащих разработке вопросов):
 1. Определение геометрии зацепления при заданных конструктивных параметрах редуктора; _____
 2. Определение мощности и работы сил трения в зацеплении при заданных конструктивных параметрах редуктора; _____
 3. Исследование влияния конструктивных параметров редуктора на мощность и работу сил трения в зацеплении; _____
 4. Выработка рекомендаций по выбору конструктивных параметров редуктора с минимальными потерями на трение в зацеплении; _____
5. Перечень графического материала (с указанием обязательных чертежей): _____
 1. Графики зависимости мощности сил трения от фазы зацепления при ряде конструктивных параметров редуктора для ряда передаточных чисел; _____
 2. Графики зависимости работы сил трения от эксцентриситета. _____
 3. Расчетные схемы для определения сил в зацеплении и полюса зацепления. _____
6. Консультанты по работе: _____

7. Дата выдачи задания: 21 февраля 2020 года

Руководитель ВКР _____ Егоров И.М.
подпись инициалы, фамилия

Задание принял к исполнению 21 февраля 2020 года
дата

Студент _____ Будяков А.Д.
подпись инициалы, фамилия

РЕФЕРАТ

На 36 с., 26 рисунков, 0 таблиц, 0 приложений.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: ТРИБОСОПРЯЖЕНИЕ, ЦИКЛОИДАЛЬНАЯ ПЕРЕДАЧА, ПЛАНЕТАРНО-ЦЕВОЧНЫЙ РЕДУКТОР, МОЩНОСТЬ СИЛ ТРЕНИЯ, РАБОТА СИЛ ТРЕНИЯ, МНОГОПАРНОЕ ЗАЦЕПЛЕНИЕ

Тема выпускной квалификационной работы: "Оптимизация геометрии трибосопряжения ролик-сателлит в планетарно-цевочном редукторе".

Объектом исследования является планетарно-цевочный редуктор.

Предмет исследования - мощность и работа сил трения в зацеплении.

Целью данного исследования является разработка рекомендаций по проектированию планетарно-цевочного редуктора, исходя из аспекта оптимизации трибосопряжения ролик-сателлит.

Задачи, которые были решены в ходе работы:

1. Определение геометрии зацепления при заданных конструктивных параметрах редуктора;
2. Определение мощности и работы сил трения в зацеплении при заданных конструктивных параметрах редуктора;
3. Исследование влияние конструктивных параметров редуктора на мощность и работу сил трения в зацеплении;
4. Выработка рекомендаций по выбору конструктивных параметров редуктора с минимальными потерями на трение в зацеплении.

В данной работе были проведены исследования математической модели в программном пакете MatLab, в котором при помощи численных методов была произведена оптимизация параметров трибосопряжения с целью разработки рекомендаций по выбору конструктивных параметров редуктора с минимальными потерями на трение

В результате работы были сформированы рекомендации по выбору конструктивных параметров редуктора на основании исследования трибосопряжения по параметрам мощности и работы сил трения.

ABSTRACT

36 pages, 26 pictures, 0 tables, 0 applications.

KEYWORDS: TRIBO-COUPLING, CYCLOIDAL TRANSMISSION, CYCLOID REDUCER, POWER FRICTIONAL FORCE, FRICTION FORCE WORK, MULTIPURPOSE COUPLING

The theme of final qualification work: "Optimization of the geometry of the tribo-conjugation of a roller-satellite in a planetary-pinion gearbox".

The object of study is a planetary gear reducer.

The subject of the study is the power and work of the friction forces in engagement.

The aim of this study is to develop recommendations for the design of a planetary-pinion gearbox, based on the optimization aspect of the tribo-coupling of the roller-satellite.

Issues that were solved in the course of work::

1. Determination of the geometry of the gearing with the given design parameters of the gearbox;
2. Determination of the power and work of the friction forces

in engagement with the given design parameters of the gearbox;

3. The study of the influence of the design parameters of the gearbox on the power and work of the friction forces in engagement;

4. Development of recommendations for the selection of design parameters of the gearbox with minimal friction losses in gearing.

In this work, we studied the mathematical model in the MatLab software package, in which, using numerical methods, the parameters of the tribological interface were optimized in order to develop recommendations for choosing the design parameters of the gearbox with minimal friction losses.

As a result of the work, recommendations were made on the selection of the design parameters of the gearbox based on the study of tribo-conjugation according to the parameters of power and the work of friction forces.

СОДЕРЖАНИЕ

У

Введение	5
1. Литературный обзор	7
1.1. Виды планетарно-цевочных передач.....	7
1.2. Принцип действия планетарно-цевочной передачи....	9
1.3. Обзор методов проектирования стеллита планетарно-цевочного редуктора.....	11
1.4. Численный подход при решении ряда задач теории зубчатых зацеплений.....	11
2. Определение геометрии зацепления при заданных конструктивных параметрах редуктора.	13
2.1. Задание профилей зубьев координатами ряда точек.	13
2.2. Определение геометрических параметров цевок.....	14
2.3. Определение нормали к профилю сателлита и плеч нормалей.....	15
3. Определение силовых параметров в точках многопарного контакта сателлита с цевочным колесом	17
3.1. Определение силы в точке контакта ролик-сателлит	17
3.2. Определение мощности и работы сил трения в зацеплении при заданных конструктивных параметрах редуктора.....	20
4. Исследование влияния конструктивных параметров редуктора на мощность и работу сил трения в зацеплении. Описание параметров исследования	23

4.1. Исследование по параметру работы сил трения.....	23
4.2. Зависимость мощности сил трения от фазы зацепления при ряде конструктивных параметров редуктора для ряда передаточных чисел.....	29
Заключение.....	34
Список использованной литературы.....	35

Введение

В настоящее время планетарно-цевочные редукторы находят свое применение в различных сферах машиностроения, где необходимо обеспечение высокой точности позиционирования и большой передаваемой мощности: подъемные механизмы, робототехника, станкостроение и т.д.

Основными преимуществами ПЦР перед другими устройствами передачи момента являются:

- Высокое передаточное число одной ступени при компактных размерах: до 100 и более;
- Высокая крутильная жесткость;
- Высокиемассогабаритные показатели и повышенная способность воспринимать перегрузки в течение малого времени (до 500%) вследствие многопарного зацепления в передаче;
- Высокий КПД передачи с одной ступенью - до 95% (при выполнении требований по точности изготовления);
- Низкий уровень вибраций и шума;
- Малая инерционность редуктора вследствие малой массы и особенности кинематики сателлита;
- Реверсивность редуктора.

К недостаткам планетарно-цевочных редукторов относится высокая стоимость изготовления, обусловленная требуемой высокой точностью изготовления элементов и сложностью обработки зубчатого венца сателлита.

Объектом данного исследования является планетарно-цевочный редуктор.

Предметом исследования являются мощность и работа сил

трения в зацеплении.

Целью данного исследования является разработка рекомендаций по проектированию планетарно-цевочного редуктора, исходя из аспекта оптимизации трибосопряжения ролик-сателлит.

Задачами данного исследования являются:

1. Определение геометрии зацепления при заданных конструктивных параметрах редуктора;
2. Определение мощности и работы сил трения в зацеплении при заданных конструктивных параметрах редуктора;
3. Исследование влияние конструктивных параметров редуктора на мощность и работу сил трения в зацеплении;
4. Выработка рекомендаций по выбору конструктивных параметров редуктора с минимальными потерями на трение в зацеплении.

1. Литературный обзор

Планетарно-цевочный редуктор - подвид циклоидального редуктора: устройство для передачи мощности вращением и понижающий частоты вращения с постоянным передаточным числом.

Главной отличительной чертой данных редукторов является высокое передаточное число при высоком параметре удельной материалоемкости.

Ведущим производителем планетарно-цевочных редукторов в России является фирма Авви.

1.1. Виды планетарно-цевочных передач

По параметру расположения цевок относительно сателлита применяются две основные схемы: эпициклоидальное (рис. 1а) и гипоциклоидальное зацепление (рис. 1б). [1]

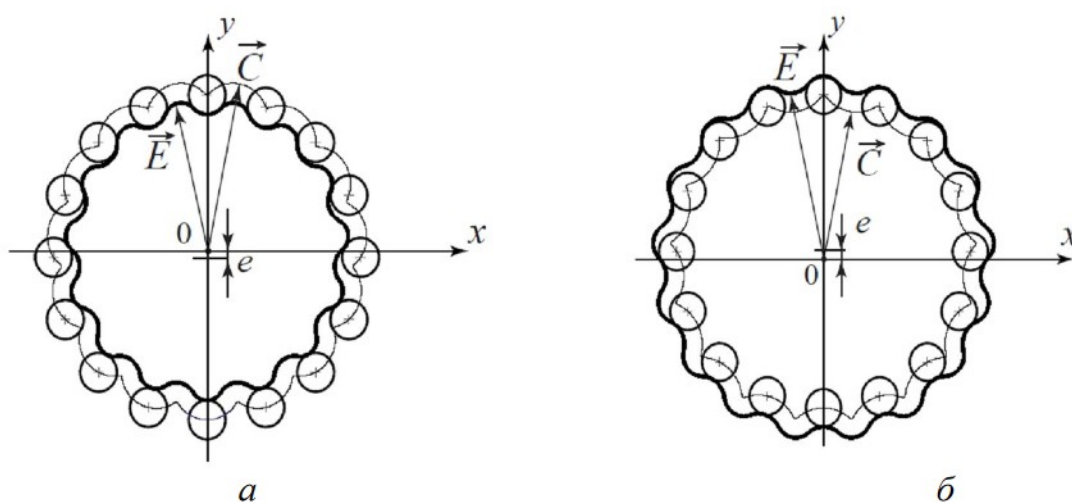


Рис. 1. Эпициклоидальное (а) и гипоциклоидальное (б) зацепление

В настоящий момент применяются следующие основные схемы планетарно-цевочных редукторов: $k-h-v$ (рис.2), $2k-v$ (рис.3), $2k-h$ (рис.4).

Передача $k-h-v$ состоит из эксцентрикового вала h ,

цевочного колеса b , сателлита g , вала v и механизма w , ограничивающего вращение сателлита относительно вала v , однако допускающего их относительное плоскопараллельное движение.

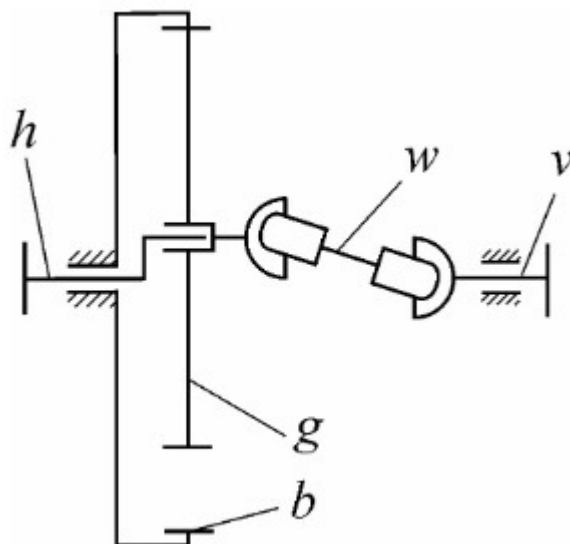


Рис. 2. Кинематическая схема редуктора k-h-v

Передача $2k$ -v состоит из солнечного колеса с эвольвентными зубьями a , зацепляющегося с несколькими сателлитами с эвольвентными зубьями g на эксцентриковых валах h , циклоидальных сателлитов f , зацепляющихся с цевочным колесом b , и водила v .

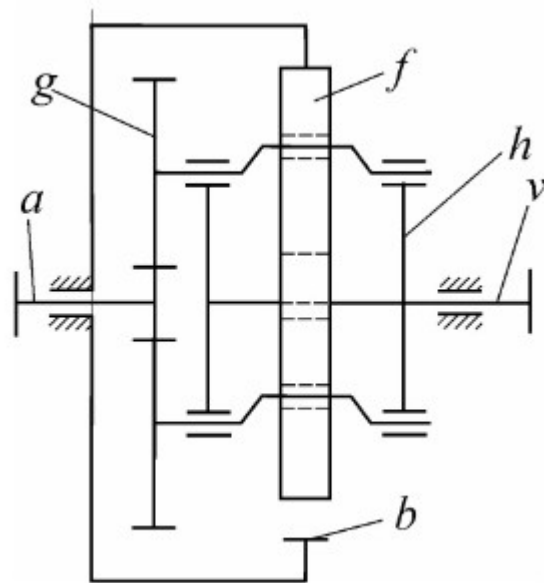


Рис. 3. Кинематическая схема редуктора $2k-v$

Передача $2k-h$ состоит из эксцентрикового вала h , на котором установлен сателлит с двумя венцами g и f , профиль которых образован эквидистантой к укороченной эпициклоиде, которые зацепляются с цевочными колесами a и b , одно из которых соединено с корпусом, а второе является выходным валом

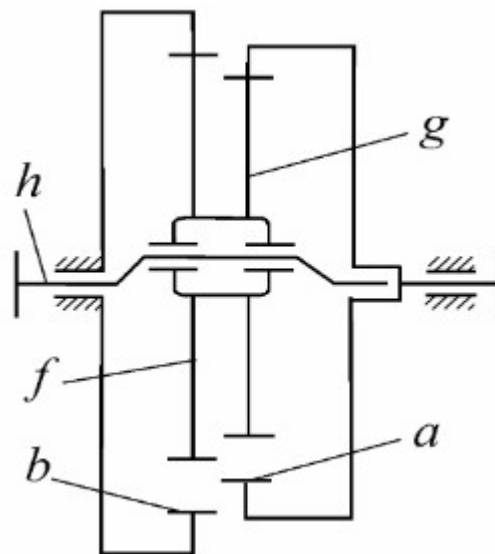


Рис. 4. Кинематическая схема редуктора $2k-h$

В данной работе рассматривается схема $k-h-v$ ввиду наибольшей распространенности на рынке.

1.2. Принцип действия планетарно-цевочной передачи

Сателлит совершает сложное движение - вращение вокруг собственной оси и плоскопараллельное вращение, таким образом, что внешние точки циклоидного диска описывают циклоиду. Данное движение описывается благодаря особому контуру сателлита и цевки, расположенных на одном радиусе от центра вращения. В свою очередь, валы входящие в зацепление с сателлитом, вынуждены перемещаться по окружности, тем самым приводя в движение, выходной фланец редуктора (вращая его вокруг собственной оси).

Эскизное изображение планетарно-цевочной передачи представлено на рисунке 5.

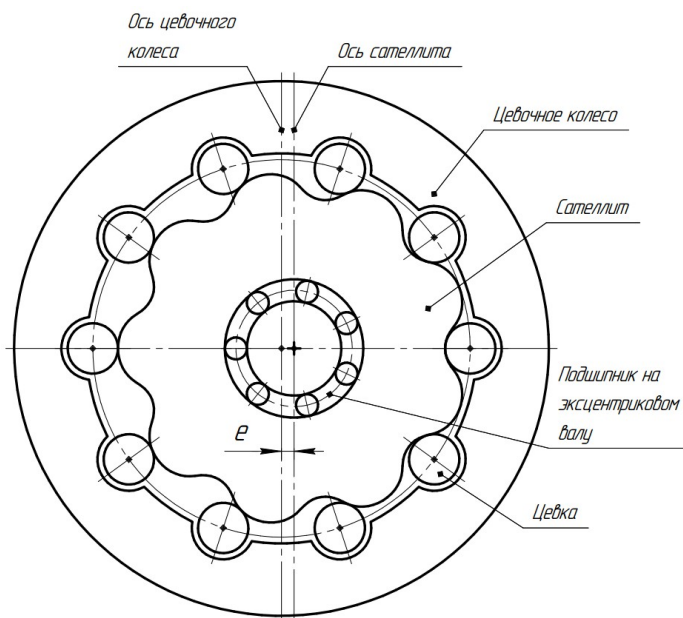


Рис. 5. Планетарно-цевочная передача

ПЦР в сборе с электродвигателем показан на рисунке 6.

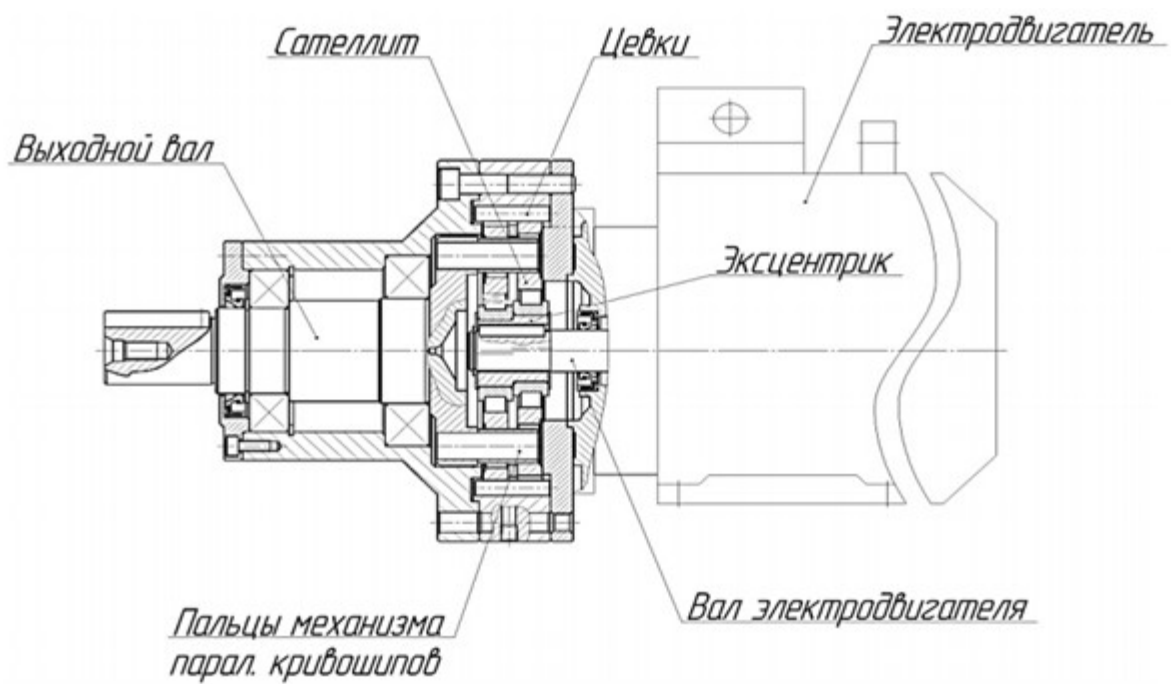


Рис. 6. Планетарно-цевочный редуктор в сборе с двигателем

1.3. Обзор методов проектирования стеллита планетарно-цевочного редуктора

Анализ литературы, находящейся в открытом доступе, показал, что по данной теме литературы не много и практически вся она издана после 2000-х годов. Несмотря на то, что принцип работы ПЦР был изобретен еще в начале прошлого века, уровень технической оснащенности предприятий долгое время не мог обеспечить экономически выгодное производство планетарно-цевочных редукторов с требуемой точностью.

В большинстве источников приводятся рекомендации по проектированию редукторов, исходя только из предъявляемых технологических требований. Не проводится дополнительная оценка качества трибосопряжения и не выполняется его оптимизации. Примерами таких источников являются [4, 5, 6].

Есть примеры литературы, где улучшение технических характеристик редукторов достигается не за счет изменения материала движущихся тел на полимерные [7, 8]. В диссертации подробно описывается методика расчета редуктора с сателлитами из пластика и приведено исследование влияния различных факторов на нагрузочную способность планетарно-цевочной передачи.

Однако, не было найдено источников, в которых оптимизация конструкционных параметров выполнялась бы с точки зрения качества трибосопряжения ролик-сателлит.

1.4. Численный подход при решении ряда задач теории зубчатых зацеплений

Данная работа является продолжением выпускной

квалификационной работы на тему "Анализ трибосопряжения ролик-сателлит в планетарно-цевочном редукторе", в которой были обозначены наиболее эффективные пути оптимизации трибосопряжения роликов и сателлита.

При помощи математической модели методами аналитических вычислений было определено, что мощность и работа сил трения являются параметрами наиболее подходящими для оценки качества трибосопряжения. Однако продолжение работы над имеющейся мат. моделью - оптимизация конструктивных параметров редуктора, слишком сложная задача ввиду большого объема аналитических вычислений.

Все параметры рассчитываются в ряде точек профиля, которые хранятся и обрабатываются в массивах. Для расчетов создается массив плеч нормалей, массив сил, массив расстояний до полюса и т.д. Координаты точек профиля так же представляют собой два массива равной величины - абсциссы и ординаты точек. [2]

Ввиду этого, в рамках данной работы составлен алгоритм в программе MatLab, в котором при помощи численных методов была произведена оптимизация параметров трибосопряжения и были описаны рекомендации по выбору конструктивных параметров планетарно-цевочных редукторов при различных значениях передаточных чисел. Программа MatLab была выбрана ввиду того, что из наиболее распространенных пакетов для инженерных расчетов, она оптимизирована для работы с численными методами и достаточно проста в освоении.

Также как и в первой работе, данная математическая

модель будет иметь следующие допущения:

- Предполагаем, что упругие перемещения зависят от силы линейно;
- В точке контакта пренебрегаем упругими деформациями (ввиду того, что они намного меньше в сравнении с контактными деформациями);
- Предполагаем, что натяги и зазоры в контактах ролик-сателлит отсутствуют.

2. Определение геометрии зацепления при заданных конструктивных параметрах редуктора

2.1. Задание профилей зубьев координатами ряда точек

В рамках бакалаврской работы была подробно описана методика вывода формул для аналитического описания профиля сателлита. Поскольку, как было указано выше, в данном исследовании использованы численные методы, на основании аналитической мат. модели была создана модель, использующая численные методы.

Уравнение рабочего профиля сателлита (эквидистанта укороченной эпициклоиды) представлено в параметрическом виде:

$$\begin{aligned}x_k(\varphi_i) &= e \cdot \left(\frac{z_2}{\lambda} \cdot \sin(\varphi_i) - \sin(z_2 \cdot \varphi_i) \right) - r_c \cdot \sqrt{\sin i} \\y_k(\varphi_i) &= e \cdot \left(\frac{z_2}{\lambda} \cdot \cos(\varphi_i) - \cos(z_2 \cdot \varphi_i) \right) - r_c \cdot \sqrt{\cos i} \\f_i(\varphi_i) &= \operatorname{atan} \left(\frac{\sin(\varphi_i) - \lambda \cdot \sin(z_2 \cdot \varphi_i)}{\cos(\varphi_i) - \lambda \cdot \cos(z_2 \cdot \varphi_i)} \right),\end{aligned}\tag{1}$$

$$\lambda = \frac{e \cdot z_1}{R},$$

где φ_i — массив угла поворота производящей окружности относительно центра направляющей окружности, где i - номер элемента в массиве,

$$\varphi = 0 \dots \pi;$$

z_2 — число цевок;

λ — коэффициент укорочения эпициклоиды;

R — радиус центроиды сателлита;

r_c — радиус цевок;

e — эксцентриситет;

По данным формулам создаются два массива, которые описывают профиль сателлита в декартовых координатах.

Массив угла поворота φ_i заполняется значениями от 0 до 2π шагом 0,0001. Данный шаг был подобран экспериментальным методом: он обеспечивает высокую точность вычислений, благодаря чему в некоторых формулах не требуется аппроксимация или сглаживание и, во-вторых, создает массив, который компьютер способен обработать за доли секунды, что ускоряет расчеты.

В отличие от первой работы, профиль строится только до π ввиду того, что в процессе работы нагрузку воспринимают только половина зубьев сателлита, поскольку он смещается относительно цевочного колеса ввиду контактных деформаций в точках контакта с цевками. Соответственно, для упрощения расчетов, часть профиля, которая не участвует в анализе, может быть опущена[9].

Стоит отметить, что в реальной конструкции планетарно-цевочного редуктора, для компенсации несимметричности воздействия сил, устанавливаются два сателлита, поворачивая их друг относительно друга на 180° . Благодаря этому нагрузка распределяется между двумя шестернями, при том силы действуют симметрично на соответствующие половины сателлитов.

Число зубьев сателлита z_1 - величина, задаваемая пользователем. Поскольку, в данной работе будут рассматриваться только ПЦР с внешним расположением цевок относительно сателлита, число цевок $z_2 = z_1 + 1$. Это является особенностью планетарно-цевочного редуктора, потому что

именно применение циклоидального профиля позволяет установить разность числа зубьев сателлита и цевок, равную единице, что обеспечивает максимальное передаточное число

$$u = \frac{z_2 - z_1}{z_1} = \frac{1}{z_1}. [3]$$

2.2. Определение геометрических параметров цевок

В соответствии с выбранным положением профиля, вычисляются центры цевок, информация о которых хранится в двух массивах.

Цевки расположены на окружности, смещенной относительно центра сателлита на эксцентриситет e , с равным шагом от 0° .

Собственно, выражения для определения координат центров цевок:

$$\begin{aligned} x_c(d) &= \left(\frac{z_2 \cdot e}{\lambda} \right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot d}{z_2} \right) - e, \\ y_c(d) &= \left(\frac{z_2 \cdot e}{\lambda} \right) \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot d}{z_2} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

где d — номер цевки, $d=0, 1, 2, \dots$

2.3. Определение нормали к профилю сателлита и плеч нормалей

Уравнение нормали имеет вид:

$$y - f(x_0) = \frac{-1}{f'(x_0)} (x - x_0), \quad (3)$$

где $f(x_0)$ — функция кривой;

x_0 — абсцисса точки в которой определяется нормаль.

Производная параметрической функции:

$$f'(x_0) = \frac{y_k'}{x_k'}, \quad (4)$$

где y_k и x_k — массивы точек профиля сателлита;

Численное дифференцирование в программе MatLab осуществляется при помощи функции Diff, которая в качестве аргумента принимает массив точек.

Подставив в формулу (3) формулу (4) и точку x_0 - которая, является точкой касания цевки и профиля сателлита, получим уравнение нормали к профилю сателлита. Точка x_0 определяется через индекс точки, находящейся в массиве x_k через отношение (2).

Продифференцировав полученное уравнение нормали еще раз, получаем коэффициент наклона прямой плеча нормали kn [4]. Через этот коэффициент получаем уравнение плеча нормали из центра цевочного колеса nck и из центра сателлита nsc :

$$nck(x) = \frac{-1}{kn} \cdot x,$$

$$nsc(x) = \frac{-1}{kn} \cdot (x - e).$$

Для определения длины плеч необходимо найти точки пересечения nck , nsc нормали к профилю сателлита. Эта операция осуществляется по следующему алгоритму:

1. Аппроксимация массивов точек, которые задают прямые, точку пересечения которых требуется найти;
2. Вычитание одного массива из другого;
3. При помощи функции перебора определяется индекс точки, в которой массив разности поменял знак (проверка на изменение знака не производится, поскольку в реалиях данной задачи, прямые точно

имеют точку пересечения);

4. По индексу точки ищется абсолютная координата в массиве нормали к профилю.

После того, как были найдены точки пересечения, длина нормалей определяется как длина отрезка по координатам точек.

3. Определение силовых параметров в точках многопарного контакта сателлита с цевочным колесом

3.1. Определение силы в точке контакта ролик-сателлит

Отличительной особенностью планетарно-цевочного редуктора является то, что при разности количества зубьев сателлита и числа цевок, равной единице, все зубья сателлита находятся в контакте с цевками (с учетом допущений, оговоренных в начале работы) [5, 6, 10].

Однако стоит отметить, что при вращении сателлита работает (передает и воспринимает силу) только половина цевок, находящихся по одну сторону от диаметра окружности, проходящего через полюс зацепления. При дальнейших расчетах примем, что нагрузку воспринимает половина цевок.

Для компенсации несимметричности воздействия сил в зацеплении обычно ставят два сателлита с нечетным числом зубьев, находящихся в противофазе. Благодаря этому нагрузка распределяется между двумя шестернями, при том силы действуют симметрично на соответствующие половины сателлитов.

По этой причине, для возможности компенсации несимметричности воздействия сил в зацеплении применяют нечетное количество цевок.

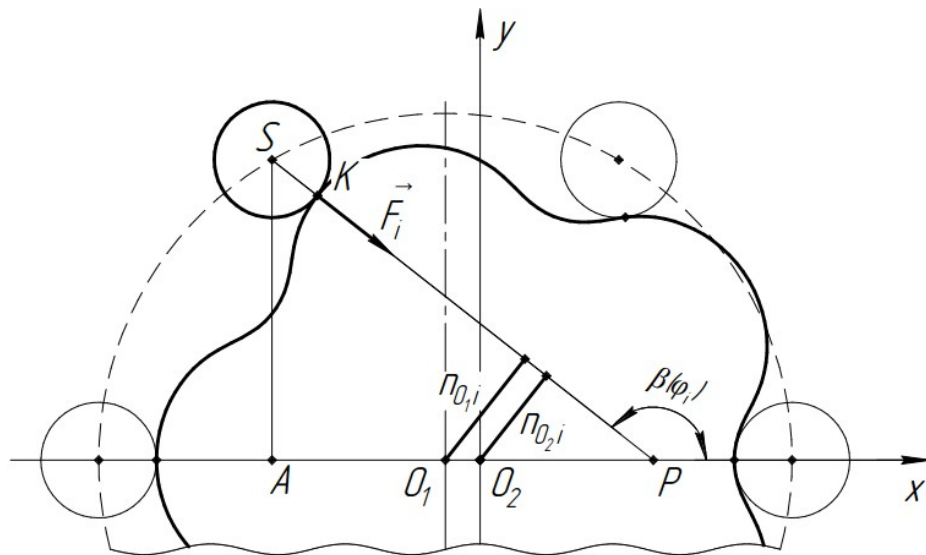


Рис. 7. Схема действия сил при $\rho=0$

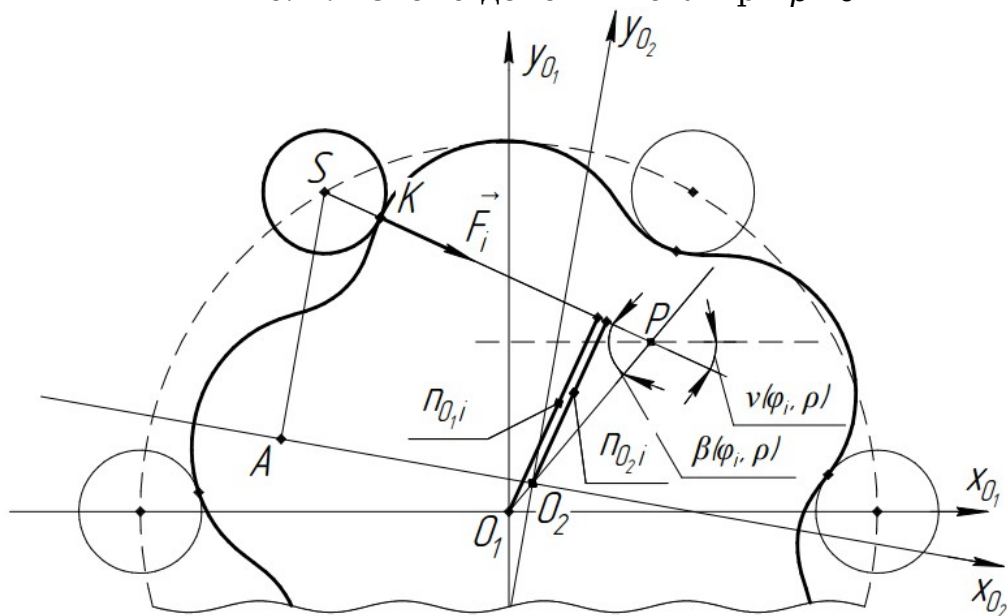


Рис. 8. Схема действия сил при $\rho \neq 0$

Сила F_i в зацеплении i -й цевки находится из предположения, что она пропорциональна деформации в точке контакта, которая, в свою очередь, пропорциональна плечу профильной нормали относительно оси вращения сателлита.

$$F_i = k \cdot n_{O_2,i},$$

где $n_{O_2,i}$ — плечо профильной нормали относительно оси вращения сателлита;

k — коэффициент пропорциональности.

Момент силы относительно оси выходного вала:

$$M_i = F_i \cdot n_{O_i} = k \cdot n_{O_1i} \cdot n_{O_2i},$$

где n_{O_i} — плечо профильной нормали относительно оси выходного вала.

Уравнения плеч нормалей к линии действия силы (рис. 7, 8):

$$n_{O_1i} = \sin(\beta(\varphi_i, \rho)) \cdot PO_1 = \sin(\beta(\varphi_i, \rho)) \cdot (p + e)$$

$$n_{O_2i} = \sin(\beta(\varphi_i, \rho)) \cdot PO_2 = \sin(\beta(\varphi_i, \rho)) \cdot p$$

С учетом уравнения (2):

$$\begin{aligned} n_{O_1i} &= \sin(\beta(\varphi_i, \rho)) \cdot e \cdot z_2 \\ n_{O_2i} &= \sin(\beta(\varphi_i, \rho)) \cdot e \cdot z_1 \end{aligned} \quad (5)$$

Исходя из геометрических отношений:

$$\nu(\varphi_i, \rho) = \frac{y_c(\varphi_i) - e \cdot z_2 \cdot \sin(\rho)}{x_c(\varphi_i) - e \cdot z_2 \cdot \cos(\rho) + e},$$

далее следует

$$\beta(\varphi_i, \rho) = \nu(\varphi_i, \rho) - \rho + \pi \text{ при } \nu(\varphi_i, \rho) < 0;$$

$$\beta(\varphi_i, \rho) = \nu(\varphi_i, \rho) - \rho \text{ при } \nu(\varphi_i, \rho) \geq 0.$$

Из условия равновесия системы "входной вал - сателлит - выходной вал" имеем равенство суммы моментов сил в зацеплении всех одновременно работающих цевок сумме моментов на входном и выходном валах редуктора:

$$\begin{aligned} M_1 + M_2 &= \sum_j M_j = k \cdot \sum_j n_{O_1j} \cdot n_{O_2j} \rightarrow \\ \rightarrow k &= (M_1 + M_2) \cdot \frac{1}{\sum_j n_{O_1j} \cdot n_{O_2j}} = M_2 \cdot \left(1 + \frac{1}{u}\right) \cdot \frac{1}{\sum_j n_{O_1j} \cdot n_{O_2j}} \end{aligned} \quad (6)$$

где M_1 — момент на входном валу;

M_2 — момент на выходном валу;

j — число одновременно работающих цевок.

u — передаточное число.

В качестве оператора суммирования указан оператор без

последовательно возрастающей переменной, поскольку номера цевок, находящихся в зацеплении могут следовать по порядку (когда полюс зацепления находится в 4 четверти) [11].

В среде *MatLab* значения переменной j отыскиваются при помощи программного модуля.

Сила зацепления i -той цевки определяется:

$$F_i = M_2 \cdot \left(1 + \frac{1}{u}\right) \cdot \frac{n_{O_i i}}{\sum_j n_{O_i j} \cdot n_{O_2 j}}$$

Выразив с учетом выражений, описанных выше:

$$F_i = M_2 \cdot \left(1 + \frac{1}{u}\right) \cdot \frac{\sin(\beta(\varphi_i, \rho)) \cdot e \cdot z_2}{\sum_j \sin(\beta(\varphi_{ij}, \rho)) \cdot e \cdot z_2 \cdot \sin(\beta(\varphi_{ij}, \rho)) \cdot e \cdot z_1} = i$$

$$i \cdot \left(1 + \frac{1}{u}\right) \cdot \frac{M_2}{e \cdot z_1} \cdot \frac{\sin(\beta(\varphi_i, \rho))}{\sum_j \sin(\beta(\varphi_{ij}, \rho))^2}$$

Окончательный вид формулы нормальной силы в точке контакта i -той цевки:

$$F_i(\varphi_i, \rho) = \left(1 + \frac{1}{u}\right) \cdot \frac{M_2}{e \cdot z_1} \cdot \frac{\sin(\beta(\varphi_i))}{\sum_j \sin(\beta(\varphi_{ij}, \rho))^2} \quad (7)$$

Момент силы в зацеплении с i -той цевкой:

$$M_i(\varphi_i, \rho) = \left(1 + \frac{1}{u}\right) \cdot M_2 \cdot \frac{(\sin(\beta(\varphi_i)))^2}{\sum_j \sin(\beta(\varphi_{ij}, \rho))^2} \quad (8)$$

3.2. Определение мощности и работы сил трения в зацеплении при заданных конструктивных параметрах редуктора

Исходя из результатов анализа, полученных в бакалаврской работе, в качестве параметров по которым будет выполнена оптимизация трибосопряжения выбрана работа сил трения.

Модуль мощности сил трения определяется по формуле:

$$N = F_{mp} \cdot V_{ск} = k_{mp} \cdot F \cdot V_{ск} \quad (9)$$

где F_{mp} — величина силы трения;

$V_{ск}$ — скорость скольжения;

k_{mp} — коэффициент трения в трибосопряжении;

F — сила в точке контакта.

Поскольку оптимизация выполняется не с материаловедческой, а с геометрической точки зрения, коэффициент трения в данной работе условно принят равным $k_{mp} = i$ [12].

Исходя из выражения (9) мгновенная мощность сил трения в точке контакта цевки равна:

$$N(\varphi_i, \rho) = F_{mpi} \cdot V_{ски}(\varphi_i, \rho) = k_{tr} \cdot F_i(\varphi_i, \rho) \cdot V_{ски}(\varphi_i, \rho), \quad (10)$$

где $V_{ски}$ — скорость скольжения в зацеплении i -той цевки;

F_i — нормальная сила в точке контакта i -той цевки;

Скорость скольжения равна:

$$V_i(\varphi_i, \rho) = (\omega_1 - \omega_2) \cdot KP_i = i \cdot (i-1) \omega_2 \cdot \sqrt{(x_k(\varphi_i) - x_p(\rho))^2 + (y_k(\varphi_i) - y_p(\rho))^2}, \quad (11)$$

где ω_1 — частота вращения входного вала;

ω_2 — частота вращения выходного вала;

KP — расстояние от точки контакта до полюса зацепления (рис. 9);

i — передаточное число редуктора, $i = 1/u = \omega_1/\omega_2$.

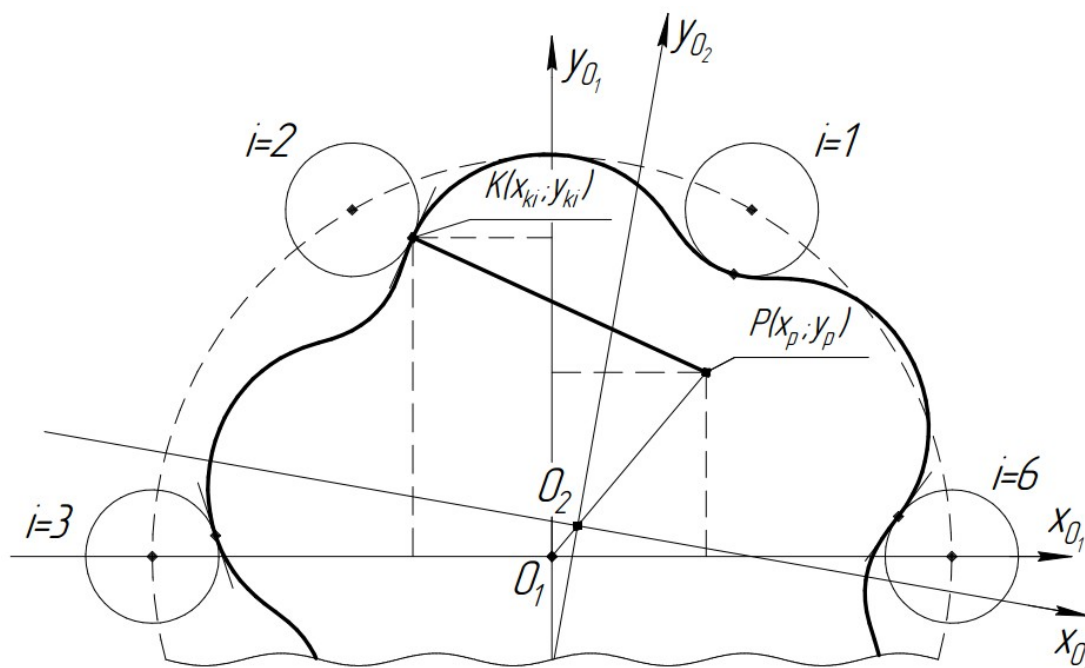


Рис. 9. Расстояние от точки контакта до полюса зацепления

Исходя из выражений, описанных выше, работу сил трения можно описать так:

$$A = \int N(\varphi_i, \rho) d\rho = k_{tr} \cdot \int F_i(\varphi_i, \rho) \cdot V_i(\varphi_i, \rho) d\rho$$

Указан параметр интегрирования - ρ , поскольку он зависит от скоростных параметров редуктора, а соответственно, косвенно зависит от времени [13].

Как было сказано ранее, при передаче сил работает половина цевок, находящихся по одну сторону от диаметра, проходящего через полюс зацепления. Этим и обусловлены пределы от 0 до π при вычислении интеграла:

$$A = \int_0^{\pi} N(\varphi_i, \rho) d\rho.$$

4. Исследование влияния конструктивных параметров редуктора на мощность и работу сил трения в зацеплении. Описание параметров исследования

Для проведения исследования были выбраны несколько типоразмеров редукторов, исходя из передаточных чисел, которые наиболее массово представлены на рынке: 15, 41 и 71. Типоразмер задается диаметром окружности, на которой расположены центра цевок. При указанных передаточных числах диаметры, соответственно равны: 32, 80, 130

Для данных параметров был исследован параметр работы сил трения в зависимости от диаметра цевок и величины эксцентриситета (диаметра центроиды сателлита).

В качестве исследования по первому параметру выбран ряд диаметров цевок исходя из типоразмеров роликов для подшипников, описанных в ГОСТ 22696-2013: 3, 3.5, 4, 4.5, 5.

В качестве диапазона значений эксцентриситета были выбраны значения от 0.35мм до 0.5мм (с шагом 0.01мм) исходя из тех рекомендаций.

Единицы измерения в расчетах не указываются, поскольку анализируются лишь относительные показатели величин, а не абсолютные.

Для перебора данных значений был написан алгоритм, представляющий собой три вложенных цикла. Первый цикл - осуществляет перебор диаметров цевок. Второй цикл - перебор величины эксцентриситета. Третий цикл - осуществляет расчет величин работы сил трения для вычисления интеграла.

Вычисление интеграла осуществляется функцией `trapz`, поскольку она отлично подходит под вычисление данного параметра с подходящей точностью и скоростью работы.

4.1. Исследование по параметру работы сил трения

Были проведены 3 расчета для указанных передаточных чисел. По полученным результатам сформированы графики (рис. 10-18) на основании которых были выведены рекомендации к проектированию планетарно-цевочного редуктора.

Графики дополнительно проиллюстрированы двумя изображениями по оси X и по оси Y , для того, чтобы можно было нагляднее проиллюстрировать изменение величины работы сил трения.

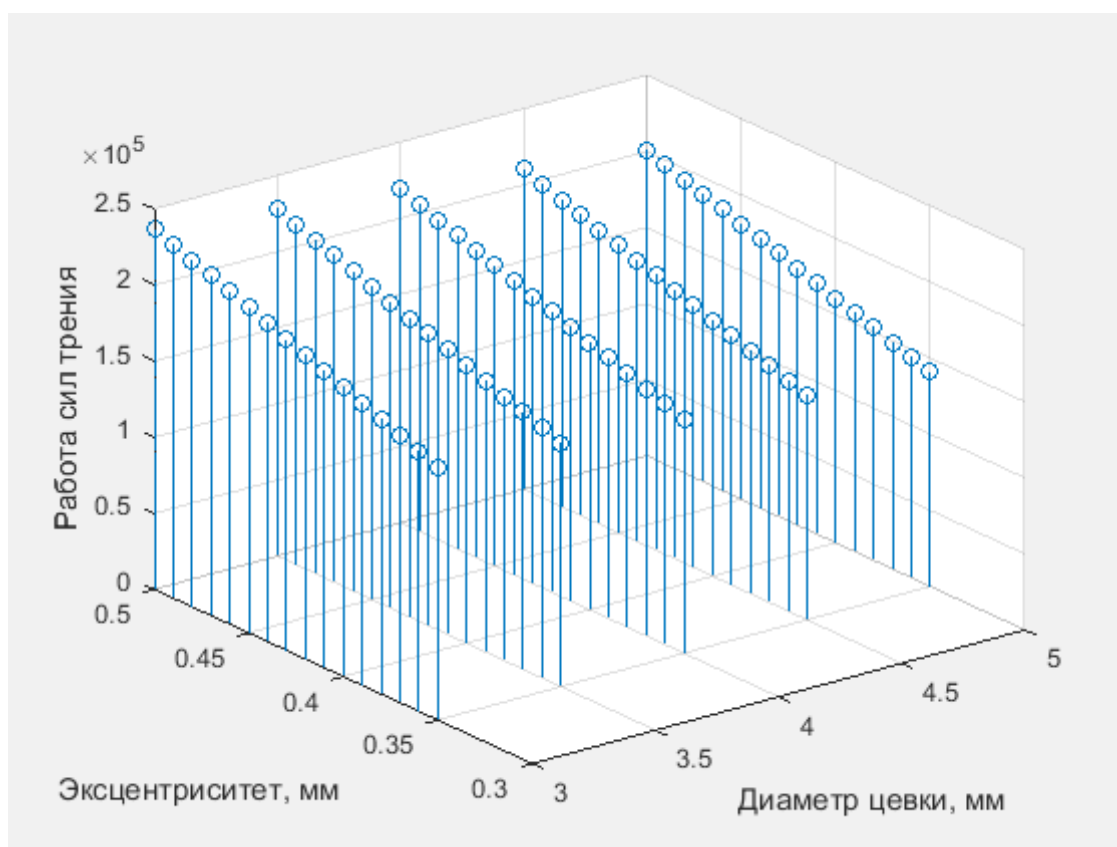


Рис. 10. Работа сил трения(ось Z) от эксцентриситета (ось Y) и диаметра цевки (ось X) при передаточном числе $i=15$

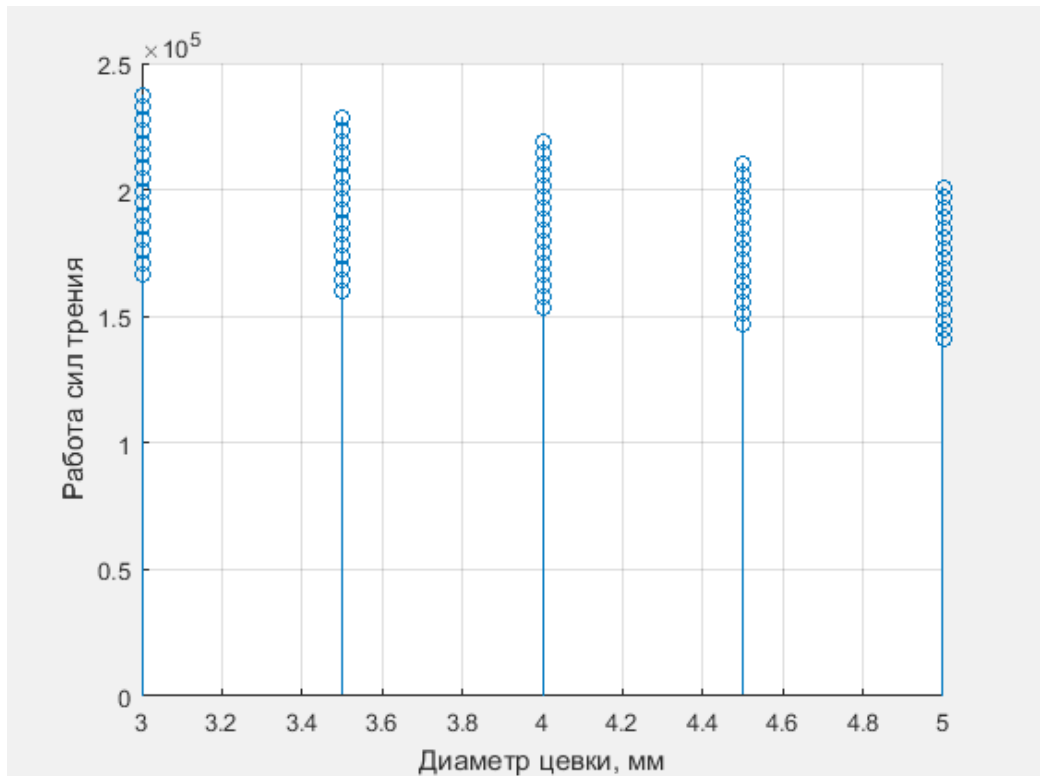


Рис. 11. Работа сил трения(ось Z) от эксцентриситета (ось Y) и диаметра цевки (ось X) при передаточном числе $i=15$ (в проекции осей X-Z). Зависимость от эксцентриситета при заданном диаметре цевки

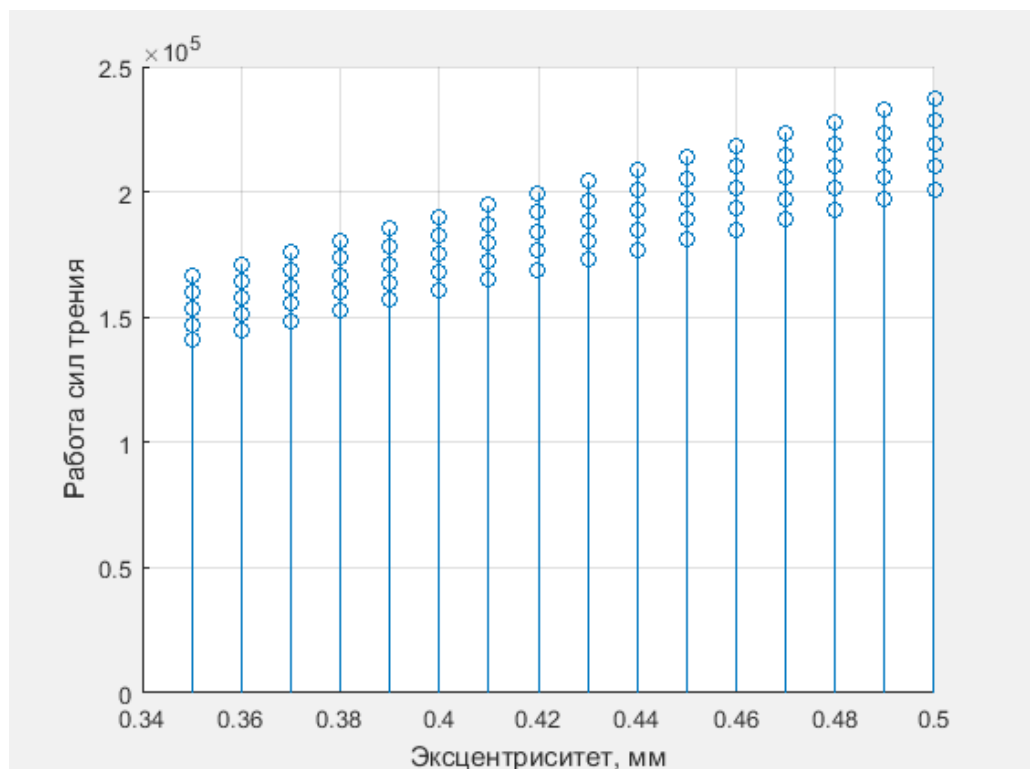


Рис. 12. Работа сил трения(ось Z) от эксцентриситета (ось Y) и диаметра цевки (ось X) при передаточном числе $i=15$ (в проекции осей Y-Z). Зависимость от диаметра цевки при заданном эксцентриситете

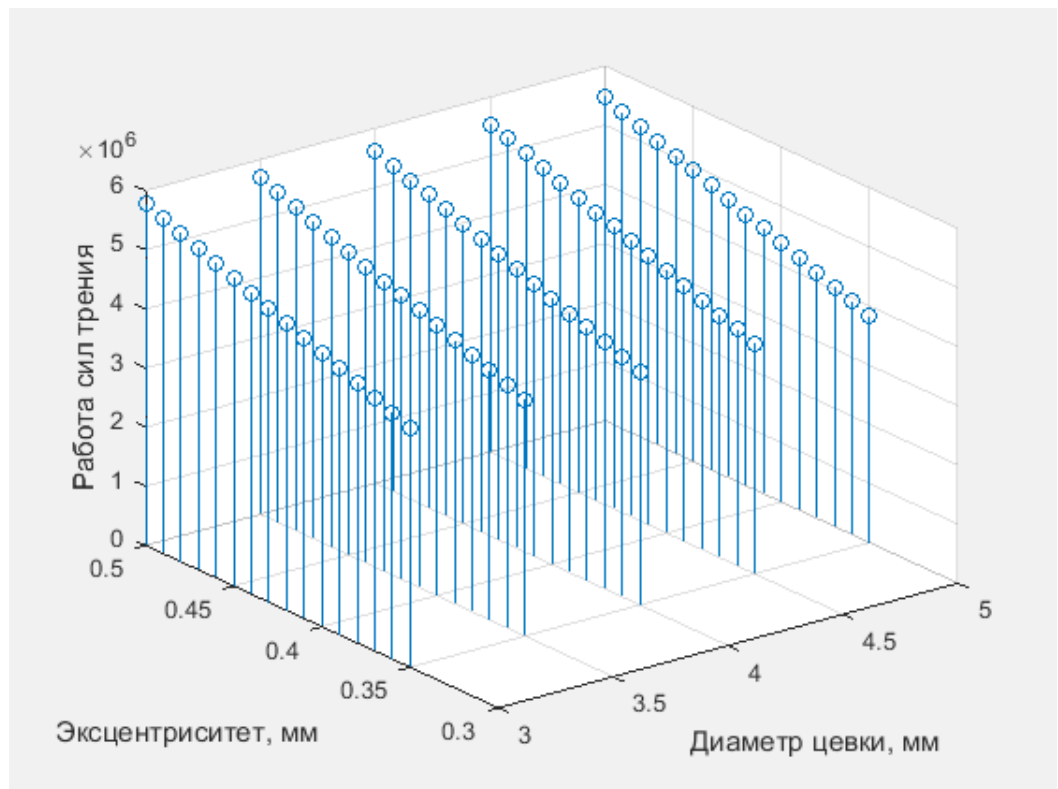


Рис. 13. Работа сил трения(ось Z) от эксцентриситета (ось Y) и диаметра цевки (ось X) при передаточном числе $i=41$

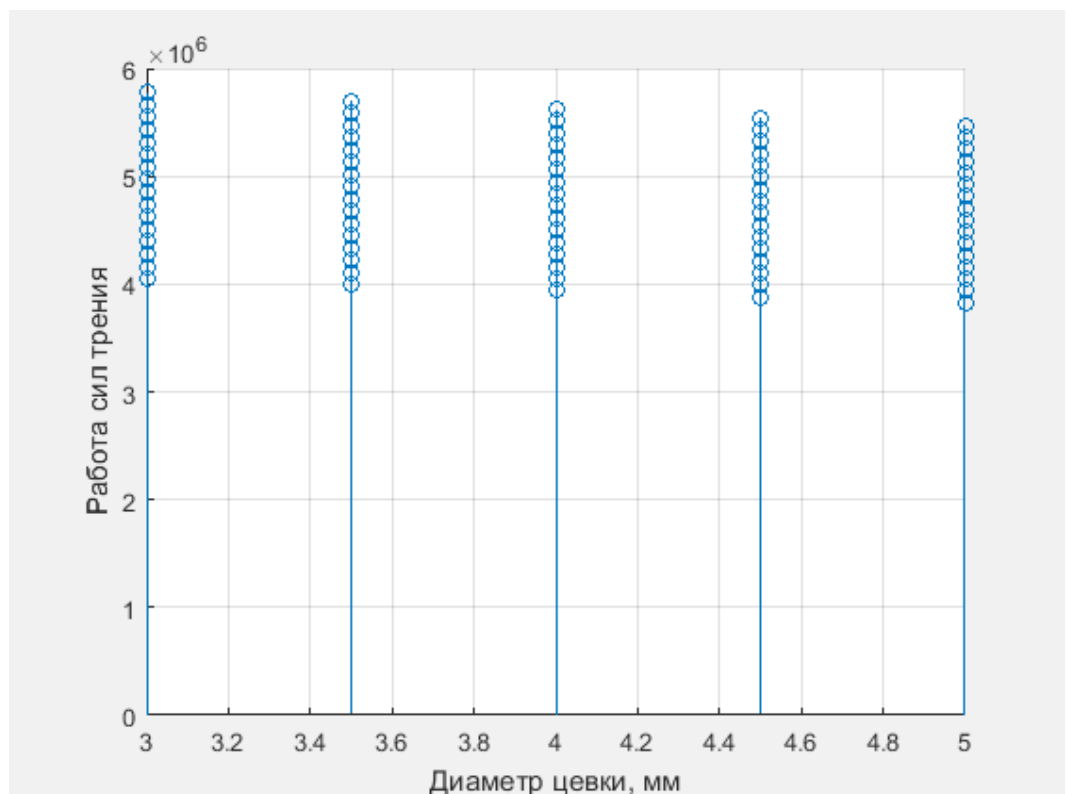


Рис. 14. Работа сил трения(ось Z) от эксцентриситета (ось Y) и диаметра цевки (ось X) при передаточном числе $i=41$ (в проекции осей X-Z). Зависимость от эксцентриситета при заданном диаметре цевки

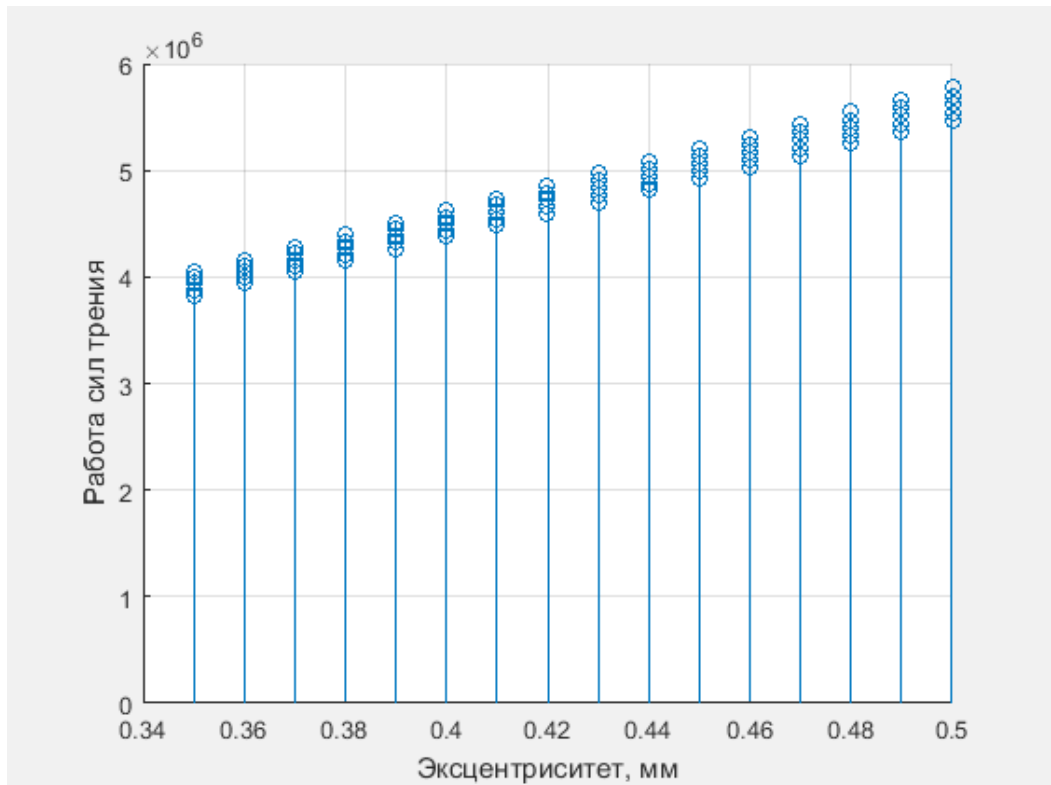


Рис. 15. Работа сил трения(ось Z) от эксцентриситета (ось Y) и диаметра цевок (ось X) при передаточном числе $i=41$ (в проекции осей Y-Z). Зависимость от диаметра цевки при заданном эксцентриситете

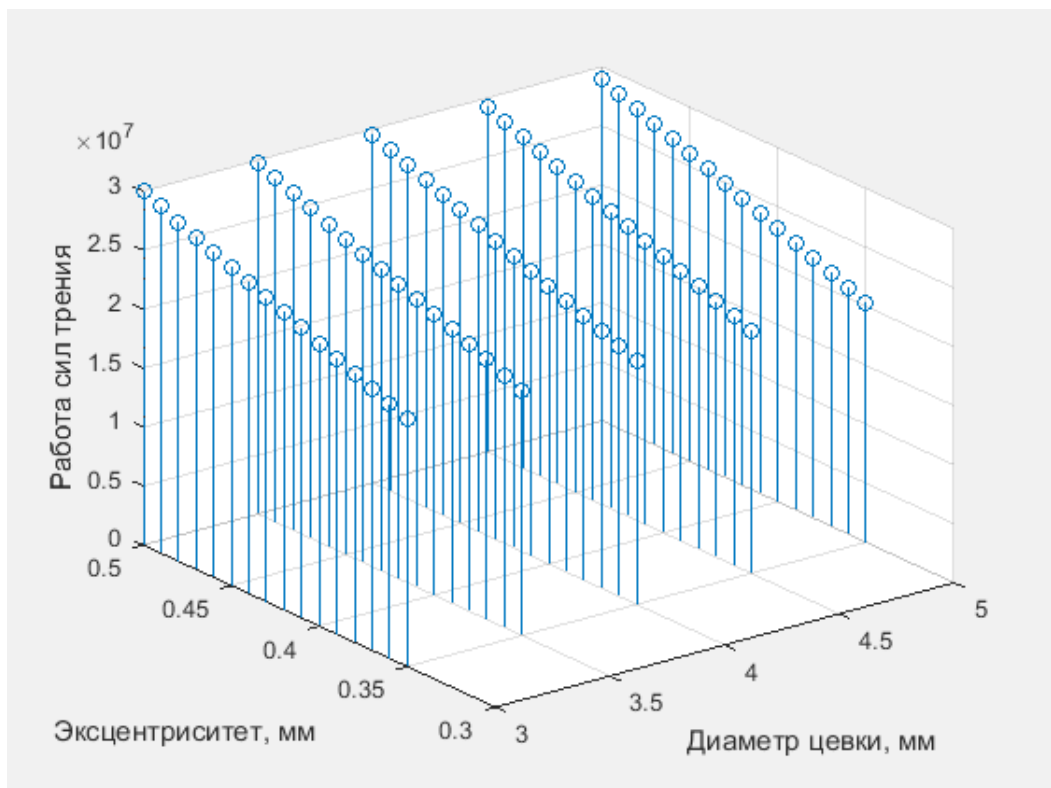


Рис. 16. Работа сил трения(ось Z) от эксцентриситета (ось Y) и диаметра цевок (ось X) при передаточном числе $i=71$

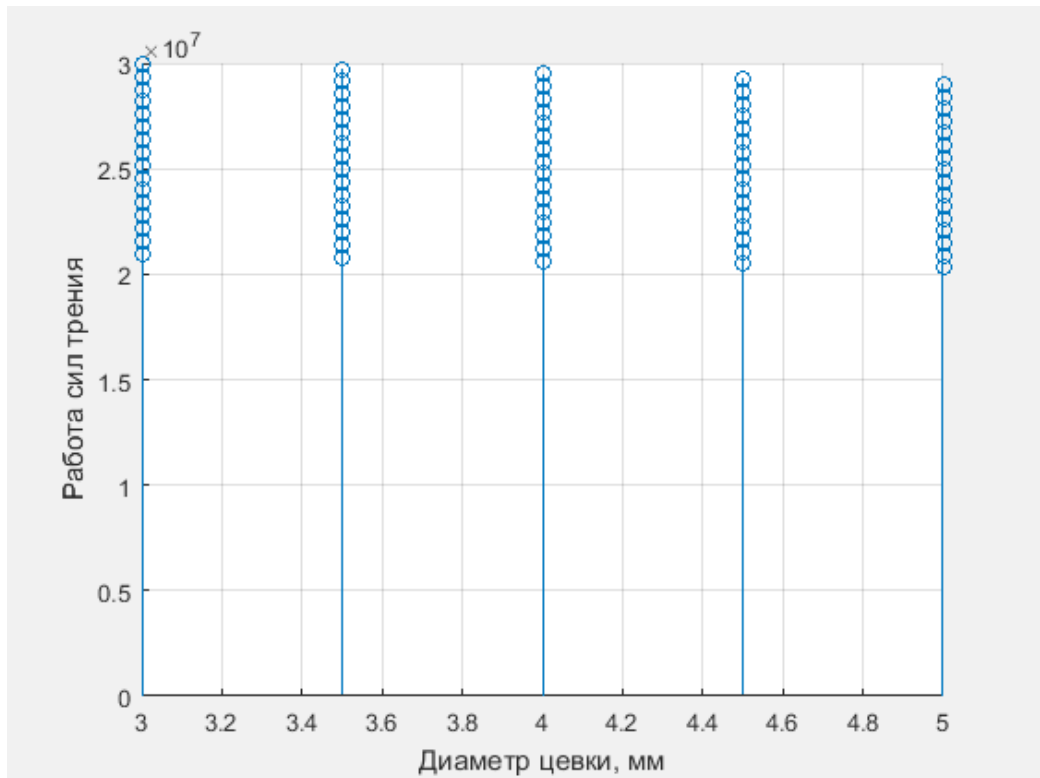


Рис. 17. Работа сил трения(ось Z) от эксцентриситета (ось Y) и диаметра цевки (ось X) при передаточном числе $i=71$ (в проекции осей X-Z). Зависимость от эксцентриситета при заданном диаметре цевки

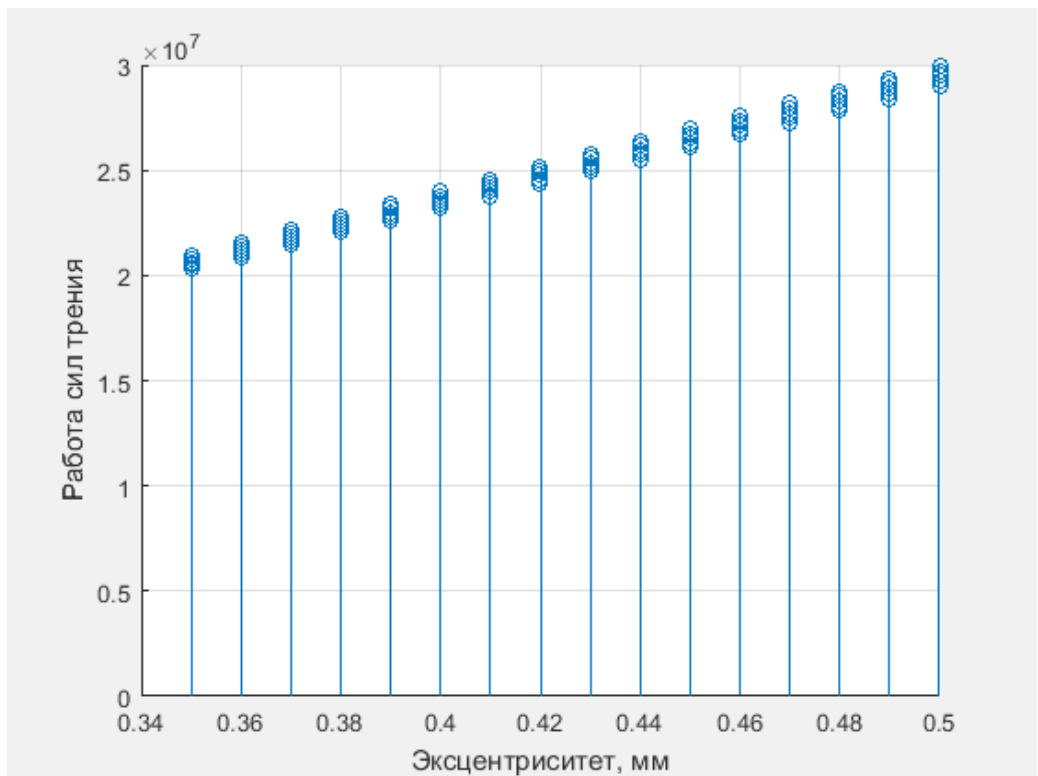


Рис. 18. Работа сил трения(ось Z) от эксцентриситета (ось Y) и диаметра цевки (ось X) при передаточном числе $i=71$ (в проекции осей Y-Z). Зависимость от диаметра цевки при заданном эксцентриситете

4.2. Зависимость мощности сил трения от фазы зацепления при ряде конструктивных параметров редуктора для ряда передаточных чисел

Для изучения интенсивности изнашивания были построены графики зависимости мощности сил трения (ось Z) от угла поворота сателлита (ось X), эксцентриситета (ось Y) при двух передаточных числах 15 и 71 и двух диаметрах цевок 3мм и 5мм - рисунки 19-26. Данные исходные параметры были выбраны ввиду того, что их изменение оказывает монотонное и постоянное влияние на исследуемые параметры. Соответственно, исследовав крайние значения из массивов предыдущего исследования, получим наиболее контрастные результаты.

Анализ графиков позволит определить как меняется интенсивность изнашивания при различных параметрах ПЦР.

Построение графиков велось по исследованию мощности сил трения в зацеплении первой цевки.

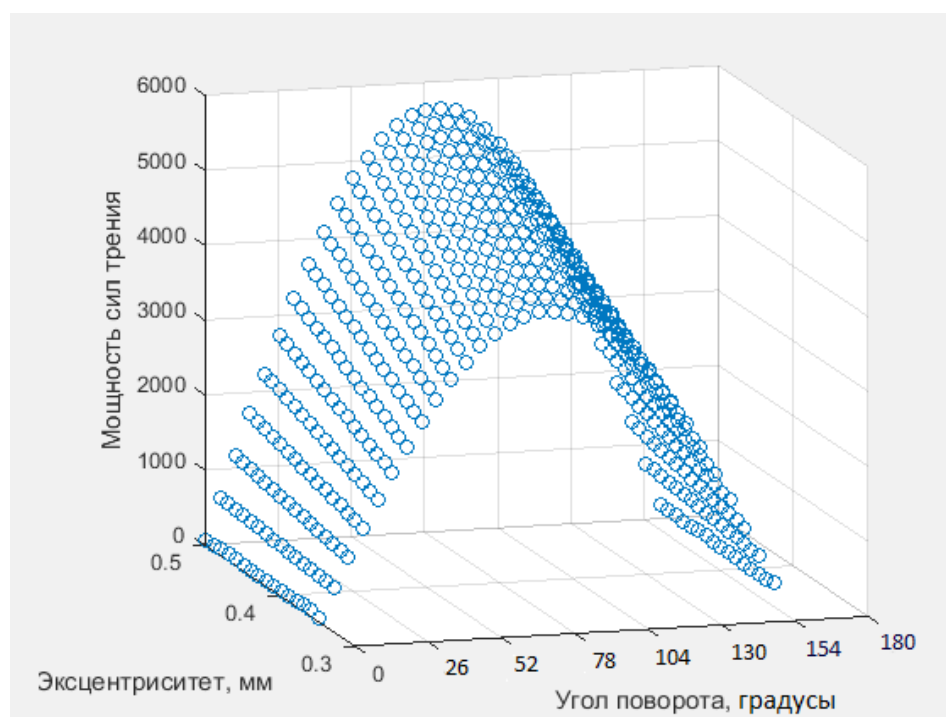


Рис. 19. Мощность сил трения(ось Z) от эксцентриситета (ось Y) и

фазы угла поворота сателлита (ось X) при передаточном числе $i=15$ и диаметре цевки $d_c=3$

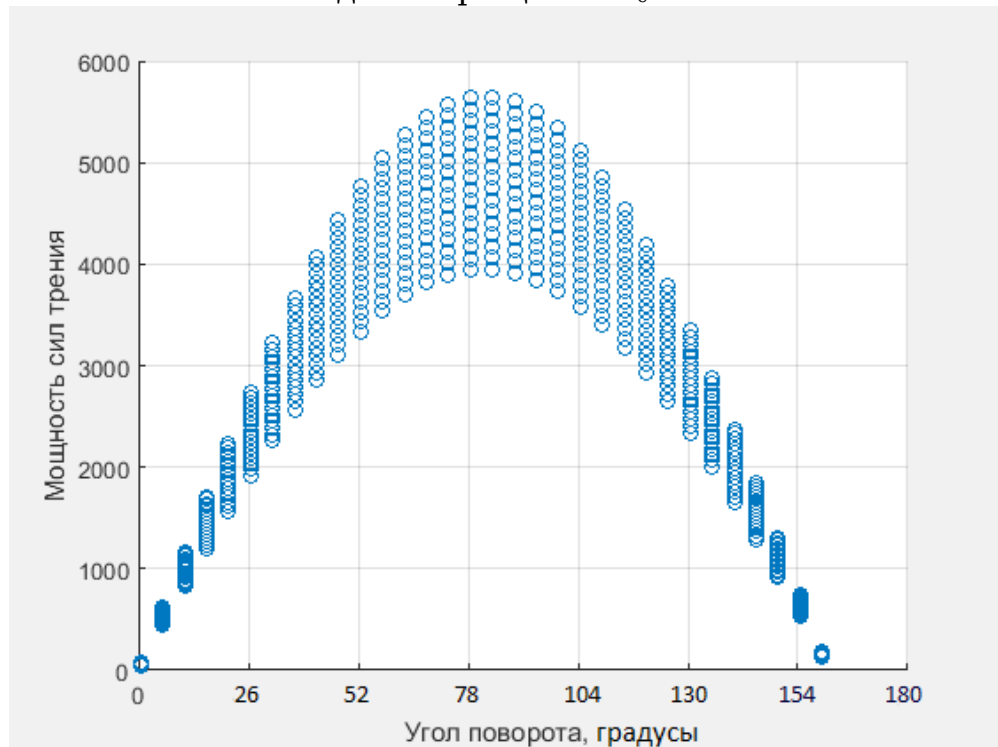


Рис. 20. Мощность сил трения(ось Z) от эксцентриситета (ось Y) и фазы угла поворота сателлита (ось X) при передаточном числе $i=15$ и диаметре цевки $d_c=3$ (в проекции осей X-Z)

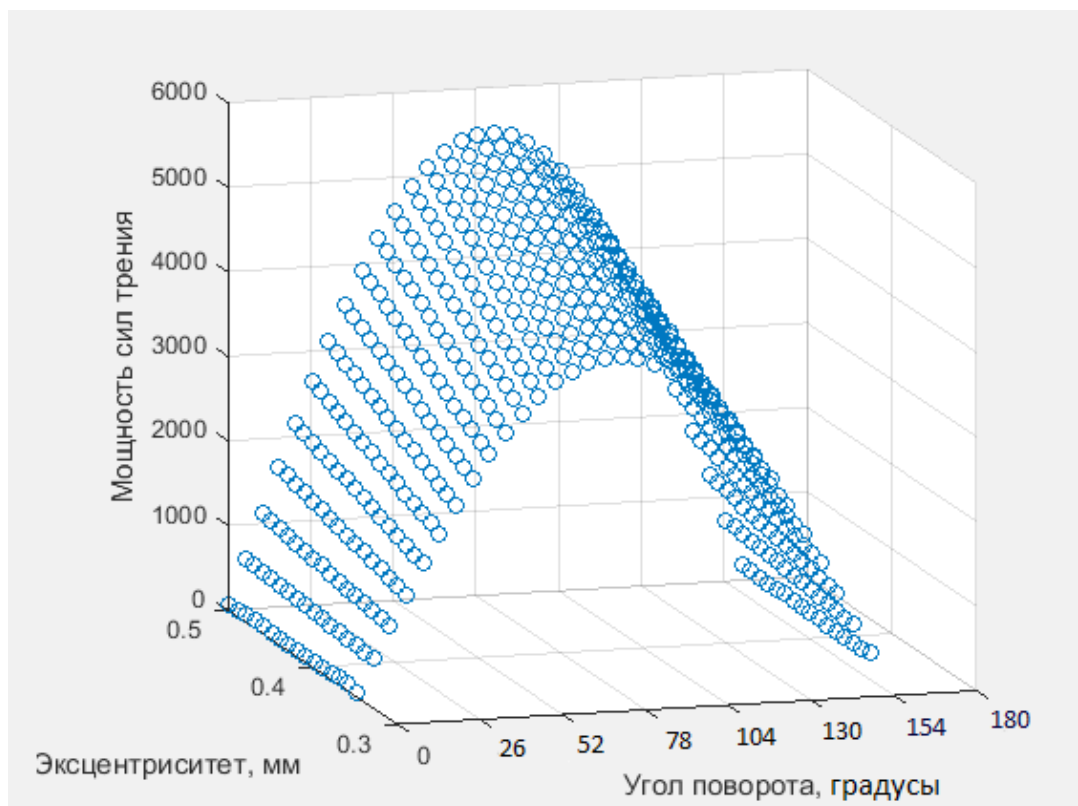


Рис. 21. Мощность сил трения(ось Z) от эксцентриситета (ось Y) и фазы угла поворота сателлита (ось X) при передаточном числе $i=15$ и диаметре цевки $d_c=5$

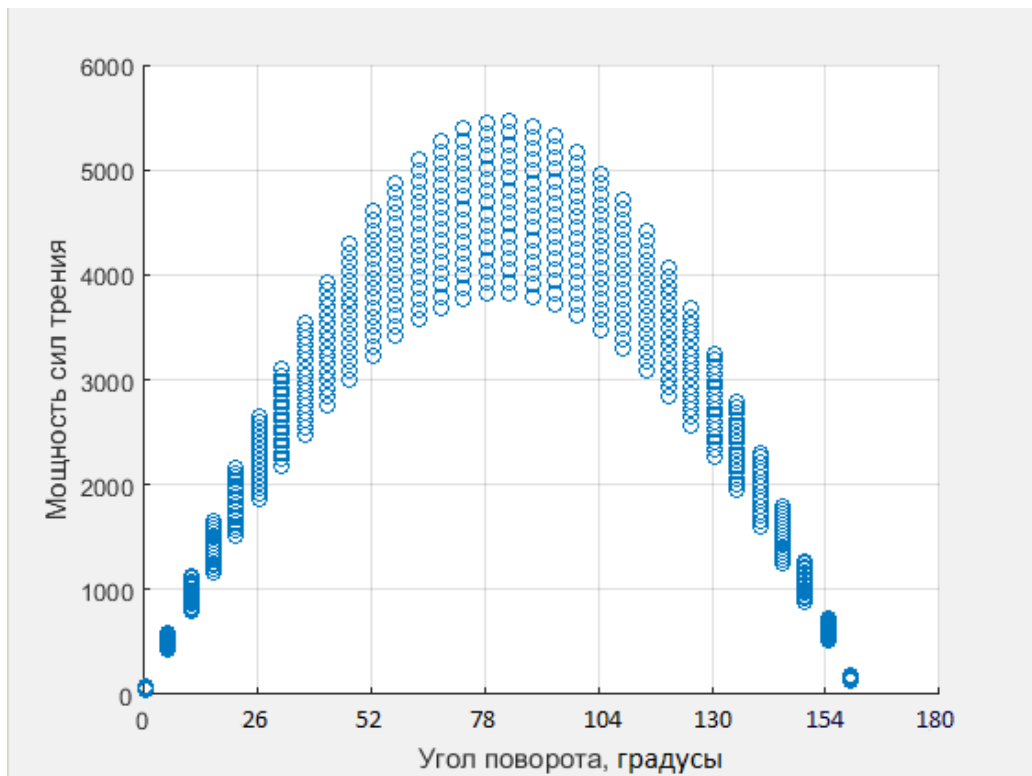


Рис. 22. Мощность сил трения(ось Z) от эксцентриситета (ось Y) и фазы угла поворота сателлита (ось X) при передаточном числе $i=15$ и диаметре цевки $d_c=5$ (в проекции осей X-Z)

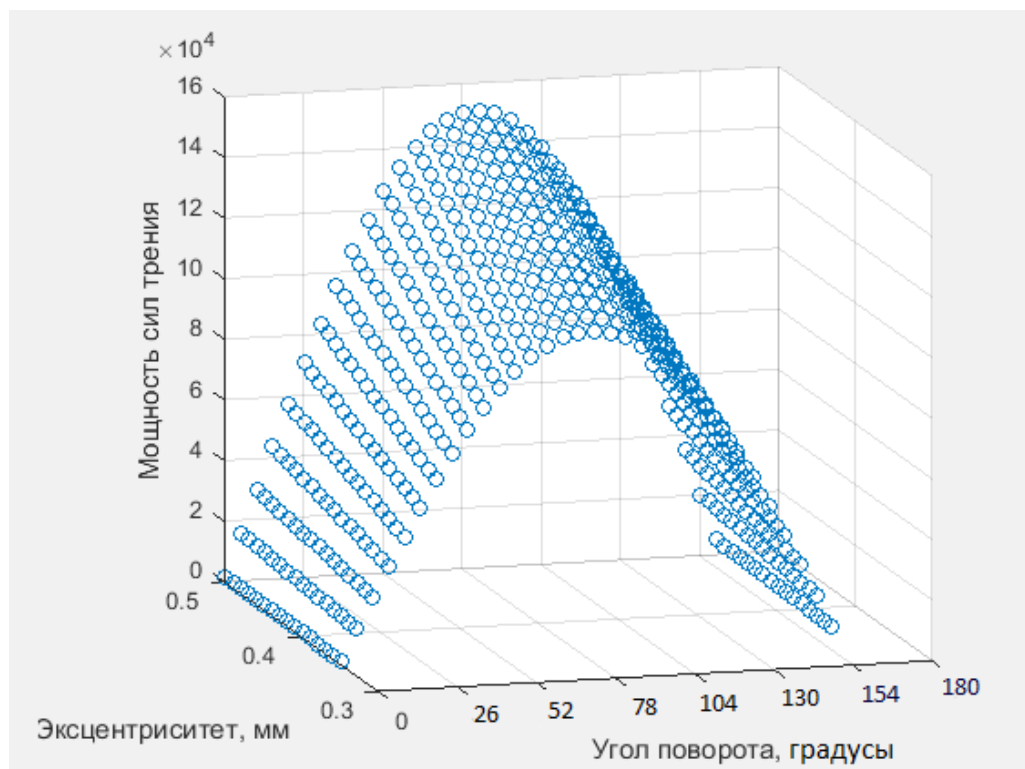


Рис. 23. Мощность сил трения(ось Z) от эксцентриситета (ось Y) и фазы угла поворота сателлита (ось X) при передаточном числе $i=71$ и диаметре цевки $d_c=3$

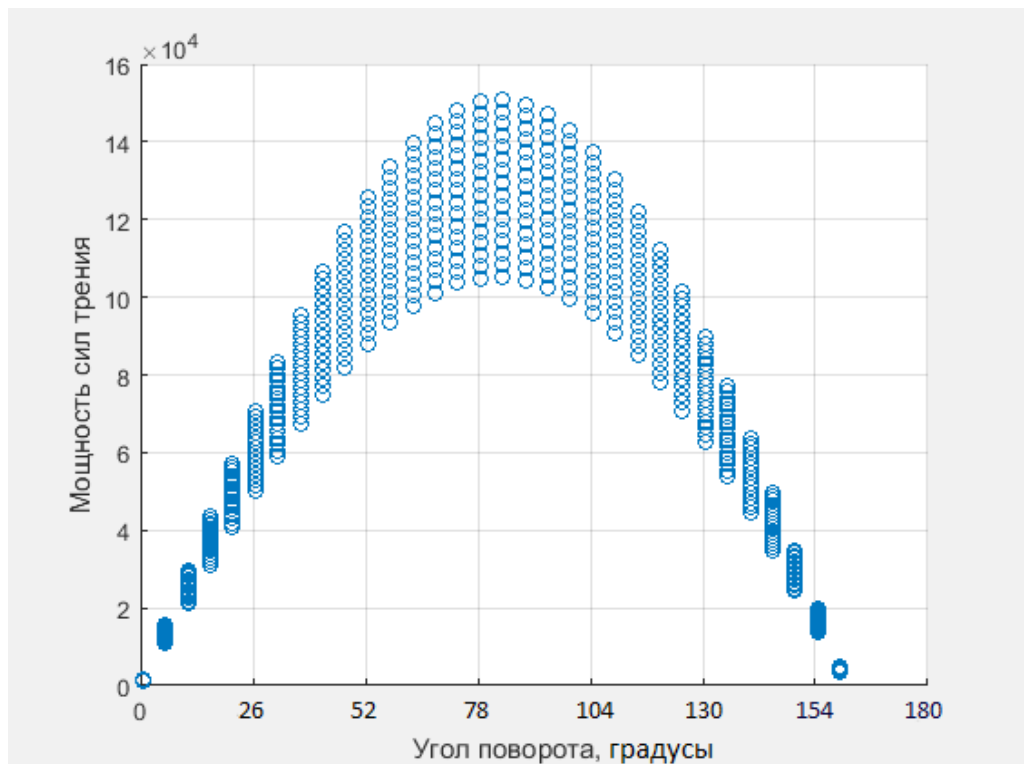


Рис. 24. Мощность сил трения(ось Z) от эксцентриситета (ось Y) и фазы угла поворота сателлита (ось X) при передаточном числе $i=71$ и диаметре цевки $d_c=3$ (в проекции осей X-Z)

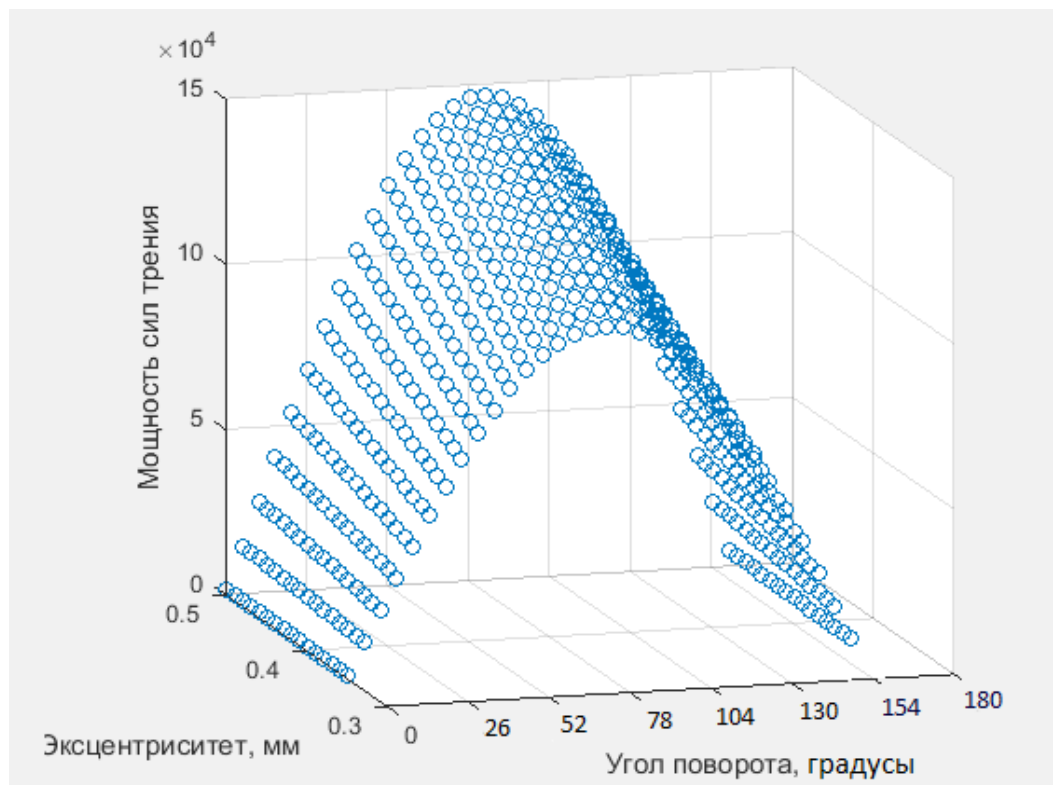


Рис. 25. Мощность сил трения(ось Z) от эксцентриситета (ось Y) и фазы угла поворота сателлита (ось X) при передаточном числе $i=71$ и диаметре цевки $d_c=5$

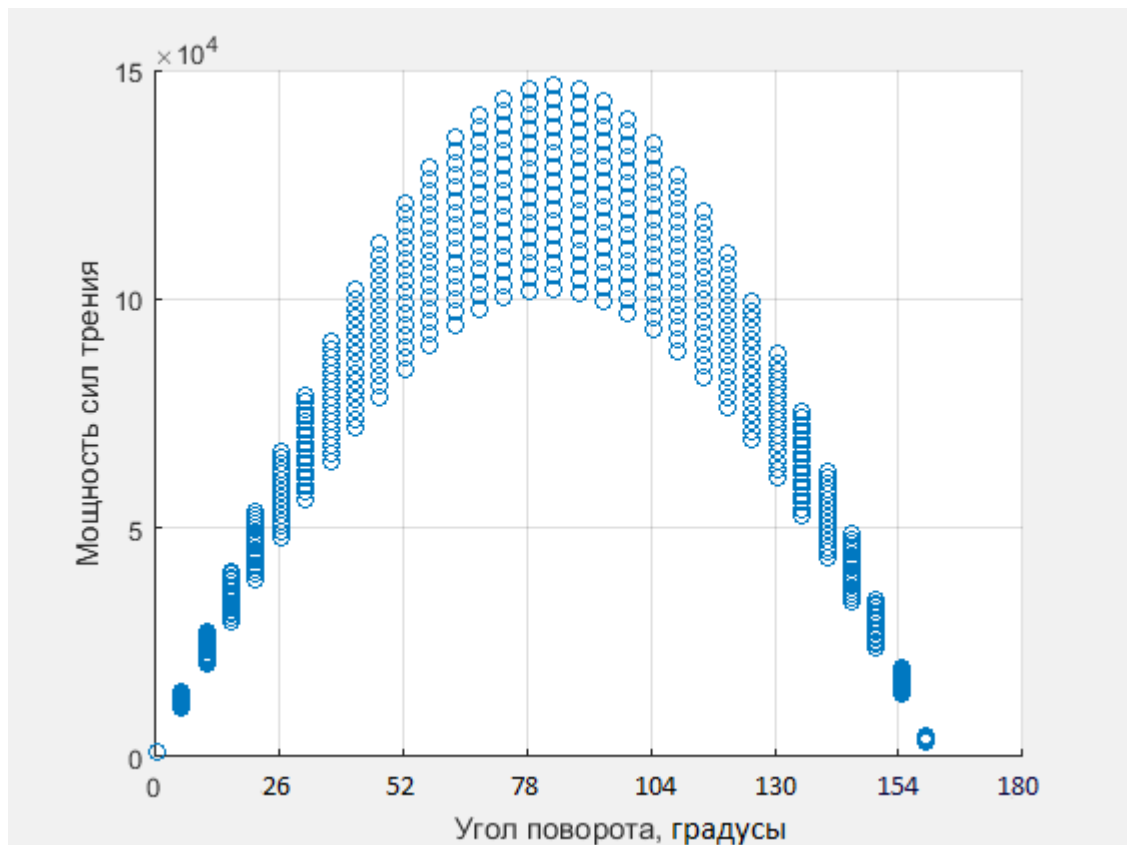


Рис. 26. Мощность сил трения(ось Z) от эксцентриситета (ось Y) и фазы угла поворота сателлита (ось X) при передаточном числе $i=71$ и диаметре цевки $d_c=5$ (в проекции осей X-Z)

Заключение

1. Была создана математическая модель в MatLab, которая отражает необходимые для работы геометрические параметры планетарно-цевочного редуктора и, соответственно, геометрические параметры зацепления. Данная модель способна при заданных исходных параметрах рассчитать силовые параметры трибосопряжения ролик-сателлит
2. Написан алгоритм перебора, который на основании массивов цевок и величин эксцентриситета, рассчитывает мощность и работу сил трения в зацеплении;
3. Исследовано влияние конструктивных параметров редуктора на мощность и работу сил трения в зацеплении, а именно: исследование при ряде передаточных чисел и ряде диаметров цевок;
4. Разработаны рекомендации по выбору конструктивных параметров редуктора с минимальными потерями на трение в зацеплении, а именно: все расчеты показали общую тенденцию к уменьшению работы сил трения при уменьшении эксцентриситета и диаметра цевок. При том, можно однозначно сказать, что эксцентриситет имеет большее влияние на исследуемый показатель, чем диаметр цевки

Стоит отметить, что при увеличении диаметра цевки амплитуда разброса сил трения в зависимости от эксцентриситета уменьшается. При изменении же диаметра цевок при заданном эксцентриситете, амплитуда увеличивается.

Это свидетельствует о том, что при больших диаметрах цевок влияние эксцентриситета становится менее существенным. И, соответственно, при малых величинах эксцентриситета влияние диаметра цевок уменьшается.

Общая рекомендация при проектировании - уменьшение диаметра цевок и эксцентриситета сателлита и цевочного колеса. Для достижения требуемых передаточных чисел, с точки зрения трибосопряжения, рациональнее применение двух- и трехступенчатых планетарно-цевочных редукторов, каждая ступень которого имеет минимальное требуемое передаточное число.

Список использованной литературы

- 1) Геометрия планетарно-цевочных передач, Иванов А.С., Ермолаев М.М., Чиркин А.В., Сеницына Ю.В. - МГТУ им. Н.Э.Баумана, г. Москва, Россия;
- 2) The Effect of a Cycloid Reducer Geometry on its Loading Capacity, Michail Evgenievich Fedosovskii, Sergei Andreevich Aleksanin, Vycheclav Viktorovich Nikolaev, Ivan Mihailovich Yegorov, Vadim Igorevich Dunaev and Roman Vladimirovich Puctozarov - World Applied Sciences Journal 24 (7): 895-899, 2013, ISSN 1818-4952, © IDOSI Publications, 2013, DOI: 10.5829/idosi.wasj.2013.24.07.13352
- 3) Математическое моделирование погрешностей изготовления элементов цевочной передачи планетарного редуктора / И.М. Егоров, С.А. Алексанин, М.Е. Федосовский, Н.П. Кряжев // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики, Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics, 2014, № 6 (94), с.171-176
- 4) Машиностроение и техносфера XXI века // Сборник трудов XII международной научно-технической конференции в г. Севастополе 14-19 сентября 2015 г. - Донецк: МСМ, 2015. Т. 1. С.144-150;
- 5) Фомин, М.В. Планетарно-цевочные передачи [Электронный ресурс] : учеб. пособие / М.В. Фомин .— М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009 .— 64 с. — ISBN 978-5-7038-3309-4 .— Режим доступа: <https://rucont.ru/efd/287259>
- 6) Машиностроение и техносфера XXI века // Сборник трудов

- XXII международной научно-технической конференции в г. Севастополе 14-19 сентября 2015 г. – Донецк: МСМ, 2015. Т. 1. С.151-157
- 7) Чиркин Александр Вадимович Метод расчета нагрузочной способности планетарно-цевочных передач с пластиковыми сателлитами: дисс. Москва : Московский Государственный Технический Университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет), 2019
- 8) Sumitomo, Cyclo 6000 speed reducer. Catalog 03.601.50.007, 2010
- 9) Кудрявцев В.Н. Планетарные передачи – М.-Л.: Машиностроение, 1966. – 307 с.
- 10) Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584 с.
- 11) Егоров И.М. Вклад различных участков профилей зубьев сателлитав несущую способность планетарного цевочного редуктора // Современное машиностроение: Наука и образование : материалы 6-й международной научно-практической конференции / Под ред. А.Н.Евграфова и А.А. Поповича.- СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2017.
- 12) Egorov, I., Morish, L. Digital approach for the solution of gearing problems. Proceedings of DETC2003 ASME 2003 Design Engineering Technical Conferences, Chicago, Illinois, USA, September 2-6, 2003, p.483 DETC2003/PTG-48085.
- 13) Егоров И. М. ,Алексанин С. А. , Федосовский М. Е. , Кряжева Н. П. Математическое моделирование погрешностей изготовления элементов цевочной передачи

планетарного редуктора. // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2014. Выпуск 6 (94). С. 171-176.