Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Псковский государственный университет»

Институт математического моделирования и игропрактики

Кафедра математики и теории игр

Направление подготовки **44.04.01 Педагогическое образование**

профиль «**Математическое образование»**

«ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ»
Заведующий кафедрой
________________ /Соловьева И.О./
«____» _____________ 20 ____ г.

ЗАЩИЩЕНА С ОЦЕНКОЙ

«__________________»

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

Грачёвой Ирины Викторовны

На тему

Повторение и систематизация курса математики как средство подготовки учащихся 9 классов русской школы в Эстонии к государственному экзамену

Руководитель
доцент кафедры математики и теории игр,
кандидат педагогический наук ________________ /Павлова Л.В./

Автор работы ________________ /Грачёва И.В./

Псков

2021

Содержание

Введение………………………………………………………………. 3

Глава 1. Теоретические основы подготовки учащихся 9 класса русской школы в Эстонии к экзамену по математике 8

1.1. Анализ экзаменационных материалов и результатов государственного экзамена по математике …………………………………………….. 8

1.2. Проблемы и особенности обучения математике в Эстонии, влияющие на уровень математической подготовки учащихся 9 классов…… 17

1.3. Повторение и систематизация курса математики в 9 классе, как средство подготовки к экзамену ………………………………………. 25

1.4. Задания дополнительной части экзамена, как показатель уровня математической подготовки выпускников 9 классов ………………….. 31

Глава 2. Методика подготовки учащихся 9 классов к экзамену по математике…………………………………………………………………….. 41

2.1. Факультативный курс «Подготовка к экзамену по математике»….. 42

2.2. Методика работы с задачами дополнительной части государственного экзамена по математике …………………………………………….. 47

2.3. Рабочая тетрадь для повторения и систематизации курса математики в 9 классе……………………………………………………………... 57

2.4. Описание опытно-экспериментальной работы................................. 67

Заключение…………………………………………………………….... 74

Список литературы…………………………………………………….... 75

Приложение 1. «Примеры экзаменационных работ»............................... 80

Приложение 2. «Руководство по оцениванию экзамена по математике за курс основной школы».. 87

Приложение 3. «Рабочая тетрадь «Экзамен по математике. 9 класс»».... 96

Введение

Математическое образование сегодня приобрело исключительную значимость и как элемент современной культуры, так и как средство развития интеллектуальных качеств подрастающего поколения. Это предметное направление образования может стать своеобразным «рычагом», который в добрых и умных руках педагога многое «переворачивает» в юном сознании и формирует личность ученика, позволяя ему лучше ориентироваться в современном нестабильном и быстро меняющемся мире.

Как и прежде, государственная итоговая аттестация по математике является обязательной. Выпускники основной школы сдают экзамен по математике в форме основного государственного экзамена. Для подготовки учащихся к основному государственному экзамену в Эстонии можно использовать: учебники, рабочие тетради, учебные и методические пособия, работы прошлых лет, которые опубликованы на сайте www.innove.ee [3].

Экзамен по математике является обязательным для всех выпускников эстонских школ и по результатам экзаменов в 9 классе учащиеся поступают в гимназии, чтобы продолжить обучение. Это свидетельство и признание того, что математические знания нужны каждому гражданину. Результаты независимой оценки образованности выпускников несут информацию, являющуюся индикатором состояния образовательной системы, успешности реализации образовательных программ, учебно-методического и дидактического обеспечения, степени соответствия подготовки выпускников требованиям образовательных стандартов. Государственный итоговый экзамен по математике в 9 и 12 классах составляет единую систему.

Для экзаменационных работ характерно и структурное единство, которое заключается в проверке достижения базового уровня математической подготовки выпускников. При определении достижения уровня базовой подготовки в 9 и 12 классах сделан акцент на проверке умения использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни.

Цель выпускных экзаменов для основной школы заключается в том, чтобы оценить полученные учеником в основной школе знания и навыки, и таким образом предоставить ученику, его родителям, школе, собственнику школы и государству по возможности объективную и сопоставимую информацию об обучении и его результативности, а также принять решение об окончании учеником основной школы.

Составлением заданий и вопросов экзаменов для основной школы занимается Innove, экзаменационные работы оценивают школьные комиссии по выпускным экзаменам, состав комиссий утверждает министр образования и науки. Государственные экзамены проводятся один раз в год весной, одновременно во всех школах Эстонии [33].

Знания и навыки эстонских учеников в области математики – на первом месте в Европе и на восьмом месте в мире. Учеников, которые показали очень высокие результаты, в Эстонии 15,5 процентов, что на пять процентов больше, чем в среднем по странам ОЭСР. Результаты мальчиков немного лучше, чем результаты, которые показали девочки. Высшее образование планируют получить 70 процентов учеников, наибольшей популярностью пользуются профессии специалиста по информационным технологиям, врача, предпринимателя и архитектора. И везде в основе этих профессий является хорошее знание школьной математики. Однако в русских школах в Эстонии существует ряд проблем (будут раскрыты в работе), которые снижают качество выполнения заданий в экзаменационной работе по математике.

Все вышесказанное говорит об **актуальности** исследования, которая заключается в поиске путей решения проблем при подготовке к государственному экзамену по математике в 9 классе русской школы в Эстонии.

Цель исследования - разработка и внедрение факультативного курса по подготовке учащихся 9 классов русской школы в Эстонии к итоговому государственному экзамену по математике, направленного на повторение и систематизацию знаний по математике.

Задачи исследования:

1. Изучить учебную, научную, методическую литературу по теме исследования.
2. Проанализировать экзаменационные работы за последние годы, выявить сложности, возникающие при выполнении заданий, а также определить проблемы подготовки учащихся 9 классов к итоговому экзамену по математике.
3. Подобрать и разработать методику для устранения выявленных проблем.
4. Разработать программу факультативных занятий для подготовки учащихся к экзамену.
5. Разработать рабочую тетрадь для работы на факультативном курсе.
6. Разработать материалы для организации и проведения исследования.
7. Провести опытно-экспериментальную работу.
8. Описать результаты и сделать выводы.

Объект исследования – процесс подготовки учащихся 9 классов эстонской школы к государственному итоговому экзамену в рамках дополнительных занятий.

Предметом исследования являются задания итогового экзамена по математике в 9 классе, которые вызывают наибольшие трудности у школьников.

Гипотеза исследования заключается в том, что если включить дополнительные занятия (факультативного курса) в программу 9 классов основной школы с применением специально разработанной методики повторения и систематизации знаний, необходимых для решения экзаменационных задач, то это будет способствовать повышению уровня подготовки школьников к итоговому государственному экзамену по математике.

Теоретическая значимость работы заключается в анализе результатов экзамена по математике за последние годы, выявлении проблем и часто встречающихся ошибок при выполнении заданий.

Практическая значимость работы заключается в том, что разработан факультативный курс «Подготовка к экзамену по математике» для 9 классов, создана рабочая тетрадь для повторения и систематизации курса математики, предложена методика работы с задачами повышенного уровня сложности второй части экзамена, а также задачами с практическим содержанием, создан банк таких задач для работы на занятиях.

Результаты работы над исследованием представлены на конференциях:

1. Молодёжная научно-практическая конференция ПсковГУ по итогам научно-исследовательской работы в 2018/2019 учебном году, доклад на тему «Проблемы и особенности подготовки учащихся 9 классов к итоговому экзамену по математике в эстонской школе» и в 2019/2020 учебном году, доклад на тему «Методика подготовки учащихся 9 классов к итоговому экзамену по математике в эстонской школе».
2. Всероссийская научно-методическая конференция «Современные проблемы обучения математике в школе и вузе», 11-12 декабря 2020 года, ПсковГУ, доклад на тему «Задачи с практическим содержанием как средство подготовки учащихся 9 класса к экзамену по математике в эстонской школе».

По результатам работы над исследованием написаны и изданы работы:

1. Грачева И.В. Проблемы и особенности подготовки учащихся 9 классов к итоговому экзамену по математике в эстонской школе. Молодёжь — науке. 2019. Материалы молодёжных научно-практических конференций Псковского государственного университета по итогам научно-исследовательской работы в 2018/2019 учебном году. Т. VIII. — Псков: Псковский государственный университет, 2019. — 120 с.
2. Грачева И.В. Методика подготовки учащихся 9 классов к итоговому экзамену по математике в эстонской школе. Молодёжь — науке. 2020.

Материалы молодёжных научнопрактических конференций Псковского государственного университета по итогам научно-исследовательской работы в 2019/2020 учебном году. Т. III. — Псков: Псковский государственный университет, 2020. — 148 с.

3. Павлова Л.В., Грачева И.В. Проблемы подготовки учащихся 9 классов к итоговому экзамену по математике в эстонской школе. / Проблемы теории и практики обучения математике: сборник научных работ, представленных на Международную научную конференцию «73 Герценовские чтения» / под ред. В.В. Орлова. – СПб.: Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 2020. – 176 с. С. 13-18.
4. Павлова Л.В., Грачева И.В. Факультативный курс «Задачи с практическим содержанием» для учащихся 9 класса как средство подготовки к экзамену в эстонской школе. / Вестник Псковского государственного университета. Серия «Естественные и физико-математические науки». Выпуск 16. – Псков: Псковский государственный университет, 2020. – 184 с. С. 110-117.

Работа включает введение, 2 главы, 8 параграфов, заключение, список литературы и 3 приложения. В **первой главе** представлен теоретический материал, где рассмотрены основные понятия по теме исследования, проведен анализ экзаменационных работ и ошибок, которые чаще всего встречаются при решении заданий, выявлены проблемы подготовки к экзамену по математике в 9 классе русской школы в Эстонии, выделены наиболее трудные задания экзамена и предложен путь подготовки к экзамену через повторение и систематизацию знаний. **Вторая глава** методическая, в ней описывается методика работы с выделенными заданиями, представлен факультативный курс по подготовке учеников к экзамену и рабочая тетрадь для повторения и систематизации знаний, также представлены результаты опытно-экспериментальной работы. Список литературы содержит 41 источник.

В приложениях представлены пример экзаменационной работы, руководство по оцениванию экзаменационных работ и рабочая тетрадь.

Глава 1. Теоретические основы подготовки учащихся 9 класса русской школы в Эстонии к экзамену по математике

По окончании 9 класса в школах Эстонии учащиеся сдают итоговые государственные экзамены, результаты которых влияют на дальнейший путь получения образования – поступление в гимназию. Поэтому школьники нацелены на качественную подготовку к экзаменам, в том числе и по математике, который является обязательным.

1.1. Анализ экзаменационных материалов и результатов государственного экзамена по математике

Экзаменационная работа по математике в 9 классе русской школы в Эстонии делиться на две части:

Обязательная часть, которая состоит из 5 заданий базового уровня сложности, то есть соответствуют минимальному уровню освоения образовательного стандарта основной школы, без которого невозможно успешное освоение программы средней школы по модулям «Алгебра» и «Геометрия». Максимальное количество баллов, которое может получить экзаменуемый за выполнение всех заданий - 40.

Дополнительная часть, состоит из 2 заданий на выбор. Экзаменуемый выбирает одно задание по алгебре или по геометрии, указывая номер задания. Максимальное количество баллов - 10.

Экзаменационная работа содержит всего 7 заданий, из которых учащийся должен решить 6. Максимальное число баллов, которое можно получить – 50. Пример работы представлен в Приложении 1.

В таблице 1 кратко представлено описание задания экзамена по математике за 2014–2018 года и прописаны знания, которые необходимо применить при решении по каждому заданию. В 2019 году экзамен в 9 классе был отменен, в связи с карантином по Covid-19.

Таблица 1

	Номера заданий						
	Обязательные для выполнения					**На выбор одно из заданий**	
Год	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
2018	Упростить выражение, используя формулы сокращённого умножения	Решение уравнений: применение формул сокращённого умножения, формулы для решения квадратного уравнения	Задача: проценты.	Работа на координатной плоскости, график параболы, нахождение дискриминанта	Задача: применение т. Пифагора, нахождение площади и периметра фигуры	Нахождение площади и объёма фигуры, применение т. Пифагора	Нахождение площади и периметра фигуры, округление чисел
2017	Упростить выражение, используя формулы сокращённого умножения	Задача: проценты	Решение уравнения: формулы сокращённого умножения, нахождение дискриминанта и обратного значения числа	Задача: т. Пифагора, нахождение площади фигуры	Теория вероятностей	Решение квадратного уравнения и нахождение площади фигуры	Нахождение площади и объёма фигуры
2016	Упростить выражение, используя формулы сокращённого умножения	Работа на координатной плоскости, график параболы, нахождение дискриминанта	Задача: т. Пифагора, нахождение площади фигуры	Задача: составление системы уравнений с двумя неизвестными	Задача: проценты и округление чисел	Нахождение площади и объёма фигуры, проценты, округление чисел	Задача: система уравнений и координатная плоскость с графиком линейной функции

2015	Упростить выражение, используя формулы сокращённого умножения	Реши уравнения: используем формулы сокращённого умножения и выполнить проверку корней квадратного уравнения	Задача: уравнение и логические операции	Задача: т. Пифагора, нахождение площади фигуры	Задача: проценты и округление чисел	Работа на координатной плоскости, график параболы, работа с линейным уравнением и графиком линейной функции	Задача: т. Пифагора, нахождение площади и объёма фигуры, округление чисел
2014	Упростить выражение, используя формулы сокращённого умножения	Работа на координатной плоскости, график параболы, работа с линейным уравнением	Задача: т. Пифагора, нахождение площади фигуры	Задача: система уравнений и координатная плоскость с графиком линейной функции	Задача: проценты и округление чисел	Задача: уравнение и логические операции	Нахождение площади и объёма фигуры, соотношения и логические операции

Из таблицы 1 видно, что за последние годы типы заданий практически не изменяются. При этом, если познакомиться с самими заданиями в Приложении 1 и 2, можно увидеть, что в 1 части задания не сложные, но есть задания с практическим применением, где условие сформулировано как некая практическая (сюжетная) ситуация и ее нужно решить средствами математики. Также, анализируя задания второй части (это будет сделано в п. 1.4.), можно сделать вывод, что они относятся к повышенному уровню сложности.

В ходе проведения исследования был сделан официальный запрос в Haridus- ja Noorteamet (Молодёжно- Образовательный Департамент Эстонии сайт: www.innove.ee [3]) о предоставлении статистических данных за 2018-2014 года о результатах экзамена по математике в 9 классах. Рассмотрим и проанализируем предоставленные данные для выявления наиболее трудных заданий экзамена, а также заданий, которые учащиеся не выбирают для решения. В таблице 2 и диаграмме 1 представлены результаты в процентах и средний балл за экзамен в 2018 году.

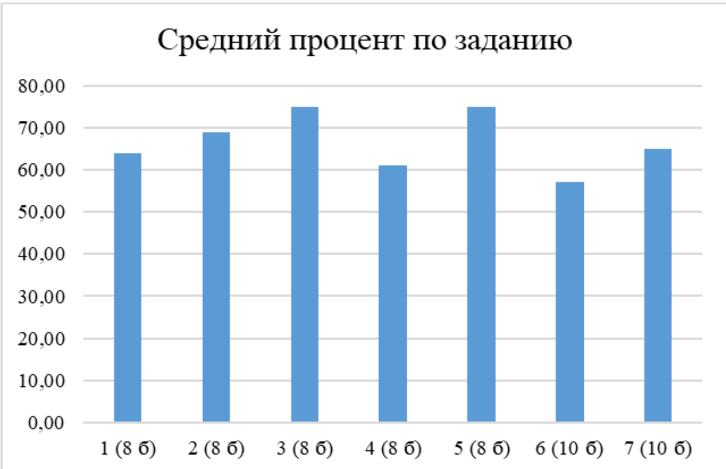
Таблица 2

Результаты экзамена по математике в 2018 г.

№ задания	Девочки в %	Мальчики в %	Эстонская школа в %	Русская школа в %	Средний балл по заданию	Средний результат по заданию в %
1 (8 б)	70	58	64	61	5,10	64,00
2 (8 б)	75	64	71	63	5,50	69,00
3 (8 б)	75	74	77	75	6,00	75,00
4 (8 б)	67	55	63	61	5,90	61,00
5 (8 б)	77	72	79	75	6,00	75,00
6 (10 б)	60	54	66	57	**5,70**	57,00
7 (10 б)	66	64	69	65	6,50	65,00

Диаграмма 1

Результаты выполнения заданий по математике в 2018 г.



Итак, видно, что самые низкие баллы получены за задание номер 6. В данном задании необходимо было найти объём пирамиды в метрах кубических, перевести в литры и округлить до десятых. Так же необходимо было вычислить - на сколько лет хватит этой воды жителям небольшого городка. При этом экзаменуемому необходимо было работать с информацией, представленной в разных формах и применить знания по геометрии для ответа на вопросы, уметь работать с единицами измерения объема, производить правильные вычисления, а также правильно понимать условие задачи.

Рассмотрим данные за 2017 год, представленные в таблице 3 и на диаграмме 2.

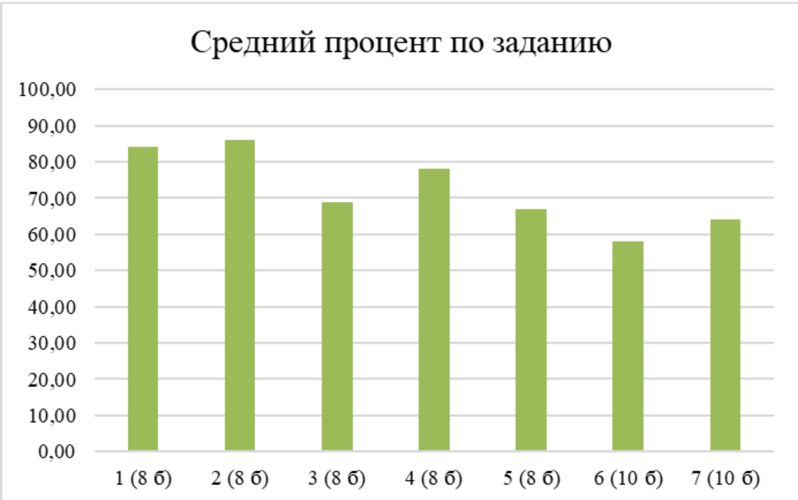
Таблица 3

Результаты экзамена по математике в 2017 г.

№ задания	Девочки в %	Мальчики в %	Эстонская школа в %	Русская школа в %	Средний балл по заданию	Средний результат по заданию в %
1 (8 б)	84	81	85	78	6,70	84,00
2 (8 б)	86	85	87	74	6,90	86,00
3 (8 б)	69	65	70	66	5,50	69,00
4 (8 б)	78	76	81	58	6,20	78,00
5 (8 б)	67	68	68	62	5,80	67,00
6 (10 б)	58	53	61	44	**5,40**	58,00
7 (10 б)	64	64	66	42	6,40	64,00

Диаграмма 2

Результаты выполнения заданий по математике в 2017 г.



Если посмотреть на данные за 2017 год, то самые низкие баллы получены за задание 6. В этом задании необходимо было решить квадратное уравнение и найти площадь фигуры, но сложность оказалась в том, что фигура была дана на координатной плоскости. В результате учащиеся не сориентировались, что нужно считать в единицах квадратных, а не сантиметрах, миллиметрах и т.д.

Результат экзамена по математике в 2016 году представлен в таблице 4 и на диаграмме 3.

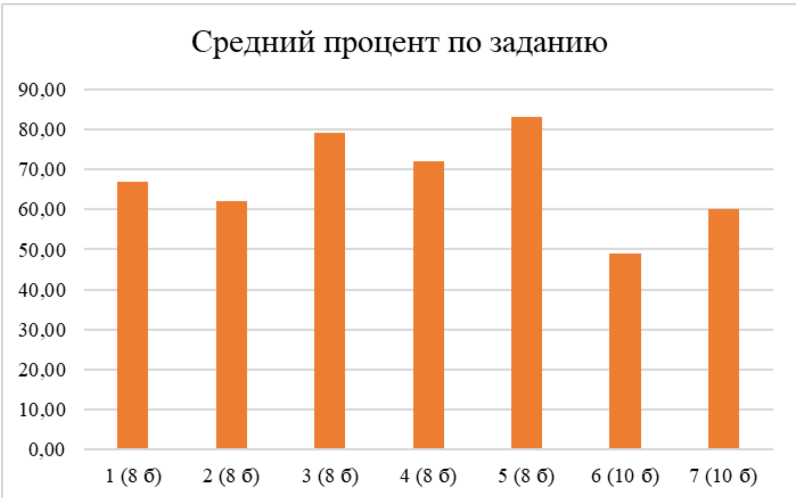
Таблица 4

Результаты экзамена по математике в 2016 г.

№ задания	Девочки в %	Мальчики в %	Эстонская школа в %	Русская школа в %	Средний балл по заданию	Средний результат по заданию в %
1 (8 б)	73	62	65	77	5,40	67,00
2 (8 б)	67	58	62	64	5,00	62,00
3 (8 б)	79	78	78	82	6,30	79,00
4 (8 б)	76	67	73	67	5,70	72,00
5 (8 б)	83	82	84	79	6,60	83,00
6 (10 б)	51	47	53	29	**4,90**	49,00
7 (10 б)	64	56	61	59	6,00	60,00

Диаграмма 3

Результаты выполнения заданий по математике в 2016 г.



И в этом году самые низкие баллы получены за задание номер 6. Данное задание является практической задачей, в которой описана ситуация из жизни человека. Для решения необходимо было сделать рисунок осевого сечения цилиндра (представленного в задаче как бочка) и отметить на рисунке все данные, указанные в тексте; затем вычислить внешнюю боковую поверхность бочки и сколько литров воды вмещает бочка, если её заполнить на 80%. Задача усложняется тем, что нужно узнать геометрическое тело, составить математическую модель, правильно сделать рисунок и ответить на несколько вопросов, а также поработать с процентами.

Результаты экзамена за 2015 год представлены в таблице 5 и на диаграмме 4.

Таблица 5

Результаты экзамена по математике в 2015 г.

№ задания	Девочки в %	Мальчики в %	Эстонская школа в %	Русская школа в %	Средний балл по заданию	Средний результат по заданию в %
1 (8 б)	83	76	81	78	6,36	79,50
2 (8 б)	62	52	58	56	4,55	56,80
3 (8 б)	63	57	60	60	4,80	60,00
4 (8 б)	70	66	71	61	4,08	68,10
5 (8 б)	59	59	63	51	4,74	59,20
6 (10 б)	38	31	38	28	**3,42**	34,20
7 (10 б)	53	48	53	45	5,06	50,60

Диаграмма 4

Результаты выполнения заданий по математике в 2015 г.

И в 2015 году самые низкие баллы получены за задания 6 и 7 второй части. В задании 6 необходимо было вычислить значение коэффициента *a* квадратичной функции и значение свободного члена *c* данной функции, записать аналитическое выражение, задающее данную функцию и построить ее график. Задание 7 является практической задачей, для ответа на вопросы которой необходимо вычислить объём коробки, объём свечи и рассчитать, поместиться ли свеча в коробку.

Результат за 2014 год представлен в таблице 6 и на диаграмме 5.

Таблица 6

Результаты экзамена по математике в 2015 г.

№ задания	Девочки в %	Мальчики в %	Эстонская школа в %	Русская школа в %	Средний балл по заданию	Средний результат по заданию в %
1 (8 б)	69	60	62	75	5,18	64,70
2 (8 б)	73	67	67	80	5,58	69,70
3 (8 б)	56	53	54	54	4,36	54,50
4 (8 б)	51	49	49	52	3,97	49,60
5 (8 б)	72	74	74	68	5,86	73,20
6 (10 б)	33	36	36	28	**3,42**	34,20
7 (10 б)	17	15	17	11	**1,60**	16,00

Диаграмма 5

Результаты выполнения заданий по математике в 2015 г.

Очень низкие баллы были получены учащимися за задания 7 и 6. Настолько низкого бала как за задание 7 не было никогда. Оба задания являются практическими. В задании 6 необходимо было рассчитать карманные деньги трёх друзей и вычислить, какого числа они могут все вмести пойти в аквапарк или это невозможно. В задании 7 мама выбрала две упаковки для подарков и по имеющим данным необходимо было вычислить объём коробок и найти каковы будут наименьшие возможные затраты подарочной бумаги, чтобы обклеить все грани одной из коробок.

Проанализировав представленные результаты экзаменационных материалов за 5 лет видно, что задания 6 и 7 являются самыми сложными для решения учащимися, но без этих заданий оценку «5» за экзамен не получить, но и оценку «4» можно получить только решив первые 5 заданий правильно, без замечаний. Однако и задания первой части часто вызывают затруднения у учащихся, поэтому тем, кто рассчитывает на высокие баллы и планирует дальнейшее обучение, нужно решать и задание второй части экзамена. Следовательно, учитывая, что задания по выбору 6 и 7 вызывают наибольшие затруднения у школьников, необходимо создать условия для подготовки школьников к успешному их выполнению. Необходимо разработать методику работы по формированию навыков решения задач с практическим содержанием, а также проводить дополнительные занятия по подготовке к экзамену, например, в рамках факультативного курса.

Для этого необходимо выяснить проблемы, которые возникают при обучении математике в русских школах в Эстонии и найти возможные пути преодоления части этих трудностей.

1.2. Проблемы и особенности обучения математике в Эстонии, влияющие на уровень математической подготовки учащихся 9 классов

Проведенные в ходе исследования анкетирования и беседы с учителями математики школ Таллина, анализ статей по теме обучения математике и подготовке к экзамену [16; 36], а также опыт преподавания математики в Таллиннской Линнамяевской Русской Гимназии позволяет выделить ряд проблем и особенностей, которые негативно влияют на уровень математической подготовки учащихся и приводят к тому, что выпускники 9 классов не справляются с заданиями итогового экзамена:

1. Уменьшение количества часов на изучение предмета.

На преподавание учебного предмета «Математика» в 9-ом классе отводится 175 часов из расчета 5 часов в неделю и в эти часы включены и «Алгебра», и «Геометрия». А еще 10–15 лет назад уроки математики были разделены на два разных предмета: «Алгебра» и «Геометрия» и на них отводилось в 9-ом классе по 140 часов, т.е. 280 часов в год. Итогом этого объединения стало уменьшение времени на изучение материала более чем на 35%, но его количество при этом не сократилось. Однако теперь страдает качество преподавания, т.к. большой объем материала невозможно основательно изучить на уроках математики и много приходится задавать изучать самостоятельно, нет возможности на высоком уровне сформировать навыки решения заданий.

Если раньше необходимо сформировать 70% знаний и умений в классе на уроке и 30% - учащиеся должны изучать самостоятельно, то теперь всё на оборот: 40% - на уроке и 60% - самостоятельно. Но не каждый ученик может самостоятельно разобраться в предмете и усвоить все необходимые знания, сформировать умения и навыки.

2. Недостаточный выбор учебных пособий по математике для русских школ.

Одним из условий успешного обучения математике (да и любого школьного предмета) является правильный выбор учебника. При этом следует руководствоваться приказами министерства образования. В Эстонии есть только два варианта учебников, которые рекомендуются для применения:

1) Тийу Кальяс, Энн Нурк, Мадис Лепик, Аксель Тельгмаа, Аугуст Ундуск, Математика 9 класс, издательство «Коолибри» (учебники и рабочие тетради) [15];
2) Марина Метс, Елена Друзик, Елена Пяткова, Математика 9 класс, издательство «Авита» (учебники и рабочие тетради) [26].

Но проблема не только в недостаточном выборе учебников, но и в их содержании, которое не соответствует требованиям, предъявляемым к результатам обучения: теория изложена в недостаточном количестве (учащимся сложно самостоятельно изучить), задачный материал не всегда имеет качественную формулировку, связанную с переводом. Дело в том, что в Эстонии государственный язык – эстонский, поэтому учебники сначала пишут на эстонском языке, далее они проходят аккредитацию, а только после этого переводятся на русский язык (для русских школ).

3. Недостаточная подготовка учащихся к выполнению второй части государственного экзамена.

Итоговая государственная аттестация в форме экзамена по математике является обязательной. Рекомендуется в рамках текущего и итогового контроля внутри образовательного учреждения проводить самостоятельные работы, контрольные работы (полугодовые и итоговые) и диагностические работы с использованием экзаменационных работ прошлых лет.

При проверке достижения уровня базовой подготовки в 9 классах сделан акцент на умения использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни.

Экзаменационная работа делиться на две части: обязательная (5 заданий) и дополнительная (2 задания).

Задания первой части работы проверяет не только владение базовыми алгоритмами, но и знание и понимание важнейших элементов содержания обучения (понятий, их свойств, их взаимосвязи и пр.), умение пользоваться различными математическими моделями, умение применять знания в простейших практических ситуациях.

Задание второй части более высокого уровня сложности, они рассчитаны на учащихся, изучавших математику более основательно, чем в рамках пятичасового недельного курса. Выполнение этих заданий требует уверенного владения широким набором приемов и способов рассуждений. Кроме того, учащиеся должны продемонстрировать умение математически грамотно записать решение, приводя при этом необходимые пояснения.

Анализируя условия заданий экзамена за последние несколько лет, можно говорить, что при подготовке учащихся не обходимо обратить внимание на следующее:

1) формировать у учащихся навыки самоконтроля;
2) формировать умение проверять полученный ответ;
3) систематически отрабатывать вычислительные навыки;
4) учить переходить от словесной формулировки соотношений между величинами к алгебраической;
5) учить проводить доказательные рассуждения при решении задач;
6) учить правильно и последовательно записывать математические рассуждения и доказательства;
7) обращать внимание на точность и полноту приводимых обоснований и доказательств;

8) развивать у учащихся навыки грамотной устной и письменной математической речи;
9) формировать у учащихся навыки временного контроля (чтобы они успели выполнить все задания экзамена в отведенное время).

4. Низкий уровень знаний (не только математических, но и универсальных), заложенных в начальной школе.

Одной из проблем оформления ответов к заданиям является не грамотная запись, это в большой мере связано с неумением учащихся математически грамотно записать решение, привести необходимые пояснения и обоснования, не аккуратно записывают решение. Такое неумение (или нежелание) приводит, в соответствии с критериями, к снижению баллов, а иногда, и к обнулению результата. Эти умения должны быть сформированы еще в начальной школе.

Также многие учащиеся делают ошибки в вычислениях, что говорит, что этот навык у них сформирован слабо; ошибки при переводе единиц измерения; при решении уравнений и задач не делают проверку и др.

5. Отсутствие психологической подготовки школьников к экзамену.

В экзаменационную пору всегда присутствует психологическое напряжение. Стресс при этом - абсолютно нормальная реакция организма. Легкие эмоциональные всплески полезны, они положительно сказываются на работоспособности и усиливают умственную деятельность. Но излишнее эмоциональное напряжение зачастую оказывает обратное действие. Причиной этого является, в первую очередь, личное отношение к событию. Поэтому важно адекватно относиться к данной ситуации, не запугивать учащихся, а поддерживать.

Родители отмечают, что учащиеся переживают, начинают много времени проводить за учебниками и готовиться к экзамену самостоятельно, что приводит к усталости накануне экзамена.

6. Недостаточная подготовка учителей к проведению экзамена.

Для более успешной подготовки учащихся к экзамену необходимо ознакомить всех учителей с ходом и результатами последних экзаменов, предусмотреть в планах работы распространение накопленного опыта (более опытных учителей) по подготовке учащихся, а также администрациям школ необходимо обеспечить прохождение всеми учителями соответствующей подготовки.

Так же нужно напомнить учителям-предметникам, что время и технологии не стоят на месте и в организации работы по подготовке к государственному экзамену нужно двигаться вперёд. Многие учителя не используют современные образовательные технологии и ресурсы, не организовывают самостоятельную деятельность с использованием ресурсов Интернета. У нас есть возможность и нужно их применять на практике, например:

- широко использовать современные образовательные технологии и ресурсы на уроках математики;
- обеспечить прочное усвоение всеми учащимися минимума содержания материала на базовом уровне;
- включать на каждом уроке задания из первой части экзаменационных работ для слабо подготовленных детей и отрабатывать их;
- ставить учащимся разного уровня подготовки посильные учебные задачи и добиваться их выполнения с помощью различных средств (наглядные пособия, раздаточные материалы, различные современные технологии);
- организовать тесное взаимодействие и сотрудничество с родителями учеников по вопросам подготовки к экзаменам;
- использовать в работе методические рекомендации.

7. Недостаточность наглядной информации по проведению экзамена.

Мы хорошо запоминаем то, что часто видим. Поэтому наглядная информация может помочь организовать учащихся, настроить их на подготовку, снять излишнее волнение (они будут постепенно готовиться к экзамену), показать, что экзамен – это не испытание, а естественное завершение обучения в 9 классе.

В кабинете математики необходимы информационные стенды, связанные с государственным экзаменом: общая информация; демонстрационный вариант; инструкция по выполнению работы; инструкция по заполнению бланков; методические и психолого-педагогические особенности подготовки к сдаче экзамена по математике; расписание экзаменов; график консультативных занятий; список вспомогательной литературы; адреса интернет сайтов.

9. *Дополнительная подготовка школьников к экзамену.*

Зачастую учителя, репетиторы, а иногда и родители, помогающие своим детям подготовиться к выпускному экзамену, пытаются решить, как можно больше заданий предыдущих лет. Такой путь неперспективен, так как: работы не повторяются; у учеников не формируется устойчивый общий способ деятельности с заданиями соответствующих видов; появляется чувство растерянности и полной безнадежности (заданий много и все они такие разные), а задачи с практическим содержанием очень разнообразны и предсказать какая ситуация будет предложена на экзамене невозможно.

Естественно, запомнить решения всех заданий невозможно. Поэтому намного разумнее учить общим универсальным приемам и подходам к решению. Следует учить школьника «технике сдачи теста». Эта техника включает в себя следующие моменты:

- Пробежать глазами экзаменационную работу, чтобы увидеть, какого типа задания в ней содержатся, это поможет настроиться на работу и распределить время.
- Внимательно прочитать каждое задание до конца и понять его смысл.
- Обучение постоянному жёсткому контролю времени. На консультациях, пробных работах и годовой работе необходимо постоянно обращать внимание учащихся на то, сколько времени необходимо тратить на то или иное задание. Таким образом, ученик не потеряется во времени на

экзамене, и будет понимать - когда отведенное время истечёт. Выдержать этот график может только тот, кто приучен заниматься математикой с полной отдачей. Отсутствие привычки «напрягаться» в математике несколько часов подряд – одна из причин низкого качеств выполнения работы.

- Обучение оценке объективной и субъективной трудности заданий. Ученики обычно сами знают, какие задания для них являются наиболее сложными. Таких «слабых» мест следует избегать при выполнении работы. Сначала нужно выполнять задания, в которых школьник ориентируется хорошо. Задача учителя состоит в том, чтобы школьник самостоятельно сумел набрать максимально возможное для него количество баллов, поэтому изречение «лучше меньше, да лучше» здесь оказывается вполне справедливым.
- Необходимо после решения задания приучать учеников внимательно перечитывать условие и вопрос. Поскольку в учебниках дополнительных действий с ответами (например, найти сумму корней, а не сами корни) практически не встречается, многие школьники не обращают на них внимания, записывая при верно решённом задании неправильный ответ.
- Обучение приёму «спирального движения» по тесту. Ученик, просматривая тест от начала до конца, отмечает для себя задания, которые кажутся ему простыми и понятными и выполняются сходу, без особых раздумий. Именно их ученик выполняет первыми. Затем необходимо перейти к заданиям более сложным и попробовать выполнить задания, которые не «поддались» сразу. Если ученик не может и после этого выполнить какое-то задание 1 части, то следует перейти ко 2 части работы, а затем вновь вернуться к 1 части работы. Так необходимо делать несколько раз «по спирали» и делать то, что «созрело» к данному моменту [8].

10. Влияние и отношение семьи к подготовке школьника к экзамену.

Со стороны родителей в отношении к детям можно наблюдать 4 ситуации:

1) отсутствие заинтересованности в успехах своих детей, отказ в оказании помощи при подготовке к экзамену;
2) чересчур сильная опека и давление со стороны родителей, навязывание помощи в подготовке к экзамену;
3) взаимопонимание и адекватная поддержка оказание помощи в подготовке к экзамену, если ребенок об этом просит.
4) доверие со стороны родителей ребенку и вера в его способности.

Родители должны повышать уверенность детей в себе, так как чем больше ребенок боится неудачи, тем более сильная вероятность допущения ошибок; внушать выпускнику мысль, что количество баллов не является совершенным измерением его возможностей. Родители не должны тревожиться о количестве баллов, которые выпускник получит на экзамене, и не критиковать его после экзамена. Учитывать его тревожное состояние и стараться внушить уверенность в успехе. Ведь ему сдавать не только математику [27].

11. Особенности построения методической подготовки к государственному экзамену по математике.

Методики построения подготовки к экзамену нет, и каждый учитель делает это на свое усмотрение.

На наш взгляд, разумнее выстраивать подготовку к экзамену следующим образом: соблюдать правило – переходить от простых типовых заданий к сложным заданий второй части работы; начинать подготовку со 2 полугодия; все тренировочные тесты следует проводить с жестким ограничением времени; учить использовать знания и умения, применяя различные «хитрости» для получения ответа наиболее простым и понятным способом.

12. Желание учащегося 9 класса поступить в гимназию.

С каждым годом в Эстонии всё меньше школ имеющих статус «гимназии». Что бы иметь этот статус, нужно выполнять каждый год ряд требований, а они с каждым годом ужесточаются. На основании этого и ужесточаются правила поступления в гимназию: учитывают не только средний бал в аттестате, средний бал за экзамены, характеристику, выданную школой, но нужно пройти еще 2 теста – по математике и государственному языку. И зачастую тесты составлены в более сложной форме, чем государственный экзамен. Это приводит к тому, что учащиеся готовятся не только к итоговому экзамену в 9 классе, но и к вступительным экзаменам в гимназию. И рассматривают эти экзамены как различные подготовки, а правильнее было бы готовиться не к экзаменам, а формировать универсальные учебные действия и математический аппарат, которые позволят справиться с любыми заданиями [40].

1.3. Повторение и систематизация курса математики в 9 классе, как средство подготовки к экзамену

Одно из важнейших мест в подготовке девятиклассников к сдаче экзамена занимает повторение пройденного материала. При этом учителю необходимо самому решить - как организовать повторение и где взять на это время, учитывая, что помимо различных образовательных потребностей учащихся, ещё есть и требования школьной программы, необходимость выполнения которых никто не отменял. Не секрет, что во многих школах ставят во главу такую задачу - как успешная сдача выпускниками государственного экзамена. В связи с чем, ряд тем из школьной программы, задания по которым отсутствуют на экзамене, преподаются поверхностно и если их не повторить, то на экзамене учащегося может ожидать неприятный сюрприз.

Повторение — это комплекс приёмов и форм учебной работы, направленных на совершенствование приобретённых знаний и развитие ученика.

Повторение — это важная часть процесса обучения. Роль методов повторения на уроках при подготовке к экзамену по математике велика, так как повторение обеспечивает прочность усвоения знаний. Выделяют несколько видов повторения:

- повторение в начале учебного года;
- текущее повторение;
- тематическое повторение;
- повторение в конце учебного года;
- повторение для подготовки к контрольной работе, экзамену и т.д.

В зависимости от вида повторения, может быть выбраны и разные методы повторения учебного материала:

- устное повторение;
- решение письменных заданий;
- выполнение самостоятельных работ;
- выполнение домашних работ;
- рассказ учителя или ответ ученика.

«Преподавать математику, не повторяя повседневно на каждом уроке ранее пройденный материал, это значит — передать, пересказать учащимся определенную сумму различных законов, теорем, формул и т. п., совершенно не заботясь о том, насколько прочно и сознательно освоили этот материал ученики; это значит не обеспечить детям глубоких и прочных знаний. Ранее пройденный материал должен служить фундаментом, на который опирается изучение нового материала, который в свою очередь, должен обогащать и расширять ранее изученные понятия» [9].

План повторения и выбор тем для повторения учитель должен составлять в каждом отдельном случае сам, с учетом анализа того, как усвоен учащимся материал пройденных разделов.

Исходя из опыта преподавания в девятых классах, можно сделать вывод, что нужно при отборе учебного материала обратить внимание на следующее:

- не следует повторять все ранее пройденное, нужно выбрать для повторения наиболее важные темы;
- брать для повторения такие темы, которые по трудности своей недостаточно усваиваются;
- необходимо выделять для повторения только то, что нужно обобщить, углубить и систематизировать;
- правильно дозировать и распределять материал повторения во времени;
- органически связывать и продумывать сочетание отдельных видов повторения;
- не следует повторять все в одинаковой степени, при отборе материала для повторения необходимо учитывать степень его значимости при решении заданий экзамена.

Повторение строится не только на работе памяти, но и на активной работе мышления. Повторение пройденного материала нужно для того, что бы сохранять прочные знания учащихся, углублять их и расширять; что бы знания становились более мобильными и действенными; у учеников фиксировались связи нового с уже пройденным материалом. Итогом этого должно быть **обобщение** знаний и умений.

Наиболее успешной формой организации повторения следует признать выполнение заданий. Таким образом, учащиеся повторяют пройденный теоретический материал, отрабатывают умения на практике, учатся рассуждать и устанавливать связь между разными темами и понятиями. При постоянном повторении в неурочное время, когда за ошибки и не правильные решения не ставят неудовлетворительные оценки, а повторно объясняют и заново разбирают не усвоенное, у ученика поднимается самооценка, он не бояться ошибаться и воспринимает материал более осознанно и эффективно.

В современных условиях обучения объем необходимых для ученика знаний быстро возрастает и усложняется. Потоки информации пронизывают все сферы жизнедеятельности человека. С каждым годом обучения школьники получают все больший объем знаний, который нужно осмыслить, переработать, научиться применять на практике.

Возникает вопрос: Как ученикам лучше структурировать полученные в стенах школы знания? Ответ на него прост: необходима постоянная систематизация и обобщение знаний учащихся. Систематизация позволит: обобщить, углубить и укрепить знания школьников, будет способствовать развитию умения мыслить, рассуждать и самим находить необходимую информацию разными способами.

Систематизация знаний учащихся является составной частью процесса обучения. По определению **систематизация** — это соотношение достигнутых результатов с запланированными целями обучения. Правильно поставленная систематизация учебной деятельности учащихся позволит преподавателю оценивать получаемые ими знания, умения, навыки, вовремя оказать необходимую помощь и добиваться поставленных целей обучения.

Существует несколько форм **систематизации:** устная форма; форма письменных проверочных работ; форма практических работ; форма внеклассных мероприятий; форма факультативных / элективных занятий; экзамен.

Рассмотрим форму факультативных занятий. В неё входит: решение задач по математике (углублённый курс); решение олимпиадных задач; решение задач для подготовки к государственному экзамену [17].

В исследовании речь идет о подготовке к итоговому экзамену по математике в 9 классе и учитывая, что времени на уроке математики недостаточно для повторения и систематизации материала, а нами обосновано, что без них невозможна качественная подготовка с высокими результатами на экзамене, была выбрана форма дополнительных занятий.

Дополнительные занятия могут быть как факультативными, так и элективными.

Факультатив – не повторение пройденного материала. Основная цель этих занятий – *углубленное* изучение предмета, а также знакомство с возможностями его применения в различных отраслях (прикладные науки). Знания, получаемые учениками в ходе факультативных занятий, выходят за рамки обязательной учебной программы, хотя нередко программа факультативных занятий синхронизирована с учебным планом.

Что такое «**факультативные занятия**» — это необязательный урок в образовательных учреждениях. Обычно используется в отношении дополнительных, необязательных предметов. Также факультативное занятие — это дополнительные часы для тех или иных предметов в школе. Что-то вроде уроков репетиторства. Основное их преимущество — это необязательный характер. Обычно дети и их родители сами выбирают тот или иной факультатив (или несколько) из списка, предложенного образовательным учреждением. То есть факультативное занятие представляет собой дополнительные, развивающие часы или отдельные предметы в школах и университетах, посещаемые по желанию. В отличие от указанного термина, факультативы проходят в групповой форме, точно так же, как и обычные школьные занятия. Проводятся во внеурочное время [2].

Факультативные занятия позволяют применять индивидуальный подход к учащимся. Дифференцированный (индивидуальный) подход в обучении способствует улучшению усвоения базового уровня знаний. К сожалению, реализация такого метода непосредственно на уроках обусловлена объективными трудностями:

- продолжительность урока строго регламентирована;
- количество учащихся в классе порой не позволяет учителю уделить, хотя бы, по одной минуте внимания каждому ученику, учитывая обязательность выполнения каждого этапа урока;
- углубленное изучение каждого из школьных предметов физически невозможно даже для самых способных школьников.

Элективный курс (от лат. Electus – избирательный) — это обязательный курс по выбору для учащегося.

Отметим, если факультативы проводятся преимущественно после окончания основного учебного процесса (то есть, после уроков или в выходные дни), то элективные курсы включены в расписание занятий общеобразовательной программы обучения и проводятся наравне с другими уроками.

Факультативные и элективные курсы, кроме перечисленных выше задач, как раз и предназначены для целенаправленного распределения сил в соответствии с возможностями и интересами каждого ребенка [35].

Попробуем сравнить элективные и факультативные курсы.

Общее:

1. Сходство целей.

- **Целью факультативных** занятий является: углубление знаний, развитие интересов, способностей и склонностей учащихся, их профессиональное самоопределение.
- **Цели элективных** курсов аналогичны и лишь конкретизируются в зависимости от направленности каждого курса.

2. Объединяет **отсутствие государственных стандартов** и государственного итогового контроля по результатам их изучения. Кроме того, большинство авторов элективных курсов не рекомендует использовать традиционную пятибалльную систему оценки на занятиях. Как известно, знания и умения учащихся на занятиях факультативов также не принято оценивать традиционной отметкой.
3. Содержательно они могут далеко выходить за рамки школьных учебных предметов и не должны их дублировать.
4. Курсы **выбираются самими учащимися** на основе их интересов и предпочтений [14].

Отличие:

1. Как известно, факультативные курсы – это необязательные учебные занятия для всех учащихся, а элективные курсы – обязательный образовательный компонент для всех учеников общеобразовательных школ, их выбирает каждый ученик.
2. Еще одна отличительная черта факультативных и элективных курсов – их разная продолжительность. Факультативные курсы представлены про-

граммами, рассчитанными на весь учебный год (минимум – 34 ч). Элективный курс может быть в широком диапазоне продолжительности (от 6–8 до 72 ч), рассчитанные на один-два месяца, одну четверть или одно полугодие. Таким образом, элективные курсы в отличие от факультативов могут быть краткосрочными.

3. Факультативные курсы, как правило, вынесены за основную сетку занятий и проводятся 7–8-ми уроками или даже в свободный от занятий день, например в субботу при пятидневной учебной неделе. Элективные же курсы в рамках компонента базисных планов входят в сетку часов и проводятся наравне с другими уроками [19].

В качестве формы организации подготовки учащихся 9 классов к итоговому государственному экзамену по математике нами был выбран факультативный курс, программа которого будет представлена в работе.

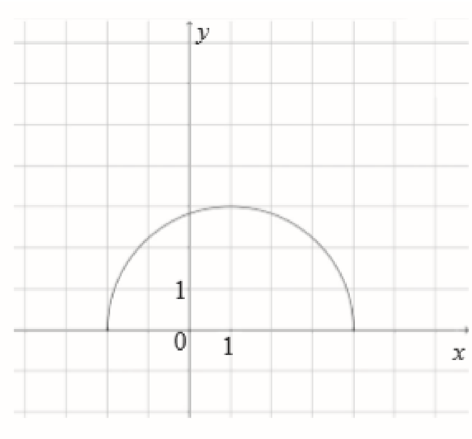
1.4. Задания дополнительной части экзамена, как показатель высокого уровня математической подготовки выпускников 9 классов

Дополнительная часть экзамена по математике в Эстонии включает два задания, одно из которых экзаменуемый должен выбрать и решить. Оба задания описывают некую практическую, жизненную или профессиональную ситуацию, с которой человек может столкнуться в жизни, однако одно задание решается с применением алгебраических знаний, второе – геометрических. Решение необходимо оформить подробно, привести все вычисления и расчеты, правильно оформить. За задание выставляются максимально 10 баллов. Баллы могут быть сняты за недочеты, если даны ответы не на все вопросы, не обосновано применение формул и т.д.

Рассмотрим примеры заданий, которые вызвали наибольшие трудности у учащихся при решении и за которые были получены низкие баллы.

2019 год, задание 6 (10 баллов)

На рисунке изображен полукруг, диаметр которого на оси Ох АВ. Отметь на рисунке точки А и В.



1. Начерти в той же координатной плоскости прямые:

у = х + 2 и у = –х + 4.

2. Обозначь точку пересечения прямых С и найди ее координаты.

3. В результате получается треугольник АВС. Заштрихуй этот треугольник и найди его площадь.

4. Вычисли ту часть площади полукруга, которая осталась незаштрихованной. Сколько процентов составляет площадь незаштрихованной части от площади полукруга?

Результаты округли до десятых.

Характеристика задания: задание математическое, для решения требует применения геометрических и алгебраических знаний, включает 4 задания, каждое из которых нужно выполнить, при этом нужно ответить на вопрос в 4 пункте, ответ нужно округлить.

По данным министерства образования, это задание было отмечено как одно из сложных, по оценочным результатам экзамена:

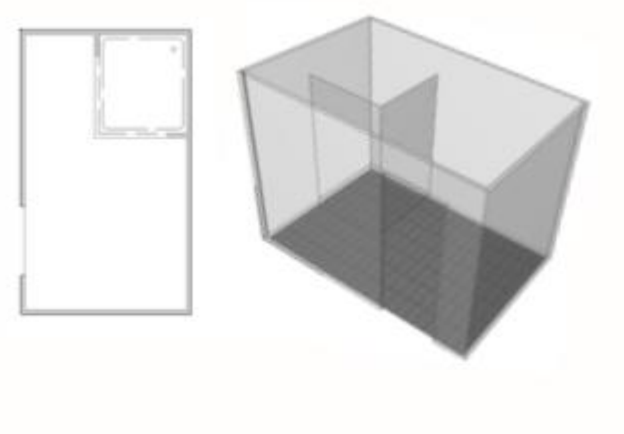
- это задание отличалось от заданий предыдущих лет, так как раньше не встречался сочетание: полукруг и 2 прямые;
- прямые многие строили не верно, соответственно остальные пункты задания выполнены неправильно;
- не подписаны прямые, не обозначена точка С, А и В, не заштрихован треугольник АВС;
- незнание формул, 67% учеников при расчёте использовали формулу круга, а не полукруга;
- неправильное округление ответа (до десятых).

2018 год, задание 7 (10 баллов)

Март планирует облицевать керамической плиткой пол душевой комнаты и заменить в ней плинтусы. Ширина пола душевой комнаты равна 21 дм и длина 32 дм. Пол душевой кабины представляет собой квадрат, длина стороны которого равна 1200 мм. Стена, расположенная напротив душевой кабины, имеет дверной проем шириной 800 мм (см. рисунок).

Март купил

1) напольную керамическую плитку в виде прямоугольника, размеры которого 200 мм и 600 мм. Плитку продавали упаковками по 9 плиток в упаковке. Цена одной плитки 1 евро 80 центов. Пол душевой кабины плиткой не выкладывается;



2) плинтусы, длина которых 1570 мм. Плинтусы продавались поштучно, и цена одного плинтуса была 7 евро 48 центов. Под дверной проем и вокруг душевой кабины плинтусы не устанавливаются.

1. Сколько упаковок керамической плитки и сколько плинтусов должен был купить Март?

2. Сколько стоили плитка и плинтусы вместе, если плитку уценили на 25%?

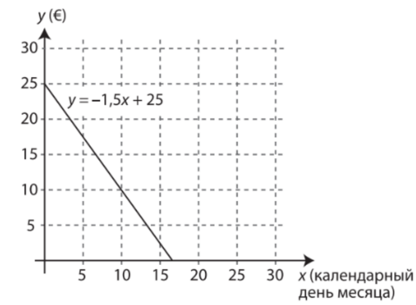
NB! Не учитывай при вычислении межплиточные швы.

<u>Характеристика задания</u>: задание является задачей с практическим содержанием, в котором описана жизненная ситуация с которой сталкивается каждый человек; содержит рисунок и объемную формулировку условия; числовые данные представлены в разных единицах измерения; условия для решения задачи разбиты на 2 части, где подробно дается характеристика помещений, для которых будут использоваться товары; содержит 2 вопроса (на расчет необходимых материалов и на вычисление суммы покупки при условии снижения цены в процентном соотношении) и указание.

По данным, приведенным на сайте министерства образования, это задание было отмечено как одно из сложных, по оценочным результатам экзамена. Сложность заключалась в том, что:
- применение в тексте некоторых слов, значение которых учащиеся не понимали и не применяли никогда в жизни;
- не все учащиеся поняли из текста, какая часть пола фактически была выложена плиткой или где были установлены плинтуса, что говорит о проблеме отсутствия функциональных навыков чтения;
- не повторили формулы перед экзаменом, не смогли вспомнить или неправильно записали формулу;
- некоторым ученикам задание показалось слишком неопределённым (плитку можно выложить продольно, поперечно или по косой).

2014 год, задание 6 (10 баллов)

В последний день марта три друга получили деньги на карманные расходы на апрель месяц. Первый из друзей получил 25 евро и стал расходовать по 1,5 евро каждый день. На конец каждого дня у него оставалась сумма, которую можно найти, используя график функции $y = -1,5x + 25$, где y – это сумма в евро и x – это календарный день месяца (см. рисунок). Второй из друзей получил 15 евро и стал расходовать каждый день одинаковую сумму денег. Таким образом, ему хватило денег точно до конца месяца. Третий из друзей получил 5 евро. Он решил деньги не тратить и положил их сразу в копилку. Поощряя разумное решение сына, родители решили каждое утро добавлять в копилку по 50 центов.



1. Вычисли, в какой календарный день месяца закончились деньги у первого из друзей и какую сумму он смог потратить в этот день.

2. Построй на координатной плоскости прямые, с помощью которых можно найти сумму денег, которая *а) оставалась на конец каждого дня у второго из друзей;*

б) имелась на конец каждого дня в копилке третьего из друзей.

Составь для каждой прямой формулу, задающую соответствующую линейную функцию y = ax + b, где a и b – числа.

3. Билет в аквапарк на весь день стоит 10 евро. Была ли возможность у всех троих друзей в один из дней посетить аквапарк? Обоснуй свой ответ.

Характеристика задания: представляет собой текстовую задачу с практическим содержанием, условие описано как жизненная ситуация, причем сразу нескольких человек; определить количество денег, оставшихся в определенный день, предлагается по графику линейной функции; задача содержит 3 задания: на вычисление; построение в координатной плоскости (2 условия) и составление формулы; вопрос с обоснованием.

По данным, приведенным на сайте министерства образования, это задание было отмечено как одно из сложных, по оценочным результатам экзамена. Трудность в решении вызвали следующие факторы:

- это задание отличалось от заданий предыдущих лет, так как раньше не встречалось задание, где представлена связь данных в задаче с графиком линейной функции;
- некоторые учащиеся не смогли понять условия задачи и определить, что требуется для ответа на вопросы задачи;
- невнимательно прочитали условие и задание и решали «другую» задачу;
- во втором задании прямые были построены не верно, соответственно остальные пункты задания выполнены неправильно;
- баллы снимались за не подписанные графики, не обозначенную точку пересечения прямых;
- незнание формул или применение формул с ошибками.

2014 год, задание 7 (10 баллов)

Мама выбрала для упаковки подарков две коробки, имеющие вид прямоугольных параллелепипедов. Ребра при основании большой коробки равны 50 см и 30 см, а ее объем равен 18 000 см^3. Основания большой и маленькой *коробок являются подобными многоугольниками, периметры которых относятся как 5:2. Высота большой коробки на 3 см больше высоты маленькой коробки.*

1. Вычисли площадь боковой поверхности большой коробки.

2. Вычисли объем маленькой коробки.

3. Все грани большой коробки оклеиваются снаружи подарочной бумагой. Ширина рулона подарочной бумаги 1 м. Каковы наименьшие возможные затраты подарочной бумаги, если для оклеивания каждой грани целиком вырезается кусок подарочной бумаги подходящего размера? Объясни свой ответ, используя чертеж или вычисления.

Характеристика задания: задача с практическим содержанием, связь с геометрией, в условии дано отношение и сравниваются величины, содержит 3 задания на вычисления площади и объема и описанную ситуацию, где нужно ответить на вопрос и объяснить ответ с помощью рисунка и вычислений.

По данным сайта министерства образования это задание отмечено как одно из сложных за последние 10 лет. Средний балл за это задание — 1,60 из 10, таких низких показателей никогда не было.

Среди ошибок и трудностей были отмечены следующие:

- отсутствие функциональных навыков чтения;
- многие учащиеся не поняли, что от них требуется для выполнения задания;
- невнимательность при чтении теста послужила причиной невозможности решения задачи;
- задание на применение прямо-пропорциональной зависимости не встречались ранее, и школьники не были готовы;
- трудности в составлении соотношений («относятся как 5:2»);
- незнание или неправильная запись при решении формул площади боковой поверхности и объёма тела.

Все вышеприведенные примеры заданий относятся ко второй части экзамена, однако нужно отметить, что и в первой части есть задания с практическим содержанием или межпредметного характера, которые часто вызывают затруднения у выпускников. Эти задания также выделяют как сложные по оценочным результатам экзамена. Приведем примеры таких заданий:

2019 год, задание 4 (8 баллов).

В магазине на двух полках лежали 86 плиток шоколада. Вес одной плитки шоколада 75 г, а стоимость одной плитки 1,35 евро.

1. Сколько всего килограмм шоколада было на двух полках вместе?

2. Какова общая стоимость всех плиток шоколада?

3. Какова стоимость 1 кг шоколада?

4. Продавщица взяла с одной полки 9 плиток шоколада и переложила их на другую полку. Теперь на обеих полках оказалось равное количество плиток. Сколько плиток шоколада было на каждой полке первоначально?

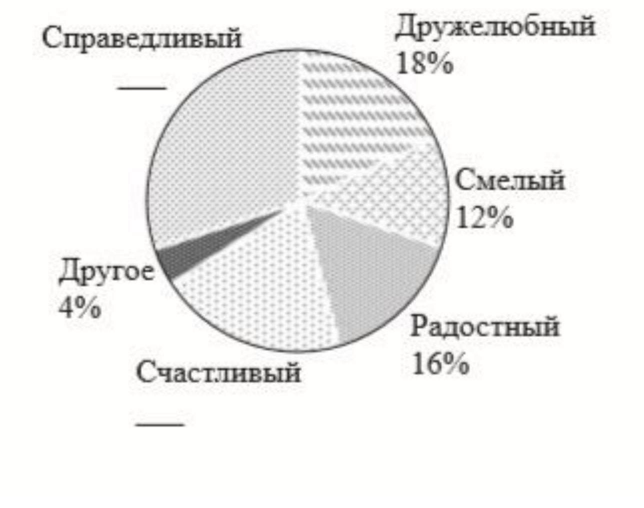
Выполни проверку по условию задачи.

Ошибки и результаты экзамена:

- не перевели или сделали неверно перевод ответа в пункте 1 — в килограммы, в пункте три — в евро;
- 62% учеников пункт четыре выполнили не верно или не делали, многие не смогли составить математическую модель — уравнение;
- те ученики, кто справился с составлением уравнения, выполнили проверку неправильно (не по условию задачи);
- у 78% отсутствовала проверка и ответ к заданию.

2018 год, задание 3 (8 баллов)

Провели опрос учеников 9-ых классов. Каждого ученика просили выбрать из списка слов одно слово, которое характеризует именно его. Наибольшее количество голосов получили слова справедливый, дружелюбный, счастливый, смелый и радостный. 14 учеников вы-



брали некоторые другие слова. Результаты опроса представлены в виде секторной диаграммы.

Ответь на вопросы.

1. Сколько учеников приняло участие в опросе?

2. Сколько учеников выбрало слово радостный?

3. Сколько процентов учеников выбрало слово счастливый, если величина угла, соответствующего этому слову на секторной диаграмме, равна 72°? Полученный результат запиши в предназначенное для него место на диаграмме.

4. Сколько процентов участников опроса выбрало слово справедливый? Полученный результат запиши в предназначенное для него место на диаграмме.

5. Среди всех участников опроса разыграли приз. Какова вероятность того, что приз получил ученик, выбравший слово дружелюбный?

Ошибки:

- школьники привыкли, что на круговой диаграмме имеются все данные и их не нужно находить, именно нахождение неизвестных данных на диаграмме и вызвало трудности;
- нахождение процента и как связать проценты и градусную меру угла;
- ученики забыли, как вычислить вероятность (изучается в 6 классе);
- нахождение целого числа от дроби вызвал затруднение.

2018 год, задание 5 (8 баллов)

В соответствии с первоначальным планом лужайка в парке имела вид прямоугольной трапеции ABCD, боковые ребра которой были равны 41 м и 40 м. В результате инновационных работ лужайка приобрела вид равнобедренной трапеции ABED, меньшее основание которой BE равно 30 м.

1. Отметь на рисунке вершины трапеций A, B, C, D и E, а также заштрихуй на рисунке ту часть лужайки, которая образовалась в результате проведения инновационных работ.

2. Вычисли площадь лужайки, которая образовалась в результате проведения инновационных работ.

3. По периметру новой лужайки хотят проложить кабель, чтобы иметь возможность использовать робот-газонокосилку. Сколько метров кабеля потребуется?

Ошибки и трудности:

- отсутствие функциональных навыков чтения, невнимательность при чтении условия;
- неправильное буквенное обозначение вершин трапеции и неверно заштрихованная часть «лужайки»;
- незнание формул и теоремы Пифагора.

Выводы по 1 главе

Государственный экзамен по математике в Эстонии является обязательным. От итогов экзамена зависит дальнейший путь получения образования, поэтому учащиеся хотят набрать как можно больше баллов.

Экзаменационная работа включает математические задания и задачи с практическим содержанием. Именно такие задачи и вызывают наибольшие сложности у экзаменуемых, т.к. на уроках недостаточно времени для решения достаточного числа таких задач. Чтобы учащиеся успешно справлялись с такими заданиями необходимо систематически повторять теоретический материал и решать достаточное количество экзаменационных задач с практическим содержанием, как из первой части экзамена, так и из второй.

Одним из возможных путей решения этой проблемы может стать факультативный курс для учащихся 9 классов, направленный на повторение и систематизацию знаний необходимых для решения экзаменационных заданий и формирование навыков решать задачи с практическим содержанием.

Так же необходимо организовать самостоятельную работу школьников по повторению пройденного материала, чтобы на экзамене они хорошо ориентировались в теоретическом материале, могли вспомнить нужную формулу, свойство, теорему, определение.

Глава 2. Методика подготовки учащихся 9 классов к экзамену по математике

В жизни всех учеников возникают такие ситуации, которые связаны с числами и требуют выполнения арифметических действий над ними. Это могут быть вычисление процентов по кредиту, выбор наиболее дешевого тарифа, вычисление стоимости поездки в отпуск и др. Именно применению математических знаний в жизни и учат многие практические задачи.

Основной задачей обучения математике в школе является развитие математического и логического мышления. Решение задач должно присутствовать практически на каждом уроке. Усвоение учениками математических знаний зависит не только от правильного выбора методов работы, но и от формы организации учебного процесса и умелого его осуществления [38].

Труды В. В. Давыдова, Л. В. Занкова, Е. И. Кабановой-Меллер, А. Н. Леонтьева, С. Л. Рубинштейна, Н. Ф. Талызиной, И. С. Якиманской и др. являются основополагающими работами по теории развивающего обучения, которое направлено на развитие умений, позволяющих адаптироваться в жизни. Важнейшей задачей школы является не формирование носителя определенной суммы знаний, а содействие становлению личности, ориентирующейся в потоке новой информации и умеющей ее творчески переработать [39].

Математические задачи являются эффективным и незаменимым средством усвоения учащимися понятий и методов школьного курса алгебры и геометрии. Очень большую роль играют задачи в развитии математического мышления и математического воспитания учащихся. Решение задач служит достижению всех тех целей, которые ставятся перед обучением математике.

Задача - это проблемная ситуация с явно заданной целью, которую необходимо достичь; в более узком смысле задачей также называют саму эту цель, данную в рамках проблемной ситуации, то есть то, что требуется сделать или это может быть вопрос, требующий решения на основании определенных знаний и размышления.

Решение задачи представляет собой поиск выхода из затруднения — это процесс достижения цели, которая первоначально не кажется сразу доступной. Задачи являются и предметом, и средством обучения. Они способствуют достижению всех целей обучения: воспитательных, образовательных, развивающих.

Основными методами поиска решения задач являются анализ и синтез. Например, классификация Ю. М. Колягина, методы разделения математики разделяет на: методы преподавания (беседа, рассказ, управление самостоятельной работой учащихся) и методы изучения (анализ, синтез, сравнение, моделирование и тд.).

На каждом уроке математики решаются задачи, однако решать задачи повышенного уровня сложности на уроках не всегда получается, а самостоятельно учащиеся не справляются с их решением. Поэтому необходимы дополнительные занятия по решению таких задач и методика работы с задачами.

2.1. Факультативный курс по подготовке к экзамену по математике

В качестве дополнительного средства подготовки учащихся к итоговому экзамену по математике был выбран факультативный курс, который школьники посещают по желанию после уроков в школе один раз в неделю.

Был разработан факультативный курс по математике «Подготовка к экзамену по математике». Факультативный курс предназначен для учащихся 9 класса. На занятия выделяется 1 час в неделю (30 часов в год).

Цель факультативного курса: подготовка учащихся 9 класса к государственному экзамену (ГЭ) по математике.

Задачи курса:

1. Знакомство со структурой, содержанием, требованиями к оформлению и нормативами оценивания заданий ГЭ.
2. Обобщение и систематизация знаний учащихся за курс математики 5-9 классов, которые необходимы для выполнения заданий ГЭ.
3. Подготовка к решению и решение задач с практическим содержанием из ГЭ.
4. Повторение методов решения алгебраических и геометрических задач, выбор рациональных методов.
5. Выявление трудностей и ошибок при решении заданий ГЭ и поиск путей их преодоления.

Виды деятельности на занятиях: просмотр видео-уроков, мастер-классы по решению заданий, беседа, совместное обсуждение с учителем, практикум, самостоятельная работа в рабочей тетради.

Ожидаемые результаты. В результате изучения данного факультативного курса учащиеся должны:

Знать:

1. Действия с дробными, рациональными и действительными числами.
2. Алгоритмы решения основных видов задач, включенных в ГЭ.
3. Основные определения, свойства, теоремы, формулы.
4. Действия с алгебраическими выражениями.
5. Методы решения неравенств и уравнений и их систем.
6. Направления практического применения знаний к решению задач.

Уметь:

1. Выполнять числовые вычисления и преобразования.
2. Выполнять преобразования алгебраических выражений.
3. Решать уравнения, неравенства и их системы.
4. Строить и читать графики функций.
5. Выполнять действия с геометрическими фигурами.

6. Выделять главное в понятиях, математических рассуждениях и доказательствах, решении задач.
7. Строить математические модели по условию задачи.
8. Осуществлять в выражениях и формулах числовые подстановки и выполнять соответствующие вычисления, осуществлять подстановку одного выражения в другое.
9. Выражать из формул одну переменную через остальные.
10. Выполнять основные действия с дробями, округлять.
11. Выполнять разложение многочленов на множители.
12. Решать текстовые задачи алгебраическим методом, интерпретировать полученный результат, проводить отбор ответов, исходя из формулировки задачи.
13. Определять координаты точки плоскости, строить точки с заданными координатами.
14. Находить значения функции, заданной формулой, таблицей, графиком по ее аргументу и наоборот.
15. Строить графики.

Структура курса представлена в таблице 7. Курс рассчитан на 30 занятия.

Таблица 7

Структура факультативного курса

	Раздел	**Количество часов**	**№ недели**
1	Вводное занятие	1	3
2	Проценты	1	4
3	Система линейных уравнений с двумя неизвестными	1	5
4	Многочлены	1	6
5	Решение задач ГЭ по темам 2-4	2	7-8
6	Основные свойства алгебраической дроби	1	9
7	Квадратное уравнение и его свойства	1	10
8	Квадратичная функция и её график	2	11
9	Решение задач по темам 6-9	3	12-14
10	Подобие треугольников и теорема Фалеса. Решение задач	2	15-16

11	Теорема Пифагора. Решение задач	2	17-18
12	Нахождение площади и периметра фигур. Решение задач	2	19-20
13	Объёмные фигуры	2	21-22
14	Решение задач второй части экзамена и задач с практическим содержанием	6	23-28
15	Зачет по теории	1	29
16	Итоговая работа	2	30

Содержание программы факультативного курса:

- Проценты: повторение теории и решение задач на проценты.
- Система линейных уравнений с двумя неизвестными: способы решения различных уравнений; методы решения систем уравнений (графический, метод подстановки, метод сложения).
- Многочлены: одночлены и многочлены; стандартный вид одночлена, многочлена; коэффициент одночлена; степень одночлена, многочлена; действия с одночленами и многочленами; разложение многочлена на множители.
- Основные свойства алгебраической дроби: формулы сокращенного умножения; способы разложения многочлена на множители; тождественные преобразования; работа с формулами.
- Квадратное уравнение: линейные уравнения и график линейного уравнения $y=kx+b$; квадратные уравнения, разложение на множители квадратичного многочлена; график квадратичной функции; анализ коэффициентов: a, b и c; квадратные неравенства.
- Квадратичная функция и её график: понятие функции; функция и аргумент; область определения функции; область значений функции; график функции; нули функции; линейная функция и ее свойства; график линейной функции; обратно-пропорциональная функция и ее свойства; квадратичная функция и ее свойства; график квадратичной функции. Координаты точки. Построение и анализ графиков. Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков.

- Подобие треугольников и теорема Фалеса. Треугольники: высота, медиана, средняя линия треугольника, равнобедренный, равносторонний. Признаки равенства и подобия треугольников. Решение треугольников. Сумма углов треугольника. Свойства прямоугольных треугольников. Неравенство треугольников. Площадь треугольника.
- Теорема Пифагора. Высота, медиана, средняя линия треугольника. Равнобедренный и равносторонний треугольники. Признаки равенства и подобия треугольников. Свойства прямоугольных треугольников.
- Нахождение площади и периметра фигур. Многоугольники. Треугольник. Круг.
- Объёмные фигуры. Нахождение площади, периметра и объема фигур разной сложности.

Формы организации учебных занятий:

Формы организации учебных занятий включает в себя лекции-беседы, просмотр видео-уроков и практические работы по решению задач. Основной тип занятия - комбинированный урок. Теоретический материал излагается в виде лекции-беседы, где повторяется теоретический материал, задаются вопросы учащимся, предлагается обсудить сложные и непонятные моменты, также могут выдаваться рабочие листы с теоретическим материалом для повторения, а затем дается консультация и ответы на возникшие вопросы. Также для самостоятельного изучения дома школьникам предлагается посмотреть видео-лекции по изучаемым темам. После изучения теоретического материала выполняются задания из рабочих тетрадей для закрепления знаний, решаются задачи экзамена. Текущий контроль осуществляется на каждом занятии по результатам выполнения учащимися проверочных работ, в ходе опроса по теории, выполнения заданий в рабочей тетради. В конце курса будут проведен зачёт по теории и 2-часовая итоговая работа, где будут предложены для решения задачи аналогичные тем, что включены в экзаменационную работу по математике.

2.2. Методика работы с задачами дополнительной части государственного экзамена по математике

Анализ результатов итогового экзамена показал, что самыми трудными для решения являются задачи с практическим содержанием, особенно задачи второй части экзамена. Следовательно, нужно разработать методику работы с такими задачами, чтобы сформировать у учащихся умение решать такие задачи, чтобы исключить наиболее часто допускаемые ошибки.

Известный математик – педагог Д. Пойа в книге «Как решать задачу?» [34] писал: «Что значит владение математикой? Это есть умение решать задачи, причем не только стандартные, но и требующие известной независимости мышления, здравого смысла, оригинальности, изобретательности». Поэтому важнейшей задачей школы является не формирование носителя определенной суммы знаний, а содействие становлению личности, ориентирующейся в потоке новой информации и умеющей ее творчески переработать. Задачи второй части экзамена и проверяют насколько у учащихся сформировано умение применять математические знания и умения к решению жизненных, профессиональных или межпредметных ситуаций, т.е. уровень сформированности компетентности [1].

Конкретными этапами обучения решению текстовых задач должны быть функции обучения школьников знаниям о назначении этих этапов и способам их выполнения. Для обучения решению задач выделим следующие приёмы:

1. Требование к чтению задачи. Правильное прочтение всех слов, сочетаний слов, понятий. Правильная расстановка логических ударений. Очень важно правильно поставить логические ударения в вопросе задачи, так как слова по-разному характеризуют ситуацию, они могут помочь понять задачу или препятствует её пониманию.
2. Представление жизненной ситуации, которая описана в задаче. Целью данного воспроизведения должно быть вычленение основных данных и

важных для решения качественных характеристик ситуации. Для понимания некоторых задач полезно мысленно представить себя участником описанной в задаче ситуации. Необходимо, чтобы учащиеся знали о возможностях данного способа.

3. Постановка специальных вопросов по содержанию задачи. На уроках в большинстве своём такие вопросы обычно задаёт учитель. Цель заключается в том, чтобы научить учащихся задавать себе такие вопросы и отвечать на них самостоятельно. Необходимо научить учащихся сознательно пользоваться ими при анализе содержания задач.
4. Разбиение текста на смысловые части. Данный этап помогает понять задачу, разбив текст на части и выделить из всей информации необходимой для поиска плана решения. Применение данного приёма обеспечивает порционное усвоение учащимися содержания задачи, что облегчает как его понимание, так и запоминание. Разбиение текста зависит от этапа обучения и от содержания конкретной задачи. Разбиение текста задачи часто оказывается более эффективно, если сопровождается переформулировкой.
5. Переформулировка текста задачи. Переформулировка — это отбрасывание несущественных деталей, уточнение и раскрытие смысла существенных элементов задачи.
6. Краткая запись задачи. Согласно учебникам и методическим пособиям, решение большинства задач, как на уроках, так и дома сопровождается составлением краткой записи, что является обязательным элементом процедуры решения. Обучение составлению краткой записи к задачам ведётся через показ образцов (начиная с младших классов). О том, что краткая запись — это перефразируемый текст задачи, что краткая запись — это одно из средств, которое может помочь понять и решить задачу. Процесс составления краткой записи не расчленяется на отдельные операции. Соответственно, не проводится и обучение этим операциям. Не обучают детей и выбору наиболее помогающей им фор-

мы краткой записи, и поиску плана решения по сделанной краткой записи. Поэтому для большинства учащихся краткая запись выступает как обязательный элемент решения, назначение которого им не совсем понятно [20; 21; 22; 23]. Составление краткой записи действенно только тогда, когда ученик понимает её назначение, умеет определять, к каким задачам целесообразно делать краткую запись, знает и умеет выполнять все шаги по её составлению.

7. Моделирование ситуации, описанной в задаче при помощи математики. Моделирование играет значительную роль во всех разделах науки, а в связи со стремительным внедрением в различные области человеческой деятельности компьютеров эта роль ещё более возрастает. Включение моделирования в учебный процесс, обучение моделированию — важная задача современной школы [11]. Математическое моделирование является неотъемлемой частью обучения решению текстовых задач.
8. Визуализация с помощью графических изображений, рисунков, чертежей, схем. Многие учащиеся не умеют правильно расставлять приоритеты при решении задач, но в этом случае многим помогает визуализация задания и составляя график, чертёж или рисунок они находят решение задач.

Большинство ошибок, допускаемых учащимися при решении текстовых задач, происходит от неумения анализировать содержание задачи, от незнания приёмов, помогающих понять задачу. А потому обучение этим приёмам - наиболее важное звено в формировании общего умения решать задачи.

Проведя анализ часто допускаемых ошибок при выполнении заданий второй части ГЭ, а также опрос учителей математики и школьников нами была предложена следующая методика работы с задачами дополнительной части экзамена (задачи с практическим содержанием), которую можно применять и на уроках математики и на занятиях факультативного курса (применяя источники [25; 37]).

Методика работы с задачами с практическим содержанием (второй части экзамена по математике) была описана в статье [41]:

1) **Отработка и закрепление навыков функционального чтения** условия задачи:
   - на первых этапах работы с задачами, учитель сам читает условие задачи (возможно несколько раз), разъясняет все непонятные слова и моменты, задает вопросы на понимание сути описанной ситуации;
   - учащиеся задают вопросы, находят необходимую и непонятную информацию, совместно с учителем повторяют математический материал, необходимый для решения задачи;
   - в последующем, учащиеся самостоятельно изучали условие задачи и выясняли все непонятные моменты, находили информацию в литературе, сети Интернет.
2) **Погружение в ситуацию в задаче.** Выделяется ситуация, описанная в условии задачи, и обсуждается с учащимися, где подобная ситуация встречается (в повседневной жизни, в школе, в профессиональной деятельности людей, в магазине и т.д.)
3) **Переформулировка условия задачи.** Задача формулируется на основании работы над предыдущими этапами на понятном языке (если необходимо). Это делается совместно учителем с учениками, новый текст проговаривается учителем или учащимся, и может записываться (на первых порах) на доске и в тетради, выводиться на экран интерактивной доски.
4) **Составление плана решения задачи**:
   - учитель задает вопросы для составления плана: сколько вопросов в задаче, что нужно найти, что для этого нужно знать, что мы знаем, чего не хватает и т.д.;
   - составляется схема решения, которая записывается учителем на доске, учениками в тетради;
   - учащиеся отвечают на вопросы учителя, кто-то из учеников может помогать записывать схему.

5) **Выделение элементарных математических задач**. По результатам составленного плана решения, составляются элементарные математические задачи, решение которых основано на одном теоретическом факте (формула, определение, теорема, уравнение и др.) и приведет к ответу/ответам на конкретный вопрос задачи. Учитель записывает эти задачи, учащиеся вспоминают или находят решения этих задач.
6) **Составление алгоритма решения** конкретной **задачи.** По результатам проделанной работы появляется алгоритм решения задачи, который проверяется на эффективность и приводит к получению ответов на вопросы задачи.
7) **Реализация решения и его запись:**
   - составляется математическая модель задачи (уравнение, неравенство, система), при этом сначала учитель помогает составлять модель задачи, потом учащиеся делают это самостоятельно;
   - решается составленная математическая модель, учитель или учащийся правильно записывает решение на доске, комментируя каждый шаг и отвечая на вопросы, которые возникают по ходу решения;
   - проверяется эффективность данной модели, интерпретируются ответы, если будет найдена ошибка, то проверяется правильность составления математической модели и вносятся коррективы;
   - учащиеся разбираются в решении и записывают его в тетрадь. В дальнейшем, учащиеся должны делать это самостоятельно, правильно оформляя решение.
8) **Запись и интерпретация ответа**. После решения математической модели, необходимо ответить на все вопросы задания. Для этого обсуждаются полученные ответы, выбирается тот, который подходит по условию задания. Учитель проговаривает и записывает на доске ответ, учащиеся в тетрадь. Важно сверять полученные ответы со схемой решения задачи, проверять - на все ли вопросы даны ответы в ходе решения.

9) **Получение познавательных следствий** из решения. Учитель еще раз обсуждает с учащимися решение, проговаривает все его этапы, обсуждается алгоритм решения подобного вида задач. Также, можно записать полезные следствия, которые могут быть использованы при решении похожих или других заданий (например, формулы).

10) **Решение подобной задачи самостоятельно** учащимися. Учитель предлагает учащимся самостоятельно решить похожее задание, для закрепления метода решения, для самопроверки. Это может быть одна задача для всего класса, работа в парах или индивидуальные задания, а также домашнее задание.

Предложенная методика работы с задачами применяется на начальном этапе решения нового вида задач. После того, как учащиеся усвоили метод работы с задачей и хорошо научились их решать, можно пропускать некоторые этапы, но обязательно обращать внимание на правильность оформления и записи решения, получение и запись ответов на все вопросы задачи. Такая работа в рамках факультативного курса позволит сформировать у девятиклассников интерес к решению задач с практическим содержанием, снимет психологический барьер при решении подобных задач на экзамене, сформирует уверенность в своих силах, а также разовьет математические навыки, необходимые для решения сложных задач.

Приведем **пример работы** (таблица 8) **с** одной из **задач** экзамена:

Задача: *Лиза хочет помочь родителям выбрать подходящий ценовой пакет потребления электроэнергии. Она выяснила, что их семья выбрала пакет «Дом-1», и потребляет в среднем за месяц 360 кВт.ч. электроэнергии. Семья её одноклассницы Евы выбрала ценовой пакет «Дом-2». Ева сказала, что их семья потребляет в среднем 60% электроэнергии по ночному тарифу и 40% - по дневному тарифу. Количество потребляемой электроэнергии в обеих семьях одинаковое. При оплате электроэнергии необходимо оплачивать также дотацию на возобновляемую энергию и акцизный налог (см.*

таблицу).

Ценовой пакет	Название тарифа	Тариф
„Дом-1"	основной тариф	124,15 сента/кВт.ч.
	дотация на возобновляемую энергию	3,58 сента/кВт.ч.
	акцизный налог	5,90 сента/кВт.ч.
„Дом-2"	дневной тариф	149,19 сента/кВт.ч.
	ночной тариф	86,53 сента/кВт.ч.
	дотация на возобновляемую энергию	3,58 сента/кВт.ч.
	акцизный налог	5,90 сента/кВт.ч.

1) Сколько крон и сентов должна заплатить семья Лизы за электроэнергию, которую они потребляли в течение одного месяца, используя пакет «Дом-1»? (Количество сентов округлить до единиц).

2) Составь формулу, по которой семья Лизы может вычислить стоимость электроэнергии у (в кронах), используя пакет «Дом-1», если количество потребляемой энергии х (кВт.ч.). Результаты вычислений округлять нельзя.

3) Является ли более выгодным ценовой пакет «Дом-2»? Обоснуй свой выбор с помощью вычислений.

Таблица 8

Работа с задачей

Этап	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Отработка и закрепление навыков функционального чтения	Читает условие задачи сначала полностью, затем просит ученика прочитать до вопросов и обсуждает с классом непонятные слова: что такое электроэнергия, ценовой пакет, *кВт.ч.*- единицы измерения электроэнергии, ночной и дневной тарифы, дотация, возобновляемая энергия и акцизный налог.	Отвечают на вопросы учителя, задают вопросы по условию задачи и непонятным терминам, разбираются в непонятных словах, ищут их в Интернете.
Погружение в ситуацию в задаче	Задает вопросы по описанной в условии ситуации: о чем эта задача, где можно встретиться с такой ситуацией, кто встречался, перескажите своими словами, о чем идет речь, чем отличаются ночной и дневной тарифы и др.? Анализируются данные в таблице, чтобы разобраться, чем отличаются 2 пакета по электроэнергии: что общего в тарифах (смотрим таблицу), чем они отличаются, какой и в какой ситуации выгоднее, когда выгоднее первый (второй)? Что нужно найти в задаче, на какие вопросы ответить?	Ученики еще раз читают условие, анализируют ситуацию, отвечают на вопросы учителя, пытаются своими словами рассказать ситуацию из условия задачи. Отвечают на вопросы учителя, работают с данными в таблице. Анализируют вопросы задачи?

Переформулировка условия задачи	Учитель подводит итоги работы на предыдущих этапах и сам или просит ученика сформулировать ситуацию более понятным языком без числовых данных: «С помощью имеющихся данных нужно определить стоимость электроэнергии за месяц по каждому пакету и выбрать наиболее выгодный – т.е. дешевый, при этом нужно составить формулу для таких вычислений»	Ученики отвечают на вопросы учителя, пытаются на понятном им языке сформулировать условие задачи.
Составление плана решения задачи	Итак, задача содержит 3 вопроса. 1)-Что нужно найти в первом пункте задачи? -Что для этого нужно знать? -Нам известны эти данные? Если нет, как их найти? Ответ нужно округлить до единиц, кто помнит, как это сделать? Как перевести сенты в кроны? 2)-Что нужно найти или получить в пункте 2? -Что такое формула? -Кто скажет, можем ли мы записать формулу, используя уже полученное решение в пункте 1? -Запишите на доске. 3)-Что нужно определить в пункте 3? -Что значит выгодный? -Можем ли мы сразу ответить на этот вопрос?	 -Вычислить стоимость электроэнергии за месяц по пакету «Дом-1» в семье Лизы. -Сколько сентов платят за 1 *кВт.ч* и сколько *кВт.ч* семья расходует в среднем за месяц. -Сколько *кВт.ч* семья расходует в среднем за месяц – известно из условия задачи (360). Сколько сентов платят за 1 *кВт.ч* можно найти из таблицы, сложив все показатели по первому тарифу. 1 крона = 100 сентов -Составить формулу для вычисления электроэнергии по первому тарифу. -Это запись с буквами, которые являются неизвестными, если подставить числовое значение вместо буквы, можно вычислить заданное значение. -Можем, если вместо 360 поставить неизвестную x. Один из учеников с помощью учителя записывает формулу на доске. -Является ли тариф 2 выгодным? -Меньше платить за месяц. - Нет, нужно сравнить стоимость тарифов за 1 месяц, а для этого нужно вычислить, сколько за месяц семья Лизы будет

	-Как это сделать? Что для этого нужно знать и что мы не знаем и можем найти? -Что мы для этого знаем? -Что такое 1 %? Как найти? -Сколько процентов расходуют днем, сколько ночью? -Давайте вычислим и запишем на доске. - …	платить, выбрав тариф 2. -Здесь нужно отдельно вычислить, сколько будут платить по дневному тарифу и сколько по ночному. -Сколько процентов от всей месячной энергии потребляется днем и ночью. 1%=1/100 от числа. -Днем 40%, ночью 60% от 360 *кВт.ч* Кто-то из учеников записывает вычисления на доске.
Выделение элементарных математических задач	1) Первая задача сводится к вычислению стоимости электроэнергии за месяц по первому тарифу. 2) Записываем формулу, используя решение из пункта 1. 3)Сравниваем стоимость двух тарифов и выбираем тот, стоимость которого меньше: - вычисляем, сколько электроэнергии тратится ночью и сколько днем, - вычисляем стоимость за электроэнергию ночью и днем, используя данные в таблице, -считаем сколько всего нужно платить по тарифу 2 за месяц, -сравниваем стоимость за 1 и 2 тарифы за месяц, -делаем вывод.	Помогают учителю формулировать элементарные задачи, отвечая на вопросы.
Составление алгоритма решения задачи	Алгоритм: 1. Вычислить стоимость тарифа «Дом-1» за 1 *кВт.ч* 2.Вычислить стоимость электроэнергии за месяц семьи Лизы 3. Округлить ответ до единиц. 4.Записываем формулу для вычисления стоимости оплаты электроэнергии за месяц по тарифу 1. 5. Вычисляем количество электроэнергии ночью по тарифу 2. 6. Вычисляем количество электроэнергии днем по тарифу 2. 7. Считаем стоимость единицы электроэнергии ночью и днем. 8. Вычисляем, сколько будут платить всего за месяц по тарифу 2. 9. Выбираем выгодный. 10.Записываем ответ.	Записывают алгоритм решения задачи в тетради.

Реализация решения и его запись	Решение учитель записывает на доске: 1. 1) 124,15+3,58+5,90=133,63(сента) 2) 133,63·360=48106,8(сентов) 3) $48106{,}8 \div 100 = 481{,}068$ (крон) 0,068 крон = 6,8 сентов 48106,8 сентов = 481 крона 6,8 сентов 4) Округляем: 481 крона 7 сентов 2. $\frac{133{,}63 \cdot x}{100}$ 3. 1)$360 \cdot 0{,}6 = 216$ $(кВт.ч)$ – ночью 2) $360 \cdot 0{,}4 = 144$ $(кВт.ч)$ – днем 3) 86,53+3,58+5,90=96,01 (сентов) – ночью 4)149,19+3,58+5,90=158,67 (сентов) –днем 5) 96,01·216=20738,16 (сентов) – стоимость в месяц за ночь 6) 158,67·144=22848,48 (сентов) – стоимость в месяц за день 7)20738,16+22848,48=43586,64(сентов) ≈ 435 крон 87 сентов Ценовой пакет «Дом-2» более выгодный, т.к. за него придется заплатить 435 крон 87 сентов, а это меньше чем за «Дом-1» - 481 крона 7 сентов.	Учащиеся записывают решение в тетради, задают вопросы по оформлению и записи решения и ответа.
Запись и интерпретация ответа	Ответ: 1) 481 крона 7 сентов 2) $\frac{133{,}63 \cdot x}{100}$ 3) Ценовой пакет «Дом-2» более выгодный.	Записывают в тетради.
Получение познавательных следствий	Учитель задает вопросы и делает выводы: -Что при решении задачи вызывало сложности? -Какие знания по математике нам пригодились при решении? -Встречались ли Вы с подобной ситуацией в жизни? -Где мы можем еще встретиться с ситуаций определения стоимости услуг по разным тарифам? -Почему мы выбираем выгодный тариф? ……	Учащиеся отвечают на вопросы, выделяют математические знания, которые необходимы для решения этой задачи и похожих задач, повторяют теорию по математике…
Решение подобной задачи самостоятельно	Учитель предлагает похожую задачу на выбор подходящего варианта по предложенным данным, на составление формулы для вычисления стоимости и т.д. либо на занятии, либо для самостоятельного решения дома.	Учащиеся читают условие задачи, задают учителю вопросы (объяснить непонятные слова, сюжет задачи), если в задаче незнакомый сюжет, а затем приступают к самостоятельному решению.

2.3. Рабочая тетрадь для повторения и систематизации курса математики в 9 классе

Для повторения и систематизации знаний в ходе подготовки к экзамену по математике была разработана рабочая тетрадь (Приложение 3), которую можно использовать и на уроках математики (для самостоятельного повторения на уроке в классе и дома) и на занятиях факультативного курса, а также в качестве дополнительной литературы при подготовке к экзамену.

Данная рабочая тетрадь применялась только в рамках работы на занятиях факультативного курса.

Рабочая тетрадь составлялась в соответствии с тематическим планом факультативного курса. Она включает темы, которые изучаются на разработанном курсе, и содержит необходимый для повторения материал и задания, для отработки умений применения изученного материала при решении задач. Также при составлении рабочей тетради учитывались те темы, которые необходимо хорошо знать для успешного прохождения экзамена по математике в 9 классе.

В рабочую тетрадь включены следующие темы:

Тема 1. Проценты

Тема 2. Система линейных уравнений с двумя неизвестными

Тема 3. Многочлены

Тема 4. Основные свойства алгебраической дроби

Тема 5. Квадратное уравнение. Дискриминант

Тема 6. Квадратичная функция и ее график

Тема 7. Подобие треугольников и теорема Фалеса

Тема 8. Теорема Пифагора

Тема 9. Площадь и периметр фигуры

Тема 10. Пространственные тела

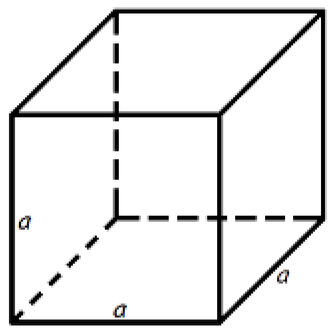
Приведём пример одной из тем рабочей тетради с заданиями.

Тема 10. Пространственные тела

Теоретический материал.

Объем куба

Объём куба равен кубу его грани.



Формула объёма куба: $V = a^3$, где V - объем куба, a - длина грани куба.

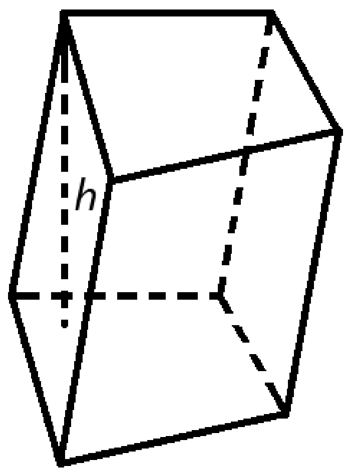
Площадь поверхности куба равна сумме площадей всех его шести граней.

Формула площади поверхности куба:

$S = 6 \cdot H^2$, где H - высота ребра куба.

Объем призмы

Объём призмы равен произведению площади основания призмы, на высоту.



Формула объёма призмы:

$V = S_o\ h$ где V - объем призмы, S_o - площадь основания призмы, h - высота призмы.

Площадью боковой поверхности призмы называется сумма площадей всех боковых граней призмы.

Площадь боковой поверхности прямой призмы:

$S_{бок.} = P_{осн.} \cdot H$, где H — высота призмы.

Площадь полной поверхности призмы — сумма площадей всех граней призмы.

Она состоит из площади боковой поверхности и площади оснований:

$S_{полн.} = S_{бок.} + 2 \cdot S_{осн.}$

Все грани куба — квадраты, поэтому рациональнее использовать формулу:

$S_{полн.\ пов.\ куба} = 6 \cdot a^2$.

Объём прямой призмы находится по формуле:

$V = S_{осн.} \cdot H$.

Для прямоугольного параллелепипеда можно использовать формулу:

$V = abc$, где a, b, c — измерения прямоугольного параллелепипеда (длина, ширина, высота).

Для куба используется формула:

$V=a^3$, где a — ребро куба.

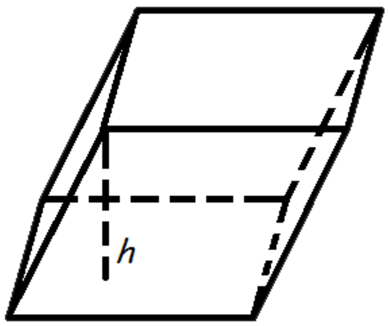
Основанием призмы может быть любой n-угольник, поэтому важно знать формулы вычисления их площадей.

Объем параллелепипеда

Объем параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту.

Формула объёма параллелепипеда:

$V = S_o \cdot h$, где V - объем параллелепипеда, S_o - площадь основания, h - длина высоты.



Объем прямоугольного параллелепипеда

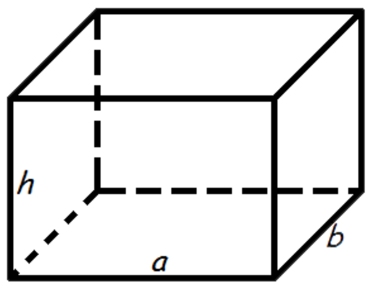
Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению его длины, ширины и высоты.

Формула объема прямоугольного параллелепипеда:

$V = a \cdot b \cdot h$, где V - объем прямоугольного параллелепипеда, a - длина, b - ширина, h - высота.

Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда равна удвоенной сумме площадей трёх граней этого параллелепипеда.

$S = 2\cdot(S_1 + S_2 + S_3)$, где S_1, S_2, S_3 площади всех граней соответственно.

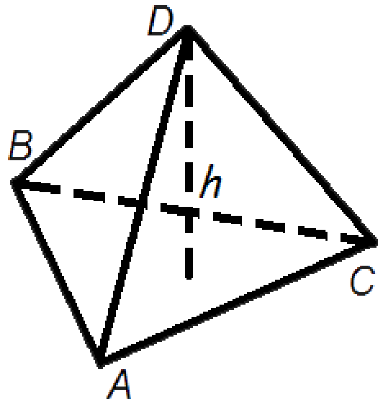


или

$S = 2\cdot(ab + ac + bc)$, где a, b, c соответствующие рёбра прямоугольного параллелепипеда.

Объем пирамиды

Объем пирамиды равен трети от произведения площади ее основания на высоту.



Формула объема пирамиды:

$V = \frac{1}{3} S_o \cdot h$, где V - объем пирамиды, S_o - площадь основания пирамиды, h - длина высоты пирамиды.

Площадь полной поверхности пирамиды:

Площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна произведению её апофемы на половину периметра основания.

Что касается площади полной поверхности, то просто к боковой прибавляем площадь основания.

Апофема – опущенный перпендикуляр из вершины на ребро основания.

Формула площади боковой поверхности правильной пирамиды через периметр основания и апофему: $S_{бок} = \frac{1}{2}$ ph.

Формула площади полной поверхности правильной пирамиды:

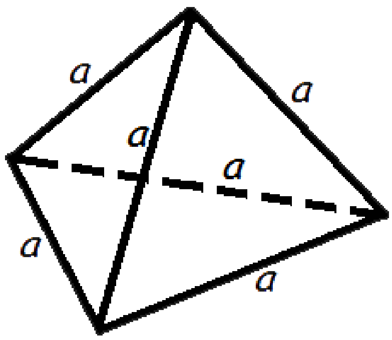
$S = \frac{1}{2} pl + S_{осн}$, где l – апофема, p - периметр основания.

Объем правильного тетраэдра

Формула для нахождения объема тетраэдра:

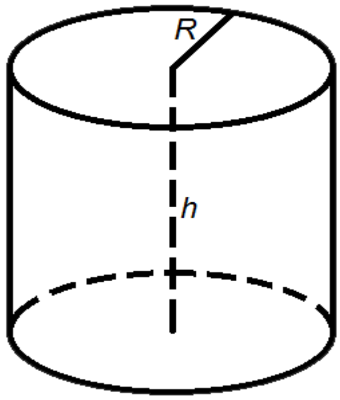
$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$, где V – объем правильного тетраэдра,

a – длина ребра правильного тетраэдра.



Формула площадь полной поверхности тетраэдра: $S = \sqrt{3}a^2$, где a - сторона основания.

Объем цилиндра



Объем цилиндра равен произведению площади его основания на высоту.

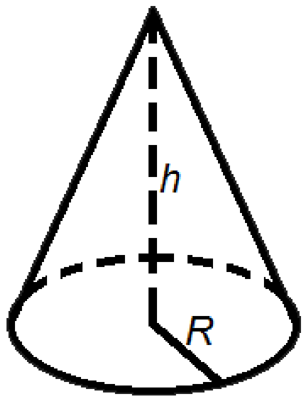
Формулы объема цилиндра:

$V = \pi r^2 h$, $V = S_o h$, где V - объем цилиндра, S_o - площадь основания цилиндра, r - радиус цилиндра, h - высота цилиндра, $\pi = 3{,}14$.

Формула площади полной поверхности цилиндра:

$S = 2 \pi r^2 + 2 \pi rh = 2 \pi r (r + h)$, r – радиус цилиндра, h – высота цилиндр.

Объем конуса



Объем конуса равен трети от произведения площади его основания на высоту.

Формулы объема конуса:

$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ или $V = \frac{1}{3} S_o h$, где V - объем конуса, S_o - площадь основания конуса, r - радиус основания конуса, h - высота конуса, $\pi = 3{,}14$.

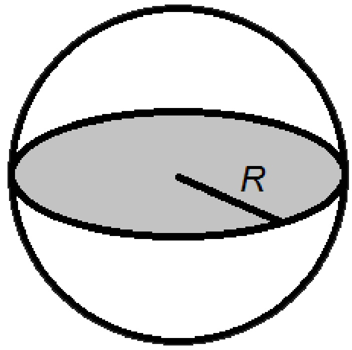
Полная поверхность конуса – это сумма площади его боковой поверхности и площади основания конуса: $S_{полн.} = S_{бок.} + S_{осн.}$

Основанием конуса является круг с радиусом r. Его площадь равна произведению числа π на квадрат его радиуса: $S_{осн.} = \pi r^2$

Площадь боковой поверхности конуса вычисляется по формуле: $S_{бок} = \pi rl$

Тогда **площадь полной поверхности конуса** равна: $S_{полн.} = \pi rl + \pi r^2$ или $S_{полн.} = \pi r (l + r)$.

Объем шара

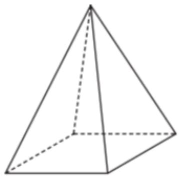


Объем шара равен четырем третьим от его радиуса в кубе помноженного на число Пи.

Формула объема шара: $V = \frac{4}{3} \pi r^3$, где V - объем шара, r - радиус шара, $\pi = 3{,}14$.

Задания для самостоятельного решения

10.1. Фирма производит свечи, имеющие форму правильной четырехугольной пирамиды. Диагональ основания каждой такой свечи равна 10 см, а длина бокового ребра 13 см. Каждую свечу упаковывают в коробку, имеющую вид прямоугольного параллелепипеда, основанием которого является квадрат со стороной 8 см. Высота коробки на 1 см больше высоты свечи.



1. Вычисли высоту коробки.
2. Вычисли объем свечи и объем коробки.
3. Поместится ли в данной коробке цилиндрическая свеча, объем которой равен 750 см^3, а высота равна высоте свечи в виде пирамиды? Обоснуй свой ответ.

Запись решения

1)……………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………
2)……………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………
3)……………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………
ОТВЕТ: ……………………………………………………………………………..

10.2. Фирма изготавливает деревянные цилиндрические бочки (см. рисунок). Внешний диаметр такой бочки равен 1,8 м, а внешняя высота 110 см. Толщина боковых стенок бочки 50 мм, а толщина дна бочки 40 мм.

1. Сделай рисунок осевого сечения бочки и отметь на рисунке все данные, указанные в тексте задачи.
2. Внешнюю боковую поверхность бочки всегда обрабатывают натуральным маслом. Вычисли нуждающуюся в такой обработке площадь поверхности бочки.

3. Сколько литров воды расходуется на заполнение бочки, если фирма рекомендует заполнять бочку на 80% от её вместимости? Какова будет в таком случае высота уровня воды в бочке (в сантиметрах)?

Ответы округли с точностью до целых.

…………………………………………………………………………………………

10.3. Мама выбрала для упаковки подарков две коробки, имеющие вид прямоугольных параллелепипедов. Ребра при основании большой коробки равны 50 см и 30 см, а ее объем равен 18 000 см^3. Основания большой и маленькой коробок являются подобными многоугольниками, периметры которых относятся как 5:2. Высота большой коробки на 3 см больше высоты маленькой коробки.

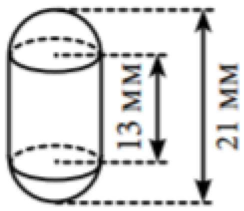
1. Вычисли площадь боковой поверхности большой коробки.

2. Вычисли объем маленькой коробки.

3. Все грани большой коробки оклеиваются снаружи подарочной бумагой. Ширина рулона подарочной бумаги 1 м. Каковы наименьшие возможные затраты подарочной бумаги, если для оклеивания каждой грани целиком вырезается кусок подарочной бумаги подходящего размера? Объясни свой ответ, используя чертеж или вычисления.

…………………………………………………………………………………………

10.4. Капсулы, заполненные смесью витаминов, используют как биологически активные пищевые добавки (БАД). Оболочка каждой капсулы имеет форму полого цилиндра, на концах которого расположены две полусферы (см. рисунок).



1. Сколько миллилитров (мл) смеси помещается в одной капсуле, если 1 мл = 1 см^3? Ответ округли до сотых.

2. Биологически активные пищевые добавки продают в аптеке в виде жидкости во флаконах объемом 240 мл (6,30 € за флакон) или в капсулах, которые упакованы в банки по 50 капсул в каждой (9,50 € за банку). Рекомендуемая суточная норма потребления БАД равна

8 мл жидкости или 1 капсула. Суточная норма какой смеси витаминов дешевле для потребителя? Обоснуй свой ответ.

……………………………………………………………………………………….

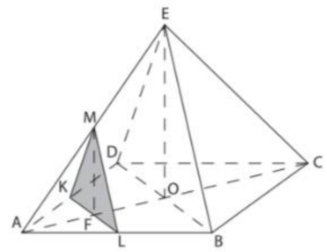
10.5. На столе у Клары стоит ваза в виде цилиндра, высота внутренней поверхности которой равна 2 дм и внутренний диаметр равен 10 см. Ваза на 90% заполнена водой. Клара переливает воду из цилиндрической вазы в конусообразную. Внутренняя высота конусообразной вазы на 2 см ниже высоты цилиндрической вазы, а диаметр конусообразной вазы в 2 раза больше диаметра цилиндрической вазы.

1) Выполни поясняющий чертёж и отметь на нём размеры ваз.

2) Выясни, какая часть конусообразной вазы будет заполнена водой?

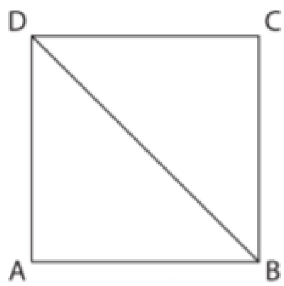
……………………………………………………………………………………....

10.6. В правильной четырёхугольной пирамиде EABCD перпендикулярно основанию построен равносторонний треугольник KLM, вершины K и L которого находятся на серединах рёбер AD и AB при основании пирамиды (см. рисунок).



Известно, что треугольники KLM и DBE подобны. Длина ребра при основании пирамиды равна 4 см.

1. На рисунке 2 изображено основание пирамиды EABCD. Проведи на рисунке 2 отрезок KL.



2. Определи коэффициент подобия треугольников KLM и DBE.

3. Вычисли:

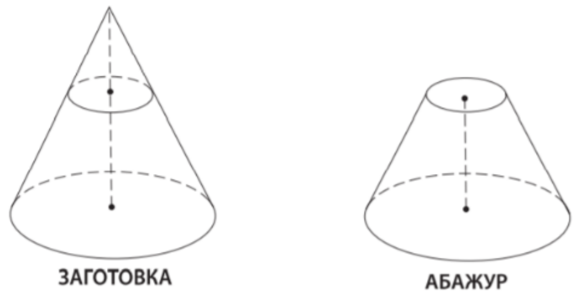
a) точное значение высоты MF треугольника KLM;

b) точное значение периметра треугольника DBE;

c) объём пирамиды EABCD. Конечный результат округли до сотых.

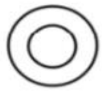
………………………………………………………………………………………

10.7. Дизайнер изготовил из конусообразной заготовки абажур для лампы. Для этого он отрезал верхнюю часть заготовки, параллельно основанию и использовал нижнюю часть для изготовления абажура (см. рисунок). Диаметр основания заготовки 30 см, высота заготовки 36 см, а радиус основания отрезанного конуса равен 10 см. Вычисли площадь поверхности абажура.



……………………………………………………………………………………….

10.8. В таблице представлены данные о форме и размерах двух деревянных не заточенных карандашей, а также их сечения, параллельные основаниям (поперечные сечения).

	Карандаш № 1	**Карандаш № 2**
Какую фигуру напоминает карандаш?	*Цилиндр*	*Прямая призма*
Длина карандаша	*22 см*	*19 см*
Грифель карандаша	*Цилиндр, объём которого* 220π *мм*^{3}	*Цилиндр, объём которого* 190π *мм*^{3}
Поперечное сечение карандаша	*Круг, диаметр которого равен 7 мм* 	*Равнобедренная трапеция, острый угол при основании которой равен 45°. Меньшее основание равно боковой стороне, длина которой равна 6 мм.* 

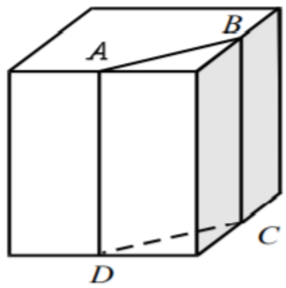
Внимательно изучи данные, чтобы иметь представление о размерах и форме карандашей. Вычисли, на изготовление какого карандаша затрачено больше дерева.

Решение сопровождай письменными объяснениями!

……………………………………………………………………………………….

10.9. Длины рёбер основания деревянного прямоугольного параллелепипеда равны 1 дм и 24 см, а длина бокового ребра равна 24 см. От прямоугольного параллелепипеда отрезают прямую треугольную призму, вершины A, B, C и

D которой являются серединами рёбер оснований прямоугольного параллелепипеда (см. рисунок).



Определи:

1) вид четырёхугольника ABCD;

2) площадь четырёхугольника ABCD;

3) объём отрезанной прямой треугольной призмы;

4) массу отрезанной прямой треугольной призмы, если масса 1 $см^3$ дерева равна 0,69 грамма;

5) сколько процентов составляет объём отрезанной прямой треугольной призмы от объёма прямоугольного параллелепипеда?

……………………………………………………………………………………….

10.10. Завод разливает сок в упаковки двух разных размеров, каждая из упаковок имеет вид прямоугольного параллелепипеда. Размеры ребер при основании одной упаковки 5,7 см и 9,2 см, а высота 19,5 см. Размеры ребер при основании другой упаковки 0,60 дм и 0,42 дм, а высота 0,80 дм.

1. Сколько литров сока вмещается в маленькую упаковку и сколько литров сока вмещается в большую упаковку? Ответы округли до десятых.

2. Верно ли утверждение, что для изготовления большой упаковки требуется в 5 раз больше материала, чем для изготовления маленькой упаковки?

NB! Обоснуй все ответы. Не учитывай в вычислениях толщину материала.

……………………………………………………………………………………….

Задачи, предложенные в рабочей тетради, учащиеся решают на занятиях, совместно с учителем и дома самостоятельно. В тетрадь включены задачи с практическим содержанием, аналогичные тем, что представлены в экзаменационной работе. Однако, опыт применения тетради показал, что сначала нужно решать более простые задачи (на вычисление по формулам) по теме, поэтому тетрадь будет дополнена такими задачами.

2.4. Описание опытно-экспериментальной работы

Исследование проводилось в 2018-2020 учебных годах. Оно проходило в три этапа:

1 этап. **Констатирующий этап опытно-экспериментальной работы.** Изучалась литература по теме исследования, проводился опрос и беседы с учителями математики, анализировались данные по результатам экзамена по математике в Эстонии, проходило знакомство с имеющимся опытом педагогов, формулировались цели и задачи исследования, составлялся план работы:

1) составление библиографии по теме исследования, знакомство с опытом учителей, определение основных направлений работы, целей и задач;

2) написание введения и первой теоретической главы работы;

3) написание тезисов и научных статей по теме исследования;

4) анализ экзаменационных работ и результатов экзамена за последние годы;

5) выделение и анализ ошибок, которые учащиеся допускают при выполнении экзаменационной работы;

6) выявление и описание проблем и факторов, влияющих на результаты экзамена по математике;

7) разработка методики подготовки учеников к экзамену по математике;

8) разработка программы факультативного курса «Подготовка к экзамену по математике» для 9 класса и рабочей тетради для повторения и систематизации знаний, необходимых для успешного выполнения второй части экзаменационной работы (задач с практическим содержанием);

9) проверка эффективности методики и апробация курса;

10) обработка и описание полученных результатов, написание второй главы работы.

На данном этапе были выявлены следующие проблемы:

1) недостаточность методических рекомендаций по подготовке 9-классников к экзамену по математике;

2) отсутствие материалов и достаточного количества задач для подготовки к экзамену, а также повторению теоретического материала;
3) нехватка времени для работы над задачами на уроках математики;
4) низкий уровень умения школьников работать самостоятельно.

2 этап. **Формирующий этап опытно-экспериментальной работы**.

Разработка факультативного курса «Подготовка к экзамену по математике», подбор задачного материала, подготовка рабочей тетради, разработка материалов для апробации.

В рамках данного этапа: подбирались задачи с практическим содержанием, аналогичные экзаменационным; разрабатывалась методика работы с такими задачами; занятия для факультативного курса и рабочая тетрадь. Учащимся предлагались задачи для решения в качестве домашнего задания, чтобы выявить проблемы и ошибки при работе с такими задачами. Это позволило в дальнейшем, при разработке занятий для факультативного курса, разработать методику работы с задачами и формы организации занятий и работы на занятиях, для более эффективного повторения материала и подготовки к экзамену.

Были выявлены следующие проблемы и сделаны выводы:

1) вычислительные ошибки, работа с дробями, ошибки в преобразованиях выражений, подстановке числовых значений в выражение, работе с формулами и т.д.;
2) не знание объемных фигур, их свойств и формул вычисления объемов и площадей поверхности;
3) недостаточный уровень развития графической культуры и др.

3 этап. **Контрольный этап опытно-экспериментальной работы**. Апробация факультативного курса и методики работы с задачами второй части экзамена по математике (задачами с практическим содержанием), описание результатов.

Исследование начиналось в Таллиннской Махтраской основной школе (сайт: https://www.mahtra.tln.edu.ee/index.php/ee/), опытно-экспериментальная работа проводилась на базе Таллиннского Линнамяэского Русского Лицея (сайт: https://linnamae.tln.edu.ee/).

В исследовании приняли участие учащиеся 9 классов Махтраской основной школы - 32 человека (2018-2019 уч.г.) и Таллиннского Линнамяэского Русского Лицея (2019-2020 и 2020-2021 уч.г.г.) - 17 человек.

Средний возраст испытуемых 15-16 лет и группа учащихся старше 20 лет.

В 2018-2019 учебном году учащимся 9 классов на уроках математики предлагались для решения задачи из второй части экзамена, для выявления ошибок и трудностей. Анализируя полученные результаты, а также учитывая результаты экзаменов за последние годы, выявлялась необходимость факультативного курса, выделялись темы, которые необходимо повторять и включать в рабочую тетрадь, подбирался банк задач.

По результатам данного этапа была разработана тематика факультативного курса, выделены трудности и особенности подготовки школьников к экзамену по математике, разработана методика работы с задачами второй части экзамена.

Основной этап опытно-экспериментальной работы был запланирован на 2019-2020 учебный год. Планировалось провести факультативный курс с применением рабочей тетради и разработанной методики работы с задачами с практическим содержанием второй части экзамена. Курс ученики могли бы посещать по желанию, он не обязательный. Однако осуществить эту работу в полной мере не удалось из-за карантина по Covid-19. Занятия осенью начались только в ноябре в связи с согласованием и получением разрешения на проведение такого факультативного курса. Поэтому было проведена только часть занятий. Когда началось дистанционное обучение, проведение занятий стало невозможным, а потом и не нужным, т.к. экзамен в 2020 году был отменен в 9 классе.

Планировалось провести вводное занятие и потом дать для решения один из вариантов экзаменационной работы, в конце изучения курса на последних занятиях также предложить выполнить работу, сравнить полученные результаты между собой, по каждому ученику и со средними результатами за экзамен в 2019 году.

Однако, для учащихся желающих посещать данный факультативный курс, выдавалось задание на самостоятельное повторение теории в рабочей тетради, для них раз в две недели проводились уроки в формате видео-конференции по решению задач второй части, где подробно разбиралась задача, затем им предлагалось самостоятельно решить похожие задачи из рабочей тетради и прислать на проверку. По результатам их решения давались письменные рекомендации, на что обратить внимание, что повторить и т.д.

Можно привести результаты только по тем учащимся, которые продолжали в таком формате изучать факультативный курс (опрос показал, что это были учащиеся, которые планировали дальнейшее обучение в 10-12 классах), представлены в таблице 9.

Таблица 9

Результаты контрольных работ

до и после (п) изучения факультативного курса

Ученик	Задание №1		Задание №2		Задание №3		Задание №4		Задание №5		Задание №6		Задание №7		Средний балл	
	8		8		8		8		8		10		10		8,3	
Баллы	до	п	до	п	до	п	до	п	до	п	до	п	до	п	до	п
1	5	8	4	8	5	7	5	7	2	8	4	8			**4,2**	**7,7**
2	7	8	4	8	7	8	4	7	5	8	3	6			**5**	**7,5**
3	8	8	8	8	7	8	5	8	7	8			3	7	**6,3**	**7,8**
4	8	8	7	8	6	8	7	8	3	6	5	8			**6**	**7,7**
5	2	4	6	6	4	6	0	6	0	7	0	7			**2**	**6**
6	5	8	6	8	5	6	5	7	4	6	2	5			**4,5**	**6,7**
7	6	8	4	6	0	5	4	5	0	6			0	5	**2,3**	**5,8**
8	2	8	5	7	0	4	0	7	0	5			0	6	**1,2**	**6,2**
9	8	8	7	8	4	7	5	7	6	8	4	8			**5,6**	**7,8**
															4,1	**7**

Из таблицы видно, что средний балл увеличился, что говорит об эффективности разработанной методики и применения факультативного курса, направленного на повторение и систематизацию знаний, и подготовку к экзамену по математике. Так же видим, что учащиеся стали решать задачи с практическим содержанием и задачи второй части экзамена. И хотя выборка была не большая, а также в нее входили замотивированные учащиеся (что не позволяет говорить о проведении полноценного эксперимента), сравнить полученные результаты нет возможности с результатами реального экзамена и со средним баллом за экзамен по математике по стране, однако, можно говорить, что самостоятельная подготовка, организованная в рамках факультативного курса с применением рабочей тетради имеет положительный результат.

В 2020-21 учебном году методика работы с задачами с практическим содержанием была апробирована на группе учащихся 9-V класса, в которую входили ученики, возраст которых 20 лет и выше, которые вовремя не смогли получить основное образование. На занятиях им предлагались задачи с практическим содержанием (из второй части экзаменационных работ по математике): проверочная работа на первых уроках, затем разбирались подробные решения, где задачи раскладывали на элементарные, отрабатывали все этапы работы с задачей, им объяснялось - за что в решении ставятся баллы на экзамене, домой задавалось повторять теорию из рабочей тетради и решение задач.

Приведем пример работы с учащимися по решению одной из таких задач на уроке в классе с учащимися старше 20 лет.

После решения таких задач, предлагалась контрольная работа из двух задач. Были даны задачи из второй части экзамена на 10 баллов каждая. Результаты представлены в таблице 10.

Таблица 10

Результаты 9-V класса

№ ученика	1 задача 10 баллов		2 задача 10 баллов	
	до	**после**	**до**	**после**
1	0	5	0	4
2	2	6	0	4
3	0	5	0	4
4	4	8	0	5
5	4	9	5	9
6	5	10	4	9
7	0	7	4	6
8	2	9	2	8
Средний балл	**2,1**	**7,4**	**1,9**	**6,1**

Из таблицы видно, что методика работы с задачами второй части экзамена положительно влияет на умение учащихся решать такие задачи. Многие даже не приступали к решению геометрической задачи до применения методики, однако после проведения занятий – все учащиеся группы справились с геометрической задачей. Также учащиеся отмечали, что в подготовке к экзамену им помогала рабочая тетрадь, где представлен необходимый теоретический материал.

На основании имеющихся данных опытно-экспериментальной работы, можно сделать вывод, что гипотеза о том, что дополнительные занятия с применением специально разработанной методики работы с задачами, повторения и систематизации знаний, необходимых для решения экзаменационных задач, будут способствовать повышению уровня подготовки школьников к итоговому государственному экзамену по математике, подтвердилась.

Выводы по 2 главе

Умение решать задачи – важнейшее из всех умений, которое показывает уровень математической подготовки и сформированности универсальных учебных действий каждого учащегося. Экзамен по математике содержит практические задачи, где описаны ситуации, которые решаются средствами математики. Многие экзаменуемые отказываются от решения таких задач. Поэтому необходимо подготовить их к решению таких задач, разработав методику работы с задачами с практическим содержанием. А также организовать повторение необходимого теоретического материала.

В ходе исследования была разработана методика работы с задачами второй части экзамена по математике, которая реализована на занятиях факультативного курса «Подготовка к экзамену по математике». Для повторения и систематизации теоретического материала была разработана рабочая тетрадь «Экзамен по математике. 9 класс». В тетради представлен теоретический материал по основным темам, которые необходимо повторить перед экзаменом и задачный материал, позволяющий формировать умение решать задачи экзамена по математике.

В ходе проведения опытно-экспериментальной работы гипотеза исследования подтвердилась, что говорит об эффективности разработанной методики и необходимости проведения разработанного курса по подготовке девятиклассников к экзамену.

Заключение

Экзамен по математике в 9 классе является обязательным для всех выпускников эстонских школ и часть экзаменационной работы - это задачи с практическим содержанием. Такие задачи есть как в обязательной части экзамена, так и в дополнительной – более сложные.

Анализ результатов экзамена за последние годы показал, что многие школьники не справляются с решением таких задач. Поэтому было решено выявит сложности при решении таких задач и разработать методику работы с ними. Занятия по обучению решению таких задач и апробации разработанной методики было решено в рамках факультативного курса, посещать который могли школьники по желанию. В ходе исследования также было определено, что школьникам необходимо повторение и систематизация теоретического материала. Для решения этой проблемы была разработана рабочая тетрадь для подготовки к экзамену по математике.

В связи с ситуацией, сложившейся во всем мире – карантинные мероприятия по Covid-19 и дистанционное обучение – провести полноценную опытно-экспериментальную работу не удалось. Однако некоторые результаты были получены, на основании которых можно говорить о том, что работа ведется в правильном направлении и ее необходимо продолжить.

Можно говорить, что поставленные цель и задачи исследования выполнены.

Разработанный факультативный курс и рабочая тетрадь с экзаменационными заданиями предыдущих лет может быть использована учителями математики как на уроках математики, так и на дополнительных занятиях, для подготовки к ГЭ, а также для формирования и развития универсальных учебных действий.

Работа по дальнейшей разработке методики и апробация данной рабочей тетради будет продолжена и в дальнейшем планируется ее издание.

Список используемой литературы

1. BestReferat.ru. Дипломная работа: Методика решения задач повышенной трудности в старших классах средней школы. Раздел: Рефераты по педагогике, 12.11.2010. [Электронный ресурс] Режим доступа: https://www.bestreferat.ru/referat-235809.html
2. FB.ru. Образование / Среднее образование и школы / Факультативное занятие — это что такое? [Электронный ресурс] Режим доступа: https://fb.ru/article/272987/fakultativnoe-zanyatie---eto-chto-takoe
3. Haridus- ja Noorteamet / Молодёжно- Образовательный Департамент. [Электронный ресурс] Режим доступа: www.innove.ee
4. Haridus- ja Noorteamet / Молодёжно- Образовательный Департамент. Раздел «исследования» [Электронный ресурс] Режим доступа: https://www.innove.ee/uuringud
5. Science - конспект лекций, вопросы к экзамену, статья «Методы и способы решения текстовых задач», 2014 г, [Электронный ресурс] Режим доступа: http://science-konspect.org/?content=11671
6. Slovar.cc. Словари, энциклопедии и справочники. Словарь строительных терминов. 2012. Значение слова ПЛИНТУС в Словаре строительных терминов. [Электронный ресурс] Режим доступа: https://slovar.cc/stroit/term/2483199.html
7. Акулова О.В., Писарева С.А., Пискунова Е.В. Конструирование ситуационных задач для оценки компетентности учащихся: Учебно-методическое пособие для педагогов школ. – СПб.: КАРО, 2008. – 96 с.
8. Ведущий образовательный портал России «Инфоурок», раздел библиотека. Выпускная работа. Разноуровневая подготовка учащихся к ГИА: программы, индивидуальные образовательные маршруты, Федотова Е. Ю., Ульяновск 2016 год, [Электронный ресурс] Режим доступа: https://infourok.ru/raznourovnevaya-podgotovka-uchaschihsya-k-gia-klass-2522628.html

9. Гараева Ф.Х. «Организация повторения на уроке математики». Ведущий образовательный портал России «Инфоурок», [Электронный ресурс] Режим доступа: https://infourok.ru/statya-organizaciya-povtoreniya-na-uroke-matematiki-3824427.html
10. Геометрия. Формулы площади и площади поверхности. Площадь поверхности куба, «математика» [Электронный ресурс] Режим доступа: https://www.rapidus.ru/area-of-cube.html
11. Давыдов В.В., Варданян А.У. Учебная деятельность и моделирование. — Ереван, Луйс, 1981. — 220 с.
12. Довжик М. В. OnlineMSchool. «Формулы объема геометрических фигур», «математика» [Электронный ресурс] Режим доступа: https://ru.onlinemschool.com/math/formula/volume/#h1
13. Еремеева В. В. «Применение анализа и синтеза при решении геометрических задач». Портал ИД «Первое сентября». 26.03.2008 [Электронный ресурс] Режим доступа: https://urok.1sept.ru/articles/515970
14. Информационный студенческий ресурс «Студопедия.Нет». «Элективные курсы в профильной школе. Место правовых дисциплин в профильной школе.» 27.06.2018 [Электронный ресурс] Режим доступа: https://studopedia.net/6_117676_elektivnie-kursi-v-profilnoy-shkole-mesto-pravovih-distsiplin-v-profilnoy-shkole.html
15. Кальяс Тийу, Нурк Энн, Лепик Мадис, Тельгмаа Аксель, Ундуск Аугуст, Математика 9 класс. Издательство «Коолибри».
16. Карданова Е.Ю., Пономарева А.А. Исследование убеждений и представлений учителей математики об обучении математике в основной школе. URL: https://publications.hse.ru/articles/135668677
17. Касьянова И. С. «Систематизация знаний на уроках математики в учреждениях СПО», портал «Мультиурок». Россия, Вельск, [Электронный ресурс] Режим доступа: https://multiurok.ru/blog/sistiematizatsiia-znanii-na-urokakh-matiematiki-v-uchriezhdieniiakh-spo.html

18. Кострикина Н.П. Задачи повышенной трудности в курсе алгебры 7-9 классов: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1991. – 237 с.
19. Лысаковская Е. Г. «Элективные курсы. Некоторые вопросы». Портал ИД «Первое сентября»28.06.2010 [Электронный ресурс] Режим доступа: https://clck.ru/SiYWk
20. Математика в 1 классе: Пособие для учителей / М.И. Моро, М.А. Бантова, Г.В. Бельтюкова. — 3-е изд., перераб. — М.: Просвещение, 1982. — 223с.
21. Математика: Учебник для второго класса / М.И. Моро, М.А. Бантова. — М.: Просвещение, 1984. — 160, 256 с.
22. Математика: Учебник для первого класса / М.И. Моро, М.А. Бантова, Г.В. Бельтюкова. — 2-е изд., перераб. — М.: Просвещение, 1982. — 176, 223с.
23. Математика: Учебник для третьего класса/А.С. Пчелко, М.А. Бантова, М.И. Моро, А.М. Пышкало. — 14-е изд. — М.: просвещение, 1983. —191, 207 с.
24. Математическая статистика. Критерий Т-Стьюдента. Таблица критических значений t-критерия Стьюдента [Электронный ресурс] Режим доступа: https://statpsy.ru/t-student/t-test-tablica/
25. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика. Сост. Р.С. Черкасов, А.А. Столяр. – М.: Просвещение, 1985. – 336 с.
26. Метс Марина, Друзик Елена, Пяткова Елена, Математика 9 класс, издательство «Авита».
27. Образовательная социальная сеть «nsportal.ru», раздел библиотека, Поцелуева Ю. А. Материал на тему «Рекомендации по профилактике стресса при сдаче ЕГЭ и ОГЭ» 30.03.21015. [Электронный ресурс] Режим доступа: https://nsportal.ru/shkola/materialy-dlya-roditelei/library/2015/03/30/rekomendatsii-po-profilaktike-stressa-pri-sdache
28. Образовательный портал «ЯКласс», «математика», раздел: Площадь поверхности и объём призмы. [Электронный ресурс] Режим доступа: https://www.yaklass.ru/p/geometria/11-klass/obemy-tel-10440/obem-priamoi-prizmy-i-tcilindra-9284/re-2e3d1d5d-82dd-4a0a-9fa8-a73fab659097

29. Образовательный портал: 2mb, Подрубрика «Геометрия», Рубрика «Математика», статья «Площадь поверхности конуса» [Электронный ресурс] Режим доступа: https://2mb.ru/matematika/geometriya/ploshhad-poverxnosti-konusa/
30. Образовательный портал: www-formula.ru, «математика», раздел: Площадь поверхности правильной пирамиды, [Электронный ресурс] Режим доступа: https://www-formula.ru/2011-09-21-04-36-05
31. Образовательный портал: Мозган. «Математика», «геометрия», раздел: Как найти площадь поверхности пирамиды, [Электронный ресурс] Режим доступа: http://mozgan.ru/Geometry/AreaBodyPyramid#block3
32. Образовательный портал: Образовака. «Математика», «геометрия», раздел: Площадь поверхности цилиндра, [Электронный ресурс] Режим доступа: https://obrazovaka.ru/geometriya/ploshhad-poverhnosti-cilindra-formula
33. Официальный сайт города Таллинна, www.TALLINN.EE, раздел образование, Учебный процесс, «ВЫПУСКНЫЕ ЭКЗАМЕНЫ ДЛЯ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ» [Электронный ресурс] Режим доступа: https://www.tallinn.ee/rus/humanitaargumnaasium/VYPUSKNYE-EKZAMENY-DLJa-OSNOVNOJ-ShKOLY
34. Пойа Д. Как решать задачу? УЧПЕДГИЗ, 1959, 208 с.
35. Сетевое издание «Навигатор образования», статья «ФАКУЛЬТАТИВЫ И ЭЛЕКТИВНЫЕ КУРСЫ» [Электронный ресурс] Режим доступа: https://fulledu.ru/articles/1242_fakultativy-i-elektivnye-kursy.html
36. Сравнительное исследование убеждений и практик учителей математики основной школы в России, Эстонии и Латвии. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/sravnitelnoe-issledovanie-ubezhdeniy-i-praktik-uchiteley-matematiki-osnovnoy-shkoly-v-rossii-estonii-i-latvii/viewer
37. Стефанова Н.Л., Подходова Н.С. Методика и технология обучения математике: курс лекций: пособие для пед. Вузов. 2005. – 146 с.

38. Фридман Л.М. Теоретические основы методики обучения математике: Пособие для учителей, методистов и педагогических высших учебных заведений. – М.: Флинта, 1998. – 224 с.
39. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи: Кн. для учащихся ст. классов сред. шк. – М.: Просвещение, 1989. – 191 с.
40. Павлова Л.В., Грачева И.В. Проблемы подготовки учащихся 9 классов к итоговому экзамену по математике в эстонской школе. / Проблемы теории и практики обучения математике: сборник научных работ, представленных на Международную научную конференцию «73 Герценовские чтения» / под ред. В.В. Орлова. – СПб.: Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 2020. – 176 с. С. 13-18.
41. Павлова Л.В., Грачева И.В. Факультативный курс «Задачи с практическим содержанием» для учащихся 9 класса как средство подготовки к экзамену в эстонской школе. / Вестник Псковского государственного университета. Серия «Естественные и физико-математические науки». Выпуск 16. – Псков: Псковский государственный университет, 2020. – 184 с. С. 110-117.

Приложение 1

Пример экзаменационной работы

ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ
ЗА КУРС ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

5 ИЮНЯ 2015

ИМЯ И ФАМИЛИЯ УЧЕНИКА: ____________________________________

ШКОЛА: ____

УЕЗД/ГОРОД: ____

ЛИЧНЫЙ КОД: _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

Обрати внимание!

• Задания 1, 2, 3, 4 и 5 являются обязательными для решения. Ещё одно задание тебе необходимо выбрать самостоятельно из заданий по выбору (см. задания 6 и 7).

• За решение шести заданий можно получить максимально 50 баллов.

• На решение заданий отводится 180 минут.

• На экзамене разрешено использовать калькулятор и чертёжные принадлежности.

• Решение каждого задания записывай на предусмотренном для этого месте.

Желаем удачи!

Экзаменационная комиссия

Для учителя

1

2

Задание 1. *(8 баллов)*

Упрости выражение $(3+2a)(2a-3)+b(b-a)-(b-2a)^2$

и вычисли его значение при $a=\frac{1}{3}$ и $b=-6$.

Задание 2. *(8 баллов)*

Дано уравнение $\frac{x^2 - x + 2}{4} = \frac{x+3}{5}$.

1. Реши уравнение и выполни проверку.
2. Вычисли произведение чисел, обратных корням данного уравнения.

Для учителя

3

4

5

6

7

SA INNOVE

PÕHIKOOLI LÕPUEKSAM MATEMAATIKA 2015

Для учителя

8

9

10

11

Задание 3. *(8 баллов)*

На выставке кошек были представлены кошки ангорской, сиамской, персидской и сибирской пород. Сиамских кошек было в 2 раза больше, чем ангорских, но в 3 раза меньше, чем персидских. Сибирских кошек было на 13 меньше, чем персидских. Сколько кошек каждой породы было представлено на выставке, если всего кошек было 47?

Задание 4. *(8 баллов)*

Для учителя

Длины оснований прямоугольной трапеции равны 2 м и 3 м, а длина меньшей боковой стороны равна 6 м.

1. Выполни чертеж.
2. Вычисли площадь трапеции.
3. Большая диагональ делит трапецию на два треугольника. Вычисли длину большей диагонали и отношение площадей этих треугольников.

12

13

14

15

16

17

Для учителя

18

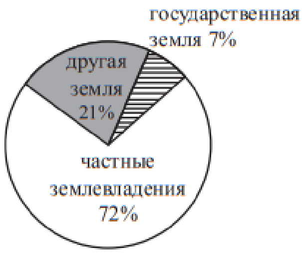
19

20

21

22

Задание 5. *(8 баллов)*



Борщевик сибирский – это очень большое растение, которое нарушает природное равновесие и является опасным для здоровья человека, т.к. его сок оказывает разъедающее действие и вызывает кожные ожоги. Департамент окружающей среды в 2011-2015 годах разработал программу борьбы с этим растением. Если в 2010 году, например, в Вильяндиском уезде борщевик произрастал примерно на 290 гектарах земли, то к концу 2015 года площадь распространения борщевика должна быть значительно уменьшена.

На секторной диаграмме представлено распределение области распространения борщевика на территории Вильяндиского уезда в 2010 году в зависимости от формы земельной собственности.

Источники: http://www.keskkonnaamet.ee/keskkonnakaitse/looduskaitse-3/voorliigid/karuputke-torje-2/
http://www.keskkonnaamet.ee/public/putke_dokumendid/Karuputke_ohjamiskava_2010.pdf

Ответь на вопросы.

1. На скольких гектарах государственной земли Вильяндиского уезда в 2010 году рос борщевик сибирский?
2. Во сколько раз в 2010 году площадь распространения борщевика на частных территориях была больше площади его распространения на государственной земле?
3. Площадь Вильяндиского уезда примерно 3590 км^2. Сколько процентов земли Вильяндиского уезда занимала в 2010 году территория распространения борщевика сибирского?
4. В соответствии с программой к 2015 году планируется область распространения борщевика в Вильяндиском уезде уменьшить до 180 гектаров. На сколько процентов уменьшится площадь распространения борщевика по сравнению с 2010 годом?

Приближенные конечные результаты округли до десятых.

ЗАДАНИЯ ПО ВЫБОРУ

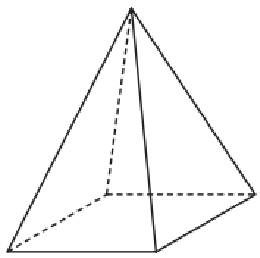
Задание 6. *(10 баллов)*

Дана функция $y = ax^2 + c$, где $a \neq 0$.
Известно, что вершина графика данной функции находится в точке $H(0;\ -2)$ и точка $A(2;\ 6)$ принадлежит графику данной функции.

1. Вычисли значение коэффициента квадратичного члена a и значение свободного члена c данной функции.
2. Запиши формулу, задающую данную функцию.
3. Вычисли нули данной функции.
4. Начерти график данной функции.
5. Пересекает ли график данной функции прямая $y = 2x - 4$? Обоснуй свой ответ.

Задание 7. *(10 баллов)*

Фирма производит свечи, имеющие форму правильной четырехугольной пирамиды. Диагональ основания каждой такой свечи равна 10 см, а длина бокового ребра 13 см. Каждую свечу упаковывают в коробку, имеющую вид прямоугольного параллелепипеда, основанием которого является квадрат со стороной 8 см. Высота коробки на 1 см больше высоты свечи.



1. Вычисли высоту коробки.
2. Вычисли объем свечи и объем коробки.
3. Поместится ли в данной коробке цилиндрическая свеча, объем которой равен 750 см^3, а высота равна высоте свечи в виде пирамиды? Обоснуй свой ответ.

Я выбрал(а) задание ___ .

Для учителя

23 29
24 30
25 31
26 32
27 33
28 34
35

Приложение 2.

Руководство по оцениванию экзамена по математике за курс основной школы

Руководство по оцениванию экзамена по математике за курс основной школы

- При оценивании нужно использовать красную или зелёную шариковую или гелевую ручку. Запрещено проводить оценивание работы простым карандашом, а также использовать корректорную ленту и замазку.
- При оценивании решения задач нужно в каждой клетке для баллов выставить только целое количество баллов.
- В каждую клетку для баллов нужно записать количество баллов, полученных за конкретное действие, описанное в инструкции по оцениванию.

NB! Если ученик не записал решение всей задачи или её какой-то части, то в соответствующую клетку для баллов нужно записать знак „–“ (а не 0). Цифру 0 нужно записать только тогда, когда решение всей задачи (или соответствующей её части) полностью неверное, то есть представленное решение невозможно оценить хотя бы одним баллом.

- ✓ Все полученные за решения задач (или их частей) баллы обязательно нужно записать в правильные клетки для баллов в строгом соответствии с руководством по оцениванию.
- ✓ Руководство по оцениванию каждой задачи основано на одном (или двух) возможных решениях данной задачи. В тех случаях, когда представленное решение задачи не соответствует указанному в руководстве решению, вопросом о распределении баллов занимается школьная экзаменационная комиссия.
- ✓ На титульном листе тетради нужно указать годовую оценку ученика, полученную за экзамен сумму баллов, а также оценку за экзамен.

- ✓ Критерии оценивания экзаменационной работы:

45–50 баллов (90–100%) оценка „5";

38–44 балла (75–89%) оценка «4»;

25–37 баллов (50–74%) оценка «3»;

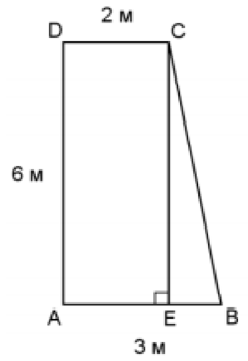
10–24 балла (20–49%) оценка «2»;

0–9 баллов (0–19%) оценка «1».

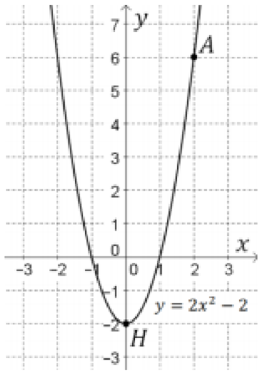
После завершения оценивания экзаменационных работ просим учителей оставить обратную связь по поводу экзамена, форму которой можно найти по следующему адресу: http://www.innove.ee/uuringud/index.php/328962/lang-et

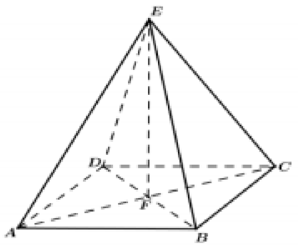
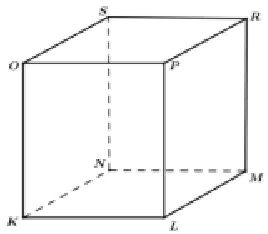
N	Возможное решение	Проверяемые знания и умения, а также пояснения о распределении баллов	Баллы	Клетки для баллов
1.	Упрощение выражения: $(3+2a)(2a-3)+b(b-a)-(b-2a)^2=$ $=4a^2-9+b^2-ab-(b^2-4ab+4a^2)=$ $=4a^2-9+b^2-ab-b^2+4ab-4a^2=3ab-9$	Знание и применение формулы $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ или раскрытие скобок в 1-ом слагаемом (2 б) Умножение (раскрытие скобок во 2-ом слагаемом) (1 б) Знание и применение формулы $(a-b)^2=(a-b)(a-b)=a^2-2ab+b^2$ или раскрытие скобок в 3-ем слагаемом (2 б) Применение знака минуса перед 3-им слагаемым при раскрытии скобок (1 б) Приведение подобных слагаемых (1 б)	всего **7 б**	Клетка 1
	Вычисление: $3\cdot\frac{1}{3}\cdot(-6)-9=-15$	Вычисление значения упрощённого выражения **NB!** Если ученик вычисляет только значение выражения, то есть проводит вычисление, предварительно не упростив данное выражение, и получает верный ответ, то за решение всей задачи (за вычисление) дать **1 б**.	**1 б**	Клетка 2
2.	1. $5x^2-9x-2=0 \Rightarrow x_1=-\frac{1}{5}=-0{,}2;\ \ x_2=2$	1. Приведение уравнения к виду $ax^2+bx+c=0$ Решение квадратного уравнения	**2 б** **2 б**	Клетка 3 Клетка 4
	Проверка. Первое решение $x_1=-\frac{1}{5}=-0{,}2$: левая часть $=\frac{(-0{,}2)^2-(-0{,}2)+2}{4}=0{,}56$; правая часть $=\frac{-0{,}2+3}{5}=0{,}56$; лч = пч.	Проверка полученных решений	**2 б**	Клетка 5

	Второе решение $x_2 = 2$: лч $= \dfrac{2^2 - 2 + 2}{4} = 1$; пч $= \dfrac{2+3}{5} = 1$; лч = пч. 2. $-5 \cdot \dfrac{1}{2} = -2{,}5$	2. Знание понятия *обратное число* и нахождение чисел, обратных корням данного уравнения (оба ответа верные) Вычисление произведения	**1 б** **1 б**	Клетка 6 Клетка 7
3.	Пусть число кошек ангорской породы x, тогда сиамских кошек $2x$, персидских $6x$, а сибирских $6x-13$. Получаем уравнение: $x+2x+6x+6x-13=47 \Rightarrow 15x=60 \Rightarrow x=4$ (ангорских кошек). Вычисляем количество кошек других пород: сиамских 8, персидских 24 и сибирских 11. Проверка. На выставке всего было $4+8+24+11=47$ кошек. Ответ. Ангорских кошек было 4, сиамских 8, персидских 24 и сибирских 11.	Составление уравнения По представленному решению: выражение числа сиамских кошек (1 б), персидских кошек (1 б), сибирских кошек (1 б) и составление верного уравнения (1 б) Решение составленного уравнения Нахождение количества кошек других пород (даже если уравнение составлено или решено неверно) Проверка полученных решений	**4 б** **1 б** **2 б** **1 б**	Клетка 8 Клетка 9 Клетка 10 Клетка 11

4.	1. 	Рисунок **NB!** Важно, чтобы была начерчена прямоугольная трапеция.	**1 б**	Клетка 12
	2. $S=\frac{AB+CD}{2}\cdot AD$ $S=\frac{3+2}{2}\cdot 6=15\left(\text{м}^2\right)$	Знание и применение формулы нахождения площади трапеции (или нахождение её площади через сумму площадей её частей, например, S прямоугольной трапеции = S прямоугольника + S прямоугольного треугольника)	**2 б**	Клетка 13
	3. $BD=\sqrt{AB^2+AD^2}$; $BD=\sqrt{3^2+6^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$ (м) $\approx 6{,}7$ (м)	Знание и применение теоремы Пифагора для нахождения длины большей диагонали *BD* данной трапеции **NB!** Считать также верными ответы, округлённые до целого числа, до сотых, тысячных и т.д. **NB!** Если ученик верно вычисляет длину меньшей диагонали *AC*, то дать 1 балл (клетка 14).	**2 б**	Клетка 14
	$S_{ABD}=\frac{AB\cdot AD}{2}$; $S_{ABD}=\frac{6\cdot 3}{2}=9\,(\text{м}^2)$	Вычисление площади прямоугольного треугольника (на рисунке *ABD*)	**1 б**	Клетка 15
	$S_{BCD}=S_{трапеция}-S_{ABD}$; $S_{BCD}=15-9=6\,(\text{м}^2)$	Вычисление площади второго треугольника (на рисунке *BCD*)	**1 б**	Клетка 16
	Отношение площадей: $\frac{S_{BCD}}{S_{ABD}}=\frac{2}{3}$ или $\frac{S_{ABD}}{S_{BCD}}=\frac{3}{2}$	Нахождение отношения площадей треугольников	**1 б**	Клетка 17

5.	1. На государственной земле: 7% от 290 га равно $0{,}07 \cdot 290 = 20{,}3\,(\text{га})$	Нахождение по тексту величины области произрастания борщевика (1 б) Решение 1-го пункта (1 б)	всего **2 б**	Клетка 18
	2. На частных землевладениях: $0{,}72 \cdot 290 = 208{,}8\,(\text{га})$ На государственной земле: $20{,}3\,(\text{га})$ из 1-го пункта Во сколько раз больше: в $\frac{208{,}8}{20{,}3} \approx 10{,}3$ раза или $\frac{72\%}{7\%} \approx 10{,}3$ раза	Решение 2-го пункта	**2 б**	Клетка 19
	3. $1\,\text{га} = 10000\,\text{м}^2 = 0{,}01\,\text{км}^2$ Величина области произрастания борщевика: $0{,}01 \cdot 290 = 2{,}9\,(\text{км}^2)$	3-й пункт Преобразование единиц измерения	**1 б**	Клетка 20
	Сколько процентов земли уезда? $\frac{2{,}9 \cdot 100\%}{3590} \approx 0{,}1\%$ или $1\,\text{км}^2 = 10^6\,\text{м}^2 = 100\,\text{га}$; $3590\,\text{км}^2 = 359000\,\text{га} \Rightarrow \frac{290 \cdot 100\%}{359000} \approx 0{,}1\%$	Вычисление процента	**1 б**	Клетка 21
	4. Разность площадей: $290 - 180 = 110\,(\text{га})$ На сколько процентов уменьшится? на $\frac{110 \cdot 100\%}{290} \approx 37{,}9\%$	Решение 4-го пункта	**2 б**	Клетка 22

6.	1. $\begin{cases} c=-2 \\ 4a+c=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ c=-2 \end{cases}$	1. Нахождение значения свободного члена *c* (например, по координатам вершины параболы *H*)	**1 б**	Клетка 23
		Нахождение значения коэффициента квадратичного члена *a* (через составление уравнения или системы уравнений по координатам точки *A* и решение составленной модели)	**2 б**	Клетка 24
	2. $y=2x^2-2$	2. Верная формула **NB!** Если ученик ошибается при нахождении коэффициентов *a* и *c*, в результате чего получает неверную формулу квадратичной функции, то в пунктах 3–5 проводить оценивание, исходя из полученной учеником формулы квадратичной функции.	**1 б**	Клетка 25
	3. $X_0: y=0;\quad 2x^2-2=0 \Rightarrow x_{1;2}=\pm 1$	3. Знание понятия *нули функции* (1 б) Вычисление нулей функции (1 б)	всего **2 б**	Клетка 26
	4. 	4. Построение графика полученной функции	**2 б**	Клетка 27
	5. Пересекает ли прямая $y=2x-4$ график данной функции? Не пересекает. Возможные обоснования: 1) начертить прямую и пояснить по рисунку; 2) составить и решить систему уравнений (так как система не имеет решения, то нет и точек пересечения)	5. Верный ответ и обоснование/вычисление **NB!** Только за ответ ДА/НЕТ баллы не давать, то есть должно быть подтверждение ответа либо пояснением, либо с помощью вычислений.	**2 б**	Клетка 28

7.		Знание свойства квадрата о делении диагоналей пополам	**1 б**	Клетка 29
	1. Высота свечи: $EF=\sqrt{AE^2-(0{,}5AC)^2}$ $EF=\sqrt{13^2-5^2}=12\,(\text{см})$	Вычисление высоты пирамиды (свечи)	**1 б**	Клетка 30
	Высота коробки: $KO=12+1=13\,(\text{см})$ 	Вычисление высоты прямоугольного параллелепипеда (коробки)	**1 б**	Клетка 31
	2. Объём свечи: $V_{свеча}=\frac{1}{3}\cdot AB^2\cdot EF;$	Знание формулы и вычисление площади основания пирамиды (свечи)	**1 б**	Клетка 32
	$V_{свеча}=\frac{1}{3}\cdot(\frac{10}{\sqrt{2}})^2\cdot 12=200\,(\text{см}^3)$ или $V_{свеча}=\frac{1}{3}\cdot\frac{AC\cdot BD}{2}\cdot EF;$ $V_{свеча}=\frac{1}{3}\cdot\frac{10\cdot 10}{2}\cdot 12=200\,(\text{см}^3)$	Знание формулы и вычисление объёма пирамиды (свечи)	**2 б**	Клетка 33
	Объём коробки: $V_{коробка}=KL^2\cdot KO$ $V_{коробка}=8^2\cdot 13=832\,(\text{см}^3)$	Знание формулы и вычисление объёма прямоугольного параллелепипеда (коробки)	**2 б**	Клетка 34

	3. Поместится ли цилиндрическая свеча в коробке? Не поместится. Возможные обоснования: 1) Так как высоты свечей в форме цилиндра и пирамиды одинаковые, то ответить на вопрос можно, отталкиваясь от радиуса основания цилиндра. Объем цилиндра: $V_{цилиндр} = \pi \cdot r^2 \cdot h \Rightarrow r = \sqrt{\frac{V_{цилиндр}}{\pi \cdot h}}$; $r = \sqrt{\frac{750}{12\pi}} \approx 4{,}5$ (см) Цилиндрическая свеча поместится в коробке, если диаметр её основания не больше 8 см. Диаметр же основания данной в задаче свечи около 9 см, поэтому она в коробке не поместится. 2) Наибольшая цилиндрическая свеча, которая может поместиться в коробке, должна иметь высоту длиной 12 см и радиус в основании длиной 4 см. Объём такой свечи равен $V_{цил} = \pi \cdot r^2 \cdot h;\ \ V_{цил} = \pi \cdot 4^2 \cdot 12 \approx 603$ (см^3). Объём данной в задаче свечи намного больше, поэтому данная в задаче свеча в коробку не поместится.	Идея решения, решение и обоснование ответа **NB!** Только за необоснованный ответ НЕТ баллы не давать.	**2 б**	Клетка 35

Приложение 3

Рабочая тетрадь «Экзамен по математике. 9 класс»

Тетрадь

для подготовки к выпускному экзамену

по математике

в основной школе

Ирина Грачёва

2020-2021

Содержание

Тема 1. Проценты..98

Тема 2. Система линейных уравнений с двумя неизвестными. 102

Тема 3. Многочлены. 105

Тема 4. Основные свойства алгебраической дроби. 107

Тема 5. Дискриминант квадратного уравнения. 110

Тема 6. Квадратичная функция и её график 111

Тема 7. Подобие треугольников и теорема Фалеса. 115

Тема 8. Теорема Пифагора. 117

Тема 9. Нахождение площади и периметра фигур. 119

Тема 10. Объёмные фигуры...121

Список литературы: 122

Тема 1. Проценты

ПОВТОРИ:

Процент (лат. per cent — на сотню) — одна сотая доля. Обозначается знаком «%». Используется для обозначения доли чего-либо по отношению к целому.

Процент – это сотая часть единицы. Запись 1% означает 0.01. Существует три основных типа задач на проценты:

Задача 1. Найти указанный процент от заданного числа. Заданное число умножается на указанное число процентов, а затем произведение делится на 100.

Пример: Вклад в банке имеет годовой прирост 6%. Начальная сумма вклада равнялась 10000 руб. На сколько возрастёт сумма вклада в конце года?

Решение: $10000 \cdot 6 : 100 = 600$ (руб)

Задача 2. Найти число по заданному другому числу и его величине в процентах от искомого числа.

Заданное число делится на его процентное выражение и результат умножается на 100.

Пример: Зарплата в январе равнялась 1500 руб., что составило 7.5% от годовой зарплаты. Какова была годовая зарплата?

Решение: $1500 : 7.5 \cdot 100 = 20000$ (руб)

Задача 3. Найти процентное выражение одного числа от другого.

Первое число делится на второе и результат умножается на 100.

Пример: Завод произвёл за год 40000 автомобилей, а в следующем году – только 36000 автомобилей. Сколько процентов это составило по отношению к выпуску предыдущего года?

Решение: $36000 : 40000 \cdot 100 = 90\%$.

Задачи для самостоятельного решения.

Задание 1.1.

Исследовательский центр провёл опрос среди 720 учащихся с целью выяснить, довольны ли учащиеся школьным питанием. Центру ответили 85% всех опрошенных учащихся, причём 2/3 ответивших были довольны питанием. Из числа учащихся, недовольных питанием, 75% хотели бы видеть в меню больше салатов, а остальные учащиеся пожелали, чтобы увеличился выбор соков.

1) Сколько учащихся ответило на вопросы центра?
2) Сколько учащихся предпочли не отвечать на вопросы центра?
3) Сколько учащихся из числа ответивших не были довольны школьным питанием?
4) Сколько учащихся пожелали, чтобы увеличился выбор соков?

Решение сопровождай письменными объяснениями!

…………………………………………………………………………………………….

Задание 1.2.

Для приготовления яблочного пирога требуется 320 г муки, 0,2 кг сахара, 180 г сливочного масла, 4 яйца и 8 яблок.

1. Сколько весит тесто вместе с дольками яблок, если одно яйцо весит 30 г, а одно яблоко весит 100 г?
2. Тесто при выпечке теряет 1/9 своей массы. Сколько будет весить после выпечки яблочный пирог, приготовленный из перечисленных продуктов?
3. К Юре в гости придут друзья, но испеченного пирога на всех не хватит. Сколько муки, сахара, масла и яблок понадобится Юре, если он планирует использовать 5 яиц?

……………………………………………………………………………………………..

Задание 1.3.

Из 20 га пахотной земли хуторского хозяйства 55% занято картофелем, 5 га занято ячменём и остальная земля занята рожью. Вычисли, сколько

1) гектаров пахотной земли занято картофелем;
2) процентов пахотной земли занято ячменём;
3) гектаров пахотной земли занято рожью;
4) процентов пахотной земли занято рожью.

……………………………………………………………………………………………….

Задание 1.4.

Акции кузнечной фирмы “Серебряный молот” распределены между акционерами следующим образом: у Лаури одна четверть акций, у Карла 2/5 акций, у Марта 22,5% акций и у Пеэтера оставшаяся часть акций. Годовая прибыль фирмы составляет 1 200 000 евро, из которых 0,8% передаётся в фонд детской больницы, и оставшаяся часть делится между акционерами фирмы пропорционально той части акций, которая находится во владении каждого из них. Сколько евро годовой прибыли получит каждый акционер?

………………………………………………………………………………………………

Задание 1.5.

Владелец квартиры планирует затратить на ремонт квартиры 35 500 евро., из которых у него имеется 15 000 евро. Недостающая сумма занимается у друга сроком на 2 года. За заём владелец квартиры платит другу проценты в размере 4% от занятой суммы ежегодно. Согласно соглашению, проценты добавляются к сумме займа при её возврате после истечения срока займа. Вычисли

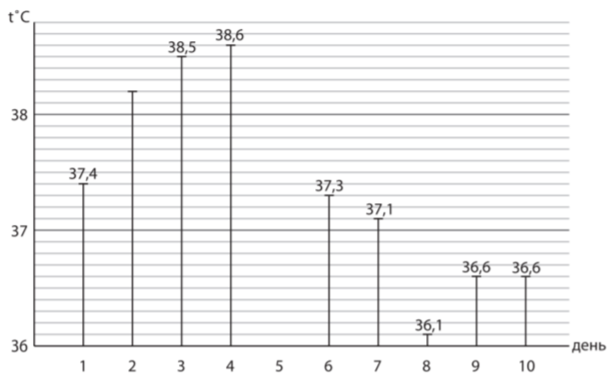
1) сколько в действительности будет стоить ремонт вместе с выплаченными процентами;

2) сколько процентов от общей суммы затрат составляют выплаченные проценты. Ответ округли до десятых.

………………………………………………………………………………………………..

Задание 1.6.

На диаграмме представлены данные измерений температуры тела больного в течение 10 дней подряд.



1. Определи температуру тела больного на второй день.
2. На восьмой день температура тела больного понизилась на 5% по сравнению с температурой, измеренной на пятый день. Вычисли температуру тела больного на пятый день и дополни диаграмму.
3. На сколько процентов уменьшилась температура тела больного с четвёртого по восьмой день?
4. Лечащий врач посмотрел на диаграмму и сказал, что больной выздоровел. Почему врач мог это утверждать?

Обоснуй свой ответ.

………………………………………………………………………………………………...

Задание 1.7.

Провели опрос учеников 9-ых классов. Каждого ученика просили выбрать из списка слов одно слово, которое характеризует именно его. Наибольшее количество голосов получили слова справедливый, дружелюбный, счастливый, смелый и радостный. 14 учеников выбрали некоторые другие слова. Результаты опроса представлены в виде секторной диаграммы.

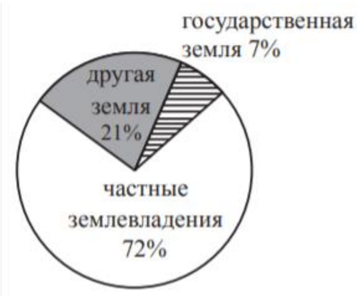
Ответь на вопросы.

1. Сколько учеников приняло участие в опросе?
2. Сколько учеников выбрало слово радостный?

3. Сколько процентов учеников выбрало слово счастливый, если величина угла, соответствующего этому слову на секторной диаграмме, равна 72°? Полученный результат запиши в предназначенное для него место на диаграмме.
4. Сколько процентов участников опроса выбрало слово справедливый? Полученный результат запиши в предназначенное для него место на диаграмме.
5. Среди всех участников опроса разыграли приз. Какова вероятность того, что приз получил ученик, выбравший слово дружелюбный?

…………………………………………………………………………………………

Задание 1.8.



Борщевик сибирский – это очень большое растение, которое нарушает природное равновесие и является опасным для здоровья человека, т.к. его сок оказывает разъедающее действие и вызывает кожные ожоги. Департамент окружающей среды в 2011-2015 годах разработал программу борьбы с этим растением. Если в 2010 году, например, в Вильяндиском уезде борщевик произрастал примерно на 290 гектарах земли, то к концу 2015 года площадь распространения борщевика должна быть значительно уменьшена. На секторной диаграмме представлено распределение области распространения борщевика на территории Вильяндиского уезда в 2010 году в зависимости от формы земельной собственности.
Ответь на вопросы.
1. На скольких гектарах государственной земли Вильяндиского уезда в 2010 году рос борщевик сибирский?
2. Во сколько раз в 2010 году площадь распространения борщевика на частных территориях была больше площади его распространения на государственной земле?
3. Площадь Вильяндиского уезда примерно 3590 км^2. Сколько процентов земли Вильяндиского уезда занимала в 2010 году территория распространения борщевика сибирского?
4. В соответствии с программой к 2015 году планируется область распространения борщевика в Вильяндиском уезде уменьшить до 180 гектаров. На сколько процентов уменьшится площадь распространения борщевика по сравнению с 2010 годом? Приближенные конечные результаты округли до десятых.

…………………………………………………………………………………………

Задание 1.9.

В таблице приведены данные об участии спортсменов Эстонской Республики в летних олимпийских играх.

Год	**Количество спортсменов**	**Количество представленных видов спорта**	**Количество завоёванных медалей**		
			Золото	**Серебро**	**Бронза**
1920	14	3	1	2	
1924	47	5	1	1	4
1928	21	5	2	1	2
1932	3	2			
1936	39	8	2	2	3
1992	38	15	1		1
1996	44	13			
2000	33	11	1		2
2004	42	10		1	2
2008	47	13	1	1	

Ответь на вопросы, используя данные таблицы.
1. В скольких олимпийских играх принимало участие более 33 спортсменов?

2. Сколько спортсменов в среднем входило каждый год в состав сборной Эстонии с 1924 по 1996 год?

3. Определи год проведения игр, в который было завоёвано больше всего медалей.

4. Сколько процентов составляют золотые медали от общего количества завоёванных медалей? NB! Ответ округли до единиц.

…………………………………………………………………………………………………….

Задание 1.10.

В 2012 году было продано около 2,5 миллионов билетов в кинотеатры Эстонии, что является самым большим показателем за последние двадцать лет. По сравнению с 2011-м годом билетов продали более чем на 100 000 больше. На первом месте в рейтинге популярности оказался фильм „Ледниковый период 4“ (171 000 зрителей), затем фильм „007: Координаты „Скайфолл“ (95 000 зрителей) и „Мадагаскар 3“ (88 000 зрителей). На 4-м месте в рейтинге популярности фильм эстонского режиссера Тоомаса Хуссара „По грибы“ (73 700 зрителей). Фильм эстонского режиссера Ильмара Раага „Эстонка в Париже“ в рейтинге популярности оказался на 15-м месте (36 600 зрителей), а фильм эстонских режиссеров Андреса Кыппера и Аруна Тамма „Чертова пятница“ на 21-м месте (33 000 зрителей). Фильмы эстонских режиссеров посмотрели в кинотеатрах примерно 250 000 зрителей, что составило 10% от общего числа посетителей. Средняя стоимость билета в кино была 4,1евро и она не изменилась по сравнению с предыдущим годом. [5]

Демонстрация полнометражных фильмов в кинотеатрах Эстонии в 2009 – 2012 годах

	Всего фильмов	**Эстонские фильмы**	**Американские фильмы**
2009	313	24	200
2010	294	14	177
2011	301	40	143
2012	332	28	154

Ответь на вопросы.

1. Какой фильм эстонских режиссеров посмотрело больше всего зрителей в 2012-м году?

2. Какова была сумма, полученная от продажи билетов в кинотеатры в 2012-м году?

3. Какое количество полнометражных фильмов в среднем было показано за один год в кинотеатрах Эстонии в период с 2009 по 2012 годы?

4. Сколько процентов от всех показанных в 2012 году полнометражных фильмов составили фильмы эстонского производства?

5. На сколько процентов и в какую сторону изменилось число показанных в 2012 году полнометражных американских фильмов по сравнению с их числом в 2009-м году?

…………………………………………………………………………………………………….

Тема 2. Система линейных уравнений с двумя неизвестными.

ПОВТОРИ:

Системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными имеют вид:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

где a, b, c, d, e, f – заданные числа; x, y – неизвестные. Числа a, b, d, e – коэффициенты при неизвестных; c, f – свободные члены. Решение этой системы уравнений может быть найдено двумя основными методами.

Метод подстановки:

Из одного уравнения выражаем одно из неизвестных, например x, через коэффициенты и другое неизвестное y:

x = (c – by) : a

Подставляем во второе уравнение вместо x:

d (c – by) : a + ey = f

Решая последнее уравнение, находим y:

y = (af – cd) : (ae – bd)

Подставляем это значение вместо y в выражение (2):

x = (ce – bf) : (ae – bd)

Метод сложения или вычитания:

Умножаем обе части 1-го уравнения системы (1) на (– d), а обе части 2-го уравнения на «a» и складываем их:

$$\begin{cases} -adx - bdy = -cd \\ \quad adx + aey = af \end{cases} \quad \rightarrow \quad -bdy + aey = -cd + af$$

Отсюда получаем: y = (af – cd) : (ae – bd)

Подставляем найденное для y значение в любое уравнение системы (1):

ax + b (af – cd) : (ae – bd) = c

Находим другое неизвестное:

x = (ce – bf) : (ae – bd).

Задачи для самостоятельного решения.

Задание 2.1.

Реши систему уравнений и письменно выполни проверку.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$$

……………………………………………………………………………………………..

Задание 2.2.

Реши систему уравнений и письменно выполни проверку.

$$\begin{cases} x + 3y = 5 \\ -2x + 13y = 9 \end{cases}$$

…………………………………………………………………………………………….

Задание 2.3.

Реши систему уравнений и письменно выполни проверку.

$$\begin{cases} 2(x - 0{,}5y) - y = 6 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$$

…………………………………………………………………………………………….

Задание 2.4.

Реши систему уравнений и письменно выполни проверку.

$$\begin{cases} 3(y + 2) = 3 - 2x \\ 4x + 5y = -7 \end{cases}$$

…………………………………………………………………………………………….

Задание 2.5.

Реши систему уравнений и письменно выполни проверку.

$$\begin{cases} 5(x-1) = y+1 \\ 3(y-1) = 4x+1 \end{cases}$$

…………………………………………………………………………………………….

Задание 2.6.

Реши систему уравнений и выполни письменно проверку:

$$\begin{cases} x-2y = 5 \\ 4y+3x = 10 \end{cases}$$

…………………………………………………………………………………………….

Задание 2.7.

Реши систему уравнений и выполни письменно проверку:

$$\begin{cases} 6x-3y = 0 \\ -3y+7x = -26 \end{cases}$$

…………………………………………………………………………………………….

Задание 2.8.

Реши систему уравнений и выполни письменно проверку:

$$\begin{cases} 2x-3(2y+1) = 15 \\ 3(x+1)+3y = 2y-2 \end{cases}$$

…………………………………………………………………………………………….

Задание 2.9.

Реши систему уравнений и выполни письменно проверку:

$$\begin{cases} (x-4)(y-2) = -12 \\ xy = -8 \end{cases}$$

…………………………………………………………………………………………….

Задание 2.10.

Реши систему уравнений и выполни письменно проверку:

$$\begin{cases} \dfrac{x-1}{3}+\dfrac{y-1}{3} = 2 \\ \dfrac{x-1}{2}-\dfrac{y-1}{6} = \dfrac{5}{3} \end{cases}$$

…………………………………………………………………………………………….

Задание 2.11.

За два килограмма винограда и один килограмм груш заплатили всего 5 евро. Если количество винограда уменьшить в 4 раза, а количество груш увеличить на 200 грамм, то за покупку нужно будет заплатить 2 евро 58 центов. Найди стоимость 1 кг винограда и стоимость 1 кг груш.

…………………………………………………………………………………………….

Задание 2.12.

Для учащихся организуется учебная поездка. Если каждый учащийся заплатит по 5 евро, то на общую стоимость поездки не хватит 4,75 евро, а если каждый учащийся заплатит по 5,50 евро, то после оплаты общей стоимости поездки останется 4,75 евро. Сколько учащихся принимают участие в учебной поездке и какова её общая стоимость?

……………………………………………………………………………………………

Задание 2.13.

Дан прямоугольник, периметр которого равен 38 см. Если длину одной стороны прямоугольника увеличить в 3 раза и длину другой стороны уменьшить на 10 см, то периметр прямоугольника уменьшится на 4 см. Найди длины сторон данного прямоугольника.

…………………………………………………………………………………………….

Задание 2.14.

Товарищество „Пряник“ изготавливает каждый день 60 кг печенья. В конце каждого рабочего дня продукцию, изготовленную за день, упаковывают в одинаковые ящики, используя при этом только большие или только маленькие ящики, причём все ящики заполняются полностью. Известно, что для упаковки дневной продукции маленьких ящиков требуется на 4 больше, так как каждый маленький ящик вмещает на 500 г печенья меньше, чем большой ящик. Сколько килограммов печенья вмещает большой ящик и сколько больших ящиков требуется для упаковки продукции, изготовленной за один день?

……………………………………………………………………………………………….

Задание 2.15.

Конфеты общим весом 2 кг 400 г расфасовали в 15 пакетов и 15 коробок. В пакет входит на 20 г конфет меньше, чем в коробку. Сколько грамм конфет было в каждом пакете и в каждой коробке?

……………………………………………………………………………………………….

Задание 2.16.

Длина приусадебного участка прямоугольной формы на 10 м больше его ширина. За счет покупки соседнего участка его площадь увеличилась на 400 м^2, при этом длина участка увеличилась на 10 м, а ширина участка – на 2 м. найдите площадь старого участка и площадь нового участка.

……………………………………………………………………………………………….

Задание 2.17.

Составьте квадратное уравнение, если известно, что среднее арифметическое его корней равно 16, среднее геометрическое (пропорциональное) корней равно 12 и корни положительны.

……………………………………………………………………………………………….

Задание 2.18.

Одноклассники после окончания школы обменялись фотокарточками каждый с каждым. При этом всего потребовалось 210 фотокарточек. Сколько учеников было в классе?

……………………………………………………………………………………………….

Задание 2.19.

Найдите двузначное число, зная, что число его единиц на 3 больше числа его десятков, а произведение этого числа на сумму его цифр равно 324.

……………………………………………………………………………………………….

Задание 2.20.

На экзамене по математике необходимо решить систему двух линейных уравнений с двумя неизвестными $\begin{cases} \frac{3x-2}{3} + \frac{1-2y}{2} = 1\frac{5}{6} \\ 2x = 1 - y \end{cases}$

Настя решила данную систему методом алгебраического сложения, а Костя решил систему графически. Оба решили систему верно. Запиши решение Насти и Кости.

Тема 3. Многочлены.

ПОВТОРИ:

Умножение двучленов

Каждый элемент первого двучлена умножается на каждый элемент второго двучлена, записывается алгебраическая сумма полученных произведений, производится приведение нового многочлена к стандартному виду.

Пример 1: $(y - 5)(y - 9) = y^2 - 9y - 5y + 45 = y^2 - 14y + 45$;

Умножение многочленов

Чтобы провести умножение многочлена на многочлен, нужно каждый член одного многочлена умножить на каждый член другого многочлена и сложить полученные произведения.

Произведение и разность двух одночленов

Произведение суммы и разности двух выражений можно найти как произведение многочленов. Для ускорения вычислений удобнее вывести формулу.

Найдем произведение суммы и разности двучленов непосредственным умножением:

$(a - b)(a + b) = a^2 + ab - ab - b^2 = a^2 - b^2$

$- ab$ и $+ ab$ — противоположные слагаемые, поэтому их сумма равна нулю.

Произведение суммы и разности двух выражений равно разности квадратов этих выражений.

Формула разности квадратов: $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$.

Квадрат суммы двух выражений равна квадрату первое выражение плюс удвоенный произведение первое выражение на второй и плюс квадраты второго выражения.

Формула квадрата суммы: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Квадрат разности двух выражений равна квадрату первое выражение минус удвоенный произведение первое выражение на второй и плюс квадраты второго выражения.

Формула квадрата разности: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

Задачи для самостоятельного решения.

Задание 3.1. Реши уравнения: $(2x + 1)^2 - 4x(x - 1) = -15$;

…………………………………………………………………………………………………

Задание 3.2. Упрости выражение $(2x + 3y)(2x - 3y) + (4x + 3y)^2 - 5x(5y - x)$ и вычисли значение данного выражения, если $x = -4$ и $y = 10$.

…………………………………………………………………………………………………

Задание 3.3. Реши уравнение: $(2x - 1)^2 = 2x(x - 2) + 9$;

…………………………………………………………………………………………………

Задание 3.4. Упрости выражение $A = (a + 2)(a - 3) - (a - 2)^2$ и письменно вычисли его значение при $a = \frac{7}{9}$.

Упрости выражение $B = \frac{b^{-2} \cdot b^7}{b^4}$

…………………………………………………………………………………………………

Задание 3.5. Упрости выражение $(b - 2a)(b + 2a) - b(2b - a) + (2a - b)^2$ и затем письменно вычисли его точное значение при $a = -2$ и $b = 0,5$.

…………………………………………………………………………………………………

Задание 3.6. Упрости выражение и затем вычисли его точное значение при $a = 0,5$ и $b = -\frac{2}{3}$, **если** $(4a - 3b)^2 - 3b(3b - 7a)$.

…………………………………………………………………………………………………

Задание 3.7. Упрости выражение и затем вычисли его точное значение при a = $-\frac{1}{3}$, b = –1,5**, если** $(a - b)(a + b) - 2a(5a - 7b) + (3a - b)^2$

……………………………………………………………………………………………

Задание 3.8. Упрости выражение и затем вычисли его точное значение при m = $\frac{1}{3}$
$(2m - 3)(2m + 3) + (m + 3)^2 - 3m(m - 2)$

……………………………………………………………………………………………

Задание 3.9. Упрости выражение и затем вычисли его точное значение при m = −0,5:
$(3m - 2)(2 + 3m) - 3m(3m - 2) + (m - 2)^2$

……………………………………………………………………………………………

Задание 3.10. Упрости выражение и затем вычисли его точное значение при x = −2:
$(2x - 3)(2x + 3) - (x + 2)^2 - 4x(x - 1)$

……………………………………………………………………………………………

Задание 3.11.
На выставке кошек были представлены кошки ангорской, сиамской, персидской и сибирской пород. Сиамских кошек было в 2 раза больше, чем ангорских, но в 3 раза меньше, чем персидских. Сибирских кошек было на 13 меньше, чем персидских. Сколько кошек каждой породы было представлено на выставке, если всего кошек было 47?

……………………………………………………………………………………………

Задание 3.12.
В саду росли кусты черной и красной смородины, причем кустов черной смородины было в 2 раза больше, чем красной. В результате весенних работ по обновлению сада количество кустов красной смородины увеличили на 3, а черной смородины уменьшили на 9. Теперь в саду всего 57 кустов смородины. Сколько кустов красной и черной смородины было в саду до обновления?

……………………………………………………………………………………………

Задание 3.13.
Найди два числа, сумма которых равна 85, а разность равна 15.

……………………………………………………………………………………………

Задание 3.14.
Разность двух чисел равна 12. Если первое число увеличить на 2, а второе уменьшить на 10, то первое число станет в 9 раз больше второго. Найди эти числа.

……………………………………………………………………………………………

Задание 3.15.
Найди стороны параллелограмма, если периметр равен 88см и одна сторона больше другой на 12см.

……………………………………………………………………………………………

Задание 3.16.
Две машинистки, работая вместе, могут перепечатать рукопись за 4 часа. Первая из них, работая одна, затратит на эту работу на 6 часов больше, чем вторая машинистка. За какое время, работая по отдельности, сможет перепечатать рукопись каждая из них?

……………………………………………………………………………………………

Задание 3.17.
Если двузначное число разделить на сумму его цифр, то в частном получится 4 и в остатке 3. Если же из этого числа вычесть удвоенную сумму его цифр, то получиться 25. Найдите это число.

……………………………………………………………………………………………

Задание 3.18.
Токарь должен был обработать 80 деталей к определенному сроку. В час он обрабатывает на 2 детали больше, чем планировал, и уже за один час до срока обработал на 4 детали больше запланированного. Сколько деталей в час обрабатывал токарь?

……………………………………………………………………………………………

Тема 4. Основные свойства алгебраической дроби.

ПОВТОРИ:

Алгебраическая дробь — это дробь, числитель и знаменатель которой являются многочленами. Другими словами, алгебраическая дробь — это деление двух многочленов, записанное с помощью дробной черты.

Любую алгебраическую дробь можно представить в виде выражения: $\frac{a}{b}$, где a и b — это многочлены и b≠0.

Дробная черта в записи алгебраической дроби заменяет собой скобки, которые должны были бы присутствовать, если частное было бы записано не в виде дроби:

$(a+3):(a^2+9)=\frac{a+3}{a^2+9}$.

Примеры алгебраических дробей: $\frac{7}{b}, \frac{a+3}{b+9}, \frac{1}{2}$.

Обратите внимание на последний пример: обыкновенные дроби являются одновременно и алгебраическими, так как любое число можно считать многочленом, состоящим из одного члена.

Любой многочлен можно записать в виде алгебраической дроби, знаменатель которой равен единице:

$$a^2+9=\frac{a^2+9}{1}$$

<u>Сокращение алгебраических дробей</u>

Основное свойство алгебраической дроби:

Если числитель и знаменатель алгебраической дроби умножить или разделить на одно и тот же многочлен, то получиться дробь равная данной.

В виде буквенной формулы основное свойство алгебраической дроби можно записать так:

$\frac{a}{b}=\frac{a\cdot c}{b\cdot c}$ и $\frac{a}{b}=\frac{a:c}{b:c}$, где c≠0

Используя основное свойство алгебраических дробей, выполняют их сокращение. Сокращение алгебраических дробей — это деление числителя и знаменателя дроби на их общий множитель.

Чтобы сократить алгебраическую дробь, надо числитель и знаменатель разложить на множители. Если числитель и знаменатель имеют общие множители, то дробь можно сократить. Если у числителя и знаменателя общих множителей нет, то дробь является несократимой.

<u>Умножение алгебраических дробей.</u>

При умножении алгебраических дробей числитель умножается на числитель, а знаменатель — на знаменатель.

$$\frac{a^3\cdot b}{c}\cdot\frac{c^2}{a^4}=\frac{\cancel{a^3}\cdot b\cdot c^{\cancel{2}1}}{\cancel{c}\cdot a^{\cancel{4}1}}=\frac{bc}{a}$$

При сокращении алгебраических дробей используют правила сокращения алгебраических дробей.

<u>Умножение дробей.</u>

Чтобы умножить одну алгебраическую дробь на другую, надо умножить числитель первой дроби на числитель второй дроби (полученное произведение будет числителем результата) и отдельно умножить знаменатель первой дроби на знаменатель второй (полученное произведение будет знаменателем результата).

Правило умножения алгебраических дробей в виде формулы:

$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$, где $b\neq0$ и $d\neq0$

<u>Деление и возведение в степень алгебраических дробей.</u>

Возведение алгебраических дробей в степень

Чтобы возвести в степень алгебраическую дробь, надо возвести в эту степень отдельно её числитель и отдельно знаменатель.

Правило возведения алгебраических дробей в степень в виде формулы:

$$(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Деление дробей.

Чтобы разделить одну алгебраическую дробь на другую, надо дробь, выступающую в качестве делителя, заменить на обратную ей дробь и после этого умножить первую дробь на вторую.

Правило деления алгебраических дробей в виде формулы:

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Следовательно, частное двух дробей равно произведению первой дроби и перевёрнутой второй дроби.

Чтобы разделить многочлен на алгебраическую дробь, надо перевернуть дробь и выполнить умножение многочлена на полученную дробь по правилам умножения.

Правило деления многочлена на алгебраическую дробь в виде формулы:

$$a : \frac{b}{c} = a \cdot \frac{c}{b} = \frac{ac}{b}$$

Чтобы разделить алгебраическую дробь на многочлен, надо представить многочлен в виде дроби и перевернуть её, затем выполнить умножение дробей по правилам умножения.

Правило деления алгебраической дроби на многочлен в виде формулы:

$$\frac{b}{c} : a = \frac{b}{c}:\frac{a}{1} = \frac{b}{c} \cdot \frac{1}{a} = \frac{b}{ac} .$$

Сложение и вычитание алгебраических дробей с равными знаменателями.

Чтобы выполнить сложение или вычитание алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями, надо найти сумму или разность числителей, а знаменатель оставить без изменений.

Сложение и вычитание алгебраических дробей с одинаковыми знаменателями в виде общих формул:

$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ и $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$, где $c \neq 0$.

Если дроби имеют знаменатели, состоящие из противоположных выражений, то есть выражений, отличающихся только знаком, надо тождественно преобразовать одну из дробей, чтобы привести их к общему знаменателю. Преобразование выполняется в соответствии с правилами знаков:

$$\frac{a}{b} = \frac{-a}{-b} .$$

Данное преобразование можно рассматривать как умножение числителя и знаменателя дроби на -1. Следовательно, если числитель и знаменатель алгебраической дроби заменить на противоположные выражения, то получится дробь, равная данной. Полученную дробь можно переписать, поставив один из минусов перед дробью:

$$\frac{a}{b} = \frac{-a}{-b} = -\frac{a}{-b} = -\frac{-a}{b} .$$

Также, любую отрицательную дробь можно сделать положительной, перенеся минус, стоящий перед дробью, в числитель или знаменатель.

Сложение и вычитание алгебраических дробей с разными знаменателями.

Чтобы найти сумму или разность алгебраических дробей с разными знаменателями, надо:
найти общий знаменатель,
привести алгебраические дроби к общему знаменателю,
выполнить сложение или вычитание,
сократить полученную дробь, если это возможно.

Приведение алгебраических дробей к общему знаменателю.

Приведение алгебраических дробей к общему знаменателю выполняется по тем же правилам, что и приведение обыкновенных дробей к общему знаменателю. Следовательно, чтобы привести алгебраические дроби к общему знаменателю, нужно:

найти общий знаменатель для данных дробей;
найти дополнительный множитель для каждой дроби;
умножить числитель каждой дроби на её дополнительный множитель;
записать дроби с найденными новыми числителями и общим знаменателем.
Чтобы найти наименьший общий знаменатель для дробей, надо разложить знаменатель каждой дроби на множители и взять каждый множитель в наибольшей встречающейся степени.

Задачи для самостоятельного решения.

Задание 4.1. Упрости выражение $\left(\frac{2}{x - x^2} + \frac{1}{1 - x}\right) : \frac{4 - x^2}{x - 1}$ и вычисли значение данного выражения при x = 3.

……………………………………………………………………………………………

Задание 4.2. 1. Разложи выражения на множители: 1) 2a – 2; 2) $a^2 - 1$.
2. Упрости выражение $\frac{a + 1}{2a - 2} - \frac{a^2 - 2a - 3}{2(a^2 - 1)}$. По возможности используй результаты, полученные ранее.

……………………………………………………………………………………………

Задание 4.3. 1. Упрости выражение $\frac{a}{a - b} - \frac{b^2 + a^2}{(a + b)(a - b)}$
2. Результат, полученный в пункте 1, умножь на дробь $\frac{b^2 + 2ab + a^2}{b^3}$ и упрости.
3. Вычисли точное значение полученного в пункте 2 выражения при a = 2 и b = – 3.

……………………………………………………………………………………………

Задание 4.4. Дано уравнение $\frac{x^2 - x + 2}{4} = \frac{x + 3}{5}$
1. Реши уравнение и выполни проверку.
2. Вычисли произведение чисел, обратных корням данного уравнения

……………………………………………………………………………………………

Задание 4.5. Упрости выражение $\left(\frac{a - b}{a + b} - \frac{a + b}{a - b}\right) \cdot (a^2 - b^2)$ и письменно вычисли его значение при $a = 10^2 \cdot 10^{-3}$ и $b = (-5)^1$.

……………………………………………………………………………………………

Задание 4.6. 1. Упрости выражение $\left(\frac{2b}{b^2 - a^2} - \frac{1}{b - a}\right) \cdot \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a}$.
2. Письменно вычисли точное значение выражения, если $a = (-2)^3$ и $b = (-3)^2$.

……………………………………………………………………………………………

Задание 4.7. Упрости выражение $\left(\frac{2a}{a - b} + \frac{a - b}{b}\right) \cdot \frac{b}{a^2 + b^2}$ и письменно вычисли точное значение полученного выражения при $a = \left(\frac{3}{10}\right)^{-1}$ и $b = -\sqrt{\frac{9 + 16}{9}}$

……………………………………………………………………………………………

Задание 4.8. Упрости выражение $\frac{1}{a + 3} + \frac{4a - 12}{a - 1} \cdot \frac{1}{a^{2 - 9}}$ и письменно вычисли точное значение полученного выражения при $a = \sqrt{1\frac{9}{16}}$

……………………………………………………………………………………………

Задание 4.9. Упрости выражение $\frac{m^2 - 4}{m + 1} : \left(\frac{m^2}{2 + 2m} + 2\right)$ и письменно вычисли точное значение полученного выражения при m = − 3.

……………………………………………………………………………………………

Задание 4.10. Упрости выражение и затем вычисли его точное значение при y = − 2:
$\left(y + \frac{4y + 1}{y - 2}\right) \cdot \frac{1}{y + 1}$.

Тема 5. Дискриминант квадратного уравнения.

ПОВТОРИ:

Дискриминант квадратного уравнения — это выражение, находящееся под корнем в формуле нахождения корней квадратного уравнения. Дискриминант обозначается латинской буквой D.

Формулу нахождения корней квадратных уравнений можно записать короче с помощью дискриминанта: Вид уравнения: $ax^2 + bx + c = 0$

Формула: $x_{1,2} = \frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$, где $D = b^2 - 4ac$

Дискриминант позволяет определить, имеет ли уравнение корни и сколько их, не решая само уравнение:

Если дискриминант больше нуля, то уравнение имеет два корня.

Если дискриминант равен нулю, то уравнение имеет один корень.

Если дискриминант меньше нуля, то уравнение не имеет корней.

Несмотря на то, что есть несколько формул дискриминанта, чаще всего используют первую: $D = b^2 - 4ac$, так как она относится к формуле: $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, которая является универсальной формулой нахождения корней квадратного уравнения. Данная формула подходит даже для неполных квадратных уравнений.

Задачи для самостоятельного решения.

Задание 5.1. Дано уравнение $\frac{x^2 - x + 2}{4} = \frac{x + 3}{5}$

1. Реши уравнение и выполни проверку.
2. Вычисли произведение чисел, обратных корням данного уравнения.

……………………………………………………………………………………………

Задание 5.2. Реши уравнение $(x - 3)^2 = 12 + x - 5x^2$ и отметь полученные корни уравнения на числовой прямой.

……………………………………………………………………………………………

Задание 5.3. Реши уравнение $10x - 2x^2 = 5(5 - x)^2$ и письменно выполни проверку.

……………………………………………………………………………………………

Задание 5.4. Реши уравнение $2(x+3)(2x - \frac{1}{2}) = 0$ и письменно выполни проверку.

……………………………………………………………………………………………

Задание 5.5. Реши уравнение и проверь письменно найденные решения: $2x^2+3x=35$

……………………………………………………………………………………………

Задание 5.6. Найди при помощи уравнения два положительных числа, одно из которых на 7 больше другого и произведение которых равно 494.

……………………………………………………………………………………………

Задание 5.7. В лекционном зале библиотеки 126 мест. Количество мест в каждом ряду на 5 больше количества рядов. Сколько рядов в этом лекционном зале?

……………………………………………………………………………………………

Задание 5.8. От квадратного листа жести с одной стороны отрезали полоску шириной 8 дм, причём площадь оставшегося листа жести равна 209 дм^2. Вычисли длину стороны первоначального листа жести.

……………………………………………………………………………………………

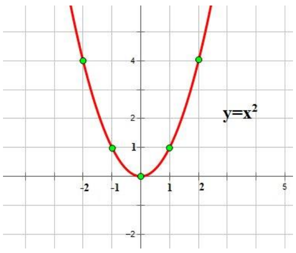
Задание 5.9. Реши уравнения и вычисли сумму модулей всех корней данных уравнений: $\frac{2x+5}{7} - \frac{x+2}{3} = \frac{1}{42}$ и $2x^2 - 3x - 2 = 0$.

Задание 5.10. Реши уравнения и выполни проверку корней квадратного уравнения: $(2x - 1)^2 = 2x(x-2) + 9$ и $\frac{2x-5}{3} + \frac{7}{6} = \frac{x+3}{4}$.

Тема 6. Квадратичная функция и её график

ПОВТОРИ:

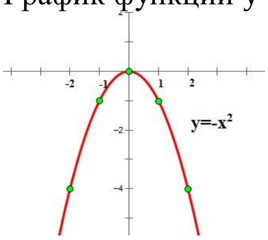
Функция вида $y = ax^2 + bx + c$, где $a \neq 0$ называется квадратичной функцией.
В уравнении квадратичной функции:
a − старший коэффициент, b − второй коэффициент, c − свободный член.
Графиком квадратичной функции является квадратичная парабола, которая для функции $y = x^2$ имеет вид:



Обратите внимание на точки, обозначенные зелеными кружками — это, так называемые "базовые точки". Чтобы найти координаты этих точек для функции $y = x^2$, составим таблицу:

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

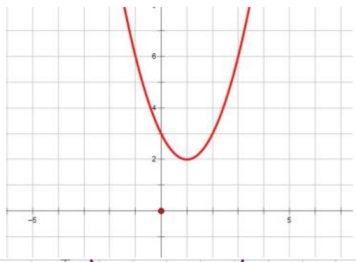
Внимание! Если в уравнении квадратичной функции старший коэффициент a = 1, то график квадратичной функции имеет ровно такую же форму, как график функции $y = x^2$ при любых значениях остальных коэффициентов.
График функции $y= - x^2$ имеет вид:



Для нахождения координат базовых точек составим таблицу:

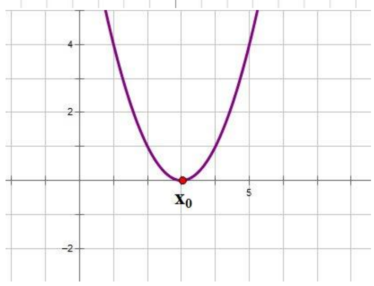
x	-2	-1	0	1	2
y	-4	-1	0	-1	-4

Обратите внимание, что график функции $y = - x^2$ симметричен графику функции $y = x^2$ относительно оси OX.
Итак, мы заметили:
Если старший коэффициент $a > 0$, то ветви параболы направлены вверх.
Если старший коэффициент $a < 0$, то ветви параболы направлены вниз.
Второй параметр для построения графика функции - значения x, в которых функция равна нулю, или нули функции. На графике нули функции f(x) — это точки пересечения графика функции $y = f(x)$ с осью OX.
Поскольку ордината (y) любой точки, лежащей на оси OX равна нулю, чтобы найти координаты точек пересечения графика функции $y = f(x)$ с осью OX, нужно решить уравнение $f(x) = 0$.
В случае квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ нужно решить квадратное уравнение:
$ax^2 + bx + c = 0$
В процессе решения квадратного уравнения мы находим дискриминант: $D = b^2 - 4ac$, который определяет число корней квадратного уравнения.
И здесь возможны три случая:



1)Если $D < 0$,то уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ не имеет решений, и, следовательно, квадратичная парабола $y = ax^2 + bx + c$ не имеет точек пересечения с осью OX.

Если $a > 0$,то график функции выглядит как-то так.



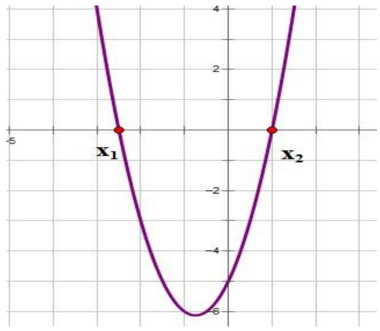
2) Если $D = 0$,то уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет одно решение, и, следовательно, квадратичная парабола $y = ax^2 + bx + c$ имеет одну точку пересечения с осью OX.

Если $a > 0$,то график функции выглядит примерно так.

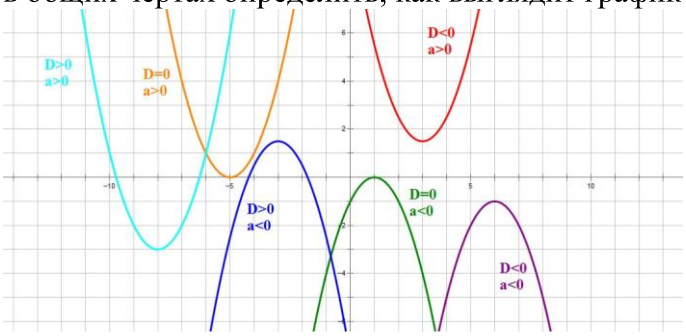
3)Если $D > 0$,то уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет два решения, и, следовательно, квадратичная парабола $y = ax^2 + bx + c$ имеет две точки пересечения с осью OX:

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$,

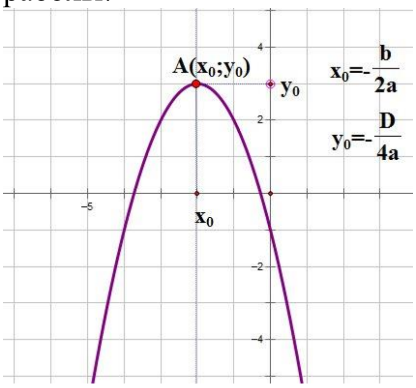
Если $a > 0$,то график функции выглядит примерно так.



Следовательно, зная направление ветвей параболы и знак дискриминанта, мы уже можем в общих чертах определить, как выглядит график нашей функции.



Следующий важный параметр графика квадратичной функции - координаты вершины параболы:



$$X_0 = -\frac{b}{2a}$$

$$Y_0 = -\frac{D}{4a} = Y(X_0)$$

Прямая, проходящая через вершину параболы параллельно оси OY является осью симметрии параболы.

И еще один параметр, полезный при построении графика функции - точка пересечения параболы $y = ax^2 + bx + c$ с осью OY.

Поскольку абсцисса любой точки, лежащей на оси OY равна нулю, чтобы найти точку пересечения параболы $y = ax^2 + bx + c$ с осью OY, нужно в уравнение параболы вместо x подставить ноль: $y_0 = c$.

То есть точка пересечения параболы с осью OY имеет координаты (0;c).

Задачи для самостоятельного решения.

Задание 6.1. Дана функция $y = (x + 3)(x - 1)$.

1. Вычисли координаты точек пересечения графика данной функции с осями координат, а также координаты вершины параболы.
2. Начерти график данной функции.
3. Принадлежит ли точка M(2; 5) графику данной функции? Обоснуй свой ответ.

…………………………………………………………………………………………………

Задание 6.2. Дана функция $y = -x^2 + x + 6$.

1. Вычисли нули функции и координаты вершины графика данной функции.
2. Вычисли значение данной функции при $x = 4$.
3. Начерти график данной функции.
4. На той же самой координатной плоскости начерти график функции $y = –3x + 6$.
5. Обозначь точки пересечения графиков функций и найди координаты этих точек, используя рисунок.

……………………………………………………………………………………………………

Задание 6.3. Дана квадратичная функция $y = – x^2 – 4x$

1) Построй на координатной плоскости рисунка 2 параболу, которая является графиком квадратичной функции, по следующему плану:
a) вычисли нули функции x_1 и x_2 и отметь их на чертеже;
b) построй ось параболы, вычисли координаты вершины параболы, отметь вершину на чертеже и обозначь её; c) вычисли координаты по крайней мере ещё двух подходящих точек, отметь эти точки на чертеже и построй параболу.
2) Построй прямую, которая является графиком функции $y = −2x$, и определи по чертежу координаты точек пересечения прямой и параболы.
3) Вычисли площадь треугольника, образованного при пересечении

……………………………………………………………………………………………………

Задание 6.4.

1. В одной системе координат построй графики функций $y = x^2 − 4x + 3$ и $y = −2x + 3$.
2. Обозначь на чертеже точки пересечения графиков функций.
3. Определи координаты полученных точек, используя чертёж.

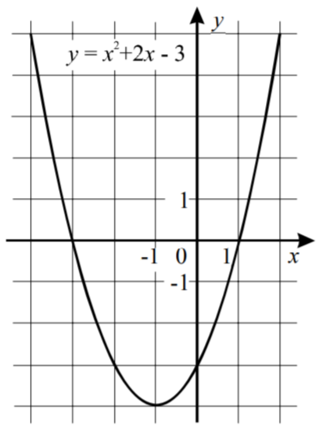
……………………………………………………………………………………………………

Задание 6.5. Дана квадратичная функция $y = 8x − 2x^2$.

1. Покажи при помощи вычислений, что точка N $(0{,}5;\frac{7}{2})$ принадлежит графику данной функции.
2. Вычисли нули данной функции и координаты вершины параболы.
3. Построй на координатной плоскости график данной квадратичной функции.
4. Точки A и B являются точками пересечения графика квадратичной функции с осью Ox, а H – вершина параболы. Отрезки AB и AH являются сторонами параллелограмма ABCH. Построй параллелограмм ABCH на координатной плоскости и вычисли его площадь.

……………………………………………………………………………………………………

Задание 6.6. Парабола, изображённая на чертеже, является графиком квадратичной функции $y = x^2 + 2x - 3$.



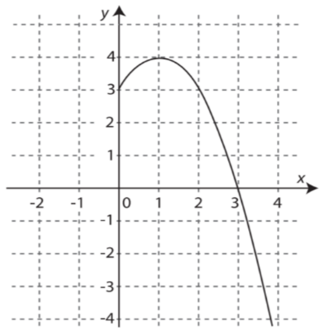
1) Вычисли нули функции.
2) Определи по графику функции, при каких целых значениях переменной x значения y будут отрицательными.
3) Построй на том же чертеже прямую, которая является графиком линейной функции $y = \frac{2}{3}x + 1$
4) Обозначь точки пересечения прямой и параболы, определи (на глаз) приближённо координаты точек пересечения и выпиши их.
5) Выбери по своему усмотрению одну из точек пересечения, найденных в пункте 4), и покажи при помощи вычислений, что эта точка находится на параболе только приближённо. Почему это так?

……………………………………………………………………………………………………

Задание 6.7. На рисунке представлена часть графика функции $y = ax^2 + bx + c$, где a, b, c – числа, $a \neq 0$.

1. Как называется функция вида $y = ax^3 + bx + c$, где a, b, c – числа, $a \neq 0$? Как называется график этой функции?

2. Используя свойства графика данной функции, продолжи построение графика для отрицательных значений x. Запиши координаты точек пересечения графика функции с осью Ox, используя чертеж.
3. Найди коэффициенты a, b и свободный член c квадратного трехчлена, используя данные чертежа и вычисления. Решение сопровождай объяснениями.
4. Что больше: произведение нулей функции, график которой представлен на рисунке или произведение нулей функции $y = 2x^2 + 3x – 2$? Обоснуй свой ответ.



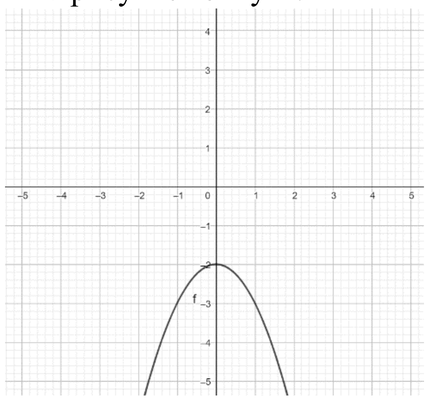
Задание 6.8. На рисунке дан график квадратичной функции $y = -x^2 -2$. Точка A является вершиной графика данной квадратичной функции. Отметь на рисунке точку A.

Точка C является вершиной графика данной квадратичной функции $y = -x^2 -2x + 3$, а точки B и D – это точки пересечения графика данной функции с осью Ox.

Примечание. Точка D расположена с лева от вершины C, а точка B – с права от неё.

Начерти на той же самой координатной плоскости график функции $y = -x^2 -2x + 3$ и отметь на графике точки B, C, и D.

Начерти четырёхугольник ABCD и вычисли его площадь. Для вычисления используй данный чертёж.



Задание 6.9. Дана квадратичная функция $y = x^2 + 2x$.

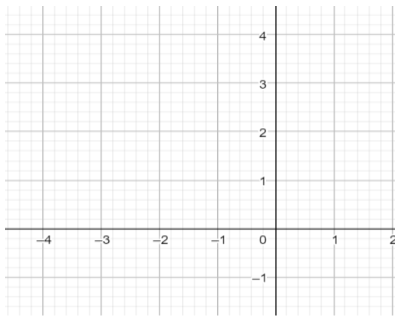
Вычисли нули этой функции.

Заполни таблицу значений функции и на расположенном с лева рисунке изобрази её график.

x	-3	-2,5	-1,5	-1	-0,5	0,5	1
y							

Нади при помощи вычислений, принадлежит ли точка K (-1,3; -0,93) и M (0,8; 2,24) графику функции.

Вычисли значения переменной x, при которых y = 1. Ответы округли до сотых.



Задание 6.10. На рисунке изображен полукруг, диаметр которого на оси Ox AB.

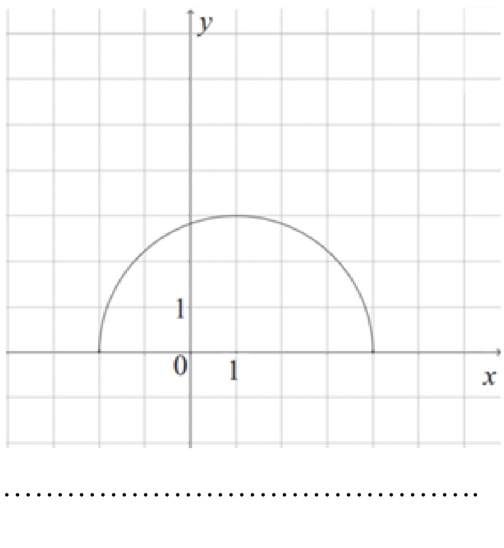
Начерти на той же координатной плоскости прямые $y = x + 2$ и $y = -x + 4$.

Обозначь точку пересечения прямых C и найди её координаты.

В результате получается треугольник ABC. Заштрихуй этот треугольник и найди его площадь.

Вычисли ту часть площадь полукруга, которая осталась не заштрихованной. Сколько процентов составляет площадь незаштрихованной части от площади полукруга?

Результаты округли до десятых.



Тема 7. Подобие треугольников и теорема Фалеса.

ПОВТОРИ:

Признаки равенства треугольников

Определение. Равными называют треугольники, у которых соответствующие стороны равны.

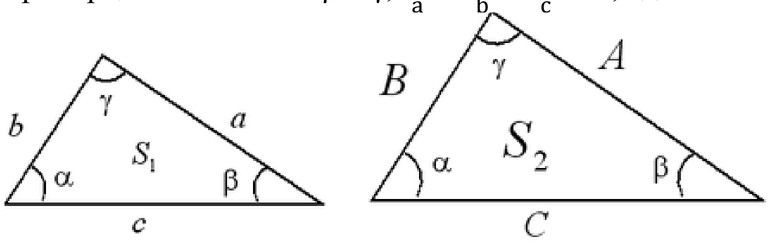
Теорема 1. (первый признак равенства треугольников).
Если две стороны и угол, заключенный между ними, одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу, заключенному между ними, другого треугольника, то такие треугольники равны.

Теорема 2. (второй признак равенства треугольников).
Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

Теорема 3. (третий признак равенства треугольников).
Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

Признаки подобия треугольников

Подобными называются треугольники, у которых углы равны, а сходственные стороны пропорциональны: $\alpha = \beta = \gamma$, $\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c} = k$, где k — коэффициент подобия.



I признак подобия треугольников. Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то эти треугольники подобны.

II признак подобия треугольников. Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

III признак подобия треугольников. Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника, а углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны.

Следствие: Площади подобных треугольников относятся как квадрат коэффициента подобия: $\frac{S_2}{S_1} = k^2$.

Теорема Фалеса

Если на одной из двух прямых отложить последовательно равные отрезки и через их концы провести параллельные прямые, пересекающие вторую прямую, то они отсекут на второй прямой равные между собой отрезки.

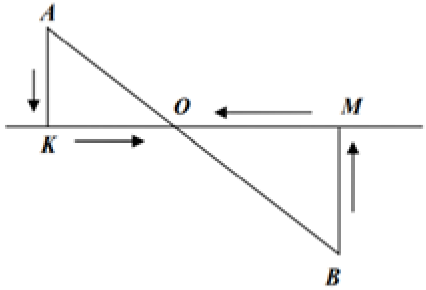
Справедливо и более общее утверждение, называемое обобщенной теоремой Фалеса: отрезки, высекаемые параллельными прямыми на одной прямой, пропорциональны отрезкам на другой прямой.

Задачи для самостоятельного решения.

Задание 7.1.

Два отряда скаутов одновременно начинают игру в пунктах A и B (см. рисунок). В соответствии с инструкцией отряды должны двигаться по дорогам AK и BM, каждая из которых перпендикулярна шоссе KM. После того, как отряды выйдут на шоссе в пунктах K и

М, они должны продолжить движение к месту встречи в пункте О. Известно, что ВМ = 0,8 км, ОМ = 1,6 км, КО = 1,2 км.



1) Нанеси все данные на чертёж.
2) Вычисли длину пути АК и обоснуй свои вычисления.
3) Сколько времени потребуется отряду, выходящему из пункта А, чтобы добраться до места встречи О, если средняя скорость движения отряда равна 3 км/ч?
4) С какой скоростью (км/ч) должен двигаться отряд, выходящий из пункта В, чтобы подойти к месту встречи одновременно с другим отрядом?

……………………………………………………………………………………………

Задание 7.2. В квадрате ABCD на стороне CD = √13 взята точка K такая, что DK = $\frac{2}{3}$ DC. Найдите расстояние от точки B до прямой AK.

……………………………………………………………………………………………

Задание 7.3. Хорда АВ = 15, хорда АС = 21, а хорда ВС = 24. Точка D – середина дуги СВ. На какие части делится хорда ВС прямой AD?

……………………………………………………………………………………………

Задание 7.4. В трапеции основания равны 18 и 12, а боковые стороны 15 и 12. Боковые стороны продолжили до взаимного пересечения. Найдите сумму длин отрезков, на которые продолжены боковые стороны.

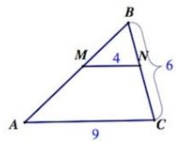
……………………………………………………………………………………………

Задание 7.5. Окружность касается одного из катетов прямоугольного равнобедренного треугольника и проходит через вершину противолежащего острого угла. Найдите радиус окружности, если ее центр лежит на гипотенузе треугольника, а катет треугольника равен √2 + 1.

……………………………………………………………………………………………

Задание 7.6.

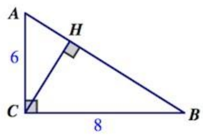
Через точки M и N, принадлежащие сторонам AB и BC треугольника ABC соответственно, проведена прямая MN, параллельная стороне AC. Найдите длину CN, если BC = 6, MN = 4 и AC = 9.



……………………………………………………………………………………………

Задание 7.7.

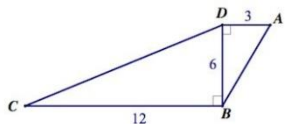
Через вершину прямого угла прямоугольного треугольника с катетами 6 и 8 см проведен перпендикуляр к гипотенузе. Вычислите площади образовавшихся треугольников.



……………………………………………………………………………………………

Задание 7.8.

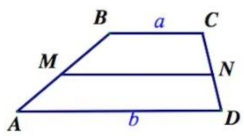
В трапеции ABCD меньшая диагональ BD = 6, перпендикулярна основаниям AD = 3 и DC = 12. Найдите сумму тупых углов D и B.



……………………………………………………………………………………………

Задание 7.9.

Основания трапеции равны a и b. Определите длину отрезка, параллельного основаниям и делящего трапецию на равновеликие части.



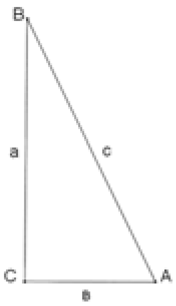
……………………………………………………………………………………………

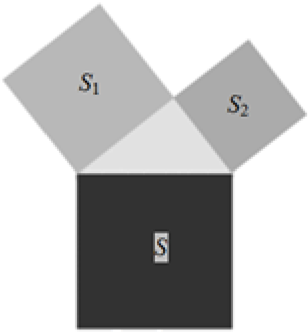
Задание 7.10.

Через точки E и F, принадлежащие сторонам AB и BC треугольника ABC соответственно, проведена прямая EF, параллельная стороне AC. Найдите длину BC, если EF = 10, AC = 15 и FC = 9.

Тема 8. Теорема Пифагора.

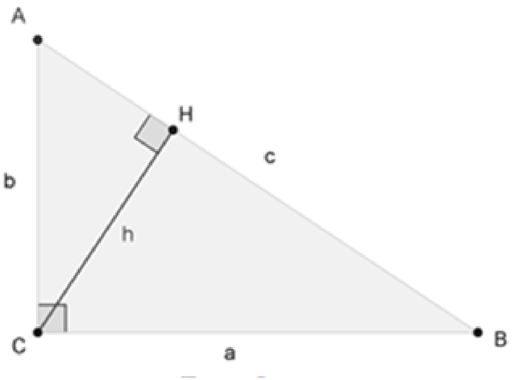
ПОВТОРИ:
В прямоугольном треугольнике квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов.





$c^2 = a^2 + b^2$

Пусть треугольник ABC - прямоугольный треугольник с прямым углом C.



Проведём высоту из вершины C на гипотенузу AB, основание высоты обозначим как H. Прямоугольный треугольник ACH подобен треугольнику ABC по двум углам ($\angle ACB = \angle CHA = 90$, $\angle A$ - общий). Аналогично, треугольник CBH подобен ABC.
Введя обозначения BC = a, AC = b, AB = c из подобия треугольников получаем, что
$\frac{a}{c} = \frac{HB}{a}, \frac{b}{c} = \frac{AH}{b}$
Отсюда имеем, что $a^2 = c \cdot HB$, $b^2 = c \cdot AH$

Сложив полученные равенства, получаем $a^2 + b^2 = c \cdot HB + c \cdot AH$
$a^2 + b^2 = c \cdot (HB + AH)$
$a^2 + b^2 = c \cdot AB$
$a^2 + b^2 = c \cdot c$
$a^2 + b^2 = c^2$ Что и требовалось доказать.

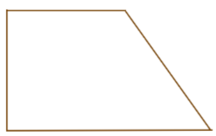
Задачи для самостоятельного решения.

Задание 8.1. Сторона равностороннего треугольника 6 см. Вычисли высоту этого треугольника.
…………………………………………………………………………………………………….

Задание 8.2. Высота равностороннего треугольника 3,5 дм. Вычисли сторону треугольника.
…………………………………………………………………………………………………….

Задание 8.3. Лестницу – стремянку, длина которой 3,4 м, прислонили к стене так, что ее верхний конец касается стены дома, а нижний конец находится на расстоянии 1,5 м от этой стены. На какой высоте касается стены верхний конец лестницы? На каком расстоянии от стены должен находиться нижний конец лестницы, чтобы верхний касался стены на высоте 2,5м?
…………………………………………………………………………………………………….

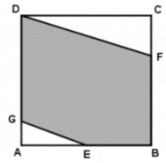
Задание 8.4. Участок земли хутора Полли имеет вид прямоугольной трапеции (см. рисунок), одно из оснований которой 230 м, а второе – на 60 м короче первого. Длина большей боковой стороны равна 100



м. 1. Найди периметр участка земли. 2. Вычисли площадь участка земли в гектарах.

…………………………………………………………………………………………………

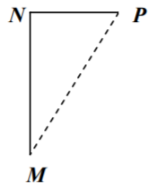
Задание 8.5.



Дан квадрат ABCD (см. рисунок), длина стороны которого равна 24 см. Вычисли периметр пятиугольника EBFDG, вписанного в квадрат ABCD, если CF = 7 см, DG = 19 см и AE =12 см.

…………………………………………………………………………………………………

Задание 8.6.



От дома M к почтовому ящику P по территории парка ведёт прямая тропинка. Когда парк огородили забором, путь к почтовому ящику стал пролегать по двум перпендикулярным дорожкам MN и NP (см. рисунок). На сколько метров увеличился путь от дома до почтового ящика, если MN = 40 м и NP = 9м?

…………………………………………………………………………………………………

Задание 8.7. Одна сторона прямоугольника ABCD длиннее другой стороны на 31 см, а периметр прямоугольника равен 98 см.

Выполни чертеж и вычисли

1) длины сторон прямоугольника ABCD;

2) длину диагонали прямоугольника ABCD.

…………………………………………………………………………………………………

Задание 8.8. Длины оснований прямоугольной трапеции равны 2 м и 3 м, а длина меньшей боковой стороны равна 6 м.

1. Выполни чертеж.
2. Вычисли площадь трапеции.
3. Большая диагональ делит трапецию на два треугольника. Вычисли длину большей диагонали и отношение площадей этих треугольников.

…………………………………………………………………………………………………

Задание 8.9.

На плане с масштабом 1:5000 изображен участок земли в виде прямоугольного треугольника, длины меньших сторон которого равны 4,5 см и 6 см.

1. Вычисли длину третьей стороны участка на плане.
2. Начерти план участка земли.
3. Вычисли периметр и площадь участка земли в действительности.

…………………………………………………………………………………………………

Задание 8.10.

В соответствии с первоначальным планом лужайка в парке имела вид прямоугольной трапеции ABCD, боковые ребра которой были равны 41 м и 40 м. В результате инновационных работ лужайка приобрела вид равнобедренной трапеции ABED, меньшее основание которой BE равно 30 м.

1. Отметь на рисунке вершины трапеций A, B, C, D и E, а также заштрихуй на рисунке ту часть лужайки, которая образовалась в результате проведения инновационных работ.
2. Вычисли площадь лужайки, которая образовалась в результате проведения инновационных работ.
3. По периметру новой лужайки хотят проложить кабель, чтобы иметь возможность использовать робот-газонокосилку. Сколько метров кабеля потребуется?

Тема 9. Нахождение площади и периметра фигур.

ПОВТОРИ:

Площадь геометрической фигуры – численная характеристика геометрической фигуры, показывающая размер этой фигуры. Величина площади выражается числом заключающихся в неё квадратных единиц.

Периметром геометрической фигуры – называют длину границы геометрической фигуры.

Площадь треугольника равна половине произведения длины стороны треугольника на длину проведенной к этой стороне высоты: $S = \frac{1}{2} a \cdot h$, где S - площадь треугольника, a, b, c - длины сторон треугольника, h - высота треугольника.

Периметр треугольника равен сумме длин его сторон: $P = a + b + c$

$p = \frac{a + b + c}{2}$ – полупериметр треугольника

Площадь квадрата равна квадрату длины его стороны: $S = a^2$

Площадь квадрата равна половине квадрата длины его диагонали: $S = \frac{1}{2} d^2$, где S - площадь квадрата, a - длина стороны квадрата, d - длина диагонали квадрата.

Периметр квадрата равен произведению длины его стороны на четыре: $P = 4a$

Площадь прямоугольника равна произведению длин двух его смежных сторон: $S = a \cdot b$, где S - площадь прямоугольника, a, b - длины сторон прямоугольника.

Периметр прямоугольника равен удвоенной сумме сторон, прилежащих к одному углу: $P = 2(a + b)$, где P - периметр прямоугольника, a, b - длины сторон прямоугольника.

Площадь параллелограмма равна произведению длины его стороны опущенной на эту сторону высоты: $S = a \cdot h$, где S - площадь параллелограмма, a, b - длины сторон параллелограмма, h - длина высоты параллелограмма.

Периметр параллелограмма равен удвоенной сумме сторон, прилежащих к одному углу: $P = 2(a + b)$, где P - периметр параллелограмма, a, b - длины сторон параллелограмма.

Площадь ромба равна произведению длины его стороны и длины опущенной на эту сторону высоты: $S = a \cdot h$

Площадь ромба равна половине произведению длин его диагоналей: $S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2$, где S - площадь ромба, a - длина стороны ромба, h - длина высоты ромба, d_1, d_2 - длины диагоналей.

Периметр ромба равен произведению длины его стороны на четыре: $P = 4a$, где P - периметр ромба, a - длина стороны ромба.

Площадь трапеции равна произведению полусуммы ее оснований на высоту: $S = \frac{1}{2} (a + b) \cdot h$, где S - площадь трапеции, a, b - длины основ трапеции, c, d - длины боковых сторон трапеции, $p = \frac{a+b+c+d}{2}$ - полупериметр трапеции.

Периметр трапеции равен сумме длин ее сторон: $P = a + b + c + d$, где P - периметр трапеции, a, b - длины основ трапеции, c, d - длины боковых сторон трапеции.

Площадь круга равна произведению квадрата радиуса на число Пи: $S = \pi r^2$

Площадь круга равна четверти произведения квадрата диаметра на число пи: $S = \frac{1}{4} \pi d^2$, где S - площадь круга, r - длина радиуса круга, d - длина диаметра круга.

Формулы длины окружности: $P = 2 \pi r$ и $P = \pi d$, где P - длина окружности, r - радиус окружности, d - диаметр окружности, $\pi = 3.14$.

Задачи для самостоятельного решения.

Задание 9.1. Длины оснований прямоугольной трапеции равны 2 м и 3 м, а длина меньшей боковой стороны равна 6 м.

1. Выполни чертеж.
2. Вычисли площадь трапеции.
3. Большая диагональ делит трапецию на два треугольника. Вычисли длину большей диагонали и отношение площадей этих треугольников.

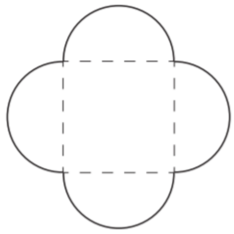
…………………………………………………………………………………………………….

Задание 9.2. Дан квадрат ABCD, периметр которого 12 см.

1. Вычисли длину стороны квадрата ABCD.
2. Продли отрезок AD на 1 см за точку D до точки E и начерти отрезок CE.
3. Как называется четырехугольник ABCE?
4. Начерти отрезок BE и вычисли его длину.
5. Заштрихуй на рисунке треугольник BDE и вычисли площадь этого треугольника.

…………………………………………………………………………………………………….

Задание 9.3. В парке оформляют клумбу для цветов. Центральной частью клумбы является квадрат, диагональ которого равна 4 м. На каждой стороне квадрата строится часть клумбы в виде полукруга (см. рисунок).



………………………………………………………………………

1. Вычисли площадь участка, на котором оформляют клумбу.
2. Вдоль одной из диагоналей квадратной части клумбы высаживают подсолнухи. Сколько подсолнухов нужно высадить, если расстояние между растениями должно быть 25 см и первый подсолнух должен находиться в вершине квадрата?

……………………………………………………………………………………………………...

Задание 9.4.

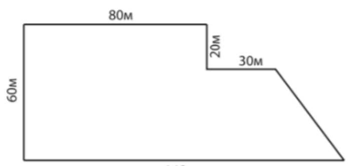
1. Построй ромб ABCD, точку пересечения диагоналей ромба обозначь O.
2. Вычисли длину стороны ромба и его площадь, если длины диагоналей ромба равны 30 см и 40 см.

…………………………………………………………………………………………………….

3. Отметь на одной из сторон ромба точку K так, чтобы отрезок OK был перпендикулярен стороне ромба. Вычисли длину отрезка OK.

Задание 9.5.

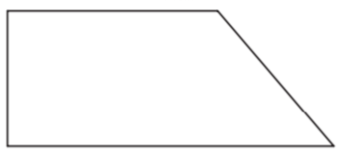
На рисунке изображён план земельного участка. Вычисли площадь и периметр этого участка.



………………………………………………………………………..

Задание 9.6.

Участок земли хутора Полли имеет вид прямоугольной трапеции (см. рисунок), одно из оснований которой 230 м, а второе – на 60 м короче первого. Длина большей боковой стороны равна 100 м. 1. Найди периметр участка земли.



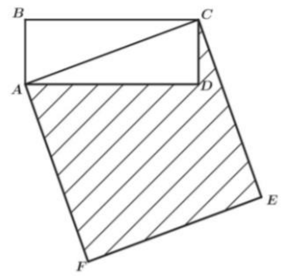
2. Вычисли площадь участка земли в гектарах………………

Задание 9.7.

Участок земли имеет форму равнобедренного треугольника, боковая сторона которого равна 55 м и основание 66 м. Выполни чертёж и введи обозначения для фигуры. Вычисли площадь участка земли в гектарах. Ответ округли до сотых.

…………………………………………………………………………………………………….

Задание 9.8.



На рисунке даны прямоугольник ABCD и квадрат ACEF (см. рисунок). Одна из сторон прямоугольника на 7 дм длиннее другой стороны, а периметр прямоугольника равен 34 дм. Вычисли:

1) диагональ AC прямоугольника ABCD;

2) площадь прямоугольника ABCD;

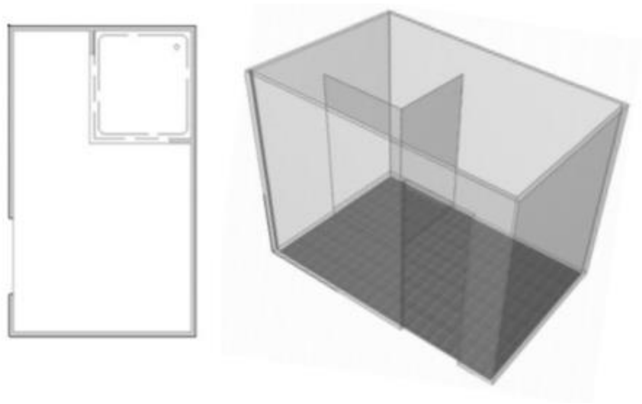
3) площадь квадрата ACEF;

4) площадь заштрихованной фигуры ADCEF

………………………………………………………………………………

Задание 9.9.

Март планирует облицевать керамической плиткой пол душевой комнаты и заменить в ней плинтусы. Ширина пола душевой комнаты равна 21 дм и длина 32 дм. Пол душевой кабины представляет собой квадрат, длина стороны которого равна 1200 мм. Стена, расположенная напротив душевой кабины, имеет дверной проем шириной 800 мм (см. рисунок).



Март купил

1) напольную керамическую плитку в виде прямоугольника, размеры которого 200 мм и 600 мм. Плитку продавали упаковками по 9 плиток в упаковке. Цена одной плитки 1 евро 80 центов. Пол душевой кабины плиткой не выкладывается;

2) плинтусы, длина которых 1570 мм. Плинтусы продавались поштучно, и цена одного плинтуса была 7 евро 48 центов.

Под дверной проем и вокруг душевой кабины плинтусы не устанавливаются.

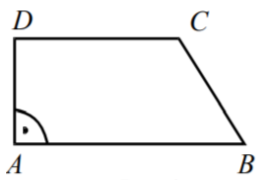
1. Сколько упаковок керамической плитки и сколько плинтусов должен был купить Март?
2. Сколько стоили плитка и плинтусы вместе, если плитку уценили на 25%?

NB! Не учитывай при вычислении межплиточные швы.

………………………………………………………………………………………….

Задание 9.10.

На рисунке изображён план земельного участка, где AB = 44 см, DC = 32 см, BC = 20 см. Вычисли площадь и периметр этого участка.



Тема 10. Объёмные фигуры.

Представлена в работе.

Список литературы:

1. Математика, сборник проверочных работ для 7 класса. Светлана Шевченко. KOOLIBRI, Tallinn, 2005.
2. Математика, сборник проверочных работ для 8 класса. Светлана Шевченко. KOOLIBRI, Tallinn, 2003.
3. Математика, сборник проверочных работ для 9 класса. Светлана Шевченко и Марина Седнева. KOOLIBRI, Tallinn, 2006.
4. Математические таблицы и формулы для основной школы. Айвар Кауге. AVITA, Tallinn, 1998.
5. Математика, учебник для 6 класса (1 и 2 часть). Тийу Кальяс, Энн Нурк, Аксель Тельгмаа. KOOLIBRI, Tallinn, 2016.
6. Математика, учебник для 7 класса (1 и 2 часть). Энн Нурк, Аксель Тельгмаа, Аугуст Ундуск. KOOLIBRI, Tallinn, 2011.
7. Математика, учебник для 7 класса (1 и 2 часть). Керсти Калдмяэ, Аннели Контсон, Кярт Матийсен, Энно Пайс. AVITA, Tallinn, 2020.
8. Математика, учебник для 8 класса (1 и 2 часть). Энн Нурк, Аксель Тельгмаа, Аугуст Ундуск, Мадис Лепик. KOOLIBRI, Tallinn, 2011.
9. Математика. учебник для 8 класса (1 и 2 часть). Керсти Калдмяэ, Аннели Контсон, Кярт Матийсен, Энно Пайс. AVITA, Tallinn, 2015.
10. Математика, учебник для 9 класса (1 и 2 часть). Аксель Тельгмаа, Аугуст Ундуск. Тиит Лепман, Леа Лепман. KOOLIBRI, Tallinn, 2013.
11. Математика, учебник для 9 класса (1 и 2 часть). Калдмяэ, Аннели Контсон, Кярт Матийсен, Энно Пайс. AVITA, Tallinn, 2015.