

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
ITMO University

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА/GRADUATION THESIS

Исследование интерференционных картин перепутанных квантово-оптических сигналов

Автор/ Author

Свеженцев Алексей Георгиевич

Направленность (профиль) образовательной программы/Major

Математическое моделирование 2016

Квалификация/ Degree level

Бакалавр

Руководитель ВКР/ Thesis supervisor

Трифанов Александр Игоревич, кандидат физико-математических наук, Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники, доцент (квалификационная категория "ординарный доцент")

Группа/Group

R3495

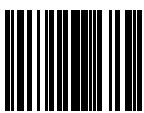
Факультет/институт/кластер/ Faculty/Institute/Cluster

факультет систем управления и робототехники

Направление подготовки/ Subject area

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Обучающийся/Student

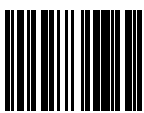
Документ подписан	
Свеженцев Алексей Георгиевич	
26.04.2021	

(эл. подпись/ signature)

Свеженцев
Алексей
Георгиевич

(Фамилия И.О./ name
and surname)

Руководитель ВКР/ Head
of Graduate Project

Документ подписан	
Трифанов Александр Игоревич	
13.05.2021	

(эл. подпись/ signature)

Трифанов
Александр
Игоревич

(Фамилия И.О./ name
and surname)

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
ITMO University**

**ЗАДАНИЕ НА ВЫПУСКНУЮ КВАЛИФИКАЦИОННУЮ РАБОТУ /
OBJECTIVES FOR A GRADUATION THESIS**

Обучающийся / Student Свеженцев Алексей Георгиевич

Группа/Group R3495

Факультет/институт/кластер/ Faculty/Institute/Cluster факультет систем управления и робототехники

Квалификация/ Degree level Бакалавр

Направление подготовки/ Subject area 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) образовательной программы/Major Математическое моделирование 2016

Специализация/ Specialization

Тема ВКР/ Thesis topic Исследование интерференционных картин перепутанных квантово-оптических сигналов

Руководитель ВКР/ Thesis supervisor Трифанов Александр Игоревич, кандидат физико-математических наук, Университет ИТМО, факультет систем управления и робототехники, доцент (квалификационная категория "ординарный доцент")

Срок сдачи студентом законченной работы до / Deadline for submission of complete thesis 31.05.2021

Техническое задание и исходные данные к работе/ Requirements and premise for the thesis

Исследовать генерации фантомных изображений на основе математической модели разрушения интерференции двух скоррелированных картин вследствие детектирования фотонов в одном из каналов. Исходными данными для модели является схема генерации четырех попарно перепутанных фотонов и модель детектирования соответствующих интерференционных картин в двух каналах.

Содержание выпускной квалификационной работы (перечень подлежащих разработке вопросов)/ Content of the thesis (list of key issues)

ВКР должна содержать описание процесса построения фантомного изображения, полученного в результате разрушения интерференции в двух каналах. Должны быть построены математические модели детекторов картин, а также полученные на их основе функции совместной и условной вероятности детектирования фотонов в каждом из каналов. В работе должна быть исследована зависимость вероятностных распределений детектирования в одном из каналов при различных фазах в другом.

Перечень графического материала (с указанием обязательного материала) / List of graphic materials (with a list of required material)

Исходные материалы и пособия / Source materials and publications

Quantum imaging and information Omar S Magana-Loaiza and Robert W Boyd (2019);

Multiple-image encryption based on computational ghost imaging Jingjing Wu, Zhenwei Xie, Zhengjun Liu, Wei Liu, Yan Zhang, Shutian Liu (2016);

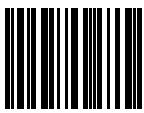
Entangled-photon compressive ghost imaging Petros Zerom, Kam Wai Clifford Chan, John C. Howell, and Robert W. Boyd (2011);

Ghost imaging using entanglement-swapped photons Nicholas Bornman, Megan Agnew, Feng Zhu, Adam Valles, Andrew Forbes and Jonathan Leach (2019)

Дата выдачи задания/ Objectives issued on 13.05.2021

СОГЛАСОВАНО / AGREED:

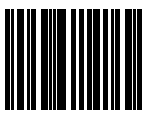
Руководитель ВКР/
Thesis supervisor

Документ подписан	
Трифанов Александр Игоревич	
13.05.2021	

Трифанов
Александр
Игоревич

(эл. подпись)

Задание принял к
исполнению/ Objectives
assumed by

Документ подписан	
Свеженцев Алексей Георгиевич	
18.05.2021	

Свеженцев
Алексей
Георгиевич

(эл. подпись)

Руководитель ОП/ Head
of educational program

Документ подписан	
Попов Игорь Юрьевич	
02.06.2021	

Попов Игорь
Юрьевич

(эл. подпись)

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
ITMO University**

**АННОТАЦИЯ
ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ /
SUMMARY OF A GRADUATION THESIS**

Обучающийся/ Student

Свеженцев Алексей Георгиевич

Наименование темы ВКР / Title of the thesis

Исследование интерференционных картин перепутанных квантово-оптических сигналов

Наименование организации, где выполнена ВКР/ Name of organization

Университет ИТМО

**ХАРАКТЕРИСТИКА ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ/
DESCRIPTION OF THE GRADUATION THESIS**

1. Цель исследования / Research objective

Исследование свойств коррелирующих интерференционных картин и применение результатов данного исследования к задаче о построении фантомных изображений, возникающих в результате разрушения интерференционных картин перепутанных оптических сигналов.

2. Задачи, решаемые в ВКР / Research tasks

Построение математической модели картины интерференции двух скоррелированных оптических сигналов, находящихся в перепутанных состояниях. Описание корреляционных свойств сигналов, поступающих от фотодетекторов и вычисление совместной функции вероятности детектирования в зависимости от положения детекторов. Нахождение зависимости функции совместной вероятности от дополнительной фазы, вносимой в один из каналов. Исследование возможностей нелокальной передачи информации из одного канала в другой.

3. Краткая характеристика полученных результатов / Short summary of results/conclusions

Получена математическая модель возникновения фантомного изображения, построенная на основе разрушения двух интерференционных картин, полученных от перепутанных источников сжатого света. Показано, что полученная модель корректно описывает процесс передачи информации между коррелированными фотонами. Получен ряд численных и аналитических результатов, описывающих количественные характеристики процесса получения фантомного изображения.

4. Наличие публикаций по теме выпускной работы/ Have you produced any publications on the topic of the thesis

5. Наличие выступлений на конференциях по теме выпускной работы/ Have you produced any conference reports on the topic of the thesis

6. Полученные гранты, при выполнении работы/ Grants received while working on the thesis

7. Дополнительные сведения/ Additional information

Обучающийся/Student

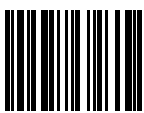
Документ подписан	
Свеженцев Алексей Георгиевич	
26.04.2021	

(эл. подпись/ signature)

Свеженцев
Алексей
Георгиевич

(Фамилия И.О./ name
and surname)

Руководитель ВКР/ Head
of Graduate Project

Документ подписан	
Трифанов Александр Игоревич	
13.05.2021	

(эл. подпись/ signature)

Трифанов
Александр
Игоревич

(Фамилия И.О./ name
and surname)

Оглавление

Введение	5
1 Квантовая перепутанность фотонов	13
1.1 Эксперименты с двумя наблюдателями.	13
1.1.1 Двухканальный интерферометр.	13
1.1.2 Классическая стохастическая модель.	19
1.1 Эксперименты с тремя наблюдателями.	25
2 Модель	26
2.1 Простой эксперимент по наблюдению коррелированных интерференционных картин.	26
2.2 Простой эксперимент передачи изображения.	27
3 Результаты	28
3.1 Общие результаты.	28
3.2 Алгоритм по наблюдению коррелированных интерференционных картин.	30
3.3 Алгоритм по наблюдению разрушения интерференционных картин.	31
3.4 Алгоритм передачи изображения (фазовые задержки).	32
3.5 Алгоритм передачи изображения (амплитудные сдвиги).	33
Заключение	38
Список литературы	39

Введение

Проблемы, которые были поставлены много лет назад Эйнштейном, Подольским и Розеном (ЭПР) [1], Бомом [2] и Беллом [3] (см. также исследование [4-10]), продолжают затрагивают и новые поколения физиков. В значительном размере это связано с тем, что обнаруженное Беллом несоответствие в предсказаниях квантовой теории (КТ) и теории скрытых параметров (ТСП) можно вполне обоснованно разрешить (в пользу КТ, разумеется) критическим экспериментом в отличие от значительного большинства других квантовых парадоксов. ТСП тесно связана с ансамблевой статистической интерпретацией КТ, поэтому такие эксперименты - реальные или мысленные - служат серьезным аргументом в извечном споре между сторонниками статистической (Эйнштейновской) и ортодоксальной (Беровской или Копенгагенской). интерпретации, а также их многочисленные модификации (см., например, исследование [8] и учебник [10]).

В этом направлении в последние годы было выделено несколько новых направлений теоретических и экспериментальных исследований. Было решено описать некоторые из них, которые представляют предельный интерес. К ним, в частности, относятся:

— использование эффективных нелинейных оптических параметрических источников света, которые дают направленные потоки «бифотонов» (коррелированные пары фотонов, генерируемые почти одновременно) и позволяют осуществлять новые модификации оптических экспериментов, такие как ЭПР [11—13];

— Разработка трех и общих N-канальных моделей экспериментов с корреляцией типа ЭПР-Бома [14, 15] и формулировка соответствующих обобщенных неравенств Белла (НБ) в виде Мермина и др. [16—21];

— теорема Гринбергера, Хорна и Цайлингера (ГХЦ), или теорема Белла без неравенств [14, 15];

— новые простые примеры [22, 23], демонстрирующие и которые доказывают теорему Кохена — Спекера (КС) [24—27].

В 1935 г. ЭПР [1], принимая во внимание квантовую систему, состоящую из двух коррелированных частиц, пришел к выводу, что формальная квантовая теория (QT) не дает полного описания физической реальности. Следовательно, вы можете ввести некоторые дополнительные параметры λ , которые дадут полное описание без случайных элементов. Чтобы проиллюстрировать аргументы ЭПР, Бом рассмотрел систему двух вращений $1/2$ [2] в 1951 году. Белл [3] в 1964 году показал в очень общем виде, что TSP и QD в модели Боба приводят к противоречащим предсказаниям. Одним из немногих предположений, сделанных Беллом, было естественное предположение о локальности, то есть отсутствие влияния двух удаленных измерительных приборов друг на друга.

Обнаруженное Беллом противоречие (теорема или парадокс Белла) ставит под сомнение перспективы исследовательской программы, обозначенной ЭПР (полагая, что термины «противоречие», «теорема» и «парадокс» в данном контексте могут рассматриваться как синонимы). В простейшем случае это происходит не только в модели Боба, но и в эксперименте с двумя коррелированными фотонами, где каждый из которых принадлежит двум модам [11—13, 28—31]. Определенная комбинация измеряемых величин S , которую назовем наблюдаемой Белла, в рамках ТСП не может превышать единицу после усреднения по функции распределения вероятностей для набора скрытых параметров:

$$|\langle S \rangle_\rho| \leq 1$$

При этом

$$\rho_{\lambda} \geq 0, \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{\lambda} d\lambda = 1$$

С другой стороны, в рамках КТ существуют не факторизуемые состояния $|\psi\rangle$, которые называются смешанными, иначе перепутанными или перепутанными состояниями (entangled states), в которых среднее значение оператора S , соответствующего наблюдаемой Белла, принимает значение

$$\langle S \rangle_{\psi} = \sqrt{2}$$

Феноменологическая теория Белла работает с дискретными двучными (дихотомными) наблюдаемыми типа, поэтому детектирование должно производиться в режиме счета фотонов. КТ предсказывает идеальную видность $V = 1$ с одновременным приходом фотона на входы интерферометра. На практике такой стационарный "двухфотонный" свет генерируется либо при двух квантовых переходах (каскадных [29, 30] или прямых [31]) в атомных пучках, либо более эффективным методом — в результате распада квантов первичного излучения накачки на пары вторичных фотонов — эффект параметрического рассеяния, или параметрического преобразования частоты вниз (down - conversion) [11—13].

В большинстве экспериментов ЭПР - Белла использовалась поляризационная интерферометрия с поляризационно-коррелированными фотонами. После разработки эффективных параметрических источников направленных потоков поляризованных фотонов с коррелированными фазами, или, другими словами, с коррелированными квадратурными составляющими, были использованы новые типы интерферометров интенсивности. Так, Рарити и Тапстер [13] получили видность $V = 0,8$ в

схеме с двумя интерферометрами Маха—Цендера с отсутствующими входными светоделителями. Ряд подобных модификаций также был рассмотрен в [32—35].

Также, если рассматривать информационные протоколы, основанные на фотонных состояниях света, то эти протоколы представляют значительный интерес для квантовой и классической науки. Несколько степеней свободы, таких как пространство, частота, поляризация и многомерная природа света, позволяют получить доступ к большому алфавиту для кодирования информации [36–37]. Повышенная информационная емкость обеспечивает связь с высокой скоростью передачи данных и предлагает механизмы для проверки основ квантовой теории [38]. Однако точная генерация, точная обработка и эффективное обнаружение таких световых состояний являются постоянной проблемой.

В контексте квантовых сетей, основанных на фотонных состояниях света, проблема заключается в эффективном распределении квантовой информации на большие расстояния. В основе квантовой сети лежит процесс, известный как перепутанность, который основан на измерении состояния Белла. Перепутанность [39] генерирует корреляции между системами, которые не взаимодействовали и наблюдались во многих степенях свободы, например поляризации [40] и орбитальном угловом моменте [41], а также может использоваться для квантовой телепортации нескольких степеней свободы [42]. Один протокол, требующий корреляций, является фантомным изображением, и хотя теперь известно, что фантомные изображения требуют корреляций только на одном основании, последствия перепутанности на такой процесс остаются неизвестными.

Термин «фантомное изображение» появился только в 1995 году в контексте изучения корреляций Эйнштейна - Подольского - Розена в координате и импульсе [43]. Было отмечено, что можно использовать позиционные корреляции запутанной пары фотонов, генерируемых с помощью спонтанного параметрического преобразования с понижением частоты (SPDC). в эксперименте по визуализации.

В обычном эксперименте по визуализации фантомных изображений фотон в плече объекта обнаруживается с помощью «ковшового» детектора без пространственного разрешения, так что информация об объекте стирается, в то время как фотон в другом плече, который никогда не взаимодействовал с объектом, собирается детектором с пространственным разрешением (камерой или сканирующей системой). Следовательно, когда фотоны измеряются в совпадении, пространственные корреляции позволяют реконструировать изображение (см. Рис. 1).

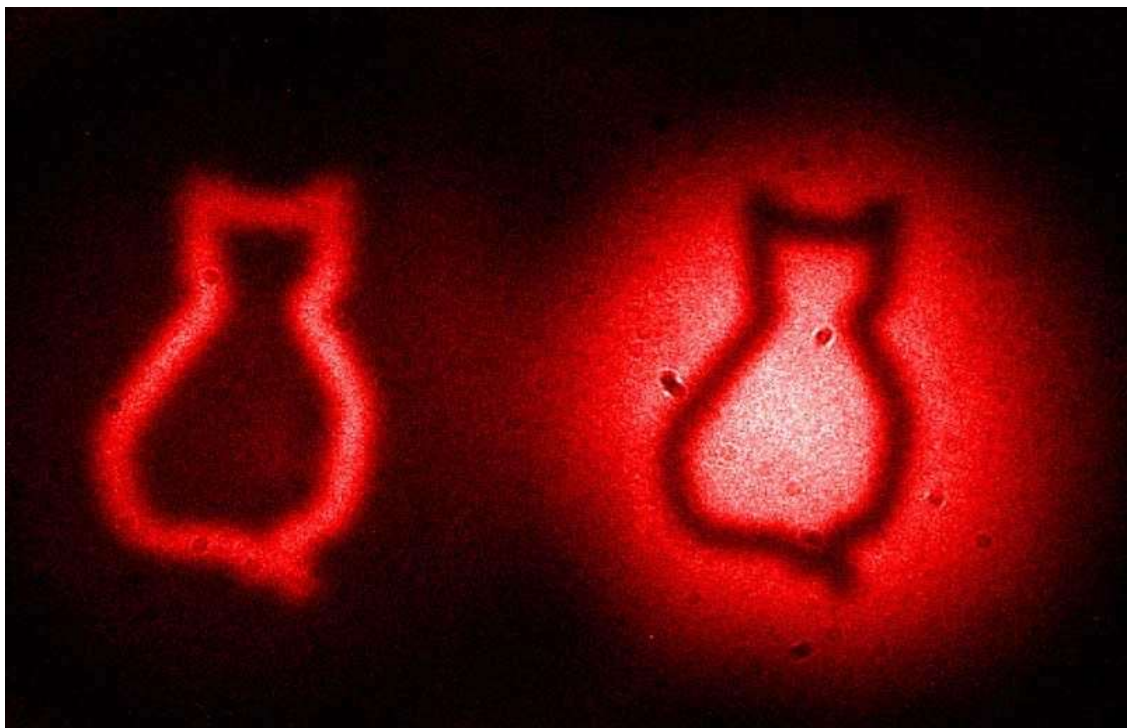


Рис.1 Пример фантомного изображения.

К моменту написания этой работы были реализованы многие проявления вышеупомянутого протокола, включая использование теплового света, коррелированное по импульсу фантомное изображение [44], спиральное фантомное изображение с орбитальным угловым моментом [45,46], фантомное изображение во временной области [47], вычислительные и компрессионные фантомные изображения [48,49], и использование невырожденного SPDC для двухволнового фантомного изображения [50-52].

Наука о квантовых протоколах передачи информации на данный момент не является развитой с точки зрения фундаментального подхода, но активная разработка различных аспектов и проблем создания и использования квантовых компьютеров делает это направление актуальным и перспективным

Объектом исследования в настоящей работе являются методы создания фантомных изображений.

Предметом исследования являются методы передачи изображений с помощью фантомных изображений.

Во всех вышеперечисленных работах очень сложная и достаточно запутанная математика. Из этого возникает **гипотеза** исследование создание простой аналитической модели фантомных изображений.

Цель работы - исследование свойств коррелирующих интерференционных картин и применение результатов данного исследования к задаче о построении фантомных изображений, возникающих в результате разрушения интерференционных картин перепутанных оптических сигналов.

В соответствии с поставленной целью предполагается решение следующих задач:

1. Построить математическую модель картины интерференции двух коррелированных оптических сигналов, находящихся в перепутанных состояниях.
2. Описать корреляционные свойства сигналов, поступающих от фотодетекторов и вычисление совместной функции вероятности детектирования в зависимости от положения детекторов.
3. Найти зависимости функции совместной вероятности от дополнительной фазы, вносимой в один из каналов.
4. Исследовать возможности нелокальной передачи информации из одного канала в другой.

В данной работе используются такие **методы** как: математическое моделирование, описательный, воспроизводящий эксперимент, гипотетико-дедуктивный.

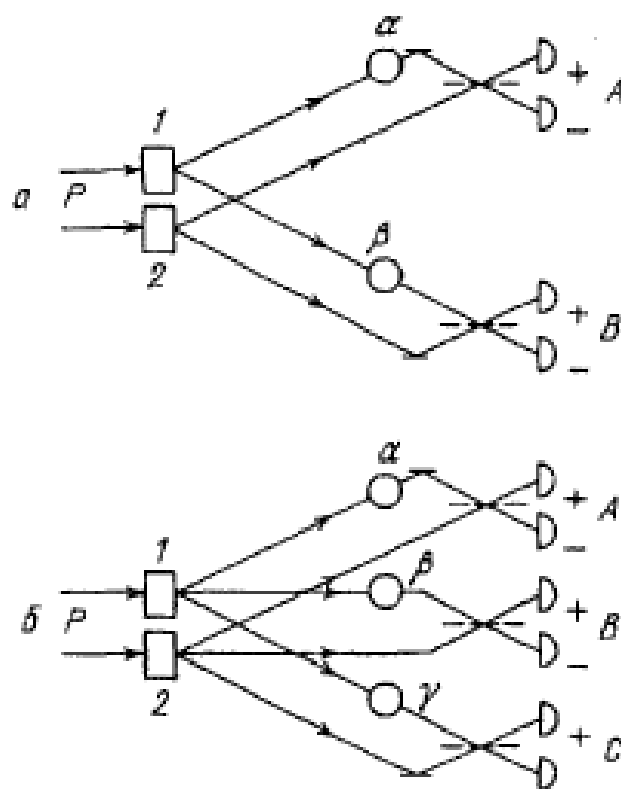


Рис.2 Схемы интерферометров интенсивности с параметрическими источниками излучения для двух (а) или трех (б) наблюдателей. Коррелированные фотоны рождаются одновременно нелинейных элементах 1 или 2 под действием накачки P и направляются к наблюдателям A , B , (C) по двум модам, одна из которые испытывает фазовую задержку (кружки). Моды смешиваются на 50 %-ных светоделителях (штриховые отрезки) и детектируются. В схеме a при нулевой суммарной фазовой задержке ($\varphi = \alpha + \beta = 0$) фотоны синхронно поворачивают либо оба вверх (к детекторам +), либо оба вниз (к детекторам —), а при $\varphi = \pi$ один вверх, другой вниз. В схеме (b) при $\varphi = \alpha + \beta + \gamma = 0$) либо все три фотона идут вверх, либо один вверх и два вниз. При $\varphi = \pi$ один или три вниз.

1 Квантовая перепутанность фотонов

1.1 Эксперименты с двумя наблюдателями.

1.1.1 Двухканальный интерферометр.

На рис. 1, а представлена одна из простейших схем [39] эксперимента по проверке НБ. Накачка с частотой ω_0 и волновым вектором k_0 подсвечивает двулучепреломляющий пьезокристалл, в котором за счет квадратичной нелинейности χ происходит распад своеобразного фотона накачки на пару обычных фотонов с волновыми векторами k_a и k_b . Это так называемый эффект параметрического рассеяния или спонтанного преобразования частоты вниз (down-conversion).

"Сигнальный" фотон k_a распространяется по двум пучкам k_1^a и k_1^b с помощью маски, которая разделяет выходную грань кристалла на две области 1 и 2. Конечно, можно использовать два отдельных кристалла с общей когерентной накачкой. То же самое происходит и со вторым, "холостым" квантом, частота может не должна совпадать с ω_a . Таким образом, маска делит *фронт волны*. Деление амплитуды с помощью светоделителя также допустимо [11]. Также можно использовать осевую симметрию излучаемого поля [13]: фотон определенной частоты ω_a (как и ω_b) входит в континуум мод с фиксированным углом рассеяния $\theta_a(\theta_b)$, принадлежащих поверхности конуса. При этом $(k_{1,2}^a + k_{1,2}^b)_\perp = 0$. Цель у всех этих операций одна: получить из двух пучков a, b четыре. Моды 1,2 должны отличаться типом поляризации для интерферометров с поляризацией. Аналогично можно получить и $2j + 1$ пар пучков, которые будут имитировать две коррелированные частицы со спином j [39].

Сигнальные пучки, обладающие подобными частотами ω_a смешиваются на 50%-ном светоделителе и направляются на два детектора D_+^a и D_-^a . В один из лучей заранее вводится регулируемая фазовая

задержка α . Подобного рода элементы установлены и в канале B : система задержки β , светоделитель и детекторы D_+^b и D_-^b .

Описанная схема, по сути, представляет собой разновидность интерферометра интенсивности, в котором вместо нелинейного кристалла могут присутствовать и другие источники. С классической точки зрения светоделители преобразуют флуктуации фазы во флуктуации интенсивности I , которые регистрируются детекторами. В результате каждый из четырех наблюдаемых корреляторов $\langle I_{\pm}^a I_{\pm}^b \rangle$ при медленном изменении α и β осциллирует по гармоническому закону с фазой $\varphi = \alpha \pm \beta$ [33,34]. Знак зависит от источника: коррелируют или антикоррелируют исходные фазы.

Видность интерференции V , определяемая относительным уровнем фона, не зависящего от φ , в КТ может достигать единицы, в ТСП $V \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$, а классическая стохастическая электродинамика ограничивает V значением $\frac{1}{2}$. При этом имеется в виду гармонические интерференционные кривые.

Пусть детекторы работают в режиме счета фотонов. Сигнальный и холостой кванты генерируются практически одновременно с пикосекундным разбросом, который намного меньше длительности выходных импульсов детекторов T (для ФЭУ $T \sim 10^{-9}c$). Выберем мощность накачки достаточно малой для того, чтобы пары регистрировались в среднем через $10^{-9}c$. Таким образом, вероятность перекрытия импульсов от двух соседних (по времени) пар фотонов будет пренебрежимо мала.

Если бы квантовая эффективность детекторов η достигала 100 %, то они срабатывали бы строго попарно: например, зарегистрированный D_+^a фотон непременно сопровождался бы одновременным срабатыванием D_+^b или D_-^b . При $\eta < 1$ полной корреляции уже не будет, однако ошибочные "отдельные" события можно исключить схемой совпадений.

С другой стороны, детекторы канала просто не срабатывают синхронно, потому что светоделитель случайным образом направляет фотон либо «вверх», либо «вниз». Следуя Мермину, для наглядности подключим к верхним детекторам D_+^a и D_+^b зеленые лампы, а к нижним D_-^a или D_-^b — красные. Тогда в каждом испытании (при регистрации пары) вспыхивать будут только две лампы — одна в канале A , другая в B .

Начнем изменять фазу в одном из каналов α , наблюдая за лампами. При некоторой α , наблюдая которую примем за нулевую ($\varphi = \alpha = 0$), одновременно будут мигать или обе зеленые, или обе красные лампы. Если же к фазе α добавить π лампы будут вспыхивать точно не в попад — зеленая с красной и наоборот.

Параметризуем картину, приписывая функции A значение $+1$ при срабатывании детектора D_+^a и значение -1 при срабатывании D_-^a . Аналогично образуем функцию $B = \pm 1$. И получаем два "точечных" случайных процесса A_i, B_i , где i — номер события, которые происходят в случайные моменты времени.

Определим еще и третью дихотомную (т.е. принимающую только два дискретных значения) функцию $F_{\varphi i} = A_{\alpha i} B_{\beta i} = \pm 1$ во всех испытаниях $F_{0i} = 1$ т.е. наблюдаем полную корреляцию или антикорреляцию случайных последовательностей A_i и B_i , так что $F_{\varphi i}$ при этом детерминирована. Промежуточным значениям φ соответствует случайная стационарная последовательность $F_{\varphi i}$, которая зависит от φ как от параметра. Можно измерить ее среднее значение

$$E_{\varphi} = \langle F_{\varphi} \rangle = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L F_{\varphi i},$$

$$F_{\varphi i} = A_{\alpha i} B_{\beta i}, \varphi = \alpha + \beta,$$

где L — полное число зарегистрированных за какое-то время пар. При "достаточно больших" L получаем "частотное" определение среднего значения.

Следует отметить, что F_φ — многоканальная наблюдаемая: для ее измерения, наблюдатели A и B должны по каким-то каналам связи обмениваться информацией (или сообщить ее третьему лицу) и синхронизировать часы для определения начала нумерации событий, поскольку каждая из рассматриваемых последовательностей формируется пуассоновским случайным процессом. Из приведенных выше соображений следует, что передача сигналов со сверхсветовой скоростью между наблюдателями A и B , конечно, невозможна из-за квантовой корреляции, как это имеет место в классических [139-143]. Однако такую корреляцию можно использовать для защиты каналов связи от подслушивания [128–131] или помех [132–135].

Также можно подчеркнуть, что наблюдатель только одной последовательности, например $A_{\alpha i}$, никакой зависимости от фазы α (и тем более от β) не обнаружит, ибо в этом случае $P_A^+ = P_A^- = \frac{1}{2}$. Такое же распределение типа “орла и решки” имеет B_β . В то же время из эксперимента и квантовой модели следует

$$P_F^+(\varphi) = \cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right), P_F^-(\varphi) = \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right).$$

Совместное распределение наблюдаемых A и B :

$$P_{AB}^{++}(\varphi) = P_{AB}^{--}(\varphi) = \frac{1}{2} \cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right),$$

$$P_{AB}^{+-}(\varphi) = P_{AB}^{-+}(\varphi) = \frac{1}{2} \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$

Отсюда

$$E_\varphi = P_{AB}^{++} + P_{AB}^{--} - P_{AB}^{+-} - P_{AB}^{-+} = \cos(\varphi) \quad (a)$$

Существенно, что в КТ не существует совместного распределения $P_{AA}^{\pm\pm}$ для пары наблюдаемых $A \equiv A_\alpha$ и $A' \equiv A_{\alpha'}$, при $\alpha \neq \alpha'$ (и аналогично для B и B' при $\beta \neq \beta'$), поскольку они не коммутируют и не могут быть

измерены одновременно. Именно этот факт является формальной причиной противоречия между КТ и ТСП.

Если учесть «случайные» совпадения из-за перекрытия соседних пар фотонов, полной корреляции больше не будет, и в правой части появится дополнительный множитель V ($0 < V < 1$), имеющий смысл видности интерференционной картины:

$$E_{\varphi} = V \cos(\varphi).$$

При уменьшении мощности накачки и соответствующем уменьшении скорости излучения бифотонов $R, V \rightarrow 1$.

Вернемся к эксперименту. Будем устанавливать в каждом канале по 2 два фиксированных значения фазы α и α' , β и β' , отличающихся на $\frac{\pi}{2}$:

$$\alpha' - \alpha = \frac{\pi}{2}; \beta' - \beta = \frac{\pi}{2}. \quad (b)$$

Проведем последовательно четыре серии измерений со следующими комбинациями фаз:

$$\alpha, \beta; \alpha, \beta'; \alpha', \beta; \alpha', \beta'.$$

Таким образом, четыре многоканальных наблюдаемых записываются одна за другой

$$F^{(1)} = AB, F^{(2)} = AB' ,$$

$$F^{(3)} = A'B, F^{(4)} = A'B' .$$

Составим их комбинацию

$$S = \frac{1}{2}(F^{(1)} + F^{(2)} + F^{(3)} - F^{(4)})$$

и назовем ее наблюдаемой Белла. Усредняя полученные данные:

$$\langle S \rangle_{exp} = \frac{1}{2}(E^{(1)} + E^{(2)} + E^{(3)} - E^{(4)}) = \frac{1}{2}\langle AB + AB' + A'B - A'B' \rangle_{exp} \quad (c)$$

получим такой результат, который должен быть близок к предсказанию КТ, которое следует из (a) и (b):

$$\begin{aligned}\langle S \rangle_\psi &= \frac{1}{2} [\cos(\varphi_1) + 2\cos(\varphi_1 + \frac{\pi}{2}) - \cos(\varphi_2 + \pi)] \\ &= \sqrt{2}\cos(\varphi_1 + \frac{\pi}{4})\end{aligned}\quad (d)$$

где $\varphi_1 = \alpha + \beta$, а $\langle \dots \rangle_\psi$ означает усреднение по квантовому состоянию, характеризуемому вектором $|\psi\rangle$, который будет определен ниже.

Наблюдаемая Белла максимальна при $\varphi_1 = -\frac{\pi}{4}$:

$$\langle S(A, A', B, B') \rangle_{\psi, max} = \sqrt{2}. \quad (e)$$

Можно показать, что значение $\sqrt{2}$ не может быть превышено, в каком бы квантовом состоянии $|\psi\rangle$ не находилась система [87-89].

Интересно, что $\langle S \rangle_\psi$ зависит лишь от суммы $\alpha + \beta$, оставляя свободной одну из составляющих фаз (например, α) при выбранной φ_1 . Следует также заметить, что все четыре слагаемых в (d) дают одинаковый положительный (или одинаковый отрицательный для $\varphi_1 = \frac{3\pi}{4}$) вклад в $\langle S \rangle_\psi$ экстремальных значений.

Тот же эксперимент, который рассматривается в рамках ТСП при некоторых "естественных" и вполне "разумных" предположениях: существование априорных значений наблюдаемых A, A', B, B' в интервале от -1 до $+1$, задаваемых некоторой неотрицательной совместной функцией распределения, и отсутствие взаимного влияния между измерительными приборами (о более тонких деталях см., например, [41, 44, 45]), должен был бы приводить к

$$-1 \leq \langle S \rangle_p \leq 1 \quad (f)$$

Противоречие между (e) и (f) является возможным критерием для выбора одной из альтернативных теорий.

Следует также отметить, что общее ограничение (f) должно подчиняться всем возможным частичным классическим моделям,

описывающим экспериментальные процедуры, подобные тем, которые рассматриваются в этой главе.

Отметить следует и то, что неравенство (f) установлено лишь для усредненной наблюдаемой Белла. В отдельных же комбинациях $S = 0, \pm 1, \pm 2$ как в классической, так и квантовой теориях.

1.1.2 Классическая стохастическая модель.

Если попробовать, как показано на рис. 2а, провести эксперимент на языке классической статистической теории, используя модель интерферирующих волн с флуктуирующими фазами, то такой эксперимент практически легко провести в радиодиапазоне.

Пусть используются "одномодовые" детекторы: их постоянная времени T и их поперечный размер апертуры R должны быть намного меньше соответствующих масштабов когерентности падающего на них излучения, которое предполагается квазимонохроматическим и квазиплоским: $T \ll \tau_{coh} \sim 2 \frac{\pi}{\Delta\omega}$, $R \ll \rho_{coh}$. Такие детекторы дают сигнал $i(t)$ пропорциональный "мгновенной" интенсивности $i(t) = \eta n(t) = \eta |a(t)|^2$, где η — эффективность детектора, пропорциональная $R^2 T$, и $a(t)$ — медленно меняющаяся (с масштабом τ_{coh}) амплитуда поля в безразмерных единицах (таких, что поток энергии равен $\hbar\omega |a|^2 \frac{\Delta\omega}{2\pi}$).

Выясним действие фазовой задержки α и 50%-ного светоделителя, смешивающего две пространственные моды в одном канале (см. рис. 2,а). Если моды различаются только типом поляризации, призма Николя может играть роль светоделителя. Пусть $a_k = |a_k| \exp(-ix_k)$ — комплексные амплитуды на входе, $k = 1, 2$. Тогда выходные амплитуды можно представить в виде

$$a_{\pm} = (\pm a_1 e^{i\alpha/2} + e^{-i\alpha/2})/\sqrt{2}. \quad (g)$$

Общий фазовый коэффициент здесь не учитывается, так как он не входит в выходные интенсивности

$$n_{\pm}^a = |a_{\pm}|^2 = \frac{1}{2} [n_a \pm 2|a_1 a_2| \cos(x + \alpha)] \quad (h)$$

где $n_a = n_1^a + n_2^a \equiv |a_1|^2 + |a_2|^2$, $x(t) \equiv x_2 - x_1$

- соответственно полная интенсивность в канале A и разность фаз как функция времени.

Заметим, что из $|a_1 + a_2|^2 \geq 0$ следует неравенство

$$2|a_1 a_2| \leq |a_1|^2 + |a_2|^2 \equiv n_a$$

Преобразование (g) относится к типу унитарных преобразований $SU(2)$ и сохраняет энергию: $n_+^a + n_-^a = n_1^a + n_2^a \equiv n_a$ (см., например, [33, 34]).

Согласно (h) светоделитель преобразует флуктуации разности фаз $x(t)$ во флуктуации интенсивностей $n_{\pm}^a(t)$. Для $T \ll \tau_{coh}$ (h) описывает стационарную *интерференцию амплитуд* — гармоническую зависимость n_+^a и n_-^a и от параметра α . Если же время усреднения $T > \tau_{coh}$, то средние интенсивности не зависят от α : $\langle n_{\pm}^a \rangle = \langle n_a \rangle / 2$.

Аналогичная (h) зависимость определяет выходные интенсивности n_{\pm}^b в канале B через входные амплитуды и фазы $b_k = |b_k| \exp(-iy_k)$.

Рассмотрим корреляцию интенсивностей любых двух выходных мод каналов A и B ; например, согласно (h)

$$\langle n_+^a n_+^b \rangle = \frac{1}{4} \langle n_a n_b \rangle + \langle |a_1 a_2 b_1 b_2| \cos(x + \alpha) \cos(y + \beta) \rangle \quad (k)$$

Если входные интенсивности не колеблются, либо колеблются независимо от фаз, то второе слагаемое здесь пропорционально сумме

$$\langle \cos(x(t) + y(t) + \alpha + \beta) \rangle + \langle \cos(x(t) - y(t) + \alpha - \beta) \rangle$$

В результате стационарное возмущение интенсивности может наблюдаться только в двух случаях.

$$x(t) \pm y(t) = \text{const} \quad (l.1)$$

т. е. при корреляции или антикорреляции фаз исходных волн (см., например, обзор [33]). Стоит отметить, что попарное смешивание мод может осуществляться непосредственно на светочувствительных поверхностях детекторов без светоделителей. Не исключена также двухмодовая и даже многомодовая интерференция [21, 33, 34].

В квантовой теории условиям (k.1) соответствуют ненулевые значения корреляторов двух типов [33, 34]:

$$G_+ \equiv \langle a_1 a_2^+ b_1 b_2^+ \rangle_\psi \neq 0$$

или

(l.2)

$$G_- \equiv \langle a_1 a_2^+ b_1^+ b_2 \rangle_\psi \neq 0$$

где теперь a^+, b^+ и a, b — операторы рождения и уничтожения фотонов. При описании экспериментов со спинами корреляторы G_\pm заменяются на $\langle \sigma_-^a \sigma_\mp^b \rangle$.

Случай $G_- \neq 0$, или $x - y = \text{const}$, соответствует давно известной интерференции интенсивности типа Брауна—Твисса [42]. При этом, в качестве пары источников света могут служить, например, две звезды.

Антикорреляция фаз $G_+ \neq 0$, или $x + y = const$, возникает, когда используется "параметрический" шум или двухфотонные переходы в атомах.

Таким образом, существует два основных типа интерференции интенсивности, которые имеют простое классическое объяснение: коррелированные или антикоррелированные фазовые флуктуации преобразуются в дополнительные амплитудные флуктуации. Следует отметить, что, в отличие от рассматриваемой четырехмодовой схемы (см. рис. 2, а), в случае двухмодовой интерференции корреляция или антикорреляция фаз в виде (l. 1), (l. 2) не обязательна [33, 34]. Этот частный случай можно выделить в третий основной тип интерференции интенсивности.

Для параметрических генераторов фаза $x + y = x_2 - x_1 + y_2 - y_1$ определяется постоянной разностью фаз волн накачки (см. рис. 2,а). Положим $x + y = 0$, тогда согласно (k) при постоянных входных интенсивностях n_a, n_b

$$\langle n_+^a n_+^b \rangle = \frac{1}{4} n_a n_b (1 + V \cos(\varphi))$$

где $\varphi = \alpha + \beta$, а видность равна

$$V = \frac{2|a_1 a_2 b_1 b_2|}{n_a n_b} \leq \frac{1}{2}$$

Таким образом, в классической модели с постоянными входными интенсивностями видность не превышает $\frac{1}{2}$. Учет начальных гауссовских флуктуаций интенсивности приводит к уменьшению этого предела до $\frac{1}{3}$. Дальнейшее снижение V происходит при нарушении условия $T \ll \tau_{coh}$.

Аналогичная модель для трехканальной интерференции интенсивности (см. Рис. 2, б) для постоянных входных интенсивностей n_a, n_b, n_c дает

$$V = \frac{2|a_1 a_2 b_1 b_2 c_1 c_2|}{n_a n_b n_c} \leq \frac{1}{4}$$

а в случае N каналов - $V_N \leq 1/2^{N-1}$.

Возвращаясь к схеме рис. 2, а и образуя разности (в квантовой теории эти наблюдаемые также могут быть выражены как операторы разности фаз)

$$\Delta n_a = n_+^a - n_-^a = a_1 a_2^* e^{i\alpha} + \text{к. с.} = 2|a_1 a_2| \cos(x + \alpha),$$

$$\Delta n_b = n_+^b - n_-^b = b_1 b_2^* e^{i\beta} + \text{к. с.} = 2|b_1 b_2| \cos(y + \beta).$$

Их корреляция, которая нормирована на $\langle n_a n_b \rangle$ с учетом параметрического ограничения $x + y = 0$ и возможных независимых от фаз флуктуаций интенсивности имеет вид

$$E_\varphi = \frac{\langle \Delta n_a \Delta n_b \rangle}{\langle n_a n_b \rangle} = V \cos(\varphi)$$

$$V = 2\langle |a_1 a_2 b_1 b_2| \rangle / \langle n_a n_b \rangle$$

Такая нормировка при постоянных n_a и n_b обеспечивает применимость теоремы Белла, поскольку в каждой реализации измеряемые относительные величины не превышают единицы по модулю:

$$\frac{|\Delta n_a|}{n_a} \equiv \frac{|n_+^a - n_-^a|}{n_+^a + n_-^a} \leq 1,$$

$$\frac{|\Delta n_b|}{n_b} \equiv \frac{|n_+^b - n_-^b|}{n_+^b + n_-^b} \leq 1$$

Итак, в "классическом" варианте эксперимента проверки интенсивности параметрически генерируемых волн необходимо

поддерживать неизменными во всех сериях измерений, что легко осуществимо только при использовании параметрических генераторов.

По мере увеличения количества каналов N экспоненциально нарастает и относительное различие классического и квантового предсказаний видности (как 2^{N-1}), причем проявляется оно уже начиная с $N = 2$. Этот результат достаточно отличается от следующего из теоремы Белла в форме, где относительный рост расхождений составляет лишь $2^{(N-1)/2}$. В этом данном, однако, ограничиваемся рамками конкретной экспериментальной модели, в отличие от общей формулировки задачи в теореме Белла.

Интересно, что если корреляцию Δn_a и Δn_b пронормировать на дисперсии флуктуаций этих разностей $\langle \Delta n^2 - \langle \Delta n \rangle^2 \rangle = \langle \Delta n^2 \rangle$ т. е. определить обычный коэффициент корреляции вида

$$\Gamma_\varphi = \frac{\langle \Delta n_a \Delta n_b \rangle}{(\langle \Delta n_a^2 \rangle \langle \Delta n_b^2 \rangle)^{1/2}} = \cos(\varphi)$$

то для двухканального интерферометра результаты классического и квантового рассмотрения совпадут. Условие теоремы Белла при такой нормировке, разумеется, не соблюдается, так как относительные величины $\Delta n_a / \langle \Delta n_a^2 \rangle^{1/2}$ и $\Delta n_b / \langle \Delta n_b^2 \rangle^{1/2}$, которые измеряются, могут превышать единицу. На это обратили внимание Барут и Мейстр при анализе поведения двух частиц с антикоррелированным угловым моментом. Следует отметить, что видность в этом случае ограничена значением $1/3$, что связано с количеством равновероятных проекций трехмерного вектора углового момента.

Рассмотренные классические модели описывают эксперименты с аналоговыми детекторами, которые выдают измеренные значения с непрерывным диапазоном значений. В этом случае интерференционная

структура имеет вид $\cos(\varphi)$ как и в КТ, но максимальная классическая корреляция не превышает $1/2$ в оптическом и $1/3$ в спиновом экспериментах в отличие от КТ, которые допускают полную корреляцию (т.е. равную 1). Эта разница связано с использованием непрерывных наблюдаемых, в то время как счетчики фотонов дают $n = 0$ или 1, так что $\Delta n_{a,b} = \pm 1$ (в случае однофотонных состояний в каждом канале).

Полную корреляцию $E = \pm 1$ можно получить и в рамках классической теории, если использовать дихотомные наблюдаемые с дискретным спектром

(см., спиновые модели в [3, 15]).

1.1 Эксперименты с тремя наблюдателями.

Естественное, хотя и мало реалистичное пока обобщение рассмотренного выше эксперимента, представлено на рис. 1. *b* [19, 21]. Отличие от рис. 2, *a* сводится к добавлению еще одного двухмодового канала. Такая схема конкретизирует идею ГХЦ [14,15] и позволяет продемонстрировать нарушение НБ $|\langle S_3 \rangle| \leq 1$ для наблюдаемой S_3 с помощью сравнительно небольшого числа испытаний, поскольку S_3 достигает максимума (равного двум вместо $\sqrt{2}$ для $\langle S_3 \rangle_\psi$) при полной корреляции, т.е. при экстремальных значениях составляющих ее четырех корреляторов вида $E \equiv \langle ABC \rangle = \pm 1$. Следовательно, статистическая обработка результатов отдельных (тройных) совпадений фотоотсчетов, в принципе, не требуется. Кроме того, добавление к четырем наблюдаемым A, A', B, B' еще двух: C, C' позволяет четко сформулировать парадокс нового типа — теорему Белла без неравенств ГХЦ [14, 15]. Это яркий пример того, как количество (наблюдателей) превращается в качество — новый вид противоречия.

2 Модель

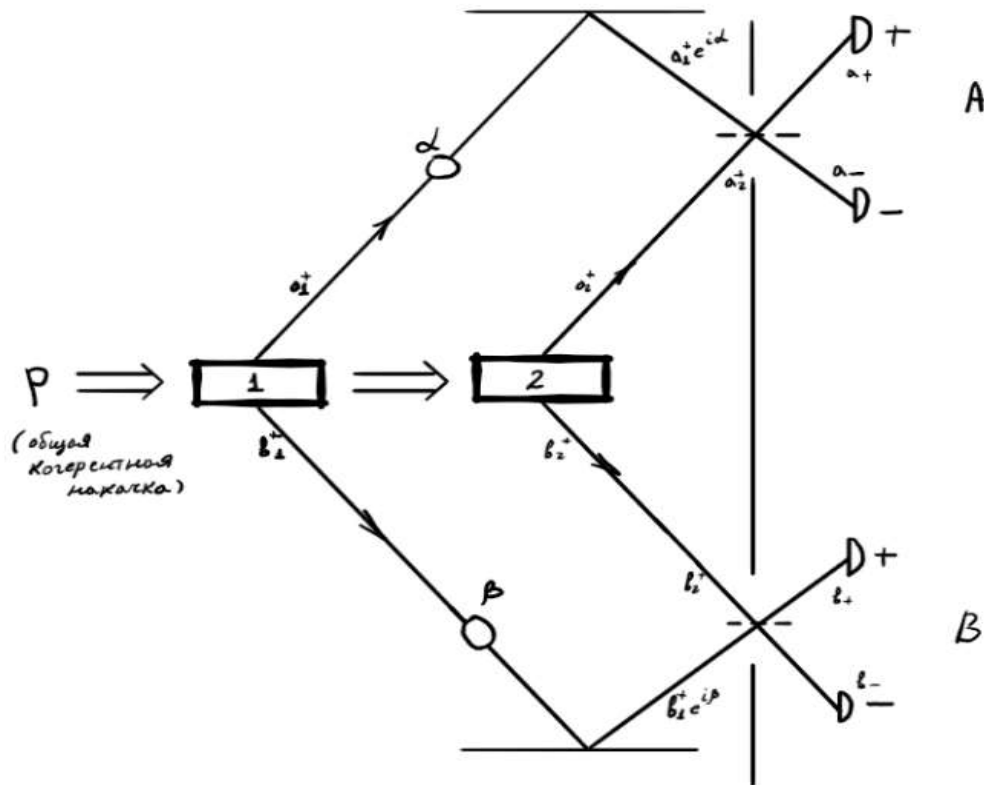


Рис.3 Схема с параметрическими источниками излучения для двух наблюдателей A и B . Коррелированные фотоны рождаются одновременно в нелинейных элементах 1 или 2 под действием общей когерентной накачки P и направляется к A и B по двум модам, одна из которых испытывает фазовую задержку (кружки). Моды смешиваются на 50%-ных светоделителях (штриховые отрезки) и детектируются.

2.1 Простой эксперимент по наблюдению коррелированных интерференционных картин.

Проведем эксперимент, допустим, для наблюдателя A фазовая задержка α принимает значения от 0 до 4π с шагом $\frac{1}{100}$. А для наблюдателя

B задержку β будем изменять от $\frac{\pi}{4}$ до $\frac{5\pi}{4}$ с шагом $\frac{\pi}{4}$.

Тогда получим следующие результаты (см. Рис. 4.). Полученные результаты показывают, что наблюдатель A видит изменения, которые, казалось бы, не должен видеть. На основе этих результатов появляется возможность передачи информации. Подробнее данный алгоритм будет описан ниже.

2.2 Простой эксперимент передачи изображения.

Допустим, хотим передать изображение, которое изображено ниже,



от наблюдателя A к наблюдателю B . Чтобы передать такое изображение, нужно придумать функцию для фазы α . Пусть $\alpha = \text{func}(\frac{\pi}{10}, \theta) = 2$, $\alpha = \text{func}(\varphi, \frac{\pi}{10}) = 2$ и для всех остальных (φ, θ) $\alpha = \text{func}(\varphi, \theta) = 1$. Зафиксируем фазу для 2 наблюдателя и пусть она принимает значения от $-\frac{3\pi}{10}$ до $\frac{3\pi}{10}$ с шагом $\frac{1}{500}$. Далее выбираем соответствующую формулу (5) для наблюдателя 2. И анализируем интерференционные картины (см. рис. 5).

3 Результаты

3.1 Общие результаты.

В результате спонтанного параметрического рассеяния, имеющего место в двух кристаллах с общей когерентной накачкой, в каждой точке рассматриваемого пространства создается интерференционная картина. Это возникает от того, что интерферируют возможные траектории оптических сигналов, вызывающих щелчок в заданном наборе детекторов.

Рассмотрим схему (см. Рис. 3.), два наблюдателя A и B каждый одновременно регистрируют по одному фотону на детекторах “+” и “-”, приписывая этим событиям значения $A, B = \pm 1$.

Квантовое состояние фотонов, которое поступает к наблюдателям, описывается волновым вектором:

$$|\psi\rangle = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) (a_1^\dagger b_1^\dagger + a_2^\dagger b_2^\dagger) |0\rangle = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) (|10\rangle_a |10\rangle_b + |01\rangle_a |01\rangle_b) \quad (1)$$

где a_j^\dagger и b_j^\dagger - операторы рождения фотонов в двух сигнальных (поступающих к наблюдателю A) и холостых (к B) модах, $j = 1, 2$ соответствует номеру кристалла, излучающего данную моду (см. Рис. 3.), а $|0\rangle$ обозначает вакуум. Запись (1) интерпретируется следующим образом: сигнальный (холостой) фотон может быть равновероятно рожден в одном из двух кристаллов, т. е. принадлежит сразу двум модам но при этом холостой (сигнальный) фотон обязательно рождается в том же кристалле. Если мощность накачки достаточно мала для того, чтобы за время проведения одного измерения T спускалось не более одной пары квантов, то можно считать, что состояние (1) соответствует каждому единичному измерительному акту. Такие нефакторизованные состояния из двух или большего числа частиц называют связанными, перемешанными или

перепутанными (entangled). Как раз с ними и связаны многие квантовые парадоксы.

Действие фазовых задержек и светоделителя (см. Рис. 3) на исходное поле будем описывать в представлении Гейзенберга, т. е. с помощью формулы (g). В результате операторы чисел фотонов в двух выходных модах, регистрируемых детекторами “+” и “-” в канале A , имеют вид (2)

$$n_{\pm}^a = a_{\pm}^{\dagger} a_{\pm} = \frac{1}{2} \left(n_1^a + n_2^a \pm \left(\sigma_-^a e^{i\alpha} + \sigma_+^a e^{-i\alpha} \right) \right) \quad (2)$$

где $n_j^a = a_j^{\dagger} a_j$, $\sigma_-^a = a_1 a_2^{\dagger}$, $\sigma_+^a = (\sigma_-^a)^{\dagger}$, $j = 1, 2$.

Аналогичные соотношения определяют n_j^a в канале B .

Используемое здесь представление Гейзенберга позволяет констатировать локальность КТ как факт, вполне очевидный. Действительно, вектор состояния (1) на входе интерферометра определяет статистические свойства источника света — пары параметрических преобразователей, — пока фотоны еще не успели разлететься в разные стороны. Дальнейшая их судьба — распространение в линейных устройствах — может быть адекватно описана по классическим законам.

Найдем функцию распределения $W(A, B)$, вычислив совместные вероятности, равные соответствующим моментам:

$$W_{A,B}(\pm\pm) \equiv W(A = \pm 1, B = \pm 1) = \langle \psi | n_{\pm}^a n_{\pm}^b | \psi \rangle \quad (3)$$

Найдем соответствующие вероятности, формулы (4–6)

$$\begin{aligned}
W_{A,B}(++) &= \frac{1}{4}(1 + \cos(\alpha + \beta)) \\
W_{A,B}(--) &= \frac{1}{4}(1 - \cos(\alpha + \beta)) \\
W_{A,B}(-+) &= \frac{1}{4}(1 + \sin(\alpha + \beta)) \\
W_{A,B}(+-) &= \frac{1}{4}(1 - \sin(\alpha + \beta))
\end{aligned} \tag{4}$$

Конкретные вероятности щелчков детекторов “+” и “-” (5)

$$\begin{aligned}
W_A(+) &= W_{A,B}(++) + W_{A,B}(+-) \\
W_A(-) &= W_{A,B}(--) + W_{A,B}(-+) \\
W_B(+) &= W_{A,B}(++) + W_{A,B}(-+) \\
W_B(-) &= W_{A,B}(--) + W_{A,B}(+-)
\end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
W_{A|B}(++) &= \frac{W_{A,B}(++)}{W_B(+)}, & W_{B|A}(++) &= \frac{W_{A,B}(++)}{W_A(+)} \\
W_{A|B}(--) &= \frac{W_{A,B}(--)}{W_B(-)}, & W_{B|A}(--) &= \frac{W_{A,B}(--)}{W_A(-)} \\
W_{A|B}(+-) &= \frac{W_{A,B}(+-)}{W_B(-)}, & W_{B|A}(+-) &= \frac{W_{A,B}(+-)}{W_A(-)} \\
W_{A|B}(-+) &= \frac{W_{A,B}(-+)}{W_B(+)}, & W_{B|A}(-+) &= \frac{W_{A,B}(-+)}{W_A(+)}
\end{aligned} \tag{6}$$

3.2 Алгоритм по наблюдению коррелированных интерференционных картин.

Чтобы наблюдать коррелирование интерференционных картин, необходимо выполнить пункты:

- Выбрать одного из двух наблюдателей A и B .
- Зафиксировать границы отрезка $[a, b]$, где $a, b \in R$, на котором фазовая задержка будет принимать значения с шагом $k \in [0, 1]$.
- Для второго наблюдателя зафиксировать фазовую задержку.

- Для выбранного наблюдателя выбрать вероятностную формулу (6.1–6.4) и начать увеличивать(уменьшать) фазовую задержку у второго наблюдателя.
- Анализировать статистику вероятностей у второго наблюдателя с увеличением(уменьшением) фазовой задержки.

В качестве примера результата данного алгоритма см. Рис. 4.

3.3 Алгоритм по наблюдению разрушения интерференционных картин.

Чтобы наблюдать разрушение интерференционных картин. Необходимо выполнить пункты.

- Установить датчик в один из каналов и предположить, что этот датчик щелкнул.
- Ввести новую функцию распределения, соответствующую предыдущему пункту.
- Вычислить совместные вероятности.
- Вычислить частные вероятности.

Приведем данный алгоритм на примере:

- Предположим, что из одного кристалла точно вылетели два фотона. То есть, к примеру, поставили датчик в канал a_2^+ и этот датчик щелкнул.
- Тогда введем новую функцию распределения (7).

$$L_{A,B}(\pm\pm) = \langle \phi | n_{\pm}^a n_{\pm}^b | \psi \rangle, \quad \langle \phi | = \langle 0 | a_2 b_2 \quad (7)$$

- Вычислим совместные моменты (8):

$$\begin{aligned}
L_{A,B}(++) &= \frac{1}{8} (1 + e^{i(\alpha+\beta)}) \\
L_{A,B}(+-) &= \frac{1}{8} (1 - e^{i(\alpha+\beta)}) \\
L_{A,B}(--) &= \frac{1}{8} (1 + e^{i(\alpha+\beta)}) \\
L_{A,B}(-+) &= \frac{1}{8} (1 - e^{i(\alpha+\beta)})
\end{aligned} \tag{8}$$

- Найти вероятности на датчиках у наблюдателя A будут иметь вид (9).

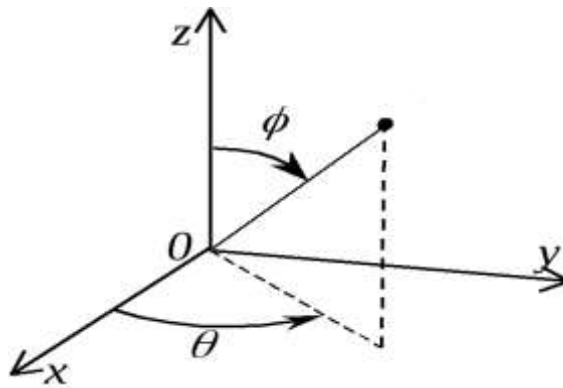
$$\begin{aligned}
L_A(+) &= L_{A,B}(++) + L_{A,B}(+-) = \frac{1}{4} \\
L_A(-) &= L_{A,B}(--) + L_{A,B}(-+) = \frac{1}{4}
\end{aligned} \tag{9}$$

Константные вероятности будут и у наблюдателя B . Полученные константные вероятности означают, что интерференционные картины разрушились.

3.4 Алгоритм передачи изображения (фазовые задержки).

Чтобы передать изображения посредством фазовых задержек, необходимо выполнить следующие пункты:

- Выбрать изображение, которое будем передавать от 1 наблюдателя ко 2 наблюдателю. Такое изображение должно представлять из себя некий черный трафарет.
- Задать функцию для фазовой задержки 1 наблюдателя. То есть $\alpha = \text{func}(\varphi, \theta)$, где α - фазовая задержка для 1 наблюдателя и (φ, θ) :



- Заданный трафарет установить на путь a_1^+ , где установлена фаза. По заданному трафарету начинать изменять фазовую задержку α . Задавать углы поворота нужно (φ, θ) так, чтобы фотон пролетел через трафарет.
- Выбрать функцию вероятности (5), соответствующую для наблюдателя 2 и анализировать статистику вероятностей детектирования фотона.

3.5 Алгоритм передачи изображения (амплитудные сдвиги).

Чтобы передать изображения посредством амплитудных сдвигов, необходимо выполнить следующие пункты:

- Выбрать изображение, которое будем передавать от 1 наблюдателя ко 2 наблюдателю. Такое изображение должно представлять из себя некий черный трафарет.
- Задать функцию для фазовой задержки 1 наблюдателя. То есть $\alpha = \text{func}(\varphi, \theta)$, где α - фазовая задержка для первого наблюдателя и (φ, θ) .
- Заданный трафарет установить на путь a_1^+ , где установлена фаза. И также установить детектор на этот же путь. По заданному трафарету

начинать изменять фазовую задержку α . То есть нужно задавать углы поворота (φ, θ) так, чтобы фотон пролетел через трафарет.

- Выбрать функцию вероятности (9), соответствующую для наблюдателя 2 и начать анализировать статистику вероятностей детектирования фотона.

В качестве примера для первого пункта двух предыдущих алгоритмов можно привести изображение:



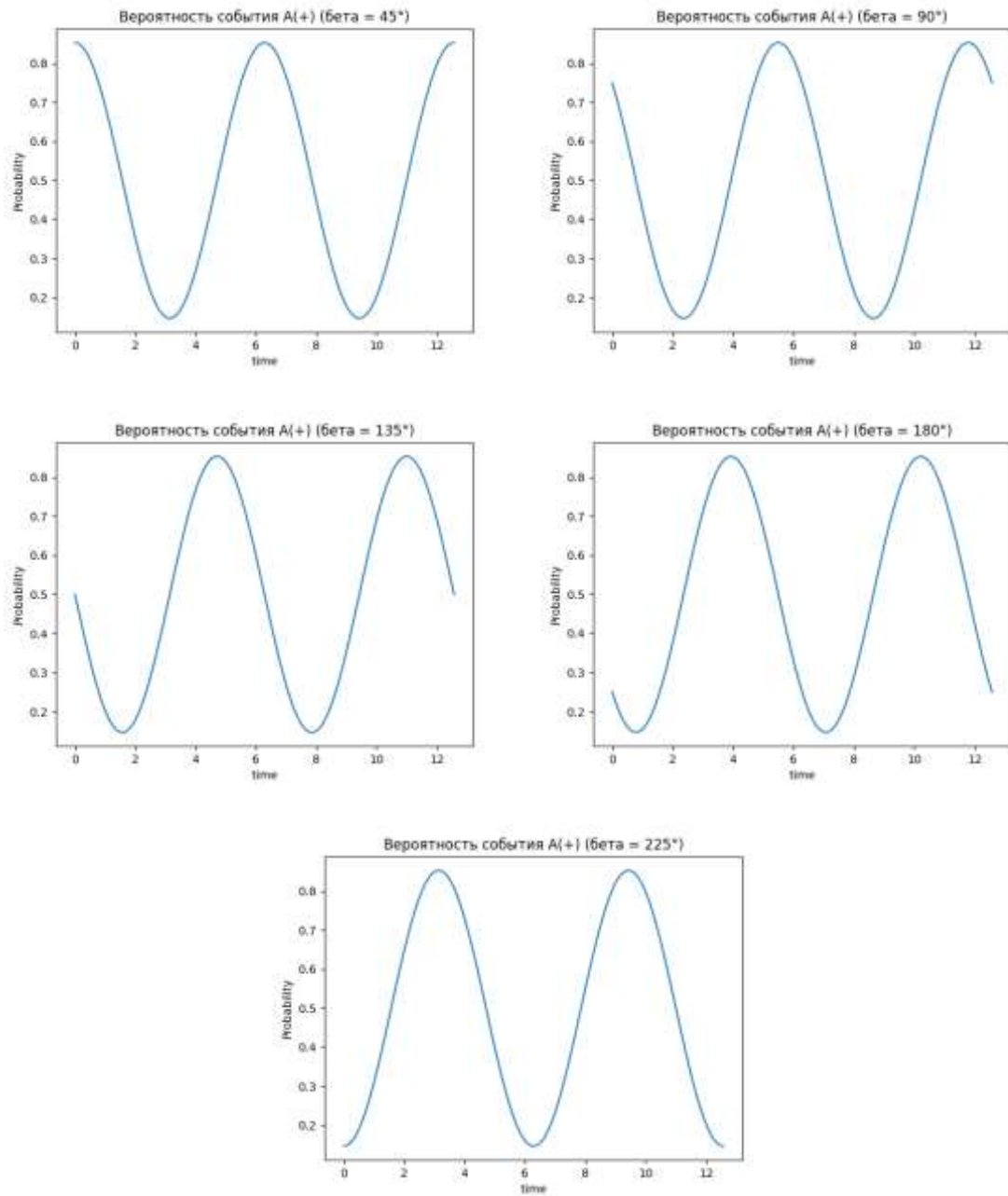


Рис.4 Результат наблюдения коррелированных картин.

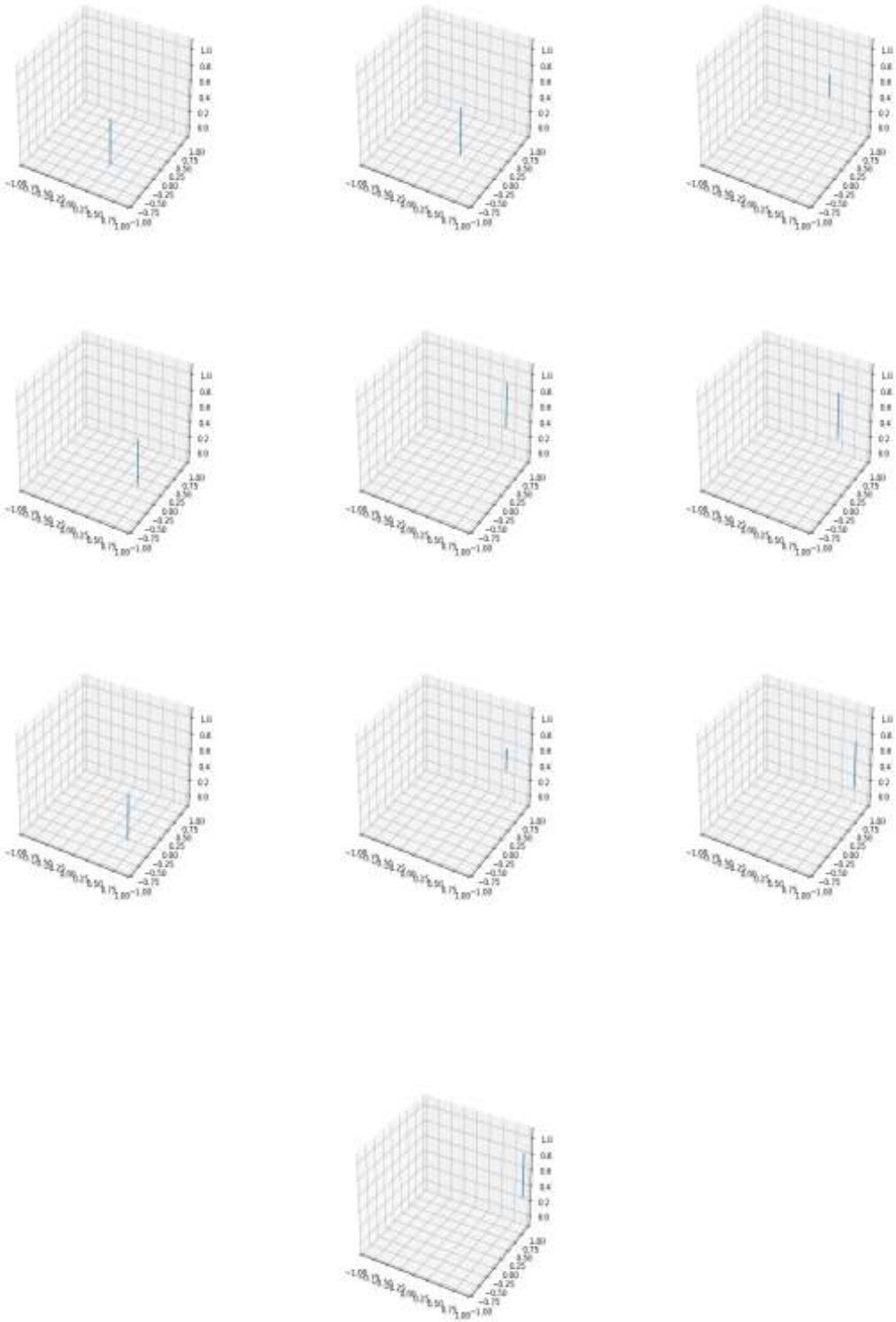


Рис.5 Передача изображения от наблюдателя *A* к наблюдателю *B*.

Заключение

Эта работа предлагает создание простой аналитической модели для создания фантомных изображений, а также проверку разрушения интерференционных картин с ранее задетектированным фотоном. Также в этой работе обеспечивается полный теоретический анализ и экспериментальные доказательства создания фантомных изображений с использованием пары запутанных фотонов. Среди прочего, показано, что пространственное состояние невзаимодействующих фотонов, которые были изначально независимыми, то есть фотонов, которые никогда не взаимодействовали и начинались без корреляции положения или импульса, можно использовать для получения фантома, а запутанность используется для определения корреляций, которые необходимы для восстановления фантомного изображения объекта.

Работа обеспечивает полный теоретический анализ этого явления и в результате выходит, что состояние Белла, необходимое для перепутывания, играет решающую роль в создании фантомного изображения. Эта работа проливает свет на простую форму фантомного изображения на основе запутанности и позволяет создать протокол для передачи изображений на большие расстояния по квантовой сети.

Список литературы

1. Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete? // Einstein A., Podolsky B., Rosen N. Phys. Rev. 1935, 47, 777;
2. Bohm D. Quantum Theory. Englewood Cliffs, Prentice-Hall, N.J., 1951; // перевод: Бом Д. Квантовая теория. М.: Физматгиз, 1961.
3. On the Einstein Podolsky Rosen paradox. // Bell J.S. Physics. 1964,1,195
4. Bell's theorem. Experimental tests and implications // Clauser J.R, Shimony A. Rep. Prog. Phys. 1978, 41, 1881.
5. Неравенства Белла и экспериментальная проверка квантовых корреляций на макроскопических расстояниях. / Гриб А.А. УФН. 1984,142, 619.5а. // О нелокальности в квантовой физике / Спасский Б. И., Московский А.В. УФН. 1984,142, 599.
6. Почему невозможно ввести в квантовую механику скрытые параметры? // Ахиезер А.И., Половин Р.В. УФН. 1972,107, 463
7. Концептуальные вопросы квантовой механики. // Демуцкий В.П., Половин Р.В. УФН. 1992,162, 95.
8. Ensemble interpretations of quantum mechanics. A modern perspective. // Home D., Whitaker M.A.B. Phys. Rep. 1992, 210, 223.
9. Bell's theorem and the EPR paradox. / Home D., Selleri F. Riv. Nuovo Cimento. 1991,14,1.
10. Sadbery A. Quantum Mechanics and the Particles of Nature. / Cambridge: University Press, 1986; // перевод: Садбери А. Квантовая механика и физика элементарных частиц. М.: Мир,1989.
11. New Type of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Experiment Using Pairs of Light Quanta Produced by Optical Parametric Down Conversion. // Alley C.O., Shih Y.H. Phys. Rev. Lett. 1988, 61, 2921.

12. Violation of Bell's Inequality and Classical Probability in a Two-Photon Correlation Experiment. // Ou Z.Y., Mandel L. Phys. Rev. Lett. 1988, 61, 50.
13. Experimental violation of Bell's inequality based on phase and momentum. // Rarity J.G., Tapster P.B. Phys. Rev. Lett. 1990, 64, 2495.
14. Greenberger D.M., Home M.A., Zeilinger A. / Bell's Theorem, Quantum Theory and Conceptions of the Universe. Ed M.T. 163. [No 8] Kafatos. Dordrecht, Holland: Kluwer, 1989. P. 69.
15. Bell's Theorem without Inequalities. // Greenberger D.M., Horne M.A., Shimony A., Zeilinger A. Am.J.Phys. 1990, 58,1131.
16. Extreme Quantum Entanglement in a Superposition of Macroscopically Distinct States. // Mermin N.D. Phys. Rev. Lett. 1990, 65,1838.
17. Tests of Signal Locality and Einstein-Bell Locality for Multiparticle Systems. // Roy S.M., Singh V. Phys. Rev. Lett. 1991, 67, 2761.
18. Bell Inequalities with a Magnitude of Violation That Grows Exponentially with the Number of Particles. // Ardehali M.Phys. Rev. A. 1992,46,5375.
19. Interference of Light and Bell's Theorem. // Belinsky A. V., Klyshko D.N. Phys. Lett. A. 1993, 176,415.
20. N -measurement Bell inequalities, N -atom entangled states, and the nonlocality of one photon // Hardy L. Phys. Lett. A. 1991,160,1.
21. Interference of light and Bell's theorem // Klyshko D.N. Phys. Lett. A. 1993,172, 399.
22. An experimental test for Gleason's theorem // Peres A. Phys. Lett. A. 1990,151,107; 1992,163, 243.
23. Simple Unified Form for the Major No-Hidden-Variables Theorems. // Mermin N.D. Phys. Rev. Lett. 1990, 65, 3373.
24. The Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics. // Kochen S., Specker K.P. J. Math.Mech. 1967,17, 59.

25. Nonlocality and Gleason's lemma. Part I. Deterministic theories. // Brown H.R., Svetlichny G. Found. Phys. 1990, 20, 1379.
26. Nonlocality and Gleason's lemma. Part 2. Stochastic theories. // Elby A. Found. Phys. 1990, 20,1389.29. Stairs A.Phil. Sci. 1983, 50, 578.
27. Experimental Test of Local Hidden-Variable Theories. // Freedman S.J., Clauser J.F. Phys. Rev. Lett. 1972, 28, 938.
28. Experimental Test of Bell's Inequalities Using Time-Varying Analyzers. // Aspect A., Dalibar J., Roger G. Phys. Rev. Lett. 1982, 49,1804.
29. Polarization Correlation of the Two Photons Emitted by Metastable Atomic Deuterium: A Test of Bell's Inequality. // Perrie W., Duncan A.J., Beyer H.J., Kleinpoppen H. Phys. Rev.Lett. 1985, 54,1790.
30. Violations of Bell's Inequality in Cooperative States. // Drummond P.D. Phys. Rev. Lett. 1983, 50,1407.
31. Violation of Bell's Inequalities in Quantum Optics. // Reid M.D., Walls D.F. Phys. Rev. Lett. 1984, 53, 955.
32. Violation of Bell's Inequalities in Quantum Optics. // Reid M.D., Walls D.F. Phys. Rev. A. 1986, 34,1260.
33. Violation of Bell's Inequalities in Quantum Optics. // Reid M.D., Drummond P.D. Phys. Rev. Lett. 1988, 60, 2731.
34. Bell's theorem: Proposition of realizable experiment using linear momenta. // Zukowski M., Pykacz J.Phys. Lett. A. 1988,127,1.
35. Proposal for a new test of Bell's inequality in an optical interference experiment. // Ou Z.Y., Hong C.K., Mandet L Opt. Commun. 1988, 67, 159.
36. Wang, J. et al. / Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing. / Nat. Photonics 6, 488EP (2012).

37. Mafu, M. et al. / Higher-dimensional orbital-angular-momentum-based quantum key distribution with mutually unbiased bases. *Phys. Rev. A* 88, 032305 (2013).
38. Mirhosseini, M. et al. / High-dimensional quantum cryptography with twisted light. / *N. J. Phys.* 17, 033033 (2015).
39. Dada, A. C., Leach, J., Buller, G. S., Padgett, M. J. & Andersson, E. / Experimental high-dimensional two-photon entanglement and violations of generalized Bell inequalities. / *Nat. Phys.* 7, 677 (2011).
40. Żukowski, M. Z., Zeilinger, A., Horne, M. A. & Ekert, A. K. / ‘Event-ready-detectors’ Bell experiment via entanglement swapping. / *Phys. Rev. Lett.* 71, 4287 (1993).
41. Pan, J.-W., Bouwmeester, D., Weinfurter, H. & Zeilinger, A. / Experimental entanglement swapping: entangling photons that never interacted. / *Phys. Rev. Lett.* 80, 3891 (1998).
42. Zhang, Y. et al. / Simultaneous entanglement swapping of multiple orbital angular momentum states of light. / *Nat. Commun.* 8, 632 (2017).
43. Wang, X.-L. et al. / Quantum teleportation of multiple degrees of freedom of a single photon. / *Nature* 518, 516 EP (2015).
44. Pittman, T., Shih, Y., Strekalov, D. & Sergienko, A. Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement. *Phys. Rev. A* 52, R3429 (1995).
45. Howell, J. C., Bennink, R. S., Bentley, S. J. & Boyd, R. / Realization of the Einstein–Podolsky–Rosen paradox using momentum - and position-entangled photons from spontaneous parametric down conversion. / *Phys. Rev. Lett.* 92, 210403 (2004).

46. Jack, B. et al. / Holographic ghost imaging and the violation of a Bell inequality. / *Phys. Rev. Lett.* 103, 083602 (2009).
47. Chen, L., Lei, J. & Romero, J. / Quantum digital spiral imaging. / *Light Sci. Appl.* 3, e153 (2014).
48. Ryzkowski, P., Barbier, M., Friberg, A. T., Dudley, J. M. & Genty, G. / Ghost imaging in the time domain. / *Nat. Photonics* 10, 167 (2016).
49. Shapiro, J. H. / Computational ghost imaging. / *Phys. Rev. A* 78, 061802 (2008).
50. Katz, O., Bromberg, Y. & Silberberg, Y. / Compressive ghost imaging. / *Appl. Phys. Lett.* 95, 131110 (2009).
51. Chan, K. W. C., O'Sullivan, M. N. & Boyd, R. W. / Two-color ghost imaging. / *Phys. Rev. A* 79, 033808 (2009).
52. Karmakar, S. & Shih, Y. / Two-color ghost imaging with enhanced angular resolving power. / *Phys. Rev. A* 81, 033845 (2010).