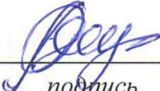


Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)  
Физико-технический факультет (ФТФ)

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ В ГЭК  
Руководитель ООП  
д.ф.-м.н., доцент

  
подпись Э. Р. Шрагер

« 01 » 06 2021 г.

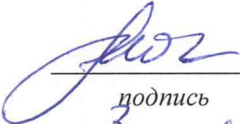
ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛНЫ ДЕТОНАЦИИ В  
ПЛОСКОМ КАНАЛЕ

по направлению подготовки 16.03.01 Техническая физика  
направленность (профиль) «Теплофизика»

Рожкова Екатерина Игоревна

Руководитель ВКР  
канд. физ.-мат. наук, доцент

  
подпись К. М. Моисеева

« 3 » 06 2021 г.

Автор работы  
студент группы № 101704


  
подпись Е. И. Рожкова

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_ г.

Томск – 20\_\_

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации.  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)  
Физико-технический факультет (ФТФ)

УТВЕРЖДАЮ  
Руководитель ООП  
д.ф.-м.н., доцент

  
подпись Э. Р. Шрагер  
« 01 » 08 2021 г.

ЗАДАНИЕ

по выполнению выпускной квалификационной работы обучающемуся

Рожковой Екатерине Игоревне

*Фамилия Имя Отчество обучающегося*

по направлению подготовки 16.03.01 Техническая физика , направленность (профиль)  
«Теплофизика»

1 Тема выпускной квалификационной работы

Численное моделирование распространения волны детонации в плоском канале

2 Срок сдачи обучающимся выполненной выпускной квалификационной работы:

а) в учебный офис / деканат – \_\_\_\_\_ б) в ГЭК – \_\_\_\_\_

3 Исходные данные к работе:

Объект исследования – Горение и взрыв

Предмет исследования – Детонационные процессы

Цель исследования – Разработка численного алгоритма и программы реализации  
численного алгоритма для решения задач распространения волн  
детонации в плоском канале

Задачи:

- Обзор литературы по решению задач газовой динамики в одномерном и двухмерном  
случае.

- Разработка алгоритма и методики нахождения потоков в уравнениях Эйлера методом  
Ван Лира в одномерном и двумерном приближении;

- Тестирование разработанных алгоритмов;

- Обзор литературы на тему классической теории детонации газов, разработка  
алгоритма и методики решения задачи распространения волны детонации в плоском  
канале;

---

- Тестирование алгоритма решения задачи распространения волны детонации в плоском канале;

---

- Расчет задачи детонации;

---

- Написание выпускной работы.

---

Методы исследования:

Анализ литературы, численное моделирование, изучение и обобщение сведений.

---

Организация или отрасль, по тематике которой выполняется работа, –

---

#### 4 Краткое содержание работы

Разработаны физико-математические постановки задач течения и химического реагирования газов с использованием метода Ван Лира для решения задачи распада разрыва. Разработаны численные алгоритмы и программы для решения задач газовой динамики. Проведены расчеты тестовых задач, показавшие хорошее согласие полученных результатов с результатами других авторов и аналитическими решениями. Решена частная задача детонации газа в плоском канале. Продемонстрировано развитие детонационного процесса путем внесения дополнительного импульса при подаче газа в канал под углом. Показано, что предложенный алгоритм позволяет получить решение с локализацией фронта детонационной волны на входе в канал при скоростях подачи ниже скорости детонационной волны. Разработанный численный алгоритм и программа расчета задачи инициирования и распространения волны детонации будут использованы при последующем исследовании задач детонации в каналах сложной геометрии.

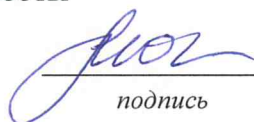
---

Руководитель выпускной квалификационной работы

Доцент, НИ ТГУ

---

*должность, место работы*



*подпись*

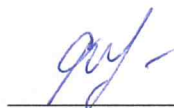
/ К. М. Моисеева

---

Задание принял к исполнению

---

*должность, место работы*



*подпись*

/ Е. И. Рожкова

---

## Аннотация

Выполнен анализ научной литературы по вопросам газовой динамики, и закономерностям возникновения и распространения волн детонации в газах. Для разработки алгоритма расчета и программы численной реализации алгоритма расчета задач детонации газов последовательно решены другие задачи газовой динамики. Разработаны физико-математические модели следующих задач: классические задачи одномерной газовой динамики, задача о распространении косоугольного скачка уплотнения в плоском канале, задача распространения волны детонации в плоском канале. Написаны и оттестированы программы на языке Fortran для нахождения потоков в уравнениях Эйлера методом Ван Лира в одномерном и двумерном приближении, потоков в уравнениях Эйлера методом Ван Лира в двумерном приближении с учетом химических реакций в смеси кислорода и водорода. Результаты проведенного расчета задачи высокоскоростного течения газов сравнены с численным решением других авторов, результаты задачи о косоугольном скачке уплотнения сравнивались с аналитическим решением. Полученный инструмент решения задачи распространения волны детонации в плоском канале планируется использовать как научно-технический задел для более глубокого изучения вопросов детонации.

## Annotation

Analysis of scientific literature on issues of gas dynamics, and patterns of occurrence and propagation of detonation waves in gases was performed. To develop a calculation algorithm and a numerical implementation program of the algorithm for calculating gas detonation problems, other problems of gas dynamics were sequentially solved. Physical and mathematical models of the following problems have been developed: classical problems of one-dimensional gas dynamics, the problem of propagating a shock wave in a flat channel, the problem of propagating a detonation wave in a flat channel. Fortran programs have been written and tested to find flows in Euler equations by the Van Leer method in one-dimensional and two-dimensional approximation, flows in Euler equations by the Van Leer method in two-dimensional approximation taking into account chemical reactions in a mixture of oxygen and hydrogen. The results of the calculation of the high-speed gas flow problem were compared with the numerical solution of other authors, the results of the problem on the shock wave were compared with the analytical solution. The obtained tool for solving the problem of the propagation of the detonation wave in a flat channel is planned to be used as a scientific and technical basis for a deeper study of detonation issues.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ.....	4
2. МЕТОД ВАН ЛИРА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ .	23
2.1. Метод Ван Лира для решения задач высокоскоростного течения газов .....	23
2.2. Задача о распространении косо́го скачка уплотнения в плоском канале .....	29
3. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛНЫ ДЕТОНАЦИИ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ .	37
3.1. Физико-математическая постановка .....	37
3.2. Методика численного решения .....	40
3.3. Результаты.....	41
4. ВЫВОДЫ .....	48
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	49

## ВВЕДЕНИЕ

Детонация- самоподдерживающийся процесс распространения горения с постоянной сверхзвуковой скоростью порядка 2–3 км/с при атмосферном давлении. Детонационная волна представляет собой ударный разрыв и сопровождается выделением большого количества энергии. Скорость распространения детонации зависит от условий распространения, от состояния и состава смеси газа, эти данные можно найти в соответствующих справочниках. В узких и шероховатых трубах при большей степени шероховатости скорость детонации меньше, а повышение давления и температуры смеси увеличивает скорость распространения волн детонации. Сам переход от горения к детонации происходит в следствии сжатия газа при переходе от слоя к слою.

Такой режим распространения волн не только сопровождается выделением большой энергии, но и несет внушительный разрушительный потенциал. В связи с этим тема распространения детонационных волн в каналах актуальна для решения проблем пожаро-взрывобезопасности, например, для предотвращения взрывов в угольных шахтах. А с развитием новых технологий в промышленности интерес к ударно-волновым и детонационным процессам только возрастает. Результаты численного моделирования можно использовать, как теоретическую основу для решения задач транспортировки и работы с горючими смесями, разработки энергетических установок таких, как двигатели внутреннего сгорания, детонационные двигатели.

В настоящей работе рассмотрено численное моделирование задач газовой динамики. Целью работы является численное решение одномерных, двумерных уравнений газовой динамики, изучение процессов классической детонации газов, решение двумерной задачи о распространении детонации в плоском канале с подачей скорости под углом  $\varphi$  на левой границе и со свободным вытеканием на правой границе канала.

## 1. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Существует два режима горения, это дефлаграция (медленное горение) и распространение волны детонации. Важность понимания перехода одного процесса горения в другой обуславливается не только обеспечением взрывобезопасности, например на АЭС или при перевозке водорода, но и разработкой детонационных двигателей. Переход горения в распространение волн детонации до сих пор остается нерешенной проблемой физики горения. В [1] такой переход исследуется с помощью численного решения уравнений газовой динамики в двумерном приближении совместно с уравнениями кинетики основных химических реакций для водород-кислородной смеси. Также в данной работе представлены результаты эксперимента перехода медленного горения в детонацию при разных начальных давлениях.

В эксперименте использовались ударные трубы из нержавеющей стали длиной 3,4-6,065 м с прямоугольным сечением  $50*50\text{мм}^2$ , давление изменяли от 0,2 до 0,75 бар. Вблизи закрытого конца трубы с помощью электрической искры инициировали горение. Из-за достаточно большой длины труб отраженные ударные волны не успевали вернуться к пламени. Эксперимент показал существование трех этапов распространения волны. Сначала, при малом значении времени, пламя идет с почти постоянным ускорением, затем волна горения ускоряется, но уже медленнее, и наконец на третьем этапе волна ускоряется скачкообразно до достижения скорости пересжатой волны детонации, переходящую в установившуюся детонацию. На основе экспериментальных данных выявлено, что зависимость величины расстояния, проходимого пламенем до перехода в детонацию, обратная к шероховатости стенок трубы. При низких начальных температурах наблюдается уменьшение локальной скорости фронта и монотонное увеличение скорости волны горения. На первом этапе горения в основной части сечения между ударной волной и фронтом горения сохраняется однородное ламинарное течение. При переходе ко второму этапу возникает



узкая щель между поверхностью фронта и стенкой трубы из-за вытягивания фронта пламени вдоль стенок. На втором этапе образуется слой сжатого и нагретого газа, что является основополагающим для перехода горения в детонацию. Также в данном исследовании показано зарождение самой детонации на третьем этапе процесса.

Математическая постановка задачи [1] описывается системой уравнений Навье-Стокса с учетом вязкости, теплопроводности, диффузии и выделения энергии при химических реакциях. Скорость внутри вязкого пограничного слоя на стенках обращается в ноль. Параметры уравнения состояния несгоревшей смеси, продуктов сгорания и параметры переноса взяты в соответствие с коэффициентами реальных смесей газов. Кинематика горения описывалась девятью реакциями. Полученные на основе этой схемы измерительные данные соответствуют полученным ранее экспериментальным. Численно задача решалась методом Эйлера-Лагранжа, все величины задаются в центре ячеек сетки. Система химических реакций решена с помощью метода Гира.

В качестве численной модели была взята двумерная труба шириной 5-10 мм. Модель в начальный момент времени заполнена водород-кислородной смесью с температурой 300 К и давлением 0,6-1 атм. После инициирования пламени плоский фронт распространяется к открытому концу канала. На первом этапе перехода горения в детонацию происходит образование ударных волн далеко перед пламенем. Уже через 0,4 мс слабые ударные волны образуются во фронте горения, можно сказать, что идет второй этап. В это время наблюдается пик волны давления в результате поступления свежей смеси с большей плотностью. Пик давления на фронте возрастает экспоненциально, максимальное давление достигается к моменту появления детонации. Завершается второй этап образованием сжатого газа. Далее менее чем через 1 мкс наблюдается возникновение детонации. Более подробные результаты и графики распределения параметров указаны в работе [1].

Физический механизм исследуемого в [1] процесса определяется особенностью ускорения волн горения. Образование сжатого газа и пика давления являются важнейшими процессами при переходе горения к детонации, градиент температуры при исследуемом процессе не возникает.

Работа [2] посвящена исследованию распространения детонации в стехиометрической взвеси мелких частиц алюминия в кислороде в плоском канале с разрывом сечения. Рассматривается течение в верхней части плоского, симметричного относительно оси  $x$  канала с разрывом сечения. Воздействием ударной волны в газе вызывают плоскую волну детонации в узкой части канала. При достаточной амплитуде ударной волны и выделяемой при этом энергии формируется пересжатая детонационная волна, ослабляющаяся волнами разряжения. В широкой же части канала, в следствие развития возмущений, поверхность пламени покрывается складками, т.е можно говорить о ячеистой детонации. В [2] проведено сравнение полученных результатов с данными аналогичных исследований, рассмотрено влияние размеров частиц и геометрии канала на распространение детонации. Расчеты были выполнены для частиц диаметром 1, 1.5, 2, и 3.5 мкм и значений ширины канала  $H_1$  от 0.01 м до 0.15 м. Подробно описаны режимы распространения детонационных волн и их свойства.

Закритический режим детонации рассмотрен при распространении за обратным уступом, в канале с резким расширением. Представлена характерная картина течения с диаметром частиц 1 мкм. В случае распространения волны за уступом фронт волны детонации искривляется в следствии взаимодействия с волнами разряжения после прохождения уступа. Наблюдается вихревая зона на угле расширения, система скачков в этой зоне и область пониженной концентрации за уступом. Структура волны детонации состоит из лидирующей ударной волны, зоны горения и зон скоростной и тепловой релаксации фаз. В рассмотренном в [2] случае

образуется нерегулярное отражение. Из-за расширения фронта ножка Маха растёт и искривляется по мере распространения волны детонации. Изгиб лидирующей ударной волны происходит в связи с тем, что скорость распространения фронта меньше скорости распространения ножки Маха. Такая маховская конфигурация способствует появлению поперечных волн на фронте детонации. Со временем поперечная волна усиливается, вместе с контактным разрывом распространяется вдоль фронта. Затем фронт искривляется, возникает вторичная поперечная волна с примыкающим контактным разрывом. В последующем можно говорить о характерной ячеистой детонации. В канале с внезапным расширением при достижении широкой части канала фронт отражается, формируются сильные поперечные волны. Эти поперечные волны накладываются на поперечные волны, сформированные на фронте дифрагированных отражённых волн, происходит перестройка ячеистой структуры детонации.

В докритическом режиме детонации при диаметре частиц 3,5 мкм и 2 мкм происходит полный срыв детонационного процесса, что обусловлено отдалением лидирующей ударной волны от фронта горения и дальнейшем ослаблением ударной волны. В зависимости от размера частиц, форма фронта и структура течения значительно отличаются. Для частиц с диаметром 3,5 мкм возникает изгиб фронта и разворот пристенного участка горения в сторону угла расширения. С течением времени изгиб пристенного фронта не изменяется, поэтому фронт горения вытягивается вдоль стенки. При диаметре частиц 2 мкм вихревая зона и зона лидирующей ударной волны развиваются отдельно, в отличие от картины течения при диаметре частиц 3,5 мкм.

При рассмотрении в докритических режимах затухания и восстановления детонации в канале с расширением в [2] было выяснено, что основную роль в становлении картины течения играет наличие и расположение стенки, от которой отражается ударная волна. Взяв случай,

когда ширина узкой части канала составляет 0,011 м, широкая часть- 0,132 м, диаметр частиц 2 мкм. Здесь фронт ударной волны все больше отдаляется от области горения, детонация не развивается. Если же уменьшить габариты широкой части до 0,066 м, видна более сложная картина течения, детонация восстанавливается, происходит развитие ячеистой детонации.

Волна детонации в критическом режиме горения на участке, примыкающем к стенке обратного уступа, временно разделяется на лидирующую ударную волну и отстающий фронт горения, а в центральной части канала распространяется непрерывно. Сначала под влиянием волн разряжения волна детонации ослабляется вдоль всего фронта, у боковой стенки возникает разделение на лидирующую ударную волну и отстающего фронта горения. По мере распространения участок фронта детонации расширяется, что в дальнейшем приводит к восстановлению процесса распространения детонационных волн в широкой части канала. В [2] подробно рассмотрены два случая течений, когда отражение от стенки канала происходит или от участка фронта детонации, или от участка ударного фронта.

Так в [2] проведено численное исследование процессов дифракции плоской волны детонации в смеси газа в плоском канале с разрывом сечения. Картина течения зависит от соотношения масштабов широкой и узкой частей канала и от размеров частиц газозвеси. Во всех рассмотренных режимах дальнейшее распространение волны детонации в канале характеризуется переходом к ячеистой детонации.

В различных областях промышленности широко используются высокоуглеродные топлива, в связи с этим вероятно возникновения аварий, сопровождающихся выбросом в атмосферу химически активных газов, формированием взрывоопасных облаков. Переход горения в детонацию несет разрушительный характер, поэтому численная оценка движения химически реагирующих газов актуальна. В [3] представлены результаты

математического моделирования нестационарного сгорания смеси химически реагирующих газов в режиме детонации. Рассмотрена одномерная область длиной 1 м, заполненная смесью температурой 300 К, давлением 0,1 Мпа. У закрытого торца трубы с помощью энергетической «накачки» создаётся высокотемпературная зона ( $T=1800$  К). Далее формируются волны давления с возрастающей амплитудой, что приводит к ударному воспламенению. В работе [3] разработана математическая модель нестационарного процесса движения смеси химически реагирующих газов в детонационной трубе. Принято допущение, что конвективный обмен массой, импульсом и энергией оказывает основное воздействие на процесс. Математическая постановка задачи включает законы переноса компонент смеси с учетом скорости диффузии и уравнения, определяющие теплофизические свойства компонент смеси. Численное решение основано на схеме произвольного разрыва, потоки газа рассчитывались с помощью схемы Годунова.

Ударный фронт имеет типичную структуру детонационной волны. В зоне химической реакции температура увеличивается, давление уменьшается. Химическое равновесие достигается в точке Чепмена-Жуге, скорость потока здесь равна звуковой. В момент, когда точка Чепмена-Жуге достигает стационарного состояния, давление и температура соответствуют теоретическим значениям Чепмена-Жуге и не изменяются при возрастании химического пика. Сначала пламя движется через несгоревший газ, формируются волны сжатия низкой интенсивности. Этот режим горения локально похож на взрыв в постоянном объеме. С течением времени давление за фронтом пламени увеличивается, в результате ускоряется поток в зоне реакции, уменьшается длина зоны индукции, возрастает скорость распространения фронта пламени. Затем формируются пик давления и ударный фронт. Сам переход в детонацию происходит тогда, когда волна горения догоняет ударную волну. Вместе с формированием детонационной волны появляется вторая волна (детонационная), движущаяся в обратном

направлении, сжигающая остаток топлива за ударным фронтом. Более подробные выводы и графики распределение параметров представлены в [3].

С развитием порошковых и детонационных технологий вопрос пожаробезопасности становится только актуальнее. В связи с этим, потребность в численном моделировании процессов горения и детонации возрастает. В [4] рассмотрено влияние распределения частиц по размерам на характеристики детонационных волн в полидисперсных взвесах на примере взвеси частиц алюминия в кислороде. Математическая модель задачи основана на уравнениях механики гетерогенных сред. Численное решение основано на схеме TVD для газа и Джентри-Мартина-Дэйли на фракций частиц разного размера. Начальная плотность соответствует 1,34 кг/м<sup>3</sup>, размер частиц изменялся от 1 до 5 мкм. В данной работе описаны свойства ячеистой детонации полидисперсных взвесей, дано пояснение формирования поперечных волн, это связано с неустойчивостью фронта и особенностями распространения возмущений в неоднородном поле детонационных волн. Также указано, что полученные сведения подтверждаются экспериментом, в котором наблюдалось снижение амплитуды ячеистой детонации при переходе от монодисперсного порошка алюминия к полидисперсному. Из всего изложенного был сделан вывод, что фракционный состав газозвеси может влиять на характер детонации.

При пересжатом режиме волна разряжения догоняет волну детонации и ослабляет ее. Поэтому в свободной детонации возможен только режим Чепмена-Жуге. В [5] рассмотрены режимы взаимодействия волны детонации с волной разряжения. Рассмотрено пространство со смесью частиц алюминия и кислорода. До определенного момента времени в смеси распространяется стационарная детонация, которая поддерживается работой поршня. После того, как поршень убирают, давление становится атмосферным и появляется центрированная волна разряжения. Математическая постановка подробно описана в [5]. Для определения распределения параметров за фронтом

стационарной детонации дополнительно ставится задача Коши. Поставленная задача решалась численно с помощью высокоточной TVD схемы, адаптированной решения задач газовой динамики реальных газов, и программного комплекса GEAR для решения сложных систем дифференциальных уравнений. TVD схема позволяет получить высокое разрешение на фронте волны детонации и в узкой зоне теплового и химического взаимодействия. Так как в зоне волны разряжения скорость проходит через нулевое значение, возникает неустойчивость схемы, для предотвращения вводится диффузионный член второго порядка. Для расчета была взята равномерная конечно-разностная сетка, расчетная область расширялась по мере продвижения детонации.

В [5] проведен анализ результатов при разных режимах детонации. При нормальном режиме не происходит взаимодействия волны детонации и волны разряжения, скорость фронта, амплитуда ударной замороженной волны и расстояние до точки сопряжения сохраняются. При пересжатом режиме, где параметр релаксации  $\beta < \beta_m$  (докритическая область), на первом этапе волна разряжения также не взаимодействует с детонационной волной, но догоняет ее, равновесная зона уменьшается. Далее в результате химической реакции амплитуда и фронт детонационной волны падают, наблюдается выравнивание значений на выходе. Можно сказать, что амплитуда при пересжатом режиме в докритической области приближается к значению амплитуды при нормальном режиме Чепмена-Жуге. При недосжатом и пересжатом режиме, где отсутствуют стационарные решения Чепмена-Жуге, рассматривалась смесь с отличными параметрами для более видимой разницы при расчетах. Расчеты показали, что недосжатый режим также является самоподдерживающимся, амплитуда замороженной волны и скорость фронта не изменяются. При пересжатом режиме ( $\beta < \beta^*$ ) структура течения сложнее, чем в докритической области пересжатой детонации. В зоне горения и тепловой релаксации есть точка максимума давления,

поэтому происходит плавное смыкания волны разряжения и волны сжатия. В дальнейшие моменты времени происходит падение давления. По мере взаимодействия с волнами разряжения, возникшая ударная волна ослабляется, затем исчезает. На третьей стадии взаимодействия пересжатой детонации с волнами разряжения при режиме ( $\beta < \beta^*$ ) профиль за замороженной ударной волной соответствует недосжатому стационарному режиму, максимальная скорость распространения определяется с помощью числа Маха. В режимах, при которых  $\beta_m < \beta < \beta^*$ , ослабления волны детонации приводит к распаду на ударный скачок и фронт горения. По мере отставания фронта горения развивается неустойчивость схемы.

Подъем и воспламенения пыли за фронтом горение является частым пожароопасным явление. Как численное, так и экспериментальное исследование этой проблемы актуально. В работе [6] изучен процесс взаимодействия ударной волны с гетерогенной смесью частиц алюминия с дальнейшим распространением волн детонации. При построение математической модели учитывались неполное сгорание частиц, температурный критерий воспламенения, переход от диффузионного к кинетическому режиму горения. В начальный момент времени канал частично заполнен смесью частиц алюминия в кислороде. Представлена картина течения при ширине реагирующего слоя 0,05 м и ширине канала 0,25 м, здесь наблюдается близкий к критическому режим течения. Сначала происходит инициирование и распространение детонации, после снижения пиковых давлений волна детонации ослабляется. С течением времени формируются поперечные волны, которые при выходе из реагирующей смеси распространяются по каналу, отражаются от верхней стенки, усиливая детонацию.

Работа [7] посвящена исследованию распространения самоподдерживающего процесса детонации в рамках модели аэровзвеси алюминиевой пыли в кислороде. Потребность в подобных исследованиях



связана с существованием газопылевых облаков с мелкими частицами вещества, при вхождении в верхние слои атмосферы в таких смесях могут возникать детонационные волны и фронты горения, что в свою очередь может нести загрязняющий характер. Рассмотрена смесь мелких частиц алюминия и кислорода, до определенного момента времени по смеси распространяется детонация, поддерживаемая движением поршня. Поршень мгновенно убирается, образуется волна разряжения. Численно исследовано распространение волны детонации с примыкающей центрированной волной разряжения, а также их взаимодействие. Математическая постановка задачи основана на уравнениях, описывающих одномерное нестационарное движение смеси газа и мелких частиц алюминия, в односкоростном двухтемпературном приближении.

В докритической области пересжатого режима в результате взаимодействия детонационной волны и волны разряжения происходит ослабление детонации, переход в волну Чепмена-Жуге. На первом этапе волна догоняет фронт детонации, при этом скорость распространения фронта не изменяется, сокращается зона конечного равновесного состояния. Затем по мере прохождения волн разряжения через зону химической реакции скорость фронта детонации падает, амплитуда уменьшается. После установления постоянных значений скорости фронта и амплитуды формируется самоподдерживающаяся волна Чепмена-Жуге.

Распространение пересжатой волны в области, где нет стационарных решений Чепмена-Жуге описывается в [7] следующим образом. На первом этапе сокращается равновесная зона, происходит плавное смыкание волны разряжения с фронтом сжатия. Далее в точке смыкания уменьшается давление, в точке возврата ничего не меняется. Но, примерно, после 2,6 мс в точке возврата также падает давление, возникает ударный скачок. По мере взаимодействия с волнами разряжения возникшая ударная волна исчезает. В точке возврата формируются сверхзвуковые по замороженной скорости звука

состояния, волны сжатия и разряжения отстают. Профиль за замороженной ударной волной соответствует стационарному недосжатому режиму.

В случае, когда  $\beta < \beta^* < \beta_m$ , после взаимодействия с веером волн разряжения детонационная волна ослабляется, что приводит к распаду на ударную волну и фронт горения. Амплитуда ударной волны и скорость уменьшаются, зона задержка воспламенения увеличивается, а фронт горения отстает. После того, как отношение расстояния от фронта горения до фронта замороженной ударной волны к ширине зоны релаксации превысит критическое значения, развивается неустойчивость. Так режимов свободной детонации в данном случае не существует.

Также в работе [7] рассмотрена задача в двухскоростном случае, в различных режимах детонации описаны типы конечных особых точек в зависимости от релаксационных параметров. В режиме Чепмена-Жуге, в пересжатых и недосжатых (дисперсионный интервал) режимах конечная точка может быть неустойчивой. В недосжатых режимах вне дисперсионного интервала конечное состояние может быть устойчивым.

В связи с актуальностью проблемы распространения гетерогенной детонации реагирующих смесей газов и частиц в работе [8] приведены результаты анализа стационарных течений газозвеси алюминия с кислородом. Поставлена задача о гетерогенной детонации частиц металла и газа, рассмотрено одномерное течение смеси газа и твердых частиц металла в одномерном пространстве с различными видами симметрии. В начальный момент времени имеется смесь с высокими термодинамическими и динамическими параметрами, заполняющая некоторую область, при  $t > 0$  на границе между аэрозвесью, находящейся в нормальных условиях, и горючей смесью происходит распад разрыва. По горячей смеси пойдет волна разряжения, по холодной- замороженная ударная волна, за фронтом ударной волны возможно воспламенение и горение смеси газа. Стационарная волна детонации в смеси газов- замороженная ударная волна с зонами химической,

тепловой и скоростной релаксации. Полагается равенство скоростей фаз, частицы нагреваются лишь от конвективного теплообмена с газом. Математическая постановка основана на уравнениях сохранения массы, импульса и энергии, дополненными уравнениями теплообмена между фазами и кинетики горения частиц.

В задаче о стационарной детонации аэрозвеси рассмотрено распространение стационарной детонации в смеси мелких частиц алюминия и кислорода в одномерном пространстве. Представлена задача для дифференциальных уравнений первого порядка со свободной скоростью смеси перед фронтом. Подробное изложение краевых задач представлено в [8]. Для решения уравнений был использован численный алгоритм, основанный на подборе собственного числа.

Зависимость скорости детонации от стехиометрической относительной массовой концентрации показывает удовлетворительность равновесной по скоростям и температурам модели с учетом неполного выгорания мелких частиц. Изучалось влияние времени релаксации на протяженность зоны воспламенения: с ростом времени релаксации зона удлиняется, это можно объяснить замедлением тепловой передачи от газа к частицам. Также отмечено, что в зоне воспламенения, в дозвуковом потоке реагирующей смеси происходит замедление газа после торможения в ударной волне. Температура частиц при этом растет и с достижением ею температуры воспламенения в поток поступает тепло. Так дозвуковое течение ускоряется до звукового. Эти и другие подробные выводы представлены в [8].

В [9] рассмотрено распространение детонационной волны в пространстве, протяженном в одном направлении и заполненном смесью кислорода и мелких частиц алюминия. За фронтом детонации частицы воспламеняются при температуре срыва теплового равновесия.

При проведении численных расчетов исследовалось влияние времени релаксации теплообмена и горения на картину течения. При малых временах

релаксации процессов теплообмена и горения реализуется режим нормальной детонации Чепмена-Жуге, скорость детонации составляет 1548 м/с. С увеличением порядка времени горения при постоянном времени распространения детонации и времени релаксации теплообмена температуры фаз быстро устанавливаются на равновесном уровне, далее происходит горение частиц в рамках равновесного по температурам течения в области, большей на два порядка по масштабам. Если же время релаксации горения мало при медленной тепловой релаксации и скоростью детонации 1548 м/с за фронтом горения не образуется, здесь теплообмен между фазами затянут, реакция горения не начинается до достижения температурой частиц критического значения.

С увеличением параметра релаксации, если скорость детонации соответствует скорости при режиме Чепмена-Жуге, появляются новые типы течений с внутренней особой точкой. Расчет скорости распространения детонационной волны при этом приводит к градиентной катастрофе. Но можно найти значение начальной скорости, такое, что при этом реализуется режим пересжатой детонации. Здесь число Маха достигает максимум, а затем убывает. Стоит отметить, что нормальный режим детонации Чепмена-Жуге характеризуется прилегающей к волне детонации зоной течения, где давление растет до локального максимума, а для режима пересжатой детонации давление за фронтом в этой зоне меняется слабо.

Так, в [9] приведен анализ типов течения в виде режимов Чепмена-Жуге, пересжатого и недосжатого. Также в [9] построена карта режимов движения смеси по результатам численных экспериментов, определены необходимые и достаточные условия реализации пересжатых режимов при любых соотношениях характерных времен тепловой релаксации и горения.

Расчеты течений в каналах с детонационными волнами можно применить при разработке детонационных двигателей и других энергетических устройств, поэтому интерес к таким задачам только

возрастает. В [10] рассмотрена задача об инициировании детонации в сверхзвуковом потоке стехиометрической пропановоздушной смеси в плоском канале постоянной ширины с изгибом. Взят плоский канал постоянной ширины с изгибом, образованным дугами окружностей, сопряженными с прямолинейными стенками канала, центры дуг совпадают, прямолинейные участки границы канала им касательны. Правая и левая стенки канала открыты. Справа в канал поступает сверхзвуковой поток, а через левый конец происходит истечение в емкость большого объема с непроницаемыми стенками. Этот объем представляет собой форму квадрата, отверстие в емкости расположено в середине одной из сторон квадрата. Канал и емкость заполнены покоящимся воздухом с заданными давлением, плотностью и температурой, в момент времени  $t=0$  через правый конец канала начинает поступать с постоянной скоростью  $U$  однородный сверхзвуковой поток воздуха. В результате этого в канале возникает нестационарное течение.

Математическая постановка описывается уравнением состояния смеси и системой двумерных нестационарных уравнений Эйлера для идеальной многокомпонентной реагирующей смеси в неподвижной декартовой системе координат  $x, y$ . Горение описывается необратимой реакцией. Воздух в данном случае есть смесь кислорода с азотом в молярном соотношении 1:4. Численно задача решалась методом, основанным на схеме С.К. Годунова, в оригинальном программном комплексе – “виртуальной экспериментальной установки”, разработанной для проведения многопараметрических расчетов и визуализации течений. Разработанный инструмент со встроенной визуализацией ускоряет процесс получения и анализа результатов.

Результаты расчетов в [10] показаны при следующих параметрах:  $p_0 = 1$  атм,  $T_0=300$  К, длина входного участка канала 6 см, длина выходного прямолинейного участка составила 21 см,  $h = 2$  см,  $R = 3$  см. Скорость  $U$  изменялась от 1000 до 3000 м/с включительно с шагом в 200 м/с, а угол

поворота  $\alpha$  варьировался из диапазона  $(0, 90^\circ]$  с шагом равным  $5^\circ$ . В соответствии с расчетами, течение воздуха при любых значениях  $U$  и  $\alpha$  выходило на стационарный режим за конечное время. Если значение угла поворота потока  $\alpha$  и скорости  $U$  больше критического значения, формируется характерная волновая картина вблизи верхней стенки канала. В центре этой такой картины течения расположена вихревая зона. Такая конфигурация заменяется одной волной разряжения при достаточно малых углах поворота или при невысоких скоростях  $U$ . Вблизи нижней стенки формируется волна сжатия при высокой скорости потока. В этом случае у нижней стенки в определенной точке формируется максимум давления. При взаимодействии указанных волн возникает внутренняя криволинейная ударная волна. При малых скоростях потока она начинается вблизи нижней стенки у точки начала поворота канала и перекрывает почти весь канал по ширине.

В задаче, описанной в [10] после установления течения воздуха в канал поступает пропановоздушная смесь. Здесь не возникает детонация, если максимальные значения температуры за стационарными ударными волнами, располагающимися вблизи изгиба канала, меньше определенного критического значения. Происходит небольшая трансформация ударноволновой картины течения из-за различия теплоемкости пропановоздушной смеси и воздуха. При температуре за ударными волнами вблизи изгиба канала, превышающей температуру воспламенения, в пропановоздушной смеси распространяются детонационные волны. Это можно наблюдать в случае, когда угол поворота потока или его скорость достаточно велики. Развитие течения в данном случае зависит от скорости потока, если она меньше критической, то детонация выходит из канала через входное сечение. Если же скорость потока больше критической, то происходит стабилизация волны детонации. Увеличение скорости потока приводит только к небольшому смещению детонационной волны вниз по

потоку, но при этом волна детонации не сносится потоком и не выходит из канала через выходное сечение.

Расчеты при различных значениях ширины канала показали, что картина течения и возникающий режим распространения детонационных волн одинаковы при равных значениях определяющих параметров. Таким образом, течение почти не зависит от времени индукции, определяющего параметры в задаче с размерностью времени.

В работе [11] представлено обоснование использования некоторых кинетических моделей для описания процессов воспламенения и горения газовой водородовоздушной смеси. Процессы горения и детонации газовых смесей представляют собой актуальные задачи механики неравновесных сред, водород же в свою очередь является одним из важнейших сырьевых ресурсов, поэтому необходимо более точное представление о характеристиках его взрыва.

Ударная труба заполнена смесью водорода, кислорода и аргона или азота. По смеси распространяется ударная волна. При некоторых числах Маха УВ произойдет воспламенение и горение смеси. В одномерной постановке в случае использования детальной кинетики, динамика смеси описывается уравнениями неравновесной газовой динамики, уравнением состояния и кинетическими уравнениями химических превращений. Подробное описание кинетического механизма представлено в [11]. Задача определения параметров смеси в ударной трубе сводится к решению некоторой начально-краевой задачи. Представленная математическая модель [11] является нестационарной.

В [11] подробно описана верификация кинетических схем по времени задержки воспламенения и по скорости детонационной волны, сделаны следующие выводы: кинетические схемы хорошо работают при изменении температуры от 1100 до 2700 К, хуже в низкотемпературной области 900 - 1100 К; выбранные модели позволяют удовлетворительно описывать время

задержки воспламенения и скорость детонационной волны в смесях водород — кислород — аргон, водород — воздух. При проверке принятой модели на устойчивость были рассмотрены случаи, когда детонационная волна распространяется в стационарном, пульсирующем и затухающем режимах.

Также в [11] была проведена проверка моделей химической кинетики на предмет возможности реализовать на их основе ячеистую детонацию. Использовалась математическая технология расчетов двумерных детонационных течений в пакете ANSYS Fluent. Для аппроксимации по времени использовались неявная схема 2-го порядка и, как оказалось более предпочтительная, явная схема 4-го порядка типа Рунге-Кутты. Для аппроксимации по пространству задействован метод расщепления вектора потоков AUSM с противопотоковой схемой 2-го порядка. Расчет проводился на двумерной детонационной ячейке для канала шириной 30 мм в смеси водорода и кислорода, разбавленной на 92 % (по массе) аргонном. Показано, что технология адаптации позволяет разрешить тонкую структуру детонационной ячейки, выбранное сочетание математической модели и численных аспектов решателя позволяет увидеть все особенности ячеистой детонации, однако выбранной разрешающей способности сетки недостаточно для хорошего разрешения структуры детонационной ячейки.

В работе [12] представлены результаты экспериментального изучения движение скачка уплотнения, который существует около диафрагмы в начальный период формирования ударной волны, движущейся по покоящемуся газу. В камере ударной трубы с сечением 34\*72 находился азот или смесь гелия с воздухом, в канале — воздух, в опыте использовались две диафрагмы.

Показаны последовательные кадры течения газа около диафрагмы 1, раскрывающаяся в виде четырёх треугольных лепестков, и около диафрагмы 2, раскрывающаяся в форме двух прямоугольных створок. Видно возмущение, напоминающее язык пламени, края которого опираются на



отверстие в диафрагме, это и есть скачок уплотнения. Сделаны выводы о том, что по мере увеличения отверстия растет и размер возмущения, форма разрыва Гюгонио зависит от формы отверстия, образующегося при постепенном раскрытии диафрагмы.

В работе [12] исследовано движение разрыва Гюгонио в зависимости от перепада давления на диафрагме: скорость разрыва тем больше, чем больше перепад давления на диафрагме, время, в течение которого разрыв Гюгонио остается неподвижным, тем больше, чем меньше перепад давления на диафрагме, а расстояние от диафрагмы, на котором останавливается разрыв, растет с увеличением перепада давления. Рассмотрено влияние скорости звука в толкающем газе и быстроты изменения площади отверстия в сечении диафрагмы на движение разрыва Гюгонио: увеличение скорости звука в толкающем газе приводит к заметному возрастанию скорости разрыва Гюгонио на участке его ускоренного движения, скорость разрыва Гюгонио падает с увеличением времени раскрытия диафрагмы. Описано поведение разрыва Гюгонио при разном характере изменения площади отверстия в диафрагме: скорость разрыва Гюгонио в случае раскрытия диафрагмы 2 в первые 120 мксек превосходит скорость разрыва в случае раскрытия диафрагмы 1, быстрота изменения площади отверстия в указанное время у диафрагмы 2 также значительно больше.

Также в [12] дано объяснение возникновению разрыва Гюгонио. Это связывают с тем, что струя толкающего газа около диафрагмы в начальный период ее раскрытия имеет скорость, близкую к скорости звука, далее струя расширяется, скорость ее становится сверхзвуковой. При этом давление в струе падает ниже давления в канале и наблюдается скачок уплотнения — разрыв Гюгонио. Распад же разрыва Гюгонио авторы связывают с тем, что газ за разрывом расширяется и в результате этого с ним взаимодействует волна разрежения, которая движется против потока толкающего газа.

Газы при определенных условиях могут воспламениться, таким условием служит концентрация горючего компонента в смеси, поэтому важно знать концентрационный предел распространения процессов горения. Область воспламенения представляет собой диапазон концентраций, находящийся выше нижнего и ниже верхнего пределов воспламенения. Данные о воспламеняемости взяты из [13]. В случае, когда содержание горючего в газе соответствует указанным пределам, газ способен к воспламенению. Так, для водорода нижний концентрационный предел распространения пламени соответствует четырем объемным долям, верхний-семидесяти семи объемным долям.

В работе [14] представлены результаты экспериментального исследования режимов горения и перехода в детонацию водородно-воздушных смесей в свободных объемах при разном инициировании горения. Объемная концентрация водорода в смеси изменялась от 13% до 66%. Показаны зависимость радиуса пламени и видимой скорости горения от времени для разных объемов при концентрации водорода в смеси 35%, зависимость максимальной видимой скорости горения от состава смеси, представлены данные эксперимента по измерению давления во фронте ударной волны на различных расстояниях. В конечном счете в [14] указаны пределы концентрации водорода при переходе к детонации- 20-62 %.

## 2. МЕТОД ВАН ЛИРА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ

### 2.1. МЕТОД ВАН ЛИРА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО ТЕЧЕНИЯ ГАЗОВ

Рассмотрена труба длиной 1 м, разделенная в точке  $x=0,5$  м перегородкой, справа расположен газ с давлением 2 атм, слева- атмосферное давление (рисунок 1). Во всей области температура газа равна 300 К, числу Куранта присвоено значение 0,4. В момент времени  $t=0$  перегородка мгновенно исчезает, параметры газа претерпевают разрыв, так задача сводится к нахождению потоков массы, импульса и энергии.

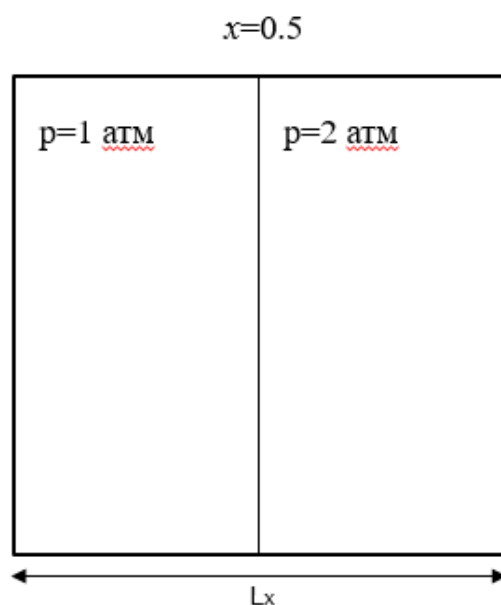


Рисунок 1- Схема трубы

Математическая постановка задачи описывается системой уравнений сохранения Эйлера и уравнением состояния идеального газа:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} &= 0 \\
\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u^2 + p)}{\partial x} &= 0 \\
\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial \rho u H}{\partial x} &= 0 \\
E &= \frac{P}{\rho(k-1)},
\end{aligned}
\tag{1}$$

где  $\rho$ - плотность,  
 $u$ - скорость газа,  
 $t$ - время,  
 $x$ -декартова координата,  
 $p$ -давление,  
 $E$ - полная энергия,  
 $H$ - энтальпия,  
 $k$ -показатель адиабаты.

Потоки массы, энергии и импульса искались с помощью метода Ван Лира. Схема численного решения для  $|M| < 1$ :

$$\mathbf{F}^{\pm} = \begin{pmatrix} \pm \frac{\rho c (M \pm 1)^2}{4} \\ \pm \rho c (M \pm 1)^2 \frac{(k-1)u \pm 2c}{k} \\ \pm \frac{\rho c (M \pm 1)^2 [(k-1)u \pm 2c]^2}{8(k^2-1)} \end{pmatrix},
\tag{2}$$

где  $\mathbf{F}^+$ - положительная составляющая вектора потока  $F$ ,  
 $\mathbf{F}^-$ - отрицательная составляющая вектора потока  $F$ ,  
 $\rho$ - плотность,  
 $M$ - число Маха,  
 $c$ - местная скорость звука,

$u$ - скорость газа,

$k$ -показатель адиабаты.

Для проверки корректной работы программы были решены тестовые задачи из сборника [15]. Результатом решения задачи Сода стало образование области контактного разрыва, ударной волны и волны разряжения (рисунок 2). В задаче Лакса также формируются контактный разрыв (рисунок 3), ударная волна и волна разряжения, но с меньшей интенсивностью, чем в задаче Сода. Результаты решения этих двух задач полностью соответствуют представленным в [15] результатам. В задаче о сверхзвуковой трубе образуется область сверхзвукового течения (рисунок 4). Решения в данном случае претерпевают разрыв, поэтому следует использовать схемы более высоких порядков. Результаты проведенного исследования представлены в [16].

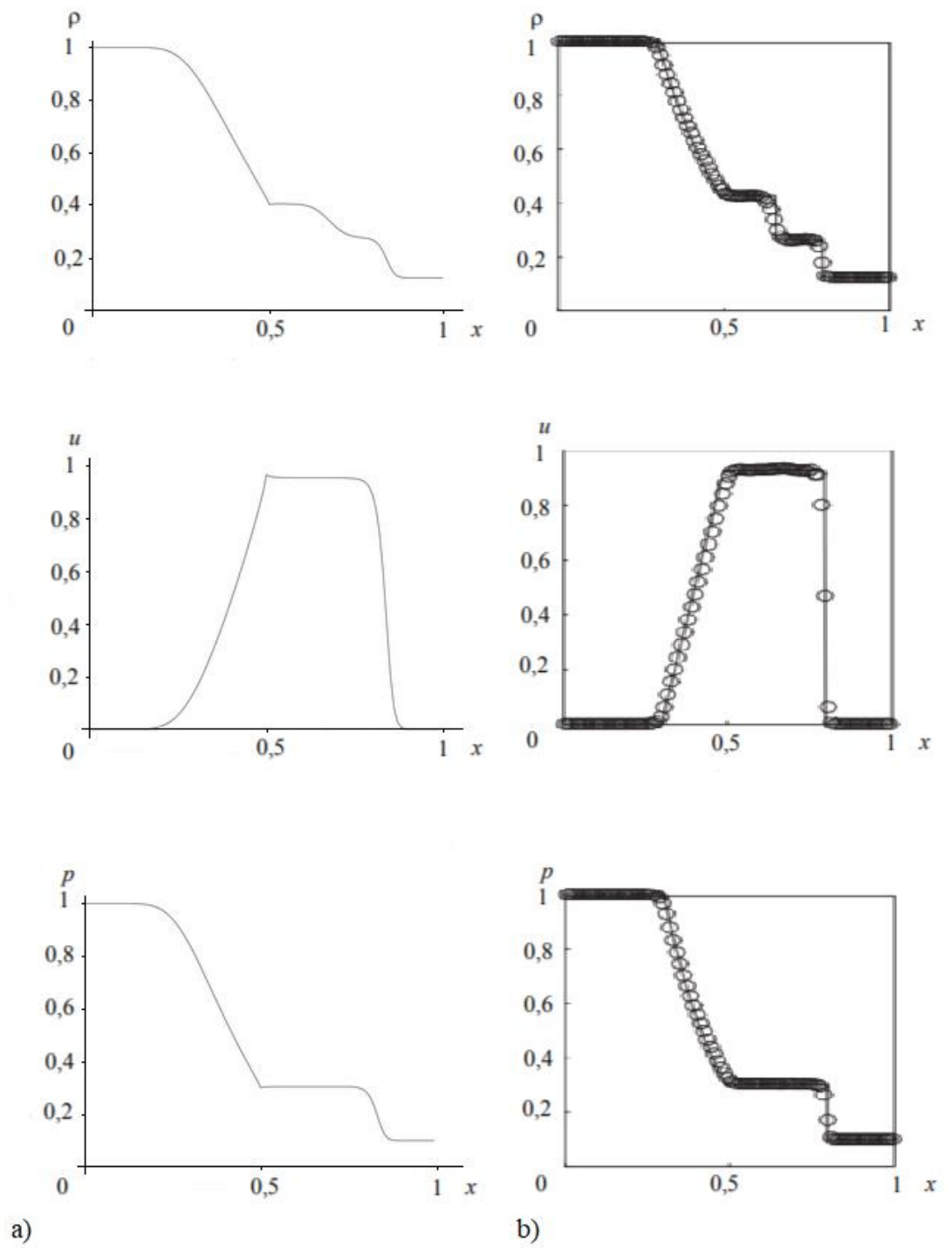
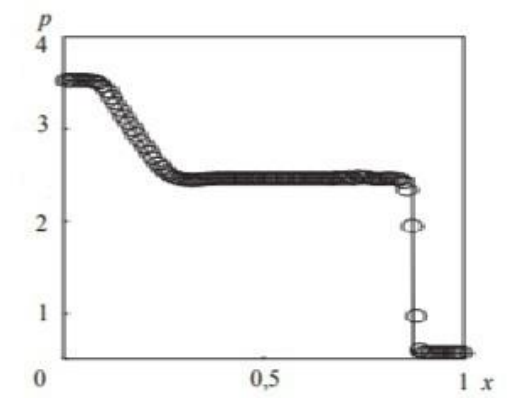
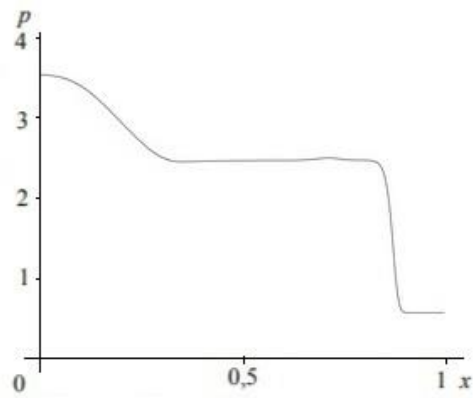
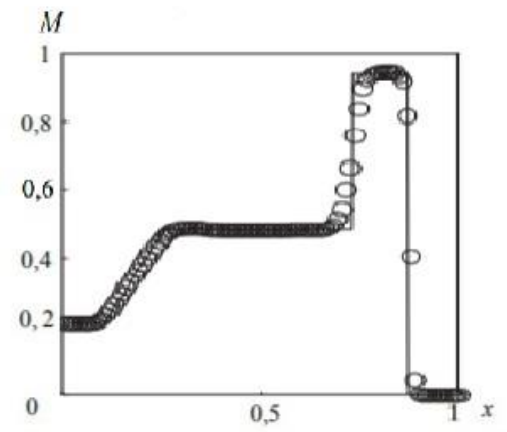
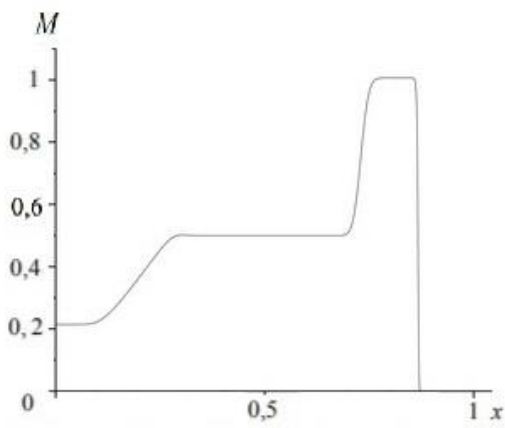
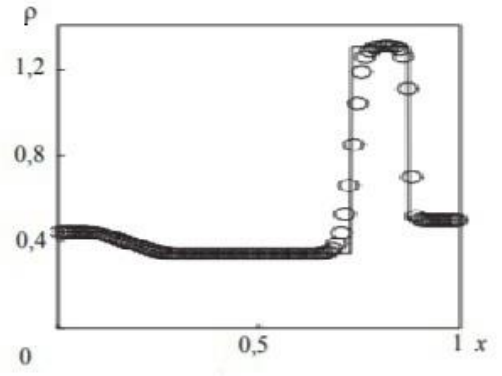
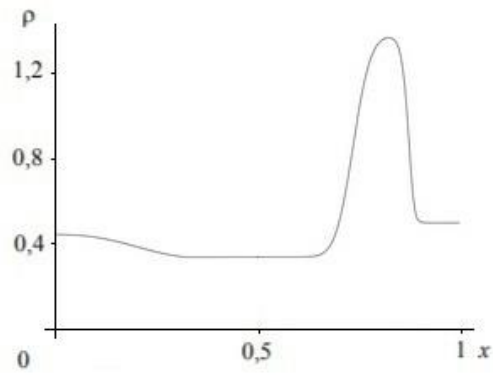


Рисунок 2-Сравнение результатов в задаче Сода: а) численное решение, б) решение приведенное в [15]



a)

b)

Рисунок 3-Сравнение результатов в задаче Лакса: а) численное решение, б) решение приведенное в [15]

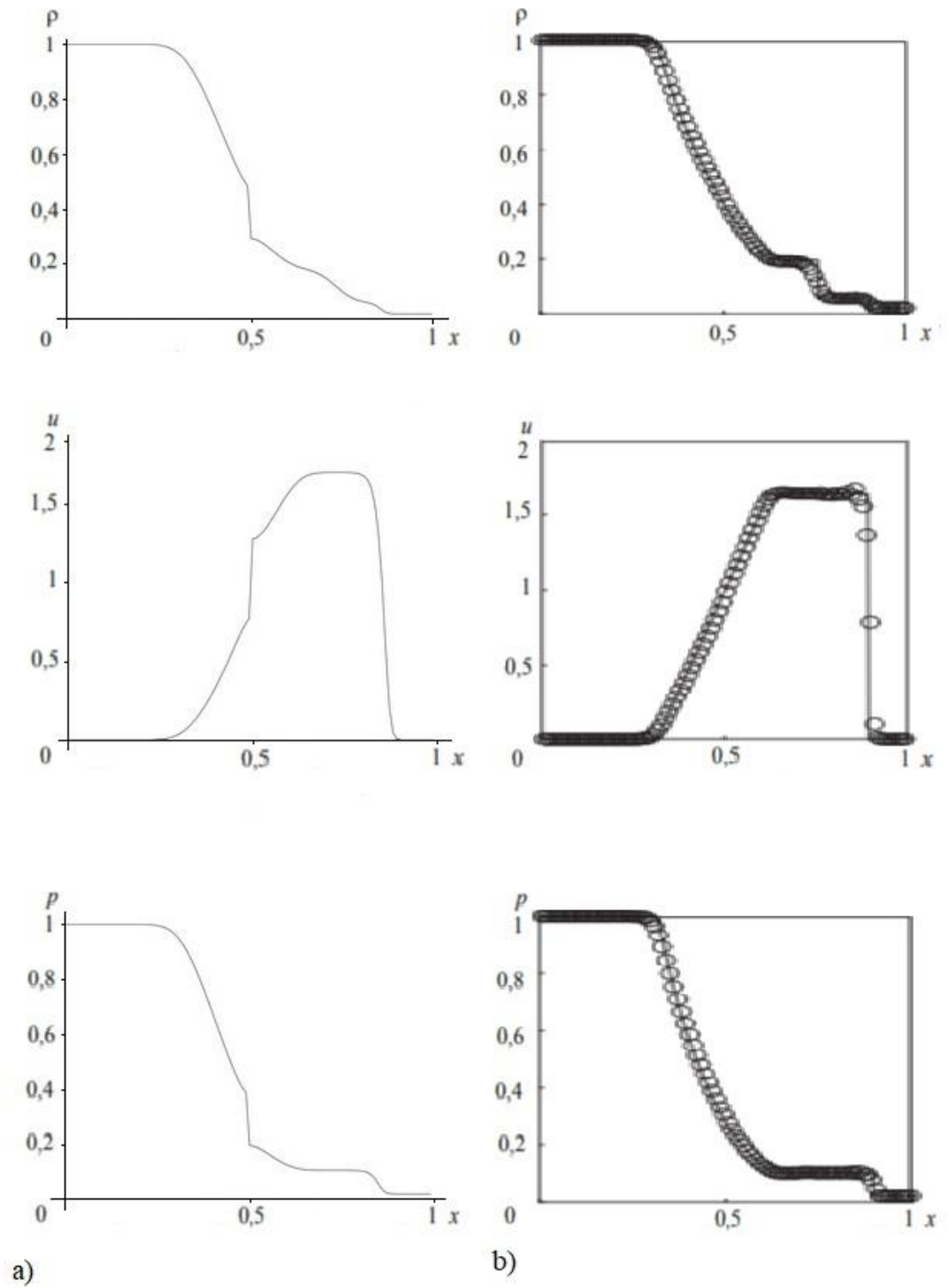


Рисунок 4- Сравнение результатов в задаче о сверхзвуковой трубе: а) численное решение, б) решение приведенное в [15]



## 2.2. ЗАДАЧА О РАСПРОСТРАНЕНИИ КОСОГО СКАЧКА УПЛОТНЕНИЯ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ

На основе написанной на языке Fortran программы для решения задач методом Ван Лира [16] поставлена двумерная задача:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} &= 0 \\
 \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 + p)}{\partial x} + \frac{\partial \rho uv}{\partial y} &= 0 \\
 \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial \rho uv}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^2 + p)}{\partial y} &= 0 \\
 \frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial(e + p)u}{\partial x} + \frac{\partial(e + p)v}{\partial y} &= 0,
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

где  $\rho$ - плотность,  
 $u$ - составляющая скорости по оси  $x$ ,  
 $v$ - составляющая скорости по оси  $y$ ,  
 $t$ - время,  
 $x, y$ - декартовы координаты,  
 $p$ -давление,  
 $e$ - внутренняя энергия газа.

Рассматривается плоский канал с характерными размерами вдоль осей  $y, x$  равными  $L_y = 0.1$  м и  $L_x = 0.4$  м соответственно. Слева подается поток газа под углом со скоростью  $U_b$ , справа- свободное вытекание. Шаг по координатам  $x, y$  составляет 0,005 м. Шаг по времени определялся из условия устойчивости Куранта [17]:

$$\frac{1}{\Delta t} < \frac{1}{\Delta t_x} + \frac{1}{\Delta t_y},$$

где  $\Delta t_x = \frac{h_x}{\max[u] + c}, \Delta t_y = \frac{h_y}{\max[v] + c}.$

Схема плоского канала представлена на рисунке 5.

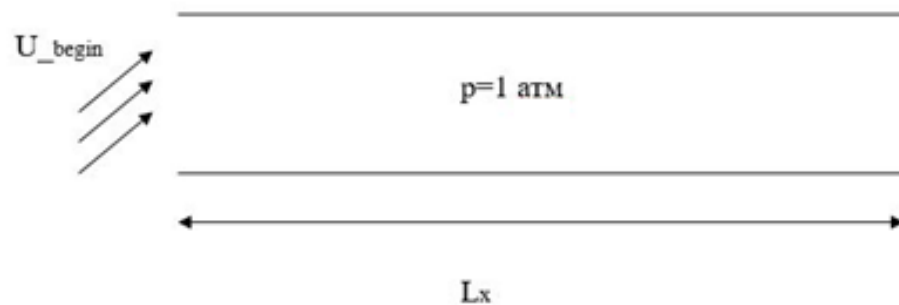


Рисунок 5-Схема плоского канала

Математическая постановка задачи основывается на законах сохранения массы, импульса, записываемого для его компонент, и энергии Эйлера, описывающих нестационарное течение сжимаемого невязкого газа (3), и уравнении состояния идеального газа.

В начальных условиях задачи задаются энтальпия и расход газа:

$$H = \frac{u^2 + v^2}{2} + \frac{kR_g T}{(k-1)} \quad (4)$$

$$Gg = \rho u$$

$$u(0, y, t) = u_b$$

$$v(0, y, t) = v_b$$

$$T(0, y, t) = T_b$$

$$\rho(0, y, t) = \rho_1$$

$$\rho_a(0, y, t) = Y_a \rho_1$$

$$\rho_b(0, y, t) = Y_b \rho_1$$

Граничные условия при  $x=0$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho(t, 0, y)}{\partial x} &= 0 \\ u(t, 0, y) &= u_b \\ v(t, 0, y) &= v_b \\ \frac{\partial p(t, 0, y)}{\partial x} &= 0. \end{aligned} \tag{5}$$

Граничные условия при  $y=0$ :

$$u_n(t, x, 0) = 0 \tag{6}$$

Граничные условия при  $y=L_y$ :

$$u_n(t, x, L_y) = 0 \tag{7}$$

На выходе задается атмосферное давление:

$$p(L_x, y, t) = p_{атм} \tag{8}$$

Потоки массы, скоростей и энергии были получены с помощью метода Ван Лира. Суть метода заключается в разложении потока  $\mathbf{F}$  на вектора  $\mathbf{F}^+$  и  $\mathbf{F}^-$ . Чтобы избежать ошибочных результатов в [18] были сформулированы свойства:

1) Все собственные числа матрицы  $A^+$  должны быть положительными, а собственные числа матрицы  $A^-$  — отрицательными.

2) Вектора потоков  $\mathbf{F}^\pm$  должны быть непрерывны. Если  $M > 1$ , то  $\mathbf{F}^+ = \mathbf{F}_i$ , если  $M < -1$ , то  $\mathbf{F}^- = \mathbf{F}^{i+1}$

3)  $\mathbf{F}^+$  и  $\mathbf{F}^-$  должны быть симметричны,  $\mathbf{F}^+(M) = -\mathbf{F}^-(M)$ .

4)  $A^\pm$  должны быть непрерывны во всех точках, в том числе и звуковой.

5) Матрицы должны иметь одно собственное число равно нулю при  $|M| < 1$ .

6) Составляющие  $\mathbf{F}^\pm(M)$  и  $F(M)$  должны быть полиномами от числа Маха как можно низшей степени.

$$\mathbf{F}^\pm = \pm \frac{\rho c (M \pm 1)^2}{4} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{(k-1)u \pm 2c}{k} \\ v \\ \frac{[(k-1)u \pm 2c]^2}{2(k^2-1)} + \frac{v^2}{2} \end{pmatrix} \quad \text{для } |M| < 1, \quad (9)$$

$$M \geq 1: \mathbf{F}^+ = \mathbf{F}, \mathbf{F}^- = 0$$

$$M \leq -1: \mathbf{F}^+ = 0, \mathbf{F}^- = \mathbf{F}$$

$$\mathbf{F}_{i+0.5} = \mathbf{F}_i^+ + \mathbf{F}_{i+1}^-,$$

где  $F^+$  - положительная составляющая вектора потока  $F$ ,

$F^-$  - отрицательная составляющая вектора потока  $F$ ,

$\rho$  - плотность,

$c$  - местная скорость звука,

$M$  - число Маха,

$u$  - составляющая скорости по  $x$ ,

$k$  - показатель адиабаты,

$v$  - составляющая скорости по  $y$ .

Корректность выполнения алгоритма основан на выполнении закона сохранения массы, проведено сравнение с аналитическим решением задачи о косом скачке уплотнения из учебно-методического пособия [19]. В [19] рассматривается задача о течении сжимаемого газа, набегающего со

сверхзвуковой скоростью на бесконечный клин, решение получено с помощью вычислительного пакета ANSYS FLUENT. В указанном пособии представлена связь между углом наклона косо́й ударной волны к направлению набегающего потока и углом при вершине клина:

$$\operatorname{ctg}(\Theta) = \operatorname{tg}(\beta) \left[ \frac{(\gamma + 1)M^2}{2(M^2 \sin^2(\beta) - 1)} \right], \quad (10)$$

где  $\Theta$  - угол наклона косо́й ударной волны к направлению набегающего потока,

$\beta$  - угол при вершине клина,

$\gamma$  - коэффициент адиабаты,

$M$  - число Маха.

Согласно указанному соотношению был вычислен угол наклона косо́й ударной волны:  $\operatorname{ctg}(\Theta) \approx 1.6924 \rightarrow \Theta \approx 30^\circ$ . Численно полученное значение этого угла соответствовало  $30.5^\circ$  (рисунок 6).

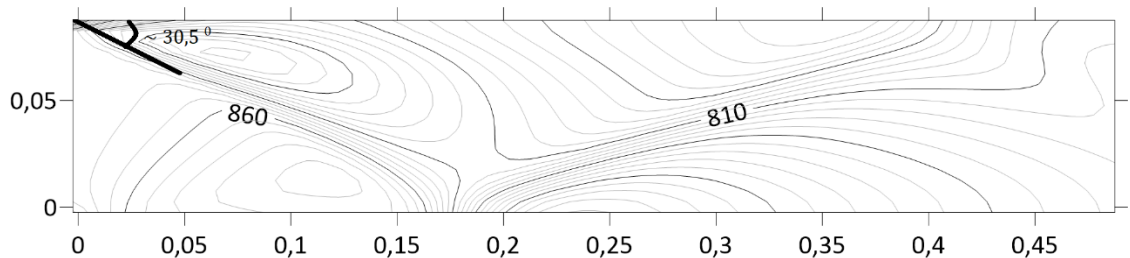


Рисунок 6- Численно полученный угол наклона косо́й ударной волны

Проведены расчеты параметров при:

$$L_x = 0.4 \text{ м}, L_y = 0.1 \text{ м}, T = 300 \text{ К}, c_v = 1000 \text{ Дж / К}, c_p = 750 \text{ Дж / К}, k = \frac{c_p}{c_v},$$

$$m_g = 0.028 \text{ кг / моль}, R_g = 8.31, p_1 = 1.1 * 101325 \text{ Па}, \rho_1 = \frac{p_1}{c_v T (k-1)}, U_b = 2 \sqrt{\frac{k p_1}{\rho_1}}.$$

Число Куранта изменялось от 0.1 до 0.9, шаг изменялся от 0.002 до 0.1

м.

Ниже представлены графики (рисунок 7-9) с распространением составляющей скорости по оси  $x$  при разных значениях числа Куранта и шаге по пространству. Видно, что картина течения слабо зависит от значения числа Куранта в выбранном диапазоне, но чем меньше шаг, тем лучше прослеживается форма течения.

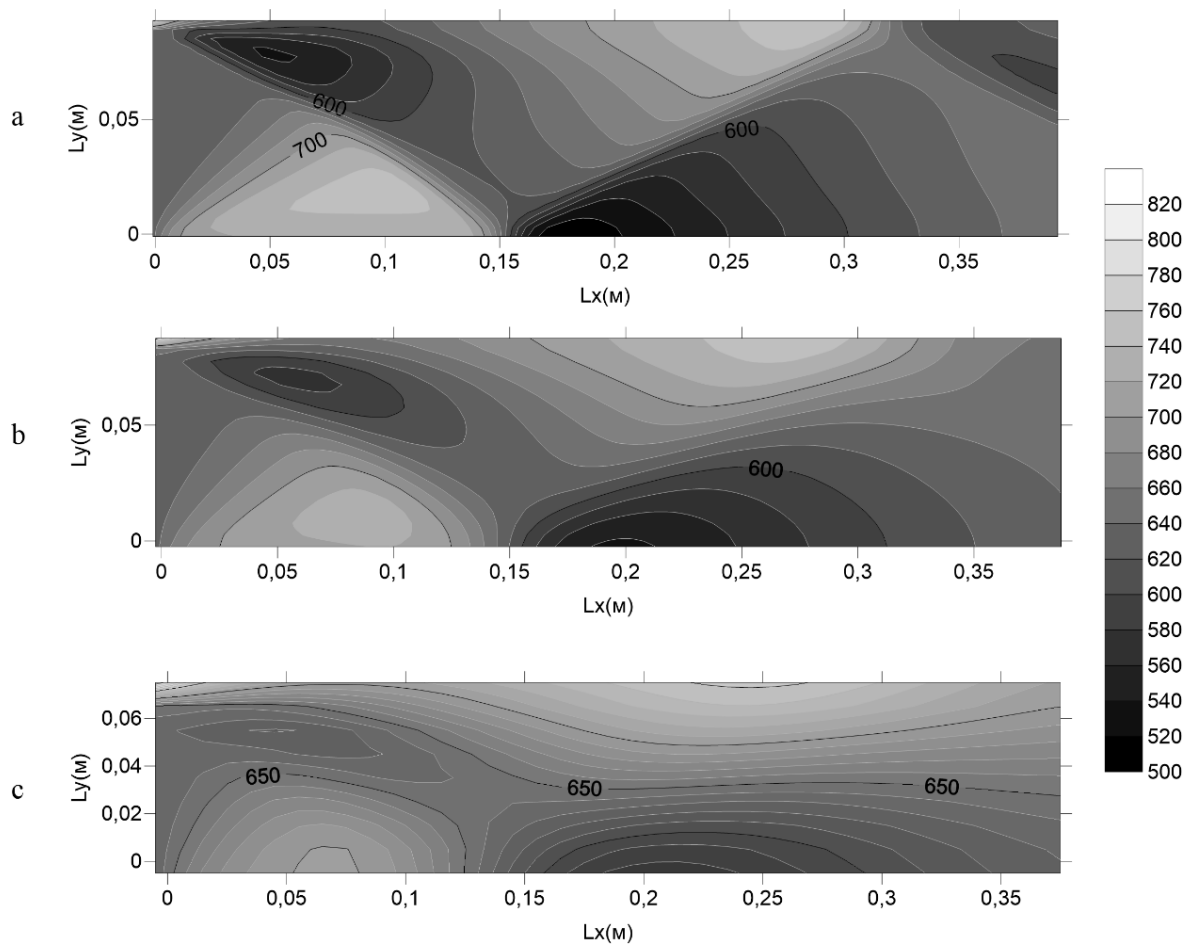


Рисунок 7-Распределение скорости  $u$  при  $Kur=0.9$ , a- $h=0.002$ , b- $h=0.005$ , c- $h=0.01$

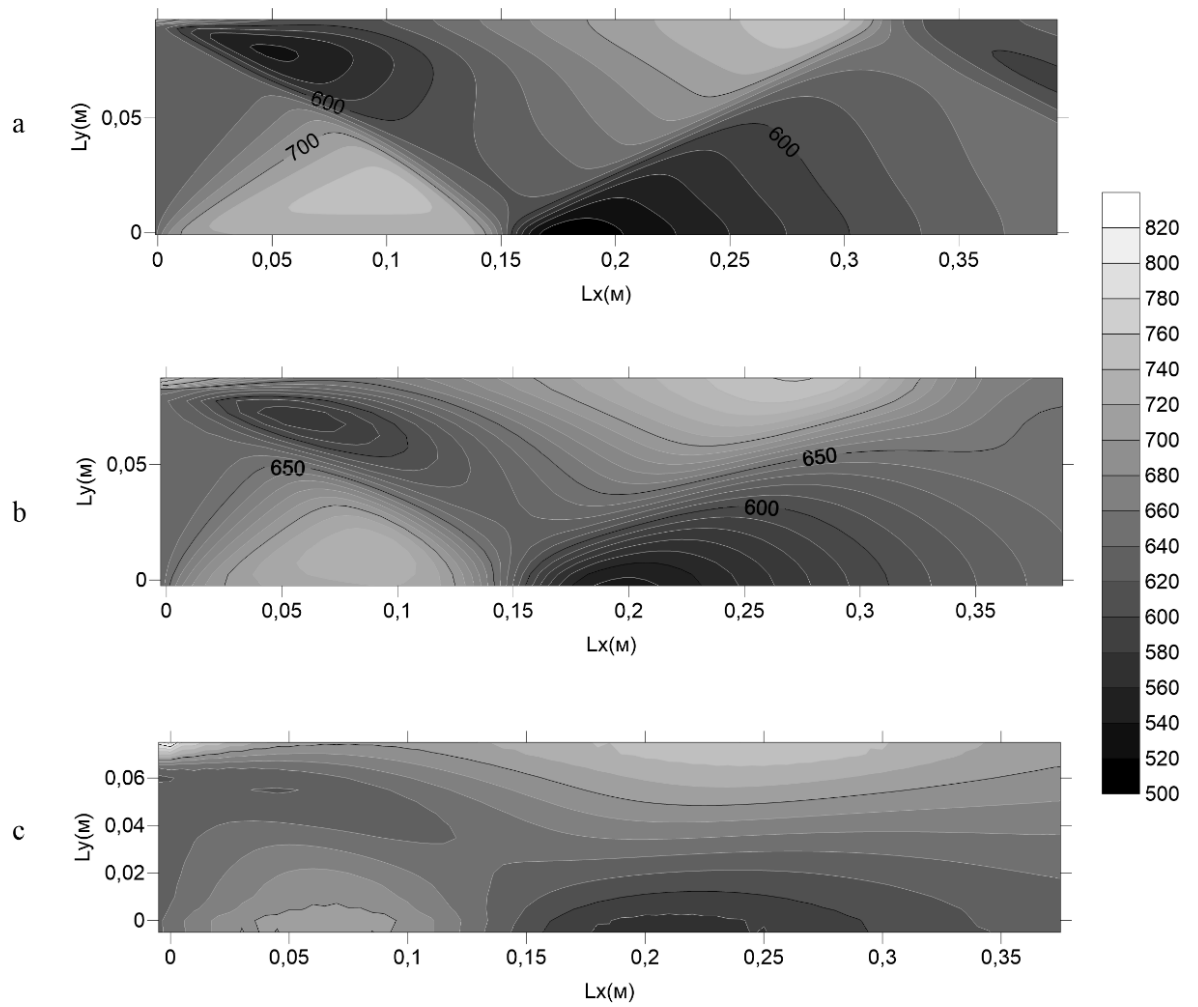


Рисунок 8- Распределение скорости  $u$  при  $Kur=0.45$ , а- $h=0.002$ , б-  
 $h=0.005$ , в- $h=0.01$

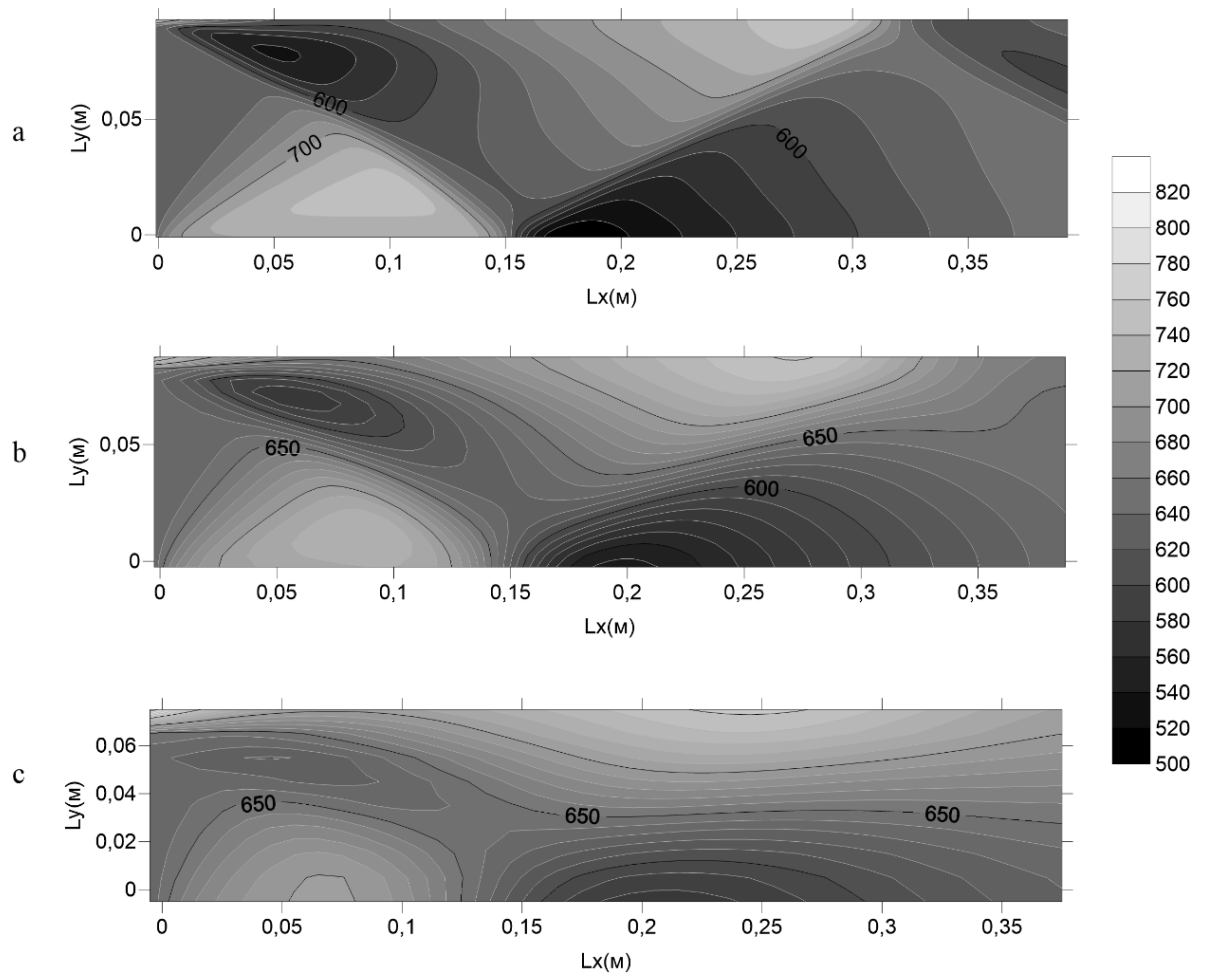


Рисунок 9- Распределение скорости  $u$  при  $Kur=0.1$ , а- $h=0.002$ , б-  
 $h=0.005$ , с- $h=0.01$

Если поток газа, пересекая фронт, изменяет своё направление, возникают косые скачки уплотнения, здесь векторы скорости изменяются не только по модулю, но и по направлению. В данной задаче в начальный момент времени изменяет направление газа, а значит возникает косой скачок уплотнения. Алгоритм работает корректно, следовательно, можно использовать данную схему для сверхзвуковых течений.



### 3. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛНЫ ДЕТОНАЦИИ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ

#### 3.1. ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА

Численное моделирование распространения волны детонации в плоском канале проводится для смеси кислорода и водорода при начальном давлении  $p=101325$  Па и температуре  $T=500$  К. Рассматривается плоский канал с характерными размерами вдоль осей  $y, x$  равными  $L_y = 0.2$  м и  $L_x = 1$  м соответственно. Слева подается поток газа под углом со скоростью  $U_b$ , справа- свободное вытекание. Схема плоского канала представлена на рисунке 10.

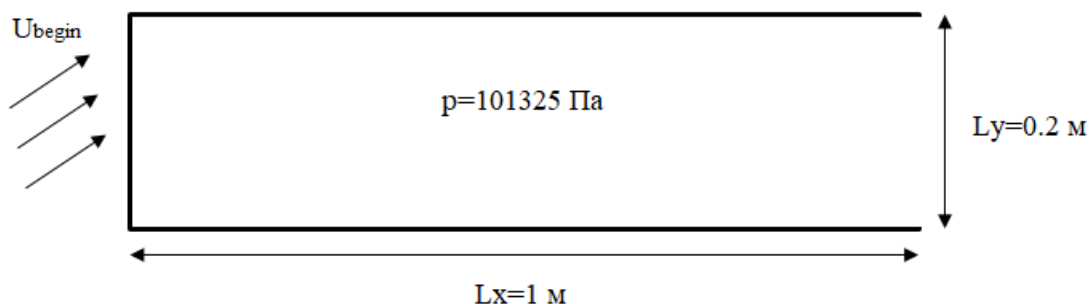


Рисунок 10- Схема плоского канала

Математическая постановка распространения детонации в двумерном плоском канале, а также химическое тепловыделение при горении водорода и кислорода описываются системой двумерных уравнений Эйлера:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} &= 0 \\
 \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u^2 + p)}{\partial x} + \frac{\partial \rho uv}{\partial y} &= 0 \\
 \frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial \rho uv}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v^2 + p)}{\partial y} &= 0 \\
 \frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u E + pu)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v E + pv)}{\partial y} &= \rho \omega_e(Y_a, Y_b, T, p),
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

где  $\rho$ - плотность,

$u$ - составляющая скорости по  $x$ ,

$v$ - составляющая скорости по  $y$ ,

$t$ - время,

$x, y$ - декартовы координаты,

$p$ -давление,

$E$ - полная энергия газа,

$\omega_e = Qk_0 Y_a Y_b \exp\left(-\frac{E_a}{R_s T}\right)$  - скорость химического тепловыделения

$Y_a$ - массовая доля кислорода,

$Y_b$ - массовая доля водорода,

$T$ - температура.

И системой уравнений химической кинетики:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho Y_a)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u Y_a)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v Y_a)}{\partial y} &= \rho \omega_a(T, p) \\ \frac{\partial(\rho Y_b)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u Y_b)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v Y_b)}{\partial y} &= \rho \omega_b(Y_b, T, p), \end{aligned} \quad (12)$$

где  $\rho$ - плотность,

$Y_a$ - массовая доля кислорода,

$u$ - составляющая скорости по  $x$ ,

$v$ - составляющая скорости по  $y$ ,

$t$ - время,

$x, y$ - декартовы координаты,

$\omega_a = -8k_0 Y_a Y_b \exp\left(-\frac{E_a}{R_s T}\right)$  - скорость изменения массовой доли кислорода,

$p$ -давление,

$Y_b$ - массовая доля водорода,

$T$ - температура,

$\omega_b = -k_0 Y_a Y_b \exp\left(-\frac{E_a}{R_g T}\right)$  - скорость изменения массовой доли водорода,

$Q$ -тепловой эффект реакции,

$k_0$ - константа скорости химической реакции,

$E_a$ - энергия активации,

$R_g$ - универсальная газовая постоянная.

В начальных условиях задачи задаются энтальпия и расход газа:

$$H = \frac{u^2 + v^2}{2} + \frac{kR_g T}{(k-1)} \quad (13)$$

$$Gg = \rho u$$

$$u(0, y, t) = 0$$

$$v(0, y, t) = 0$$

$$T(0, y, t) = T_1 = 300$$

$$\rho(0, y, t) = \rho_1$$

$$\rho_a(0, y, t) = Y_a \rho_1$$

$$\rho_b(0, y, t) = Y_b \rho_1$$

Граничные условия при  $x=0$ :

$$u(0, y, t) = u_b$$

$$v(0, y, t) = v_b$$

$$T(0, y, t) = T_b$$

$$\rho(0, y, t) = \rho_1$$

$$\rho_a(0, y, t) = Y_a \rho_1$$

$$\rho_b(0, y, t) = Y_b \rho_1$$

(14)

Граничные условия при  $y=0$ :

$$u_n(t, x, 0) = 0$$

Граничные условия при  $y=L_y$ : (15)

$$u(t, x, L_y) = 0 \tag{16}$$

На выходе задается атмосферное давление:

$$p(L_x, y, t) = p_{атм}. \tag{17}$$

### 3.2. МЕТОДИКА ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ

Для численного интегрирования системы уравнений газовой динамики (3) необходим переход от (18) по формуле Остроградского- Гаусса к уравнению вида (19):

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{G}}{\partial y} = 0 \tag{18}$$

$$\iint \bar{U} dx dy + \bar{F} dy dt + \bar{G} dx dt = 0 \tag{19}$$

$$\bar{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{pmatrix}, \bar{F} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uH \end{pmatrix}, \bar{G} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho v u \\ \rho v^2 + p \\ \rho vH \end{pmatrix},$$

где  $\bar{U}$  – вектор консервативных переменных,

$\bar{F}, \bar{G}$  – вектора потоков.

Необходимые для решения задачи потоки массы, импульса и энергии находятся с помощью метода Ван Лира:

$$\mathbf{F}^{\pm} = \pm \frac{\rho c (M \pm 1)^2}{4} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{(k-1)u \pm 2c}{k} \\ v \\ \frac{[(k-1)u \pm 2c]^2}{2(k^2-1)} + \frac{v^2}{2} \\ Y_a \\ Y_b \end{pmatrix}, \quad (20)$$

где  $\mathbf{F}^+$ - положительная составляющая вектора потока  $\mathbf{F}$ ,

$\mathbf{F}^-$ - отрицательная составляющая вектора потока  $\mathbf{F}$ ,

$\rho$ - плотность,

$c$ - местная скорость звука,

$M$ - число Маха,

$u$ - составляющая скорости по  $x$ ,

$k$ -показатель адиабаты,

$v$ - составляющая скорости по  $y$ ,

$Y_a$ - массовая доля кислорода,

$Y_b$ - массовая доля водорода.

Шаг по времени определялся из условия устойчивости Куранта [17]:

$$\frac{1}{\Delta t} < \frac{1}{\Delta t_x} + \frac{1}{\Delta t_y},$$

$$\text{где } \Delta t_x = \frac{h_x}{\max[u] + c}, \quad \Delta t_y = \frac{h_y}{\max[v] + c}.$$

Проверка методики решения системы уравнений и программы ЭВМ на достоверность численного решения осуществлялась путем расчета проверки законов сохранения массы газа.

### 3.3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Расчеты проводились при заданных параметрах:

$$L_x = 1\text{ м}, L_y = 0.2\text{ м}, T = 500\text{ К}, c_v = 1227.2\text{ Дж / К}, c_p = 920.4\text{ Дж / К}, k = \frac{c_p}{c_v}, R_g = 8.31$$

$$m_g = 0.028\text{ кг / моль}, p_1 = 101325\text{ Па}, \rho_1 = \frac{p_1}{c_v T (k-1)}, U_b = 2 \sqrt{\frac{k p_1}{\rho_1}}, E_a = 17614 \cdot 8.31\text{ Дж / моль}$$

$$Y_a = 0.21, Q = 50 \cdot 10^6, k_0 = 2 \cdot 10^{13}, \mu_{air} = 28 \cdot 10^{-3}\text{ кг / моль}, \mu_f = 10^{-3}\text{ кг / моль}, Kur = 0.1,$$

$$q_b = 120.9\text{ Мдж / кг}.$$

Массовая доля водорода искалась по формуле:

$$Y_b = \frac{a_{vol} \mu_f}{(100 - a_{vol}) \mu_{air} + a_{vol} \mu_f}, \quad (21)$$

где  $Y_b$ - массовая доля водорода,

$a_{vol}$ - объемная концентрация водорода в смеси,

$\mu_f$  - молярная масса водорода,

$\mu_{air}$  - молярная масса воздуха.

В проведенном исследовании объемная процентная концентрация горячего (водорода) входит в пределы и горения, и детонации. Это значит, что газ с выбранным значением объемной процентной долей водорода (20%) способен к горению, образованию детонации. Ниже представлены графики давления, температуры, скорости и массовой доли кислорода вдоль оси x в окрестностях верхней стенки (рисунок 11-14).

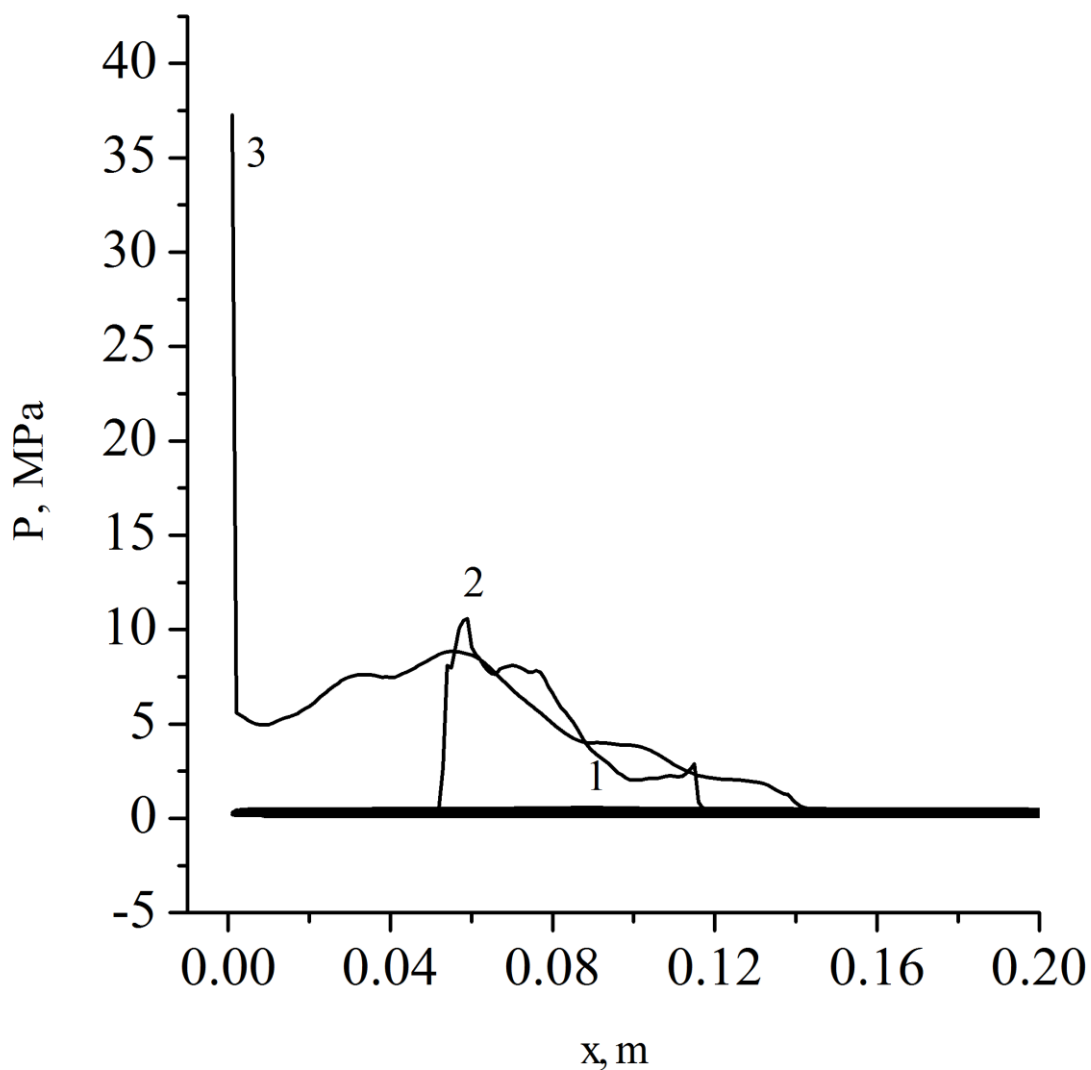


Рисунок 11- Распределение давления вдоль оси  $x$  в окрестностях верхней стенки, где кривые показывают: 1- момент формирования ударной волны, 2- ударную волну на входе в канал, 3- затухание ударной волны

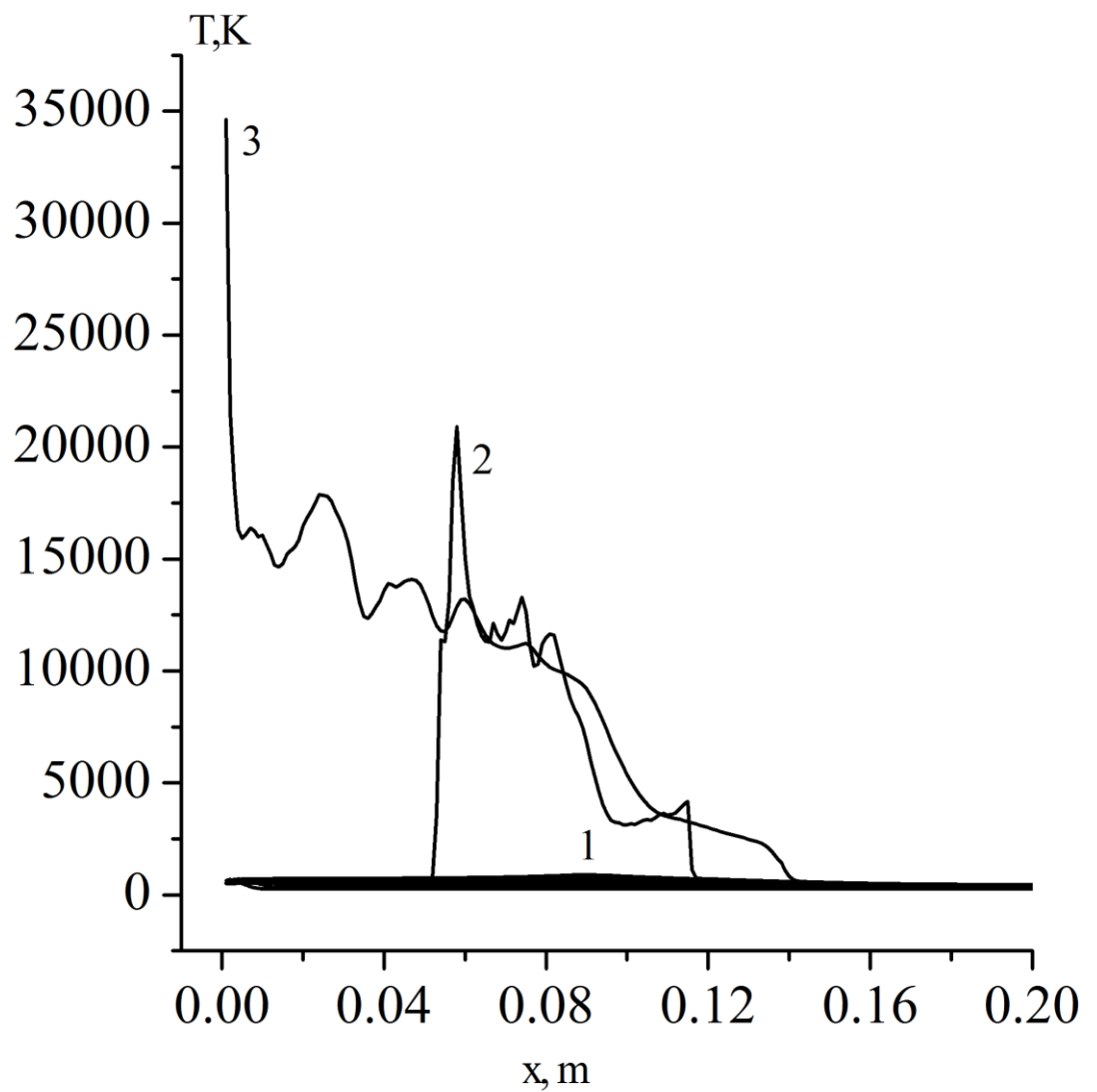


Рисунок 12- Распределение температуры вдоль оси  $x$  в окрестностях верхней стенки, где кривые показывают: 1- момент формирования ударной волны, 2- ударную волну на входе в канал, 3- затухание ударной волны



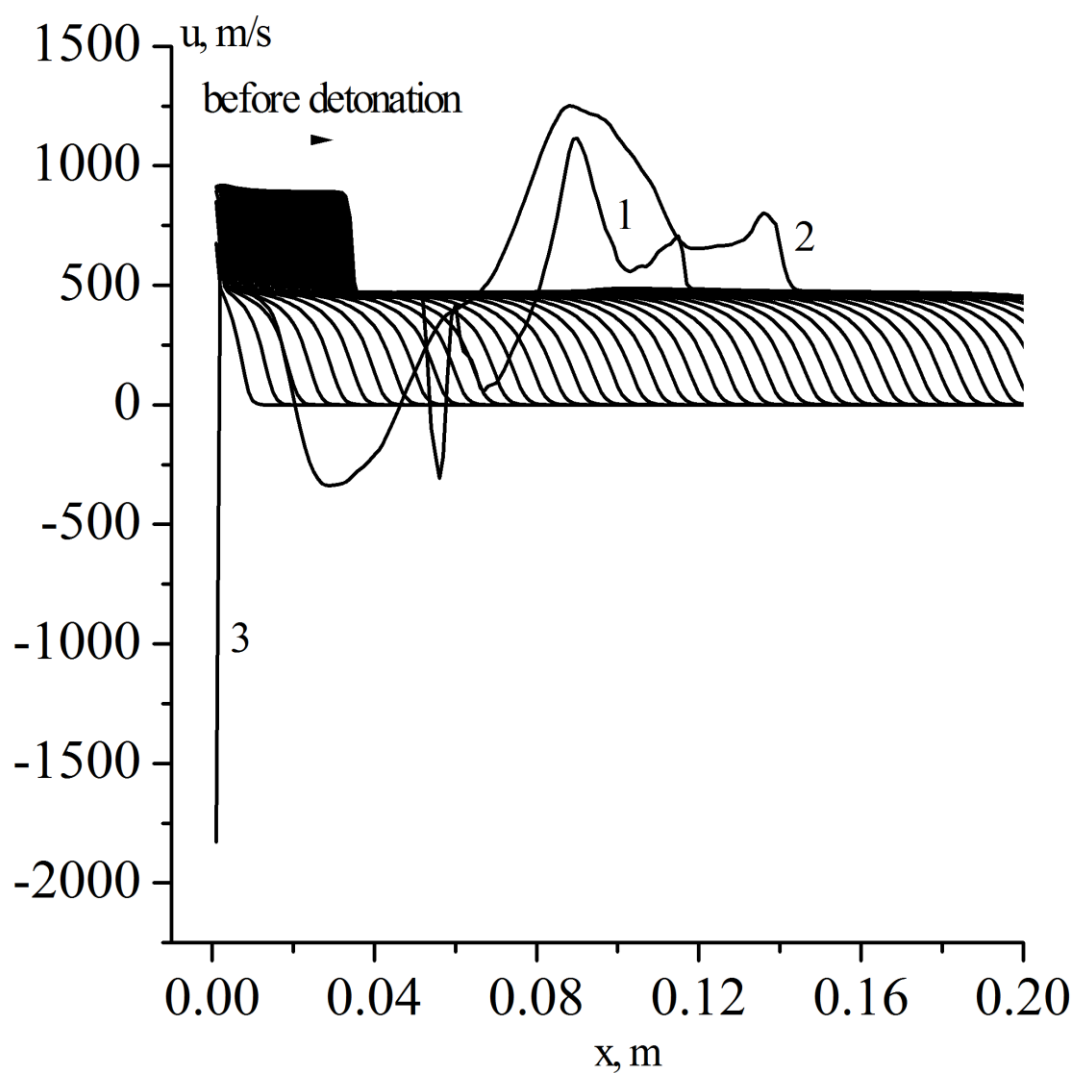


Рисунок 13-Распределение скорости  $u$  вдоль оси  $x$  в окрестностях верхней стенки, где кривые показывают: 1- момент формирования ударной волны, 2- ударную волну на входе в канал, 3- затухание ударной волны

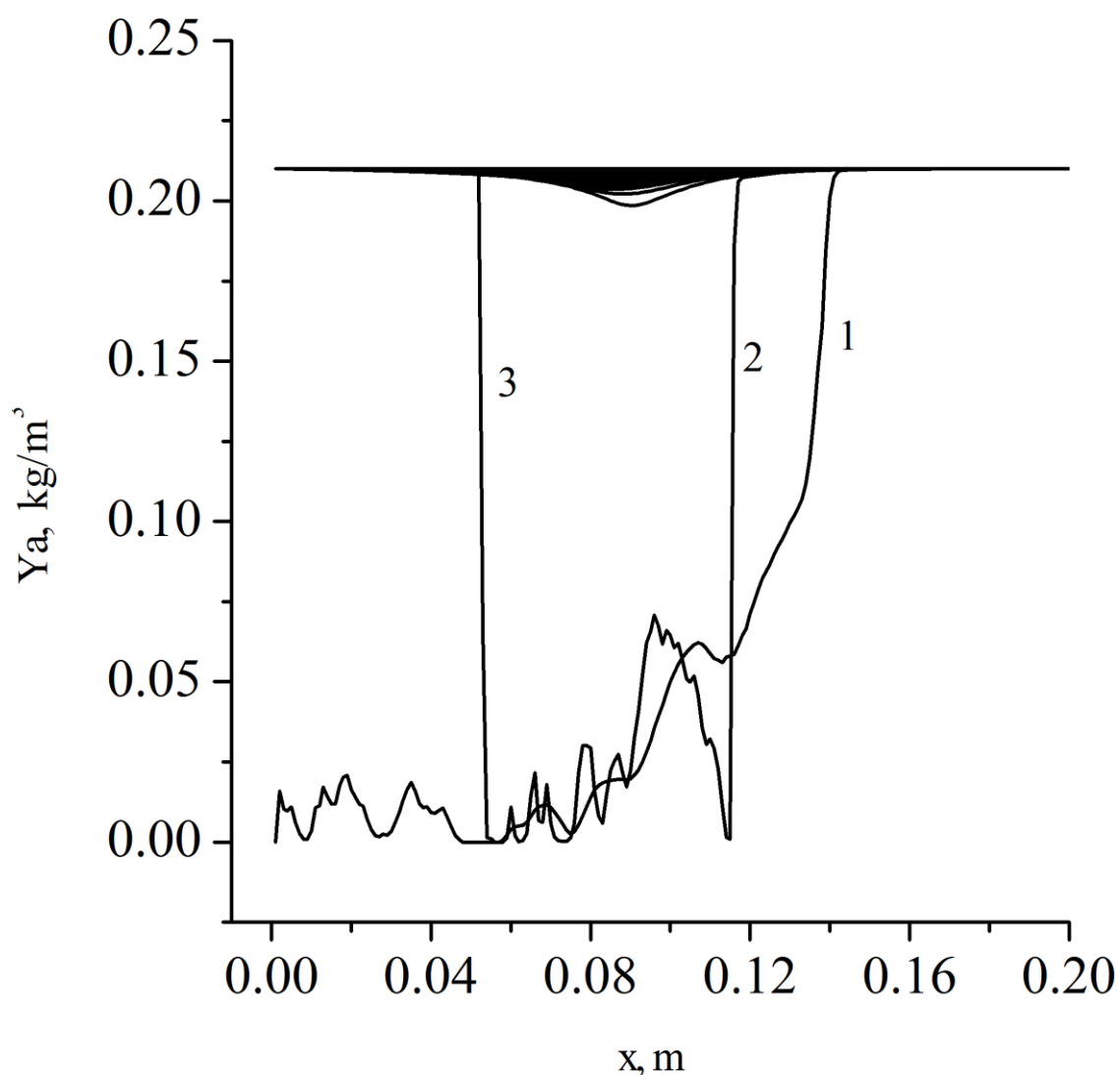


Рисунок 14- Распределение массовой доли кислорода вдоль оси  $x$  в окрестностях верхней стенки, где кривые показывают: 1- момент формирования ударной волны, 2- ударную волну на входе в канал, 3- затухание ударной волны

За счет того, что сверхзвуковой поток падает на стенку под углом, идет разогрев горючей смеси в окрестностях стенки. Разогрев приводит к началу химических реакций, которые при заданных параметрах приводят к развитию детонации. На рисунках представлены распределения давления, температуры, скорости и массовой доли кислорода в смеси по пространству

через  $dt=10$  мкс. Кривые 1-3 определяют зарождение и развитие детонационного процесса. Кривая 1 построена в момент времени 240 мкс, видно зарождение процесса с распространением двух волн.

На последней кривой для скорости газа видно, что скорость движения газа в сторону стенки составила 1500 м/с, что позволяет говорить о детонационном процессе в канале.

Дальнейшие параметрические исследования позволят построить картину детонации более подробно и исследовать, при каких условиях возможно ее зарождение

## 4. ВЫВОДЫ

1. Разработаны физико-математические модели следующих задач: Метод Ван Лиры для решения задач высокоскоростного течения газов, задача о распространении косоугольного скачка уплотнения в плоском канале, задача распространения волны детонации в плоском канале.

2. Написана и оттестирована программы нахождения потоков в уравнениях Эйлера методом Ван Лиры в одномерном и двумерном приближении, потоков в уравнениях Эйлера методом Ван Лиры в двумерном приближении с учетом химических реакций в смеси кислорода и водорода.

3. Получен инструмент для численного решения задач распространения волн детонации в плоском канале.

4. Показано, что предложенный алгоритм позволяет получить решение с локализацией фронта детонационной волны на входе в канал при скоростях подачи ниже скорости детонационной волны. Разработанные численный алгоритм и программа расчета задачи инициирования и распространения волны детонации будут использованы при последующем исследовании задач детонации в каналах сложной геометрии.

5. Полученные результаты решения задач высокоскоростного течения газов методом Ван Лиры представлены на XXI Всероссийской конференции молодых учёных по математическому моделированию и информационным технологиям: Новосибирск 2020 [16], решения задач высокоскоростного течения газов методом Ван Лиры в двумерном приближении – на X Всероссийской научной конференции с международным участием «Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики - 2020» , результаты решения задачи о распространении косоугольного скачка уплотнения в плоском канале- на Международной научной студенческой конференции МНСК 2021 [24].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Либерман М.А. О механизме перехода медленного горения в детонацию в водородно-кислородной смеси / М.А. Либерман, М.Ф. Иванов, А.Д. Киверин, М.С. Кузнецов, Т.В. Рахимова, А.А. Чухаловский // ЖЭТФ, том 134, вып. 4(10), С772-788, 2010.
2. Кратова Ю.В. Режимы распространения плоской детонации в газовзвесах в каналах с разрывом сечения / Ю.В Кратова, А.В. Федоров, В.М. Фомин, Т.А.Хмель // Физико-химическая кинетика в газовой динамике-Институт теоретической и прикладной механики Сибирского отделения Российской академии наук, Новосибирск.
3. Скоб Ю.А., Угрюмов М.Л. Численное моделирование детонации в газовых смесях//Вісник Харківського національного університету №1058-Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», г. Харьков, Украина.
4. Хмель Т.А. Особенности детонации в полидисперсных газовзвесах// Механика жидкости и газа. Вестник Нижегородского университета имени Лобачевского. 2011. С 1232-1234.
5. Федоров А.В., Хмель Т.А. Взаимодействие детонационных волн и волн разряжения в аэровзвеси частиц алюминия в кислороде// Физика горения и взрыв, 1997 т33, №2.
6. Хмель Т.А., Лаврук С. А. Особенности распространения гетерогенной детонации в слое частиц алюминия//Институт теоретической и прикладной механики им. Христиановича СО РАН, Новосибирск.
7. Федоров А.В. Различные режимы сгорания облаков мелких реакционноспособных частиц в атмосфере/ А.В. Федоров, В. М. Фомин, Т. А. Хмель// Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, Новосибирск.
8. Федоров А.В. Структура гетерогенной детонации частиц алюминия , диспергированных в кислороде// Физика горения и взрыв, 1991.

9. Федоров А.В. Типы детонационных течений аэровзвеси алюминия в кислороде/ А.В. Федоров, В. М. Фомин, Т. А. Хмель//Докл. РАН, 1995, том 342, номер 2, 185–188.

10. Мануйлович И. С. Формирование и стабилизация детонации в плоском изогнутом канале// Известия РАН. Механика жидкости и газа, 2016, № 1, с. 84–91.

11. Бедарев И.А. Применение детальных и приведенных кинетических схем для описания детонации водородовоздушных смесей с разбавителем/ И.А. Бедарев, К.В. Рылова, А.В. Фёдоров// Физика горения и взрыва, 2015, т. 51, № 5.

12. Шметенко Л. С. Возникновение скачка уплотнения в начальный период течения газа вблизи диафрагмы в ударной трубе// Вестник Московского университета, 1968, №3, С 82-87.

13. ГОСТ 51330.19-99 (МЭК 60079-20-96). Электрооборудование взрывозащищенное. Данные по горючим газам и парам, относящиеся к эксплуатации электрооборудования: Государственный стандарт Российской Федерации: Дата введения 2001-01-01.

14. Макеев В. И. Горение и детонация водородно-воздушных смесей в свободных объемах/ В. И. Макеев, Ю. А. Гостинцев, В. В. Строгонов, Ю. А. Бохон, Ю. Н. Чернушкин, В. Н. Куликов// Физика горения и взрыва, 1983, том 19, № 5, С 16-18.

15. П.В. Булат, К.Н. Волков. Одномерные задачи газовой динамики и их решение при помощи разностных схем высокой разрешающей способности//Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики.

16. Рожкова Е.И. Метод Ван Лира для решения задач высокоскоростного течения газа// тезисы докл. XXI Всероссийской конференции молодых учёных по математическому моделированию и информационным технологиям: Новосибирск 2020. С. 17-18.

17. Годунов С.К. Численное решение многомерных задач газовой динамики / С. К. Годунов, А. В. Забродин, М. Я. Иванов, А. Н. Крайко, Г. П. Прокопов. – М.: Наука, 1976.
18. Миньков Л.Л., Шрагер Э.Р. Основные подходы к численному решению одномерных уравнений газовой динамики// Учебное пособие / Томск, Издательство Общества с ограниченной ответственностью "СТТ". 2016. 136 с.
19. Л. Л. Миньков, К. М. Моисеева. Методические указания к решению задачи о косом скачке уплотнения с помощью вычислительного пакета ANSYS FLUENT// Учебно-методическое пособие/ Томск, 2016. 29 с.
20. Щетинков Е.С. Физика горения газов / Е. С. Щетинков. – М.: Наука, 1965.
21. Щелкин К. И., Трошин Я. К. Газодинамика горения. Институт Химической физики АН СССР. Ответственный редактор академик Н.Н.Семенов. М. Издательство Академии наук СССР 1963г. 256 с.
22. Зельдович Я. Б. Математическая теория горения и взрыва / Я. Б. Зельдович, Г. И. Баренблатт, В. Б. Либрович, Г. М. Махвиладзе. – М.: Наука, 1980.
23. Льюис Б. Горение, пламя и взрывы в газах / Б. Льюис, Г. Эльбе [B. Lewis, G. Von Elbe]. / пер. с англ. под ред. К.И. Щелкина, А.А. Борисова. – М.: Мир, 1968.
24. Рожкова Е. И. Математическое моделирование задачи о распространении косоугольного скачка уплотнения в плоском канале// Математика. Материалы 59-й Международной научной студенческой конференции: Новосибирск, 2021. С. 109.
25. Заев И. А., Кириллов И. А. О необходимости корректной модели тепловыделения при расчетах многофронтальной структуры детонационной волны, Математическое моделирование, 2010, том 22, номер 9, 67–78.

26. Nevmerzhitskiy Y. V., Yakush. S. E. Numerical modelling of shock waves and detonation in complex geometries.