

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

**«Логические операции в квантовых регистрах на основе
одинокных атомов»**

Выполнил студент
227 мм академической группы
ШЧЕПАНОВИЧ ДАНИЛО

подпись студента

Научный руководитель:
С.Н.С СТРАУПЕ СТАНИСЛАВ СЕРГЕЕВИЧ

подпись научного руководителя

Допущен к защите

Зав.кафедрой _____
подпись зав.кафедрой

Москва

2021

Содержание

1	Введение	3
2	Литературный обзор	4
2.1	Квантовый регистр на основе нейтральных атомов	4
2.1.1	Атом ^{87}Rb	5
2.1.2	Лазерное охлаждение атомов	6
2.1.3	Захват одиночных атомов	7
2.2	Однокубитные операции	9
2.2.1	Радиочастотные гейты	10
2.2.2	Рамановские гейты	14
2.3	Механизмы декогеренции	16
2.3.1	Интерферометрия Рамзи	18
2.3.2	Схема эхо	19
2.4	Методы борьбы с декогеренцией	22
2.4.1	Магические ловушки	23
2.4.2	Серые ловушки	24
3	Оригинальная часть	28
3.1	Экспериментальная установка	28
3.1.1	Базовая установка	28
3.1.2	Дипольная антенна для возбуждения микроволновых пе- реходов	32
3.1.3	Рамановские лазеры	32
3.2	Эксперимент	35
3.2.1	Микроволновые гейты	35
3.2.2	Рамановские гейты	42
3.2.3	Магические ловушки	44
3.3	Результаты моделирования серых ловушек	48
3.4	Анализ ошибок логических операций	51
3.4.1	Ошибки приготовления и измерения	52
3.4.2	Ошибки схемы детектирования	55

4 Заключение	57
4.1 Результаты	57
4.2 План дальнейшего исследования	59
Приложение	59
Литература	61

1 Введение

Несмотря на несколько десятилетий исследований, активно начавшихся с публикации Шором алгоритма для факторизации чисел [1], квантовые вычисления до сих пор остаются довольно молодой областью с несколькими бурно развивающимися платформами для физической реализации квантового процессора. Основные работы на уровне «железа» посвящены увеличению эффективности логических вентилях, времен когерентности, частот Раби, а так же вопросам масштабируемости систем. Одна из наиболее ранних платформ на холодных ионах достигла ошибок однокубитных операций на уровне 10^{-5} и двухкубитных около 10^{-4} [2], в то время как исследователи предлагают новые подходы [3] для улучшения одной из главных проблем - масштабируемости. Сверхпроводящие процессоры, несмотря на фундаментальные ограничения по когерентности и масштабируемости, смогли решить задачу, недоступную для решения на классическом суперкомпьютере и таким образом показали «квантовое превосходство» [4]. Аналогичный идеологически прорывной, но пока не имеющий приложения результат, был продемонстрирован для задачи boson sampling на фотонной платформе [5].

Долгое время платформы на нейтральных атомах были наиболее трудноуправляемой системой вследствие слабого взаимодействия с окружением. Однако с появлением архитектур атомных массивов на основе голографических пинцетов [6, 7, 8] и акусто-оптических дефлекторов [9], исследованием методов подавления механизмов декогеренции [10, 11], а так же в связи с активным применением возбуждения в ридберговские состояния в качестве механизма взаимодействия атомов [12, 13, 14] на данный момент удалось достигнуть субсекундных времен когерентностей и эффективностей однокубитных операций [15], достаточных для вычислений, устойчивых к ошибкам, а

так же значительного прогресса в качестве выполнения адресных двухкубитных операций [16, 17, 18]. Помимо этого атомная платформа стала довольно популярной платформой квантовых симуляций, позволяющих в том числе экспериментально наблюдать фазовые переходы с нарушением различных дискретных симметрий [9, 19].

Данная работа посвящена исследованию логических однокубитных операций в квантовых регистрах на основе нейтральных атомов. Литературный обзор включает в себя краткое рассмотрение квантовых регистров на основе атомов ^{87}Rb , методов лазерного охлаждения и дипольных ловушек для захвата одиночных атомов. В работе будут исследованы однокубитные операции как на основе микроволновых, так и рамановских оптических переходов, предварительно описана теория двухуровневой системы и трехуровневой системы, динамику которой можно свести к динамике двухуровневой. Помимо этого в работе представлен анализ методов для измерения продольной релаксации на основе схем Рамзи и эхо, а так же поставлены соответствующие эксперименты, практически реализован метод увеличения времен когерентности методом ловушек магической интенсивности. Будут теоретически исследованы метод охлаждения серыми ловушками, проанализированы ошибки, возникающие при приготовлении и измерении состояния кубита, а так же проведен анализ используемой схемы детектирования. В конце работы перечислены полученные результаты, а так же описаны дальнейшие планы исследования.

2 Литературный обзор

2.1 Квантовый регистр на основе нейтральных атомов

Квантовый регистр, рассматриваемый в данной работе, представляет собой массив одиночных атомов, каждый из которых находится в потенциале, образованном сильно сфокусированным излучением. Для создания массива дипольных ловушек используется пространственный модулятор света так, чтобы после наложения фазовой маски и фокусировкой асферической линзой с высокой числовой апертурой в фокальной плоскости линз удавалось получить желаемое распределение интенсивности [20]. Предварительно для

возможности захвата и контроля атомы охлаждаются лазерными пучками до энергий, значительной меньших глубин дипольных ловушек. Далее рассмотрим детально каждый из элементов квантового регистра. Здесь и далее не будут обсуждаться вопросы формирования массивов ловушек, поскольку все эксперименты и анализ в данной работе были проведены для одиночного атома.

2.1.1 Атом ^{87}Rb

Одним из наиболее популярных для задач квантовых вычислений атомов является ^{87}Rb , ровно как и другой изотоп ^{85}Rb . Распространенность связана, прежде всего, с двумя факторами. Во-первых, ^{87}Rb принадлежит группе щелочных металлов, поэтому его свойства, в том числе уровни электронной структуры, волновые функции, матричные элементы дипольного оператора, схожи с водородом, и поэтому довольно подробно изучены. Так же привлекательно наличие у щелочных атомов замкнутых переходов, позволяющих с высокой эффективностью применять методы лазерного охлаждения. Во-вторых, используемые переходы лежат в ближней инфракрасной области, где имеются коммерческие диодные лазеры, которые в сочетании дополнительным оборудованием позволяют генерировать узкополосное излучение высокой стабильности.

Структура переходов этого одноэлектронного атома так же вполне понятна. Основной уровень $5^2\text{S}_{1/2}$ имеет два сверхтонких подуровня, так как сложение ядерного спина $I = 3/2$ со спином электрона приводит к появлению уровней $F = 1, 2$. Расщепление между подуровнями составляет около 6.834 ГГц. Время жизни состояния $5^2\text{S}_{1/2}, F = 2$, будучи ограниченным главным образом рамановским рассеянием в дипольной ловушке, в эксперименте составляет доли секунды, поэтому именно состояния сверхтонкой структуры с $m_F = 0$ будут использованы в качестве базиса кубита в данной работе. Выбор конкретных m_F связан, прежде всего, с отсутствием линейного эффекта Зеемана, это обстоятельство значительно улучшает стабильность частоты перехода по отношению к флуктуациям магнитного поля. Управление состоянием такого кубита возможно либо напрямую микроволновым полем, либо с использованием двухфотонных оптических переходов.

Для взаимодействия оптического излучения с каждым атомом исполь-

зуются переходы на уровни $5^2P_{1/2}$ и $5^2P_{3/2}$, каждый из которых обладает своей сверхтонкой структурой. Соответствующие линии переходов называются D1 и D2 линиями, длины волн этих линий равны примерно 795 и 780 нм. В отсутствие магнитных полей зеемановские подуровни всех уровней вырождены.

2.1.2 Лазерное охлаждение атомов

Вполне очевидно, что для применения атомных кубитов в задачах квантовой информатики, без сомнения относящиеся к прецизионным, необходимо существенно уменьшить температуру атомов. Методы лазерного охлаждения принято разделять на доплеровские и субдоплеровские. Такая классификация возникает с связи различными пределами температур в процессе охлаждения. Доплеровское охлаждение реализуется в магнито-оптической ловушке (МОЛ), и его механизм подробно описан в литературе [21, Гл. 7]. Важно отметить, что охлаждение в МОЛ приводит к сильной локализации атомов в облако размером несколько сотен мкм. Общепринятым теоретическим результатом [21, стр. 58] для этого метода является наличие предела охлаждения, равного для атома ^{87}Rb на D2 линии 146 мкК [22]. Теоретическим этот результат остается потому, что в реальных МОЛ для атомов с зеемановской структурой в большей или меньшей степени всегда реализуется механизм поляризационного градиентного охлаждения, впервые объясненный в [23]. Этот эффект связан с наличием сложной пространственной зависимости поляризации охлаждающих пучков, приводящей к пространственной модуляции штарковских сдвигов для разных зеемановских подуровней. Качественное объяснение эффекта можно дать в терминах сизифова охлаждения, суть которого будет разобрана на примере другого механизма охлаждения, исследуемого в этой работе. Поляризационное охлаждение относится к классу субдоплеровских механизмов, предел температуры для таких методов связан с наличием импульса отдачи фотона и приблизительно равен [21, стр. 59]

$$T_r = \frac{\hbar^2 k^2}{mk_B}, \quad (1)$$

составляя для ^{87}Rb 361.96 нК [22].

Кроме указанных выше классов существуют еще методы охлаждения,

позволяющие уменьшить температуру ниже предела отдачи фотона. К таким можно отнести испарительное охлаждение [24] и рамановское охлаждение [25, 26]. В настоящий момент считается, что рамановское охлаждение может значительно улучшить точность выполнения двухкубитных операций [11, 16, 17], низкая эффективность которых остается существенным недостатком атомных платформ по сравнению с другими реализациями.

2.1.3 Захват одиночных атомов

Будучи охлажденными до температур ≈ 50 мК и локализованными в МОЛ, атомы захватываются сильно сфокусированным оптическим излучением. Консервативный потенциал, создаваемый таким излучением, принято рассчитывать как поправку второго порядка для уровней энергии атома [27], хотя и классическое описание в модели взаимодействия электромагнитного поля с индуцированным диполем приводит к тому же результату [28, Гл. 1], если не учитывать сложную структуру атома. В практических вычислениях при больших отстройках, где с высокой точностью выполняется приближение двухуровневого атома, обычно используют следующее выражение

$$U(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3 \Delta} I(\mathbf{r}), \quad (2)$$

где Γ - естественная ширина линии, Δ - отстройка от резонанса, ω_0 - частота резонанса. $I(\mathbf{r})$ - интенсивность дипольной ловушки. Из (2) видно, что захват атома может быть реализован при $\Delta < 0$ для потенциалов с одним минимумом. При описании атома в ловушке так же важно учитывать процессы рассеяния атомов из ловушки, приводящие к распаду состояния кубита и ухудшению его когерентности. Скорость рассеяния фотонов, рассчитанная как отношение мощности излучения атомного диполя к энергии фотона, дается выражением

$$\Gamma_{sc}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_0^3} \left(\frac{\Gamma}{\Delta}\right)^2 I(\mathbf{r}) \quad (3)$$

и уменьшается с ростом отстройки сильнее, чем потенциал. Поэтому длина волны ловушки должна быть сильно отстроена от атомного резонанса в красную область. Естественно, что при учете взаимодействия на обеих линиях D1 и D2 величина Γ/Δ заменяется на

$$\frac{\Gamma}{\Delta} = \frac{\Gamma_{1/2}}{3\Delta_{1/2}} + \frac{2\Gamma_{3/2}}{3\Delta_{3/2}}. \quad (4)$$

Пучок дипольной ловушки с высокой точностью может быть описан как линейно-поляризованная TEM_{00} мода, поэтому пространственное распределение потенциала соответствует профилю гауссового пучка:

$$U_{dip}(r, z) = \frac{U_0}{1 + z^2/z_R^2} \exp\left(-2\frac{r^2}{w^2(z)}\right), \quad (5)$$

где $U_0 = \frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \frac{\Gamma}{\Delta} I_0$, $w(z) = w_0 \sqrt{1 + z^2/z_R^2}$, $z_R = \pi w_0^2/\lambda$ - длина Релея. Величина w_0 далее в тексте называется размером перетяжки пучка или ловушки. Амплитуда интенсивности I_0 связана с полной мощностью пучка P и размером перетяжки w_0 как :

$$I_0 = \frac{2P}{\pi w_0^2} \quad (6)$$

Учитывая, что температура атомов составляет десятки мК, а глубина дипольной ловушки около 1 мК, с высокой точностью потенциал может быть описан выражением для гармонического осциллятора:

$$U_0(r, z) = U_0 + \frac{1}{2}m(\omega_t^2 r^2 + \omega_l^2 z^2), \quad (7)$$

где

$$\omega_t = \sqrt{\frac{4U_0}{mw_0^2}}; \quad \omega_l = \sqrt{\frac{2U_0}{mz_R^2}} \quad (8)$$

При определенной связи скорости загрузки атомов в дипольную ловушку из МОЛ с вероятностями одночастичных и двухчастичных столкновений реализуется так называемый режим столкновительной блокады [29], при котором с почти равной вероятностью в ловушке находится либо один атом, либо ни одного. Наличие такого эффекта связано с образованием связывающих молекулярных термов и подробно исследовано, например, в [30]. Одним из способов проверки одноатомного режима является наблюдение флуоресценции атома в дипольной ловушке, приведенной на Рис.1.

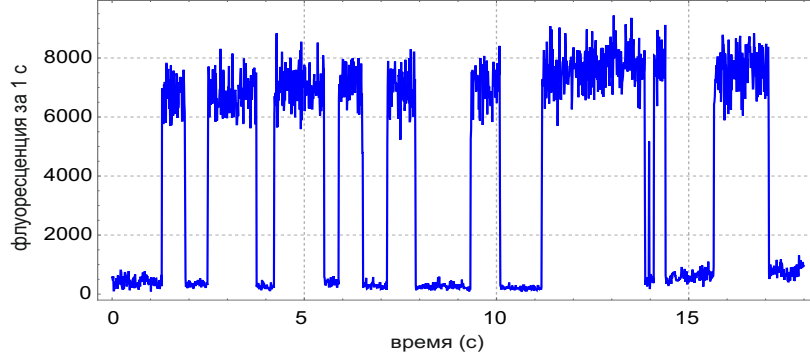


Рис. 1. Флуоресценция одиночного атома в режиме столкновительной блокады. Излучение от атома собирается асферическими линзами и детектируется однофотонным детектором (SPCM). Телеграфный сигнал служит одним из подтверждений одноатомного режима.

2.2 Однокубитные операции

Для создания квантового процессора на основе регистра, описанного ранее, необходимо создать возможность подконтрольного изменения состояния каждого из кубитов и их взаимодействия. Базовым элементом для любого квантового процессора являются однокубитные операции. Физически изменение состояния кубита достигается применением управляющего поля, в случае атомного кубита - радиоволнового или оптического. Математически идеальный однокубитный вентиль представляется унитарным оператором размерности $(2, 2)$, что можно выразить следующей формулой [31, стр. 17]:

$$\begin{bmatrix} \alpha' \\ \beta' \end{bmatrix} = U |\psi\rangle = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$UU^\dagger = U^\dagger U = I \quad (10)$$

Приведем для примера несколько широко используемых гейтов, которые будут экспериментально продемонстрированы в дальнейшем:

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Стоит отметить, что такая простейшая модель не может достоверно описать реальное воздействие управляющих полей и шумов на кубит. Более

удовлетворительной с точки зрения эксперимента оказывается модель с использованием операторов Краусса размерности $(2, 2)$, в которой состояние кубита, описываемого уже матрицей плотности, преобразуется согласно [31, стр. 360]

$$\rho' = \mathcal{E}(\rho) = \sum_{k=1}^r E_k \rho E_k^\dagger \quad (12)$$

$$\sum_{k=1}^r E_k^\dagger E_k = I \quad (13)$$

Число r определяет ранг преобразования. Для $r = 1$ операторное разложение сводится к унитарному преобразованию. В дальнейшем данный подход будет применен для анализа ошибок приготовления и измерения.

Далее будут рассмотрены теоретические модели реализации унитарного однокубитного преобразования с использованием микроволновых переходов в двухуровневой системе и рамановских двухфотонных переходов в трехуровневой системе в лямбда-конфигурации. Описание последующих двух разделов соответствует логике повествования [28, Гл. 5-6].

2.2.1 Радиочастотные гейты

Облучение микроволновым полем на частоте перехода кубита позволяет наблюдать вынужденные переходы между состояниями кубита - так называемые осцилляции Раби. Далее будем пользоваться обозначениями атомной оптики, где основной уровень обозначается как $|g\rangle$, а возбужденный $|e\rangle$. Гамильтониан атомной системы, взаимодействующей с оптическим полем в полуклассическом и дипольном приближениях можно записать как:

$$H = \hbar\omega_0|e\rangle\langle e| - \mathbf{d} \cdot \mathbf{E}, \quad (14)$$

где ω_0 - частота перехода двухуровневой системы, \mathbf{d} - оператор дипольного момента двухуровневого атома, $\mathbf{E} = \mathbf{E}(t)$ - электрическое поле световой волны.

Суть полуклассического приближения состоит в том, что атомная подсистема рассматривается квантово механически, а поле, не проявляющее квантовых свойств в интересующих нас состояниях, классически. Дипольное при-

ближение позволяет нам считать атом много меньшим длины волны света, и поэтому не рассматривать пространственную зависимость поля.

Стандартным методом упрощения гамильтониана (14) является применение приближения вращающейся волны, справедливого при условии $\Delta := \omega - \omega_0 \ll \omega_0$, где ω - частота оптического поля. Такое условие позволяет выбросить из динамики системы быстро осциллирующие члены

$$-\mathbf{d}^{(+)} \cdot \mathbf{E}^{(+)} - \mathbf{d}^{(-)} \cdot \mathbf{E}^{(-)},$$

где индексы \pm отвечают положительной и отрицательной частотной части соответствующих величин.

Помимо этого приближения, для того чтобы убрать из решения задачи свободную динамику атома, удобно перейти во вращающуюся систему отсчета, связанную с частотой поля, следующим унитарным преобразованием

$$U = \exp(i\omega t|e\rangle\langle e|) \quad (15)$$

Тогда итоговый гамильтониан системы запишется как

$$\tilde{H} = U H U^\dagger + i\hbar (\partial_t U) U^\dagger = -\hbar\Delta|e\rangle\langle e| + \frac{\hbar\Omega}{2} (\sigma + \sigma^\dagger) \quad (16)$$

где введены оператор понижения $\sigma = |g\rangle\langle e|$ и оператор увеличения $\sigma^\dagger = |e\rangle\langle g|$, а также частота Раби

$$\Omega = -\frac{\langle g|\hat{\varepsilon} \cdot \mathbf{d}|e\rangle E_0}{\hbar} \quad (17)$$

Решение этой задачи нетрудно получить стандартными методами теории дифференциальных уравнений. Если вектор состояния атомной подсистемы во вращающейся системе выразить как $|\tilde{\psi}\rangle = c_g(t)|g\rangle + \tilde{c}_e(t)|e\rangle$, то зависимость коэффициентов от времени дается

$$\begin{aligned} c_g(t) &= e^{i\Delta t/2} \left[c_g(0) \cos\left(\frac{1}{2}\tilde{\Omega}t\right) - \frac{i}{\tilde{\Omega}} [\Delta c_g(0) + \Omega c_e(0)] \sin\left(\frac{1}{2}\tilde{\Omega}t\right) \right] \\ \tilde{c}_e(t) &= e^{i\Delta t/2} \left[\tilde{c}_e(0) \cos\left(\frac{1}{2}\tilde{\Omega}t\right) + \frac{i}{\tilde{\Omega}} [\Delta \tilde{c}_e(0) - \Omega c_g(0)] \sin\left(\frac{1}{2}\tilde{\Omega}t\right) \right] \end{aligned} \quad (18)$$

где введена обобщенная частота Раби $\tilde{\Omega} := \sqrt{\Omega^2 + \Delta^2}$. Амплитуды вероятности колеблются на обобщенной частоте Раби, подтверждая наличие в системе осцилляций Раби.

Рассмотрим наиболее простую и важную с практической точки зрения ситуацию $c_g(0) = 0$. Для амплитуды и вероятности возбужденного уровня тогда имеем

$$\tilde{c}_e(t) = -ie^{i\Delta t/2} \frac{\Omega}{\tilde{\Omega}} \sin\left(\frac{1}{2}\tilde{\Omega}t\right). \quad (19)$$

$$P_e(t) = \frac{\Omega^2}{\tilde{\Omega}^2} \sin^2\left(\frac{1}{2}\tilde{\Omega}t\right) = \frac{\Omega^2}{\tilde{\Omega}^2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos\tilde{\Omega}t\right) \quad (20)$$

Из формулы (20) видно, что населенность для простейшего резонансного случая, то есть по смыслу z компонента вектора Блоха, совершает периодическое движение с частотой Ω . Варьируя время взаимодействия t , можно получить любую необходимую z компоненту вектора Блоха. На сфере Блоха такая эволюция приводит к вращению вокруг оси X . Можно рассмотреть более общий случай комплексной частоты Раби с фазой, контролируемой фазой управляющего поля. В случае резонансного взаимодействия гамильтониан системы можно представить как

$$\tilde{H} = \frac{\hbar\Omega}{2} (\sigma e^{i\phi} + \sigma^\dagger e^{-i\phi}) \quad (21)$$

При $\phi = 0$ получаем уже рассмотренный ранее случай гамильтониана, пропорционального σ_x матрице Паули, с оператором эволюции $U = e^{-i\frac{\Omega}{2}t\sigma_x}$, задающим вращение вокруг оси X . При $\phi = \pi/2$ получим $\tilde{H} = -\frac{\hbar\Omega}{2}\sigma_z$, обеспечивающим вращение вокруг оси Y . Аналогичным образом при любой другой фазе получим вращение вокруг произвольной оси на экваторе сферы, поэтому, подбирая необходимые времена взаимодействия и фазу частоты Раби, легко получить произвольное состояние кубита. На самом деле, для произвольного вращения на сфере Блоха достаточно двух фаз управляющего поля, например $\phi = 0, \pi/2$, поскольку известно представление произвольного однокубитного оператора через x и y вращения:

$$U = R_x(\alpha)R_y(\beta)R_x(\gamma)e^{i\delta} \quad (22)$$

Важным обобщением для двухуровневой системы является включение в эволюцию механизмов декогеренции. Наиболее фундаментальный механизм релаксации - взаимодействие атомной системы с вакуумными модами поля. Гамильтониан невзаимодействующих полевой и атомной системы записывается следующим образом:

$$H_0 = \hbar\omega_0|e\rangle\langle e| + \sum_{\mathbf{k},\zeta} \hbar\omega_{\mathbf{k}} \left(a_{\mathbf{k},\zeta}^\dagger a_{\mathbf{k},\zeta} + \frac{1}{2} \right), \quad (23)$$

где $a_{\mathbf{k},\zeta}$ - полевой оператор уничтожения в моде с волновым вектором \mathbf{k} и поляризацией ζ .

Гамильтониан взаимодействия в дипольном приближении можно записать как

$$H_{\text{AF}} = - \sum_{\mathbf{k},\zeta} \sqrt{\frac{\hbar\omega_{\mathbf{k}}}{2\epsilon_0}} (\sigma + \sigma^\dagger) \mathbf{d}_{\text{ge}} \cdot \left(\mathbf{f}_{\mathbf{k},\zeta}(\mathbf{r}) a_{\mathbf{k},\zeta} + \mathbf{f}_{\mathbf{k},\zeta}^*(\mathbf{r}) a_{\mathbf{k},\zeta}^\dagger \right), \quad (24)$$

где $\mathbf{f}_{\mathbf{k},\zeta}(\mathbf{r})$ - пространственные моды свободного поля. Вайскопф и Вигнер в [32] показали, что уравнение на амплитуду возбужденного состояния атома в такой задаче можно привести к виду

$$\partial_t \tilde{c}_e = -\frac{\Gamma}{2} \tilde{c}_e, \quad (25)$$

где $\Gamma := \frac{\omega_0^3 a_{\text{ge}}^2}{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3}$ - скорость распада. Вспоминая, что для чистого состояния элементы матрицы плотности связаны с амплитудами состояний простыми соотношениями $\rho_{ee} = \tilde{c}_e * \tilde{c}_e^*$, $\rho_{ge} = \tilde{c}_g * \tilde{c}_e^*$, и обобщая результат для произвольных состояний, приходим к следующей системе уравнений на элементы матрицы плотности:

$$\begin{aligned} \partial_t \rho_{ee} &= i\frac{\Omega}{2} (\tilde{\rho}_{eg} - \tilde{\rho}_{ge}) - \Gamma \rho_{ee} \\ \partial_t \rho_{gg} &= -i\frac{\Omega}{2} (\tilde{\rho}_{eg} - \tilde{\rho}_{ge}) + \Gamma \rho_{ee} \\ \partial_t \tilde{\rho}_{ge} &= -\left(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta\right) \tilde{\rho}_{ge} - i\frac{\Omega}{2} (\rho_{ee} - \rho_{gg}) \\ \partial_t \tilde{\rho}_{eg} &= -\left(\frac{\Gamma}{2} - i\Delta\right) \tilde{\rho}_{eg} + i\frac{\Omega}{2} (\rho_{ee} - \rho_{gg}) \end{aligned} \quad (26)$$

При учете других механизмов декогеренции, связанных, например, с тепловым движением атомов или флуктуациями фазы и интенсивности ла-

зеров, величины Γ и $\frac{\Gamma}{2}$ необходимо заменить на продольную и поперечную скорость релаксаций γ_{\parallel} и γ_{\perp} , однако важно помнить, что приведенные здесь величины являются нижней границей для декогеренции атома в произвольных условиях.

В общем случае обобщение уравнений (24) имеет аналитическое решение, известное как решение Торри [33]. Ввиду сложности записи этого решения приведем здесь решения для резонансного случая и минимальных значений скоростей релаксаций

$$P_e(t) = \frac{\Omega^2/2}{\Omega^2 + \Gamma^2/2} \left[1 - e^{-(3\Gamma/4)t} \left(\cos \Omega_{\Gamma} t + \frac{3\Gamma}{4\Omega_{\Gamma}} \sin \Omega_{\Gamma} t \right) \right], \quad (27)$$

где $\Omega_{\Gamma} := \sqrt{\Omega^2 - \left(\frac{\Gamma}{4}\right)^2}$. Данная зависимость представляет собой затухающие осцилляции Раби, модель которых будет использована для обработки экспериментальных данных далее.

2.2.2 Рамановские гейты

Другим способом возбуждения вынужденных переходов между состояниями кубита является применение двухчастотного оптического поля в лямбда (Λ -)системе. Λ -система представляет собой модель трёхуровневого атома, в которой имеется два близлежащих уровня, каждый из которых связан с третьим достаточно удаленным уровнем оптическим каналом. Вид такой системы приведен на Рис.2.

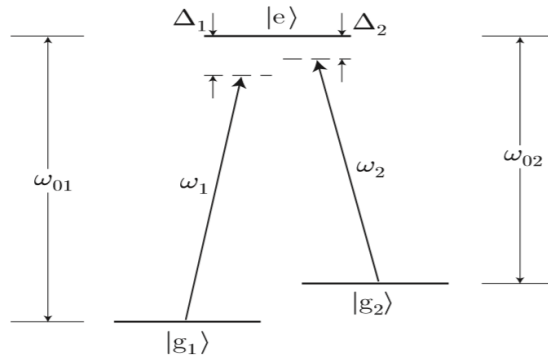


Рис. 2. Схема уровней и оптических каналов Λ -системы

Нижние состояния обозначим как $|g_1\rangle$ и $|g_2\rangle$, также будем считать, что

между ними нету канала распада населенностей, поскольку соответствующий матричный элемент перехода в дипольном электрическом приближении отсутствует, а величина матричных элементов операторов переходов в следующих порядках намного меньше, чем матричный элемент дипольного оператора между основными и возбужденным $|e\rangle$ уровнем.

Построение гамильтониана невозмущенной системы и гамильтониана взаимодействия совершенно аналогично тому, как это было сделано для двухуровневой системы, с той лишь разницей, что для корректного упрощения системы будем рассматривать так же пространственную зависимость оптических полей, а также удержим член кинетической энергии атома.

Дальнейшие преобразования тоже повторяют последовательность действий предыдущего параграфа. Переход во вращающуюся систему координат для рассматриваемой системы может быть осуществлен унитарным оператором

$$U = \exp(-i\omega_1 t |g_1\rangle\langle g_1| - i\omega_2 t |g_2\rangle\langle g_2|) \quad (28)$$

И приводит к следующему гамильтониану задачи

$$\tilde{H} = \frac{p^2}{2m} + \hbar\Delta_1 |g_1\rangle\langle g_1| + \hbar\Delta_2 |g_2\rangle\langle g_2| + \quad (29)$$

$$\frac{\hbar\Omega_1}{2} \left(\sigma_1 e^{-i\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}} + \sigma_1^\dagger e^{i\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}} \right) + \frac{\hbar\Omega_2}{2} \left(\sigma_2 e^{-i\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}} + \sigma_2^\dagger e^{i\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}} \right)$$

Здесь $\sigma_\alpha := |g_\alpha\rangle\langle e|$. Будем считать далее, что $\Delta_\alpha \gg \Gamma$, поэтому не будем учитывать спонтанные переходы в динамике амплитуд состояний. Можно показать, что адиабатическое исключение эволюции возбужденного уровня $|e\rangle$ приводит к усреднению динамики на частоте $\Delta := (\Delta_1 + \Delta_2)/2$, на практике много большей по модулю, чем Γ , соответствующей наибольшему порядку частот в этой задаче. В таком случае подсистема описывается уже понятным по виду гамильтонианом эффективной двухуровневой системы

$$\begin{aligned} \tilde{H}_R = & \frac{p^2}{2m} + \hbar(\Delta_1 + \omega_{AC1}) |g_1\rangle\langle g_1| + \hbar(\Delta_2 + \omega_{AC2}) |g_2\rangle\langle g_2| \\ & + \frac{\hbar\Omega_R}{2} \left(\sigma_R e^{i(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) \cdot \mathbf{r}} + \sigma_R^\dagger e^{i(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r}} \right), \end{aligned} \quad (30)$$

где введена двухфотонная частота Раби, определяющая частоту осцилляций между основными уровнями

$$\Omega_R := \frac{\Omega_1 \Omega_2}{2\Delta} \quad (31)$$

и штарковские сдвиги энергий уровней от взаимодействия с возбужденным уровнем

$$\omega_{AC\alpha} := \frac{\Omega_\alpha^2}{4\Delta} \quad (32)$$

Таким образом, бигармоническое поле в трехуровневой системе позволяет при определенных условиях свести динамику системы к рассмотрению двухуровневой подсистемы, уровни которой соответствуют логическим уровням кубита. Преимуществом данного подхода, как будет видно далее, являются увеличение частоты Раби по сравнению с микроволновыми переходами, в качестве недостатка можно выделить более сложную экспериментальную установку и зависимость качества операций от большего числа параметров.

2.3 Механизмы декогеренции

Как уже было отмечено во введении, когерентность кубита является одной из его важнейших характеристик. Заметим, что для атомных кубитов время затухания когерентностей значительно меньше, чем время распада населенностей, поэтому основной акцент при анализе и попытках усовершенствования будет поставлен именно на поперечную релаксацию. В оптике и спектроскопии [34] процессы уширения линий и релаксации обычно разделяют на однородные и неоднородные. Процессы однородного уширения названы так потому, что все атомы испытывают одну и ту же величину сдвига частоты, в неоднородных же разные. Обычно в эксперименте присутствуют и те, и другие, поэтому скорость поперечной релаксации складывается из обратных времен релаксаций, связанных с однородными и неоднородными процессами соответственно как

$$1/T_2 = 1/T_2' + 1/T_2^* \quad (33)$$

В общем случае анализ механизмов декогеренции атома при наличии

различных полей - сложная квантовомеханическая задача. Однако качественный анализ экспериментальных данных может быть произведен на основе простейшей модели [35], базирующейся на классической функции распределения атома в дипольной ловушке по энергиям, которая, как было экспериментально показано в [36], соответствует распределению Больцмана:

$$p(E) = \frac{E^2}{2(k_{\text{B}}T)^3} \exp\left(-\frac{E}{k_{\text{B}}T}\right), \quad (34)$$

где энергия соответствует сумме потенциальной и кинетической, а множитель перед экспонентой связан с плотностью состояний в гармоническом осцилляторе. По теореме вириала для гармонического осциллятора, в приближении которого мы почти всегда рассматриваем дипольную ловушку, средняя потенциальная энергия составляет половину от полной $U = E/2$.

При всем многообразии механизмов релаксации основным фактором, позволяющим увидеть в эксперименте затухание когерентностей является наличие так называемого дифференциального сдвига. Связан он прежде всего с тем, что отстройки уровней кубита от лазера дипольной ловушки отличаются на величину сверхтонкого расщепления ω_{hfs} :

$$\hbar\delta_0 = U_0(\Delta_{\text{eff}}) - U_0(\Delta_{\text{eff}} + \omega_{\text{hfs}}) \quad (35)$$

В приближении $\omega_{\text{hfs}} \ll \Delta_{\text{eff}}$, справедливым для рассматриваемого кубита ($\omega_{\text{hfs}} \approx 6.834$ ГГц, $\Delta_{\text{eff}} \approx 30$ ТГц),

$$\hbar\delta_0 = \eta U_0 \quad (36)$$

с параметром малости $\eta := \omega_{\text{hfs}}/\Delta_{\text{eff}}$. Поэтому зависимость дифференциального сдвига от полной энергии атома можно записать как

$$\delta(E) = \delta_0 + \frac{\eta E}{2\hbar}, \quad (37)$$

где $\delta_0 < 0$ - минимальное значение дифференциального сдвига. Для распределения отстройки тогда нетрудно получить следующее выражение:

$$\tilde{p}(\delta) = \frac{K^3}{2} (\delta - \delta_0)^2 \exp(-K(\delta - \delta_0)) \quad (38)$$

Параметр $K := \frac{2\hbar}{\eta k_{\text{B}}T}$. Как мы увидим далее, именно отличие этого распреде-

ления от δ -образного и приводит к затуханию когерентностей.

2.3.1 Интерферометрия Рамзи

Эксперимент по измерению поперечной релаксации состоит из двух последовательных $\pi/2$ -импульсов, разделенных варьируемой временной задержкой. В модели кубита без релаксации такой эксперимент приводит к осцилляциям населенностей на частоте отстройки от резонанса. Однако при учете продольной релаксации видность измеряемого сигнала падает с увеличением задержки, что напрямую связано с распадом когерентностей. Зависимость населенностей от времени задержки проще всего получить в формализме компонент вектора Блоха $\boldsymbol{\sigma} = \{\langle\sigma_x\rangle, \langle\sigma_y\rangle, \langle\sigma_z\rangle\}$. Тогда, если вспомнить, что $\pi/2$ -импульс преобразует вектор Блоха как

$$R_x(\pi/2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (39)$$

а свободной эволюции соответствует оператор

$$U_{\text{free}} = \begin{pmatrix} \cos(\delta't) & \sin(\delta't) & 0 \\ -\sin(\delta't) & \cos(\delta't) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (40)$$

где $\delta' := \omega - \omega_0 =$ - отстройка от резонанса, то для последовательности в схеме Рамзи получим

$$U_R(\delta', t) = R_x(\pi/2)U_{\text{free}}(t, \delta')R_x(\pi/2) \quad (41)$$

Будем считать, что интерференционная картина полностью определяется средней дифференциальной отстройкой, что, конечно, верно только в полуклассическом приближении, где атом двигается по вполне определенной траектории, отчего высшие моменты не дают вклада в измеряемый сигнал. Поэтому наблюдаемые величины будем выражать через среднее по распределению. Для z компоненты вектора Блоха с учетом (39) запишем

$$\langle\sigma_z(t)\rangle_R = \int_{\delta_0}^{\infty} p(\delta) \cos((\delta + \delta')t) d\delta \quad (42)$$

Отстройка $\delta' = \delta_{synth} - \delta_0$, где δ_{synth} - отстройка радиочастотного поля от вакуумного резонанса. Отсюда видно, что форма сигнала Рамзи определяется косинусной компонентной Фурье преобразования. Выполнив интегрирование, получим

$$\langle \sigma_z(t) \rangle_R = \alpha(t, T_2^*) \cos[\delta' t + \kappa(t, T_2^*)], \quad (43)$$

где коэффициенты определены следующим образом:

$$\alpha(t, T_2^*) = \frac{K^3}{(K^2 + t^2)^{3/2}}, \quad (44)$$

$$\kappa(t, T_2^*) = \text{Arctg}\left(\frac{t^3 - 3K^2 t}{K^3 - 3K t^2}\right), \quad (45)$$

Несмотря на неэкспоненциальное затухание, введем время затухания амплитуда $\alpha(t, T_2^*)$ в e раз: $T_2^* = \sqrt{e^{2/3} - 1} K \approx 0.97 \frac{2\hbar}{\eta_{k_B T}}$. Время затухания интерференционной картины определяет релаксацию, связанную именно с неоднородным уширением, поскольку, как будет видно при сравнении экспериментов в схемах Рамзи и эхо, оно значительно меньше времени T_2' .

Отметим, что в эксперименте измеряется населенность возбужденного уровня кубита, связанного с z компонентой простым соотношением

$$P_{|1\rangle} = \frac{1 + \langle \sigma_z \rangle}{2} \quad (46)$$

В качестве недостатка приведенной модели можно выделить приближение, в котором π -импульсы не сопровождаются одновременной релаксацией и считаются «идеальными». Такое упрощение справедливо только при условии $T_{\pi/2} \ll T_2^*$, выполненного для наших параметров экспериментальной установки довольно посредственно. Однако включение дополнительной декогеренции не позволило бы нам получить аналитические формулы для качественного описания эффекта затухающих осцилляций Рамзи.

2.3.2 Схема эхо

Одним из способов, позволяющим нивелировать эффект неоднородного уширения в схеме Рамзи и, следовательно, измерить время однородного уширения, является метод спинового эхо, впервые обнаруженный при исследовании

довании ядерного магнитного резонанса [37]. Суть этого метода проще всего понять, изображая динамику атомного кубита на сфере Блоха (Рис.3). Первоначально атом приготавливается в состояние $|g\rangle$, соответствующее нижнему полюсу на сфере. Затем, как и в предшествующем эксперименте Рамзи атом переводится в равновесную суперпозицию $\pi/2$ -импульсом. После этого следует задержка с варьируемой длительностью. В результате этой задержки атомы, подверженные неоднородному уширению, двигаются по экватору сферы с разными угловыми скоростями, и образуют «веер». Ключевой шаг этого эксперимента - применение π -импульса, реализующего для данного протокола обращение времени, поскольку вектора с большей угловой скоростью оказываются отстающими и наоборот. Поэтому через время задержки, равное первоначальному, происходит схлопывание векторов в один. Таким образом, неоднородное уширение оказывается подавленным. Увеличивая одинаковым образом времена первой и второй задержки, мы можем наблюдать затухание когерентностей из-за механизмов однородного уширения.

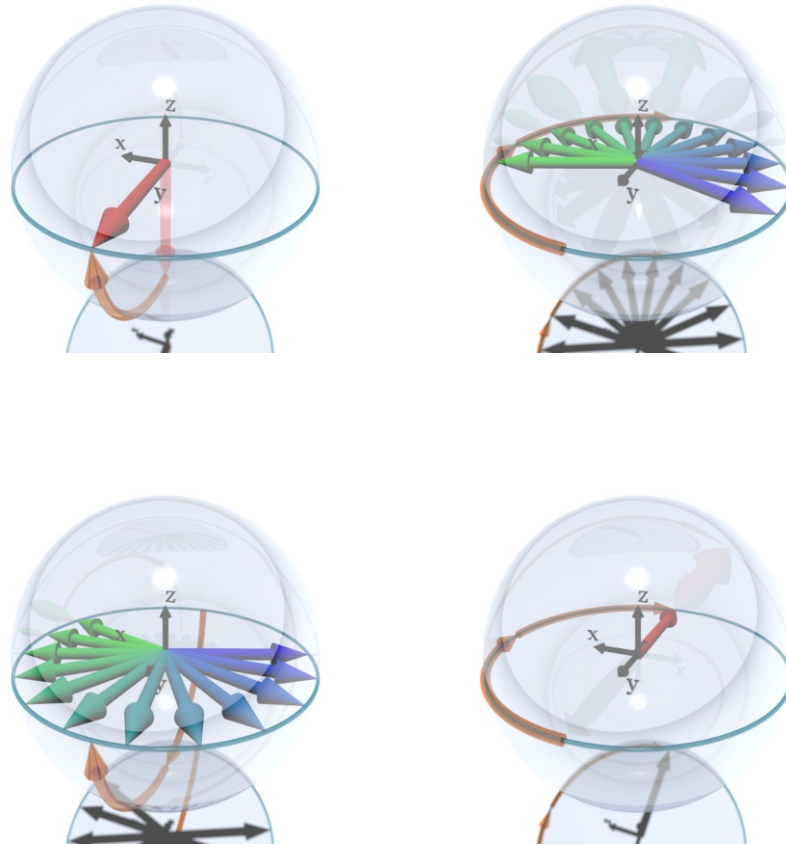


Рис. 3. Динамика кубита на сфере Блоха в схеме спинового эха. Состояние на левом верхнем рисунке соответствует равновесной суперпозиции. Далее на верхнем правом рисунке атом подвергается неоднородной декогеренции, в результате чего состояние оказывается «размазанными» по экватору. Синие вектора соответствуют атомам с большей угловой скоростью, зеленые - с меньшей. Состояние на левой нижней сфере инвертировано π -импульсом, за счет чего после фиксированной задержки, равной первоначальной, все вектора сходятся в один. Изображения взяты из [28, Гл. 5]

Для анализа спинового эха и сравнения результатов с предыдущим параграфом, протокол эха удобнее несколько изменить. Время первой задержки будем варьировать в пределах $[t_\pi, T]$, где T - максимальное время задержки, а вторую задержку зафиксируем во времени $t_2 = t_\pi$. В этом случае зависимость населённостей от времени первой задержки будет снова содержать набивку на частоте отстройки от резонанса. Аналитически для преобразования эхо имеем

$$U_{echo}(\delta', t) = R_x(\pi/2)U_{free}(t - t_\pi, \delta')R_x(\pi)U_{free}(t_\pi, \delta')R_x(\pi/2), \quad (47)$$

где инверсии π -импульсом соответствует

$$R_x(\pi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (48)$$

Для такого эксперимента импульсов справедливы те же рассуждения для описания наблюдаемых посредством средних по распределению, что и в схеме Рамзи. Поэтому с учетом (45), для $\langle \sigma_z \rangle$ получим

$$\langle \sigma_z(t) \rangle_{echo} = \int_{\delta_0}^{\infty} p(\delta) \cos((\delta + \delta')(t - 2t_\pi)) d\delta \quad (49)$$

Аналогичным (41) образом получаем

$$\langle \sigma_z(t) \rangle_R = \alpha(t - 2t_\pi) \cos[\delta'(t - 2t_\pi) + \kappa(t - 2t_\pi)], \quad (50)$$

с коэффициентами, определенными по-прежнему (42), (43). Видно, что при $t = 2t_\pi$, то есть при равенстве времен задержек, сигнал достигает максимального значения, как и предсказывает качественное описание эффекта.

2.4 Методы борьбы с декогеренцией

Для решения одной из основных проблем квантовых вычислений на атомном регистре - существенной поперечной релаксации, обусловленной, главным образом, тепловым движением атомов, на данном этапе анализа можно выделить два подхода. Первый - уменьшение температуры атома, так как сужение функции распределения по энергиям приводит асимптотически к полному восстановлению видности в интерференционной картине Рамзи (40). Второй, менее очевидный, состоит в принципиальном изменении характера связи отстройки с энергией атома (35). В идеальном случае эти два параметра необходимо отвязать друг от друга, тогда при фиксированной отстройке с δ -образным распределением неоднородное уширение никак не влияет на эволюцию системы. Следующие два подраздела работы посвящены

обзору методов, позволяющих реализовать каждый из подходов.

2.4.1 Магические ловушки

Везде в предыдущих рассуждениях предполагалась линейная связь дифференциального сдвига с глубиной ловушки, которая обеспечивается малостью параметра η . Более детальное рассмотрение взаимодействия атома с оптическими и магнитными полями [38] показывает, что дифференциальный сдвиг зависит как от поляризации ловушки, так и от величины магнитного поля

$$\hbar\delta_0 = \eta_1 U_0 + \eta_2 B U_0 + \eta_4 U_0^2, \quad (51)$$

где параметры η_i определены как

$$\eta_1 = \frac{\alpha_{F=2}(\omega) - \alpha_{F=1}(\omega)}{\alpha_{5s}(\omega)}, \quad (52)$$

$$\eta_2 = -\frac{2(A)\mu_B\alpha_{5s}^a(\omega)}{\hbar\omega_{\text{HFS}}\alpha_{ss}(\omega)}, \quad (53)$$

$$\eta_4 = \left(\frac{A^2}{2\omega_{\text{HFS}}}\right) \left(\frac{\alpha_{5s}^a(\omega)}{\alpha_{5s}(\omega)}\right)^2. \quad (54)$$

Величины α представляют собой динамические поляризуемости, определяемые как коэффициенты в квадратичной связи напряженности поля и потенциала $U_0 = -\alpha_{5s}(\omega)\frac{\varepsilon^2}{2}$, параметр A отвечает за поляризацию ловушки, для линейной ловушки он равен нулю, а для ортогональных циркулярных поляризаций ± 1 .

Из (49) не трудно получить условие, при котором в линейном приближении сдвиг не зависит от глубины дипольной ловушки:

$$U_M = -\frac{\eta_1 + \eta_2 B}{\eta_4} \quad (55)$$

Соответствующая глубина ловушки называется магической по аналогии с магической длиной волны [39]. При данной глубине экспериментально [10] наблюдается значительный рост времени T_2 , его значения превышают 0.2 с.

2.4.2 Серые ловушки

Одним из удобных для реализации в данной работе субдодеровских механизмов охлаждения является метод охлаждения серыми ловушками или серыми патоками. Этот метод известен уже давно [40], однако в недавнее время его популярность вновь возросла [41]. Название эффекта связано с тем, что в результате охлаждения атом приготавливается в состоянии, рассеивающие не так много фотонов, как, например, в замкнутых переходах, но и не так мало, как в темных состояниях, полностью отвязанных от поля. Такая конфигурация приводит к наличию канала передачи энергии от атома, но не такого мощного, чтобы сам процесс передачи нагревал атом. Соответствующий анализ может быть проведен на основе расчета скорости рассеяния фотонов в различных суперпозиционных состояниях [41]. Поскольку в этом подходе трудно получить какие-либо количественные предсказания, далее пользоваться им не будем.

Рассмотрим этот эффект в модели Λ -системы, уже определенной ранее при обзоре рамановских гейтов. Для понимания эффекта будем использовать Рис.4. Пусть оба световых поля в Λ -схеме отстроены в синюю область и образуют стоячие волны с некоторым пространственным сдвигом, для простоты равным $\pi/2$. Разность длин волн $\Delta\lambda \ll \lambda_i$ с высокой точностью, поэтому можно не учитывать ее при описании. Штарковские сдвиги, определенные как (2) или (30), для синих пучков будут положительны для каждого из подуровней. Допустим, что в начальный момент атом находится в местоположении $\lambda/4$ со скоростью, направленной вправо на Рис.4. Поскольку мощность ω_2 в этой точке максимальна, то за счёт эффекта оптической накачки [42] атом перейдет в состояние $|1\rangle$. Далее, двигаясь по потенциальной кривой вверх, он будет терять кинетическую энергию, пока в вершине не перейдет в состояние $|2\rangle$ за счет максимальной мощности пучка ω_2 . При этом потенциальная энергия, которую он набрал при подъеме покинет систему в виде рассеянного фотона. Описанный процесс многократно повторяется до момента, пока атом не потеряет значительную часть энергии, и поэтому называется сизифовым охлаждением. Стоит заметить, что в ситуации, когда оба пучка отстроены в красную область, рассмотренный механизм приводит к нагреванию атомов. Рассмотренная картина сизифового охлаждения накладывает ограничения на мощности охлаждающих пучков, поскольку оптимальное время перекачки

между подуровнями должно быть равно времени пролёта атомом от вершины одного из пучков до вершины другого.

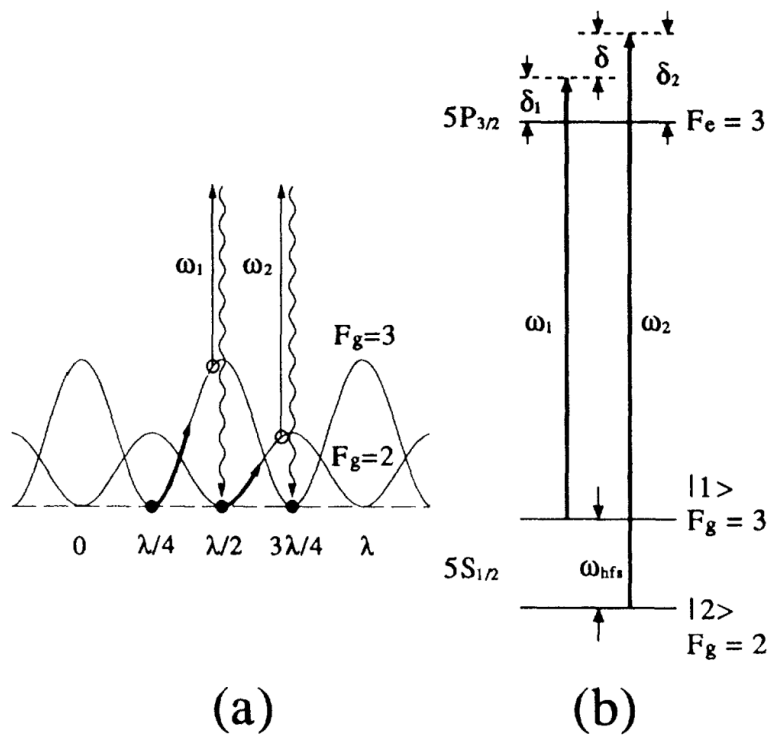


Рис. 4. Картина сизифова охлаждения для ^{85}Rb . На рисунке (а) изображена пространственная зависимость штарковского сдвига каждого из сверхтонких подуровней, предполагается, что стоячие волны пространственно находятся в противофазе. В точках максимальной интенсивности ω_2 ($\lambda/4, 3\lambda/4$) атом накачивается в состояние $|1\rangle$ и наоборот. На рисунке (б) изображена схема уровней и оптических каналов для ^{85}Rb с учетом сверхтонких подуровней основного состояния и возбужденного $5^2P_{3/2}$ состояния. Изображения взяты из [40].

Оказывается, что предложенное объяснение, как и соответствующее математическое описание [43] соответствует случаю малых мощностей охлаждающих пучков. Наиболее полное описание механизма серых ловушек может быть проведено при помощи метода цепных матриц [44]. Изложение далее повторяет основные идеи [45]. В одномерном случае элементы матрицы плотности с учетом всех приближений, рассмотренных для двухуровневой систе-

мы ранее, удовлетворяют следующим уравнениям Блоха:

$$\begin{aligned}
i\frac{d}{dt}\rho_{11} &= i\gamma_1\rho_{33} - \frac{\Omega_1}{2}(\rho_{31} - \rho_{13})\cos(kz), \\
i\frac{d}{dt}\rho_{22} &= i\gamma_2\rho_{33} - \frac{\Omega_2}{2}(\rho_{32} - \rho_{23})\cos(kz + \varphi), \\
i\frac{d}{dt}\rho_{13} &= -i\gamma\rho_{13} + \Delta_1\rho_{13} - \frac{\Omega_1}{2}(\rho_{33} - \rho_{11})\cos(kz) \\
&\quad + \frac{\Omega_2}{2}\rho_{12}\cos(kz + \varphi), \\
i\frac{d}{dt}\rho_{23} &= -i\gamma\rho_{23} + \Delta_2\rho_{23} - \frac{\Omega_2}{2}(\rho_{33} - \rho_{22}) \\
&\quad \times \cos(kz + \varphi) + \frac{\Omega_1}{2}\rho_{21}\cos(kz), \\
i\frac{d}{dt}\rho_{12} &= -i\Gamma\rho_{12} + (\Delta_1 - \Delta_2)\rho_{12} - \frac{\Omega_1}{2}\rho_{32}\cos(kz) \\
&\quad + \frac{\Omega_2}{2}\rho_{13}\cos(kz + \varphi),
\end{aligned} \tag{56}$$

где $\Omega_i, \Delta_i, \gamma_i$ - частоты Раби, отстройки и скорости распадов соответствующих переходов, k, γ - средние волновое число и скорость распада. В эволюцию не включен распад состояния $|2\rangle$, однако присутствует релаксация когерентностей между основными подуровнями Γ . Оптические уравнения Блоха - хорошо изученный [46] и понятный инструмент исследования атомных систем. Численное интегрирование таких систем не представляет труда при одинаковых порядках входящих в него членов, а при большом их различии обычно производится адиабатическое исключение быстро осциллирующих переменных в том же виде, как и ранее для трёхуровневой системы. Не трудно заметить, что основную трудность в данной задаче представляет наличие пространственной переменной. Одним из способов решения этой проблемы является ее квантование, как, например, в [47]. Этот подход сопряжен со значительными вычислительными трудностями, поэтому поступим по-другому.

Вместо полной производной введем гидродинамическую производную:

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v\frac{\partial}{\partial z} \tag{57}$$

Оправданность классического описания движения связана с малостью энергии отдачи $\hbar^2 k^2/2M$ по сравнению с естественной шириной линии $\hbar\gamma$. Экспериментально это условие обусловлено высокой температурой атомов.

Будем считать, что после времени взаимодействия порядка Δ/Ω^2 матрица затухает к своему равновесному значению, поэтому частные производные по времени не будем учитывать. В связи с периодичностью задачи удобно перейти в частотное пространство преобразованием Фурье для населенностей и когерентностей:

$$\begin{aligned}\beta_m &\equiv (\rho_{zz} - \rho_{mm}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \beta_m^n \exp(inkz) \\ \rho_{lj} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \rho_{lj}^n \exp(inkz)\end{aligned}\tag{58}$$

Тогда нетрудными, но громоздкими алгебраическими вычислениями можно привести систему (54) к виду:

$$C_n \mathbf{x}_{n+2} + A_n \mathbf{x}_n + B_n \mathbf{x}_{n-2} = \gamma \delta_{n,0},\tag{59}$$

где

$$\mathbf{x}_n = \begin{bmatrix} \beta_1^n \\ \beta_2^n \\ \rho_{12}^n \\ \rho_{21}^n \end{bmatrix}, \quad \gamma = \begin{bmatrix} i\Gamma_1 \\ i\Gamma_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\tag{60}$$

в которых $\Gamma_1 = (2\gamma_1 + \gamma_2)/3$, $\Gamma_2 = (\gamma_1 + 2\gamma_2)/3$.

Решения (59) могут выражены с использованием цепных матриц [44] (см. Приложение).

Итоговой целью приведенного здесь анализа является нахождение температуры охлаждения. Сравнение стационарного решения уравнения Фоккера-Планка в предположении, что коэффициент диффузии не зависит от скорости и основной вклад в замедляющую силу дается линейным по скорости членом, с распределением Максвелла [21, стр. 66] дает простую формулу для температуры:

$$T = \frac{D}{k_B \beta},\tag{61}$$

где D - коэффициент диффузии, β - коэффициент пропорциональности в связи силы со скоростью. Для нашей задачи матрица плотности, как и все

функции от ее элементов, зависят от координаты, поэтому в выражении (59) оба коэффициента должны быть усреднены по координате.

Замедляющую силу можно найти взятием производной от гамильтониана по аналогии с тем, как это сделано для двухуровневого атома [28, стр. 231]

$$F = -\hbar k [g_1 (\rho_{31} + \rho_{13}) \sin(kz) + g_2 (\rho_{32} + \rho_{23}) \times \sin(kz + \varphi)] \quad (62)$$

Подробности нахождения коэффициента диффузии связаны с приближением матрицы плотности разложением Боголюбова и описаны в Приложении.

Таким образом, приведенный анализ позволяет найти температуры охлаждения атома при произвольных значениях всех параметров, и этим выгодно отличается от всех остальных методов. Результат численных расчетов и их анализ будет приведен в оригинальной части.

3 Оригинальная часть

3.1 Экспериментальная установка

3.1.1 Базовая установка

Установка для захвата одиночных атомов ^{87}Rb изображена на Рис.5. Источником рубидия служит диспенсер, расположенный в в сверхвысоковакуумной камере (давление 10^{-11} - 10^{-10} мбар), пропускание тока через него приводит к нагреванию и эмиссии рубидия. Локализация в облако размером ≈ 250 мкм и охлаждение атомов осуществляется 3 парами циркулярно поляризованных пучков МОЛ на D2 линии на замкнутом переходе $|F = 2, m_f = -2\rangle \rightarrow |F' = 3, m'_f = -3\rangle$ с отстройкой, приблизительно равной $2\Gamma \approx 12$ МГц и мощностью около 30 мкВт на каждый пучок. Помимо этого для формирования МОЛ используются катушки анти-Гельмгольца, создающие градиент магнитного поля величиной 4.4 Гаусс/см на 1 А тока в катушках (в обычном режиме работы ток составляет около 2.5 А). Несмотря на замкнутость перехода охлаждения существует ненулевая вероятность нерезонансного рассеяния через уровень $|5^2\text{P}_{3/2}, F' = 2, m'_f = -2\rangle$, приводящего к распаду атома

на подуровень $F = 1$ основного уровня. Поэтому для возвращения атома в цикл охлаждения используется циркулярный резонансно настроенный лазер перекачки на D1 линии на переходе $|F = 1, m_f = -1\rangle \rightarrow |F' = 2, m'_f = -2\rangle$ с суммарной мощностью около 20 мкВт. Лазер перекачки подмешивается на волоконном светоделителе к охлаждающему лазеру, поэтому пространственно они совпадают.

Захват атомов в ловушку осуществляется дипольным лазером на длине волны 852 нм, в вакуумной камере он проходит через асферическую линзу с NA=0.77 и f=3.1 мм, фокусируясь в перетяжку с размером $w_0 \approx 1.4$ мкм. Мощность, необходимая для захвата одного атома варьируется от 4 до 7 мВт, соответствующая глубина потенциала составляет около 1 мК. Для таких параметров дипольной ловушки и МОЛ реализуется режим столкновительной блокады.

Флуоресценция атомов в дипольной ловушке собирается теми же асферическими линзами и детектируется в отраженном канале с помощью счетчика фотонов на основе лавинного фотодиода (SPCM). Уровень сигнала позволяет установить наличие атома в ловушке, а также интенсивность переходов в нем.

Для считывания состояния кубита используется выбивающий лазер, сфокусированный в перетяжку дипольного пучка теми же линзами. Будучи резонансно настроенным на D2 линию на переход $|F = 2, m_f = 2\rangle \rightarrow |F' = 3, m'_f = 3\rangle$ и обладая мощностью $\simeq 10$ -100 нВт, такой лазер за $\simeq 4$ мс выбивает атом из ловушки, если тот находится в состоянии $F = 2$, и не выбивает из состояния $F = 1$. Стоит отметить, что такой способ детектирования не позволяет определить зеемановский подуровень атома.

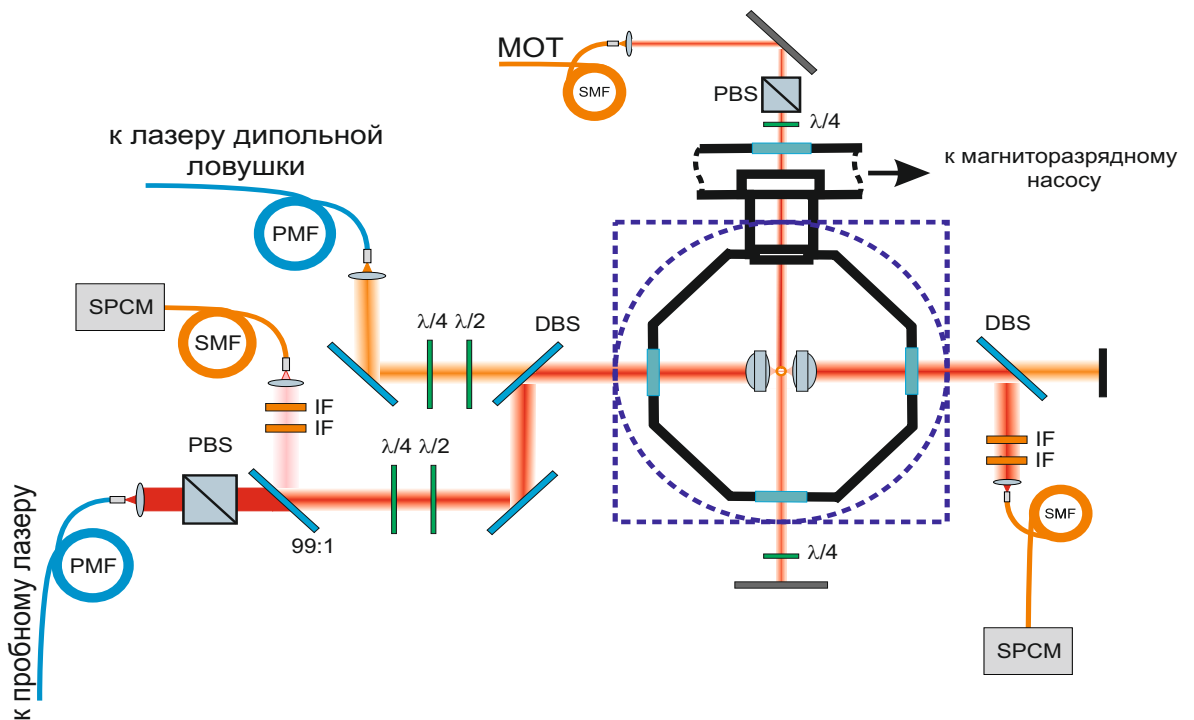


Рис. 5. Установка для захвата одиночных атомов. Обозначения: PBS - поляризационный светоделитель; $\lambda/2$ - полуволновая пластинка; $\lambda/4$ - четверть-волновая пластинка; PMF - поляризационно-сохраняющий световод; SPCM - однофотонный детектор; SMF- одномодовый световод; DBS- дихроичный светоделитель; IF- интерференционный фильтр; MOT- пучки охлаждающего лазера и лазера перекачки.

Поскольку управление состоянием атома проводится на конкретных сверхтонких подуровнях, а величины частот Раби при когерентном взаимодействии достигают несколько МГц, каждый из лазеров, кроме далеко отстроенного дипольного лазера, должен обладать шириной линии, существенно меньшей величины сверхтонкого расщепления (для ультрахолодных атомов доплеровское уширение не существенно), быть привязанным по частоте к конкретному переходу с высокой стабильностью и иметь возможность включения и выключения на временах порядка 10-100 нс. Все эти условия позволяет выполнить схема, изображенная на Рис.6.

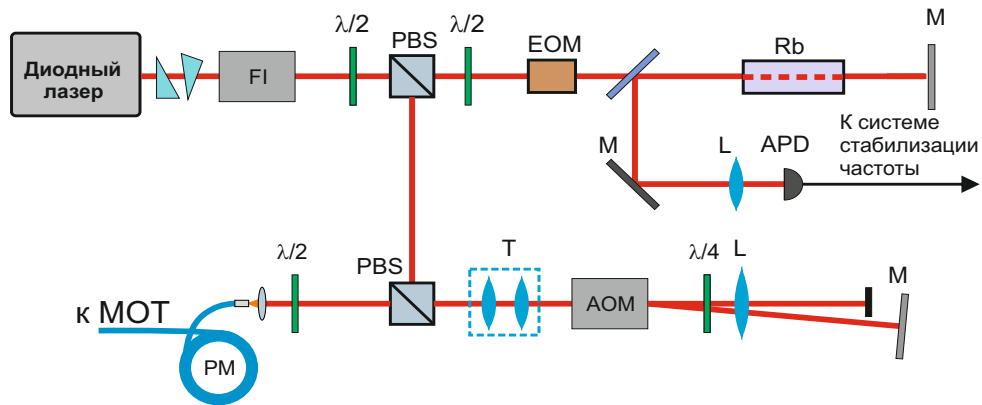


Рис. 6. Лазерная система охлаждения. Обозначения: FI - Фарадеевский изолятор; PBS - поляризационный светоделитель; $\lambda/2$ - полуволновая пластинка; $\lambda/4$ - четвертьволновая пластинка; EOM - электрооптический модулятор; M - зеркало; Rb - ячейка с парами рубидия; L - выпуклая сферическая линза; T - телескопический расширитель пучка; PM - поляризационно-сохраняющий световод; APD - фотодиод с предусилителем; AOM - акустооптический модулятор.

Диодный лазер связан с внешним резонатором в конфигурации Литтроу, позволяющей добиться частотной одномодовости лазера. Часть излучения отщепляется для привязки по частоте на ячейку с парами рубидия в схеме бездоплеровской спектроскопии. Привязка обеспечивается электроникой, использующей в качестве опорного сигнал ошибки, полученный в результате частотной модуляции электро-оптическим модулятором [48], и гарантирующей локализацию центральной частоты в диапазоне \simeq МГц. Остальной свет попадает в одномодовое волокно, ведущее к вакуумной камере, проходя через двухпроходную схему с акустооптическим дефлектором [49], позволяющей модулировать амплитуду на временах \approx 50 нс с близкой к единице экстинкцией и сканировать частоту лазера в диапазоне \approx 20-30 МГц без ручной перестройки.

3.1.2 Дипольная антенна для возбуждения микроволновых переходов

Однофотонные переходы между состояниями рассматриваемого кубита возбуждаются микроволновым полем на частоте 6.834682610 ГГц. Собственная ширина линии такого перехода составляет несколько герц, поэтому используется генератор сигнала Keysight N5173B с точностью генерации до 10^{-3} Гц. Роль излучателя выполняет дипольная антенна QRH40 от RFspin. Для оценки амплитуды магнитного поля (не электрического по причинам, описанным ниже) на расстоянии $r \approx 20$ см и мощностью сигнала 25 dBm воспользуемся формулой для поля полуволновой антенны в дальней зоне:

$$B = \frac{Z_0 I_0}{2\pi cr}, \quad (63)$$

где $Z_0 \approx 376.73$ Ом - вакуумный импеданс, ток через антенну $I_0 \simeq \sqrt{2P/R}$ приблизительно равен 110 мА при сопротивлении 50 Ом. При данных параметрах $B \approx 1.1$ мГаусс. Обычно предполагают, что при любой входной поляризации поле внутри вакуумной камеры становится изотропно поляризованным из-за взаимодействия с металлическими стенками [50, стр. 72].

3.1.3 Рамановские лазеры

Оптическое бигармоническое излучение для работы с Λ -системой должно удовлетворять двум основным требованиям. Во-первых, разность частот должна совпадать с высокой точностью со сверхтонким расщеплением основного уровня ^{87}Rb . Во-вторых, двухфотонные процессы через виртуальный уровень предполагают привязку по фазе обеих частот. Для достижения этих целей в работе была собрана экспериментальная установка, изображенная на Рис.7.

Для создания бигармонического поля используются два диодных лазера, привязанные по фазе благодаря эффекту лазерного инжектирования. В качестве инжектирующего лазера выступает коммерческий диодный лазер Toptica TA pro с длиной волны 795 нм, обладающий двумя оптическими выходами - усиленным и не усиленным. Пучок из не усиленного выхода делится на две части, одна идет на измеритель длины волны от компании Angstrom с точностью измерения длины волны оптического излучения до 2 МГц, а

другая на систему привязки частоты к линии высокочастотного резонатора VN6010-4 от Stable Laser Systems с шириной линии около 23 кГц, коэффициентом пропускания зеркал $5 * 10^{-5}$ и со свободным спектральным диапазоном 1,5 ГГц. Локализация частоты производится по тем же принципам, как и для привязки на ячейке рубидия. Для создания сигнала Паунда-Древера-Холла детектируется отраженный от резонатора сигнал, для пространственного сопряжения пучка с основной модой резонатора используется линза, задающая необходимую кривизну фронта, после чего выполняется юстировка с использованием сигнала на прохождение. Усиленный оптический сигнал от ТА про заводится в одномодовое волокно длиной около 30 м и выводится к установке с рамановскими лазерами, находящейся в другом помещении.

Предварительно инжектирующий пучок проходит через электрооптический модулятор с частотой, равной половине сверхтонкого расщепления для основного уровня рубидия. Ток и температура каждого из инжектируемых диодных лазеров подбирается таким образом, чтобы их частоты максимально близко совпадали с первым и минус первым порядком в спектре промодулированного пучка. Если собственные частоты каждого из диодных лазеров близки к нужным порядкам в спектре инжектирующего лазера, то будет наблюдаться эффект захвата частоты, который, кроме привязки по частоте и синхронизации по фазе приводит к уменьшению ширины линии до ширины ТА про (измерена методом гетеродинамирования [51] и составляет $\simeq 400$ Гц) Часть излучения рамановских лазеров отводится на резонатор Фабри-Перо со свободным спектральным диапазоном 750 МГц, другая часть проходит через уже описанную двухпроходную схему и далее поступает к вакуумной камере.

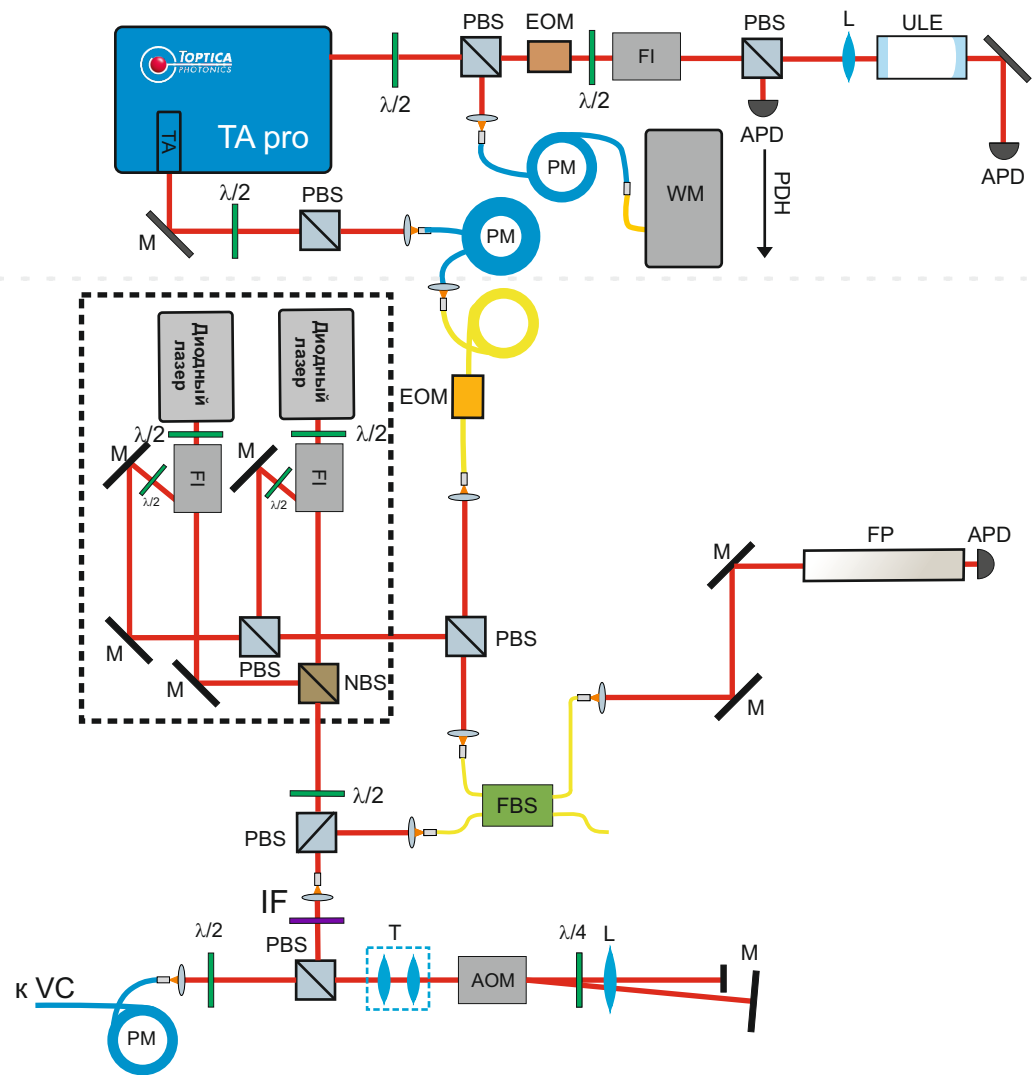


Рис. 7. Система рамановских лазеров. Обозначения: FI - Фарадеевский изолятор; PBS - поляризационный светоделитель; $\lambda/2$ - полуволновая пластинка; $\lambda/4$ - четвертьволновая пластинка; EOM - электрооптический модулятор; M - зеркало; L-выпуклая сферическая линза; T - телескопический расширитель пучка; PM - поляризационно-сохраняющий световод; FP- резонатор Фабри-Перо; APD - фотодиод с предусилителем; AOM - акустооптический модулятор, NBS- светоделитель, FBS- волоконный светоделитель, TA - рупорный усилитель, ULE - резонатор Фабри-Перо в вакуумном корпусе с зеркалами с ультранизким коэффициентом расширения, черный пунктир изображает термоизоляционный короб, серый пунктир разграничивает разные помещения, PDH - сигнал Паунда-Древера-Холла, для его создания используется отражение от ULE.

3.2 Эксперимент

3.2.1 Микроволновые гейты

Как уже было упомянуто ранее, микроволновые однофотонные гейты можно реализовать, используя поле на микроволновой частоте. Сделаем оценку для частоты Раби соответствующего перехода. Дипольный электрический переход оказывается запрещенным в силу сферической симметрии обоих S состояний, поэтому будем рассматривать следующий по малости дипольный магнитный переход. Матричный элемент оператора для этого перехода равен магнетону Бора, поскольку орбитальный момент у обоих состояний отсутствует, а учет сверхтонкой структуры для $m_f = m_{f'} = 0$ не дает дополнительного множителя. Поэтому с учетом изотропности излучения в вакуумной камере

$$\Omega \simeq \frac{1}{3} \frac{\mu_B B}{\hbar} \quad (64)$$

С учетом ранее полученной оценки для амплитуды магнитного поля $\Omega \simeq 2\pi \times 0.5$ кГц.

Экспериментальная последовательность

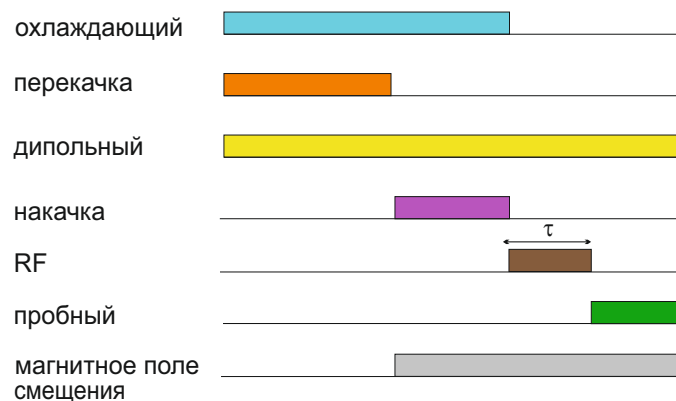


Рис. 8. Последовательность лазерных импульсов для реализации микроволновых гейтов.

Экспериментальная реализация микроволновых гейтов требует использования лазеров, изображенных на Рис.9 (кроме рамановских лазеров) в последовательности на Рис.8. В начале эксперимента охлаждающий и лазер перекачки формируют облако МОЛ, из которого дипольный лазер захватывает

одиноким атомом и удерживает его в течение всего эксперимента. Затем вдоль оси пучка дипольной ловушки (в противоположном направлении) включается магнитное поле смещения величиной 1.8 Гаусс, снимающее вырождение зеемановских подуровней, а так же π -поляризованный лазер накачки включается вместо лазера накачки. Так как переход $|F = 1, m_f = 0\rangle \rightarrow |F' = 2, m'_f = 0\rangle$ дипольно запрещен, то атом, оказываясь в нижнем состоянии кубита после релаксации с любого из возбужденных уровней, становится темным для всех полей и остается в нем. Такой процесс накачки для наших параметров длится около 10 мс при мощности 1.5 мкВт. Далее микроволновое поле варьированной задержки позволяет получить произвольную суперпозицию базисных состояний. После этого включение выбивающего лазера по схеме, описанной ранее, позволяет произвести измерение состояния кубита.

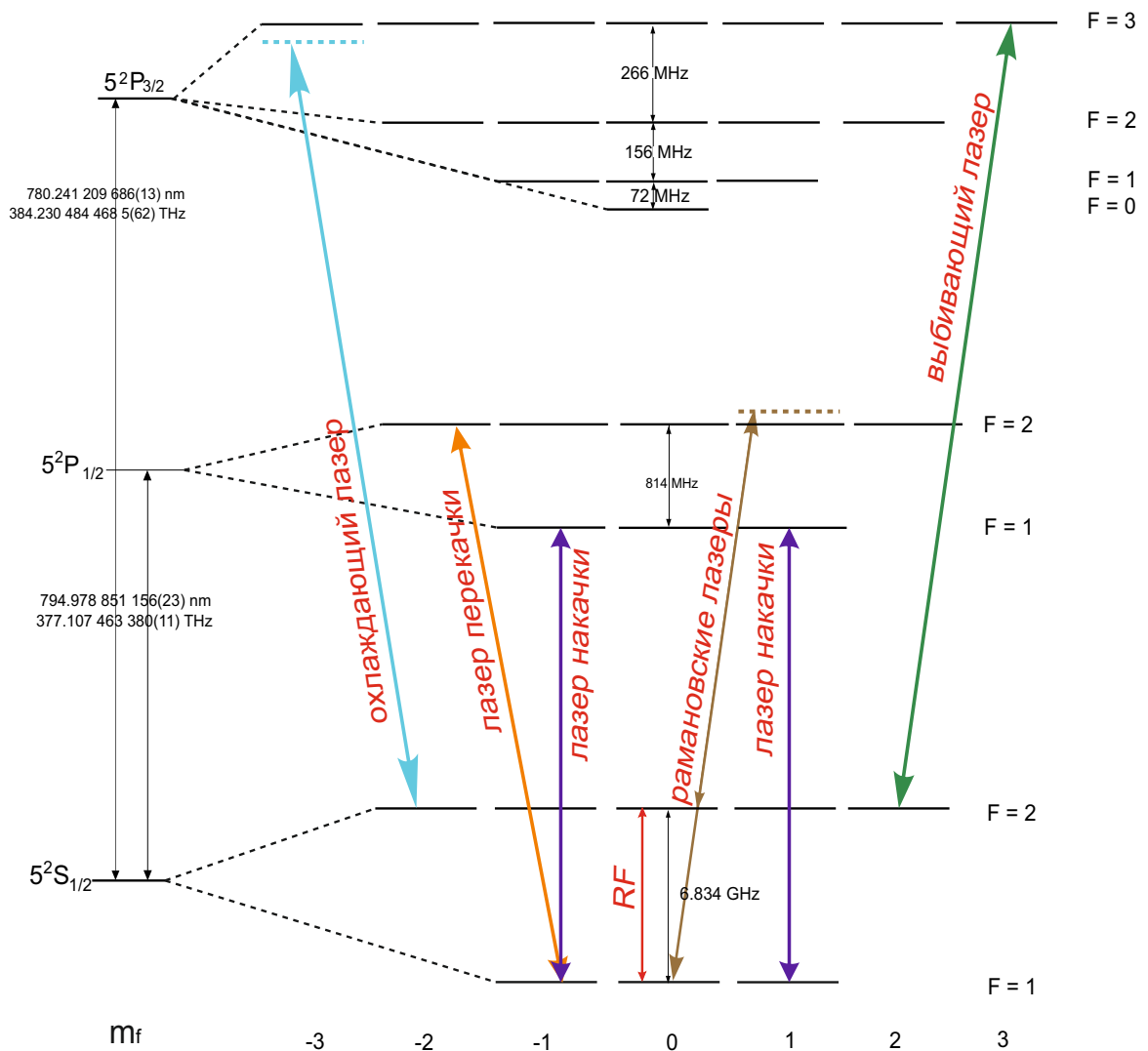


Рис. 9. Используемые для микроволновых и рамановских гейтов лазеры на схема уровней ^{87}Rb с учетом D1 и D2 линий.

Пример осцилляций Раби для микроволновых переходов приведен ниже на Рис.10. Предварительно была выставлена оценочная длина π -импульса и проведено сканирование по частоте для экспериментального измерения и фиксации резонансной частоты, пример результата такого сканирования приведен на Рис. 11. Зависимость осцилляций от времени может быть аппроксимирована формулой (25) для затухающих осцилляций Раби. В неё однако, стоит внести свободные параметры для учета конечной эффективности приготовления и измерения состояния, а так же заменить естественную ширину уровня на свободный параметр $1/\tau$, где τ - время жизни состояния, ограниченное в основном рассеянием в дипольной ловушке, шумами лазеров, флуктуацией магнитных полей и неединичным подавлением на акусто-

оптических дефлекторах. Оптимальные параметры, полученные при аппроксимации: $\Omega = 2\pi \times 1.495 \pm 0.125$ кГц, в разумном соответствии с оценкой из (62), $\tau = 50 \pm 10$ мс.

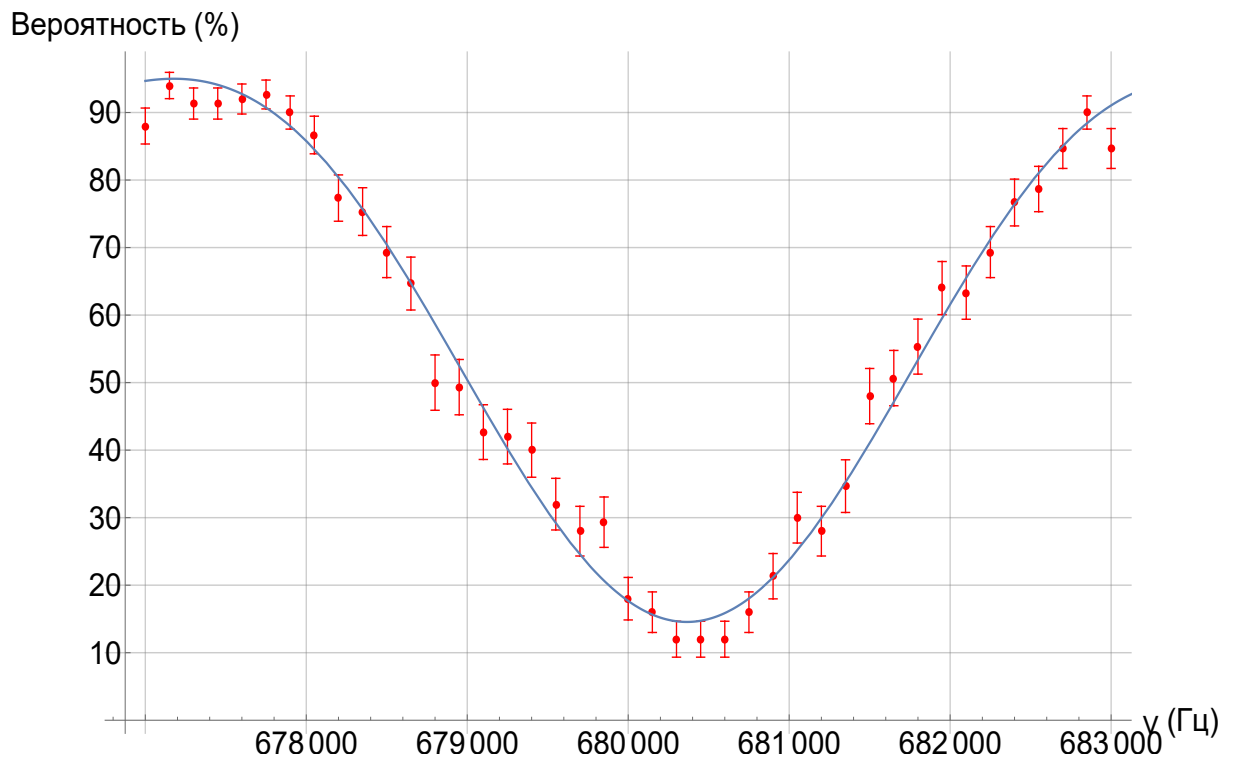


Рис. 10. Частотная зависимость радиочастотного резонанса. Аппроксимация экспериментальных данных выполнена функцией типа (20), но с дополнительными свободными параметрами для учета ошибок измерения и детектирования. Оптимальные параметры аппроксимации: частота Раби $\Omega = 1.840 \pm 0.024$ кГц, резонансная частота микроволнового поля $\nu_0 = 6834680360 \pm 20$ Гц.

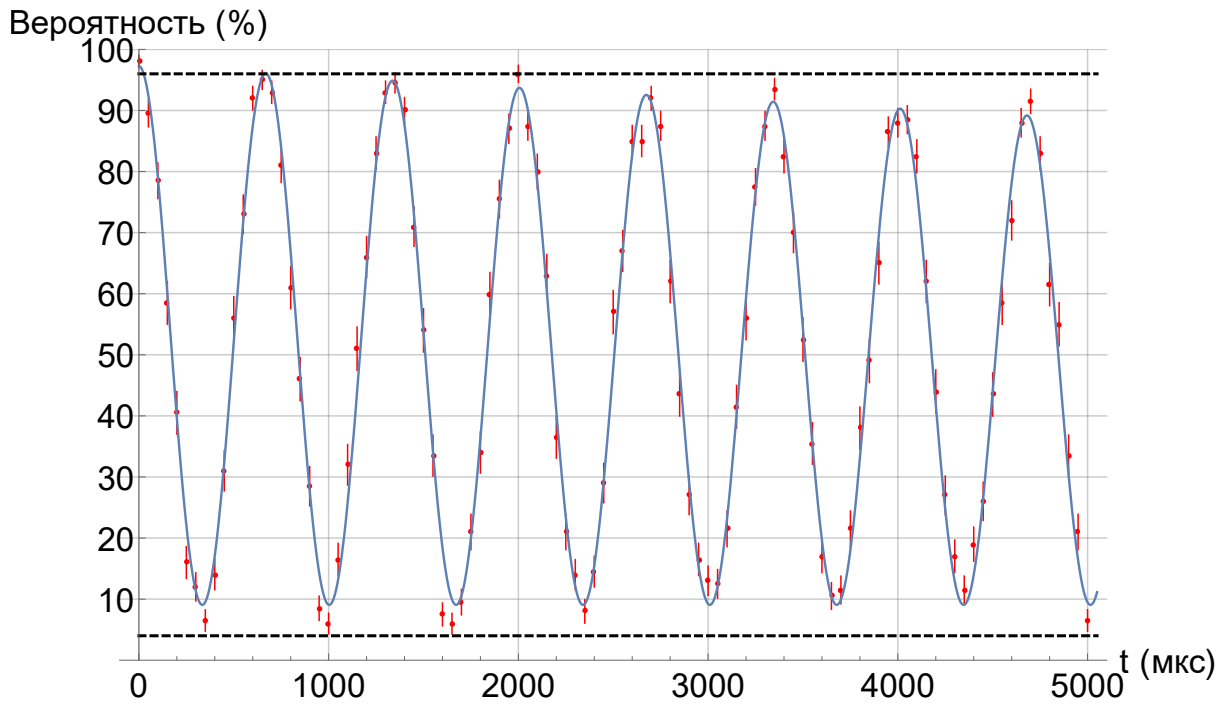


Рис. 11. Осцилляции Раби между уровнями кубита, возбуждаемые микроволновым полем. Аппроксимация экспериментальных данных выполнена функцией типа (25), но с дополнительными свободными параметрами для учета ошибок измерения и детектирования. Отдельно измеренные ошибки приготовления и измерения представлены пунктиром и составляют около 4% как для состояния $|0\rangle$, так и для состояния $|1\rangle$.

Фиксирование определенных времен на кривой Раби автоматически позволяет продемонстрировать определенные логические операции. Например, использования микроволнового поля на протяжении $t_\pi = 334.37 \pm 0.15$ мкс соответствует X гейту, а $t_{\pi/2} = 168,69 \pm 0.08$ мкс H гейту. Чтобы получить таблицы истинности этих гейтов, элементами которых являются квадраты матричных элементов самих операторов X и Z, необходимо готовить состояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$, а затем проводить измерение состояния. При этом стоит отметить, что приготовление $|1\rangle$ в условиях нашей схемы приготовления производится путем применения X к $|0\rangle$. Ниже на Рис.11 приведены визуальные изображения таблиц истинности, а далее следуют сами значения.

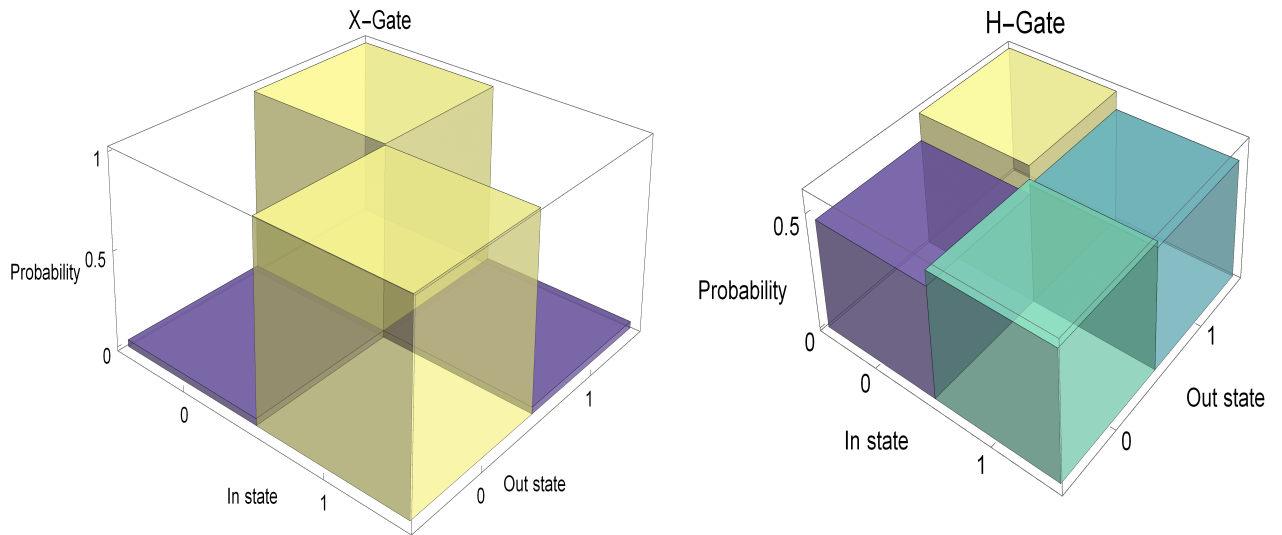


Рис. 12. Таблицы истинности для X и H гейтов.

$$X_{ampl} = \begin{bmatrix} 0.035 & 1.005 \\ 1 & 0.035 \end{bmatrix} \quad H_{ampl} = \begin{bmatrix} 0.47 & 0.59 \\ 0.535 & 0.51 \end{bmatrix} \quad (65)$$

Далее были измерены времена поперечной релаксации, обусловленные неоднородным и однородным уширением, в эксперименте Рамзи и схеме эха, описанными ранее. Все этапы до и после микроволновых импульсов сохраняются в том же виде, что и в эксперименте по демонстрации логических операций. Соответствующие результаты приведены на Рис.13. Оба приведенных измерения были сделаны при почти нулевой отстройке от резонанса (с точностью 100 Гц). В схеме эха оба время задержки варьировались, из-за чего в наблюдаемом сигнала наблюдается затухание с нулевого момента времени. По приведенным графикам видно, что основной вклад в декогеренцию атомного кубита дают процессы неоднородного уширения.

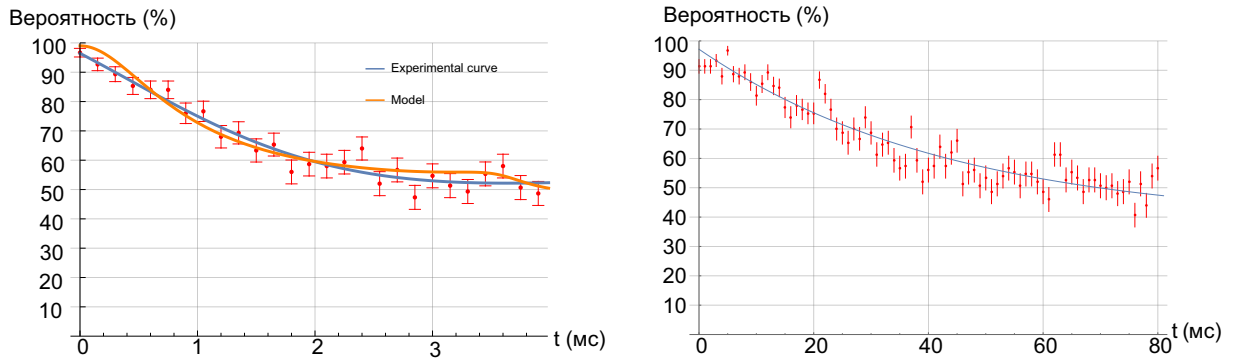


Рис. 13. Результаты экспериментов по измерению времен T_2^* и T_2' в схемах Рамзи (левый график) и эхо (правый график). Синие кривые соответствуют аппроксимации экспоненциальным распадом, для них параметр $T_2^* = 2.1 \pm 0.5$ мс, $T_2' = 44 \pm 5$ мс. Желтая кривая соответствует зависимостям (41), (44), в результате аппроксимации получена эффективная температура $T = 26 \pm 1$ мкК.

Наиболее точным способом определения температуры является [36] метод release-recapture. Он заключается в том, что дипольная ловушка отключается на некоторое фиксированное время, после чего производится проверка наличия атома в ловушке. В зависимости от начальной энергии атома будут наблюдаться различные зависимости вероятности от времени выключения. Такой же эксперимент можно промоделировать методом Монте-Карло, и подобрать температуру таким образом, чтобы экспериментальная кривая и результат симуляции максимально совпадали. Подобная процедура была проделана, измеренная таким образом температура составляет 40 ± 7 мкК, пример экспериментальной кривой и данных симуляции представлены на Рис.14. Оценка температуры методом Рамзи $T = 26 \pm 1$ мкК находится в разумном соответствии с измеренным значением, хотя и подтверждает приблизительность описанной модели. В контексте всех экспериментов над одиночными атомами, и этого в особенности, стоит отметить, что температура понимается в смысле среднего по ансамблю.

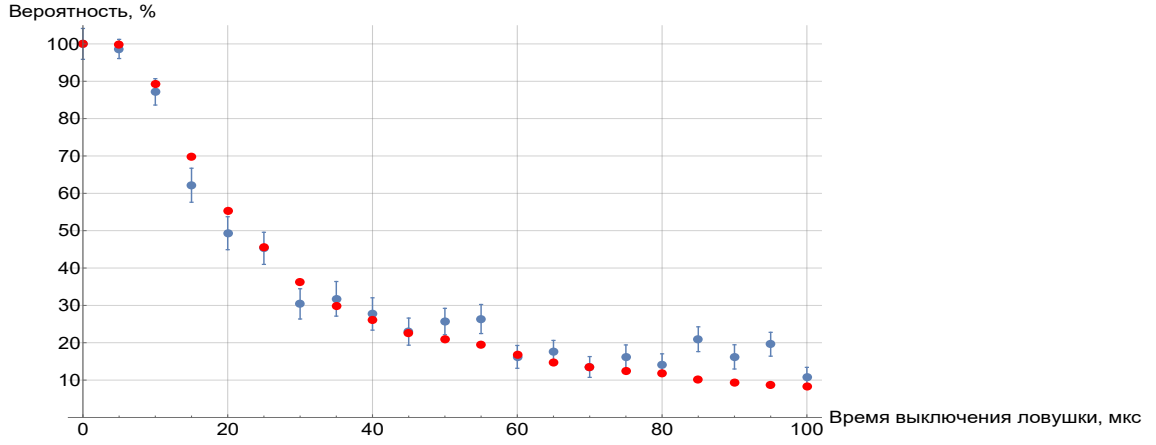


Рис. 14. Результаты эксперимента release-recapture по измерению температуры атома в дипольной ловушке (синие точки), а так же результаты симуляции эксперимента методом Монте-Карло (красные точки). Погрешность температуры определялась проведением оптимизации данных, просуммированных с экспериментальными ошибками, и оптимизации данных, из которых вычитались экспериментальные ошибки.

3.2.2 Рамановские гейты

Рамановские лазеры, настроенные на двухфотонный переход $|F = 1, m_f = 0\rangle \rightarrow |F' = 2, m'_f = 1\rangle \rightarrow |F = 2, m_f = 0\rangle$ на D1 линии способны выполнять ту же функцию, что и микроволновое поле на частоте рассматриваемого кубита. При этом роль отстройки в эффективной двухуровневой системе выполняет разница удвоенной частоты модуляции инжектирующего лазера от величины сверхтонкого расщепления. Лазеры, используемые для реализации рамановских гейтов, изображены на Рис.9 (кроме радиочастотного поля), а последовательность их использования полностью совпадает с приведенной на Рис. 8, если микроволновое поле заменить на включение рамановских лазеров на варьируемое время. Частота отстройки инжектирующего лазера, равная двухфотонной отстройке, была измерена измерителем длин волн и составила $\Delta = 11.918$ ГГц. Стабильность отстройки при давлении в резонаторе $\simeq 10^{-5}$ мбар составляет единицы МГц. Тогда для мощностей рамановских лазеров $P_1 = P_2 \simeq 50$ нВт и фокусировке через вакуумные линзы используем формулы (29) и (6) для оценки двухфотонной частоты $\Omega \simeq 2\pi \times 0.4$ МГц. Ниже на Рис.15 изображены осцилляции Раби в рамановской системе, а так же частотная зависимость рамановского резонанса на Рис.16. Ошибки приготовления

и измерения такие же, как и для микроволнового гейта.

Экспериментально измеренной частотой Раби будем считать оптимальный параметр аппроксимации частотной зависимости Рис.16, поскольку модель для нее не включает в себя затухание и дает более точную оценку. Она получилась равной $\Omega_{exp} = 2\pi \times 0.30 \pm 0.02$ МГц, что с учетом возможности неоптимальной фокусировки через вакуумные линзы находится в разумном соответствии с полученной ранее оценкой.

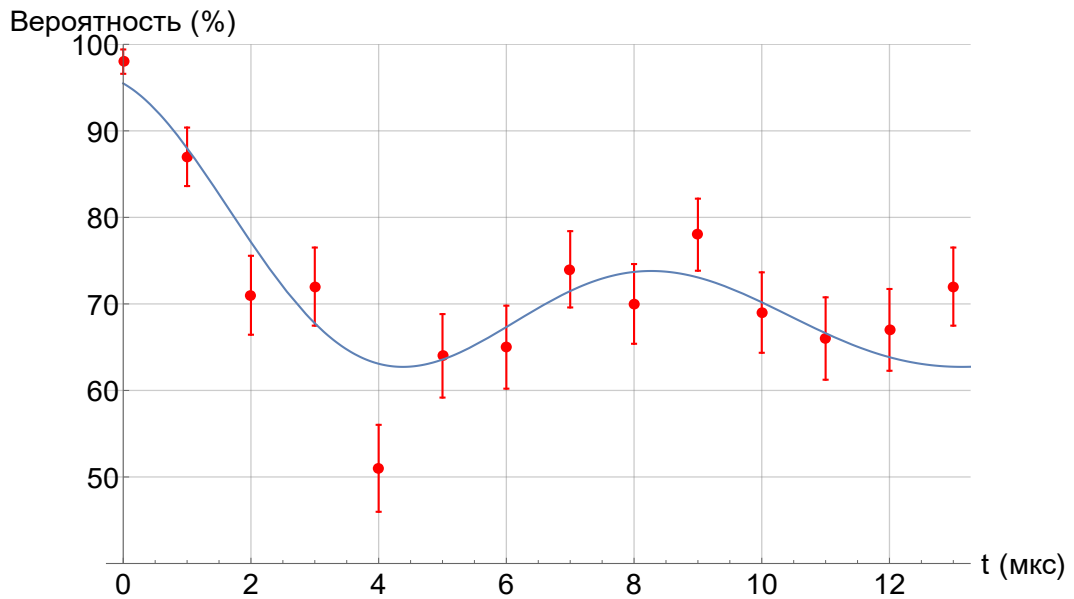


Рис. 15. Осцилляции Раби между уровнями кубита, возбуждаемые микроволновым полем. Аппроксимация экспериментальных данных выполнена функцией типа (25), но с дополнительными свободными параметрами для учета ошибок измерения и детектирования.

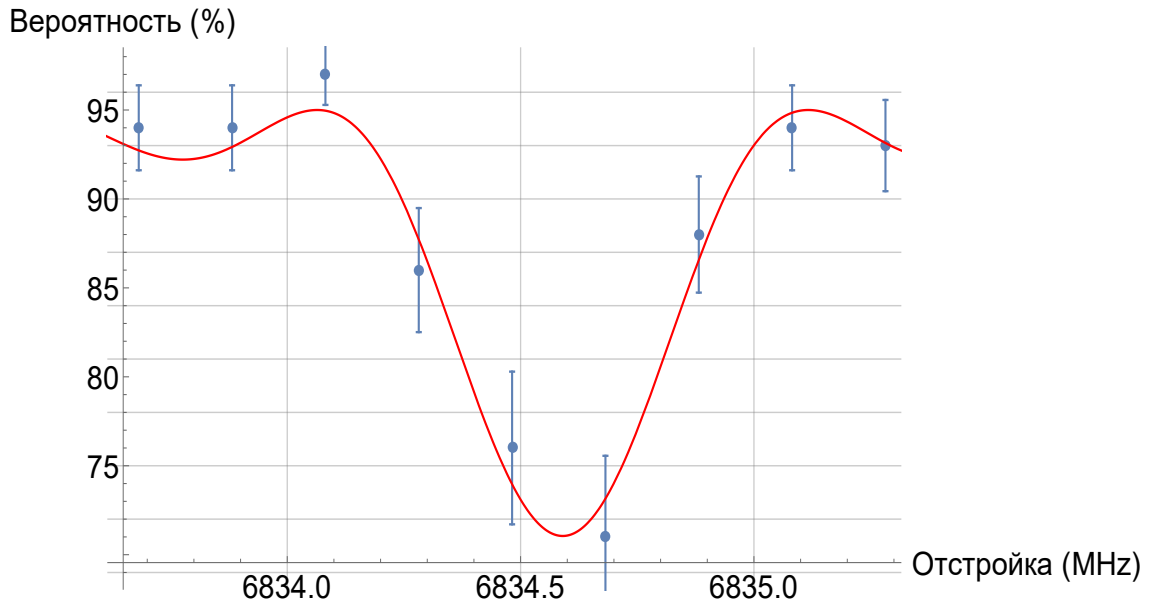


Рис. 16. Частотная зависимость рамановского резонанса. Время взаимодействия зафиксировано и равно t_π . Синяя кривая представляет собой аппроксимацию функцией (20) с учетом конечной эффективности приготовления и измерения. Центральная частота отстройки из аппроксимации $\Delta = 6834.59 \pm 0.016$ МГц совпадает с вакуумной частотой сверхтонкого расщепления 6834.682 МГц с учетом мегагерцового уширения.

Несмотря на значительный прирост частоты Раби по сравнению с микроволновыми гейтами наблюдается значительное затухание осцилляций Раби со временем затухания $\tau = 8 \pm 3$ мкс. Такое затухание связано с неоптимальным инжектированием диодных лазеров, связанным, прежде всего со значительными флуктуациями поляризации (25-30%) инжектирующего лазера при прохождении через волокно длиной 30 м и с самими лазерными диодами, предназначенными исходно для генерации излучения на длине волны 780-785 нм.

3.2.3 Магические ловушки

Помимо возможности использования принципа эха [52] для подавления процессов релаксации, обусловленных неоднородным уширением, более простым с практической точки зрения остается метод компенсации дифференциального сдвига за счет использования магической интенсивности в циркулярно поляризованной ловушке. Так как технология рамановских гейтов пока еще недостаточно оптимизирована, все эксперименты с магическими ло-

вешками проводились с использованием микроволновых переходов.

Предварительно для возможности измерения дифференциального сдвига от частоты было необходимо учесть квадратичный эффект Зеемана. Напомним, что сдвиг резонанса от величины магнитного поля для выбранного магнитно «нечувствительного» кубита дается формулой [22]

$$\Delta\omega_{\text{clock}} = \frac{(g_J - g_I)^2 \mu_B^2}{2\hbar\Delta E_{\text{hfs}}} B^2, \quad (66)$$

где g_j - фактор Ланде уровня $S_{1/2}$, g_I - g -фактор ядра. Для нашего кубита коэффициент квадратичной связи равен $2\pi \cdot 575.15$ Гц/Гаусс². Так как поле смещения в наших экспериментах задается магнитными катушками Гельмгольца, необходим способ калибровки зависимости поля от величины поля на них. Поскольку прямое измерение в вакуумной камере невозможно, зависимость сдвига резонанса кубита от магнитного поля использовалась для калибровки. Соответствующий график приведен на Рис.17.

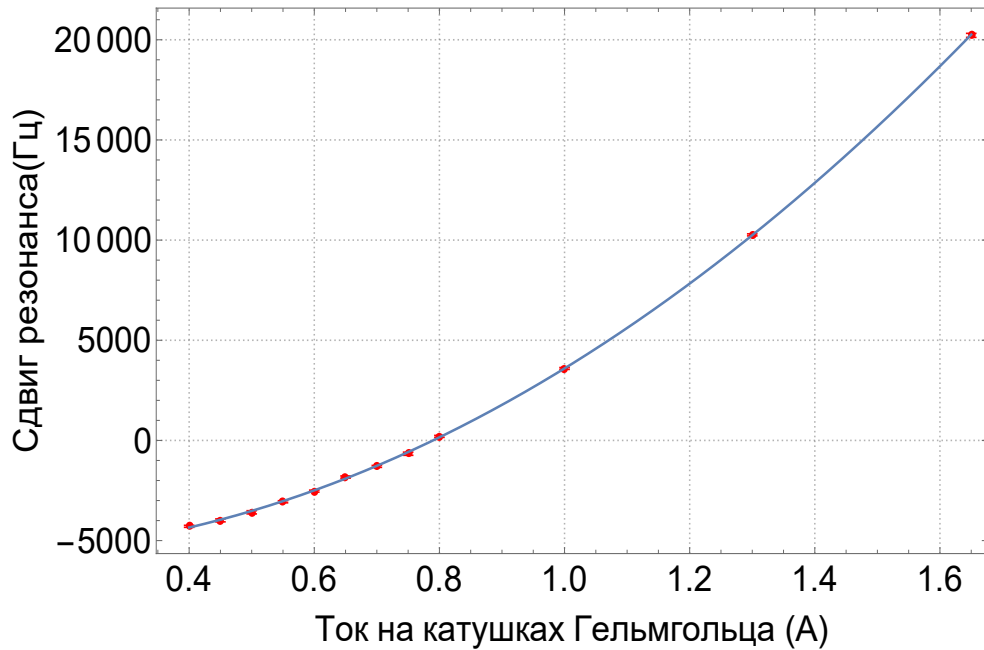


Рис. 17. Зависимость величины квадратичного сдвига Зеемана от тока на катушках. Погрешности на графике порядка размера экспериментальных точек. Глубина ловушки постоянна и составляет около 19.4 МГц. Коэффициент пропорциональности между полем в центре камеры и током на катушках составляет 4.15 ± 0.03 Гаусс/А.

Далее для различных глубин были измерены зависимости дифференци-

ального сдвига от глубины циркулярно поляризованной дипольной ловушки. Результаты представлены на Рис.18. Магическая глубина для фиксированного магнитного поля находилась путем аппроксимации каждой из кривой параболой со свободными параметрами, как изображено на Рис.19. Для сравнения приведена так же аппроксимация функцией с коэффициентами η_i , рассчитанными для параметров нашей ловушки теоретической группой из лаборатории Квантовой оптики и квантовой информатики Санкт-Петербургского государственного университета Петра Великого. Первый тип аппроксимации лучше соответствует экспериментальным данным, так как в теоретической модели могли быть не учтены паразитные магнитные поля и оптические поля, поэтому в качестве точек магической интенсивности были взяты минимумы парабол со свободными коэффициентами.

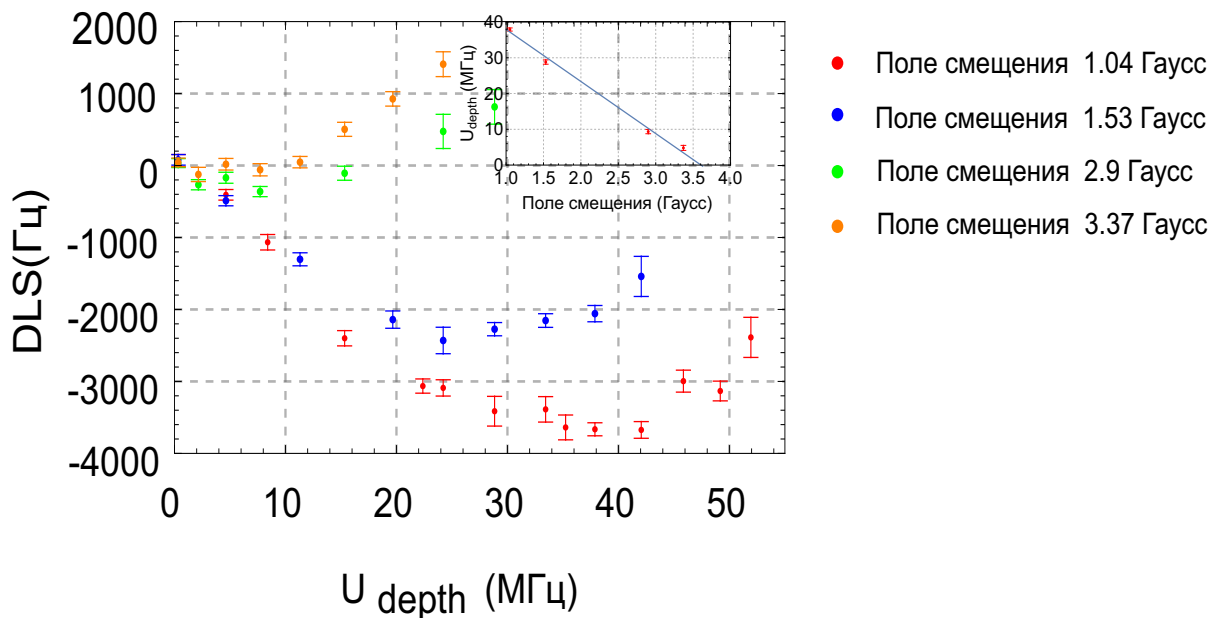


Рис. 18. Зависимость величины дифференциального сдвига от глубины дипольной ловушки при различных значениях магнитного поля смещения. Учтены сдвиги от квадратичного эффекта Зеемана. На вставке изображена зависимость магической интенсивности от магнитного поля. Аппроксимация линейной зависимостью в соответствии с (53), но с варьируемыми коэффициентами.

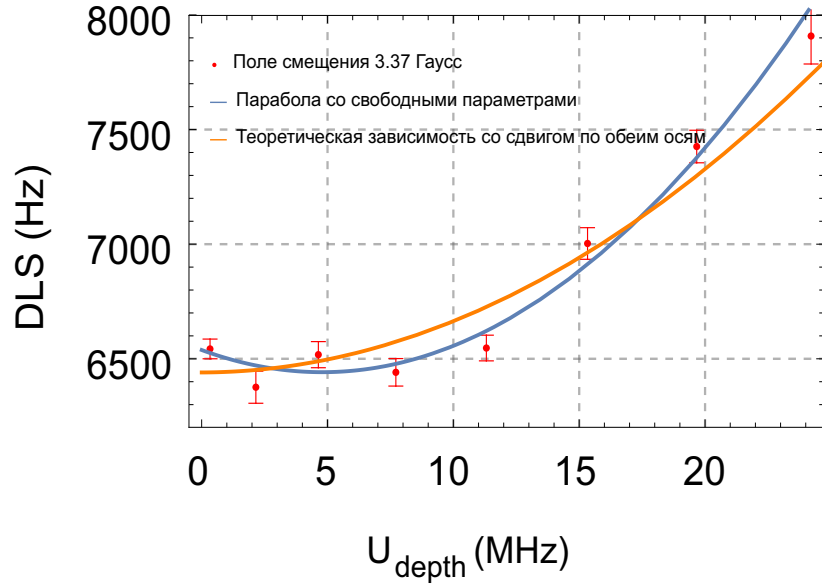


Рис. 19. Зависимость величины дифференциального сдвига от глубины дипольной ловушки при фиксированном значении магнитного поля смещения. Сдвиги от квадратичного эффекта Зеемана не учтены. Изображены так же функции аппроксимации для параболы с варьируемыми коэффициентами и для параболы с теоретически рассчитанными η_i , но с варьируемыми сдвигами по обеим осям. Оптимальный сдвиг по оси глубин, соответствующий магнитному полю, равен 3.24 ± 0.04 Гаусс, сдвиг по оси DLS, соответствующий квадратичному сдвигу Зеемана, равен 6.440 ± 0.033 кГц при ожидаемом по зависимости с Рис.17 сдвиге в 6.532 ± 0.101 кГц.

После нахождения зависимости магической интенсивности от величины магнитного поля были измерены времена поперечной релаксации в окрестностях магических точек. Результаты представлены на Рис.20. На данный момент явной систематической зависимости времени когерентности кубита от глубины магнитного поля [10] не найдено, однако наблюдается резкий прирост времени когерентности по сравнению с ранее приведенными результатами для линейно поляризованной дипольной ловушки.

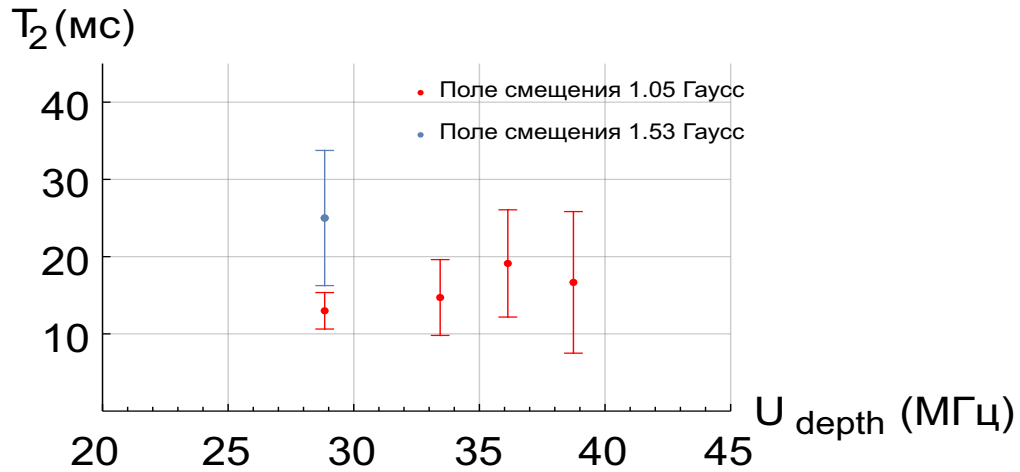


Рис. 20. Зависимость времени поперечной релаксации от глубины дипольной ловушки при различных магнитных полях.

3.3 Результаты моделирования серых ловушек

Все симуляции были проделаны для атома ^{87}Rb с соответствующей шириной уровня $5P_{1/2}$, время релаксации когерентностей кубита взято равным 2 мс. Изначально были рассчитаны матрица плотности как функция координаты, что и представлено на Рис. 21. Можно увидеть, что как и в случае градиентного охлаждения, населенности атомов скапливаются в вершинах стоячей волны одного из охлаждающих лазеров. Стоит отметить, что поскольку задача решается на одной длине волны, то и нормировка следа матрицы плотности выполняется на λ .

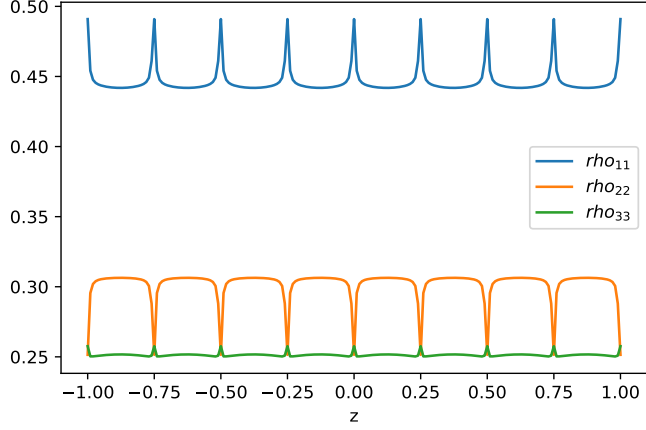


Рис. 21. Зависимость диагональных элементов матрицы плотности от координаты, $\Omega_1 = 2\Omega_2 = \Delta_1 = \Delta_2/2 = 5.746$ МГц, $\phi = 0$, λ здесь и далее равна 1.

Пример итоговой матрицы плотности представлен ниже. Поскольку используемый метод никак не нацелен на нахождение матрицы с определенными свойствами, то и ее эрмитовость и положительная определенность автоматически не выполняются, но нетрудно спроецировать такую матрицу на стандартный симплекс, что и было проделано. Для обеспечения точности 10^{-5} размер цепной дроби составляет $\simeq 10^4$, для дальнейшего многопараметрического исследования это составляет определенную вычислительную проблему.

$$\rho(z=0) = \begin{bmatrix} 0.49091929 + 3.46944695e - 18i & -0.03978704 + 2.45264425e - 02i & 0.02889504 - 3.62337116e - 02i \\ -0.03978704 - 2.45264425e - 02i & 0.25143148 & 0.23105498 - 8.34645679e - 02i \\ 0.02889504 + 3.62337116e - 02i & 0.23105498 + 8.34645679e - 02i & 0.25759295 \end{bmatrix}$$

Наиболее наглядным способом подтверждения режима охлаждения является отрицательный коэффициент при линейном члене в зависимости силы от скорости. Ниже на Рис.22 представлен график силы, действующей на атом. На нем наблюдается достаточно сложная зависимость, отражающая богатую структуру суперпозиционных «серых» состояний, определяющих динамику охлаждения атома.

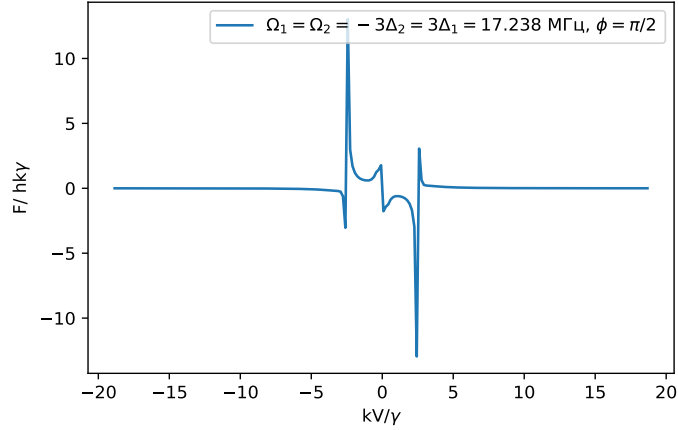


Рис. 22. Зависимость силы, действующей на атом, от скорости.

После подтверждения охлаждающего режима была исследована зависимость конечной температуры атома от пространственной фазы между пучками. Вспомним, что качественные объяснения сизифого охлаждения предсказывают оптимальную фазу около $\pi/2$. На графике ниже видно, количественный расчёт подтверждает этот вывод.

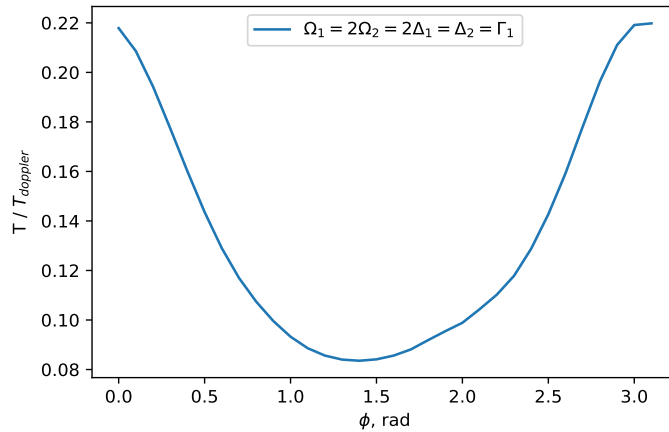


Рис. 23. Зависимость силы, действующей на атом, от пространственной фазы между пучками.

Итоговым этапом исследования является зависимость эффективности охлаждения от параметров охлаждающих лазеров. Соответствующие графики зависимости минимальной по фазе температуры представлены на Рис.24. Естественно, что с учетом примитивности рассмотренной модели, а так же близости итоговых температур к температуре отдачи фотона, трудно сделать

количественные предсказания относительно температуры охлаждения. Однако, можно сделать несколько важных качественных выводов. Во-первых, оптимальный режим достигается при мощности лазера на переходе $F = 2 \rightarrow F'$, значительно превышающей мощность лазера на переходе $F = 1 \rightarrow F'$. Во-вторых, одновременное увеличение мощности приводит к меньшей температуре (при частотах Раби \simeq естественной ширины уровня). Качественная зависимость температуры от отстроек сильно зависит от конкретных параметров, поэтому однозначные закономерности от них найти не удалось

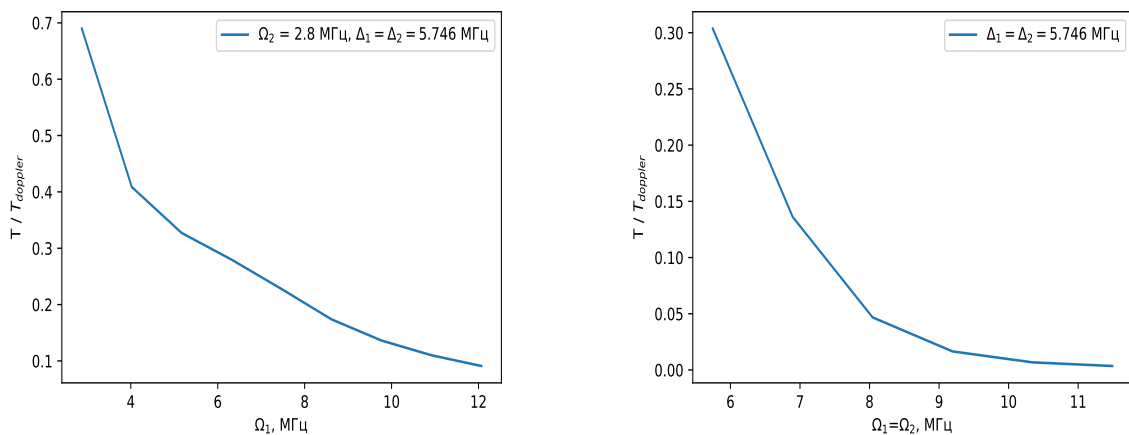


Рис. 24. Зависимость оптимальной по фазе нормированной на доплеровский предел температуры от параметров охлаждающих пучков. На левом рисунке варьируется частота Раби первого лазера, на правом рисунке одновременно изменяются обе частоты Раби.

В заключение параграфа стоит отметить, что основным преимуществом используемого метода является разрешение сложной структуры охлаждаемых состояний и стационарного распределения. В то же время, сведение исходной задачи к рекуррентному уравнению привносит стандартные проблемы линейной алгебры, например, необходимость, инвертировать плохо обусловленные матрицы.

3.4 Анализ ошибок логических операций

Ошибки логических операций складываются из ошибок на каждом из этапов работы с кубитом. Исходя из результатов проведенного исследования

можно заключить, что наименьшие ошибки возникают при когерентном взаимодействии кубита с микроволновым полем. Наибольшие ошибки (рамановские гейты на данном этапе эксперимента не имеет смысла анализировать) возникают при приготовлении и измерении состояния кубита. Как будет видно далее, при наиболее общем подходе к рассмотрению задачи у нас нет возможности разделить ошибки приготовления и измерения, однако сама схема детектирования предполагает анализ, который будет проведен далее.

3.4.1 Ошибки приготовления и измерения

Для начала рассмотрим наиболее простой для анализа случай. Пусть атом приготавливается в состоянии $|0\rangle$ и измеряется вероятность его нахождения в том же состоянии после взаимодействия микроволнового поля с нулевой фазой. Учтем, что при приготовлении состояния в результате некогерентной по своей природе накачки в матрице плотности появляется небольшая некогерентная доля состояния $|1\rangle$:

$$\rho_{in} = \begin{bmatrix} 1 - \epsilon & 0 \\ 0 & \epsilon \end{bmatrix} \quad (67)$$

Помимо этого учтем, что операторы проектирования так же имеют вероятности обнаружения ошибочного состояния

$$P_0 = \begin{bmatrix} 1 - d_1 & 0 \\ 0 & d_2 \end{bmatrix} \quad P_1 = \begin{bmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & 1 - d_2 \end{bmatrix}, \quad (68)$$

где введенные операторы уже не являются проекторами по построению, однако представляют собой POVM операторы [31, стр. 90] из (12) $P_k = E_k^\dagger E_k$ и удовлетворяют условию суммирования в единицу. Тогда для гамильтониана

$$H = \frac{\hbar\Omega}{2}\sigma_x, \quad (69)$$

получим эволюцию матрицы плотности

$$\rho_{out} = e^{-iHt/\hbar}\rho_{in}e^{-iHt/\hbar}. \quad (70)$$

Аналитическое выражение проще всего получить, представив гамильтониан в диагональном виде и вспомнив формулу $\sigma_x = H_{had}\sigma_z H_{had}$ (здесь

H_{had} - матрица Адамара)

$$\rho_{out} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(1 + (1 - 2\epsilon) \cos(\Omega t)) & \frac{1}{2}i(2\epsilon - 1) \sin(\Omega t) \\ \frac{1}{2}(1 - 2\epsilon) \sin(\Omega t) & \frac{1}{2}(1 + (2\epsilon - 1) \cos(\Omega t)) \end{bmatrix}, \quad (71)$$

а для вероятности в нулевом состоянии

$$p_0 = \text{Tr}(\rho_{out}P_0) = \frac{1 + d_2 - d_1}{2} + \frac{(1 - 2\epsilon)(1 - (d_1 + d_2)) \cos(\Omega t)}{2} \quad (72)$$

Несмотря на элементарный вид полученного выражения приведем для наглядности на Рис.25 графики решений при различных параметрах ошибок. Видно, что ошибка приготовления ϵ портит видность осцилляций Раби симметрично. Ошибки измерения d_1, d_2 ухудшают только максимум и минимум осцилляций соответственно. При этом, если присутствуют ошибки приготовления и измерения, то отличить одни от других уже не представляется возможным, что так же следует из общих принципов.

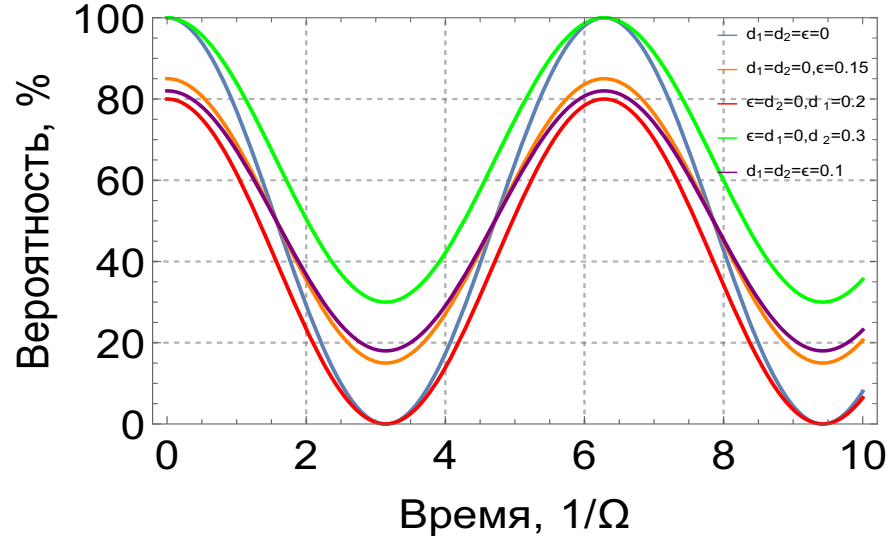


Рис. 25. Осцилляции Раби при учете ошибок приготовления и измерения.

Помимо этого, проверим, что обнаруженные закономерности остаются справедливыми в случае наличия ненулевой отстройки и затухания. Вспомним, что уравнение на матрицу плотности удовлетворяет в общем случае [28, стр. 176] уравнению Неймана-Лиувилля

$$\partial_t \tilde{\rho} = \mathcal{L} \tilde{\rho}, \quad (73)$$

или в покомпонентном виде

$$\partial_t \tilde{\rho}_\alpha = \mathcal{L}_{\alpha\beta} \tilde{\rho}_\beta, \quad (74)$$

где матрица плотности вытянута в строку. Оператор Лиувилля для двухуровневой системы выглядит как

$$\mathcal{L}_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} -\gamma_{\parallel} & -i\Omega/2 & i\Omega/2 & 0 \\ -i\Omega/2 & -(\gamma_{\perp} + i\delta) & 0 & i\Omega/2 \\ i\Omega/2 & 0 & -(\gamma_{\perp} + i\delta) & -i\Omega/2 \\ \gamma_{\parallel} & i\Omega/2 & -i\Omega/2 & 0 \end{bmatrix} \quad (75)$$

Тогда решение (72) дается обратным преобразованием Лапласа

$$\rho_{out} = L^{-1} \left[\frac{1}{s - \mathcal{L}} \rho_{in} \right] \quad (76)$$

Ниже на Рис.26 приведены графики полученного в пакете Mathematica аналитического, но громоздкого решения (74) для различных ошибок приготовления и измерения для случая $\Delta = 0.1\Omega$, $\gamma_{\parallel} = 0.1\Omega$, $\gamma_{\perp} = (\gamma_{\parallel}/2)\Omega$. Все полученные в более простой модели закономерности сохраняются.

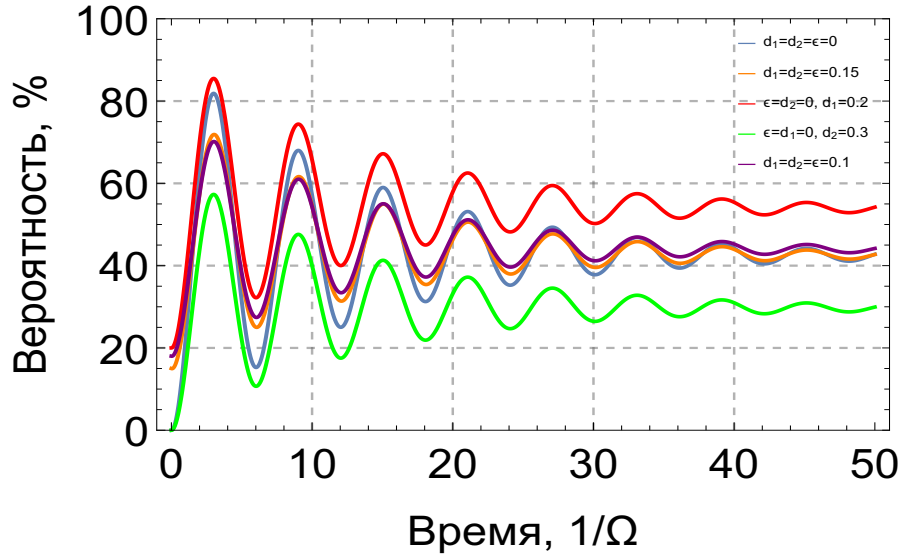


Рис. 26. Осцилляции Раби при учете ошибок приготовления и измерения в модели с учетом затухания и отстройки.

3.4.2 Ошибки схемы детектирования

Используемая схема детектирования предполагает выбивание атома в замкнутом переходе из ловушки из крайних правых зеемановских подуровней, поэтому для рассматриваемого кубита с $m_F = m_{F'} = 0$ при транспортировке в состояния в $m_F = 2$ имеется вероятность его нерезонансного возбуждения и последующего распада на $F = 1$, темного для выбивающего пучка, и приводящего к ошибке в детектировании. Поэтому необходимо исследовать диапазон возможных частот Раби выбивающего пучка, необходимых для минимальных ошибок, связанных с потерей состояния.

Для отслеживания динамики электронной подсистемы атома необходимо построение мастер-уравнения с учетом тонкой и сверхтонкой структуры. Обычно для задач оптической накачки, которой и является по сути наша, применяют адиабатическое приближение [28, стр. 374 - 381], отказываясь таким образом от наблюдения за любыми когерентными эффектами. Далее, с учетом спектроскопической разрешимости линий сверхтонкой структуры, можно исключить из уравнений сверхтонкие когерентности. Однако в соответствующих уравнениях помимо населенностей останутся зеемановские когерентности, наличие которых связано с вырождением зеемановских подуровней. Предполагая поле смещения достаточно большим, чтобы полностью снять это вырождение, однако для простоты не включая зеемановские сдвиги в модель, адиабатически исключим оставшиеся когерентности, получив таким образом стандартные уравнения для оптической накачки [53] с весами между переходами:

$$A(\gamma_e J_e I F_e M_e \rightarrow \gamma_g J_g I F_g M_g) = (2F_e + 1)(2J_g + 1) \left\{ \begin{array}{ccc} J_g & I & F_g \\ F_e & 1 & J_e \end{array} \right\}^2 (2J_e + 1) \times \\ \times \left(\begin{array}{ccc} F_g & 1 & F_e \\ M_g & q & -M_e \end{array} \right)^2, \quad (77)$$

где в соответствии со стандартными обозначениями фигурными скобками обозначены 6j-символы, круглыми 3j-символы, а q - поляризация перехода.

Для полноты и возможности дальнейшего использования уравнения для населенностей решались для системы, включающей в себя все уровни

D1 и D2 линий. Мощность фокусируемого через вакуумные линзы выбивающего пучка равна 10 нВт. Результаты представлены на Рис.27

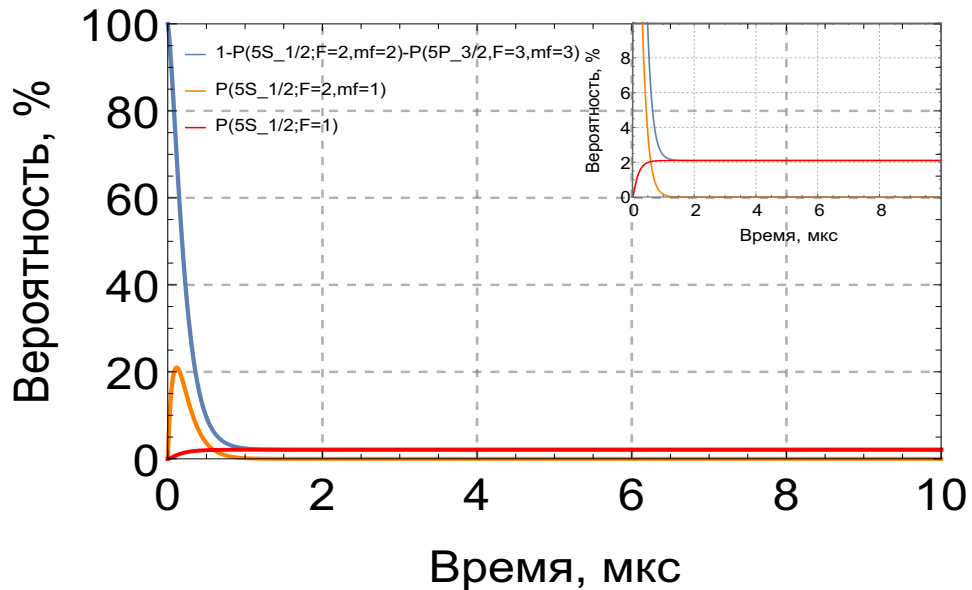


Рис. 27. Эволюция населенностей при проверке состояния атома. На вставке изображен тот же график в большем масштабе.

Видно, что часть населенности в результате перекачки в правый замкнутый переход теряется. Уровень потерь в несколько процентов согласуется с экспериментально измеренными ошибками схемы детектирования. Стоит отметить, что приведенный здесь микросекундный масштаб времени никак не связан с тем фактом, что выбивание в эксперименте производится за 4 мс. Эффект нагрева атома в ловушке и последующего его вылета не описывается в рамках такой тривиальной модели уравнений на населенности состояний, ее целью является лишь подсчет доли атомов, потерянных при транспортировке в замкнутый переход.

Учтем так же эллиптичность поляризации выбивающего пучка, обычно существующей для сфокусированных пучков дипольного лазера [26, Fig. 1]. Ниже на Рис.28 представлен результат для этого случая.

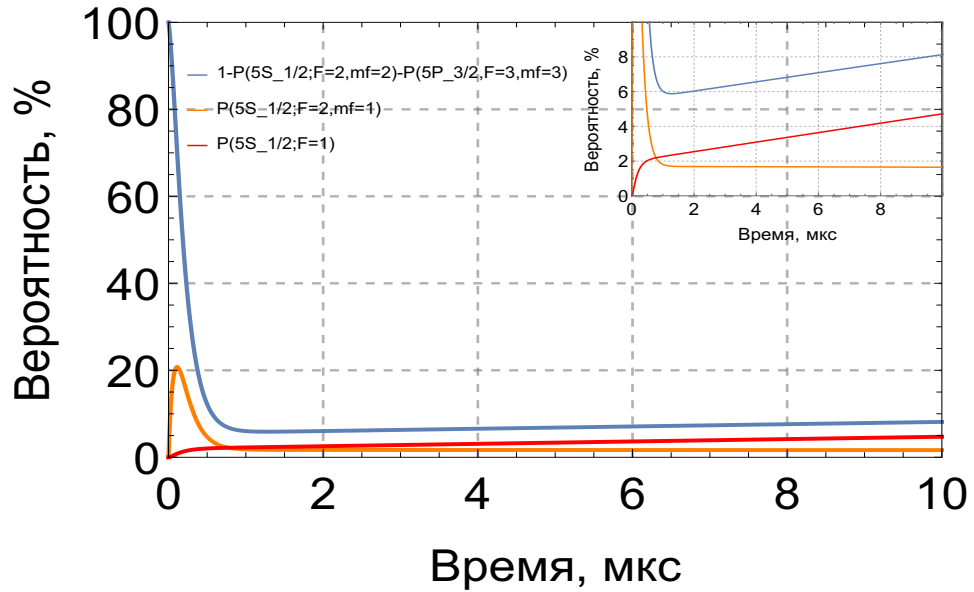


Рис. 28. Эволюция населенностей при проверке состояния атома с учетом эллиптической поляризации. Добавлена линейная поляризация на уровне 0.01 % от σ^+ поляризации. На вставке изображен тот же график в большем масштабе.

Как и следовало ожидать, на уровнях $F = 1$ основного уровня скапливается еще больше населенностей. Таким образом, анализ на основе уравнений на населенности показывает, что используемая схема детектирования даже для идеально циркулярной поляризации не может дать ошибку меньше нескольких процентов. Увеличение частоты Раби ведет только к ухудшению эффективности за счет нерезонансного взаимодействия (при мощности 100 нВт теряется уже 15% населенностей, что близко к экспериментальному результату), в то время как при меньших мощностях и частотах Раби атом уже не вылетает из ловушки.

4 Заключение

4.1 Результаты

В результате проделанной работы были получены следующие результаты:

1. Исследованы однокубитные логические операции с использованием микроволнового поля, измерены времена релаксации кубита, а так же метод их увеличения на основе магических ловушек.

- (a) Измерены осцилляции Раби с видностью $\simeq 95\%$ на основе микроволновых переходов с частотой Раби $\Omega = 2\pi \times 1.495 \pm 0.125$ кГц. Точность полученных гейтов на основе микроволновых переходов $\simeq 95\%$.
 - (b) В экспериментах Рамзи и эха измерены поперечные времена релаксации. T_2^* составила 2.1 ± 0.5 мс, $T_2' = 44 \pm 5$ мс. По затуханиям в схеме Рамзи получена оценка температуры атома 26 ± 1 мкК
 - (c) Проведена калибровка катушек Гельмгольца по квадратичному эффекту Зеемана. Измерены зависимости дифференциального светового сдвига от глубины ловушки при различных значениях магнитного поля. Измерения времени поперечной релаксации в схеме Рамзи показали увеличения времен когерентности на порядок.
2. Исследованы осцилляции Раби между состояниями кубита на основе рамановских переходов в Λ системе.
- (a) Собрана лазерная система, позволяющая генерировать оптическое бигармоническое излучение с разностной частотой, равной сверхтонкому расщеплению основного состояния.
 - (b) Экспериментально наблюдались осцилляции Раби с частотой $\Omega_{exp} = 2\pi \times 0.30 \pm 0.02$ МГц.
3. Проведен анализ метода охлаждения серыми ловушками. Найдены параметры, при которых реализуется охлаждение. Установлено, что теоретически стационарная конечная температура приближается к температуре отдачи фотона. Выявлены качественные зависимости на мощности охлаждающих пучков.
4. Проведен анализ ошибок, возникающих при приготовлении и измерении.
- (a) Проведен анализ ошибок, возникающих при ошибках оптической накачки и неидеальном измерении. Выведена аналитическая связь таких ошибок с уменьшением видности Раби осцилляций. Показана невозможность разделения ошибок измерения и приготовления.

Модель расширена на случай ненулевой отстройки и скорости релаксации.

- (b) Исследована схема детектирования состояния. Получена оценка для эффективности на уровне 98%, что находится в соответствии с экспериментальными данными. Модель расширена на случай эллиптической поляризации.

4.2 План дальнейшего исследования

Планируется дальнейшее исследование однокубитных микроволновых операций. Необходима доработка результатов по магическим ловушкам для еще большего увеличения времени когерентности.

В дальнейшем так же будет продолжена работа по рамановским гейтам. Необходимо улучшение режима инжектирования лазеров для увеличения видности осцилляций. Планируется систематическое экспериментальное исследование метода серых ловушек. Будет проведена оптимизация режима градиентного охлаждения. После усовершенствования рамановской системы будет поставлен эксперимент по рамановскому охлаждению.

Так же в будущем будут экспериментально реализованы двухкубитные операции на основе ридберговских атомов в новой лазерной и вакуумной системе.

Приложение

Для решения уравнения (57) удобно ввести матрицы перехода T_n^\pm

$$\mathbf{x}_{n+2} = T_n^+ \mathbf{x}_n \text{ for } n \geq 0, \quad \mathbf{x}_{n-2} = T_n^- \mathbf{x}_n \text{ for } n \leq 0 \quad (78)$$

Четные компоненты Фурье (нечетных компонент нет) тогда выражаются как

$$\mathbf{x}_{2n} = \left(\prod_{l=0}^{n-1} T_{2l}^+ \right) \mathbf{x}_0, \quad \mathbf{x}_{-2n} = \left(\prod_{l=0}^{-n+1} T_{2l}^- \right) \mathbf{x}_0 \quad (79)$$

Из (57) для $n \geq 2$ и $n \leq -2$ нетрудно в таком случае получить рекурсивные выражения

$$\begin{aligned} T_{n-2}^+ &= -(A_n + C_n T_n^+)^{-1} B_n, \quad n \geq 2 \\ T_{n+2}^- &= -(A_n + B_n T_n^-)^{-1} C_n, \quad n \leq -2, \end{aligned} \quad (80)$$

Снова рассмотрев основное уравнение (57) для $n = 0$ и используя (78), легко получить решение исходной системы в виде

$$x_0 = \left[A_0 - B_0 \frac{1}{A_{-2} - B_{-2}} \frac{1}{A_{-4} - B_{-4}} \frac{1}{A_{-6} - B_{-6}} \dots C_{-6} C_{-4} C_{-2} - C_0 \frac{1}{A_2 - C_2} \frac{1}{A_4 - C_4} \frac{1}{A_6 - C_6} \dots B_6 B_4 B_2 \right]^{-1} \cdot \gamma \quad (81)$$

Приведем для полноты описания матрицы A_n, B_n, C_n :

$$A_n = \begin{bmatrix} nk\nu - i\Gamma_1 + \Omega_1^2(b_1^{n+1} + b_1^{n-1} - a_1^{n+1} + a_1^{n-1}) & -i\Gamma_1 + \frac{\Omega_2^2}{2}(a_2^{n+1} + a_2^{n-1} - b_2^{n+1} + b_2^{n-1}) & \Omega_1\Omega_2(e^{i\phi}(\frac{b_2^{n-1}}{2} + a_1^{n+1}) + e^{-i\phi}(\frac{b_2^{n+1}}{2} + a_1^{n-1})) & -\Omega_1\Omega_2(e^{i\phi}(\frac{a_2^{n-1}}{2} + b_1^{n+1}) + e^{-i\phi}(\frac{a_2^{n+1}}{2} + b_1^{n-1})) \\ -i\Gamma_2 + \frac{\Omega_1^2}{2}(a_1^{n+1} + a_1^{n-1} - b_1^{n+1} + b_1^{n-1}) & nk\nu - i\Gamma_2 + \Omega_2^2(b_2^{n+1} + b_2^{n-1} - a_2^{n+1} + a_2^{n-1}) & -\Omega_1\Omega_2(e^{i\phi}(\frac{a_1^{n+1}}{2} + b_2^{n-1}) + e^{-i\phi}(\frac{a_1^{n-1}}{2} + b_2^{n+1})) & -\Omega_1\Omega_2(e^{i\phi}(\frac{b_2^{n+1}}{2} + a_2^{n-1}) + e^{-i\phi}(\frac{b_2^{n-1}}{2} + a_2^{n+1})) \\ -\frac{\Omega_1\Omega_2}{2}(e^{i\phi}a_1^{n-1} + e^{-i\phi}a_1^{n+1}) & \frac{\Omega_1\Omega_2}{2}(e^{i\phi}b_2^{n+1} + e^{-i\phi}b_2^{n-1}) & \frac{\Omega_1\Omega_2}{2}(a_1^{n-1} + a_1^{n+1} - b_2^{n+1} - b_2^{n-1} - (i\Gamma + \Delta_2 - \Delta_1 - nk\nu)) & 0 \\ -\frac{\Omega_1\Omega_2}{2}(e^{i\phi}b_1^{n-1} + e^{-i\phi}b_1^{n+1}) & \frac{\Omega_1\Omega_2}{2}(e^{i\phi}a_2^{n+1} + e^{-i\phi}a_2^{n-1}) & 0 & \frac{\Omega_1\Omega_2}{2}(b_1^{n-1} + b_1^{n+1} - a_2^{n+1} - a_2^{n-1} - (i\Gamma + \Delta_2 - \Delta_1 + nk\nu)) \end{bmatrix},$$

$$C_n = \begin{bmatrix} \Omega_1^2(b_1^{n+1} - a_1^{n+1}) & \frac{\Omega_2^2}{2}e^{-2i\phi}(a_2^{n+1} - b_2^{n+1}) & \Omega_1\Omega_2e^{-i\phi}(\frac{b_2^{n+1}}{2} + a_1^{n+1}) & -\Omega_1\Omega_2e^{-i\phi}(\frac{a_2^{n+1}}{2} + b_1^{n+1}) \\ \frac{\Omega_1^2}{2}(a_1^{n+1} - b_1^{n+1}) & \Omega_2^2e^{-2i\phi}(b_2^{n+1} - a_2^{n+1}) & -\Omega_1\Omega_2e^{-i\phi}(\frac{a_1^{n+1}}{2} + b_2^{n+1}) & \Omega_1\Omega_2e^{-i\phi}(\frac{b_1^{n+1}}{2} + a_2^{n+1}) \\ -\frac{\Omega_1\Omega_2}{2}e^{-i\phi}a_1^{n+1} & \frac{\Omega_1\Omega_2}{2}e^{-i\phi}b_2^{n+1} & \frac{\Omega_1\Omega_2}{2}(e^{-2i\phi}a_1^{n+1} - b_2^{n+1}) & 0 \\ -\frac{\Omega_1\Omega_2}{2}e^{-i\phi}b_1^{n+1} & \frac{\Omega_1\Omega_2}{2}e^{-i\phi}a_2^{n+1} & 0 & \frac{\Omega_1\Omega_2}{2}(e^{-2i\phi}b_1^{n+1} - a_2^{n+1}) \end{bmatrix},$$

$$B_n = C_{n-2}(-\phi),$$

где

$$\begin{aligned} a_i^n &= \frac{1}{4(i\gamma - (nk\nu + \Delta_i))} \\ b_i^n &= \frac{-1}{4(i\gamma - (nk\nu - \Delta_i))} \end{aligned} \quad (82)$$

Для нахождения коэффициента диффузии удобно воспользоваться разложением Боголюбова для матрицы плотности [54, Гл.6], описывающим «сглаживание» матрицы плотности в представлении Вигнера и по сути заменяющим ее временную зависимость на зависимость от распределения вероятности $\rho_{ij}[z, p, w(z, p, t)]$, $w(z, p, t) = \text{Tr } \rho(z, p, t)$.

$$\rho_{ij}(z, p, t) = H_{ij}^0 w(z, p, t) + H_{ij}^1 \hbar k \frac{\partial}{\partial p} w(z, p, t) + \dots \quad (83)$$

Для нахождения матриц H^0, H^1 необходимо в левую часть исходных уравнения для матрицы плотности (54) подставить уравнения Лиувилля

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -v \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial p}(Fw), \quad (84)$$

а затем в обе части исходного уравнения подставить описанное разложение. Тогда, сравнивая члены с одинаковыми степенями $\hbar k$, можно получить уравнения на матрицы H^i с учетом условий

$$H_{11}^0 + H_{22}^0 + H_{33}^0 = 1 \quad (85)$$

$$H_{11}^1 + H_{22}^1 + H_{33}^1 = 0 \quad (86)$$

Разрешив исходные уравнения относительно H^i при $v = 0$, можем получить [54, Гл.6] выражение для коэффициента диффузии

$$D(z) = \hbar^2 k^2 [\gamma H_{33}^0 + (H_{13}^1 + H_{31}^1) g_1 \sin(kz) + (H_{23}^1 + H_{32}^1) g_2 \sin(kz + \varphi)] \quad (87)$$

Литература

- [1] Peter W Shor. Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer. *SIAM review*, 41(2):303–332, 1999.
- [2] John P Gaebler, Ting Rei Tan, Y Lin, Y Wan, R Bowler, Adam C Keith, S Glancy, K Coakley, E Knill, D Leibfried, et al. High-fidelity universal gate set for be 9+ ion qubits. *Physical review letters*, 117(6):060505, 2016.
- [3] Jason M Amini, Hermann Uys, Janus H Wesenberg, Signe Seidelin, Joseph Britton, John J Bollinger, Dietrich Leibfried, Christian Ospelkaus, Aaron P VanDevender, and David J Wineland. Toward scalable ion traps for quantum information processing. *New journal of Physics*, 12(3):033031, 2010.
- [4] Frank Arute, Kunal Arya, Ryan Babbush, Dave Bacon, Joseph C Bardin, Rami Barends, Rupak Biswas, Sergio Boixo, Fernando GSL Brandao, David A Buell, et al. Quantum supremacy using a programmable superconducting processor. *Nature*, 574(7779):505–510, 2019.

- [5] Abhinav Deshpande, Arthur Mehta, Trevor Vincent, Nicolas Quesada, Marcel Hinsche, Marios Ioannou, Lars Madsen, Jonathan Lavoie, Haoyu Qi, Jens Eisert, et al. Quantum computational supremacy via high-dimensional gaussian boson sampling. *arXiv preprint arXiv:2102.12474*, 2021.
- [6] Daniel Barredo, Sylvain De Léséleuc, Vincent Lienhard, Thierry Lahaye, and Antoine Browaeys. An atom-by-atom assembler of defect-free arbitrary two-dimensional atomic arrays. *Science*, 354(6315):1021–1023, 2016.
- [7] Hyosub Kim, Woojun Lee, Han-gyeol Lee, Hanlae Jo, Yunheung Song, and Jaewook Ahn. In situ single-atom array synthesis using dynamic holographic optical tweezers. *Nature communications*, 7(1):1–8, 2016.
- [8] SR Samoylenko, AV Lisitsin, Danilo Schepanovich, IB Bobrov, SS Straupe, and SP Kulik. Single atom movement with dynamic holographic optical tweezers. *Laser Physics Letters*, 17(2):025203, 2020.
- [9] Hannes Bernien, Sylvain Schwartz, Alexander Keesling, Harry Levine, Ahmed Omran, Hannes Pichler, Soonwon Choi, Alexander S Zibrov, Manuel Endres, Markus Greiner, et al. Probing many-body dynamics on a 51-atom quantum simulator. *Nature*, 551(7682):579–584, 2017.
- [10] Jiaheng Yang, Xiaodong He, Ruijun Guo, Peng Xu, Kunpeng Wang, Cheng Sheng, Min Liu, Jin Wang, Andrei Derevianko, and Mingsheng Zhan. Coherence preservation of a single neutral atom qubit transferred between magic-intensity optical traps. *Physical review letters*, 117(12):123201, 2016.
- [11] Sylvain de Léséleuc, Daniel Barredo, Vincent Lienhard, Antoine Browaeys, and Thierry Lahaye. Analysis of imperfections in the coherent optical excitation of single atoms to rydberg states. *Physical Review A*, 97(5):053803, 2018.
- [12] Tatjana Wilk, A Gaëtan, C Evellin, J Wolters, Y Miroshnychenko, P Grangier, and A Browaeys. Entanglement of two individual neutral atoms using rydberg blockade. *Physical Review Letters*, 104(1):010502, 2010.

- [13] XL Zhang, L Isenhower, AT Gill, TG Walker, and M Saffman. Deterministic entanglement of two neutral atoms via rydberg blockade. *Physical Review A*, 82(3):030306, 2010.
- [14] Lucas Beguin, Aline Vernier, Radu Chicireanu, Thierry Lahaye, and Antoine Browaeys. Direct measurement of the van der waals interaction between two rydberg atoms. *Physical review letters*, 110(26):263201, 2013.
- [15] Cheng Sheng, Xiaodong He, Peng Xu, Ruijun Guo, Kunpeng Wang, Zongyuan Xiong, Min Liu, Jin Wang, and Mingsheng Zhan. High-fidelity single-qubit gates on neutral atoms in a two-dimensional magic-intensity optical dipole trap array. *Physical review letters*, 121(24):240501, 2018.
- [16] Harry Levine, Alexander Keesling, Ahmed Omran, Hannes Bernien, Sylvain Schwartz, Alexander S Zibrov, Manuel Endres, Markus Greiner, Vladan Vuletić, and Mikhail D Lukin. High-fidelity control and entanglement of rydberg-atom qubits. *Physical review letters*, 121(12):123603, 2018.
- [17] Harry Levine, Alexander Keesling, Giulia Semeghini, Ahmed Omran, Tout T Wang, Sepehr Ebadi, Hannes Bernien, Markus Greiner, Vladan Vuletić, Hannes Pichler, et al. Parallel implementation of high-fidelity multiqubit gates with neutral atoms. *Physical review letters*, 123(17):170503, 2019.
- [18] TM Graham, M Kwon, B Grinkemeyer, Z Marra, X Jiang, MT Lichtman, Y Sun, M Ebert, and M Saffman. Rydberg-mediated entanglement in a two-dimensional neutral atom qubit array. *Physical review letters*, 123(23):230501, 2019.
- [19] Henning Labuhn, Daniel Barredo, Sylvain Ravets, Sylvain De Léséleuc, Tommaso Macrì, Thierry Lahaye, and Antoine Browaeys. Tunable two-dimensional arrays of single rydberg atoms for realizing quantum ising models. *Nature*, 534(7609):667–670, 2016.
- [20] Guillaume Gauthier, Thomas A Bell, Alexander B Stilgoe, Mark Baker, Halina Rubinsztein-Dunlop, and Tyler W Neely. Dynamic high-resolution optical trapping of ultracold atoms. *arXiv preprint arXiv:2103.10020*, 2021.

- [21] Harold J Metcalf and Peter Van der Straten. Laser cooling and trapping of neutral atoms. *The Optics Encyclopedia: Basic Foundations and Practical Applications*, 2007.
- [22] Daniel A Steck. Rubidium 87 D line data, 2001.
- [23] Jean Dalibard and Claude Cohen-Tannoudji. Laser cooling below the doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models. *JOSA B*, 6(11):2023–2045, 1989.
- [24] Wolfgang Ketterle and NJ Van Druten. Evaporative cooling of trapped atoms. *Advances in atomic, molecular, and optical physics*, 37:181–236, 1996.
- [25] Adam M Kaufman, Brian J Lester, and Cindy A Regal. Cooling a single atom in an optical tweezer to its quantum ground state. *Physical Review X*, 2(4):041014, 2012.
- [26] Jeffrey Douglas Thompson, TG Tiecke, Alexander S Zibrov, V Vuletić, and Mikhail D Lukin. Coherence and raman sideband cooling of a single atom in an optical tweezer. *Physical review letters*, 110(13):133001, 2013.
- [27] Rudolf Grimm, Matthias Weidemüller, and Yurii B Ovchinnikov. Optical dipole traps for neutral atoms. *Advances in atomic, molecular, and optical physics*, 42:95–170, 2000.
- [28] Daniel A Steck. Quantum and atom optics, 2007.
- [29] Nicolas Schlosser, Georges Reymond, and Philippe Grangier. Collisional blockade in microscopic optical dipole traps. *Physical review letters*, 89(2):023005, 2002.
- [30] A Fuhrmanek, R Bourgain, Yvan RP Sortais, and Antoine Browaeys. Light-assisted collisions between a few cold atoms in a microscopic dipole trap. *Physical Review A*, 85(6):062708, 2012.
- [31] Michael A Nielsen and Isaac Chuang. Quantum computation and quantum information, 2002.

- [32] Victor Weisskopf and EP Wigner. Berechnung der natürlichen linienbreite auf grund der diracschen lichttheorie. In *Part I: Particles and Fields. Part II: Foundations of Quantum Mechanics*, pages 30–49. Springer, 1997.
- [33] HC Torrey. Transient nutations in nuclear magnetic resonance. *Physical Review*, 76(8):1059, 1949.
- [34] Сергей Александрович Ахманов and Сергей Юрьевич Никитин. Физическая оптика. Учебник. 2004. стр. 146-155.
- [35] S Kuhr, W Alt, D Schrader, I Dotsenko, Y Miroshnychenko, A Rauschenbeutel, and D Meschede. Analysis of dephasing mechanisms in a standing-wave dipole trap. *Physical Review A*, 72(2):023406, 2005.
- [36] Charles Tuchendler, Andrew Matheson Lance, Antoine Browaeys, Yvan RP Sortais, and Philippe Grangier. Energy distribution and cooling of a single atom in an optical tweezer. *Physical Review A*, 78(3):033425, 2008.
- [37] E. L. Hahn. Spin echoes. *Phys. Rev.*, 80:580–594, Nov 1950.
- [38] Andrei Derevianko. Theory of magic optical traps for zeeman-insensitive clock transitions in alkali-metal atoms. *Physical Review A*, 81(5):051606, 2010.
- [39] Bindiya Arora, MS Safronova, and Charles W Clark. Magic wavelengths for the $n\ p - n\ s$ transitions in alkali-metal atoms. *Physical Review A*, 76(5):052509, 2007.
- [40] R Gupta, C Xie, S Padua, Herman Batelaan, and Harold Metcalf. Bichromatic laser cooling in a three-level system. *Physical review letters*, 71(19):3087, 1993.
- [41] Sara Rosi, Alessia Burchianti, Stefano Conclave, Devang S Naik, Giacomo Roati, Chiara Fort, and Francesco Minardi. Λ -enhanced grey molasses on the D 2 transition of Rubidium-87 atoms. *Scientific reports*, 8(1):1–9, 2018.
- [42] William Happer. Optical pumping. *Reviews of Modern Physics*, 44(2):169, 1972.

- [43] Andrew T Grier, Igor Ferrier-Barbut, Benno S Rem, Marion Delehay, Lev Khaykovich, Frédéric Chevy, and Christophe Salomon. Λ -enhanced sub-doppler cooling of lithium atoms in D 1 gray molasses. *Physical Review A*, 87(6):063411, 2013.
- [44] Tianwu Cai and NP Bigelow. Light pressure forces on multi-level atoms in intense polychromatic light fields: a continued fraction approach. *Optics communications*, 104(1-3):175–184, 1993.
- [45] DV Kosachiov, Yu V Rozhdestvensky, and G Nienhuis. Laser cooling of three-level atoms in two standing waves. *JOSA B*, 14(3):535–543, 1997.
- [46] Claude Cohen-Tannoudji, Jacques Dupont-Roc, and Gilbert Grynberg. *Atom-photon interactions: basic processes and applications*. 1998. chapter 5.
- [47] VM Porozova, LV Gerasimov, IB Bobrov, SS Straupe, SP Kulik, and DV Kupriyanov. Raman sideband cooling of a single atom in an optical dipole trap: Toward a theoretical optimum in a three-dimensional regime. *Physical Review A*, 99(4):043406, 2019.
- [48] James M Supplee, Edward A Whittaker, and Wilfried Lenth. Theoretical description of frequency modulation and wavelength modulation spectroscopy. *Applied Optics*, 33(27):6294–6302, 1994.
- [49] EA Donley, TP Heavner, Filippo Levi, MO Tataw, and SR Jefferts. Double-pass acousto-optic modulator system. *Review of Scientific Instruments*, 76(6):063112, 2005.
- [50] Lucas Beguin. *Measurement of the van der Waals interaction between two Rydberg atoms*. Theses, Institut d’Optique Graduate School, December 2013.
- [51] Hanne Ludvigsen, Mika Tossavainen, and Matti Kaivola. Laser linewidth measurements using self-homodyne detection with short delay. *Optics Communications*, 155(1-3):180–186, 1998.
- [52] Michael J Biercuk, Hermann Uys, Aaron P VanDevender, Nobuyasu Shiga, Wayne M Itano, and John J Bollinger. Optimized dynamical decoupling in a model quantum memory. *Nature*, 458(7241):996–1000, 2009.

- [53] Fred Atoneche and Anders Kastberg. Simplified approach for quantitative calculations of optical pumping. *European Journal of Physics*, 38(4):045703, 2017.
- [54] Владимир Георгиевич Миногин and Владилен Степанович Летохов. *Давление лазерного излучения на атомы*. Наука, 1986.