

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования
«Санкт-Петербургский государственный морской технический университет»
(СПбГМТУ)

Допущен к защите
Заведующий кафедрой

_____ (Яковлев А.Ю.)
(подпись) (ФИО)
« _____ » _____ 2021 г.

Факультет кораблестроения и океанотехники

Кафедра гидроаэромеханики и морской акустики

Направление подготовки (специальность) 26.04.02 «Кораблестроение,
океанотехника и системотехника объектов морской инфраструктуры»

Направленность ООП (профиль, специализация) 26.04.02.06 «Теория
корабля и гидродинамика»

**ВЫПУСКНАЯ
КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
МАГИСТРА**

На тему: «Валидация и верификация акустической модели на ряде
типовых задач»

ОБУЧАЮЩИЙСЯ

_____ (Ливеринова М.А.)
(подпись) (ФИО)

РУКОВОДИТЕЛЬ

_____ (Тряскин Н.В.)
(подпись) (ФИО)

2021 г

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1 Обзор методов исследования акустического шума.....	8
1.1 Исторический обзор методов.....	8
1.2 Экспериментальное исследование акустического шума	9
1.3 Методы численного моделирования акустического шума.....	13
1.3.1 Метод прямого численного моделирования	13
1.3.2 Метод крупных вихрей.....	14
1.3.3 Метод RANS (Reynolds-averaged Navier-Stokes)	15
1.4 Интегральные методы.....	17
1.4.1 Аналогия Кёрла.....	18
1.4.2 Метод Кирхгофа и Фокса Вильямса-Хокинга	19
2 Математическая постановка комплексной задачи моделирования акустического шума.....	26
2.1 Математическая модель для рассматриваемых тестовых задач	26
2.1.1 Уравнения RANS	26
2.1.2 Уравнения LES	28
2.1.3 Граничные и начальные условия	30
2.2 Метод контрольного объема	34
2.3 Реализация задач в пакете OpenFOAM.....	35
3 Постановка тестовых задач.....	38

3.1	Численное моделирование задачи о расчёте шума при обтекании двумерного кругового цилиндра однородным потоком.....	38
3.1.1	Определение сеточно-независимого решения.....	39
3.1.2	Результаты численного моделирования.....	43
3.1.3	Акустические характеристики в дальнем поле.....	49
3.2	Численное моделирование задачи об обтекании тандема круговой цилиндр – профиль NASA 0012 однородным потоком...	55
3.2.1	Определение сеточно-независимого решения.....	57
3.2.2	Результаты численного моделирования.....	60
3.2.3	Акустические характеристики в дальнем поле.....	65
	ЗАКЛЮЧЕНИЕ	70
	Список литературы	72

ВВЕДЕНИЕ

Проблемы борьбы с вредным воздействием шумов на человека, а также вопросы, связанные с акустической усталостью конструкций при нестационарном воздействии, приводят к активному изучению акустики и методов снижения шума аэродинамического происхождения. Существенную роль в образовании шума играет турбулентность, возникающая, например, при обтекании тел или при истечении струй. Множество отечественных и зарубежных работ посвящены вопросу получения точного расчёта акустического поля и, в большей степени, расчёта дальнего акустического поля турбулентного течения.

Большинство работ направлены на исследование шума аэродинамического происхождения (вентиляторы, компрессоры, газовые турбины, реактивные двигатели), который может оказывать воздействие на больших расстояниях от источника.

Задачи, связанные с моделированием аэродинамического шума в ближнем и дальнем полях, получают всё большее распространение среди инженеров, которые занимаются экспериментом и вычислительной аэрогидродинамикой. На сегодняшний день, на основе имеющейся теоретической базы активно развиваются численные методы, которые проходят валидацию на базе имеющейся базы экспериментальных исследований и точных аналитических решений. Методы вычислительной акустики разделяют на две категории. Первая категория включает в себя два различных подхода к описанию турбулентности: решение осреднённых по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса с использованием полуэмпирических моделей турбулентности и моделирование турбулентности с использованием прямых (DNS) или гибридных (LES, DES) моделей. В

большинстве случаев необходимо вычислить пульсирующую составляющую давления, как определяющую акустическую компоненту, на расстояниях, которые значительно больше характерного размера рассматриваемого тела. В связи с вышесказанным, подход прямого численного моделирования шума является неэффективным. Ко второй категории относят определение уровня шума на основе интегральных методов. Данные методы и аналогии являются двухэтапными и основаны на раздельном расчёте генерации шума и его распространении: на первом этапе производится гидродинамический расчёт, в процессе которого информация о нестационарных характеристиках потока сохраняется, а уже на втором этапе с использованием имеющейся информации производится расчёт распространения звука до положения наблюдателя с помощью соответствующих интегральных формул. В основу данных методов положены математические модели RANS/LES/DES подходов и акустические аналогии (Лайтхилла, Кёрла, Фокс-Вильямса – Хокинга (Ffowcs Williams & Hawkings)). Описанный подход позволяет значительно сократить объем вычислительных затрат без потери точности решения.

К сожалению, несмотря на имеющуюся обширную теоретическую и экспериментальную базу, универсальной модели для численного расчёта дальнего поля при обтекании тел не найдено.

Таким образом, совершенствование численных методов для расчёта шума турбулентного течения остаётся актуальной задачей и позволяет решить ряд важнейших вопросов:

– оптимизация конструкций с целью снижения шума и избегания акустического загрязнения подводной или надводной сред;

– создание и оптимизация морских и нефтегазовых сооружений с учетом уровней шума, возникающих при обтекании конструкций, безопасных для человеческой работы и подводной фауны.

– определение уровней звукового давления с помощью математического эксперимента, техническая реализация которого более экономична чем физический эксперимент.

Основной целью работы является валидация и верификация акустической модели на ряде тестовых задач: обтекание круглого цилиндра и обтекание тандема цилиндр – профиль NACA0012 методом осреднения уравнений Навье-Стокса RANS и вихреразрешающим методом LES для сжимаемой и несжимаемой сред.

Для достижения поставленной цели необходимо выполнить ряд задач:

1. Изучение литературы, посвященной теоретическому, экспериментальному и численному определению акустического шума при обтекании твёрдых тел;
2. Моделирование турбулентного течения с помощью двумерного RANS и LES подходов, отработка начальных и граничных условий;
3. Моделирование и расчёт акустического излучения, генерируемого обтеканием тел;
4. Пересчёт ближнего акустического поля в заданную точку пространства дальнего поля с использованием интегральных методов;
5. Анализ полученных результатов и сравнение с экспериментальными данными

Данная работа состоит из введения, 3 глав, заключения и списка литературы.

В первой главе данной работы приведен исторический обзор зарубежных и отечественных исследований, направленных на изучение

акустического поля, обзор наиболее актуальных на сегодняшний день методов численного моделирования для решения поставленной задачи, а также обзор интегральных методов.

Во второй главе описана математическая модель задачи: дифференциальные уравнения, начальные и граничные условия, модели турбулентности, применяемые для моделирования турбулентного течения.

В третьей главе представлены результаты численного моделирования поставленных задач, а также акустические характеристики, полученные в процессе решения.

В заключении сформулированы основные выводы и направления дальнейшего исследования данного вопроса.

Список литературы в алфавитном порядке представлен в конце работы.

1 Обзор методов исследования акустического шума

1.1 Исторический обзор методов

Еще в XV веке Леонардо да Винчи предположил возможность прослушивания кораблей в море посредством опущенного в воду конца трубки. Одним из первых в 1878 году, кто связал генерацию звука с движением жидкости, стал В.Струхаль [27], который экспериментально исследовал эоловы тона, возникающие при обтекании проволоки, но в качестве причины излучаемого звука учёный предположил колебания проволоки. Уже в 1915 году лорд Рэлей связал генерацию звука с периодическим вихревым следом при обтекании жёсткого цилиндра, за которым были обнаружены эоловы тона. Таким образом, Рэлей [13] в своей работе «Теория звука» заложил теоретическую базу для исследования звука при движении потоков жидкости и положил начало развитию аэроакустики. Практическое применение связано с интенсивным развитием авиационной и ракетно-космической техники в 30-х годах XX века, так как их эксплуатация связана с истечением высокоскоростных струй, являющихся мощным источником шума. С разработкой теоретической базы появилась потребность в экспериментальных исследованиях, где было бы возможно получить информацию, которую невозможно измерить на реальных летающих самолетах. Описанные выше достижения в акустике привели к разработке экспериментальной базы для исследования шума турбулентных течений, практические аспекты заложены в работах Л.Я.Гутина «О звуковом поле вращающегося винта» (1936) [31], Д.И.Блохинцева «Акустика неоднородной движущейся среды» (1946) [30] и М.Д.Лайтхилла (M.J.Lighthill) «О шуме турбулентных струй» [17] – [18], благодаря которому был введен термин «аэродинамический звук».

Всё это позволило сформулировать теорию струйных течений и получить их общие закономерности. Далее, с развитием вычислительной техники, появился новый тип акустического эксперимента, так называемого эталонного эксперимента «benchmark», предназначенного для верификации и валидации численных расчетов, появились новые инструменты и методы для проведения экспериментов, например, PIV-метод – метод цифровой трассерной визуализации (более подробно о методе в [19]) или мультисенсорные датчики давления. Все эти разработки XX столетия привели к стремительному развитию акустики в следующих десятилетиях.

1.2 Экспериментальное исследование акустического шума

Для того, чтобы было возможно производить численные расчёты, коды проходят несколько уровней валидации: сравнение с аналитическим решением модельных задач, а, затем, согласование с экспериментальными данными для более сложных задач. Планирование эксперимента для этой цели требует особой осторожности, учитывая ограничения и слабые стороны CFD [16].

Существуют несколько видов аэродинамических труб для проведения акустического эксперимента. Первый тип – установки с открытой рабочей частью, они удобны для исследования как аэродинамических, так и акустических характеристик. Поток выходит из сопла в безэховое помещение, которое имитирует неограниченную область покоящейся среды. На сегодняшний день самыми известными из таких установок являются: DLR, находящаяся в Брауншвейге (Германия), ECL, имеющая меньшие размеры, чем DLR, но большие числа Маха, ONERA – S8ra 19, FKFS (Штутгарт) и новая аэродинамическая труба Mercedes в Зиндельфингене. В аэродинамических трубах открытого типа обычно

проводят эксперименты над двумя типами задач. Когда исследуется сама струя, тогда все аэродинамические источники являются частью исследуемого процесса. На рисунке 1 показан пример двух струй, развивающихся после диафрагмы и многопрофильной решетки на дозвуковой скорости [21]. Полученные акустические результаты полностью согласуются со спектральными моделями [4], показывающими, что совокупность струй ведет себя как струя в целом.

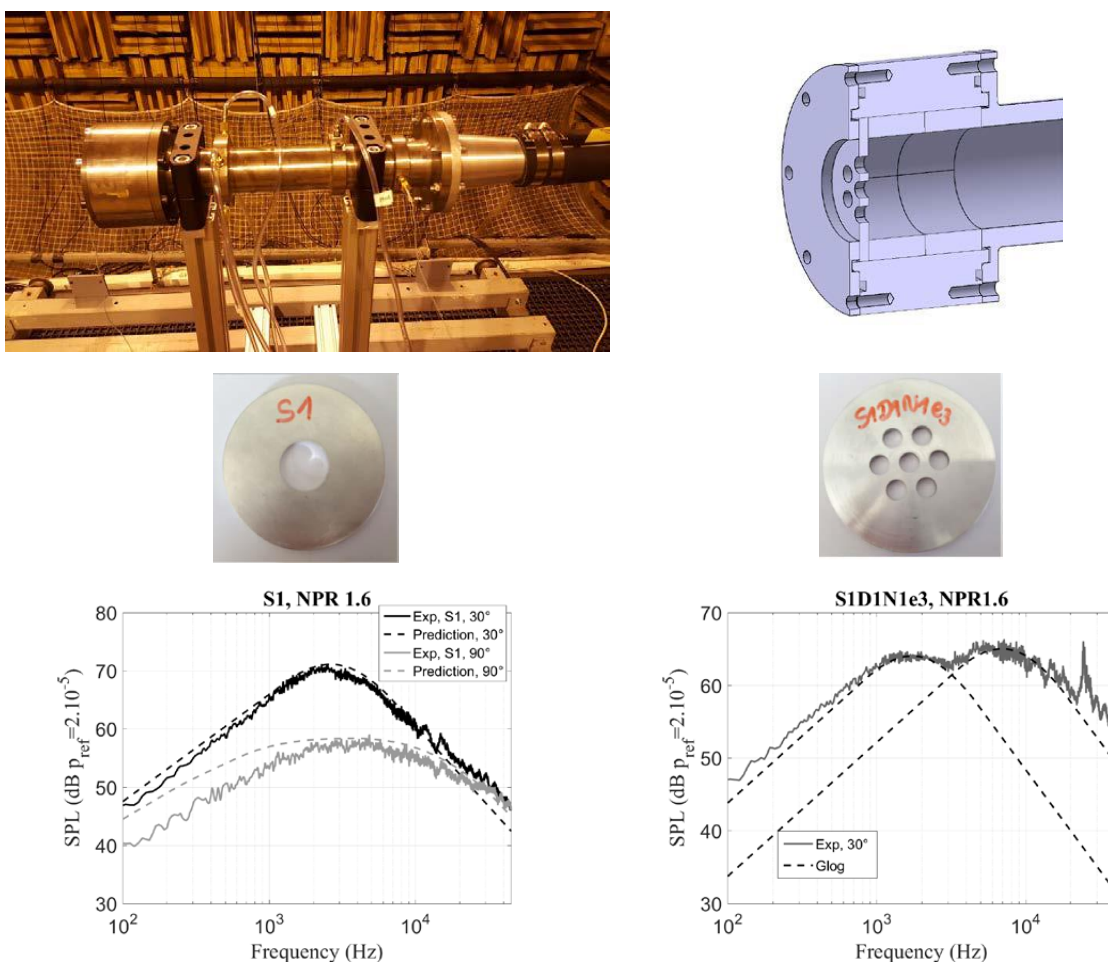


Рисунок 1 - Струя с диафрагменным соплом (слева) и соплом с несколькими отверстиями (справа), спектры согласуются с [4].

При втором типе задач источником является не сама струя, а тело (натура или модель), помещенное в ядро струи (рисунок 2). При недостаточной степени турбулизации потока используют решетки, либо располагают перед телом дополнительный объект, как, например, сделал

Jacob [16], разместивший круговой цилиндр на расстоянии в одну хорду перед профилем NACA0012.

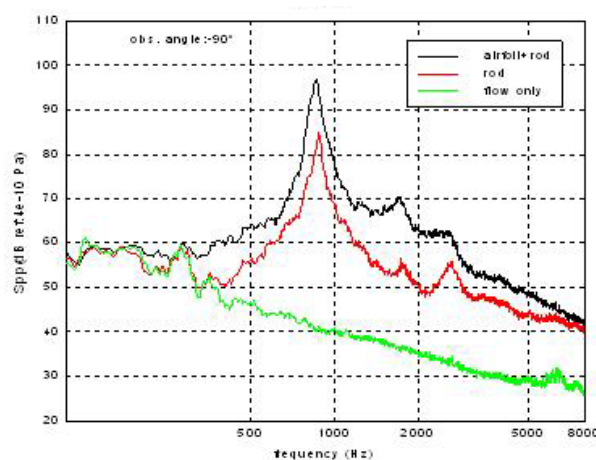
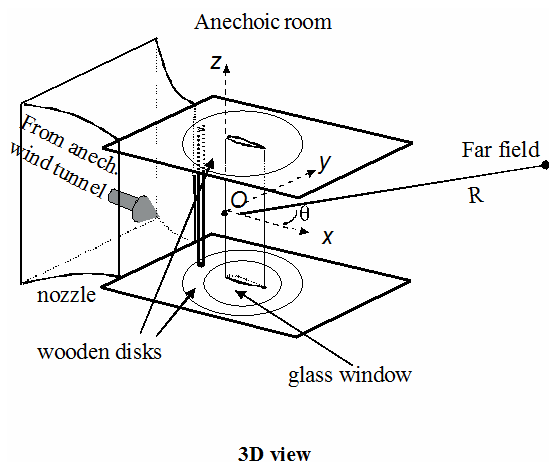


Рисунок 2 - Эксперимент со стержнем и профилем при скорости $U = 72$ м/с: эскиз (слева) и спектры шума в дальнем поле под углом 90° к направлению потока (справа): фоновый шум от струи – зеленая кривая, от стержня – красная кривая, от стержня и профиля – черная кривая.

Вторым типом аэродинамических труб являются трубы закрытого типа. Существует несколько типов экспериментов с закрытыми испытательными участками, а именно: эксперименты, имитирующие действительный поток в воздуховоде, эксперименты, воспроизводящие конфигурации свободного или полусвободного поля с однородным потоком или потоком у стенки. Наконец, если воздуховод конечный и с открытым концом, вход/выход может быть размещен в безэховой комнате, что позволяет проводить измерения в дальнем поле. Конфигурации с открытым концом обычно достигаются турбодвигателями с воздуховодом, такими как установка в аэродинамической трубе ANECOM для установки с вентилятором в масштабе 1/2 или, в последнее время, в аэродинамической трубе PHARE 2 для установок с вентилятором в масштабе 1/3 в Ecole Centrale de Lyon.

На практике исследуемые на акустические характеристики объекты часто имеют большие размеры и неограниченную область движения, например, крыло самолета, что накладывает определенные требования к эксперименту. Эксперимент проводится для модели, ввиду чего необходимо добиться действительной физической картины и учесть масштабный эффект. Ситуация более однозначна, если исследуется объект, который обтекается в замкнутой среде, например, канальный вентилятор, поскольку поток не требует искусственного ограничения. Вопросы влияния масштабных эффектов при экспериментальных исследованиях акустических характеристик реактивного двигателя самолета в своих работах рассмотрел Viswanathan K. [28] – [29]. В результате была сформулирована методика проведения эксперимента, при которой хорошо согласуются полученные данные для натуре и модели.

С.Ю.Крашенинников и А.К.Миронов в работах [32]-[34] изучили характер акустических возмущений и с помощью экспериментальных установок определили положение источников шума дозвуковых турбулентных струй, истекающих из осесимметричных сопел. В результате исследования были сделаны выводы о том, что образование звука происходит в области полностью турбулентного потока вне струи, а его мощность и спектральный состав зависит от турбулентных пульсаций в слое смешения. Также в работе [36] они провели экспериментальное исследование акустомеханического КПД, которое определяется как отношение мощности акустического излучения к потоку кинетической энергии струи, и получили хорошее согласование с акустической аналогией Лайтхилла, согласно которой акустомеханический КПД пропорционален числу Маха в пятой степени.

1.3 Методы численного моделирования акустического шума

Из существующих методов расчета шума принято выделять два направления. Первое основано на эмпирических корреляциях и теории подобия или, на решении стационарных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (RANS) совместно с эмпирическими моделями источников звука, как, например, в работах [1], [5] [22]. Но данное направление было актуально до конца 90-х годов XX века, потому как такие методы оказываются практически неприменимыми за рамками изученного экспериментального диапазона изменения режимных и геометрических параметров.

Когда компьютерная техника и вычислительные алгоритмы начали развиваться, начали появляться новые подходы в аэроакустике, в рамках которых применяются «вихреразрешающие» методы моделирования турбулентности: прямое численное моделирование (DNS), метод крупных вихрей (LES), гибридные методы RANS/LES (DES).

1.3.1 Метод прямого численного моделирования

В основе метода прямого численного моделирования лежат уравнения Навье-Стокса и неразрывности. Метод DNS (Direct Numerical Simulation) заключается в совместном расчёте генерации звука турбулентными структурами и распространения звуковых волн за пределы турбулентной области вплоть до положения наблюдателя в рамках единой системы газодинамических уравнений. Для реализации этого метода требуются чрезвычайно большие численные затраты, так как информация об уровне шума представляет интерес на значительных расстояниях от источника, что ведет к значительному увеличению расчётной области, причём сетка

должна быть мелкой для разрешения высокочастотной части звукового спектра.

1.3.2 Метод крупных вихрей

Метод LES (Large Eddy Simulation) основан на пространственном осреднении поля случайной величины. Осреднение по пространству осуществляется с помощью процедуры фильтрации

$$\bar{\varphi}(x, t) = \int G(r, x) \varphi(x - r, t) dr \quad (1)$$

где $G(r, x)$ – функция фильтра, удовлетворяющая условию нормировки

$$\int G(r, x) dr = 1 \quad (2)$$

Определённая на интервале $x - \frac{1}{2}\Delta < x' < x + \frac{1}{2}\Delta$, где Δ – ширина сеточного фильтра.

Применение процедуры фильтрации (1) совместно с осреднением по Фавру к системе уравнений Навье-Стокса и неразрывности позволяет получить уравнения движения несжимаемой весомой жидкости LES метода

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + g_i \quad (4)$$

где $\bar{\ast}$ означает осреднение по пространству. Применение процедуры фильтрации к уравнениям Навье-Стокса приводит к получению отфильтрованных уравнений, в которых появляются дополнительные

подсеточные напряжения. Входящий в уравнение тензор напряжений моделируется на основе осреднённых полей \bar{u}_i

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (5)$$

Для замыкания используют различные модели турбулентности. В общем случае подсеточные модели подразделяются на два класса: модели добавочной вязкости и модели синтетических полей. Наибольшее распространение получили модели на основе добавочной вязкости, в которых подсеточные напряжения определяются согласно градиентно-диффузионной гипотезе

$$\tau_{ij} = -2\nu_{sgs} \bar{S}_{ij}, \quad \bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (6)$$

где ν_{sgs} – подсеточная вязкость, которая определяется согласно гипотезе пути смешения

$$\nu_{sgs} = l^2 \bar{S} = (C_s \Delta)^2 \bar{S}, \quad \bar{S} = \sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}} \quad (7)$$

где $l = C_s \Delta$ – длина пути смешения Смагоринского, \bar{S} – характерная отфильтрованная скорость сдвига, C_s – константа Смагоринского. Данный подход нашёл широкое применение при моделировании акустического излучения турбулентным течением [3], [23].

1.3.3 Метод RANS (Reynolds-averaged Navier-Stokes)

Данный метод основывается на применении процедуры осреднения по времени к уравнениям Навье-Стокса и неразрывности. Нестационарная система уравнений Навье-Стокса для сжимаемой жидкости, дополненной уравнением неразрывности в векторной форме

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \\ \rho \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} \right) = -\nabla p + \mu \Delta \vec{u} + \left(\eta + \frac{\mu}{3} \right) \nabla \operatorname{div} \vec{u}, \end{cases} \quad (8)$$

где ρ – плотность среды, p – давление, \vec{u} – вектор скорости, μ – коэффициент динамической вязкости среды, η – объемная вязкость.

Для несжимаемой среды система уравнений упрощается с учетом $\rho = \text{const}$ и принимает следующий вид

$$\begin{cases} \nabla \cdot \vec{u} = 0 \\ \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} + \nu \Delta \vec{u} - \frac{1}{\rho} \nabla p + f, \end{cases} \quad (9)$$

где f – векторное поле массовых сил, ν – кинематическая вязкость.

При решении системы уравнений (9) методом RANS (10) в случае сжимаемой жидкости давление и плотность осредняются по Рейнольдсу, остальные переменные осредняются по Фавру – взвешенное осреднение

$$\tilde{f}(t) = \frac{\bar{\rho} f}{\bar{\rho}} \quad (10)$$

где f – функция переменных. Процедура осреднения по Фавру должна удовлетворять следующим свойствам

$$\begin{aligned} f &= \tilde{f} + f'' \\ \overline{\rho f''} &= 0 \\ \bar{\rho} f &= \bar{\rho} \tilde{f} = \bar{\rho} \bar{f} + \rho' f' \end{aligned} \quad (11)$$

При осреднении появляется новый тензор турбулентных напряжений, который зависит от пульсационных составляющих скоростей. В связи с этим фактом требуются дополнительные уравнения, поэтому точность решения задачи напрямую зависит от выбранной полуэмпирической модели турбулентности. В основе большинства моделей замыкания турбулентных напряжений лежат два важных предположения: (1) гипотеза о локальной

изотропности турбулентности, турбулентных течений, предложенная А.Н.Колмогоровым, которая справедлива для высоких чисел Рейнольдса и (2) градиентно-диффузионная гипотеза, согласно которой напряжения Рейнольдса описываются зависимостью

$$-\langle u'_i u'_j \rangle = -2\nu_t \langle S_{ij} \rangle, \quad \langle S_{ij} \rangle = \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \quad (12)$$

где ν_t – турбулентная вязкость, локально изотропная. Дальнейшее развитие RANS методов связано с представлением турбулентной вязкости ν_t .

Наибольшее распространение получили следующие модели: k-ε [7] (подходит для сдвиговых течений), модель Спаларта Аллмареса (внешние течения) и модель Ментера SST (комбинация моделей k-ε и k-ω). Данный метод чаще всего используется для расчёта осредненных характеристик потока и с целью определения корректности начальных и граничных условий. Данный метод был рассмотрен в работе [30] для двух различных моделей турбулентностей, приведен сравнительный анализ между ними и методом LES.

1.4 Интегральные методы

Из-за перечисленных выше недостатков прямого численного моделирования в большинстве работ используются интегральные методы. Интегральные методы расчета шума – это двухэтапные методы, основанные на раздельном расчёте генерации шума и его распространения. На первом этапе производится гидродинамический расчёт, в процессе которого информация о нестационарных характеристиках потока сохраняется на так называемых контрольных поверхностях, в общем случае это замкнутые поверхности, которые охватывают все источники, генерирующие звук. На втором этапе с использованием данных с контрольных поверхностей

производится расчёт распространения звука до положения наблюдателя с помощью соответствующих интегральных формул. Данный подход позволяет уменьшить расчётную область относительно DNS и уменьшить требования к вычислительной технике.

В статье Лайтхилла, опубликованной в 1952 году, была предложена акустическая аналогия, полученная преобразованием уравнений Навье-Стокса к волновому уравнению, для вывода аналогии автор предположил, что пульсации плотности в турбулентной зоне подобны звуковой волне:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho - \rho_0) - c_0^2 \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i}(\rho - \rho_0) = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}, \quad (13)$$

где c_0 – скорость звука; T_{ij} – тензор турбулентных напряжений Лайтхилла:

$$T_{ij} = \rho \vartheta_i \vartheta_j + [(\rho - \rho_0) - c_0^2(\rho - \rho_0)]\delta_{ij}, \quad (14)$$

где δ_{ij} – символ Кронекера, $c_0^2(\rho - \rho_0) = p - p_0$ – звуковое давление.

1.4.1 Аналогия Кёрла

Позднее к аналогии Лайтхилла была введена поправка на наличие твердых границ в потоке, получившая название аналогии Кёрла (Кёрл [6], Пауэлл [24]). Аналогия Керла — это решение аналогии Лайтхилла, которое принимает во внимание наличие твердых границ, что позволяет учесть не только дифракцию шума на квадрупольный источник, но и возможность образования монопольных и дипольных источников вдоль рабочей поверхности

$$\rho - \rho_0 = \frac{1}{4\pi c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i} \int_V \frac{T_{ij} \left(y, t - \frac{r}{c_0} \right)}{r} dy + \frac{1}{4\pi c_0^2} \frac{\partial}{\partial x_i} \int_S \frac{P_i \left(y, t - \frac{r}{c_0} \right)}{r} dy \quad (15)$$

где поверхностный интеграл — это модификация теории Лайтхилла, представляющая собой шумовое воздействие, созданное распределением дипольных источников силой P_i , отнесенной к единице площади, где $P_i = -l_j p_{ij}$, l_j — косинус между направлением потока и внутренней нормалью к поверхности потока. В качестве допущений вводятся предположения об отсутствии объёмных источников, локальной изотропности течения и о малости времени запаздывания

$$\rho - \rho_0 = \frac{1}{4\pi c_0} \frac{x_i}{r^2} \frac{\partial F_i}{\partial t}, \quad F_i = \int_S P_i(y, t) dS(y) \quad (16)$$

1.4.2 Метод Кирхгофа и Фокса Вильямса-Хокинга

Основными интегральными методами на сегодняшний день являются метод Кирхгофа и метод Фокса Вильямса-Хокинга (Ffowcs Williams & Hawkings), в дальнейшем — ФВХ. Метод Кирхгофа требователен к расположению контрольных поверхностей, они должны располагаться в области потока, где справедливы акустические (линеаризованные) уравнения. Поэтому в задачах с «неограниченной» турбулентностью данный метод является затратным в плане вычислительных ресурсов, так как требуются большие размеры контрольных поверхностей.

Метод ФВХ имеет преимущество над методом Кирхгофа в том, что для его реализации контрольные поверхности могут располагаться в непосредственной близости к турбулентной зоне (невязкая, но нелинейная

область потока), а при нахождении контрольной поверхности в области «линейной акустики» переходит в классический метод Кирхгофа. Но близость к турбулентной зоне может вносить существенные погрешности, поэтому существуют специальные модификации оригинального метода.

Данный интегральный метод основывается на аналогии Лайтхилла. Идея метода заключается в разделении расчетной области некоторой гипотетической поверхностью, на которой решаемая задача точно соответствует физическому процессу. Таким образом, расчетная область поделена на две: внутри контрольной поверхности и вне ее границ. Уравнение ФВХ было получено в работе [11]. Рассматривается течение сжимаемого газа в неограниченной области, содержащей одно или несколько твердых тел. Для получения уравнения, которое описывает звуковое поле, вводится контрольная поверхность, в любой момент времени охватывающая все твёрдые тела, она задана уравнением $f(\vec{x}, t) = 0$, причем внутри поверхности $f(\vec{x}, t) < 0$, а вне её границ $f(\vec{x}, t) > 0$ (рисунок 3).

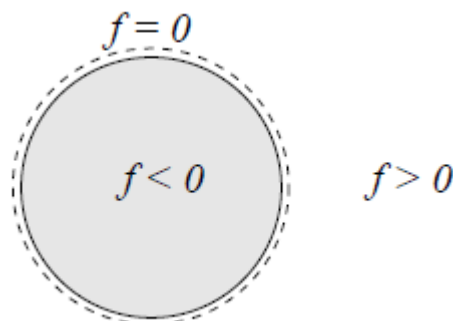


Рисунок 3 – Определение контрольной поверхности в методе ФВХ

С использованием введённого уравнения поверхности записывается уравнение баланса количества движения в преобразованной форме, справедливой для всей области, вне и внутри твёрдых тел [15]. Аналогичным образом преобразовывается уравнение неразрывности. Далее, после дифференцирования уравнения неразрывности и вычитания дивергенции от уравнения баланса количества движения, можно получить

неоднородное волновое уравнение относительно возмущения плотности газа (акустической плотности $\rho - \rho_0$):

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \right) [H(f)c_0^2(\rho - \rho_0)] \\ & = - \frac{\partial}{\partial x_i} [L_i |\nabla f| \delta(f)] + \frac{\partial}{\partial t} [\rho_0 U_n |\nabla f| \delta(f)] \\ & + \frac{\partial^2 (H(f) T_{ij})}{\partial x_i \partial x_j}, \end{aligned} \quad (17)$$

где приняты следующие обозначения:

$$L_i = [(p - p_0)\delta_{ij} - \tau_{ij} + \rho u_i (u_j - v_j)] n_j, \quad (18)$$

$$U_n = U_i n_i, \quad (19)$$

$$U_i = \frac{\rho U_i}{\rho_0} + \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0} \right) v_i \quad (20)$$

Приведённое выше уравнение является уравнением Фокс Вильямса-Хокинга. При его получении использованы обобщённые функции [10]. На практике чаще применяется интегральная форма уравнений, которая относительно акустического давления $p' = p(\vec{x}, t) - p_0$ может быть записана в виде:

$$p'(\vec{x}, t) = p'_T(\vec{x}, t) + p'_L(\vec{x}, t) + p'_Q(\vec{x}, t) \quad (21)$$

$$\begin{aligned} 4\pi p'_T(\vec{x}, t) & = \int_{f=0} \left[\frac{\rho_0 (\dot{U}_n + U_{\dot{n}})}{r(1 - M_r)^2} \right]_{\text{ret}} dS \\ & + \int_{f=0} \left[\frac{\rho_0 U_n (r\dot{M}_r + c(M_r - M^2))}{r^2(1 - M_r)^3} \right]_{\text{ret}} dS \end{aligned} \quad (22)$$

$$4\pi p'_L(\vec{x}, t) = \frac{1}{c} \int_{f=0} \left[\frac{\dot{L}_r}{r(1 - M_r)^2} \right]_{\text{ret}} dS + \int_{f=0} \left[\frac{L_r - L_M}{r^2(1 - M_r)^2} \right]_{\text{ret}} dS \quad (23)$$

$$+ \frac{1}{c} \int_{f=0} \left[\frac{L_r (r\dot{M}_r + c(M_r - M^2))}{r^2(1 - M_r)^3} \right]_{\text{ret}} dS$$

$$4\pi p'_Q(\vec{x}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_{f>0} \left[\frac{Q_{rr}}{|r|1 - M_r|} \right]_{\text{ret}} dV \quad (24)$$

$$+ \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \int_{f>0} \left[\frac{3Q_{rr} - Q_{ii}}{r^2|1 - M_r|} \right]_{\text{ret}} dV$$

$$+ \int_{f>0} \left[\frac{3Q_{rr} - Q_{ii}}{r^3|1 - M_r|} \right]_{\text{ret}} dV$$

В (21)-(24) введены обозначения: $M_r = \frac{v_i r_i}{c_0}$ – проекция вектора числа

Маха на направление наблюдателя в момент излучения звука (рисунок 4),

$$\dot{M}_i = \frac{1}{c_0} \frac{\partial v_i}{\partial \tau}, \quad \dot{M}_r = \dot{M}_i \frac{r_i}{r}, \quad \dot{U}_n = \frac{\partial U_i}{\partial \tau} n_i, \quad U_n = v_i \frac{\partial n_i}{\partial \tau}, \quad M^2 = \frac{v_i v_i}{c_0^2}, \quad L_r =$$

$$L_i \frac{r_i}{r}, \quad \dot{L}_r = \frac{\partial L_i}{\partial \tau} \frac{r_i}{r}, \quad L_M = L_i \frac{v_i}{c_0}, \quad Q_{ij} = \int_{f>0} T_{ij} dn, \quad Q_{rr} = Q_{ij} r_i r_j.$$

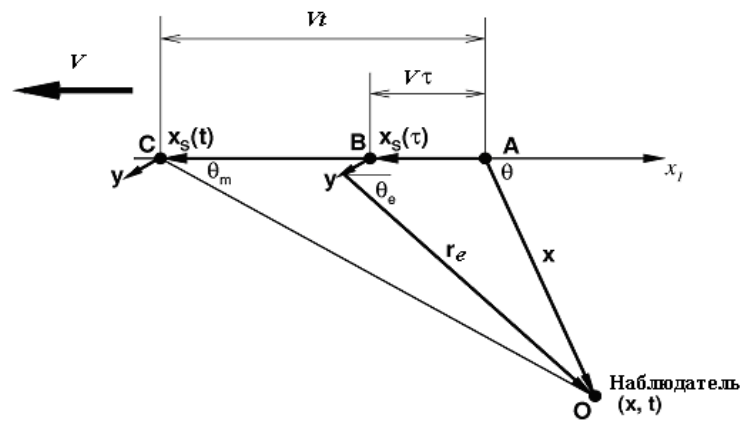


Рисунок 4 – Схема источника звука и наблюдателя

Индекс ret обозначает запись интеграла в момент излучения звука элементарным источником, то есть $\tau = t - \frac{r_e}{c}$. Интегрирование производится в системе координат, связанной с источником. Набор соотношений (21)-(24) называется интегральной формулировкой Фарссаата-1а, именно эта форма уравнения ФВХ чаще всего используется в вычислительных кодах. На практике объемным интегралом пренебрегают, выбирая контрольную поверхность таким образом, чтобы она охватывала все источники звука.

Е.Sjoberg в своей работе [8] использовала акустические аналогии для отделения генерации звука от его распространения звука на примере задач обтекания цилиндра в качестве валидации кода и бокового зеркала. Рассмотрено влияние сжимаемости среды, в результате чего получен вывод о том, что предположение несжимаемости является справедливым для задачи с низким числом Маха. Кроме того, рассмотрены различные условия и отмечено преимущество неотражающих граничных условий, задачи решены в открытом численном пакете OpenFOAM. Полученные результаты хорошо согласуются с предыдущими исследованиями других авторов.

В.Greschner, F.Thiele, D.Casalino и M.C.Jacob провели исследования [3], связанные с оценкой моделирования турбулентности при прогнозировании широкополосного шума, создаваемого потоком, проходящим через многостержневую конфигурацию. Моделирование потока производится через осреднённые уравнения Навье-Стокса (RANS), методом крупных вихрей (LES) и гибридным методом моделирования отдельных вихрей (DES). Шум в дальнем поле рассчитывается согласно аналогии Фокс Вильямса-Хокинга. Рассматривается обтекание профиля NASA0012 в следе за стержнем в докритическом режиме обтекания. Исследования демонстрируют различие результатов, полученных

рассмотренными методами, также оценивают влияние модели турбулентности и численных схем.

В работе [23] рассматривается вопрос справедливости отбрасывания квадрупольного члена в (21) для струйных течений, так как контрольная поверхность для данного случая не может охватывать всю турбулентную зону по длине. Исходя из этого рассматриваются варианты уравнений, более подходящих для расчётного случая: один из них предложен Морфи в 1973 году [20], а другой неявно использовался Шуром в 2005 году [26], который имеет сходство с предположениями Голдстейна [12]. Оба варианта используют функции давления, а не плотности. Струя смоделирована методом LES, при пересчёте на дальнее поле использованы уравнения ФВХ, указанные выше его модификации и уравнения Кирхгофа.

А.Епихин, И.Евдокимов, М.Крапошин, М.Калугин и С.Стрижак разработали динамическую библиотеку libAcoustics, которая может быть скомпилирована для любых версий основного пакета OpenFOAM и может быть применена для любого из типов решателей, используемых в расчётах. В библиотеке реализована аналогия ФВХ, аналогия Кёрла и модуль решения уравнения Гельмгольца методом граничных элементов, которые предназначены для получения акустического давления и уровня шума, генерируемого турбулентным потоком газа или жидкости в ближнем и дальнем поле. В работе [2] производится расчет акустического поля для конфигурации цилиндр – профиль крыла НАСА 0012. В результате численного использования аналогии Кёрла авторами были получены следующие характеристики: звуковое давление при обтекании произвольных тел, спектр шума в ближнем и дальнем поле. Данные сравнены с экспериментальными.

Изучив труды, посвященные данному вопросу, сделаны некоторые выводы:

1. Экспериментальное исследование акустического шума даёт точные сведения о его характере и происхождении, но данный метод является трудоемким и дорогостоящим. В связи с этим появилось новое направление – математическое моделирование, которое позволяет решить широкий спектр прикладных задач с меньшими затратами ресурсов.

2. В настоящее время наиболее часто используются метод крупных вихрей и решение осреднённых уравнений Навье-Стокса, а также гибридные методы, которые стремительно развиваются, сочетая в себе лучшие качества обоих методов. При этом полученные результаты при применении этих методов находятся в хорошем согласовании с данными физических экспериментов.

3. С целью уменьшения затрат вычислительных ресурсов используют интегральные методы для расчёта акустического шума в дальнем поле: метод Кирхгофа и Фокса Вильямса-Хокинга.

2 Математическая постановка комплексной задачи моделирования акустического шума

2.1 Математическая модель для рассматриваемых тестовых задач

В настоящей работе произведен расчёт шума, генерируемого обтеканием круглого цилиндра и комбинации круглый цилиндр - профиль NASA0012 вязкой среды при докритических числах Рейнольдса, а также исследовано влияние сжимаемости среды на уровень шума, поэтому рассмотрены две постановки: для сжимаемой и несжимаемой среды.

2.1.1 Уравнения RANS

Система уравнений Навье-Стокса и неразрывности для сжимаемой среды имеют следующий вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) = 0 \\ \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\tau}_{ji} + \bar{\tau}_{t,ji}) \\ \frac{\partial}{\partial t} \left[\bar{\rho} \left(\tilde{e} + \frac{\tilde{u}_i \tilde{u}_j}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\bar{\rho} \tilde{u}_i \left(\tilde{h} + \frac{\tilde{u}_i \tilde{u}_j}{2} \right) \right] = \frac{\partial}{\partial x_j} [\bar{q}_j + \bar{q}_{t,j}] + \\ + \frac{\partial}{\partial x_j} [\tilde{u}_i (\bar{\tau}_{ji} + \bar{\tau}_{t,ji})] \\ \bar{\rho} = \frac{pm}{RT} \end{array} \right. \quad (25)$$

где \tilde{u}_i, \tilde{u}_j – компоненты вектора скорости, x_i, x_j – координаты, $\bar{\tau}_{ji} = 2\mu(T) \left(S_{ij} - \frac{1}{3} S_{ji} \delta_{ij} \right)$ – тензор вязких напряжений, $\bar{\tau}_{t,ji} = -\overline{\rho u_i'' u_j''}$ – тензор турбулентный напряжений, $\tilde{e} + \frac{\tilde{u}_i \tilde{u}_j}{2} = E$ – полная удельная энергия, $\tilde{h} +$

$\frac{\overline{u_i u_j}}{2} = H$ – полная энтальпия, $\overline{q}_{t,j}$ – тепловой поток, \overline{q}_j – плотность теплового потока, T – температура, m – молекулярная масса, R – универсальная газовая постоянная, индекс t обозначает «turbulent», переменные с данным индексом выражают влияние турбулентных структур на осредненное решение.

Для несжимаемой среды составляющие уравнения Навье-Стокса осредняются только по Рейнольдсу и имеют следующий вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \\ \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \end{array} \right. \quad (26)$$

Для замыкания системы уравнений в работе использована линейная модель турбулентности Ф.Ментера $k - \omega$ SST, основанная на гипотезе Буссинеска (устанавливает связь между тензором турбулентных напряжений с тензором скоростей деформаций).

Данная модель турбулентности является комбинацией моделей $k - \epsilon$ и $k - \omega$: корректный расчёт пограничных слоев, характерный для модели $k - \omega$ и обеспечение качественного предсказания свойств свободных сдвиговых течений, свойственного модели $k - \epsilon$. Система уравнений данной модели турбулентности содержит уравнения переноса кинетической энергии и удельной скорости диссипации

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k u_j)}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - Y_k + S_k \\ \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \omega u_j)}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + G_\omega - Y_\omega + S_\omega + D_\omega \end{aligned} \quad (27)$$

где G_k и G_ω – генеративные члены, Γ_k и Γ_ω – эффективная диффузия k и ω соответственно, Y_k и Y_ω – диссипативные члены, D_ω – параметр встречной диффузии, S_k и S_ω – источниковые члены.

Вихревая вязкость определяется следующим выражением

$$v_t = \frac{k}{\omega} \frac{1}{\max\left[\frac{1}{\alpha^*}, \frac{\Omega F_2}{\alpha_1 \omega}\right]} \quad (28)$$

$$F_2 = \tanh(\Phi_2^2), \Phi_2 = \max\left(2 \frac{\sqrt{k}}{0.09\omega d}, \frac{500\mu}{\rho d^2 \omega}\right), \frac{4\sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} d^2},$$

где $\Omega \equiv \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}$, d – расстояние до следующей поверхности.

Для переключения между моделями введена специальная весовая функция, которая в пристеночной области равна единице, что привлекает к расчёту «стандартную» модель $k - \omega$, а на удалении от стенки она равна нулю, что осуществляет переход к модели $k - \epsilon$

$$F_1 = \tanh(\Phi_1^4), \Phi_1 = \min\left[\max\left(\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega d}, \frac{500u}{d^2 \omega}\right), \frac{4\sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} d^2}\right] \quad (29)$$

$$CD_{k\omega} = \max(D_{k\omega}, 10^{-20}), D_{k\omega} = \frac{2\sigma_{\omega 2}}{\omega} (\nabla k) \cdot (\nabla \omega),$$

Для модели приняты следующие константы $\sigma_{k,1} = 1.176, \sigma_{\omega,1} = 2.0, \sigma_{k,2} = 1.0, \sigma_{\omega,2} = 1.168, \alpha_1 = 0.31, \beta_{i,1} = 0.075, \beta_{i,2} = 0.0828$.

2.1.2 Уравнения LES

Для расчёта сжимаемого течения методом LES к системе уравнений Навье-Стокса применяется процедура пространственной фильтрации, после чего система принимает следующий вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) = 0 \\ \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\tau}_{ji} + \bar{\tau}_{SGS,ji}) \\ \frac{\partial}{\partial t} \left[\bar{\rho} \left(\tilde{e} + \frac{\tilde{u}_i \tilde{u}_i}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\bar{\rho} \tilde{u}_i \left(\tilde{h} + \frac{\tilde{u}_i \tilde{u}_i}{2} \right) \right] = \frac{\partial}{\partial x_j} [\bar{q}_j + \bar{q}_{SGS,j}] + \\ + \frac{\partial}{\partial x_j} [\tilde{u}_i (\bar{\tau}_{ji} + \bar{\tau}_{SGS,ji})] \\ \bar{\rho} = \frac{pm}{RT} \end{array} \right. \quad (30)$$

где переменные с индексом SGS описывают влияние вихревых структур, не превышающих размера фильтра, на решение системы. Система является незамкнутой, в данной работе для ее замыкания использована подсеточная модель Spalart-Allmaras DDES (Delayed Detached Eddy Simulation). Модель содержит одно дифференциальное уравнение относительно «высокорейнольдсовой» турбулентной вязкости.

$$\frac{\partial \rho \tilde{v}}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j \tilde{v}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\rho (v + \tilde{v})}{\sigma_v} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \right) + \frac{C_{b2} \rho}{\sigma_v} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} + \rho P_v - \rho \epsilon_v \quad (31)$$

где P_v — скорость генерации турбулентной вязкости, а ϵ_v — скорость её диссипации. Турбулентная вязкость вычисляется следующим образом:

$$v_t = \tilde{v} f_{v1}, f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{v1}^3}, \chi = \frac{\tilde{v}}{v} \quad (32)$$

Генерация турбулентной вязкости моделируется слагаемым P_v

$$C_{b1} \tilde{S} \tilde{v}, \tilde{S} = |\Omega| + \frac{\tilde{v}}{(kd)^2} f_{v2}, f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}} \quad (33)$$

где d – расстояние до ближайшей твёрдой поверхности

$$\begin{aligned} d &= \max[L_{RAS} - f_d, \max(L_{RAS} - L_{LES}, 0)], L_{RAS} = y, L_{LES} \\ &= \psi C_{DES} \Delta \end{aligned} \quad (34)$$

где f_d – функция задержки, при $f_d = 0$ – RANS, при $f_d = 1$ – DES

$$f_d = 1 - \tanh[(C_{d1} r_d)^{C_{d2}}] \quad (35)$$

где $r_d = \min\left(\frac{v_{eff}}{|\nabla u| \kappa^2 y^2}, 10\right)$

2.1.3 Граничные и начальные условия

Начальные условия

При задании приближенных начальных условий для турбулентных характеристик использованы следующие соотношения для удельной кинетической энергии турбулентных пульсаций и скорости диссипации

$$k = \frac{3}{2} (u_\infty * I)^2 \quad (36)$$

где I – степень турбулентности потока, показывает отношение кинетических энергий пульсирующего и осредненного потоков. Скорость диссипации кинетической энергии

$$\varepsilon = \rho C_f * \frac{k^2}{\mu} \left(\frac{\mu_t}{\mu}\right)^{-1} \quad (37)$$

где $\frac{\mu_t}{\mu}$ – коэффициент вихревой вязкости, который представляет собой соотношение между турбулентной и динамической вязкостью. Удельная скорость диссипации определена как

$$\omega = \frac{\varepsilon}{k\beta^*} \quad (38)$$

где β^* - константа модели турбулентности.

Граничные условия

Ниже представлены граничные условия для двумерной постановки тестовых задач, для трёхмерной постановки на боковых границах применены граничные условия, аналогичные верхней границе.

Для решения системы дифференциальных уравнений RANS методом для сжимаемой среды (25) и (27) приняты следующие граничные условия:

– на входной границе (рисунок 5): $\vec{u} = \vec{u}_\infty$, $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$, $T = T_0$, где \vec{u}_∞ – скорость набегающего потока, k и ω определяются согласно (36) – (38);

– на выходной границе: $p = p_0$, $\frac{\partial u}{\partial n} = 0$, $\frac{\partial k}{\partial n} = 0$, $\frac{\partial \omega}{\partial n} = 0$, $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$;

– на верхней границе: $\frac{\partial U}{\partial n} = 0$, $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$, $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$, k и ω определяются согласно (36) – (38);

– на нижней границе: $\frac{\partial u}{\partial n} = 0$, $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$, $\frac{\partial k}{\partial n} = 0$, $\frac{\partial \omega}{\partial n} = 0$, $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$;

– на поверхности цилиндра и профиля: $\vec{u} = 0$, $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$, $T = T_0$, поверхность цилиндра считается теплоизолированной, k и ω рассчитаны по методу пристеночных функций

$$k_p = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}} \quad (39)$$

$$\omega_p = \frac{\sqrt{k_p}}{C_\mu^{1/4} y_p} \quad (40)$$

где k_p и ω_p – значения в первом расчётном узле соответственно, k – константа фон Кармана, равная 0.41, y_p – отстояние от стенки первого расчётного узла, C_μ – константа, равная 0.09.

Для решения системы дифференциальных уравнений RANS методом в несжимаемой постановке (26) и (27) приняты следующие граничные условия:

– на входной границе: $\vec{u} = \vec{u}_\infty$, $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$, k и ω определяются согласно (36) – (38);

– на выходной границе: $p = p_0$, $\frac{\partial u}{\partial n} = 0$, $\frac{\partial k}{\partial n} = 0$, $\frac{\partial \omega}{\partial n} = 0$;

– на верхней границе: $\frac{\partial U}{\partial n} = 0, \frac{\partial p}{\partial n} = 0$, k и ω определяются согласно (36) – (38);

– на нижней границе: $\frac{\partial u}{\partial n} = 0, \frac{\partial p}{\partial n} = 0, \frac{\partial k}{\partial n} = 0, \frac{\partial \omega}{\partial n} = 0$;

– на поверхности цилиндра и профиля: $\vec{u} = 0, \frac{\partial p}{\partial n} = 0$, k и ω рассчитаны по (39) – (40).

Для решения системы дифференциальных уравнений LES методом для сжимаемой среды (30) – (31) приняты следующие граничные условия:

– на входной границе: $\vec{u} = \vec{u}_\infty, \frac{\partial p}{\partial n} = 0, T = T_0$, k определена согласно (36);

– на выходной границе: $\frac{\partial U}{\partial n} = 0, \frac{\partial k}{\partial n} = 0, \frac{\partial T}{\partial n} = 0$. Для давления применено условие «waveTransmissive», которое предотвращает отражение волн от выходной стенки;

– на верхней границе: $\frac{\partial U}{\partial n} = 0, \frac{\partial p}{\partial n} = 0, \frac{\partial T}{\partial n} = 0$, k определена согласно (36);

– на нижней границе: $\frac{\partial U}{\partial n} = 0, \frac{\partial p}{\partial n} = 0, \frac{\partial k}{\partial n} = 0, \frac{\partial T}{\partial n} = 0$;

– на поверхности цилиндра и профиля: $\vec{u} = 0, \frac{\partial p}{\partial n} = 0, T = T_0$, k рассчитана по (39).

Для решения системы дифференциальных уравнений LES методом для несжимаемой среды (30) – (31) приняты следующие граничные условия:

– на входной границе: $\vec{u} = \vec{u}_\infty, \frac{\partial p}{\partial n} = 0$, k определена согласно (36);

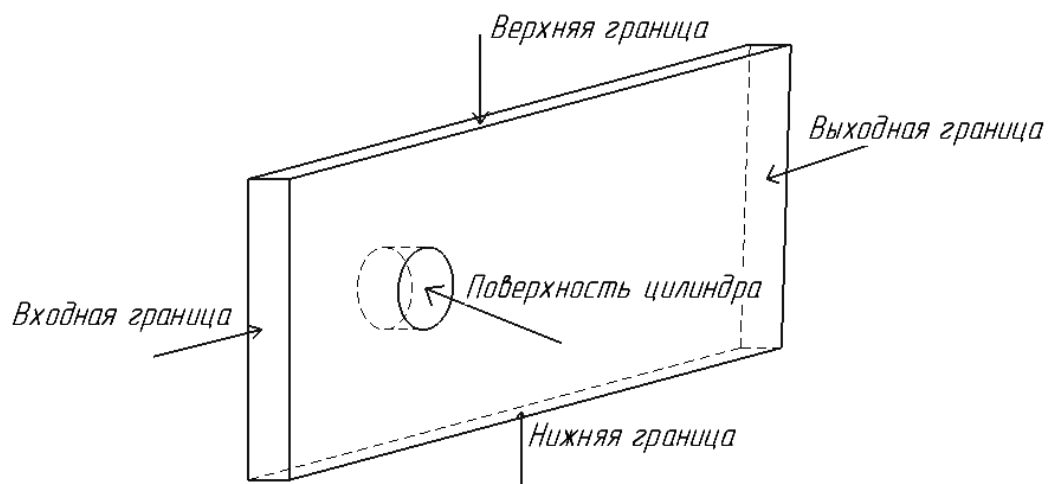
– на выходной границе: $\frac{\partial U}{\partial n} = 0, \frac{\partial k}{\partial n} = 0$. Для давления - условие «waveTransmissive»;

– на верхней границе: $\frac{\partial U}{\partial n} = 0, \frac{\partial p}{\partial n} = 0$, k определена согласно (36);

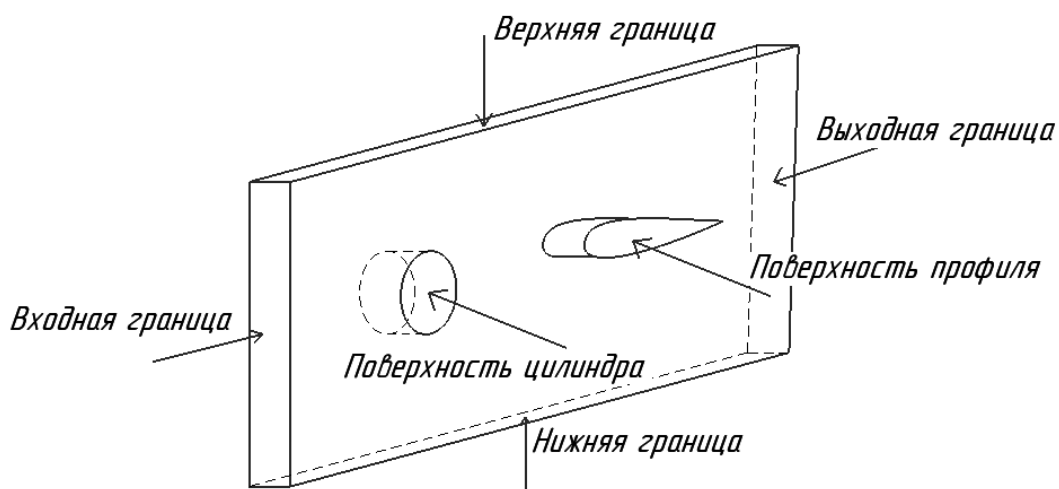
– на нижней границе: $\frac{\partial U}{\partial n} = 0, \frac{\partial p}{\partial n} = 0, \frac{\partial k}{\partial n} = 0$;

– на поверхности цилиндра и профиля: $\vec{u} = 0, \frac{\partial p}{\partial n} = 0, k$ рассчитана по

(39).



а)



б)

Рисунок 5 – схематическое обозначение границ расчётной области для задачи а) об обтекании цилиндра б) об обтекании тандема цилиндр-профиль крыла

2.2 Метод контрольного объема

Аналитические решения задач о движении вязкой жидкости удаётся получить только для ламинарных течений, поэтому основным на сегодняшний день способом решения инженерных задач является использование численных методов, наиболее широкое применение получили модели на основе метода сеток. Суть данного метода заключается в том, что искомая непрерывная функция аппроксимируется набором приближенных значений в некотором множестве точек (узлов). Таким образом, совокупность узлов представляет собой сетку, которая является дискретной моделью области определения искомой функции. Существуют следующие сеточные методы: метод конечных разностей (МКР), метод конечных элементов (МКЭ) и метод контрольного объема (МКО).

На сегодняшний день МКО является ведущим методом дискретизации при решении задач вычислительной гидродинамики. Большим достоинством МКО по сравнению с МКР является консервативность, то есть выполнение законов сохранения для каждого отдельного контрольного объема, а также простота программной реализации.

Общий алгоритм метода контрольного объема можно представить следующим образом:

1. Разбивка расчётной области на конечное число непересекающихся объемов, при этом каждая узловая точка содержится в одном контрольном объеме.

2. Интегрирование исходного дифференциального уравнения Навье-Стокса, записанного в консервативной форме, по каждому контрольному объему, причем для вычисления интегралов используются кусочно-

непрерывные аппроксимации, описывающие изменение искомой функции между узловыми точками или в пределах контрольного объема. Таким образом обеспечивается консервативность схемы.

3. Решение полученной системы линейных алгебраических уравнений

Использование интегральной формы записи уравнений Навье-Стокса позволяет обеспечить выполнение законов сохранения массы и импульса для каждого отдельного контрольного объёма, что в свою очередь приводит к их выполнению во всей расчётной области. Кроме того, МКО допускает дискретизацию пространственно-сложных областей. С точки зрения проекционного подхода МКО подобен методу подобластей, в котором проекционная функция равна единице внутри конечного объёма и обращается в ноль вне его, что, к сожалению, не обеспечивает быструю сходимость метода к точному решению.

2.3 Реализация задач в пакете OpenFOAM

Решение поставленных тестовых задач реализуется в открытом программном комплексе OpenFOAM (Open source Field Operation and Manipulation) – «свободно распространяемый инструментальный вычислительной гидродинамики для операции с полями, скалярными и векторными». Данная платформа позволяет решить широкий круг различных теоретических и прикладных задач механики сплошных сред, а также моделировать различные течения. На сегодняшний день является одним из наиболее «законченных» и известных пакетов, предназначенных для решения уравнений в частных производных с помощью метода контрольного объёма.

Код OpenFOAM разработан в Великобритании компанией OpenCFD, Ltd. В основе кода лежит набор библиотек, предоставляющих инструменты

для решения систем дифференциальных уравнений в частных производных, как в пространстве, так и во времени. Рабочим языком кода является C++. В терминах данного языка большинство математических дифференциальных и тензорных операторов в программном коде уравнений (до трансляции в исполняемый файл) может быть представлено в удобно читаемой форме, а метод дискретизации и решения для каждого оператора может быть выбран уже пользователем в процессе расчёта. Таким образом, в коде полностью инкапсулируются и разделяются понятия расчётной сетки (метод дискретизации), дискретизации основных уравнений и методов решения алгебраических уравнений. В OpenFOAM имеется возможность распараллеливания расчёта, как на кластерных системах, так и многопроцессорных системах с общей памятью.

Первоначально программа предназначалась для расчётов прочностных задач. Однако в ходе многолетнего развития академическими и промышленными кругами с помощью OpenFOAM на сегодняшний момент можно решать следующие задачи:

- Расчёты прочности различных технических систем;
- Моделирование движения ньютоновских и неньютоновских вязких жидкостей, как в несжимаемом, так и сжимаемом приближении с учётом конвективного теплообмена и действия сил гравитации. Для моделирования турбулентных режимов движения имеется набор RANS, LES моделей, DNS метод. Возможно моделирование дозвуковых, околозвуковых и сверхзвуковых течений;
- Решение задач теплопроводности в твёрдом теле;
- Исследования многофазных задач, в том числе с описанием химических реакций компонент потока;
- Решение задач, связанных с деформацией расчётной сетки;
- Решение сопряжённых задач;

– Исследование некоторых других задач, при математической постановке которых требуется решение дифференциальных уравнений в частных производных в условиях сложной геометрии среды.

Платформа имеет открытый код программы, что позволяет создавать дополнительные утилиты и решатели, в том числе предназначенные для расчёта акустических полей турбулентных потоков вязкой сжимаемой и несжимаемой среды.

3 Постановка тестовых задач

3.1 Численное моделирование задачи о расчёте шума при обтекании двумерного кругового цилиндра однородным потоком

Объект исследования: Двумерный круглый цилиндр диаметром $d = 0.038$ м, обтекаемый однородным потоком, движущегося со скоростями $u_\infty = 68, 102$ м/с, что соответствует числам Рейнольдса, вычисленным по диаметру $Re = \frac{u_\infty d}{\nu_\infty} = 0.89, 1.78, 2.67 * 10^5$ и числам Маха $M = \frac{u_\infty}{c_0} = 0.1, 0.2$, где ν_∞ - кинематический коэффициент вязкости среды, c_0 - скорость звука в набегающем потоке. Задача решена при числе Прандтля $Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda} = 0.75$, где C_p - удельная теплоемкость среды при постоянном давлении, λ - коэффициент теплопроводности. Параметры данной задачи выбраны в соответствии с экспериментом [25], в работе согласно условиям проведения эксперимента $I = 0.1\%$.

В настоящей работе акустические характеристики вычисляются с помощью метода ФВХ и аналогии Кёрла, сравниваются с аналогичными характеристиками, полученными в [25] экспериментально. Наблюдатели располагаются в точках на окружности 64 диаметров рассматриваемого цилиндра.

При решении задачи методом ФВХ рассмотрены следующие непроницаемые контрольные поверхности: совпадающая с поверхностью обтекаемого цилиндра, окружности, расположенные на расстоянии 2.5 и 5 диаметров (рисунок б).

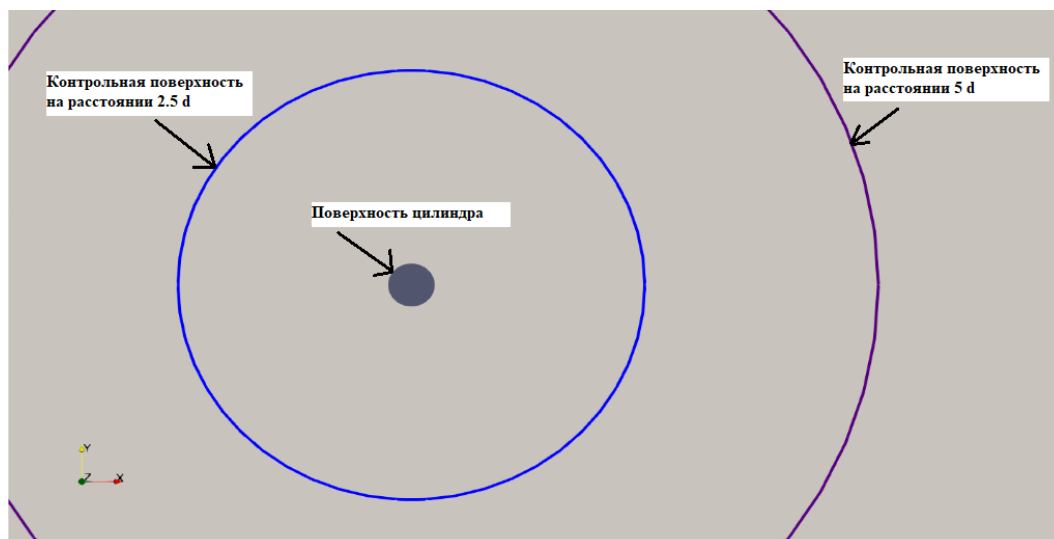


Рисунок 6 – определение контрольных поверхностей для метода ФВХ

3.1.1 Определение сеточно-независимого решения

Расчётная область имеет прямоугольную форму, входная граница расположена на расстоянии 5 диаметров от цилиндра, выходная – на расстоянии 10 диаметров. От поверхности цилиндра ячейки распределяются в радиальном направлении по экспоненциальному закону, при этом отношение соседних шагов не превышает 1.05. Во всей внешней области ячейки имеют квадратную форму. В окружном направлении сетка равномерная, шаг сетки $\Delta\theta = 1.2^\circ$, фрагмент расчётной сетки представлен на рисунке 7.

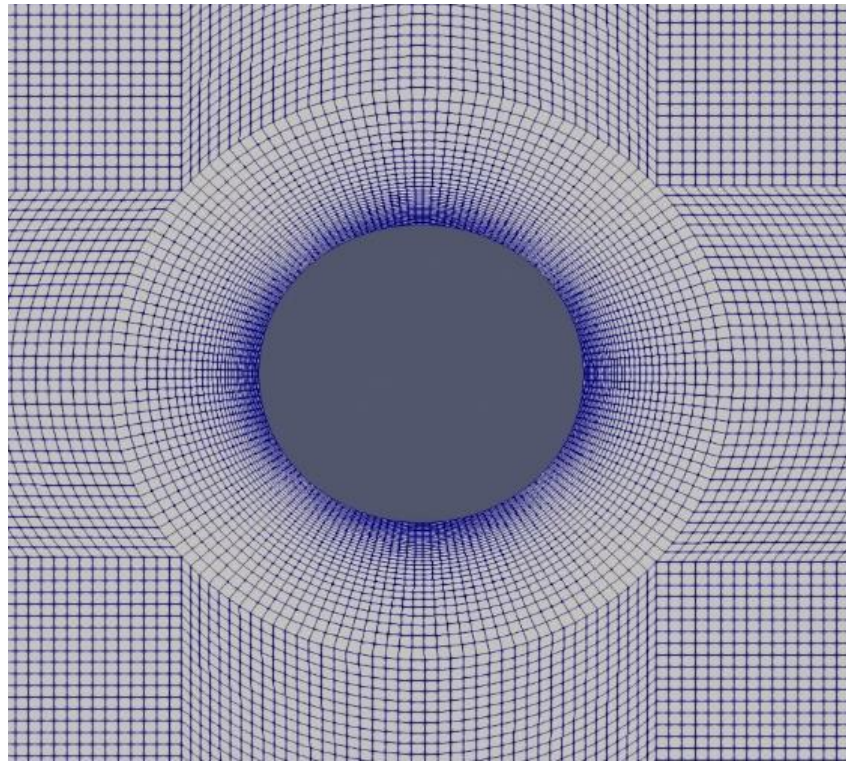


Рисунок 7 – Фрагмент используемой сетки

Поиск сеточно-независимого решения произведен для коэффициента сопротивления: суммарной составляющей C_d и для коэффициентов трения C_v и давления C_p . Построены зависимости перечисленных коэффициентов от безразмерной величины

$$y^+ = \frac{y * U^*}{\nu} \quad (41)$$

где U^* - динамическая скорость

$$U^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (42)$$

где τ_w – касательные напряжения

$$\tau_w = C_f * \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 \quad (43)$$

где C_f – коэффициент трения

$$C_f = [2 \log_{10}(\text{Re}_x - 0.65)]^{-2.3} \quad (44)$$

В результате поиска сеточно-независимого решения выявлена расчётная сетка, при которой коэффициент сопротивления не изменяется при дальнейшем увеличении количества расчётных ячеек, а также хорошо согласуется с экспериментальными данными [25] и отличается от них не более чем на 1%. Результаты определения сеточной сходимости представлены на рисунках 8-10, на которых представлены зависимости коэффициентов сопротивления от среднего, минимального и максимального расчётных значений y^+ . Из полученных графиков видно, что преобладающей составляющей сопротивления является сопротивление формы, что соответствует физической картине.

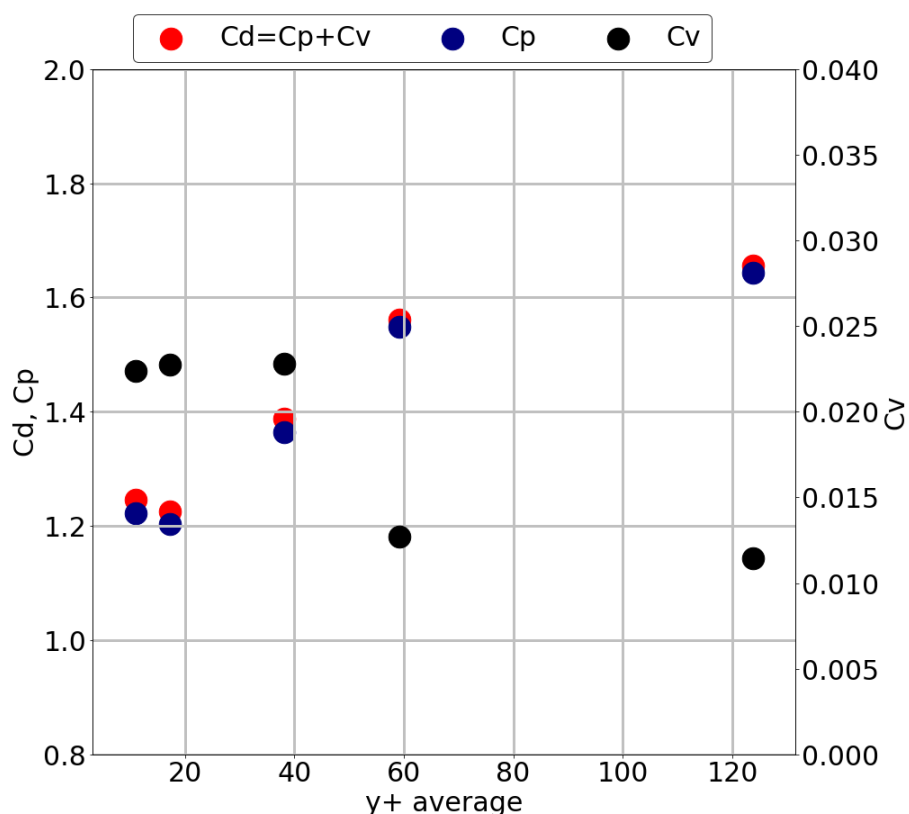


Рисунок 8 – Зависимость C_d , C_p , C_v от среднего y^+

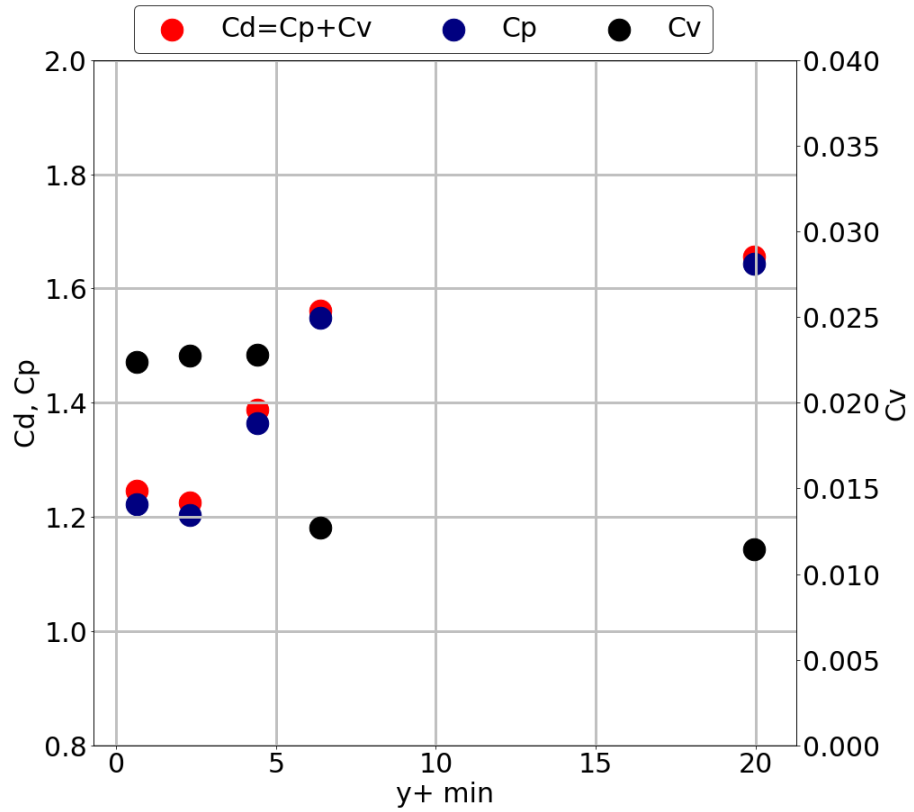


Рисунок 9 – Зависимость C_d , C_p , C_v от минимального y^+

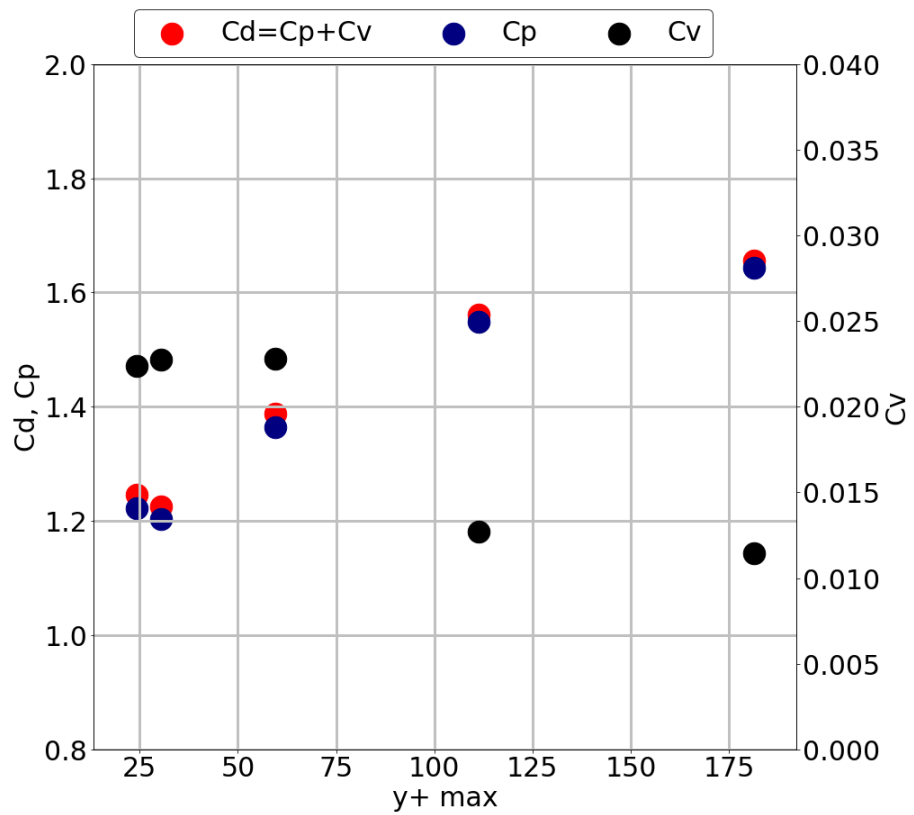


Рисунок 10 – Зависимость C_d , C_p , C_v от максимального y^+

В результате поиска сеточно-независимого решения выбрана расчётная сетка, при которой $y_{\min}^+ = 0.64, y_{\max}^+ = 24.2, y_{\text{average}}^+ = 11.1$. Общее количество ячеек 105947. Шаг по времени составляет 0.1% от периода колебания силы сопротивления.

3.1.2 Результаты численного моделирования

На рисунках 11-12 представлено векторное поле скоростей для сжимаемой и несжимаемой среды при $M=0.1$ в одинаковое расчётное время, поля отображены для относительной величины $U_{\text{Magnitude}} = u/u_{\infty}$. Из анализа полей видно, что картины за цилиндром различны: для сжимаемой среды характерны два вихря близкого размера, для несжимаемой среды – вихрь, образуемый потоком, сходящим с нижней стороны цилиндра значительно больше. При этом, согласно альбому течений [38], вихри за цилиндром имеют близкие размеры. Для обоих расчётных случаев максимальная скорость в 1.9 раз больше скорости набегающего потока.

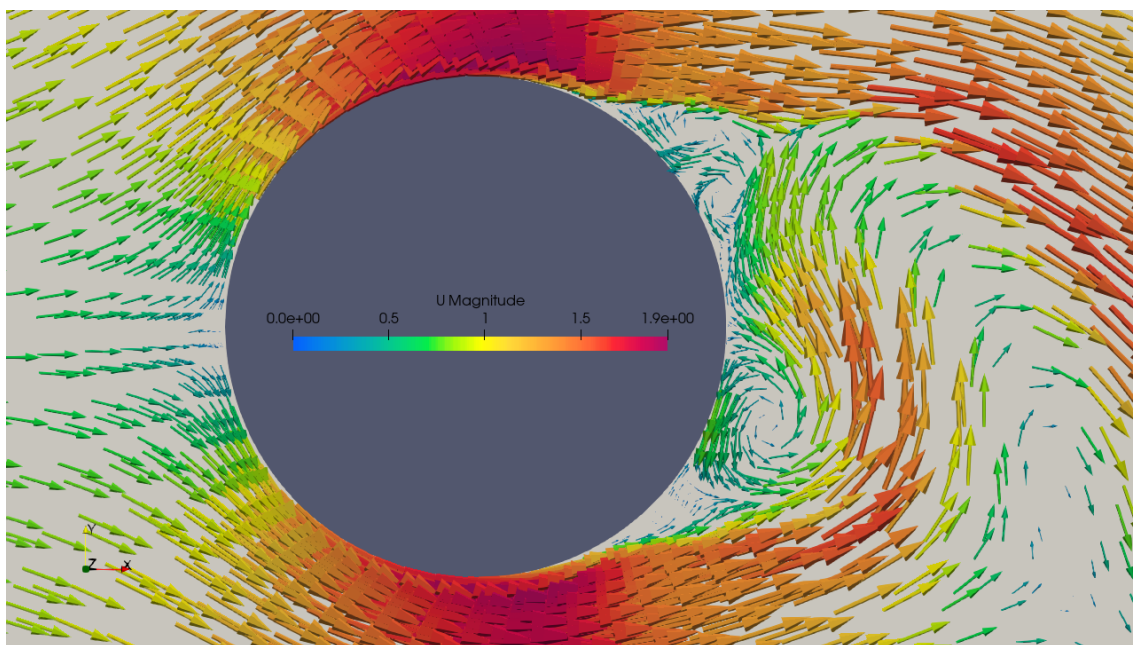


Рисунок 11 – векторное поле скоростей для сжимаемого течения, метод LES, $M=0.1$

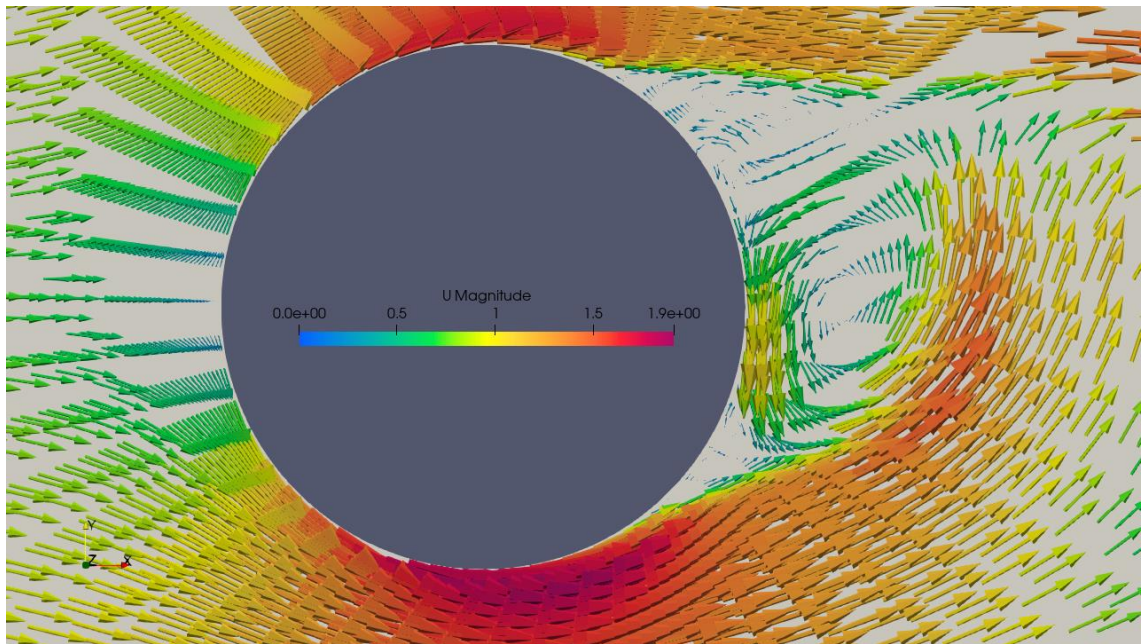


Рисунок 12 – векторное поле скоростей для несжимаемого течения, метод LES, $M=0.1$

На рисунках 13-14 представлены поля давлений, отнесенных к скоростному напору, для сжимаемой и несжимаемой среды при $M=0.1$ в одинаковое расчётное время. Для сжимаемой среды заметны «ромбовидные» контуры давления и хорошо просматривается волновая картина, для несжимаемой среды наблюдаются только зоны с пониженным давлением в дорожке Кармана. Сама дорожка Кармана хорошо просматривается на векторном поле скоростей, представленном на рисунках 15 – 16. Для несжимаемой среды максимальное значение коэффициента давления 1, которое достигается в носовой части цилиндра, для сжимаемой среды максимальное значение коэффициента давления 10, которое достигается в потоке.

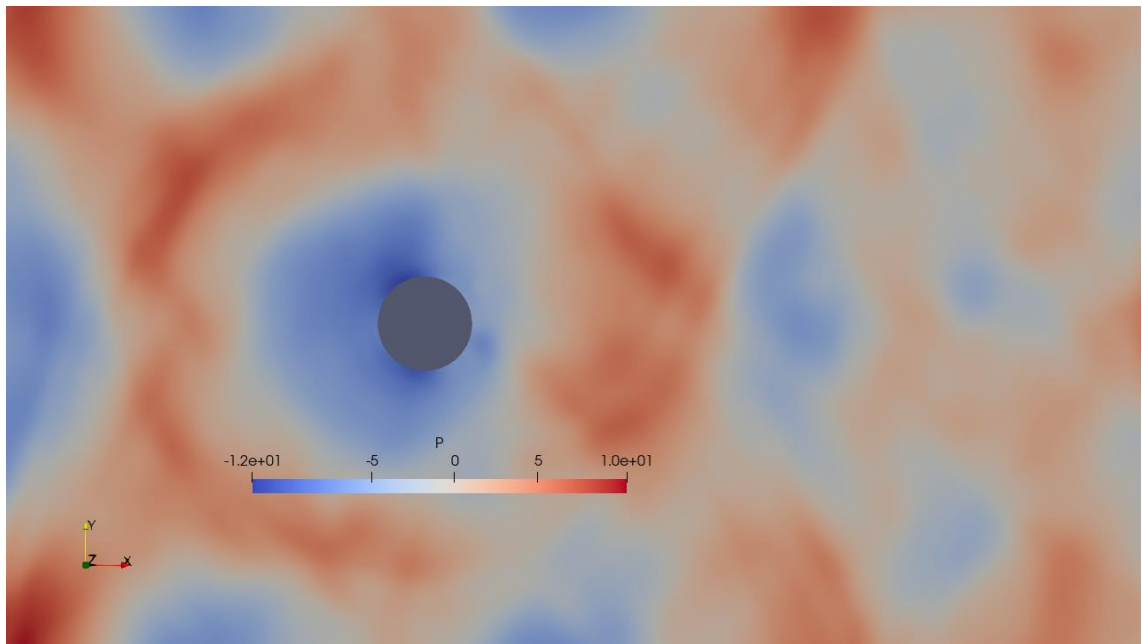


Рисунок 13 – поле давлений, для сжимаемого течения, метод LES, $M=0.1$

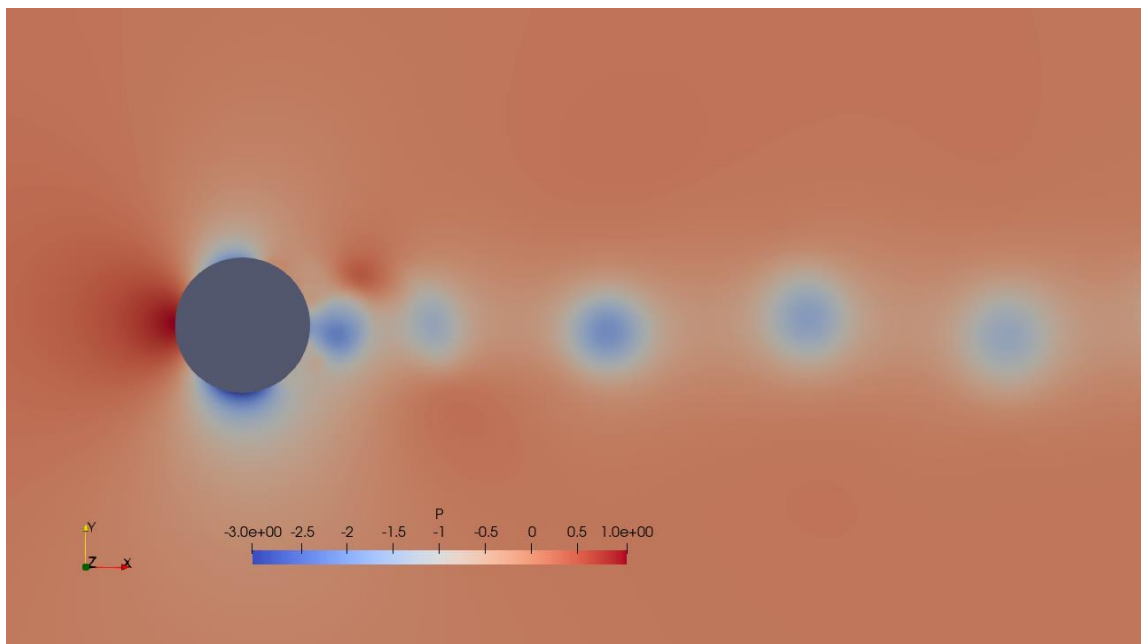


Рисунок 14 – поле давлений, для несжимаемого течения, метод LES, $M=0.1$

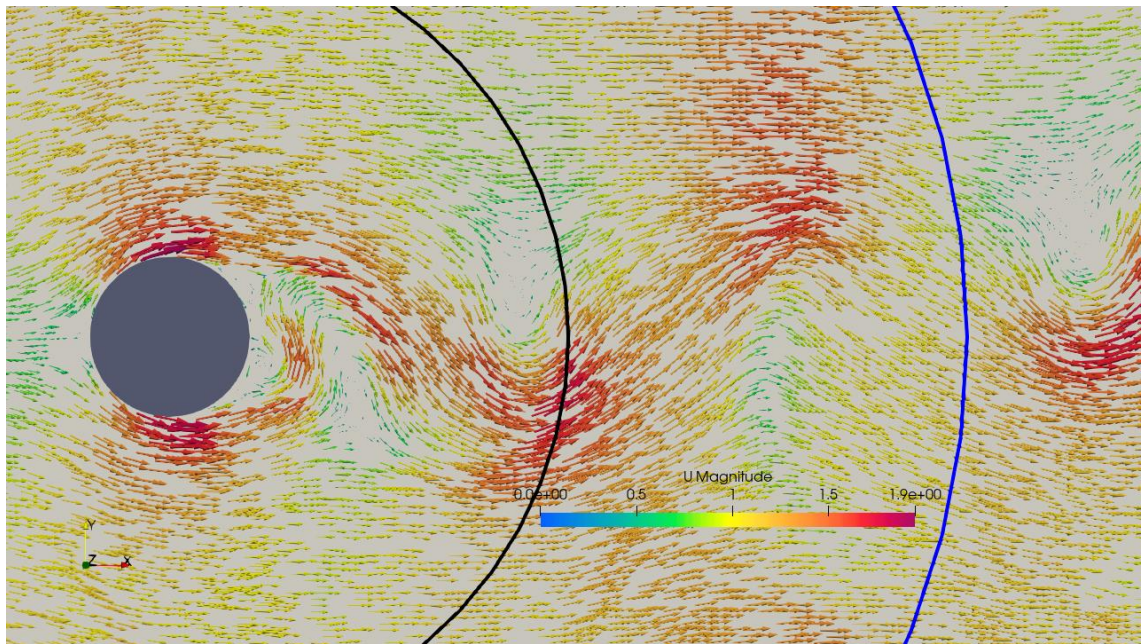


Рисунок 15 – векторное поле скоростей для сжимаемого течения, метод
LES, $M=0.1$

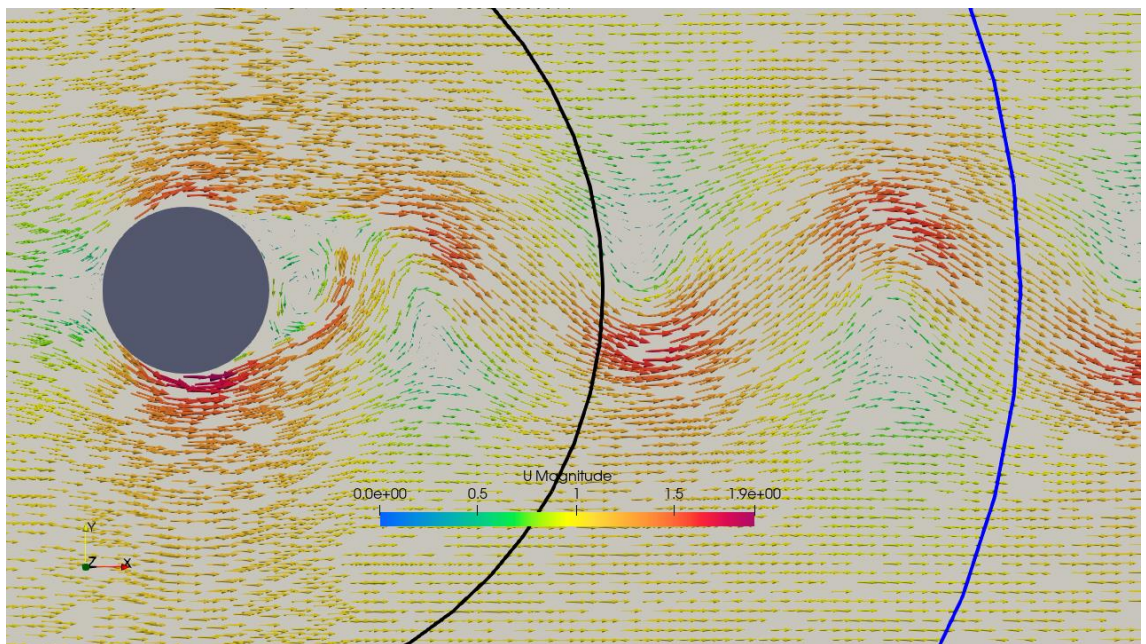


Рисунок 16 – векторное поле скоростей для несжимаемого течения, метод
LES, $M=0.1$

Из радиального распределения давления (рисунок 17) видно качественное различие сжимаемого и несжимаемого течений. Для последнего характерно монотонное убывание давления, без периодических колебаний, наблюдаемых в сжимаемом течении. Причина такого

различного поведения, как уже было сказано выше, заключается в том, что в несжимаемом течении волны распространяются с бесконечно большой скоростью. Такое поведение подтверждает неправомерность использования проницаемых контрольных поверхностей для метода ФВХ совместно с несжимаемым расчетом основного течения.

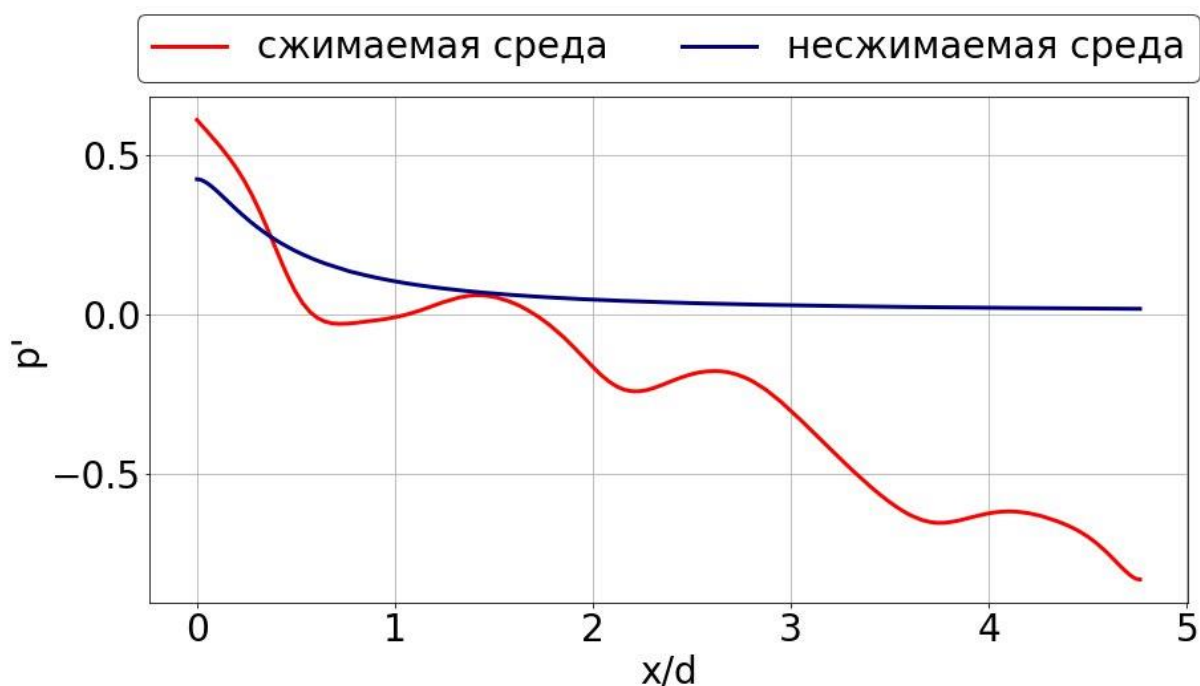


Рисунок 17 – Мгновенное радиальное распределение давлений для сжимаемой и несжимаемой среды, метод LES, $M=0.2$

На рисунках 18-19 представлено векторное поле скоростей для сжимаемой и несжимаемой среды при $M=0.2$ для относительной величины $U_{\text{Magnitude}} = u/u_{\infty}$. Из анализа полей видно, что, как и для $M=0.1$, картины за цилиндром различны: для сжимаемой среды характерны два вихря близкого размера, для несжимаемой среды – вихрь, образуемый потоком, сходящим с нижней стороны цилиндра значительно больше. Для сжимаемого течения максимальная скорость в 2.3 раза больше скорости набегающего потока, для несжимаемой среды – в 1.9 раз, как и при $M=0.1$.

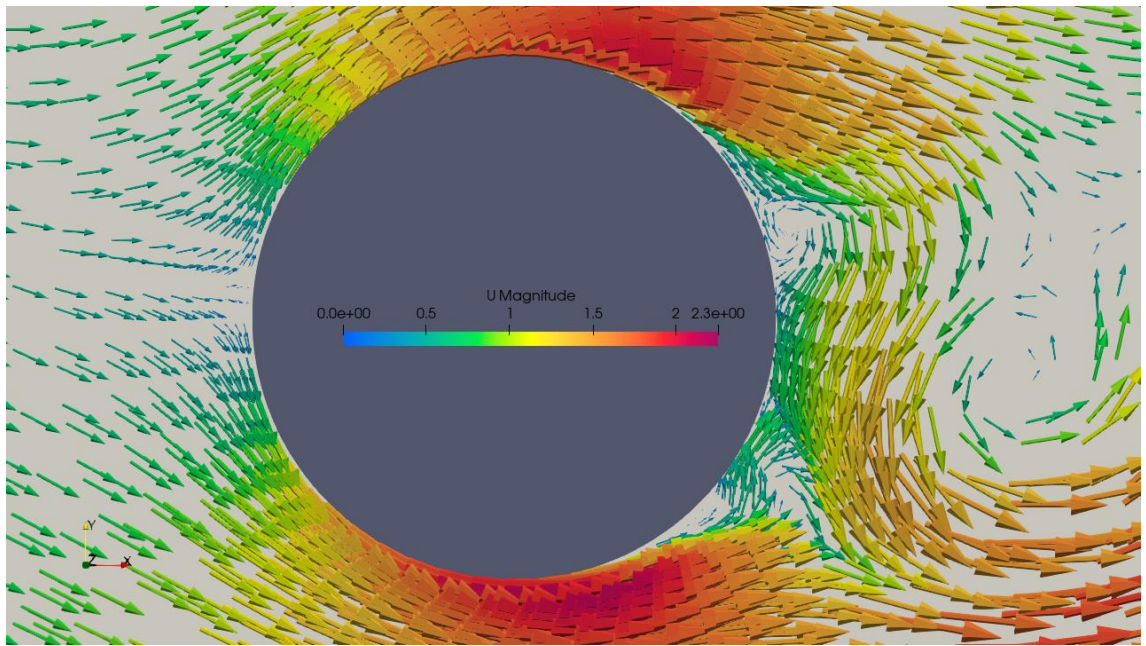


Рисунок 18 – векторное поле скоростей для сжимаемого течения, метод LES, $M=0.2$

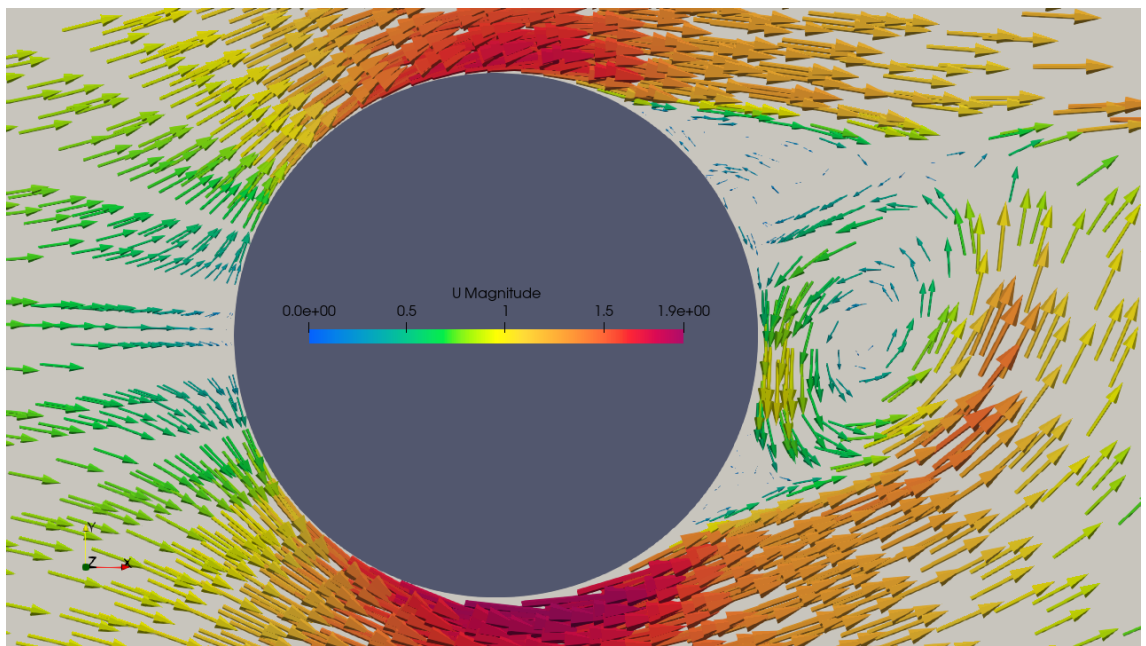


Рисунок 19 – векторное поле скоростей для несжимаемого течения, метод LES, $M=0.2$

На рисунках 20-21 представлено поле температуры, отнесенное к начальной, для расчёта методом LES задачи со сжимаемой средой для чисел $M=0.1, 0.2$. Для числа $M=0.1$ разброс температур от 0.05 до 1° от начальной, для $M=0.2$ – от 0.16 до 1.1° .

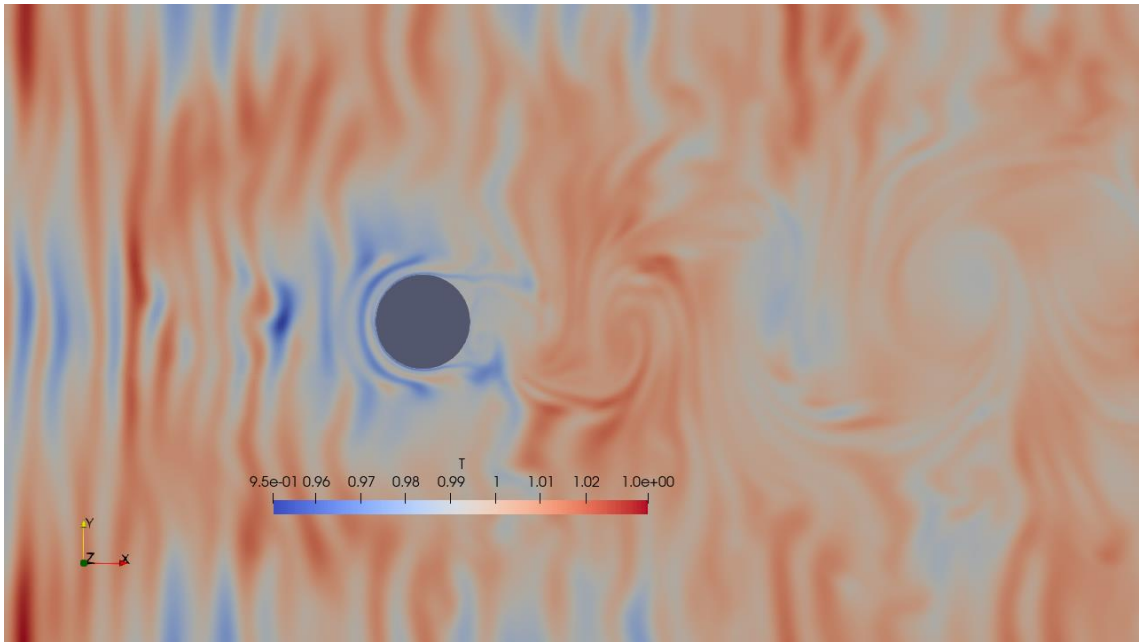


Рисунок 20 – поле температур, сжимаемое течение, метод LES, $M=0.1$

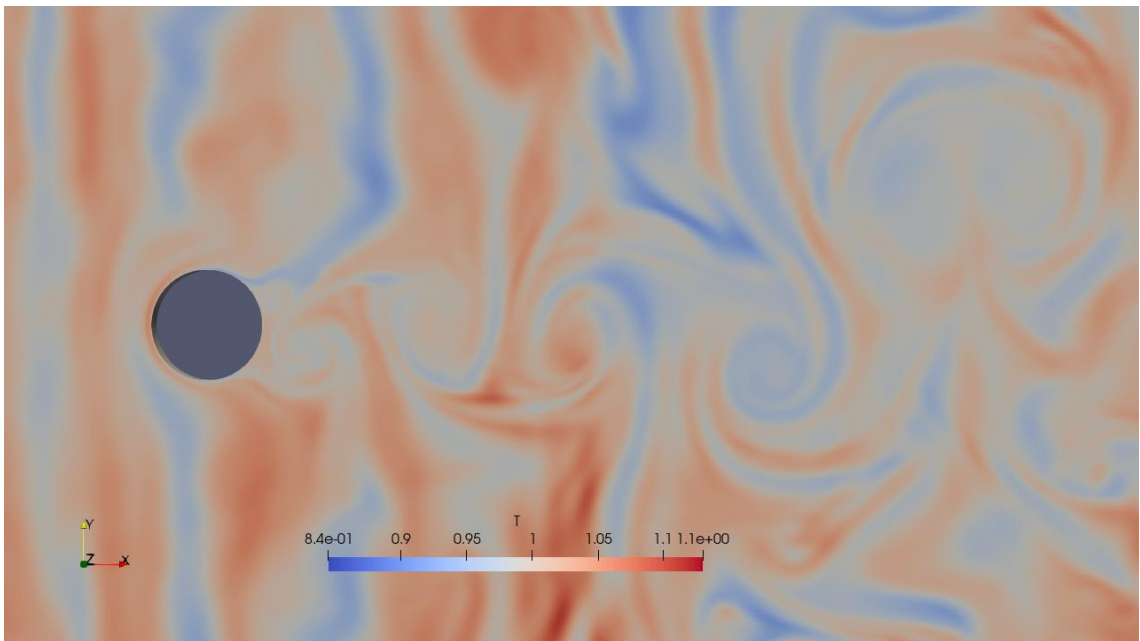


Рисунок 21 – поле температур, сжимаемое течение, метод LES, $M=0.2$

3.1.3 Акустические характеристики в дальнем поле

Влияние сжимаемости среды

В результате расчёта акустического шума при обтекании цилиндра однородным потоком построены уровни звукового давления SPL (значение

звукового давления, отнесенное к опорному давлению $p_0 = 2 * 10^{-5}$, которое соответствует порогу слышимости синусоидальной звуковой волны частотой 1кГц)

$$SPL = 20 \log_{10} \left(\frac{p}{p_0} \right) \quad (45)$$

для различных чисел Маха, сжимаемой и несжимаемой среды, а также для RANS и LES методов в зависимости от числа Струхала, определенного как

$$St = \frac{fd}{u_\infty} \quad (46)$$

где f – частота, полученная из преобразования Фурье при переходе из временной в частотную область. Из полученных графиков (рисунки 22-23) видно, что решение задачи методом LES для сжимаемой среды получены спектры, имеющие схожий с экспериментом характер, численное значение основного пика различается с экспериментом не более чем на 5%, однако наблюдается смещение спектра в область более высоких частот. Методом RANS получены спектры, у которых уровень звукового давления значительно ниже экспериментального.

Расчёты, произведенные для несжимаемого потока, показывают результаты, не согласующиеся с экспериментом. Зависимость коэффициента сопротивления от времени показывает периодический характер, близкий к гармоническому (рисунок 24-25), что при переходе в частотную область приводит к одному характерному пику. Данный пик для RANS метода смещен в область более высоких частот, чем наиболее характерный пик из экспериментальных данных. Исходя из полученных результатов можно отметить то, что решение поставленной задачи в несжимаемой постановке не подходит для определения акустического шума, ввиду того, что распространение волн происходит с бесконечно

большой скоростью и не учитываются колебания значений давления и температуры.

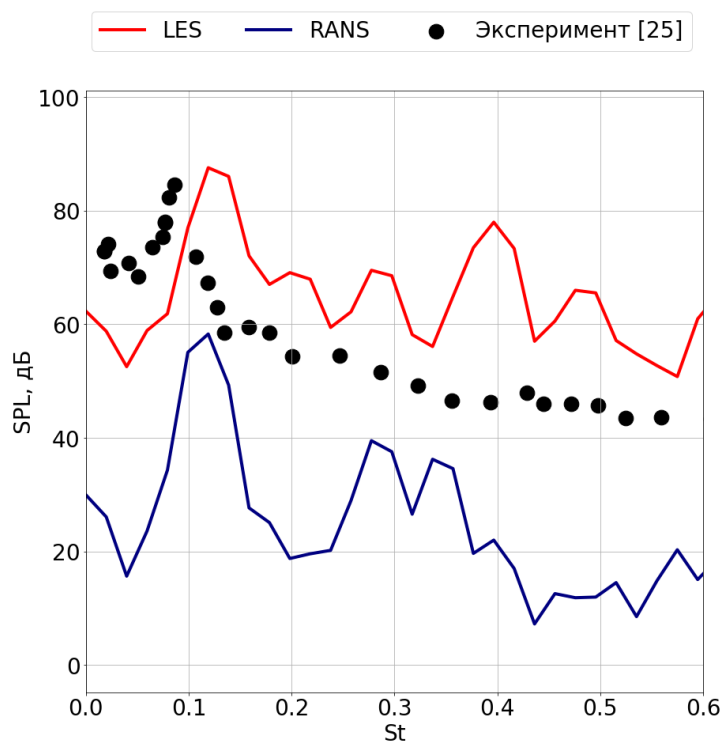


Рисунок 22 – Уровни звукового давления, сжимаемая среда, $M=0.1$

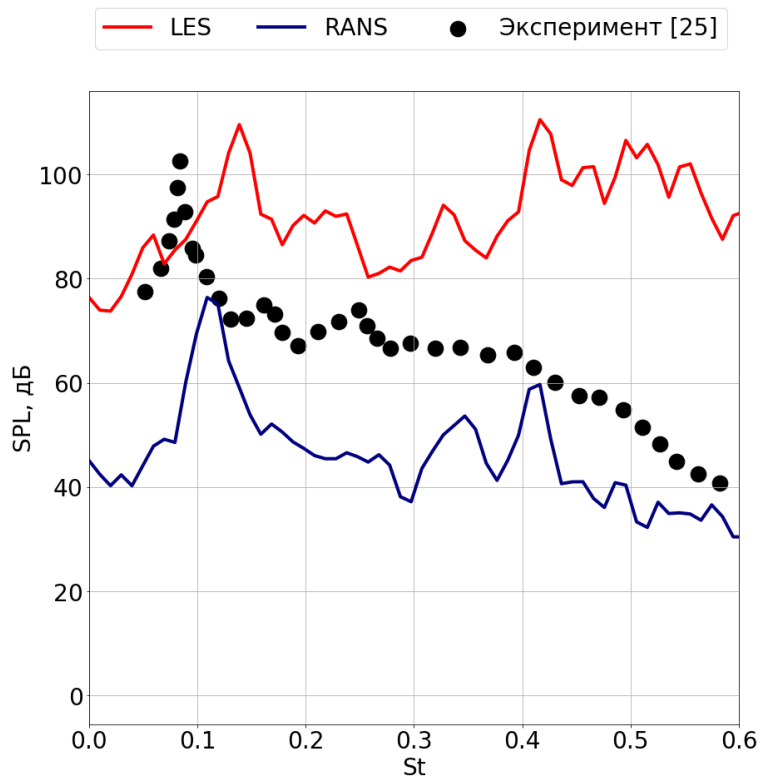


Рисунок 23 – Уровни звукового давления, сжимаемая среда, $M=0.2$

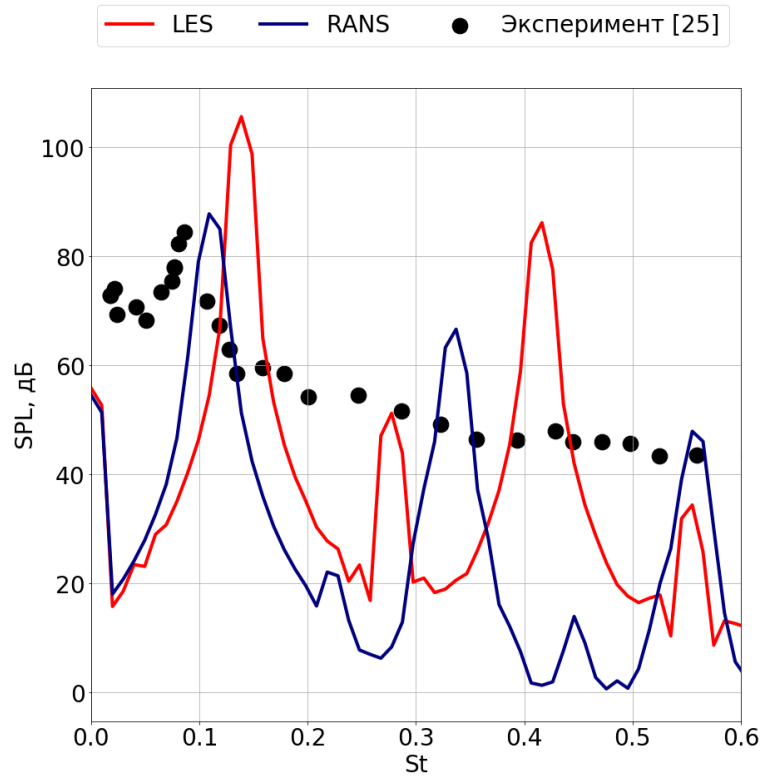


Рисунок 24 – Уровни звукового давления, несжимаемая среда, $M=0.1$

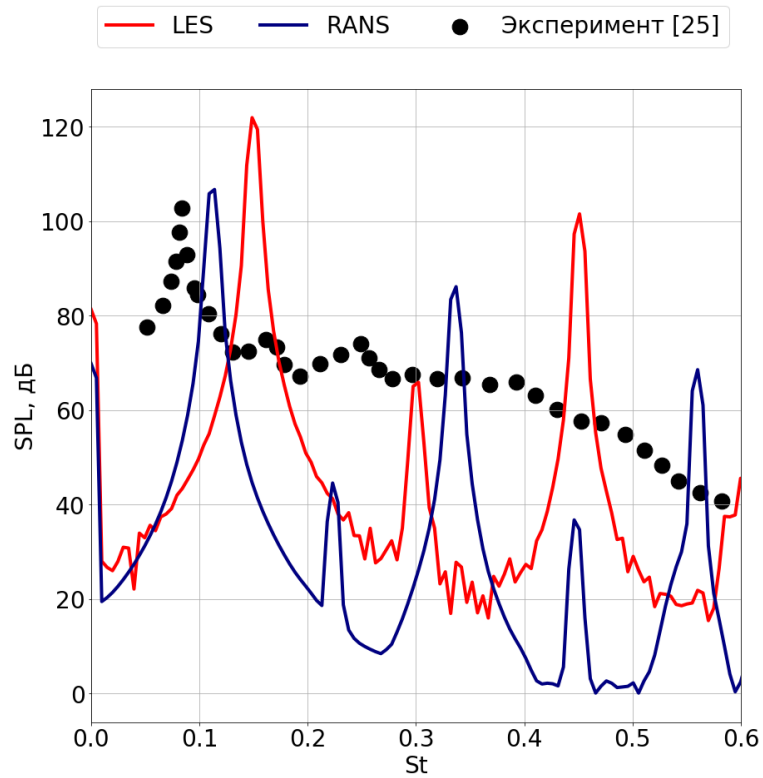


Рисунок 25 – Уровни звукового давления, несжимаемая среда, $M=0.2$

На рисунке 26 представлена зависимость коэффициента сопротивления от расчётного времени. Средние значения коэффициента сопротивления во времени совпадают с экспериментальными данными с погрешностью не более 4%.

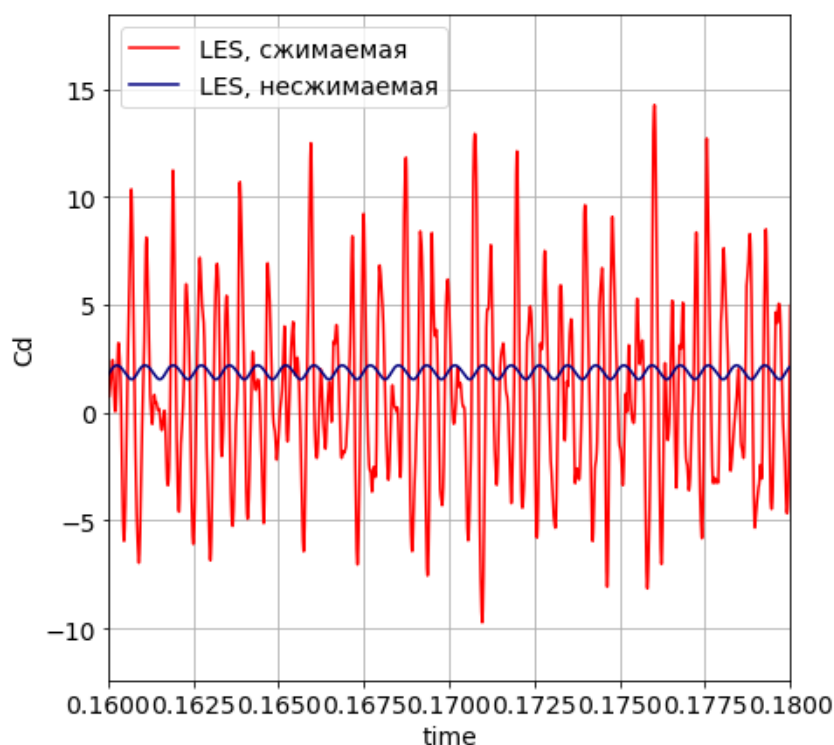


Рисунок 26 – Колебания коэффициента полного сопротивления во времени для метода LES для сжимаемой и несжимаемой среды

Аналогия Кёрла и метод ФВХ

При исследовании шума, генерируемого при обтекании цилиндра, использовались два метода: ФВХ и метод Кёрла. На рисунках 27-28 представлены уровни звукового давления для контрольных поверхностей, расположенных на расстоянии 2.5 и 5 диаметров от исследуемого цилиндра, а также кривая, полученная по аналогии Кёрла. Из графиков видно, что при числе $M=0.1$ на основном характерном пике кривые для двух контрольных поверхностей совпадают, а также частотно совпадают с

экспериментальными данными, кривые на больших частотах имеют значения меньше экспериментальных, а на более высоких частотах уровень шума выше экспериментального. Для числа $M=0.2$ до и после пиковые значения ведут себя аналогично расчетом при $M=0.1$, основной пик смещен в область более высоких частот. Для числа $M = 0.2$ на характерном пике наблюдаются различия в значениях для двух контрольных поверхностей: при отстоянии в 5 диаметров пик значительно больше, чем при отстоянии в 2.5 диаметра.

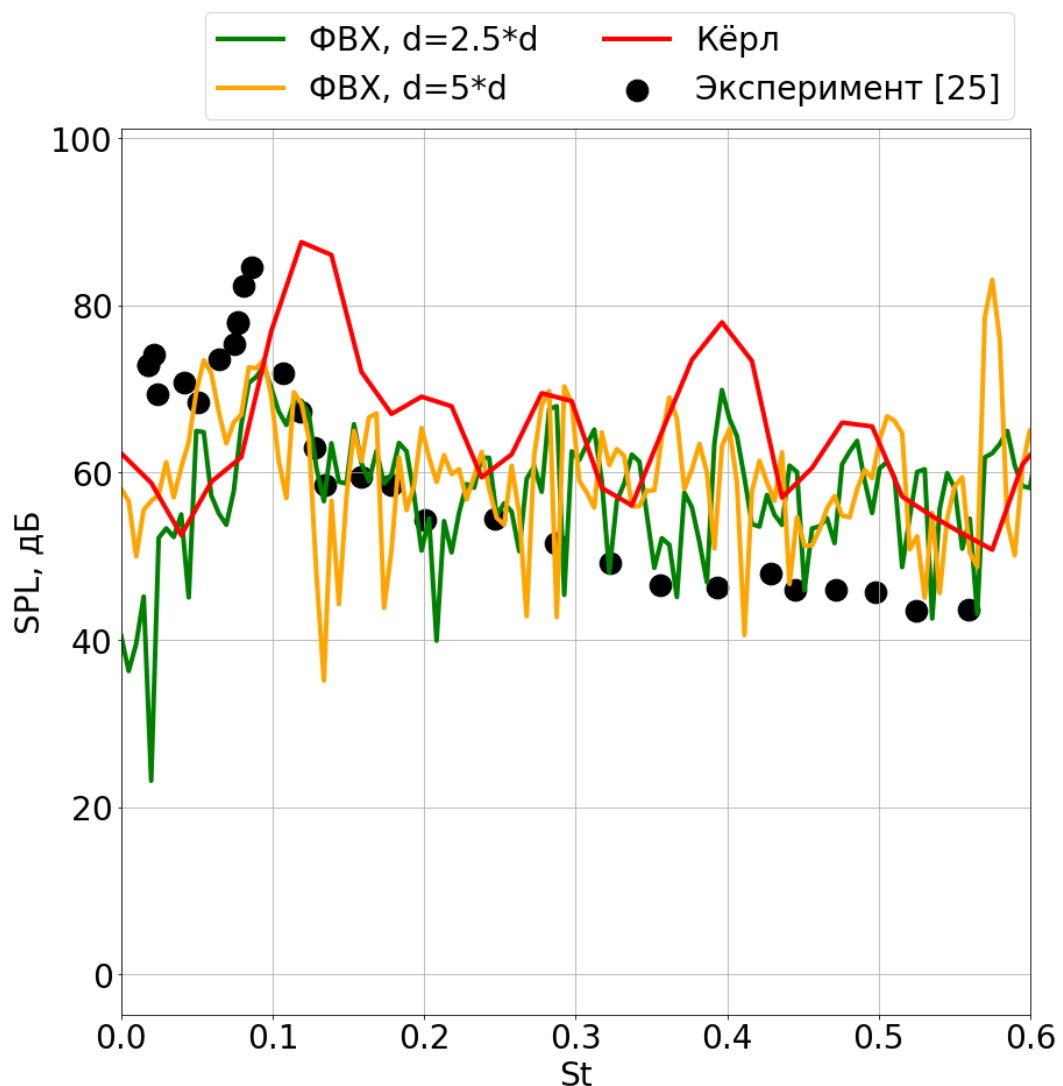


Рисунок 27 - Уровни звукового давления для аналогии Кёрла и метода ФВХ, сжимаемая среда, $M=0.1$

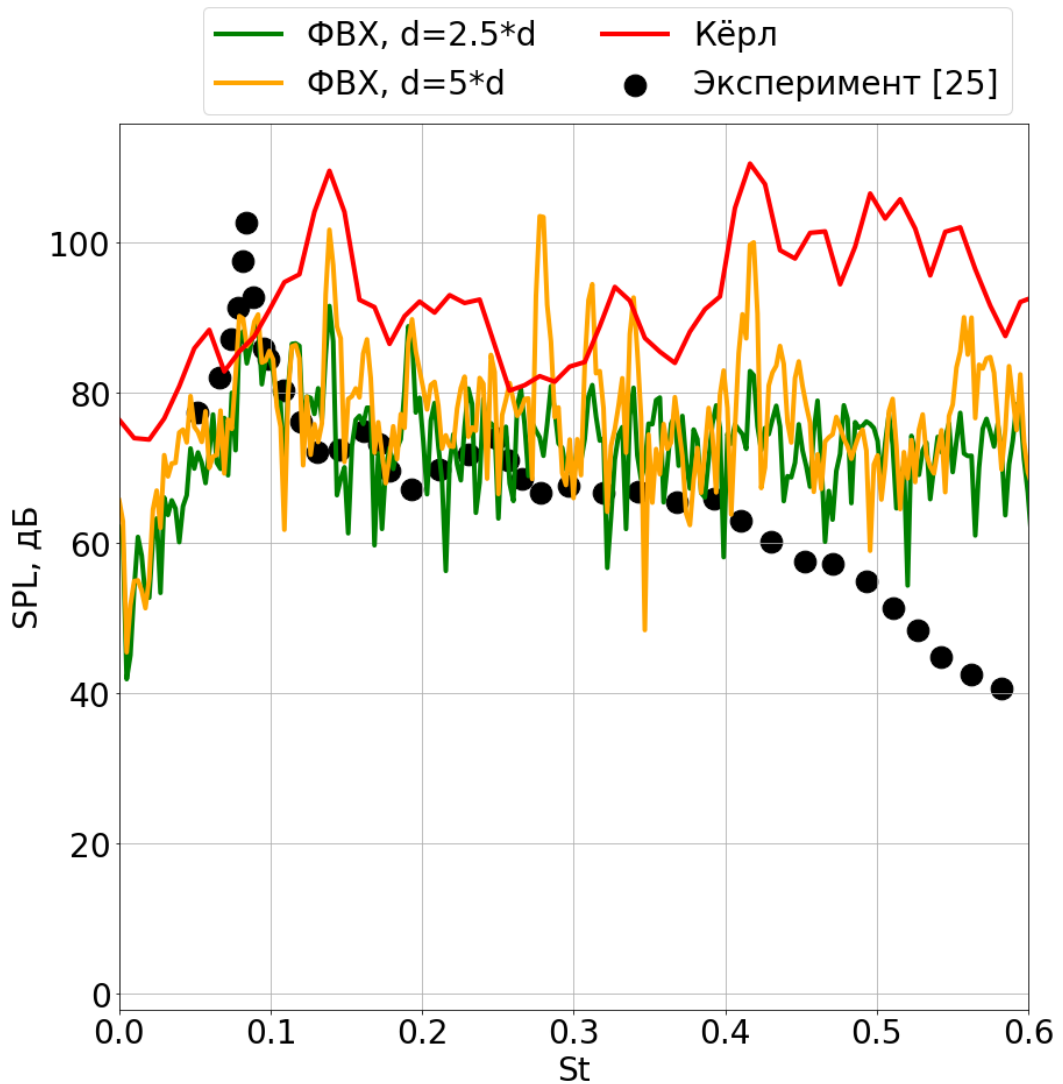


Рисунок 28 - Уровни звукового давления для аналогии Кёрла и метода ФВХ, сжимаемая среда, $M=0.2$

3.2 Численное моделирование задачи об обтекании тандема круговой цилиндр – профиль NASA 0012 однородным потоком

Объект исследования: Двумерный круглый цилиндр диаметром $d = 0.01$ м и профиль NASA0012 с хордой длиной $b = 0.1$ м, обтекаемые однородным потоком, движущимся со скоростью $u_\infty = 72$ м/с , что соответствует числам Рейнольдса $Re_d = \frac{u_\infty d}{\nu_\infty} = 4.8 * 10^4$ $Re_b = \frac{u_\infty b}{\nu_\infty} = 4.8 *$

10^5 и числу Маха $M = \frac{u_\infty}{c_0} = 0.2$. Задача решена при числе Прандтля $Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda} = 0.75$. Параметры данной задачи выбраны в соответствии с экспериментом [16]. Задача решена в двумерной и трёхмерной постановках, в трёхмерной постановке длина размаха составляет 20% от хорды.

В настоящей работе акустические характеристики вычисляются с помощью метода ФВХ и аналогии Кёрла, сравниваются с аналогичными характеристиками, полученными в [16] экспериментально. Наблюдатель расположен в точке на расстоянии $R=1.85$ м от центральной точки хорды профиля.

При решении задачи методом ФВХ рассмотрены следующие непроницаемые контрольные поверхности: совпадающая с поверхностью обтекаемого цилиндра и на некотором отстоянии от него, совпадающая с поверхностью профиля, охватывающая его и поверхность, охватывающая оба объекта (рисунок 29).

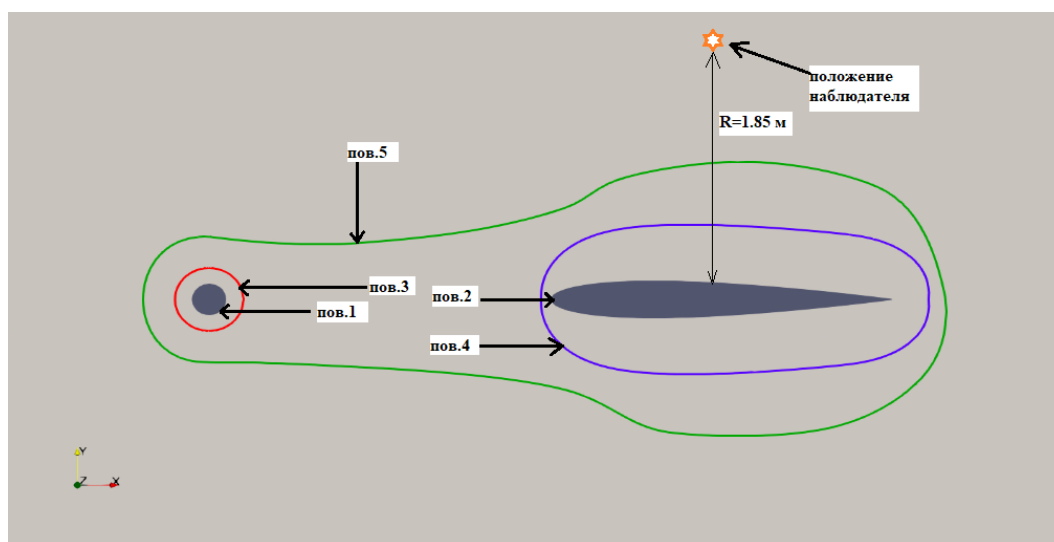


Рисунок 29 – Обозначение контрольных поверхностей и позиции наблюдателя для задачи обтекания тандема цилиндр – профиль

3.2.1 Определение сеточно-независимого решения

Расчётная область имеет прямоугольную форму, входная граница расположена на расстоянии 4 длин хорд от цилиндра, на расстоянии в одну хорду от цилиндра расположен профиль NACA0012, выходная граница расположена на расстоянии 6 хорд. От поверхности цилиндра и профиля ячейки распределяются в радиальном направлении по экспоненциальному закону, при этом отношение соседних шагов не превышает 1.05. Во всей внешней области ячейки имеют квадратную форму, фрагмент расчётной сетки представлен на рисунках 30-31.

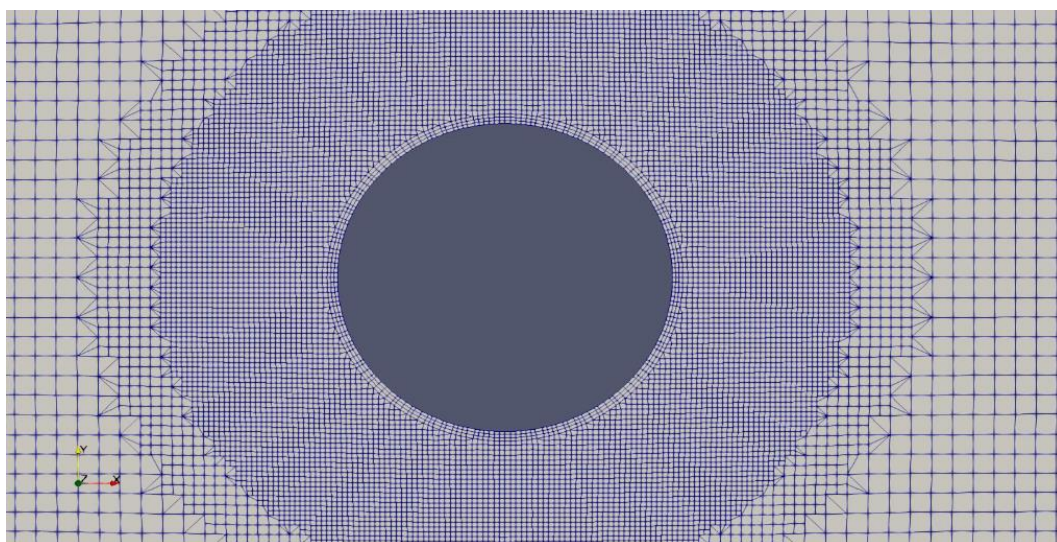


Рисунок 30 – Фрагмент используемой сетки в области цилиндра

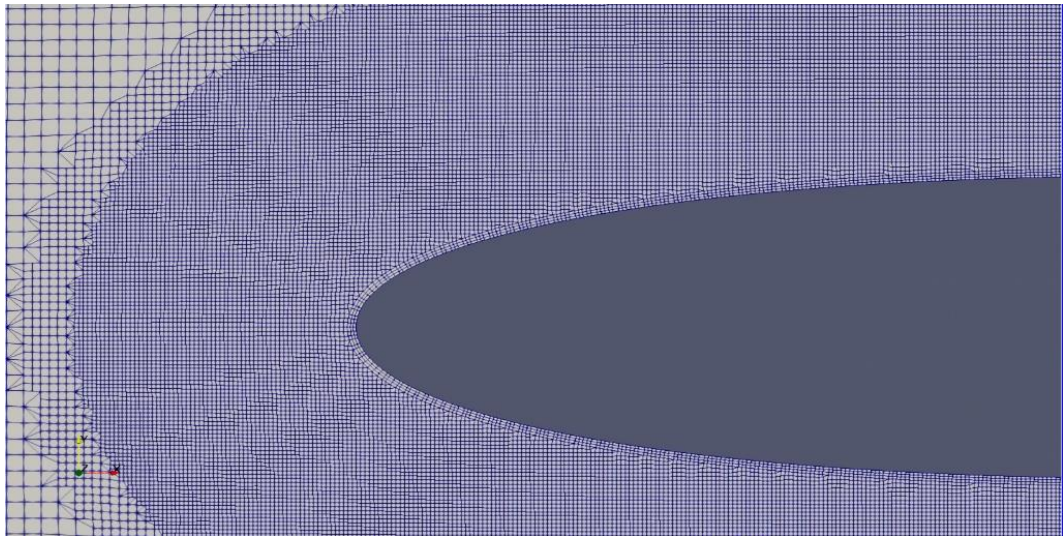


Рисунок 31 – Фрагмент используемой сетки в области профиля

Поиск сеточно-независимого решения произведен для коэффициента сопротивления профиля: суммарной составляющей C_d и для коэффициентов трения C_v и давления C_p . Построены зависимости перечисленных коэффициентов от безразмерной величины y^+ (41).

В результате поиска сеточно-независимого решения выявлена расчётная сетка, при которой коэффициент сопротивления не изменяется при дальнейшем увеличении количества расчётных ячеек. Результаты определения сеточной сходимости представлены на рисунках 32-34, на которых представлены зависимости коэффициентов сопротивления от среднего, минимального и максимального расчётных значений y^+ . Из полученных графиков видно, что преобладающей составляющей сопротивления является сопротивление формы, что соответствует физической картине.

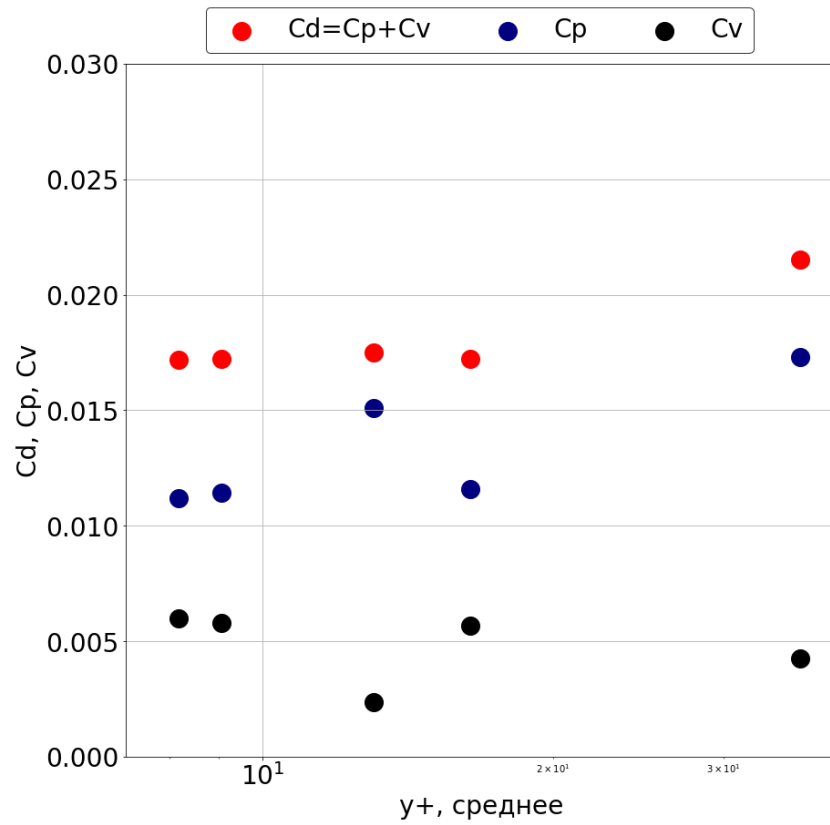


Рисунок 32 – Зависимость C_d , C_p , C_v от среднего y^+

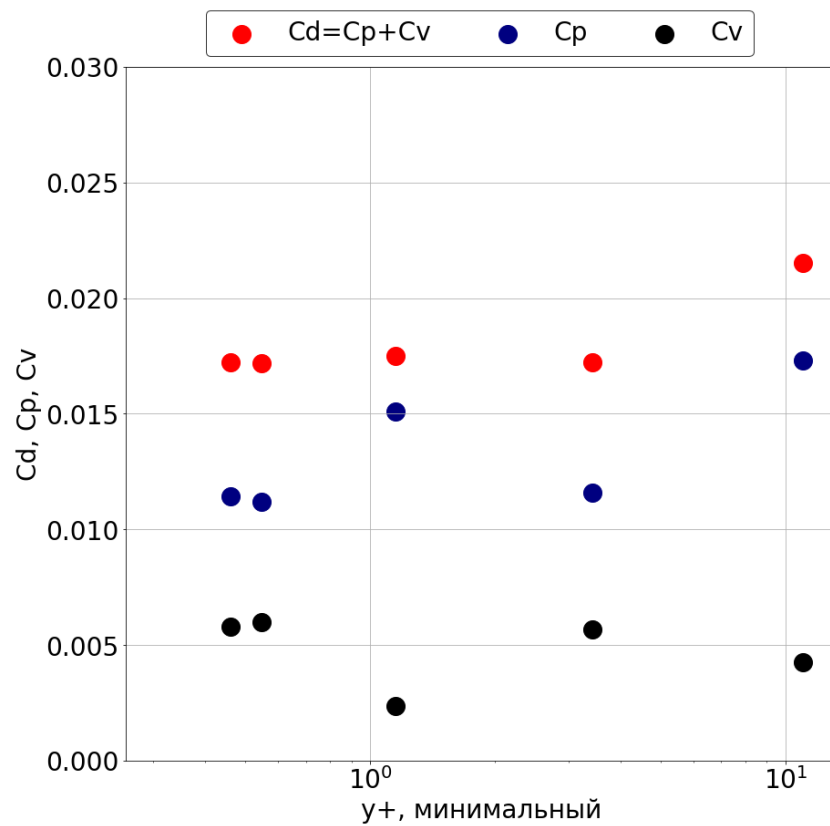


Рисунок 33 – Зависимость C_d , C_p , C_v от минимального y^+

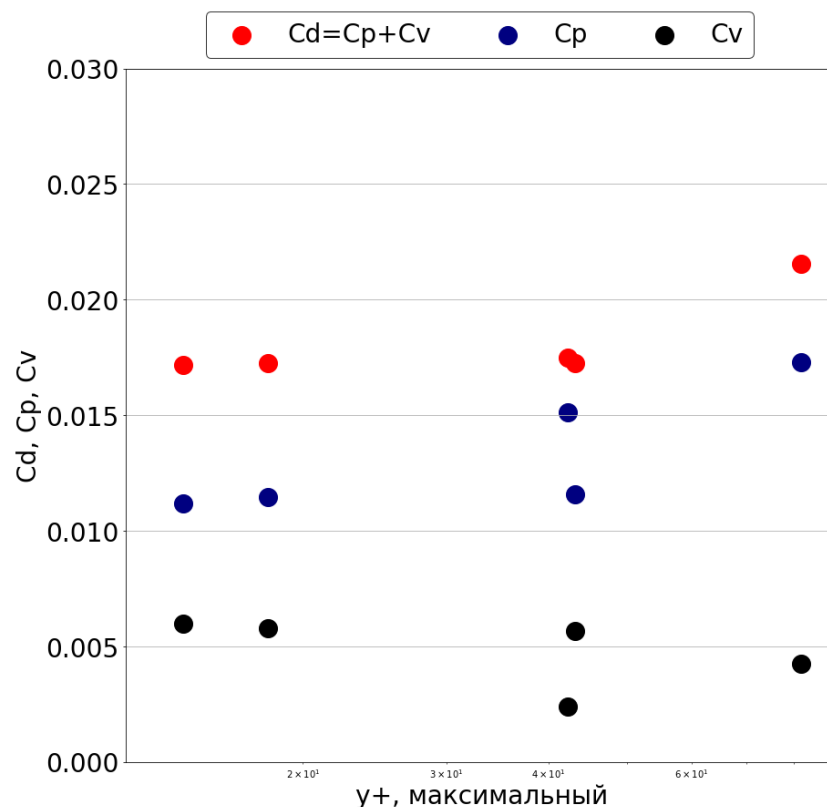


Рисунок 34 – Зависимость C_d , C_p , C_v от максимального y^+

В результате поиска сеточно-независимого решения выбрана расчётная сетка, при которой $y_{\min}^+ = 0.46$, $y_{\max}^+ = 18.1$, $y_{\text{average}}^+ = 9.1$. Общее количество ячеек для двумерного случая порядка 240000. Для трёхмерной задачи количество ячеек порядка 6 миллионов. Шаг по времени составляет 0.1% от периода колебания силы сопротивления.

3.2.2 Результаты численного моделирования

На рисунках 35-36 представлены поля давлений, отнесенных к скоростному напору, для сжимаемой среды для двумерного и трёхмерного расчётного случаев. Из анализа полей видно различие в коэффициентах давления: диапазон для двумерного расчёта $-3.2 < p' < 0.99$, для трёхмерного $-2.1 < p' < 0.94$.

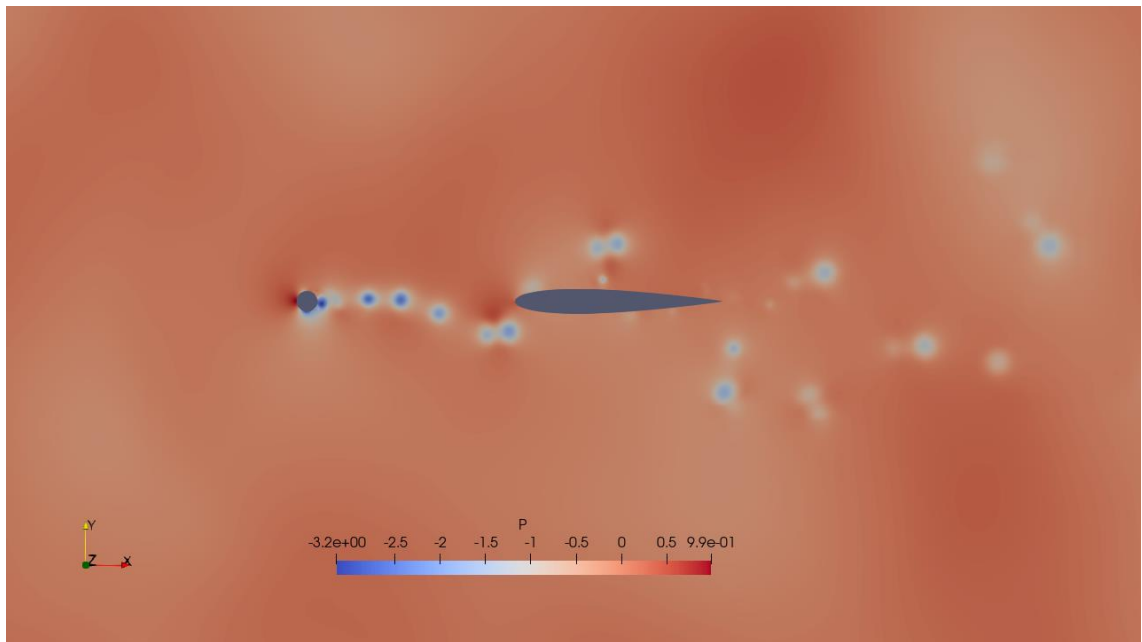


Рисунок 35 – Поле давлений для двумерной задачи

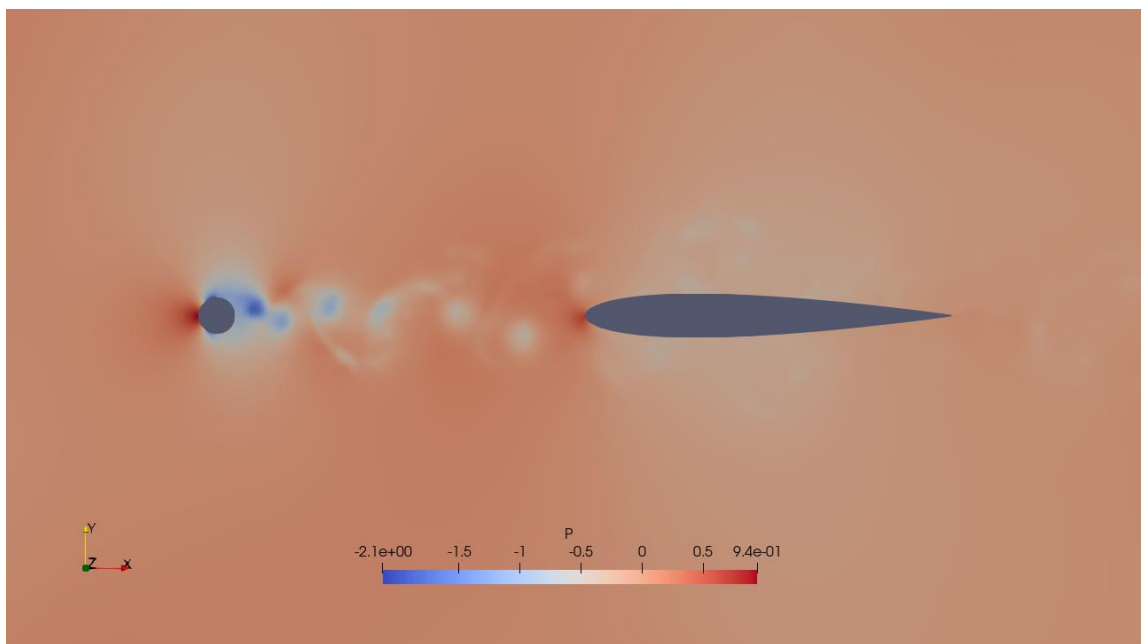


Рисунок 36 – Поле давлений для трёхмерной задачи

На рисунках 37-40 представлено векторное поле скоростей для сжимаемой среды для двумерного и трёхмерного расчётного случаев для относительной величины $U_{\text{Magnitude}} = u/u_{\infty}$. Для двумерного течения максимальная скорость вблизи цилиндра в 2.3 раза больше скорости набегающего потока, для трёхмерного – в 1.6 раз. Вблизи профиля

максимальная скорость обтекания составляет $1.9 * u_{\infty}$ для двумерно течения и $1.4 * u_{\infty}$ для трёхмерного.

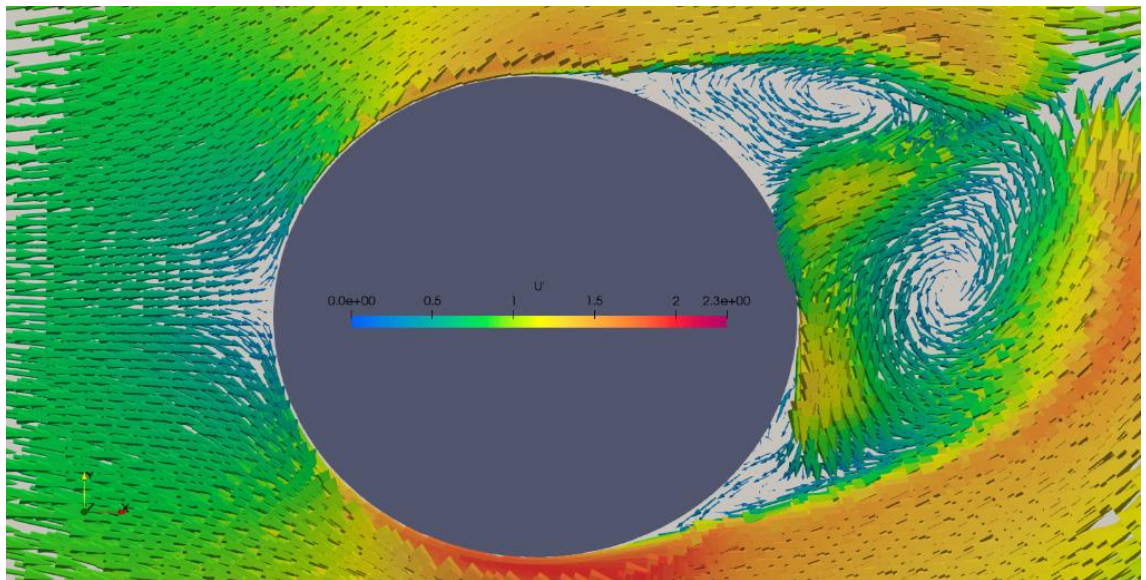


Рисунок 37 – векторное поле скоростей в области цилиндра, двумерная постановка задачи

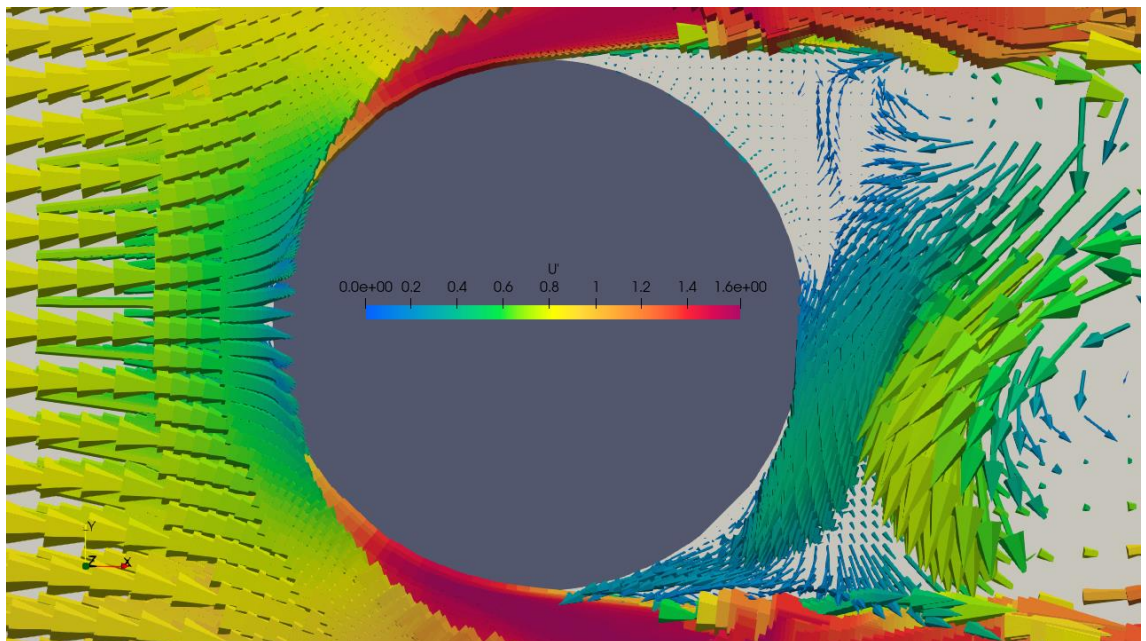


Рисунок 38 – векторное поле скоростей в области цилиндра, трёхмерная постановка задачи

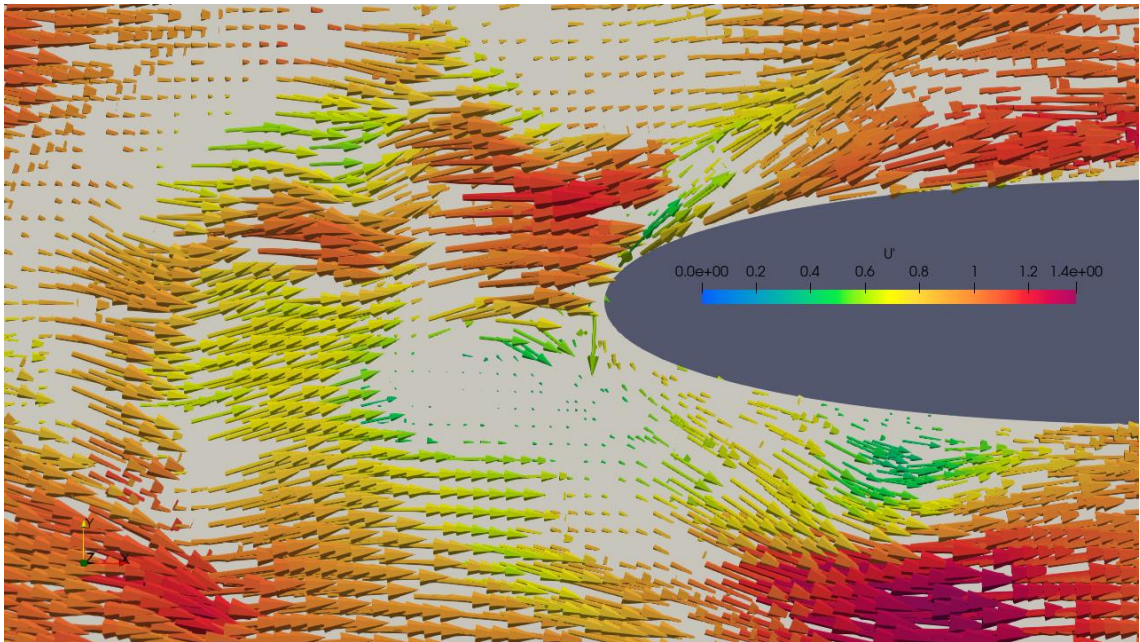


Рисунок 39 – векторное поле скоростей в области профиля, двумерная постановка задачи

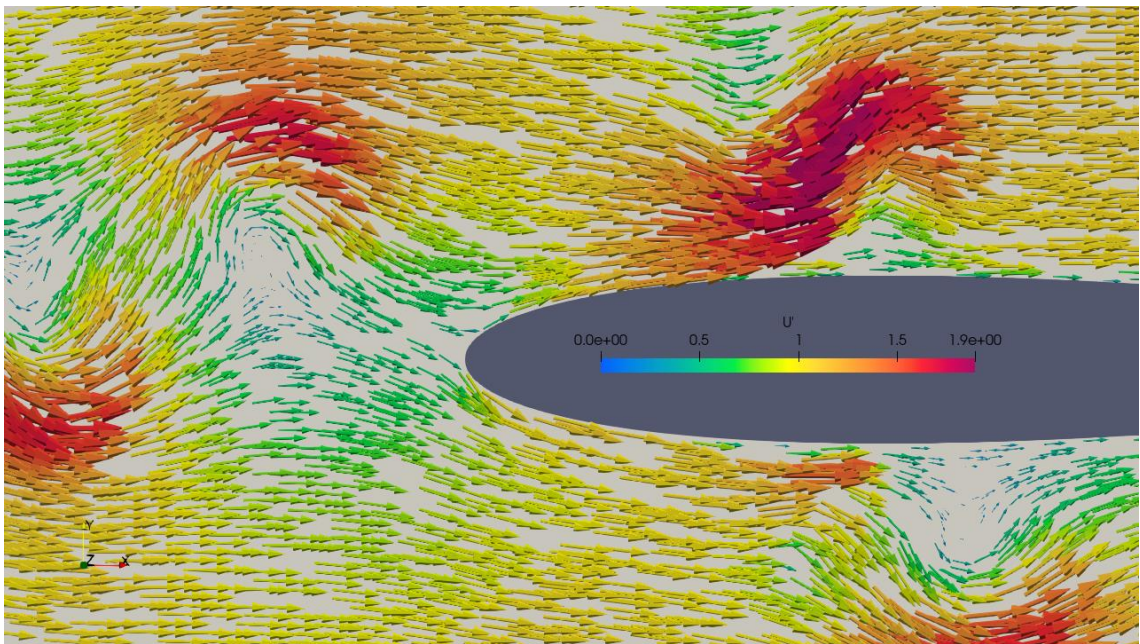


Рисунок 40 – векторное поле скоростей в области профиля, трёхмерная постановка задачи

На рисунках 41-42 представлено поле температуры, отнесенное к начальной, для расчёта методом LES двумерной и трёхмерной задач со сжимаемой средой. Для обеих задач разброс температур от 0.02 до 0.1° от начальной.

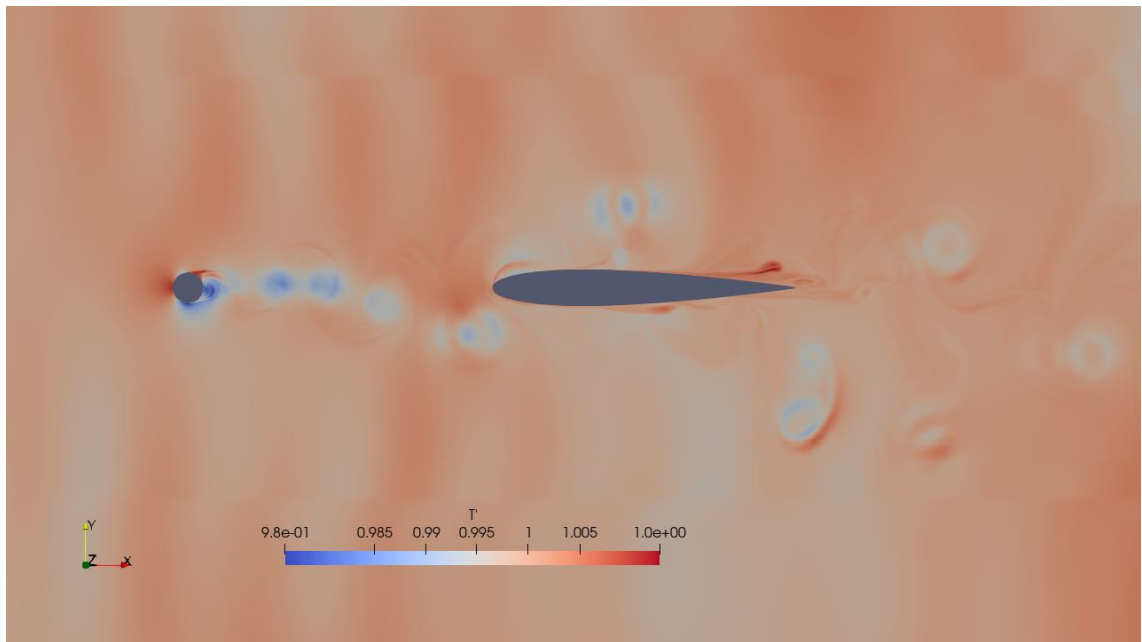


Рисунок 41 – поле температур для двумерной задачи

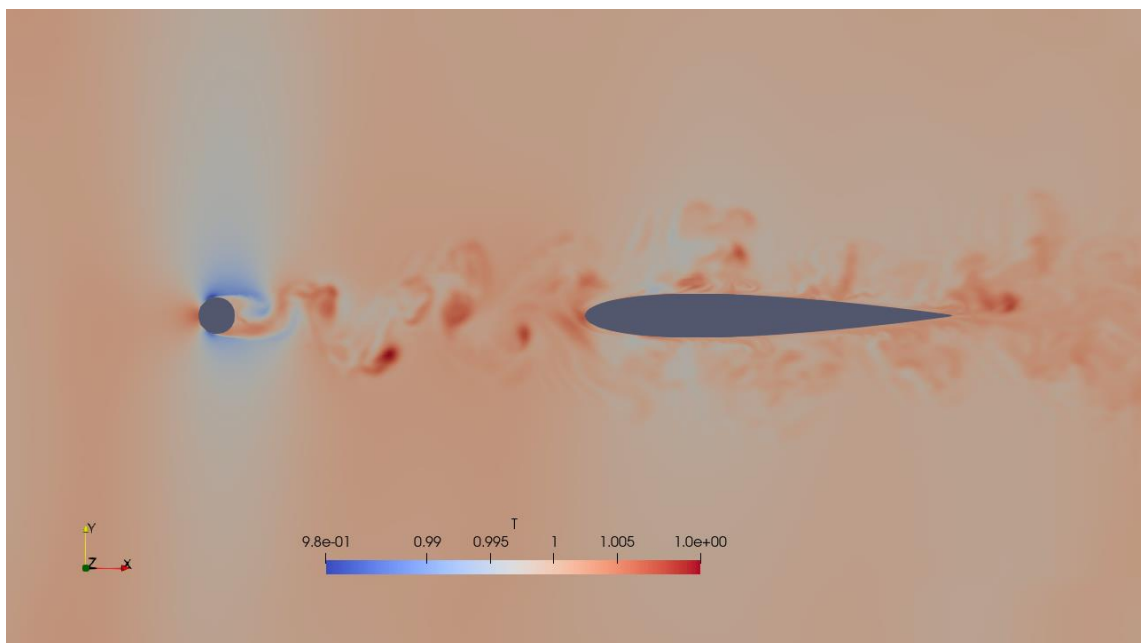


Рисунок 42 – поле температур для трёхмерной задачи

На рисунке 43 представлена изоповерхность Q-критерия, показывающего второй инвариант градиента скорости

$$Q = \frac{1}{2} [(tr(\nabla u))^2 - tr(\nabla u \cdot \nabla u)]$$

где tr обозначает сумму диагональных элементов матрицы. На рисунке видно интенсивное вихреобразование за цилиндром, ввиду чего профиль находится в турбулентном потоке.

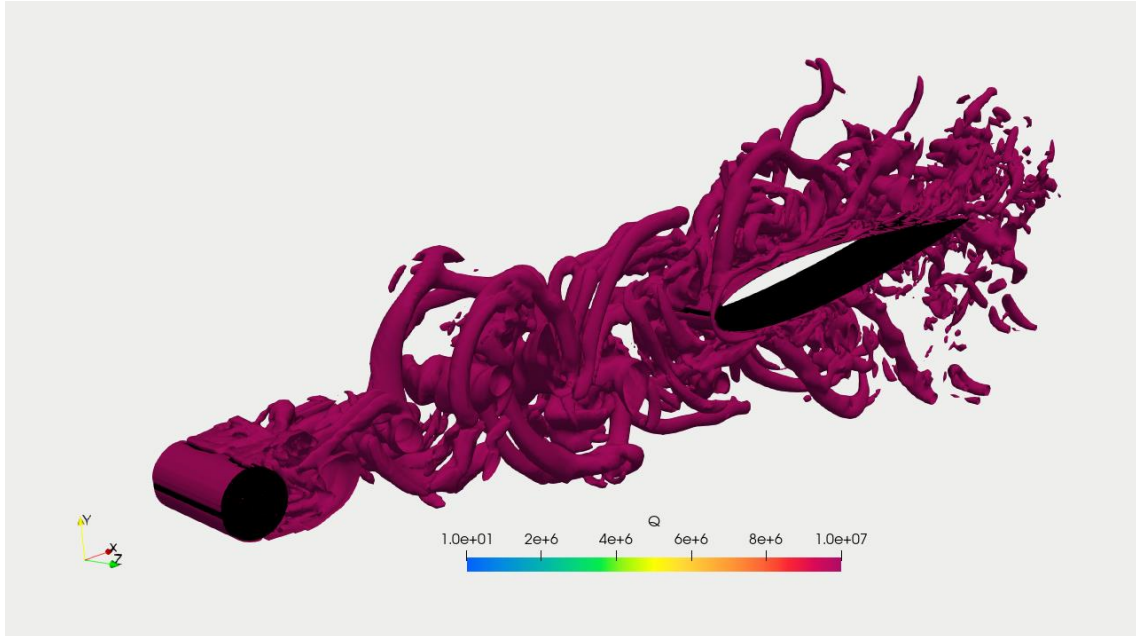


Рисунок 43 – изоповерхность Q-критерия, $Q=10^7$

3.2.3 Акустические характеристики в дальнем поле

Влияние двухмерности расчёта

В результате расчёта акустического шума при обтекании тандема цилиндр – профиль однородным потоком построены уровни звукового давления для двумерного и трёхмерного расчётных случаев, сжимаемой среды, полученных LES методом в зависимости от числа Струхалия (46). Из анализа графиков (рисунок 44) видно хорошее согласование полученных спектров как для двумерного, так и для трёхмерного случаев с экспериментом (таблица 1). Наблюдается смещение частот в область более высоких частот, для двумерного случая данное смещение больше.

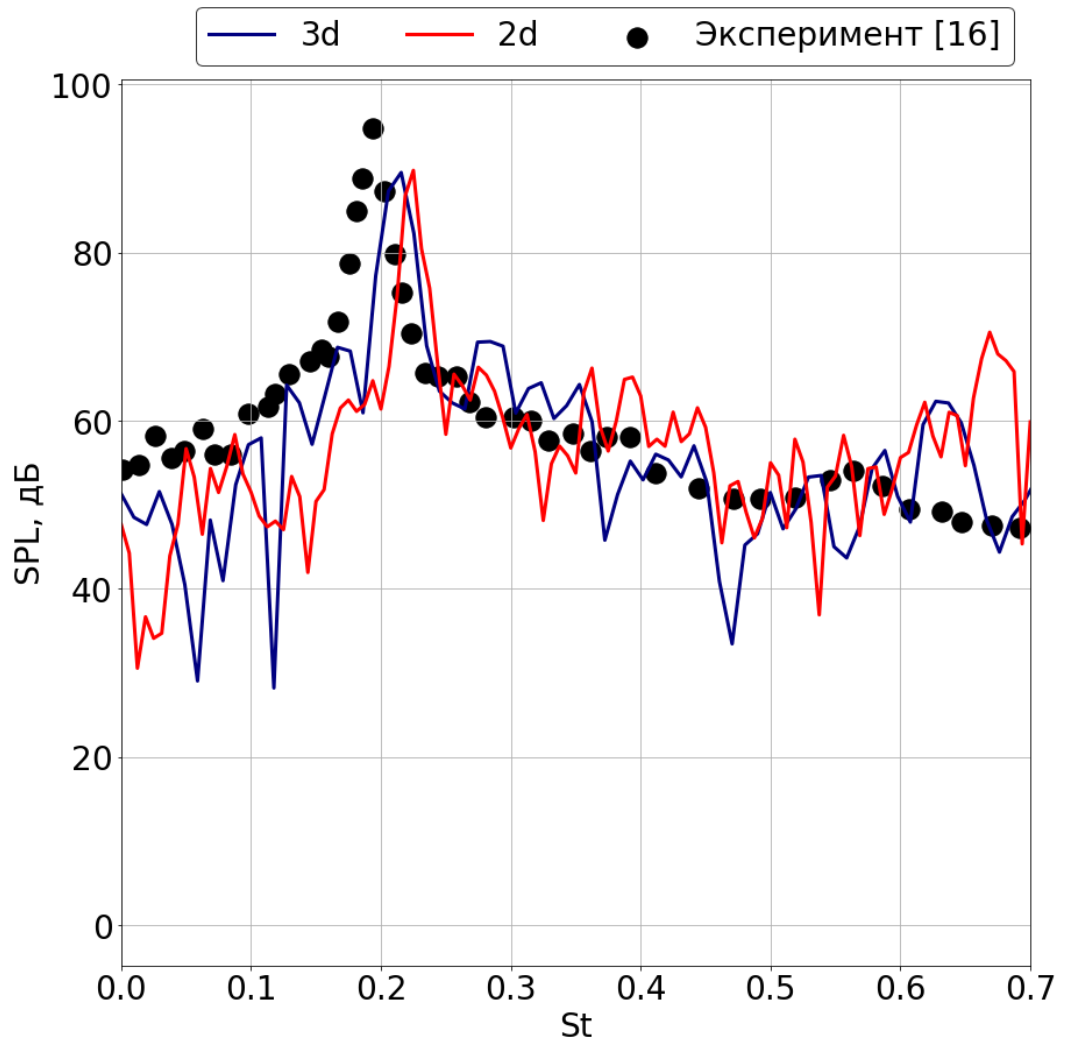


Рисунок 44 – Уровни звукового давления для задачи об обтекании тандема цилиндр – профиль, полученные по аналогии Кёрла.

Таблица 1 – Уровни звукового давления и частоты пиков для эксперимента и расчётов

	SPL, дБ	St
Эксперимент	91	0.19
Расчёт, 2d	87.9	0.23
Расчёт, 3d	87.2	0.21

Влияние интенсивности турбулентности

На рисунке 45 отображено влияние интенсивности турбулентности на получаемые акустические характеристики. В эксперименте [16] $I=1\%$, в настоящей работе также исследованы $I=0.1, 5\%$. Из анализа графика можно отметить то, что акустические характеристики для всех рассмотренных интенсивностей турбулентности близки как по амплитудным, так и по частотным характеристикам, это объяснимо тем, что цилиндр – плохообтекаемое тело, которое само является генератором турбулентности.

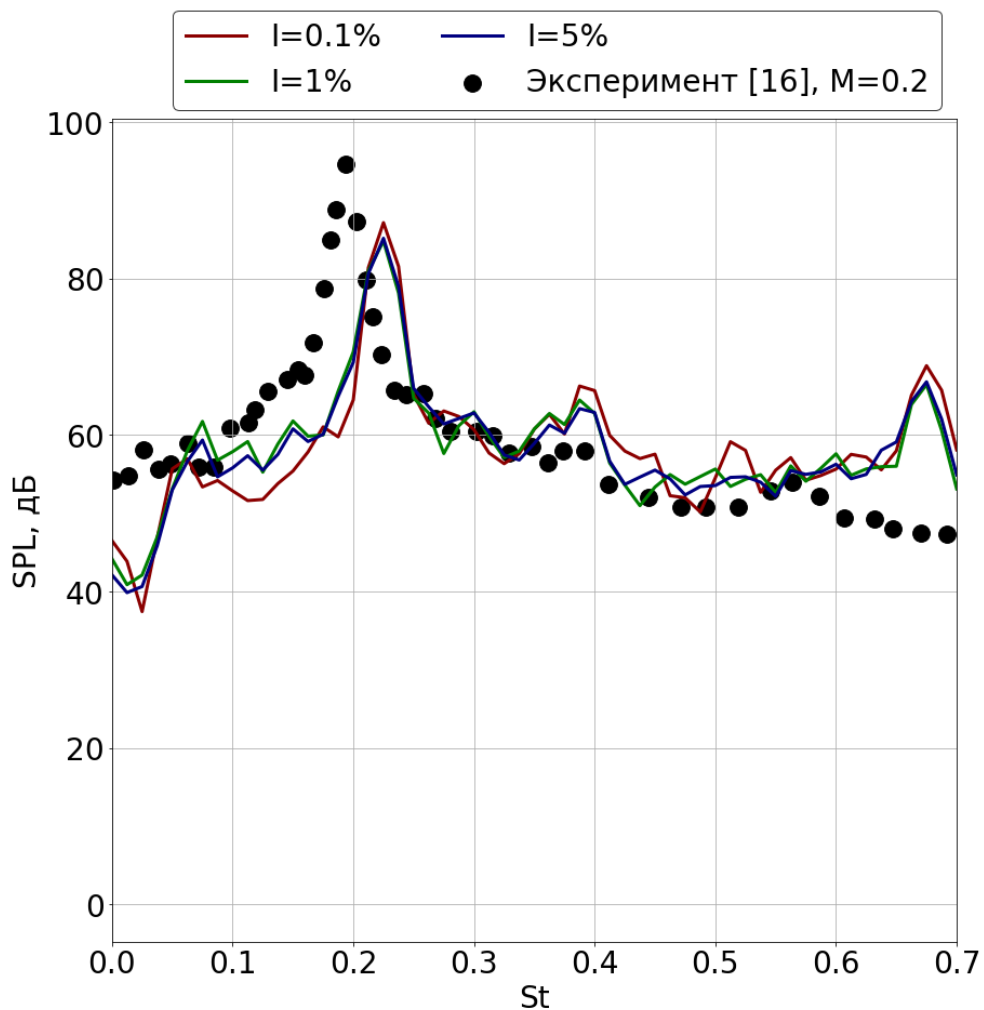


Рисунок 45 – Спектры звукового давления, полученные при различных интенсивностях турбулентности для задачи об обтекании тандема цилиндр – профиль

Влияние числа Маха

На рисунке 46 представлен график, отображающий спектры звукового давления для трёхмерного расчётного случая, полученные при различных числах Маха: $M = 0.1, 0.2, 0.3$. Из анализа графика можно отметить то, что изменение скорости набегающего потока приводит к смещению спектра в частотной области: при $M = 0.1$ пик находится на частоте $St = 0.15$ и имеет максимальное значение $SPL_{max} = 72.9$, для $M = 0.2$ $St = 0.21$, $SPL_{max} = 87.9$, для $M = 0.3$ смещение в частотной области уже меньше, амплитудное значение уменьшено $St = 0.22$, $SPL_{max} = 83.8$.

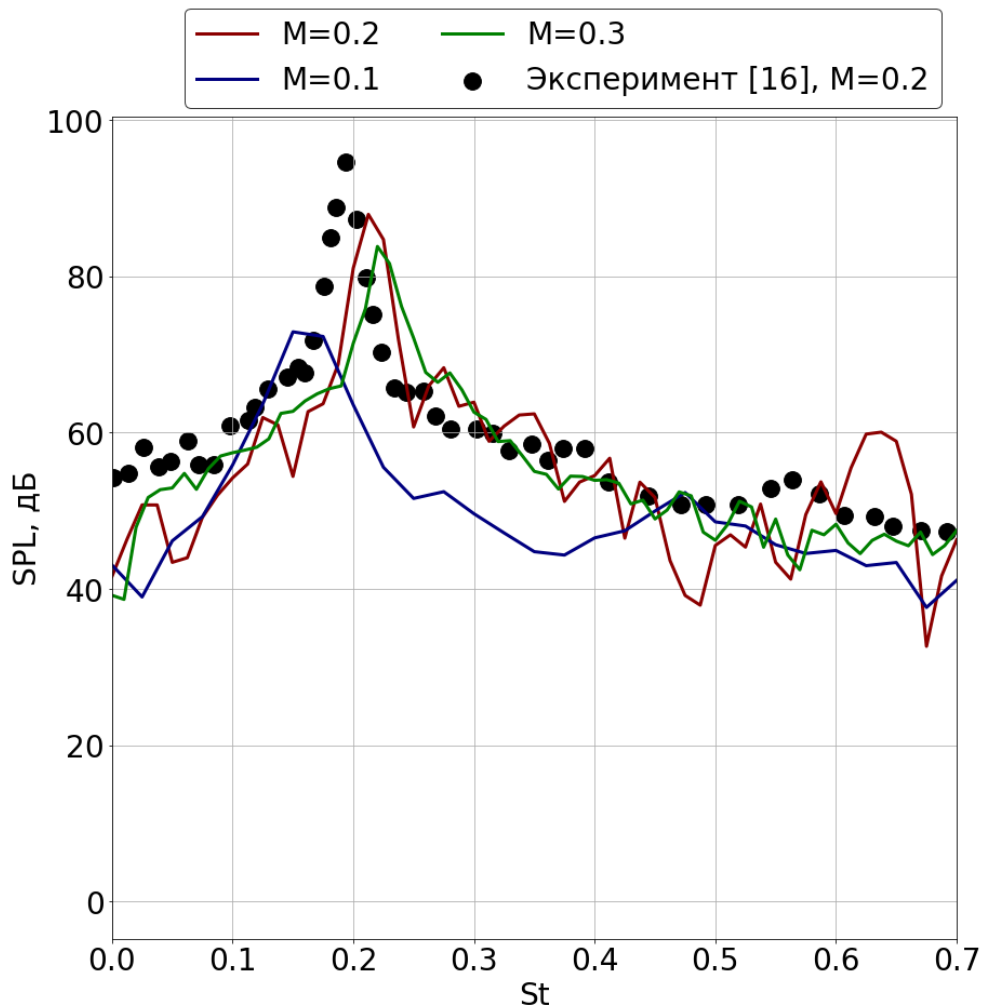


Рисунок 46 – Спектры звукового давления, полученные при различных числах Маха для задачи об обтекании тандема цилиндр – профиль

Аналогия Кёрла и метод ФВХ

На рисунке 47 представлены спектры звукового давления, полученные пересчётом пульсаций давлений на контрольных поверхностях 3-5 методом ФВХ, а также спектры звукового давления, полученные по аналогии Кёрла для поверхностей 1-2. Из анализа графика необходимо отметить то, что спектры, полученные методом ФВХ имеют значительно больший уровень шума (порядка 20 дБ), чем результаты по аналогии Кёрла и экспериментальные. Характер кривых для соответствующих поверхностей схож, пики находятся на одинаковых частотах. Данные результаты получены для двумерного расчётного случая методом LES.

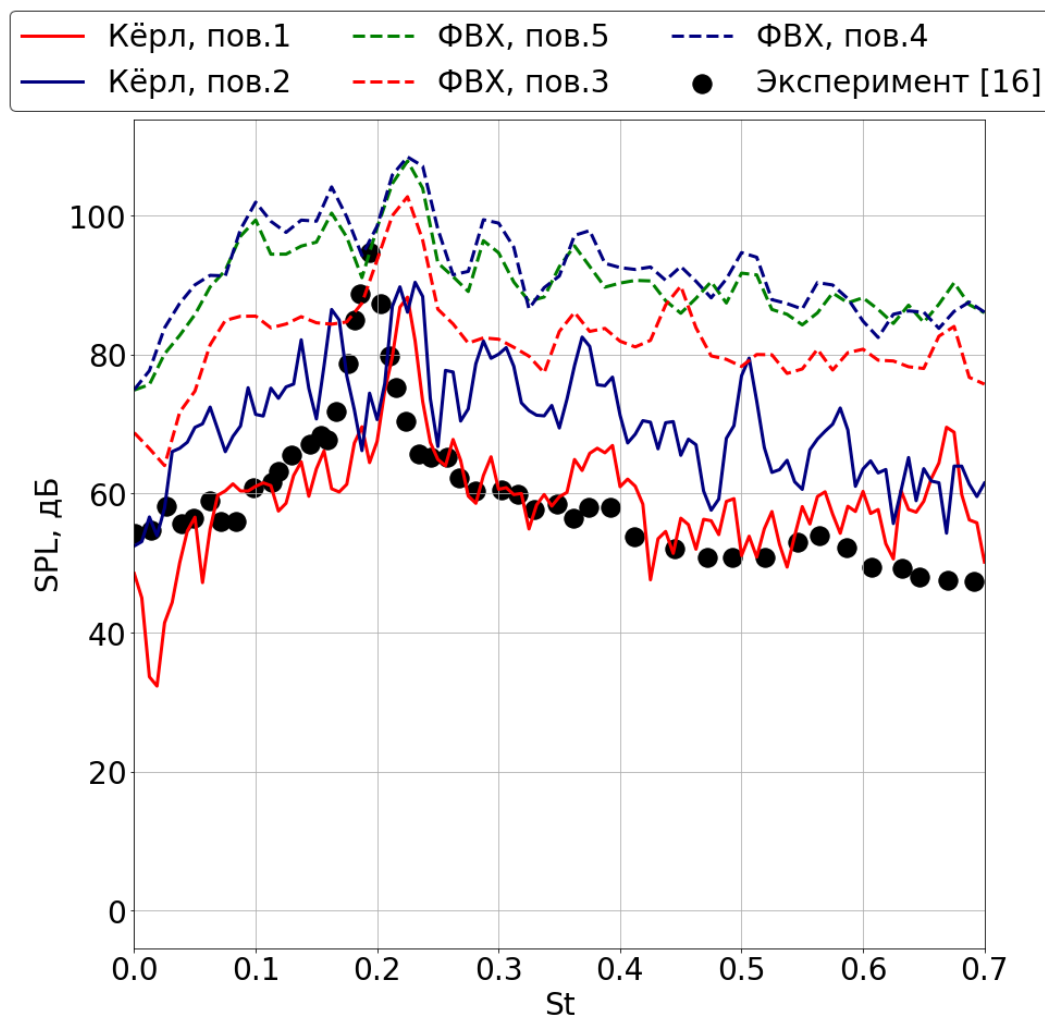


Рисунок 47 – Спектры звукового давления, полученные методом ФВХ и по аналогии Кёрла для задачи об обтекании тандема цилиндр – профиль

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основной целью данной работы является валидация и верификация акустической модели на ряде тестовых задач. В работе рассмотрено влияние сжимаемости среды, выбора метода решения: метод крупных вихрей и решение системы осредненных уравнений Навье-Стокса и неразрывности, а также оценка влияния двухмерности задачи.

На первом этапе был произведен анализ литературы, посвященной вопросу исследования акустического шума при турбулентном течении, вопросу пересчёта из ближнего поля в дальнее. На данном этапе выбраны экспериментальные данные, с которыми производится сравнение в данной работе, методы расчёта и акустические аналогии для пересчёта акустических характеристик.

На втором этапе исследовательской работы произведён поиск независимого решения, отработка начальных и граничных условий.

На третьем этапе произведён расчёт гидродинамических и акустических характеристик для двух тестовых задач: обтекание цилиндра и обтекание тандема цилиндр – профиль. В результате анализа полученных результатов выявлено, что решение задачи в несжимаемой постановке приводит к тому, что уровни звукового давления соответствуют экспериментальным данным только на основном пике, наиболее близкие результаты к экспериментам даёт метод крупных вихрей. В данной работе не удалось добиться точного совпадения пиков по частотам, по амплитудным значениям полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными. Решение задачи в трёхмерной постановке привело к небольшому сдвигу в область более низких частот собственных эксперименту.

В дальнейшей работе над поставленной задачей планируется исследовать влияние трёхмерности – оценить влияние конечности размаха, а также исследовать влияние моделей турбулентности и их констант на результаты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. A.Khavarani. Role of anisotropy in turbulent mixing noise. *AIAA Journal*, 1999, v.37, №7, p.832-841.
2. Andrey Epikhin, Ilya Evdokimov, Matvey Kraposhin, Michael Kalugin, Sergei Strijhak. Development of a Dynamic Library for computational aeroacoustics applications using the OpenFOAM Open Source Package. 4th International Young Scientists Conference on Computational Science. *Procedia Computer Science*, v66, 2015, p.150-157.
3. B.Greschner, F.Thiele, D.Casalino, M.C.Jacob. Influence of turbulence modeling on the broadbandnoise simulation for complex flows
4. C. Tam, M. Golebiowski, J. Seiner. On the two components of turbulent mixing noise from supersonic jets, *AIAA Paper n°96-1716*, (1996).
5. C.K.W. Tam, L. Auriault. Jet mixing noise from fine-scale turbulence. *AIAA Journal*, 1999, v.37, №2, p.145-153.
6. Curle N. The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound // *Proc.Roy. Soc. London A*. 1955. V. 2. P. 505-514.
7. David C. Wilcox Formulation of the k- ϵ Turbulence Model Revisited *AIAA JOURNAL* Vol. 46, No. 11, November 2008 pp. 2823-2838
8. E.Sjoberg. Implementation of Aeroacoustic Methods in OpenFOAM.
9. F. Farassat. Derivation of Formulations 1 and 1A of Farassat. *NASA/TM-2007-214853*
10. Farassat F., Brentner K.S., Dunn M.H. Working with the wave equation – the pleasures of generalized functions. *AIAA paper 2007-3562*, 2007.
11. Ffowcs Williams J.E., Hawkins D.L. Sound Generated by Turbulence and Surfaces in Arbitrary Motion. *Philosophical Transactions of the Royal Society*. Vol. A264, numb. 1151, 1961, 321-342.

12. Goldstein, M. E., An Exact Form of Lilley's Equation with a Velocity Quadrupole/Temperature Dipole Source Term, *Journal of Fluid Mechanics*, 2001, 443, 231–236.
13. J.W.S. Rayleigh, Aeolian tones, *Phil. Mag.*, 29, 434–444, (1915).
14. K.S. Brentner An Efficient and Robust Method for Predicting Helicopter Rotor High-Speed Impulsive Noise. *Journal of Sound and Vibration*. Vol. 203, numb. 1, 1997. 87-100
15. Kefan Tang M.S. Numerical Simulation of the Flow-Induced Noise by Means of the Hybrid method by LES and Aeroacoustic Analogy. Siegen University. Dissertation, 2004.
16. M.C. Jacob, J. Boudet, D. Casalino, M. Michard, A rod-airfoil experiment as benchmark for broadband noise modelling, *J. Theoret. Comput. Fluid Dyn.*, 19(3), 171-196, (2005).
17. M.J. Lighthill, On sound generated aerodynamically. II. Turbulence as a source of sound, *Proc. Roy. Soc., A*. 222, 1–32, (1954).
18. M.J. Lighthill, On sound generated aerodynamically: 1. General theory, *Proc. Roy. Soc., A* 211, 564–578, (1952).
19. Mohsen J. Particle Image Velocimetry: Fundamentals and Its Applications // Research report, Göteborg, Sweden, 2011 p. 58.
20. Morfey, C. L., Hu, Z. W, and Wright, M. C. M., Modelling of Turbulent Jets and Wall Layers: Extensions of Lighthill's Acoustic Analogy with Application to Computational Aeroacoustics, CD-ROM Proc. of European Conference on Computational Fluid Dynamics, ECCOMAS CFD-2006, P. Wesseling, E. Onate, J. Periaux (Eds.), the Netherlands, 5–8 Sept., 2006. ISBN 90-9020970-0.
21. P. Laffay, M.C. Jacob, S. Moreau, J. Regnard, Experimental investigation of the transient bleed valve Noise, *AIAA Paper n° 2017-3528*, (2017).

- 22.P.R. Glibe, T.F. Balsa. Aeroacoustics of axisymmetric single- and dual-flow exhaust nozzles. *Journal of Aircraft*, 1978, v.15, №11, p.743-749.
- 23.Philippe R.Spalart, Michael L.Shur. Variants of the Flowcs Williams-Hawkings equation and their coupling with simulations of hot jets. *International Journal of Aeroacoustics*, volume 8, number 5, 2009
- 24.Powell A. Theory of vortex sound // *J. Acoust. Soc. Ant.* 1964. V. 36. № 1.P. 179-195.
- 25.Revell, J.D., Prydz, R.A., Hays, A.P. Experimental Study of Airframe Noise vs Drag Relationship for Circular Cylinders. Lockheed-California Co. 1 R 28074, 25 Feb., 1977
- 26.Shur, M.L., Spalart, P.R., and Strelets, M.Kh., Noise Prediction for Increasingly Complex Jets. Part I: Methods and Tests, *International Journal of Aeroacoustics*, 2005, 4(3+4), 213–246.
- 27.V. Strouhal, Über eine besondere Art der Tonerregung, *Annalen Phys. Chem. (Leipzig)* 3(5), 216–251, (1878).
- 28.Viswanathan, K. Instrumentation considerations for accurate jet noise measurements. / *AIAA Journal* 44, No. 6, June 2006, pp. 1137-1149.
- 29.Viswanathan, K. Jet aeroacoustic testing: issues and implications. / *AIAA Journal* 41, No. 9, September 2003, pp. 1674-1689.
- 30.Блохинцев Д. И. Акустика неоднородной движущейся среды. – 1946. – 220 с.: ил.
- 31.Гутин Л.Я. О звуковом поле вращающегося винта // *ЖТФ*, т.6, вып.5,1936;
- 32.Крашенинников С. Ю., Миронов А. К. О свойствах течения в турбулентной струе и экспериментальном определении положения источников звука ученые записки ЦАГИ том х1 2012 № 4 УДК 532.522.2; 534.83

33. Крашенинников С. Ю., Миронов А. К. Определение положения источников звука в турбулентной струе по результатам акустических и термоанемометрических измерений / Москва. Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова, 2011 г.
34. Крашенинников С. Ю., Миронов А. К. Определение положения источников звука в турбулентной струе по результатам акустических и термоанемометрических измерений // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского, 2011, № 4 (3), с. 899–901
35. Крашенинников С. Ю., Миронов А. К. Попытка определения положения источников звука в турбулентной струе по результатам измерений акустического поля и корреляций пульсаций скорости // МЖГ. 2010. № 3.
36. Крашенинников С. Ю., Миронов А. К. Экспериментальное исследование влияния условий истечения на акустомеханический КПД // Акустический журнал. 2008. Т. 54, № 3, с. 451 — 458.
37. М. Ван-Дайк. Альбом течений жидкости и газа. Изд. Мир, 1985, 185 с.