

Санкт–Петербургский государственный университет

Окулова Дарья Дмитриевна

Выпускная квалификационная работа

Расчет напряженно-деформированного состояния
сосудов давления с дефектами

Уровень образования: бакалавриат

Направление 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Основная образовательная программа СВ.5005.2017 «Прикладная
математика, фундаментальная информатика и программирование»

Научный руководитель:

доцент кафедры вычислительных методов
механики деформируемого тела,
к.ф. - м.н. Седова Ольга Сергеевна

Рецензент:

доцент Национального
Исследовательского Университета ИТМО
к.ф. - м.н. Красницкий Станислав Андреевич

Санкт-Петербург

2021 г.

Содержание

Введение	3
Обзор литературы	4
Глава 1. Расчет напряжений в полой сфере с дефектами на всей внешней поверхности	8
1.1. Постановка задачи	8
1.2. Построение геометрической и конечно-элементной моделей	10
1.3. Анализ результатов	11
1.4. Итоги главы 1	14
Глава 2. Расчет напряжений в сферическом сосуде с дефек- тами, расположенными вдоль экватора. Линейно-упругая модель	15
2.1. Постановка задачи	15
2.2. Построение геометрической и конечно-элементной моделей	15
2.3. Анализ результатов	18
2.4. Итоги главы 2	25
Глава 3. Расчет напряжений в сферическом сосуде с дефек- тами, расположенными вдоль экватора. Упруго-пластическая модель	26
3.1. Постановка задачи	26
3.2. Построение геометрической и конечно-элементной моделей	26
3.3. Анализ результатов	28
3.4. Итоги главы 3	29
Выводы и заключение	30
Список литературы	33

Введение

Сосуды давления представляют собой герметично закрытые емкости, предназначенные для ведения химических, тепловых и других технологических процессов. Сосуды давления широко используются как в промышленности, так и в быту. Среди отраслей промышленности, в которых находят применение сосуды давления, преобладают такие сферы как горнодобывающая, нефтехимическая, нефтегазоперерабатывающая. Наряду с производственными процессами, сосуды давления используются для хранения и транспортировки на большие расстояния различных сжатых, сжиженных, растворенных газов, жидкостей и прочих веществ под давлением. Некоторыми примерами сосудов давления являются гидравлические резервуары, дистилляционные башни, барокамеры, ресиверы, автоклавы, цистерны и другое. Несмотря на гипотетическое разнообразие возможных форм сосудов высокого давления, предпочтительными остаются сфера, конус, цилиндр и их комбинации. Как правило, более сложные формы гораздо труднее строить и в дальнейшем анализировать для обеспечения безопасной эксплуатации. Более того, для хранения и транспортировки жидкостей и сжиженных газов идеальной формой сосуда внутреннего давления является именно сферическая [1]. Преимущество сферических сосудов состоит в том, что они имеют наименьшую площадь поверхности на единицу объема. Соответственно, температурные условия окружающей среды имеют наименьшее влияние на жидкость внутри сферы. Другими словами, количество тепла, передаваемого от среды к жидкости и наоборот, будет наименьшим по сравнению с сосудами цилиндрических, конических и других форм. Теоретически сферический сосуд высокого давления примерно в два раза прочнее цилиндрического с той же толщиной стенок [2]. Различные нагрузки, тяжелые условия эксплуатации и транспортировки, неблагоприятные факторы окружающей среды могут вызывать появление повреждений на поверхности сосуда. Большинство сосудов давления изготавливаются из металлов. В этом случае часто встречающейся причиной повреждений являются коррозионные процессы [3, 4, 6]. Коррозия – это электрохимический процесс, способствующий возникновению коррозионных поврежде-

ний на поверхности металлических элементов [7]. Для конструкций, изготовленных из металла и, в частности, из стали коррозия неизбежна в течение срока службы. Она значительно снижает несущую способность и несет серьезную угрозу безопасности эксплуатации конструкции [8]. Одной из часто встречающихся и опасных типов коррозии является точечная, или питтинговая, коррозия. Как правило, точечная коррозия определяется как чрезвычайно локализованное коррозионное воздействие, область которого относительно мала по сравнению с поверхностью корродированного объекта [9]. Этот тип локальной коррозии вызывает минимальные потери объема конструкции, но может приводить к катастрофическому разрушению [8]. Долговечность сосудов давления существенно сокращается при появлении на их поверхности питтингов, возникающих из-за неблагоприятных факторов окружающей среды [10]. Питтинговые коррозионные дефекты, постепенно накапливаясь, могут вызвать концентрацию напряжения, инициировать преждевременное пластическое поведение и в результате стать причиной износа и разрушения конструкции [11]. Для обеспечения долгосрочной надежности необходимо анализировать локально сконцентрированные нагрузки в окрестности дефектов и во всем теле, проводить исследование напряженно-деформированного состояния сосуда при наличии дефектов. Точное прогнозирование поведения конструкции, подверженной коррозии, может сократить затраты на техническое обслуживание.

Обзор литературы

Ряд исследований и последние разработки стратегий математического моделирования значительно улучшили качественное понимание коррозионных процессов в стальных конструкциях [12]. Большая часть работ, в которых исследуются конструкции с множественными питтинговыми дефектами, сосредоточена на металлических трубах [8, 11],[13–15],[18] и пластинах [16, 17],[19–24]. В работе [8] проведена численная оценка влияния параметров коррозии и геометрических параметров тонкостенной трубы на значение критической силы, при которой наблюдается изгиб. Для случайно расположенных выемок показано, что увеличение количества коррозионных выемок влечет уменьшение оцениваемого значения. В исследо-

вании также отмечено, что форма питтингового дефекта имеет большое значение, и упрощение конических и полусферических выемок цилиндрическими с эквивалентной потерей объема не всегда приводит к корректному результату. Экспериментальное и численное исследование влияния свойств питтинговых дефектов на предел прочности элементов стальных труб проводилось в [11]. Результаты проведенного стохастического анализа показали, что случайный характер распределения, формы и глубины дефекта приводит к значительному снижению предела прочности трубы. На основании проведенного в [13] статистического анализа данных прямых измерений коррозионных повреждений труб, используемых в морских нефтяных скважинах, предложена эмпирическая формула для прогнозирования изменения глубины повреждений в зависимости от времени. Работа [14] посвящена моделированию взаимодействия между соседними коррозионными дефектами, расположенными вдоль окружности по стенке трубопровода под действием осевых растягивающих напряжений. В результате исследования получено, что увеличение расстояния между коррозионными дефектами приводит к снижению концентрации напряжений в зоне дефектов, а также выявлено критическое расстояние между дефектами, при превышении которого взаимодействие дефектов незначительно. Авторы работы отметили, что взаимодействие между соседними дефектами приводит к ускорению развития коррозии. В [15] проводилась оценка влияния локальных случайно расположенных на внешней поверхности точечных дефектов на значение предельного давления, при котором происходит потеря устойчивости бесшовной стальной трубы, подверженной внешнему давлению. Показано, что на предельное значение давления существенно влияют степень отклонения от изначальной круглой поверхности трубы, вызванного коррозией, плотность расположения питтингов и свойства материала, из которого изготовлена труба. В статье [16] представлен аналитический метод вывода зависимостей среднего напряжения и средней деформации в стальных пластинах без коррозии и со случайными коррозионными дефектами с обеих сторон с учетом геометрической и физической нелинейности. С использованием предложенной эмпирической формулы прогнозируется предел прочности пластины. В работах [20, 21] обнаружено, что увеличение

интенсивности питтинговых дефектов влечет снижение предела прочности стальной корродированной пластины. Влияние формы, распределения и глубины питтингов на предел прочности пластины оценено в [22]. В работе [23] проведен численный анализ стальных конструкций, в результате которого обнаружено, что пластичность возникает на свободных краях корродированной пластины и распространяется в направлении ее центра. Параметрическое исследование влияния точечной коррозии на предел прочности усиленных пластин, подверженных одноосному сжатию, проведено в [24]. Установлено, что предел прочности значительно снижается с увеличением степени заполненности поверхности пластины коррозией и сильно зависит от распределения коррозионных дефектов. Также авторы утверждают, что снижение предела прочности усиленных пластин связано с потерей объема в результате коррозии. В некоторых работах рассматриваются конструкции сферической формы. Работа [25] посвящена исследованию влияния случайно расположенных коррозионных дефектов на прочность сферических шарнирных соединений, основная часть которых представляет собой сферическую оболочку. Показано, что коррозия способствует уменьшению эффективной толщины оболочки и значения предельной нагрузки. В [26] также рассмотрены сферические шарнирные соединения и произведена оценка огнестойкости и остаточных характеристик конструкции после воздействия огнем. В результате получены и проанализированы распределения температуры в течение нагрева и охлаждения и связанное с проведенными испытаниями механическое поведение исследуемых образцов. Эффект взаимодействия соседних дефектов и влияние расстояния между ними на напряженно-деформированное состояние и прочность сосуда также необходимо принимать во внимание. В нескольких публикациях исследованы металлические конструкции с несколькими взаимодействующими дефектами, например [27]. В [14, 29] показано, что если повреждений на поверхности сосуда давления несколько, но они расположены достаточно далеко друг от друга, то локальные напряжения в окрестности каждого из них мало отличаются от напряжений, возникающих в окрестности единичного дефекта. Статья [28] посвящена взаимодействию поверхностных трещин на яйцевидной оболочке давления, получены коэффициенты ин-

тенсивности напряжений. Взаимодействие однородных эллипсоидальных выемок и трещин в цилиндрическом сосуде высокого давления проанализировано в [30]. В работе [31] рассчитаны и проанализированы коэффициенты взаимодействия для дефектов прямоугольной, эллиптической, треугольной и смешанной геометрий и различных размеров с помощью предложенного метода разделения компонентов напряжения. Однако недостаточно исследованными остаются вопросы напряженно-деформированного состояния сферических сосудов давления с множественными дефектами с учетом их взаимодействия. Кроме того, развитие коррозии тесно связано с условиями окружающей среды, в которой находится конструкция. И, поскольку зоны коррозии возникают случайным образом, наряду с равномерным расположением дефектов на поверхности сосуда, необходимо рассматривать случайные паттерны их расположения и распространения. Данная выпускная квалификационная работа посвящена расчету напряженно-деформированного состояния сферического сосуда внутреннего давления с множественными дефектами полусферической формы на внешней поверхности. В первой главе рассматривается сфера с множественными дефектами, псевдо-равномерно расположенными по всей поверхности оболочки. Вторая и третья главы посвящены случайному распределению дефектов по экватору сферического сосуда в рамках линейной теории упругости и с учетом пластического поведения материала соответственно. Напряженное состояние вблизи дефектов и во всей конструкции исследуется с помощью пакета конечно-элементного анализа ANSYS. Результаты данной работы были представлены на конференциях "I международная научная конференция аспирантов и студентов «Процессы управления и устойчивость» Control Processes and Stability (CPS'19) "IV международная конференция Устойчивость и процессы управления"(2020), "Международная научная конференция «IX Поляховские чтения»"(2021), "26th International Conference on Fracture and Structural Integrity"(2021).

Глава 1. Расчет напряжений в полой сфере с дефектами на всей внешней поверхности

1.1 Постановка задачи

Рассматривается линейно-упругий сосуд сферической формы с внутренним радиусом r и внешним R . Материал сферы – конструкционная сталь. К внутренней поверхности оболочки сосуда приложено давление p_r . На внешней поверхности имеются повреждения, которые представляют собой полусферические выемки с радиусом δ и глубиной погружения в поверхность оболочки h (Рис. 1). Количество выемок равно n .

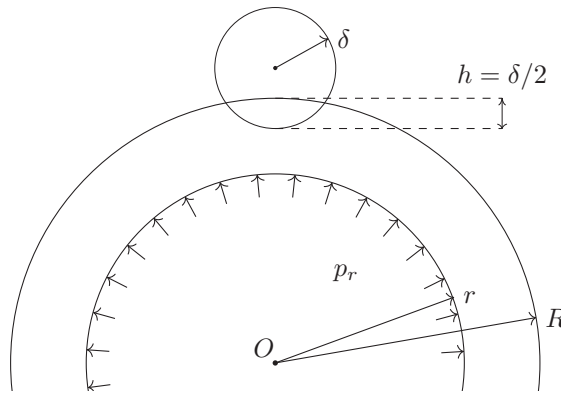


Рис. 1: Схема расположения выемки на поверхности

Известно, что за исключением нескольких случаев, а именно платоновых тел, невозможно идеально равномерно распределить точки на сфере. Есть несколько алгоритмов, дающих приблизительно равномерное распределение, например, алгоритм Фибоначчи, алгоритм золотой спирали и др. Алгоритмы существенно различаются в зависимости от того, какой используется критерий для оценки однородности распределения. Для описания алгоритма, использованного в данной работе, введем понятие «уровень». Назовем «уровнями» степени заполненности внешней поверхности сосуда дефектами. Первым уровнем будем считать шесть выемок, центры которых расположены в вершинах правильного октаэдра, вписанного в сферу – внешнюю поверхность оболочки. Составим алгоритм нахождения координат центров выемок каждого последующего уровня $k > 1$:

1. На экваторе добавляем к уже имеющимся 2^k точкам еще 2^k точек так, чтобы все полученные точки располагались на экваторе сферы равномерно.
2. На каждом из четырех меридианов, проходящих через вершины правильного октаэдра, определяющего центры выемок первого уровня, равномерно располагаем 2^{k-1} точек между оставшимися с предыдущего уровня $2^{k-1} + 1$ точками.
3. Рассматриваем окружности, параллельные экватору - параллели, на которых лежат точки, указанные в пункте 2:
 - На соседней к экватору параллели равномерно располагаем $2^{k+1} - 4$ точек;
 - Двигаясь от экватора к «полюсу», на каждой последующей параллели равномерно располагаем точки таким образом, чтобы их было на 4 меньше, чем на предыдущей окружности;
 - Повторяем предыдущее построение до тех пор, пока количество точек на параллели не станет равным четырем.

Пример расположения центров выемок первых трех уровней на моделируемой части сферы приведен на рис.2. Количество дефектов для первых шести уровней приведено в Табл.1.

Таблица 1: Количество выемок по «уровням»

№ «уровня»	1	2	3	4	5	6
Общее количество дефектов - n	6	18	66	258	1026	4098
Количество дефектов на 1/8 части сферы	3	6	15	45	153	561

Необходимо оценить напряженное состояние тела в зависимости от значения количества дефектов.

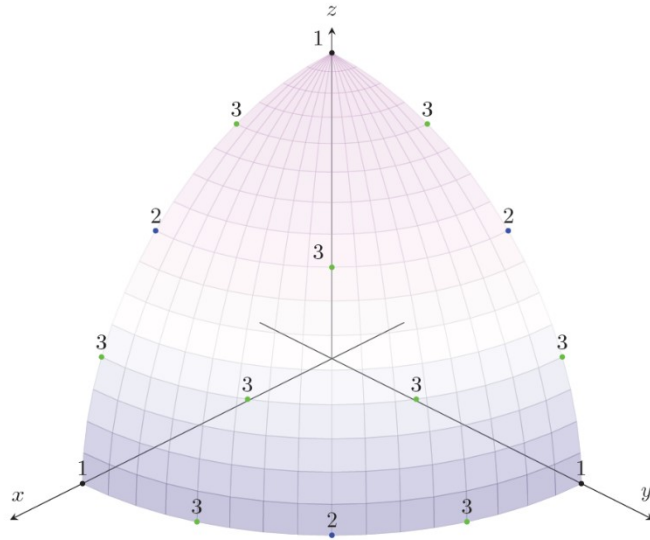


Рис. 2: Расположение центров выемок на поверхности 1/8 части сферы при $n = 66$

1.2 Построение геометрической и конечно-элементной моделей

Для проведения исследования в среде SpaceClaim построена геометрическая модель полой сферы с внутренним и внешним радиусами $r = 690$ мм и $R = 700$ мм соответственно. На внешней поверхности сферы вырезаются выемки полусферической формы с радиусом $\delta = 2$ мм и глубиной $h = \delta/2$ мм. Расчеты проводятся для разного количества дефектов n : 6, 18, 66, 258, 1026, 4098 (табл.1). Расположение выемок определяется на основании алгоритма из предыдущего пункта. К внутренней поверхности оболочки сосуда приложено давление $p = 1$ МПа. Материал сферы – конструкционная сталь с модулем Юнга $E = 2.1 \cdot 10^5$ МПа и коэффициентом Пуассона $\nu = 0.3$. Расчеты проводятся в конечно-элементном пакете ANSYS Workbench. В силу симметрии достаточно рассмотреть одну восьмую часть сферы, заключенную между тремя взаимно перпендикулярными плоскостями, проходящими через центр сферы (Рис.3,4)

Для построения сетки используется трехмерный десятиточечный элемент SOLID187. Вблизи дефектов производится дополнительное измельчение сетки (рис.5).

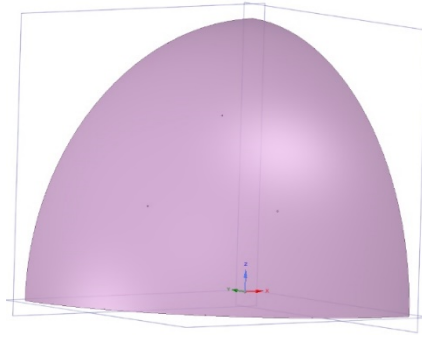


Рис. 3: Геометрическая модель 1/8 части сферы для $n = 18$

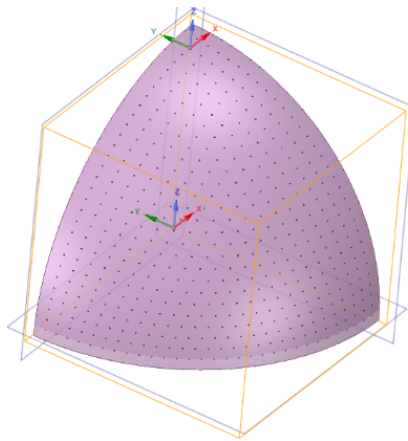


Рис. 4: Геометрическая модель 1/8 части сферы для $n = 4098$

Граничные условия: на трех боковых сторонах, ограничивающих моделируемую часть сферы – условие симметрии (рис.6), на внутренней поверхности оболочки – давление p (рис.7).

1.3 Анализ результатов

При расчете долговечности сосудов высокого давления при коррозионном воздействии в качестве эквивалентного напряжения целесообразно использовать максимальное нормальное напряжение, выбор которого позволяет учитывать влияние гидростатического давления [32]. В связи с этим в данной главе при оценке напряженного состояния сосуда рассматривается максимальное нормальное напряжение.

Максимальные нормальные напряжения наблюдаются в зонах нахождения выемок (Рис.8).

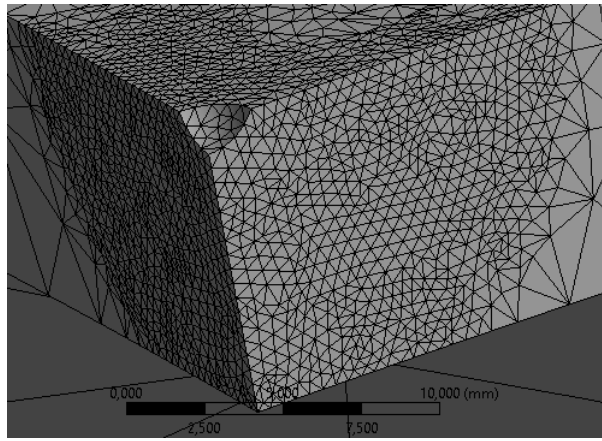


Рис. 5: Конечно-элементная сетка вблизи дефекта

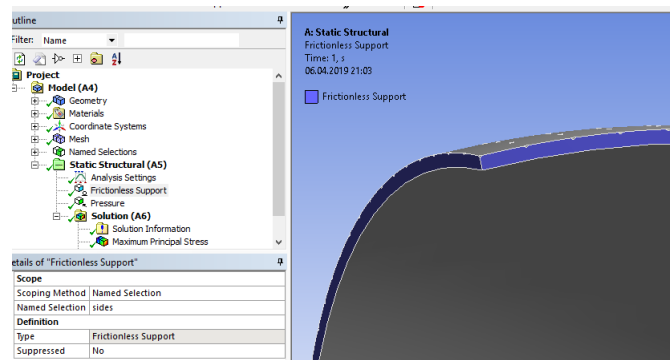


Рис. 6: Поверхности с граничными условиями симметрии

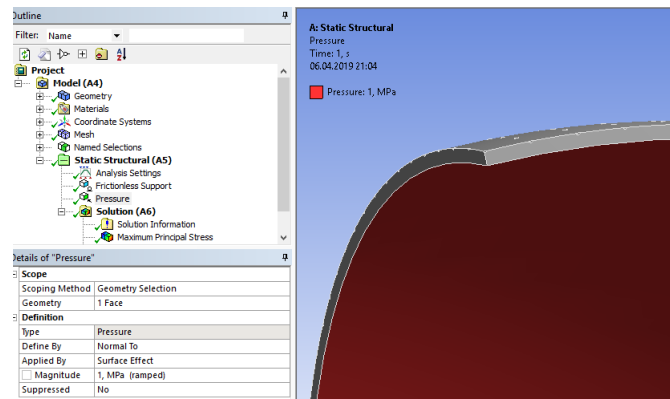


Рис. 7: Поверхность с приложенным давлением p

Максимальные нормальные напряжения σ в сфере с дефектами, расположенными псевдо-равномерным образом на поверхности, в зависимости от количества дефектов n представлены в таблице 2. В третьей строке таблицы указана степень поврежденности внешней поверхности сферы s для

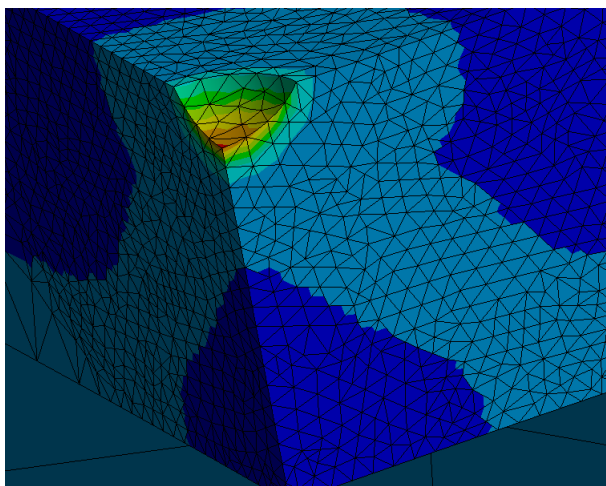


Рис. 8: Максимальное нормальное напряжение σ вблизи локального дефекта

каждого значения n , рассчитанная как отношение площади выемок к общей площади сферы [33]:

$$s = n \frac{\delta^2 - h^2}{4R(R + h)} 100\%.$$

Таблица 2: Максимальное нормальное напряжение σ при различном n

Общее количество дефектов n	6	18	66	258	1026	4098
Количество дефектов моделируемой части	3	6	15	45	153	561
Степень поврежденности поверхности $s, \%$	0.0009	0.0028	0.0100	0.0394	0.1568	0.6264
Максимальное нормальное напряжение $\sigma, [\text{МПа}]$	67.979	69.467	69.631	70.176	70.633	71.145

Данные таблицы 2 позволяют сделать вывод о том, что с ростом степени поврежденности поверхности наблюдается возрастание возникающих напряжений. При этом при увеличении степени повреждения поверхности до 0,1% напряжения растут более быстро. Далее наблюдается более плавное возрастание значения максимального нормального напряжения с ростом площади повреждения. Также сравнение со случаем идеальной сферы показывает, что наличие дефектов вызывает увеличение напряжения.

Проведена проверка полученного в конечно-элементном пакете решения на внутреннюю сходимость. Погрешность результатов находится в пределах 2%.

1.4 Итоги главы 1

В рамках работы, описанной в текущей главе, рассмотрен сферический сосуд внутреннего давления с множественными дефектами, расположенными псевдо-равномерным образом на внешней поверхности оболочки сосуда. С помощью конечно-элементного анализа проведено исследование напряженно-деформированного состояния вблизи локальных дефектов. Показано, что наибольшие значения напряжений достигаются в окрестности дефектов, а также максимальное нормальное напряжение возрастает при увеличении степени поврежденности конструкции. Также отмечено, что напряжения сравнительно быстро возрастают при степени поврежденности поверхности до 0.1%, при дальнейшем увеличении площади повреждения наблюдается более плавный рост напряжений.

Результаты, полученные в данной главе, опубликованы в работе [34].

Глава 2. Расчет напряжений в сферическом сосуде с дефектами, расположенными вдоль экватора. Линейно-упругая модель

2.1 Постановка задачи

Рассматривается линейно-упругий сферический сосуд, к внутренней поверхности которого приложено давление p . Внутренний и внешний радиусы оболочки сосуда обозначены r и R соответственно. Материал сосуда – конструкционная сталь. На внешней поверхности сосуда имеются множественные дефекты, которые представляют собой полусферические выемки с радиусом δ и глубиной погружения в поверхность оболочки h (рис.1, гл.1). Рассматривается равномерное и случайное расположение дефектов вдоль большого круга сферы и различное количество дефектов n .

Требуется:

- Проанализировать напряженно-деформированное состояние сосуда в зависимости от геометрических параметров задачи;
- Сравнить результаты при случайном распределении выемок и при их равномерном расположении вдоль экватора при аналогичном количестве выемок;
- Исследовать влияние расстояния между соседними дефектами на рост напряжений в сосуде для различного количества дефектов.

2.2 Построение геометрической и конечно-элементной моделей

Для проведения исследования методом конечных элементов в среде SpaceClaim построен ряд геометрических 3D-моделей (геометрий) сферической оболочки с внутренним и внешним радиусами $r = 340$ мм и $R = 350$ мм соответственно. На внешней поверхности сферы вырезаны выемки полусферической формы с радиусом $\delta = 6$ мм и глубиной $h = \delta/2 = 3$ мм. Расчеты проведены для разного количества дефектов $n \in [16, 260]$

(Табл.3). К внутренней поверхности оболочки сосуда приложено давление $p = 1$ МПа. Материал сферы – конструкционная сталь с модулем Юнга $E = 2 \cdot 10^5$ МПа и коэффициентом Пуассона $\nu = 0.3$.

Таблица 3: Рассмотренные значения количества дефектов n

n	16	32	60	120	176	192	200	204	208	216	236	244	260
---	----	----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

В силу симметрии модели с равномерным расположением построена 1/8 часть сферы, аналогично тому, как это было сделано в первой главе (рис.2). Для модели со случайным распределением дефектов использована половина сферы (рис.9). С целью автоматизации моделирования случайных дефектов используются IronPython-скрипты.

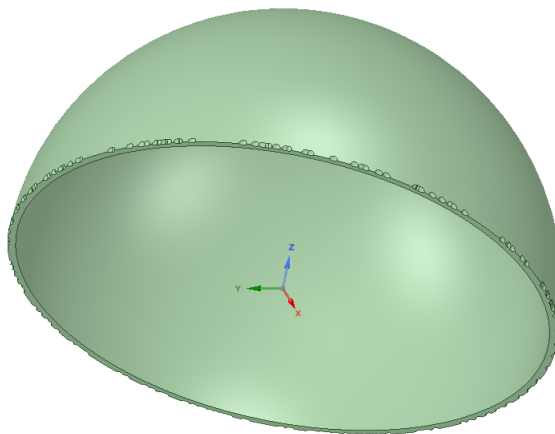


Рис. 9: Геометрия моделируемой части сферы с выемками, случайно расположенными вдоль экватора при $n = 176$

При моделировании геометрий генерация случайных чисел была реализована с помощью функции `random()`, которая равномерно генерирует случайное число с плавающей запятой из полуинтервала $[0.0, 1.0)$, используя генератор псевдослучайных чисел (ГПСЧ), так называемый вихрь Мерсенна [35]. Поскольку вероятность появления дефекта во всех точках на экваторе считается одинаковой для всех точек, используется равномерное распределение. Случайное расположение коррозионных дефектов подчиняется равномерному распределению, как, например, в работе [8].

Серия расчетов проведена в конечно-элементном пакете ANSYS Workbench. Из библиотеки элементов был выбран десяти-узловой элемент SOLID187. Посредством детализации и регулирования параметров размера элементов произведено измельчение конечно-элементной сетки вблизи дефектов (рис.10). Для обеспечения сходимости решения для каждой геометрической модели проведены расчеты с разными размерами элементов.

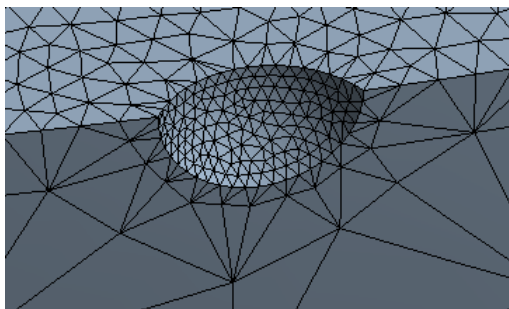


Рис. 10: Конечно-элементная сетка в окрестности дефекта

Граничные условия для сферы с равномерно расположенными дефектами вдоль экватора аналогичны условиям из первой главы (Рис.6,7). Для сосуда со случайным распределением: на внутренней поверхности оболочки сосуда также действует давление $p = 1$ МПа (рис.11); на поверхности, образованной разделением сферы на две части, установлено условие симметрии (рис.12).

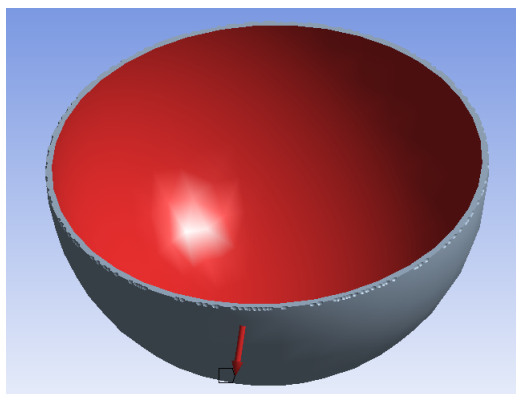


Рис. 11: Поверхность с приложенным давлением p

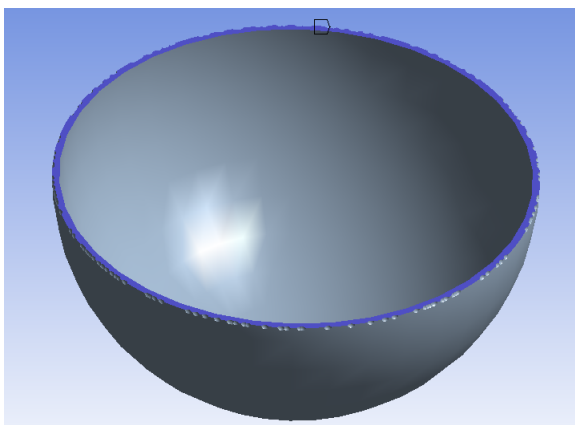


Рис. 12: Поверхность с граничным условием симметрии

2.3 Анализ результатов

Коэффициент концентрации напряжений определяется по формуле:

$$K = \frac{\sigma_{\max}}{p},$$

где σ_{\max} — максимальное главное напряжение, которое наблюдается в сосуде, p — внутреннее давление.

Зависимость коэффициента концентрации напряжения K от количества дефектов n в сфере с равномерным расположением дефектов вдоль экватора показана на рис.13.

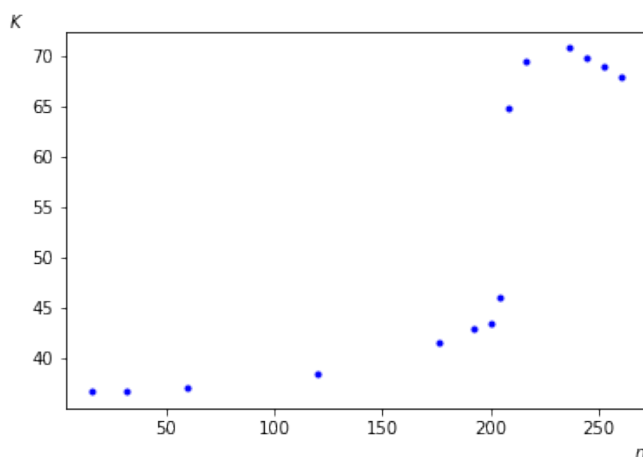


Рис. 13: Зависимость коэффициента концентрации напряжения K от количества дефектов n . Равномерное распределение

Как видно из рисунка, для сферы с равномерно расположенными выемками максимальное напряжение σ , возникающее вблизи дефектов, по мере увеличения n сначала плавно увеличивается, затем резко возрастает при росте n до 236, а затем немного падает. Это можно объяснить перераспределением напряжений из-за взаимодействия между полями напряжений соседних выемок. Важно отметить, что, учитывая размеры сферы, при значениях n , превышающих 216, происходит наложение выемок друг на друга.

Для каждого значения n построено по 5 геометрий с псевдослучайной генерацией дефектов по экватору сферы. Зависимость коэффициента концентрации напряжения K от количества дефектов n показана на рис.14. Точки пяти различных цветов соответствуют пяти различным генерациям выемок на поверхности оболочки сосуда для каждого значения n .

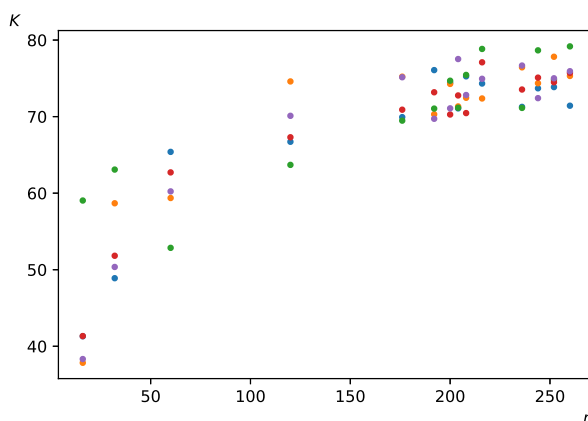


Рис. 14: Зависимость коэффициента концентрации напряжения K от количества дефектов n . Случайное распределение дефектов

На графике видно, что в силу случайного расположения выемок вдоль экватора, взаимодействие полей напряжений вблизи соседних выемок не зависит от значения n , как это происходит при равномерном распределении дефектов вдоль большого круга сферы (рис.13). Эта особенность приводит к немонотонному изменению максимального главного напряжения σ с ростом n . Кроме того, по той же причине возрастает риск возникновения зон большей концентрации напряжения в местах наиболее частого скопления выемок. Важно отметить, что в случае распределения случайным образом

для всех значений n имеет место наложение выемок друг на друга.

При сравнении результатов для двух вариантов расположения выемок вдоль экватора сферы видно, что максимальные значения напряжений для случайно и равномерно расположенных дефектов достаточно близки друг к другу. А именно, максимальные значения напряжений, соответствующие случайному распределению, превышают максимальные значения для равномерного распределения примерно на 8,6%. Однако, когда дефекты расположены случайным образом, диапазон изменения их количества, в котором наблюдается этот максимум, значительно больше диапазона, соответствующего равномерному расположению выемок.

Результаты расчетов показали, что максимальные напряжения существенно зависят от того, насколько близко друг к другу находятся соседние дефекты. На всех геометриях, построенных для случайного расположения дефектов, максимальные значения напряжений достигаются в окрестности тех выемок, которые близки к пересечению или немного пересекаются с соседними. Другими словами, максимум напряжений возникает в тех местах где соседние выемки либо «слегка накладываются» друг на друга, либо между ними имеется «очень маленькое» расстояние, вследствие чего возникает «острая грань» (рис.15).

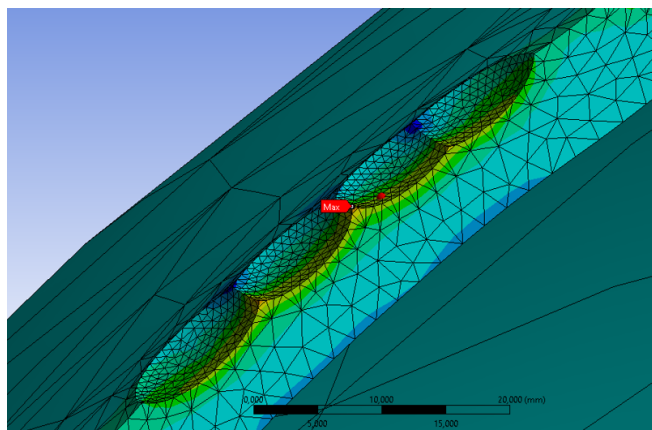


Рис. 15: Острые грани, образованные пересекающимися выемками

Для исследования этого эффекта рассмотрены расстояния между соседними выемками, в окрестности которых достигается максимум. Под расстоянием между выемками в данной работе понимается расстояние между

точками — центрами сферических поверхностей, которые соответствуют рассматриваемым выемкам.

Все рассмотренные конечно-элементные модели для неравномерного распределения дефектов по экватору сферы были проанализированы для определения расстояния между двумя соседними выемками, на которых достигался максимум напряжений. Среднее значение этих расстояний составило $d_{average} \approx 9.63827$ мм с размахом $\Delta d \approx 1.45428$ мм. Также были отдельно определены средние расстояния для каждого значения количества дефектов n .

Зависимость среднего расстояния, наблюдаемого между выемками, где возникло максимальное напряжение, от количества дефектов продемонстрирована на рис.16. Красными точками отмечены значения расстояний, средние по каждому значению n , черной линией показано глобальное (для всех n) среднее расстояние $d_{average}$ между выемками с максимальным напряжением.

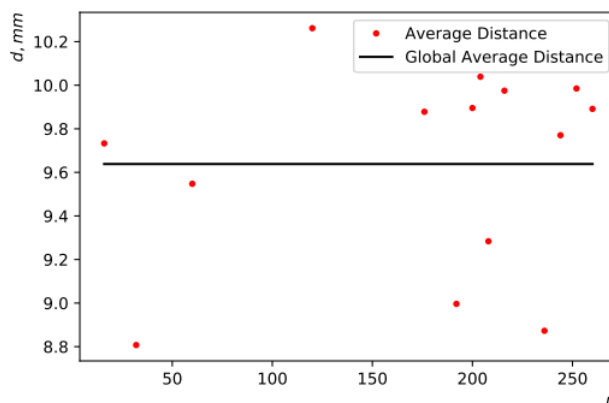


Рис. 16: Зависимость среднего расстояния d между дефектами с максимальным напряжением σ_{max} от количества дефектов n в соответствующей геометрии

Аналогичная особенность наблюдается и для равномерного расположения дефектов. При равномерном расположении дефектов по экватору сферы расстояния между всеми выемками одинаковы и зависят от количества дефектов и размеров сферы. На рисунке 17 показана зависимость коэффициента концентрации напряжений K от расстояния d между соседними равномерно расположенными дефектами. Максимальное главное

напряжение наблюдается именно для той геометрии сферы, где расстояние между центрами соседних выемок $d = 9.39787673$. Оказалось, что это расстояние (соответствующее $n = 236$) является наиболее близким к $d_{average}$ (Табл.4).

Коэффициенты концентрации, рассчитанные для равномерного и неравномерного расположения дефектов (рис. 13 и 14), имеют наиболее близкие друг к другу значения при $n > 200$. Из табл. 4 видно, что это можно объяснить расстоянием между соседними дефектами. Так, для $n = 204$ отклонение между расстоянием $d^{uniform}$ для равномерно расположенных дефектов и средним расстоянием, соответствующим максимуму напряжений для неравномерно расположенных дефектов $d_{average}$, составляет 11.35%, при $n \geq 208$ – менее 10%. Значения максимальных напряжений, рассчитанных для равномерно и случайно расположенных дефектов при данных значениях n близки.

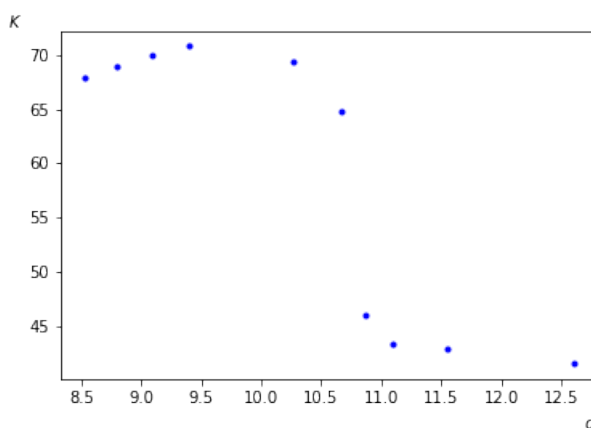


Рис. 17: Зависимость коэффициента концентрации напряжения K от расстояния d между соседними равномерно расположенными выемками

В то же время не во всех случаях, когда расстояние близко к среднему $d_{average} = 9.63827$ мм, наблюдается максимум напряжений. То есть, явной корреляции между расстоянием между выемками и ростом напряжений не наблюдается. Таким образом, возникновение максимума может не быть напрямую связано с расстоянием до ближайших соседних выемок. Необходимо принимать во внимание расположение всех дефектов на поверхности. Можно сделать вывод о том, что напряжения зависят от всего

Таблица 4: Данные для сфер с равномерным и случайным расположением дефектов: $\sigma_{\max}^{uniform}$ и σ_{\max}^{rand} , МПа - максимальное главное напряжение при равномерном и случайном расположениях соответственно, аналогично $d^{uniform}$ и d^{rand} мм - расстояние между центрами соседних выемок, $\Delta\%$, % - отклонение от среднего расстояния $d_{average}$

n	$\sigma_{\max}^{uniform}$, МПа	$d^{uniform}$, мм	$\Delta\%$, %	σ_{\max}^{rand} , МПа	d^{rand} , мм	$\Delta\%$, %
16	36.76	137.7	93.00	43.570	9.73	0.98
32	36.77	69.20	86.07	54.567	8.81	8.62
60	37.05	36.95	73.91	60.113	9.55	0.94
120	38.559	18.48	47.85	68.483	10.26	6.47
176	41.620	12.60	23.51	72.135	9.88	2.49
192	42.898	11.55	16.56	72.065	9.00	6.66
200	43.477	11.09	13.09	72.950	9.90	2.67
204	46.064	10.87	11.35	72.770	10.04	4.16
208	64.842	10.66	9.609	73.291	9.28	3.68
216	69.416	10.27	6.133	75.514	9.97	3.49
236	70.758	9.398	2.558	73.812	8.87	7.94
244	69.884	9.090	6.034	74.845	9.77	1.37
252	68.863	8.801	9.511	75.199	9.98	3.60
260	67.949	8.530	12.99	75.512	9.89	2.63

распределения дефектов по поверхности, а не от отдельно взятых соседних дефектов.

Анализ результатов показал, что пик максимального напряжения в большинстве случаев приходится на ребро между соседними выемками. В реальности острые края между коррозионными дефектами зачастую сглаживаются. В связи с этим также построены сглаженные геометрии, чтобы учесть эту вариацию геометрии (Рис.19). Зависимость максимального главного напряжения σ от количества дефектов n на исходных и сглаженных геометриях продемонстрирована на рис.20. Можно убедиться, что максимальные напряжения на сглаженных геометриях ниже, чем на исходных. За исключением геометрий с $n = 16$ и $n = 32$ дефектами, разница между коэффициентами напряжений составляет $\approx 20\%$.

На рис.21 показана зависимость коэффициентов концентрации главного напряжения (линия серого цвета) и напряжения по Мизесу (красные точки) от расстояния между соседними выемками в диапазоне, содержа-

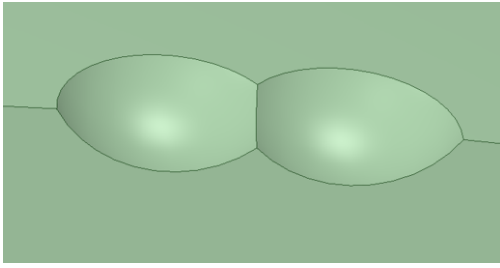


Рис. 18: До сглаживания

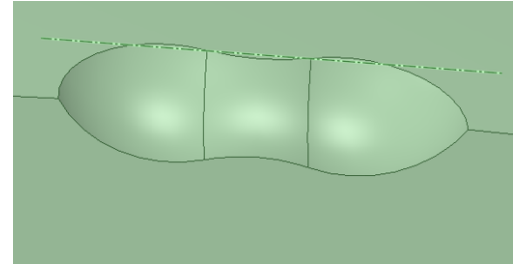


Рис. 19: После сглаживания

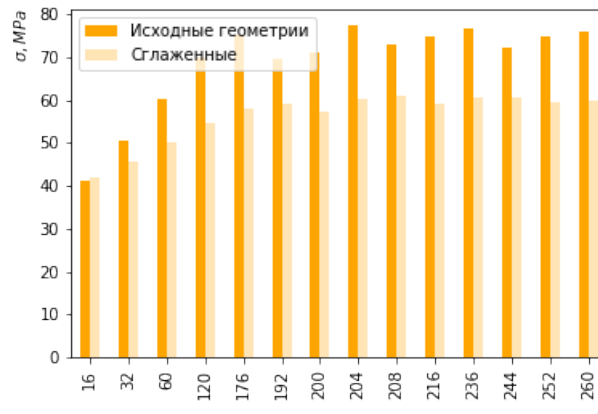


Рис. 20: Зависимость максимального главного напряжения σ от количества дефектов n на исходных и сглаженных геометриях

щем среднее значение $d_{average}$ для случая геометрий с двумя дефектами.

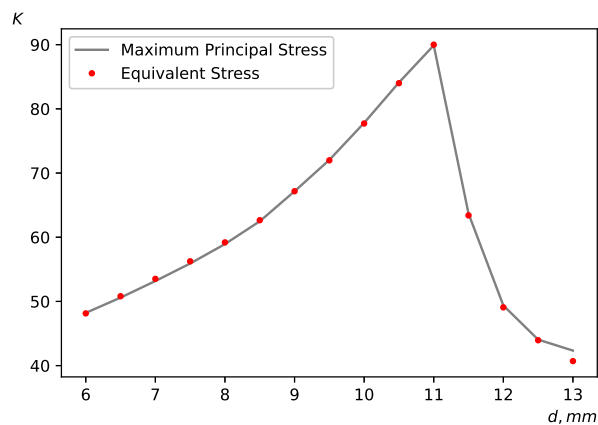


Рис. 21: Зависимость коэффициентов концентрации главного напряжения (линия серого цвета) и напряжения по Мизесу (красные точки) от расстояния между соседними выемками в диапазоне, содержащем $d_{average}$ при $n = 2$.

В этом случае также видно, что по мере сближения дефектов напряжения изменяются немонотонно: рост напряжений с уменьшением расстояния наблюдается только до определенного «критического» значения расстояния. После достижения этого значения напряжения начинают уменьшаться.

Полученные результаты соответствуют выводам, сделанным авторами [36] при изучении влияния точечной коррозии на усталостную долговечность конструкций из стали UNS S17400.

2.4 Итоги главы 2

В рамках работы, описанной в текущей главе, рассмотрен сферический сосуд внутреннего давления с множественными дефектами, расположенными равномерным и случайным образом на внешней поверхности оболочки сосуда. С помощью конечно-элементного анализа проведено исследование напряженно-деформированного состояния вблизи локальных дефектов и сравнительный анализ результатов для двух вариантов расположения дефектов вдоль экватора при аналогичном количестве выемок. Проанализировано влияние расстояния между соседними дефектами на рост напряжений в сосуде для различного количества дефектов.

Подводя итог, можно сделать вывод, что максимальные напряжения в окрестностях дефектов примерно на 8,6% выше для случайно расположенных дефектов, чем при равномерном расположении. Для равномерно расположенных дефектов максимальное напряжение наблюдается в относительно небольшом диапазоне количества дефектов, в то время как для случайного распределения оно наблюдается в заметно большем диапазоне количества дефектов. В большинстве случаев максимальное напряжение наблюдается в зоне острых граней, образованных между выемками, которые слегка перекрывают или почти касаются друг друга. Однако на это может повлиять расположение других дефектов вблизи рассматриваемой пары.

Результаты, полученные в данной главе, опубликованы в работе [37].

Глава 3. Расчет напряжений в сферическом сосуде с дефектами, расположенными вдоль экватора. Упруго-пластическая модель

3.1 Постановка задачи

Рассматривается сосуд сферической формы с внутренним радиусом r и внешним R . Материал сосуда – нержавеющая сталь 304. К внутренней поверхности оболочки сосуда приложено давление p . На внешней поверхности имеются повреждения, которые представляют собой полусферические выемки с радиусом δ и глубиной погружения в поверхность оболочки h (Рис. 1, Глава 1). Количество выемок равно n . Рассматривается псевдослучайное расположение дефектов вдоль экватора сферы и различное количество дефектов n . В текущей главе задача рассматривается в рамках упруго-пластической модели.

Необходимо:

- Проанализировать напряженно-деформированное состояние сосуда в зависимости от геометрических параметров задачи;
- Сравнить результаты анализа для линейно-упругой и упруго-пластической моделей.

3.2 Построение геометрической и конечно-элементной моделей

Для проведения исследования методом конечных элементов в среде SpaceClaim построен ряд геометрических 3D-моделей (геометрий) сферической оболочки с внутренним и внешним радиусами $r = 340$ мм и $R = 350$ мм соответственно. На внешней поверхности сферы вырезаны выемки полусферической формы с радиусом $\delta = 6$ мм и глубиной $h = \delta/2 = 3$ мм. Расчеты проведены для разного количества дефектов $n \in [16, 260]$ (Табл.3, Глава 2). К внутренней поверхности оболочки сосуда приложено давление $p = 6$ МПа. В данном случае рассматривается большее (по сравнению с задачей Главы 2) значение внутреннего давления, которое обеспе-

чивает пластическое поведение материала. Материал сферы – нержавеющая сталь с модулем Юнга $E = 1.85 \cdot 10^5$ МПа и коэффициентом Пуассона $\nu = 0.27$. Необходимо дополнительно задать следующие параметры материала: предел текучести $\sigma_T = 2.1 \cdot 10^2$ МПа; модуль упругости после превышения предела текучести $T = 1.16 \cdot 10^3$ МПа. Информация об использованных параметрах взята из [38].

Построение геометрической модели проводится аналогично тому, как было показано в Главе 2: моделируется 1/2 часть сферы (рис.9) с помощью IronPython-скриптов. Генерация случайного расположения дефектов проводится способом, подробно описанным в Главе 2.

Серия расчетов проведена в конечно-элементном пакете ANSYS Workbench с использованием десяти-узлового элемента SOLID187.

Посредством детализации и регулирования параметров размера элементов произведено измельчение конечно-элементной сетки вблизи дефектов (рис.10, Глава 2). Для обеспечения сходимости решения для каждой геометрической модели проведены расчеты с разными размерами элементов.

Граничные условия: на внутренней поверхности оболочки сосуда также действует давление $p = 6$ МПа (рис.11, Глава 2); на поверхности, образованной разделением сферы на две части, установлено условие симметрии (рис.12, Глава 2).

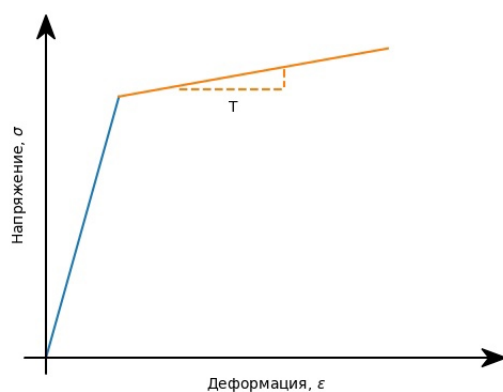


Рис. 22: Билинейное упрочнение

Участок деформационного упрочнения кривой зависимости напря-

жения и деформации был смоделирован в Ansys Mechanical с использованием билинейной модели упрочнения. Правило билинейного упрочнения предполагает линейное деформационное упрочнение и определяется с использованием касательного модуля T . Рассматриваемые участки кривой зависимости напряжения и деформации при использовании билинейного упрочнения показаны на Рис.22.

3.3 Анализ результатов

Для указанных параметров задачи рассчитаны максимальные главные напряжения и напряжения по Мизесу в конструкции. Увеличение значения внутреннего давления по сравнению с его величиной, рассмотренной в Главе 2, позволяет получить значения напряжений, превышающие предел текучести. Таким образом, поведение материала при указанной нагрузке является упруго-пластическим. На рисунке 23 приведены значения коэффициента концентрации напряжения, рассчитанного по формуле п.2.3, для различных n и различных генераций случайно расположенных дефектов. Точки пяти различных цветов соответствуют пяти генерациям дефектов для каждого значения n .

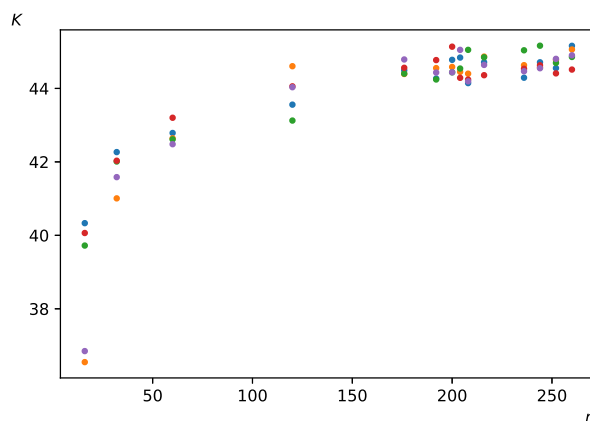


Рис. 23: Зависимость коэффициента концентрации напряжения K от количества выемок n

При сравнении данного рисунка и рис.13 Главы 2 видно, что зависимости коэффициентов концентрации напряжения K от количества дефектов n качественно такие же, как и в случае линейно-упругой задачи:

взаимодействие полей напряжений вблизи соседних выемок не зависит от значения n , наблюдается немонотонное изменение максимального главного напряжения σ с ростом n . Однако концентрация напряжений в упруго-пластической модели ниже, чем в случае чисто упругой модели.

3.4 Итоги главы 3

В результате решения задачи, поставленной в текущей главе, рассмотрен сосуд внутреннего давления сферической формы, внешняя поверхность которого ослаблена множественными дефектами, расположенными случайным образом вдоль экватора сферы. С помощью конечно-элементного анализа проведен анализ напряженно-деформированного состояния в окрестности дефектов в рамках упруго-пластической задачи.

Сравнительный анализ результатов при рассмотрении двух моделей поведения материала сосуда давления с дефектами: линейно-упругой и упруго-пластической, позволил сформулировать следующие выводы:

- Зависимости коэффициента концентрации напряжений от количества дефектов качественно одинаковы для линейно-упругой и упруго-пластической задач;
- Концентрация напряжений для упруго-пластической модели ниже, чем в случае линейно-упругой;
- Максимальное значение напряжений наблюдается в зоне острых граней, образованных между выемками, которые слегка перекрывают друг друга или почти касаются.

Выводы и заключение

Металлические сосуды высокого давления, используемые в различных областях промышленности, часто подвергаются агрессивным условиям окружающей среды во время эксплуатации. Коррозия, развивающаяся на поверхности сосуда, способствует возникновению множественных повреждений в виде выемок. Для предотвращения преждевременного износа и точного прогнозирования поведения конструкции необходимо оценивать напряженно-деформированное состояние в окрестности дефектов с выявлением причин повышенных нагрузок.

С этой целью в данной выпускной квалификационной работе проведен анализ напряженного-деформированного состояния сферического сосуда внутреннего давления. Внешняя поверхность сосуда ослаблена множественными дефектами, представляющими собой полусферические выемки. Исследование состоит из нескольких подзадач, которые определяются способом расположения дефектов на поверхности сферической оболочки, а также рассматриваемой в том или ином случае моделью поведения материала сосуда: линейно-упругой или упруго-пластической. В результате работы решены все поставленные задачи.

Во-первых, рассмотрено псевдо-равномерное расположение дефектов на всей поверхности оболочки сосуда в рамках линейно-упругой модели и проведен анализ напряженного состояния тела в зависимости от степени поврежденности поверхности сферы. Результаты анализа позволяют сформулировать следующие утверждения:

- Максимальные значения напряжений достигаются в окрестности дефектов;
- Увеличение степени поврежденности поверхности сосуда дефектами вызывает рост значений максимального напряжения;
- Наблюдается относительно быстрый рост напряжений при степени поврежденности до 0.1% и более плавное возрастание при дальнейшем увеличении площади повреждения.

Во-вторых, изучено напряженно-деформированное состояние линейно-упругого сосуда давления с множественными выемками, расположенными равномерным и случайным образом вдоль экватора его оболочки. Исследование напряженно-деформированного состояния выполнено в зависимости от геометрических параметров задачи, а также проведен сравнительный анализ результатов, полученных при рассмотрении двух способов расположения выемок по экватору: равномерного и случайного. Анализ результатов позволяет заключить следующее:

- Для сферы с равномерным расположением дефектов максимальные напряжения сначала плавно, а затем резко возрастают с ростом числа выемок до определенного значения. При дальнейшем увеличении числа дефектов наблюдается легкий спад напряжений. Характер зависимости коэффициента концентрации напряжений от количества дефектов обусловлен перераспределением напряжений в силу взаимодействия полей напряжений соседствующих выемок;
- В сфере с дефектами, случайно расположенными вдоль экватора, происходит немонотонное изменение максимального напряжения с увеличением количества выемок;
- Концентрация напряжений для случайного распределения дефектов несколько выше, чем для равномерного. А именно, разница между максимальными напряжениями при рассмотренных способах расположения выемок составляет примерно 8,6%;
- Диапазон изменения количества выемок, при котором наблюдается максимум, заметно больше при случайном расположении дефектов;
- Во всех рассмотренных случаях максимальное напряжение возникает на острых гранях, образованных между дефектами, которые слегка пересекаются или едва касаются друг друга;
- Расстояние между соседними дефектами – существенный, но не единственный фактор, влияющий на возникновение зоны максимальных напряжений в сосуде.

Наконец, проведено исследование напряженно-деформированного состояния в сосуде давления с множественными случайно расположенными дефектами в рамках упруго-пластической модели. Сравнительный анализ результатов исследования с рассмотрением двух моделей (линейно-упругой и упруго-пластической) показал, что концентрация напряжений для упруго-пластической модели ниже, чем для линейной. Однако, характеры зависимости коэффициентов концентрации напряжений от количества дефектов для двух моделей идентичны. Максимальные напряжения наблюдаются также в зонах острых граней между дефектами при рассмотрении пластического поведения материала.

Список литературы

- [1] Nilsen, Kyle. (2011) «Development of low-pressure filter testing vessel and analysis of electrospun nanofiber membranes for water treatment».
- [2] Hearn, E.J. (1997). Mechanics of Materials 1. An Introduction to the Mechanics of Elastic and Plastic Deformation of Solids and Structural Materials—Third Edition. Chapter 9: Butterworth-Heinemann. pp. 199–203. ISBN 0-7506-3265-8.
- [3] Кеше, Г. Коррозия металлов. Физико-химические принципы и актуальные проблемы / Г. Кеше. — М.: Металлургия, 1984. — 400 с.
- [4] Nihal U. Obeyesekere. Pitting corrosion. Trends in Oil and Gas Corrosion Research and Technologie. 2017. P. 215–248.
- [5] Павлов П. А. Прочность сталей в коррозионных средах / П. А. Павлов, Б. А. Кадырбеков, В. А. Колесников. — Алма-Ата: Наука, 1987. — 272 с.
- [6] Арутюнян, А. Р. Рост коррозионных трещин и долговременная прочность хрупких материалов / А. Р. Арутюнян, Р. А. Арутюнян // Вестн. С.- Петерб. ун-та. Серия 1: Математика, Механика, Астрономия. — 2014. — Т. 1, № 1. — С. 87–95.
- [7] Wang Y, Wharton JA, Shenoi RA. Ultimate strength analysis of aged steel-plated structures exposed to marine corrosion damage: a review. Corrosion Sci 2014; 86:42–60.
- [8] Zhao, Z., Liang, B., Liu, H. et al. Influence of pitting corrosion on the bending capacity of thin-walled circular tubes. J Braz. Soc. Mech. Sci. Eng. 40, 548 (2018).
- [9] ASM International Corrosion. ASM Handbook. 2001, Vol. 13.
- [10] Groysman A. Corrosion problems and solutions in oil refining and petrochemical industry // Gewerbestrasse, Switzerland: Springer International Publishing, 2017.

- [11] Renhua Wang, R. Ajit Sheno, Experimental and numerical study on ultimate strength of steel tubular members with pitting corrosion damage, *Marine Structures*, Volume 64, 2019, Pages 124-137, ISSN 0951-8339.
- [12] Yikun Wang, Julian A. Wharton, R. Ajit Sheno, Ultimate strength analysis of aged steel-plated structures exposed to marine corrosion damage: A review, *Corrosion Science*, Volume 86, 2014, Pages 42-60, ISSN 0010-938X.
- [13] M. Hairil Mohd, Jeom Kee Paik, Investigation of the corrosion progress characteristics of offshore subsea oil well tubes, *Corrosion Science*, Volume 67, 2013, Pages 130-141, ISSN 0010-938X.
- [14] Jialin Sun, Y. Frank Cheng, Modeling of mechano-electrochemical interaction between circumferentially aligned corrosion defects on pipeline under axial tensile stresses, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Volume 198, 2021, 108160, ISSN 0920-4105.
- [15] Wang H. et al. Effect of 3D random pitting defects on the collapse pressure of pipe—Part I: Experiment //Thin-Walled Structures. – 2018. – T. 129. – C. 512-526.
- [16] Mohammad Reza Khedmati, Zorareh Hadj Mohammad Esmail Nouri, Analytical simulation of nonlinear elastic–plastic average stress–average strain relationships for un-corroded/both-sides randomly corroded steel plates under uniaxial compression, *Thin-Walled Structures*, Volume 86, 2015, Pages 132-141, ISSN 0263-8231.
- [17] J.K. Paik, A.K. Thayamballi. Some recent developments on ultimate limit state design technology for ships and offshore structures, *Ships Offshore Struct.* 1 (2) (2006) 99–116.
- [18] F. Caleyó, J.C. Velázquez, A. Valor, J.M. Hallen, Probability distribution of pitting corrosion depth and rate in underground pipelines: A Monte Carlo study, *Corros. Sci.* 51 (12) (2009) 1925–1934.

- [19] J.K. Paik, J.M. Lee, M.J. Ko, Ultimate compressive strength of plate elements with pit corrosion wastage, in: Proceedings of The Institution of Mechanical Engineers, 2003, pp. 185–200.
- [20] Tatsuro Nakai, Hisao Matsushita, Norio Yamamoto, Effect of pitting corrosion on strength of web plates subjected to patch loading, *Thin-Walled Structures*, Volume 44, Issue 1, 2006, Pages 10-19, ISSN 0263-8231.
- [21] Tatsuro Nakai, Hisao Matsushita, Norio Yamamoto, Effect of pitting corrosion on local strength of hold frames of bulk carriers (2nd Report)—Lateral distortional buckling and local face buckling, *Marine Structures*, Volume 17, Issue 8, 2004, Pages 612-641, ISSN 0951-8339.
- [22] Yan Zhang, Yi Huang, Qi Zhang, Gang Liu, Ultimate strength of hull structural plate with pitting corrosion damnification under combined loading, *Ocean Engineering*, Volume 116, 2016, Pages 273-285, ISSN 0029-8018.
- [23] Renhua Wang, R. Ajit Shenoi, Adam Sobey, Ultimate strength assessment of plated steel structures with random pitting corrosion damage, *Journal of Constructional Steel Research*, Volume 143, 2018, Pages 331-342, ISSN 0143-974X.
- [24] Liang Feng, Luocun Hu, Xuguang Chen, Hongda Shi, A parametric study on effects of pitting corrosion on stiffened panels' ultimate strength, *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, Volume 12, 2020, Pages 699-710, ISSN 2092-6782.
- [25] Zhongwei Zhao, Haiqing Liu, Bing Liang, Probability distribution of the compression capacity of welded hollow spherical joints with randomly located corrosion, *Thin-Walled Structures*, Volume 137, 2019, Pages 167-176, ISSN 0263-8231.
- [26] Jie Lu, Hongbo Liu, Zhihua Chen, Behavior of welded hollow spherical joints after exposure to ISO-834 standard fire, *Journal of Constructional Steel Research*, Volume 140, 2018, Pages 108-124, ISSN 0143-974X.

- [27] Amal Ben Ahmed, Mohamed Iben Houria, Raouf Fathallah, Habib Sidhom, The effect of interacting defects on the HCF behavior of Al-Si-Mg aluminum alloys, *Journal of Alloys and Compounds*, Volume 779, 2019, Pages 618-629, ISSN 0925-8388.
- [28] Zhu, Y., Li, R., Fang, W., Zhao, X., Tang, W., Yin, B., Zhang, J. 2020. Interaction of surface cracks on an egg-shaped pressure shell // *Archive of Applied Mechanics*, 1-8.
- [29] Седова О. С. Расчет напряжений в полой сфере с внутренними поверхностными дефектами // *Вектор науки Тольяттинского государственного университета*, № 2 (52), 2020. С. 68-73.
- [30] Zou Zijie, Qin Zhongbao, Liu Qi. Life prediction of multi-pit-crack interaction in pressure vessel. 2020 IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 784 012015.
- [31] Mari Åman, Kennie Berntsson, Gary Marquis. An efficient stress intensity factor evaluation method for interacting arbitrary shaped 3D cracks, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Volume 109, 2020, 102767, ISSN 0167-8442
- [32] Седова, О. С., Пронина Ю. Г. О выборе эквивалентного напряжения в задачах о механохимической коррозии сферических элементов // *Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления*. 2016. Т. 12. № 2. С. 33–44.
- [33] Nakai T., Matsushita H., Yamamoto N., Arai H. Effect of pitting corrosion on local strength of hold frames of bulk carriers (1st report) // *Marine Structures*. 2004. Vol. 17. No 5. P. 403–432.
- [34] Окулова Д. Д., Вакаева А. Б., Седова О. С. Расчет напряжений в полой сфере с поверхностными дефектами // *Процессы управления и устойчивость*. 2019. Т. 6. № 1. 112- 116. (РИНЦ).
- [35] Generate pseudo - random numbers - Python 3.8.3 documentation

- [36] Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures. Volume 42, Issue 1, January 2019, Pages 3-18. The effect of pit size and density on the fatigue behaviour of a pre-corroded martensitic stainless steel (Article). McMurtrey, M.D.^aEmail Author, Mills, D.E.^b, Burns, J.T.^c View. Correspondence.
- [37] Sedova O., Okulova D. (2021) Stress analysis in a spherical pressure vessel with multiple notches // Stability and Control Processes: Proceedings of the 4th International Conference Dedicated to the Memory of Professor Vladimir Zubov, series Lecture Notes in Control and Information Sciences – Proceedings, (in press).
- [38] Hsieh B. J. Transient analysis of a flywheel battery containment during a full rotor burst event. – Argonne National Lab., IL (US), 1998. – №. ANL/RE/CP-96198.